بسم الله الرّحمن الرّحیم

فیزیک پایه

(ویژه‌ی دانش‌آموزان ممتاز رشته‌های ریاضی و تجربی)

انتشارات خوشخوان

مؤلفان : کامران ابراهیمی، داریوش مدقالچی

« فهرست مطالب »

عنوان **صفحه**

فصل اول. بازتاب نور – آینه‌ها ۹

جلسه‌ی اول ۹

تمرین ۱-۱ ..... ۱۵

جلسه‌ی دوم ۱۷

تمرین ۲-۱ ..... ۲۴

پاسخ کلیدی تمرینات فصل اول ۲۵

پاسخ تشریحی تمرینات فصل اول ۲۶

فصل دوم. شکست نور ۲۸

جلسه‌ی سوم ۲۸

تمرین ۱-۲ ..... ۳۹

جلسه‌ی چهارم ۴۲

تمرین ۲-۲ ..... ۵۲

پاسخ کلیدی تمرینات فصل دوم ۵۴

پاسخ تشریحی تمرینات فصل دوم ۵۵

پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصول ۱ و ۲ ..... ۵۹

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصول ۱ و ۲ ..... ۶۵

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصول ۱ و ۲ ..... ۶۶

فصل سوم. اندازه‌گیری و بردار ۷۱

جلسه‌ی پنجم ۷۱

تمرین ۱-۳ ..... ۷۸

پاسخ کلیدی تمرینات فصل سوم ۷۹

پاسخ تشریحی تمرینات فصل سوم ۸۰

فصل چهارم. کار و انرژی ۸۱

جلسه‌ی ششم ۸۱

تمرین ۱-۴ ..... ۹۵

پاسخ کلیدی تمرینات فصل چهارم ۱۰۱
پاسخ تشریحی تمرینات فصل چهارم ۱۰۲
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم ۱۰۶
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم ۱۱۲
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم ۱۱۳
فصل پنجم. خواص ماده – هیدروستاتیک ۱۱۸
جلسه‌ی هفتم ۱۱۸
تمرین ۱-۵ ..... ۱۲۶
جلسه‌ی هشتم ۱۳۰
تمرین ۲-۵ ..... ۱۳۶
پاسخ کلیدی تمرینات فصل پنجم ۱۴۰
پاسخ تشریحی تمرینات فصل پنجم ۱۴۱
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم ۱۴۶
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم ۱۴۹
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم ۱۵۰
فصل ششم. حرارت ۱۵۲
جلسه‌ی نهم ۱۵۲
تمرینات فصل ششم ۱۶۴
پاسخ کلیدی تمرینات فصل ششم ۱۶۹
پاسخ تشریحی تمرینات فصل ششم ۱۷۰
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل ششم ۱۷۳
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل ششم ۱۷۶
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل ششم ۱۷۷
فصل هفتم. ترمودینامیک ۱۷۹
جلسه‌ی دهم ۱۷۹
تمرین ۱-۷ ..... ۱۹۴
جلسه‌ی یازدهم ۱۹۷
تمرین ۲-۷ ..... ۲۰۵

پاسخ کلیدی تمرینات فصل هفتم ۲۰۹
پاسخ تشریحی تمرینات فصل هفتم ۲۱۰
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم ۲۱۵
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم ۲۷
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم ۲۱۸
فصل هشتم. الکتریسیته ساکن ۲۲۰
جلسه‌ی دوازدهم ۲۲۰
تمرین ۱-۸ ..... ۲۳۳
جلسه‌ی سیزدهم ۲۳۷
تمرین ۲-۸ ..... ۲۴۳
جلسه‌ی چهاردهم ۲۴۶
تمرین ۳-۸ ..... ۲۶۰
پاسخ کلیدی تمرینات فصل هشتم ۲۶۵
پاسخ تشریحی تمرینات فصل هشتم ۲۶۶
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم ۲۷۵
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم ۲۷۷
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم ۲۷۸
فصل نهم. جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم ۲۸۰
جلسه‌ی پانزدهم ۲۸۰
تمرین ۱-۹ ..... ۲۹۱
جلسه‌ی شانزدهم ۲۹۳
تمرین ۲-۹ ..... ۳۰۱
جلسه‌ی هفدهم ۳۰۷
تمرین ۳-۹ ..... ۳۱۶
پاسخ کلیدی تمرینات فصل نهم ۳۱۹
پاسخ تشریحی تمرینات فصل نهم ۳۲۰
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل نهم ۳۲۸
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل نهم ۳۳۱
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل نهم ۳۳۲

فصل دهم. مغناطیس ۲۳۵
جلسه‌ی هجدهم ۲۳۵
تمرین ۱-۱۰ ..... ۳۴۴
جلسه‌ی نوزدهم ۳۴۷
تمرین ۲-۱۰ ..... ۳۵۵
پاسخ کلیدی تمرینات فصل دهم ۳۵۹
پاسخ تشریحی تمرینات فصل دهم ۳۶۰
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل دهم ۳۶۵
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل دهم ۳۶۷
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل دهم ۳۶۸
فصل یازدهم. القای الکترومغناطیسی ۳۷۰
جلسه‌ی بیستم ۳۷۰
تمرین ۱-۱۱ ..... ۳۷۸
جلسه‌ی بیست و یکم ۳۸۲
تمرین ۲-۱۱ ..... ۳۸۸
پاسخ کلیدی تمرینات فصل یازدهم ۳۹۰
پاسخ تشریحی تمرینات فصل یازدهم ۳۹۱
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم ۳۹۶
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم ۳۹۸
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم ۳۹۹

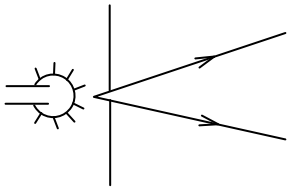
فصل اول

بازتاب نور – آینه‌ها

جلسه‌ی اول

تئوری انتشار نور به خط راست یکی ازقدیمی ترین تئوری هاست که در مورد نور مطرح شده است.
پدیده هایی چون تشکیل سایه و نیمسایه ، خورشید گرفتگی و ماه گرفتگی با این تئوری قابل توجیه است.

☜ چشمه‌ی نور گسترده و نقطه‌ای



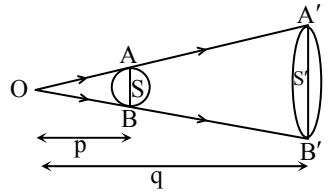
یک شیء نورانی (خورشید، چراغ روشن و . . .) را چشمه نور گسترده می نامند. با قرار دادن یک صفحه ی کدر که روی آن سوراخ کوچکی ایجاد شده است در مقابل چشمه نور گسترده، سوراخ مانند یک چشمه نور کوچک عمل می کند که آن را چشمه نور نقطه ای می گویند.

☜ باریکه‌ی نور

باریکه ی نور شامل تعداد زیادی خط نور است که به هر یک از آن ها پرتو نور گفته می شود.
پهنای یک پرتو بسیار کم است . هر پرتو نور را با یک خط جهت دار نشان می دهند که جهت خط جهت انتشار نور را نشان می دهد.

☜ سایه و نیمسایه

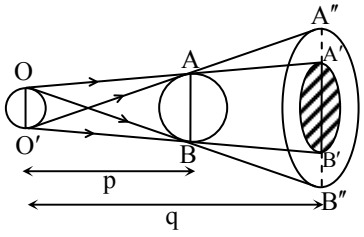
با قرار گرفتن یک جسم کدر در مقابل چشمه نور نقطه ای، در پشت جسم، سایه تشکیل می شود.



در شکل مقابل با استفاده از تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OA'B'}$ خواهیم داشت:

قطر سایه $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{q}{p}\Rightarrow A'B'=AB\times\dfrac{q}{p}$

مساحت سایه $\dfrac{S'}{S}=(\dfrac{q}{p})^{2}\Rightarrow S'=S\times(\dfrac{q}{p})^{2}$



هرگاه چشمه نور گسترده باشد، در اطراف سایه، نیمسایه نیز تشکیل می شود.

$A'A''=B'B''$ قطر یا پهنای نیمسایه

$A'B'=A''B'-A'A''$ قطر سایه

$\overset{\Delta}{O'A''B'}\sim\overset{\Delta}{O'AB}:\dfrac{A''B'}{AB}=\dfrac{q}{p}\Rightarrow A''B'=AB(\dfrac{q}{p})$

$\overset{\Delta}{OO'A}\sim\overset{\Delta}{AA'A''}:\dfrac{A'A''}{OO'}=\dfrac{q-p}{p}\Rightarrow\ A'A''=OO'\times(\dfrac{q-p}{p})$ پهنای نیمسایه

تست ۱. صفحه کدری به ابعاد $5cm\times 4cm$ به فاصله $80cm$ از چشمه نور نقطه ای قرار دارد. مساحت سایه‌ی آن روی پرده‌ای به موازات صفحه و به فاصله $120cm$ از آن چند سانتی متر مربع است؟

۱) ۴۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$\dfrac{S'}{S}=(\dfrac{q}{p})^{2}\rightarrow S'=(5\times 4)(\dfrac{80+120}{80})^{2}\rightarrow S'=125cm^{2}$

تست ۲. جسم کدری به قطر ۶cm در فاصله ۱ متری یک چشمه نور با قطر ۱/۵cm قرار گرفته است. قطر سایه‌ی آن روی پرده‌ای که در فاصله ۵ متری چشمه قرار دارد، چند سانتی متر است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

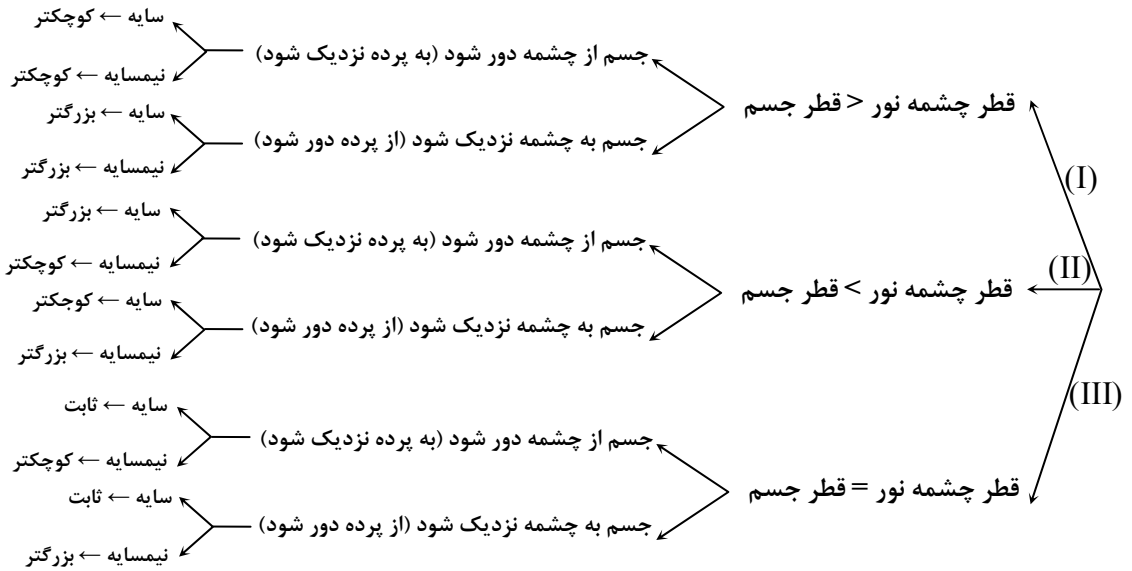
پاسخ: گزینه‌ی ۲

در شکل صفحه قبل: $A'A'' = OO' \times (\frac{q-p}{p}) = ۱/۵(\frac{۵-۱}{۱}) = ۶cm$ (پهنای نیمسایه)

$A''B' = AB \times (\frac{q}{p}) = ۶ \times \frac{۵}{۱} = ۳۰cm$

$A'B' = A''B' - A'A'' = ۳۰ - ۶ = ۲۴cm$ (قطر سایه)

تغییر اندازه‌ی سایه و نیمسایه با جابه‌جایی جسم



تست ۳. هرگاه کره ماه به زمین نزدیک شود، اندازه های سایه و نیمسایه آن روی زمین به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

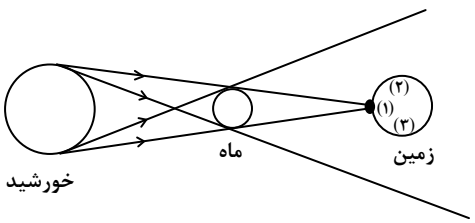
۱)کوچکتر-بزرگتر ۲)بزرگتر-کوچکتر ۳)کوچکتر-کوچکتر ۴)بزرگتر-بزرگتر

پاسخ: گزینه‌ی ۲

چون قطر خورشید > قطر ماه است بنابراین با نزدیک شدن کره ماه به زمین (دور شدن از خورشید) سایه آن بزرگتر و نیمسایه آن کوچکتر می شود.

توجه: یکی از پدیده های طبیعی مهم که تشکیل سایه و نیمسایه در آن اتفاق می افتد، خورشید گرفتگی و ماه گرفتگی است. هر گاه خورشید، زمین و ماه در یک راستا باشند این پدیده ها روی می‌دهد.

خورشید گرفتگی (کسوف)



سایه ی ماه روی زمین می‌افتد.

در (۱) خورشید گرفتگی کامل و در (۲) و (۳) خورشید گرفتگی جزئی است.

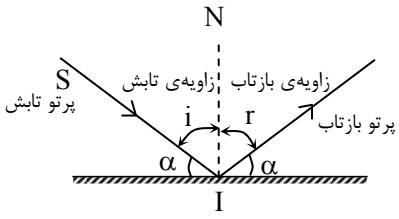
ماه گرفتگی (خسوف)

سایه ی زمین روی ماه می‌افتد و کره ماه تاریک می‌شود.

بازتاب نور

بازگشت نور از سطح اجسام را بازتاب نور می‌گویند. دیده شدن اشیا به سبب نوری است که از آنها باز می‌گردد.
بازتاب از سطح های صیقلی و صاف منظم است (بازتاب آینه‌ای) و بازتاب از سطح های غیر صیقل و ناصاف، نامنظم است.

قانون های بازتاب



«بازتاب نور از یک سطح»

(I) پرتو تابش، پرتو بازتاب و خط عمود بر سطح در نقطه تابش هر سه در یک صفحه‌اند.

(II) زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند. $\hat{i} = \hat{r}$

نکته‌ی ۱. زاویه‌ی بین پرتو تابش و سطح برابر زاویه بین پرتو بازتاب و سطح است:

$$\begin{cases} ۲\alpha + i + r = ۱۸۰ \\ i = r \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha + ۲i = ۱۸۰ \Rightarrow \alpha = ۹۰ - i$$

یعنی $\hat{i}$ و $\hat{\alpha}$ دو زاویه‌ی متمم هستند.

تست ۶. اگر زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب ۳ برابر زاویه پرتو تابش با سطح باشد، در این حالت زاویه‌ی تابش چند درجه است؟

۱) ۲۲/۵ ۲) ۳۶ ۳) ۵۴ ۴) ۶۷/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\begin{cases} ۲i = ۳\alpha \\ i + \alpha = ۹۰ \end{cases} \rightarrow \frac{۵}{۳} i = ۹۰ \rightarrow \hat{i} = ۵۴^\circ$$

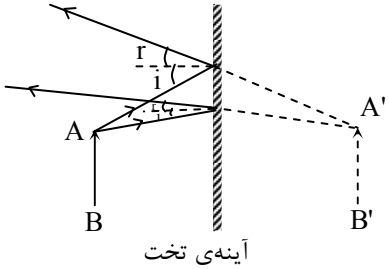
نکته‌ی ۲. قانون‌های بازتاب نور در تمامی سطح‌ها (صاف یا ناصاف) صحیح است.

نکته‌ی ۳ .هرگاه پرتو نوری عمود بر یک سطح بتابد، عمود بر سطح نیز بازتاب پیدا می‌کند. در این حالت پرتوهای تابش و بازتاب بر هم منطبق‌اند و : $\hat{i} = \hat{r} = ۰$

آینه‌ها

آینه سطحی صاف و صیقلی است که بازتاب نور از روی آن منظم است. اگر این سطح مسطح باشد، آن را آینه‌ی تخت می‌نامند و اگر خمیده باشد، آن را آینه‌ی خمیده می‌گویند.

تصویر در آینه‌های تخت



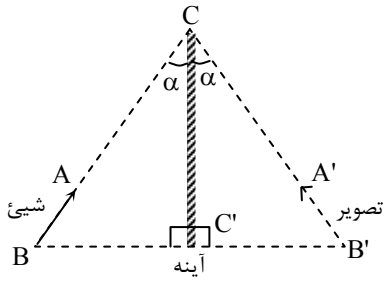
آینه‌ی تخت

مطابق شکل تصویر هر نقطه از شیء را (نقطه A) می‌توان با رسم حداقل دو پرتو که به طور واگرا به آینه می‌تابند ،مشخص کرد. لازم به ذکر است که در اینجا نیز قانون‌های بازتاب نور حاکم است.

☜ ویژگی‌های تصویر در آینه تخت

۱-فاصله ی تصویر تا آینه برابر فاصله ی شیء تا آینه است.
۲-طول تصویر با طول شیء برابر است. (بزرگنمایی خطی آینه برابر یک است)
۳-تصویر مجازی است. (از تلاقی امتداد پرتوهای بازتاب تشکیل می شود)
۴-تصویر نسبت به شیء مستقیم است.
۵- تصویر نسبت به شیء وارونی جانبی دارد. (تصویر نوشته **BNC** در آینه تخت ƆИB دیده می‌شود.)

☜ زاویه بین شیء و تصویر در آینه تخت



در شکل مقابل دو مثلث $\overset{\Delta}{BCC'}$ و $\overset{\Delta}{B'CC'}$
بنا به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین آنها برابرند، در نتیجه:

$$\hat{BCC'} = \hat{B'CC'} = \alpha$$

یا $\hat{BCB'} = ۲\alpha$

نکته‌ی ۴. زاویه‌ی بین شیء و تصویرش ۲ برابر زاویه ی بین شیء و سطح آینه است.

تست ۵. **یک مداد را چنان جلوی یک آینه تخت گرفته‌ایم تا بر تصویرش عمود باشد. زاویه‌ی بین مداد و آینه چند درجه است؟**

۱) صفر ۲) ۴۵° ۳) ۹۰° ۴) بستگی به زاویه‌ی آینه با افق دارد

پاسخ: گزینه‌ی ۲

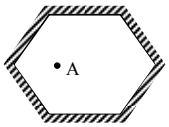
$\alpha = ۴۵^\circ \Rightarrow ۲\alpha = ۹۰^\circ =$ زاویه‌ی مداد با تصویرش

☜ تعداد تصویرها در آینه‌های تخت متقاطع

اگر زاویه‌ی بین دو آینه‌ی تخت متقا طع برابر « α » باشد، به علت بازتاب‌های متوالی نور بین دو آینه تعداد n تصویر در آینه‌ها دیده می‌شود و :

$$n = \frac{۳۶۰^\circ}{\alpha} - ۱$$

تست ۶. **در شکل مقابل زاویه بین هر دو آینه مجاور ۱۲۰° می باشد. از شیء A چند تصویر در آینه‌ها تشکیل می‌شود؟**



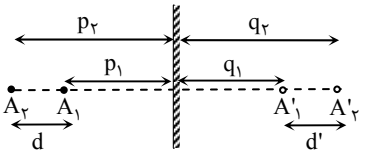
۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) بی نهایت

پاسخ: گزینه‌ی ۴

آینه های روبرو با هم موازی است. پس بی نهایت تصویر در هر دو آینه روبرو دیده می شود.

☜ جابه‌جایی آینه و شیء

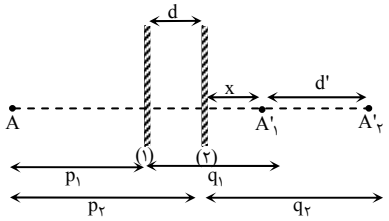
الف- اگر آینه ساکن و شیء به اندازه « d » جابه‌جا شود، تصویر نسبت به وضع قبلی به اندازه « d » و نسبت به شیء به اندازه « ۲d » جابه‌جا می‌شود.



$$p_۲ = q_۲ \Rightarrow p_۱ + d = q_۱ + d' \xrightarrow{(p_۱ = q_۱)} d = d'$$

جابه‌جایی تصویر نسبت به شیء : $d + d' = ۲d$ (جابه‌جایی‌ها در خلاف جهت‌اند)

ب- اگر شیءِ ساکن و آینه به اندازه « d » جابه‌جا شود، تصویر نسبت به موضع قبلی به اندازه « ۲d » و نسبت به آینه به اندازه « d » جابه‌جا می‌شود.



$$p_۲ = p_۱ + d \xrightarrow{p_۱ = q_۱} \begin{cases} p_۲ = q_۱ + d \\ q_۱ = d + x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_۲ = ۲d + x \\ q_۲ = d' + x \end{cases}$$

چون $(p_۲ = q_۲) \Rightarrow ۲d + x = d' + x$

$$d' = ۲d$$

جابه‌جایی تصویر نسبت به آینه: $d' - d = d$ **(هر دو جابه‌جایی در یک جهت است)**

نکته‌ی ۵. در آینه‌ها (آینه تخت) جابه‌جایی‌های شیء و تصویر در خلاف جهت یکدیگرند.

تست ۷. **شیئی در مقابل یک آینه تخت قرار دارد. هرگاه در راستای عمود بر آینه، شیء و آینه هر کدام ۱۰cm به طرف هم جابه‌جا شوند، تصویر نسبت به شیء چند سانتی متر جابه‌جا می شود؟**

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

ابتدا آینه را ساکن فرض می کنیم: $۲ \times ۱۰ = ۲۰cm$ **=جابه‌جایی تصویر نسبت به شیء**

حال اگر شیء را ساکن فرض کنیم: $۲ \times ۱۰ = ۲۰cm$ **=جابه‌جایی تصویر نسبت به شیء**

وقتی هم شیء و هم آینه جابه‌جا شوند: $۲۰ + ۲۰ = ۴۰cm$ **=جابه‌جایی تصویر نسبت به شیء**

سرعت انتقال تصویر در آینه تخت

با توجه به آنچه در جابه‌جایی شیء و آینه گفته شد، نتیجه می شود که اگر شیء و آینه به ترتیب با سرعت های ثابت $v_۱$ و $v_۲$ حرکت کنند، سرعت انتقال تصویر در آینه به صورت زیر خواهد بود:

$v_۱ + ۲v_۲$ = سرعت تصویر نسبت به زمین

$۲v_۱ + ۲v_۲$ = سرعت تصویر نسبت به شیءِ

در استفاده از رابطه های بالا باید توجه کرد که هنگام نزدیک شدن هر کدام به دیگری علامت سرعت آن مثبت($v > ۰$) و هنگام دور شدن علامت سرعت آن منفی ($v < ۰$) منظور می شود.

تست ۸. **شیئی مقابل یک آینه تخت قرار گرفته است. اگر شیء و آینه هر یک با سرعت $۳\frac{m}{s}$ از هم دور شوند. سرعت انتقال تصویر چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی ۳

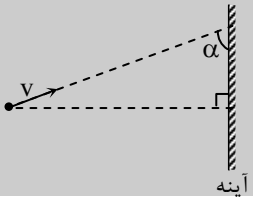
$$\text{سرعت تصویر} = v_۱ + ۲v_۲ = (-۳) + ۲(-۳) = -۹\ \frac{m}{s}$$

علامت منفی سرعت نشانگر دور شدن تصویر است.

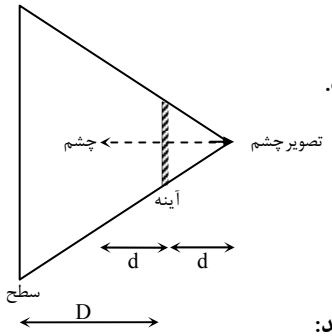
نکته‌ی ۶. اگر امتداد حرکت شیء با سطح آینه زاویه‌ی « α » بسازد، سرعت انتقال تصویر با رابطه های زیربدست می آید:

سرعت تصویر $= v_۱ \sin\alpha + ۲v_۲$

سرعت تصویر نسبت به شیء $= ۲v_۱ \sin\alpha + ۲v_۲$



☜ میدان دید آینه تخت



میدان دید آینه، فضایی است در پشت آینه که هر شیء واقع در این فضا، در آینه قابل مشاهده است.
برای یافتن میدان دید، تصویر چشم ناظر را در آینه پیدا کرده و از آن به لبه‌های بالا و پایین آینه وصل می کنیم و امتداد می دهیم.

مساحت سطحی که در آینه تخت قابل مشاهده است از تشابه مثلث ها در شکل بالا بدست می آید:

S' : **مساحت سطح**

S : **مساحت آینه تخت**

d : **فاصله ناظراز آینه**

D : **فاصله سطح از آینه**

$$\frac{S'}{S}=(\frac{D+d}{d})^{۲}$$

یا : $$S'=S(\frac{D+d}{d})^{۲}$$

تست ۹. **شخصی به فاصله ۳۰cm از یک آینه تخت به مساحت $۵۰cm^{۲}$ ایستاده است. این شخص چه مساحتی (بر حسب $cm^{۲}$) از یک دیوار پشت و به فاصله ۳m از خودش را می تواند ببیند؟**

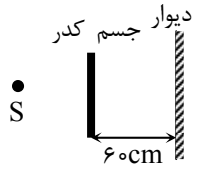
۱) ۴۰۵۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۶۰۵۰ ۴) ۷۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$S'=S(\frac{D+d}{d})^{۲}=۵۰\times(\frac{۳۳۰+۳۰}{۳۰})^{۲}=۷۲۰۰cm^{۲}$$

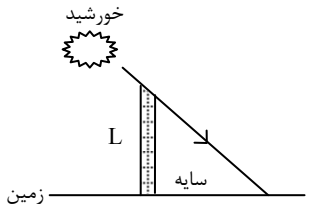
تمرین ۱–۱

۱. یک جسم کدر دایره‌ای به موازات یک دیوار و در فاصله‌ی ۶۰ سانتی‌متری آن قرار دارد. چشمه‌ی نقطه‌ای S را در چه فاصله‌ای از جسم کدر قرار دهیم تا قطر سایه‌ی ایجاد شده ۳ برابر جسم کدر شود؟



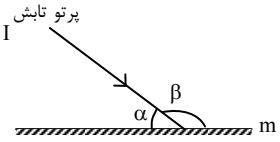
۱) ۳۰cm ۲) ۶۰cm
۳) ۲۰cm ۴) ۴۰cm

۲. یک خط‌کش چوبی با طول L روی زمین به طور قائم قرار گرفته و سایه‌ی آن روی زمین ایجاد شده است. خط‌کش به آرامی بدون آن که پای آن حرکت کند روی زمین می‌افتد. در حین افتادن طول سایه چگونه تغییر می‌کند؟



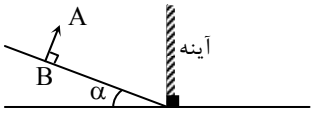
۱) زیاد می‌شود ۲) کم می‌شود
۳) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود. ۴) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود

۳. مطابق شکل، پرتو تابش I بر سطح آینه‌ی تختی می‌تابد. اگر زاویه‌ی β، ۵ برابر زاویه‌ی α باشد، زاویه‌ی تابش چند درجه است؟



۱) ۳۰ ۲) ۶۰
۳) ۱۲۰ ۴) ۱۵۰

۴. جسم کدری مطابق شکل، روی سطح شیب‌دار و در راستای آن به سطح آینه‌ی تختی نزدیک می‌شود. زاویه‌ی جسم با تصویرش چگونه تغییر می‌کند؟



۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد
۳) ثابت می‌ماند ۴) بستگی به زاویه‌ی α دارد

۵. عقربه‌های ساعت در یک آینه‌ی تخت، هشت و بیست و پنج دقیقه را نشان می‌دهد. وقت واقعی کدام است؟

۱) چهار و سی و پنج دقیقه ۲) سه و سی و پنج دقیقه ۳) پنج و بیست و پنج دقیقه ۴) نه و بیست و پنج دقیقه

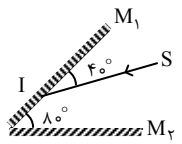
۶. شخصی در فاصله‌ی ۴ متری یک آینه‌ی تخت متحرک ایستاده است. ناگهان آینه با سرعت ثابت $۳\ \frac{m}{s}$ از شخص دور می‌شود. فاصله‌ی شخص از تصویرش پس از ۳ ثانیه چقدر می‌شود؟

۱) ۱۳ متر ۲) ۲۶ متر ۳) ۲۲ متر ۴) ۱۸ متر

۷. وقتی یک دسته پرتو نور واگرا به آینه‌ی تختی می‌تابد. کدام گزینه در مورد پرتوهای بازتابش و نوع تصویر صحیح است؟

۱) واگرا- حقیقی ۲) همگرا- حقیقی ۳) واگرا- مجازی ۴) همگرا- مجازی

۸. در شکل مقابل زاویه‌ی بین پرتو بازتابش از آینه‌ی $M_۲$ با پرتو SI فرودی بر آینه $M_۱$ چند درجه است؟

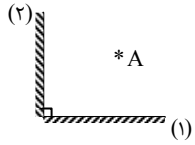


۱) ۴۰ ۲) ۱۶۰
۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۹. اگر فاصله‌ی بین شیء و آینه‌ی تخت ۲ برابر شود، فاصله‌ی بین تصویر تا آینه و طول تصویر (به ترتیب از راست به چپ) چند برابر می‌شود؟

۱) ۱، ۲ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۲ و ۲ ۴) ۴ و ۲

۱۰. در شکل مقابل، زاویه‌ی بین دو آینه‌ی تخت ۹۰° است. از نقطه‌ی A، چند تصویر در آینه‌های (۱) و (۲) می‌توان مشاهده کرد؟

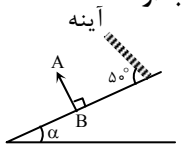


۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

۱۱. آینه‌ی تخت دایره‌ای به شعاع R روی سطح میز افقی است و نقطه‌ای نورانی به فاصله‌ی d از بالای آن و روی خط عمودی است که از وسط آن می‌گذرد. فاصله‌ی آینه از سقف $5d$ است. شعاع دایره‌ی روشن روی سقف برابر کدام است؟

۱) $6R$ ۲) $6d$ ۳) $5R$ ۴) $5d$

۱۲. در شکل مقابل شیء AB بر سطح شیبدار عمود است. زاویه‌ی حاده بین تصویر و سطح شیبدار چنددرجه است؟



۱) 10° ۲) 40°

۳) 80° ۴) 85°

۱۳. دسته پرتو موازی نور به آینه‌ی تختی می‌تابد. اگر با دوران آینه، زاویه‌ی تابش را نصف کنیم، زاویه‌ی بین پرتو تابش و پرتو بازتاب چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۴

۱۴. هنگامی که پرتو نوری بر یک سطح به طور عمود می‌تابد، زاویه‌های تابش $(\hat{i})$ و بازتاب $(\hat{r})$ به ترتیب چند درجه هستند؟

۱) 0 و 90° ۲) 90° و 0 ۳) 90° و 90° ۴) 0 و 0

۱۵. در یک آینه‌ی تخت، فاصله‌ی شیء از تصویرش حداقل شده است. فاصله‌ی تصویر از آینه چقدر است؟

۱) بی‌نهایت ۲) صفر

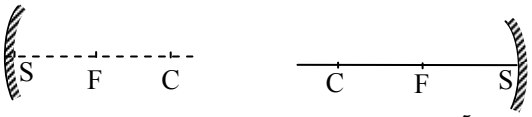
۳) برابر فاصله‌ی شیء از آینه ۴) گزینه‌های (۲) و (۳) صحیح‌اند.

آینه‌های کروی

جلسه‌ی دوم

☜ آینه‌های کروی

نوع ویژه‌ای از آینه‌های خمیده، آینه‌های کروی است. سطح این آینه‌ها، بخشی از سطح یک کره است. اگر سطح درونی کره صیقلی باشد آن را آینه‌ی مقعر (کاو) و اگر سطح برآمده‌ی آن صیقلی باشد آن را آینه‌ی محدب (کوژ) می‌نامند.



آینه‌ی محدب　　آینه‌ی مقعر

☜ اصطلاحات آینه‌ی کروی

(I) مرکز آینه.

مرکز کره‌ای است که آینه قسمتی از آن است و با « C » نشان می‌دهند.

(II) محور اصلی آینه.

خطی است که از مرکز آینه و وسط آینه (S) می‌گذرد.

(III) رأس آینه.

محل برخورد محور اصلی با آینه است. (نقطه‌ی S)

(IV) کانون اصلی آینه.

نقطه‌ای است روی محور اصلی به طوری که هرگاه یک دسته پرتو نور، موازی با محور اصلی به آینه بتابد، پرتوهای بازتاب (یا امتداد آن‌ها) در آن نقطه به هم می‌رسند. (نقطه‌ی F)

(V) فاصله‌ی کانونی آینه.

فاصله‌ی کانون تا آینه است و با « f » نشان می‌دهند.

(VI) شعاع آینه.

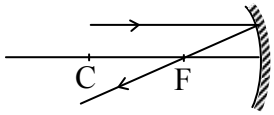
شعاع کره‌ای است که آینه قسمتی از آن است و با « r » نشان می‌دهند.

نکته‌ی ۷. فاصله‌ی کانونی نصف شعاع آینه است: $f = \frac{r}{2}$

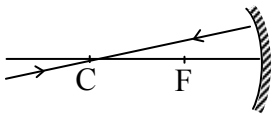
☜ رسم پرتوهای بازتاب در آینه‌های مقعر و محدب

الف) آینه‌ی مقعر.

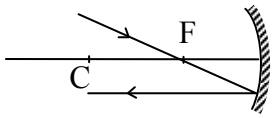
(I) پرتو تابش: موازی محور اصلی است.
پرتو بازتاب: از کانون اصلی می‌گذرد.



(II) پرتو تابش: از مرکز آینه عبور می‌کند.
پرتو بازتاب: روی پرتو تابش برمی‌گردد.

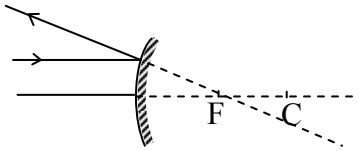


(III) پرتو تابش: از کانون اصلی آینه عبور می‌کند.
پرتو بازتاب: موازی محور اصلی است.

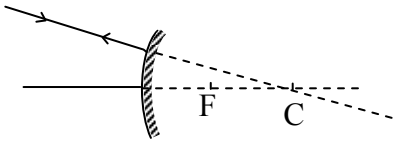


ب) آینه‌ی محدب.

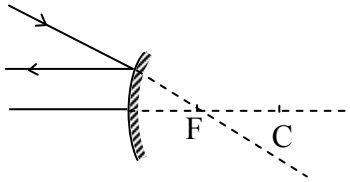
(I) پرتو تابش: موازی محور اصلی است.
امتداد پرتو بازتاب: از کانون اصلی می‌گذرد.



(II) امتداد پرتو تابش: از مرکز آینه عبور می‌کند.
پرتو بازتاب: روی پرتو تابش برمی‌گردد.

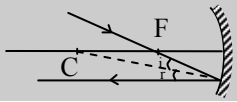


(III) امتداد پرتو تابش: از کانون اصلی آینه عبور می‌کند.
پرتو بازتاب: موازی محور اصلی است.



توجه: در تمام حالت‌های بالا قانون‌های بازتاب نور صادق است و اگر در نقطه‌ی تابش، خط عمود رسم شود، معلوم می‌شود که $(\hat{i} = \hat{r})$ است.

نکته‌ی ۸. در آینه‌های کروی خط عمود بر سطح آینه، از مرکز آینه می‌گذرد.



چگونگی تشکیل تصویر در آینه‌های کروی

برای به دست آوردن تصویر یک نقطه از شیء، رسم حداقل دو پرتو تابش و بازتاب آن‌ها لازم است که محل برخورد دو پرتو بازتاب یا (امتداد آن‌ها) تصویر نقطه‌ی مزبور می‌باشد.

پس از آن می‌توان تصویر شیء را رسم کرد.

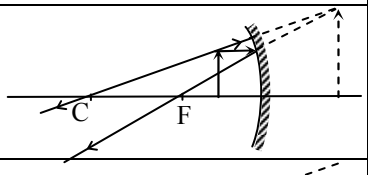
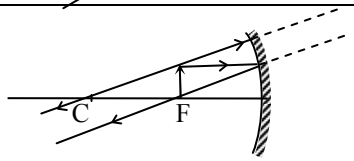
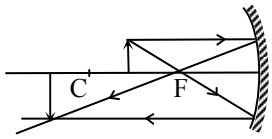
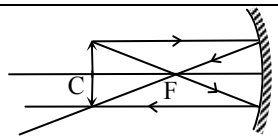
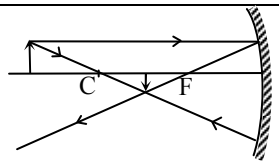
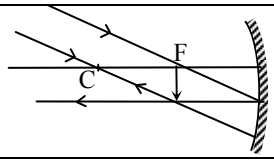
تصویر ایجاد شده در آینه‌ها بر دو نوع است. ۱- حقیقی ۲- مجازی

تصویر حقیقی از برخورد پرتوهای بازتاب و تصویر مجازی از برخورد امتداد پرتوهای بازتاب تشکیل می‌شود.

نکته‌ی ۹. تصویر حقیقی در جلوی آینه و بر روی پرده تشکیل می‌شود ولی تصویر مجازی در پشت آینه تشکیل شده و در آینه قابل رؤیت است.

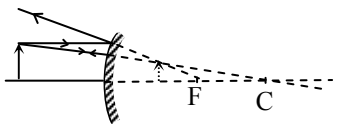
نکته‌ی ۱۰. تصویر حقیقی نسبت به شیء وارونه و تصویر مجازی نسبت به شیء مستقیم است.

الف) تصویر در آینه‌های مقعر:

حالت	محل شیء	محل تصویر	ویژگی تصویر	روش رسم تصویر
۱	بین F و آینه $(\circ < p < f)$	پشت آینه	مجازی- بزرگ‌تر از شیء مستقیم	
۲	روی F $(p = f)$	∞	نامشخص	
۳	بین C , F $(f < p < ۲f)$	خارج C	حقیقی- بزرگ‌تر از شیء وارونه	
۴	روی C $(p = ۲f)$	روی C	حقیقی- هم‌اندازه‌ی شیء وارونه	
۵	خارج C $(۲f < p < \infty)$	بین F , C	حقیقی- کوچک‌تر از شیء وارونه	
۶	∞ $(p = \infty)$	روی F	حقیقی- کوچک‌تر از شیء وارونه	

نکته‌ی ۱۱. کانون آینه‌ی مقعر حقیقی است و در جلوی آینه واقع می‌باشد اما کانون آینه‌ی محدب مجازی بوده و در پشت آینه است.

ب) تصویر در آینه‌های محدب:



در شکل مقابل تصویر یک شیء که مقابل آینه‌ی محدب و عمود بر محور اصلی است، نشان داده شده است. شیء در هر فاصله‌ای مقابل آینه قرار داده شود، تصویر آن کوچک‌تر از شیء، مجازی، نسبت به شیء مستقیم و داخل فاصله‌ی کانونی آینه تشکیل می‌شود.

☜ حرکت شیء و تصویر در آینه‌های کروی

نکته‌ی ۱۲. همواره حرکت شیء و تصویر در خلاف جهت هم صورت می‌گیرد.

نکته‌ی ۱۳. سرعت حرکت تصویر نسبت به شیء با طول تصویر نسبت به شیء متناسب است.

شیء $\ell >$ تصویر $\ell \Leftrightarrow$ شیء V $>$ تصویر V

شیء $\ell <$ تصویر $\ell \Leftrightarrow$ شیء V $<$ تصویر V

نکته‌ی ۱۴. اگر در حین حرکت تصویر طول آن درحال افزایش باشد، اندازه‌ی سرعت تصویر نیز در حال افزایش است و حرکت آن تندشونده خواهد بود.

نکته‌ی ۱۵. اگر در حین حرکت تصویر، طول آن در حال کاهش باشد، اندازه‌ی سرعت تصویر نیز در حال کاهش است و حرکت آن کندشونده خواهد بود.

تست ۱۰. یک شیء با سرعت ثابت از مجاورت آینه‌ی مقعری تا مرکز آن جابه‌جا می‌شود. در این انتقال سرعت تصویر از سرعت شیء . . . است.

۱) بیش‌تر ۲) کم‌تر ۳) ابتدا بیش‌تر و سپس کم‌تر ۴) ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر

پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به حالت از ۱ تا ۳ تشکیل تصویر در آینه‌های مقعر معلوم می‌شود که طول تصویر همواره بزرگ‌تر از طول شیء است. بنابراین همواره: $V_{\text{شیء}} < V_{\text{تصویر}}$

تست ۱۱. یک شیء با سرعت ثابت روی محور اصلی یک آینه‌ی محدب (کوژ) از آن دور می‌شود. تصویر آن چگونه حرکت می‌کند؟

۱) با سرعت ثابت از آینه دور می‌شود. ۲) با سرعت ثابت به آینه نزدیک می‌شود.
۳) با حرکت کندشونده از آینه دور می‌شود. ۴) با حرکت کندشونده به آینه نزدیک می‌شود.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با دور شدن شیء از آینه، طول تصویر کوچک‌تر می‌شود. (وقتی شیء چسبیده به آینه باشد، تصویر نیز چسبیده به آینه بوده و هم‌اندازه‌ی شیء است) پس حرکت آن کندشونده است. ضمن این که تصویر نیز باید از آینه دور شود. زیرا می‌دانیم جهت‌های حرکت شیء و تصویر در خلاف یکدیگرند.

فرمول آینه‌های کروی

در آینه‌های کروی محل تصویر بستگی به فاصله‌ی شیء تا آینه و فاصله‌ی کانونی آینه دارد. فاصله‌ی شیء تا آینه را با p و فاصله‌ی تصویر تا آینه را با q و فاصله‌ی کانونی آینه را با f نشان می‌دهیم.

توجه. چون p و q و f معرف فاصله می‌باشند همه‌ی آن‌ها را مثبت می‌گیریم.
در این صورت رابطه‌ی بین p و q و f به صورت زیر می‌باشد.

۱) آینه‌ی مقعر با تصویر حقیقی : $\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$

۲) آینه‌ی مقعر با تصویر مجازی: $\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$

۳) آینه‌ی محدب : $\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=\frac{-۱}{f}$

تست ۱۲. یک شیء در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری آینه‌ی محدبی که شعاع آن ۱۰ سانتی‌متر است قرار دارد. تصویر آن در چه فاصله از آینه تشکیل می‌شود؟

۱) $۲\,cm$ ۲) $۲/۵\,cm$ ۳) $۴\,cm$ ۴) $\frac{۲۰}{۳}\,cm$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$f=\frac{r}{۲} \Rightarrow f=۵\,cm$$

$$-\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q} \Rightarrow -\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{q}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow q=۴\,cm$$

☜ بزرگ‌نمایی خطی آینه‌ها

نسبت طول تصویر به طول شیء را بزرگ‌نمایی خطی آینه می‌گویند: $m = \frac{A'B'}{AB}$

نکته‌ی ۱۶. بزرگ‌نمایی خطی واحد ندارد.

ثابت می‌شود که بزرگ‌نمایی خطی برابر نسبت فاصله‌ی تصویر تا آینه به فاصله‌ی شیء تا آینه نیز است: $m = \frac{q}{p}$

نکته‌ی ۱۷. از رابطه‌های اخیر می‌توان نتیجه گرفت که: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p}$

نکته‌ی ۱۸.

در آینه‌های تخت همواره: $m = ۱$

در آینه‌های محدب همواره: $m < ۱$

در آینه‌های مقعر: $m > ۱$ ، $m = ۱$ ، $m < ۱$

نکته‌ی ۱۹. رابطه‌های مستقل از « q » در آینه‌های کروی:

آینه‌ی مقعر:

$$\begin{cases} \frac{۱}{p} \pm \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \\ m = \frac{q}{p} \Rightarrow q = mp \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{p} \pm \frac{۱}{mp} = \frac{۱}{f} \Rightarrow m = \pm \frac{f}{p-f} \quad \text{یا} \quad m = \frac{f}{|p-f|}$$

آینه‌ی محدب:

$$\begin{cases} \frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} = \frac{-۱}{f} \\ m = \frac{q}{p} \Rightarrow q = mp \end{cases} \qquad \frac{۱}{p} - \frac{۱}{mp} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow m = \frac{f}{p+f}$$

تست ۱۳. **یک شیء در ۱۲ سانتی‌متری یک آینه‌ی مقعر قرار دارد. تصویر مستقیم که طول آن ۳ برابر طول شیء است، تشکیل شده است. فاصله‌ی کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه‌ی ۳

تصویر مستقیم، همواره مجازی است، بنابراین شیء در فاصله‌ی کانونی آینه واقع است و $(p < f)$

$$m = \frac{f}{|p-f|}$$

$$m = \frac{f}{-p+f} \Rightarrow ۳ = \frac{f}{-۱۲+f} \Rightarrow f = ۱۸ \text{ cm}$$

تست ۱۴. **شیئی در فاصله‌ی $5f$ از یک آینه‌ی کروی قرار دارد. تصویر مجازی و کوچک‌تر از شیء تشکیل شده است. بزرگ‌نمایی خطی آینه چقدر است؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

تصویر مجازی و کوچک‌تر در آینه‌ی محدب تشکیل می‌شود.

$$m=\frac{f}{p+f} \Rightarrow m=\frac{f}{۵f+f} \Rightarrow m=\frac{۱}{۶}$$

نکته‌ی ۲۰. فاصله‌ی شیئ از تصویرش در آینه‌های کروی (Δ):

- اگر تصویر مجازی باشد: $\Delta = p+q$
- اگر تصویر حقیقی باشد:
  - اگر: $m>۱$ $\Leftarrow$ $\Delta = q-p$
  - اگر: $m<۱$ $\Leftarrow$ $\Delta = p-q$

نکته‌ی ۲۱. رابطه‌ی مستقل از « q » و « p » برای محاسبه‌ی فاصله‌ی شیء از تصویرش در آینه‌های کروی:

با حل دستگاه: $\begin{cases} m=\frac{q}{p} \\ \Delta=|p\pm q| \end{cases}$ و استفاده از فرمول آینه‌ها $\leftarrow$ $\Delta=\frac{|m^۲-۱|}{m}f$

تست ۱۵. **آینه‌ی مقعری با فاصله‌ی کانونی $۱۵\,cm$ از شیئی که مقابل آن قرار دارد، تصویر وارونه تشکیل داده است که طول آن ۳ برابر طول شیء است. فاصله‌ی شیء از تصویر چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

روش اول: $\frac{q}{p}=۳ \longrightarrow q=۳p$ $\quad \begin{cases} \frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f} \\ q=۳p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۱۵} \\ q=۳p \end{cases}$

با حل دستگاه فوق:

$p=۲۰\,cm$ و $q=۶۰cm$ در نتیجه: $\Delta=q-p \Rightarrow \Delta=۶۰-۲۰=۴۰\,cm$

روش دوم: $\Delta=\frac{|m^۲-۱|}{m}f \Rightarrow \Delta=\frac{|۳^۲-۱|}{۳}\times ۱۵ \Rightarrow \Delta=۴۰\,cm$

نکته‌ی ۲۲. فاصله‌ی شیء از کانون (a) و فاصله‌ی تصویر حقیقی از کانون (a') در آینه‌های کروی.

ثابت می‌شود که: $m=\frac{f}{a}$ و $m=\frac{a'}{f}$ در نتیجه:

$$\frac{f}{a}=\frac{a'}{f} \Rightarrow aa'=f^۲$$ «رابطه‌ی نیوتن»

تست ۱۶. **یک آینه‌ی مقعر از شیئی که مقابل آن قرار دارد تصویر حقیقی و ۲ برابر شیء تشکیل داده است. شیء را $۵\,cm$ به آینه نزدیک می‌کنیم، تصویر به بی‌نهایت می‌رود. فاصله‌ی کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

بار دوم شیء روی کانون قرار می‌گیرد، پس ابتدا فاصله‌ی شیء از کانون $۵\,cm$ است و بین F و C قرار دارد. (تصویر حقیقی و بزرگ‌تر است)

$$m=\frac{f}{a}$$

$$۲=\frac{f}{۵} \Rightarrow f=۱۰cm$$

تست ۱۷. شیئی به فاصله‌ی ۱۰cm از کانون یک آینه‌ی مقعر قرار دارد. تصویر مجازی و به فاصله‌ی ۶۰cm از آینه است. فاصله‌ی کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$aa' = f^2$$

$$10(60+f) = f^2 \Rightarrow f^2 - 10f - 600 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} f = 30\,cm \\ f = -20cm \quad \text{غ ق ق} \end{matrix}$$

نکته‌ی ۲۳. در آینه‌های کروی اگر شئ به محل تصویر حقیقی‌اش منتقل شود، تصویر نیز به محل شئ منتقل خواهد شد، زیرا رابطه‌ی $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$ نسبت به p و q متقارن است.

$$\begin{cases} \frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f} \\ \frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f} \end{cases} \xrightarrow[(p_2=q_1)]{(p_1=q_2)} \frac{q_1}{p_1}\times\frac{q_2}{p_2}=1 \quad \text{یا} \quad m_1 m_2 = 1$$

تست ۱۸. شیئی در مقابل آینه‌ی مقعری واقع است. طول تصویر حقیقی ایجاد شده ۲cm می‌باشد. اگر شئ به محل تصویر منتقل شود، طول تصویر ۵۰cm خواهد شد. طول شئ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

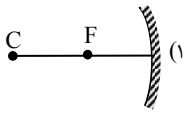
پاسخ: گزینه‌ی ۲

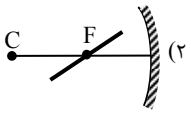
$$m_1 m_2 = 1 \Rightarrow \frac{(A'B')_1}{AB}\times\frac{(A'B')_2}{AB}=1$$

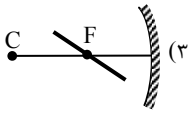
$$\Rightarrow \frac{2}{AB}\times\frac{50}{AB}=1 \Rightarrow AB = 10\,cm$$

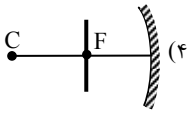
تمرین ۲–۱

۱۶. اگر دهانه‌ی یک آینه‌ی مقعر نسبت به قطر آن بزرگتر باشد، کدام گزینه مکان هندسی کانون‌های فرعی آینه را صحیح نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۷. جسمی به فاصله‌ی d از آینه‌ی مقعری به فاصله‌ی کانونی f واقع است. بزرگ‌نمایی در این حالت $m>1$ است. جسم را چقدر جابه جا کنیم تا بزرگ‌نمایی مجدداً m شود؟

۱) $2(f-d)$ ۲) $2(f+d)$ ۳) $2f$ ۴) $2d$

۱۸. طول تصویر تشکیل شده در یک آینه‌ی مقعر $\frac{1}{4}$ طول شیء است. اگر شیء را $5\ cm$ به آینه نزدیک کنیم طول تصویر نصف طول شیء می‌شود. شعاع آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) $\frac{5}{2}$ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۱۹. مختصات تصویر نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}5\ cm\\2/5\ cm\end{vmatrix}$ در آینه‌ی مقعری به شعاع $20\ cm$ کدام است؟ (مختصات رأس آینه $S\begin{vmatrix}\circ\\\circ\end{vmatrix}$ می‌باشد)

۱) $(-5\ ,\ 2/5)$ ۲) $(-10\ ,\ 5)$ ۳) $(-2/5\ ,\ 5)$ ۴) $(-5\ ,\ 10)$

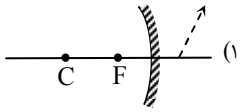
۲۰. شیئی را از فاصله‌ی دور تا کانون یک آینه‌ی مقعر (کاو) به طور یکنواخت به آینه نزدیک می‌کنیم. سرعت انتقال تصویر از سرعت انتقال شیء بیش‌تر یا کم‌تر است؟

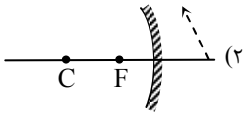
۱) ابتدا بیش‌تر و سپس کم‌تر
۲) ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر
۳) همواره بیش‌تر
۴) همواره کم‌تر

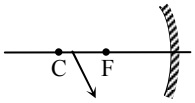
۲۱. یک آینه‌ی مقعر از جسمی که در مقابل آن واقع است تصویری مستقیم و ۳ برابر شیء تشکیل داده است. اگر فاصله‌ی کانونی آینه $6cm$ باشد فاصله‌ی جسم تا تصویر چند سانتی‌متر است؟

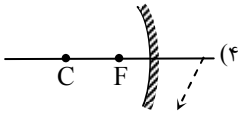
۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

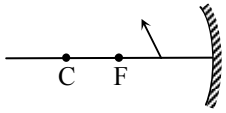
۲۲. در شکل مقابل شیئی را روی محور اصلی آینه‌ی مقعری قرار داده‌ایم. کدام یک از گزینه‌ها می‌تواند تصویر آن باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 



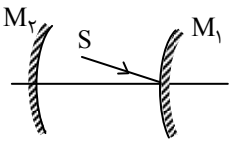
۲۳. شیئی را یک بار در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متری و بار دیگر در فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری آینه‌ی مقعری قرار می‌دهیم. تصویر یک بار حقیقی و بار دیگر مجازی ولی در همان فاصله از آینه تشکیل می‌گردد. فاصله‌ی کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۲۴. شیئی را در چه فاصله از یک آینه‌ی مقعر به فاصله‌ی کانونی f باید قرار داد تا فاصله‌ی میان شیء و تصویر حقیقی آن حداقل باشد؟

۱) $1/5f$ ۲) $2f$ ۳) $4f$ ۴) $6f$

۲۵. پرتو S به وسط آینه‌ی محدب M_1 با فاصله‌ی کانونی $6cm$ می‌تابد و پس از بازتاب به آینه‌ی مقعر M_2 با فاصله‌ی کانونی $10cm$ می‌تابد. فاصله‌ی M_1 و M_2 چند سانتی‌متر باشد، تا پرتو بازتاب بر پرتو تابش منطبق شود؟



۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۲۶. فاصله‌ی کانونی آینه‌ی محدبی f است. شیئی در فاصله‌ی f از آن واقع است. بزرگ‌نمایی خطی آینه در این حالت کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) بی‌نهایت

۲۷. هرگاه یک شیء را از یک آینه دور می‌کنیم تصویر به آینه نزدیک می‌شود. این آینه:

۱) محدب (کوژ) است ۲) مقعر (کاو) است. ۳) تخت است ۴) می‌تواند تخت یا محدب باشد.

۲۸. فاصله‌ی کانونی یک آینه‌ی محدب $۸cm$ است. شیئی را در چه فاصله‌ای از آینه قرار دهیم تا تصویر در $۱۰cm$ آینه تشکیل شود؟

۱) $۵cm$ ۲) $۱۶cm$ ۳) $۴۰cm$ ۴) چنین چیزی امکان ندارد

۲۹. در یک آینه‌ی کروی از شیئی که در فاصله‌ی p از آینه قرار دارد تصویر مستقیم و بزرگ‌تر تشکیل شده است. کدام یک می‌تواند فاصله‌ی کانونی آینه باشد؟

۱) $f=\frac{۳}{۲}p$ ۲) $f=\frac{۳}{۴}p$ ۳) $f=\frac{۱}{۲}p$ ۴) $f=p$

۳۰. یک آینه‌ی مقعر از شیئی که مقابل آن قرار دارد، تصویر حقیقی تشکیل داده است که طول آن m برابر طول شیء است. هرگاه شیء به محل تصویر منتقل شود، در این حالت طول تصویر جدید چند برابر طول شیء خواهد بود؟

۱) m ۲) $m^۲$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{m}$

پاسخ کلیدی تمرینات فصل اول

	۱	۲	۳	۴
۱.	●	○	○	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	●	○
۵.	○	●	○	○
۶.	○	●	○	○
۷.	○	○	●	○
۸.	○	●	○	○
۹.	●	○	○	○
۱۰.	○	●	○	○

	۱	۲	۳	۴
۱۱.	●	○	○	○
۱۲.	●	○	○	○
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	○	○	○	●
۱۶.	○	○	○	●
۱۷.	●	○	○	○
۱۸.	○	●	○	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	●	○	○

	۱	۲	۳	۴
۲۱.	○	●	○	○
۲۲.	●	○	○	○
۲۳.	●	○	○	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	○	○	○	●
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	○	●	○	○
۲۸.	○	○	○	●
۲۹.	●	○	○	○
۳۰.	○	○	○	●

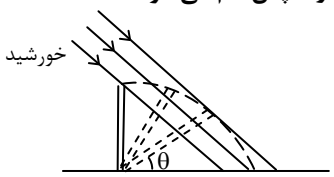
پاسخ تشریحی تمرینات فصل اول

پاسخ تمرین ۱ – ۱

۱.

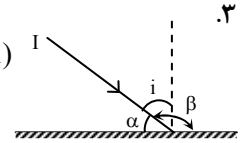
$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p} \Rightarrow ۳=\frac{۶۰+p}{p} \Rightarrow p=۳۰\ cm$$

۲. در وضعیتی که نور خورشید بر دایره مسیر مماس باشد، طول سایه بیش‌ترین است.
طول سایه ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.



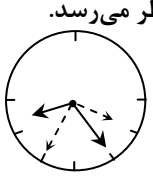
۳.

$$\beta=۵\alpha \Rightarrow ۹۰+i=۵(۹۰-i)$$
$$۶i=۳۶۰ \Rightarrow i=۶۰^\circ$$

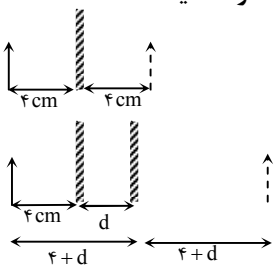


۴. با حرکت جسم AB در راستای سطح زاویه‌ی بین جسم و آینه ثابت می‌ماند، بنابراین زاویه‌ی بین جسم و تصویرش نیز تغییر نخواهد کرد. و مقدار «α» بی‌تأثیر است.

۵. در آینه‌های تخت،تصویر نسبت به شیء وارونه‌ی جانبی دارد. ساعت سه و سی و پنج دقیقه به نظر می‌رسد.



۶. اگر آینه به اندازه‌ی d از شیء دور شود، تصویر به اندازه‌ی ۲d دور می‌شود. پس در یک بازه‌ی زمانی معین سرعت حرکت تصویر دو برابر سرعت حرکت آینه است.



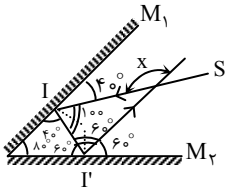
$$v_{تصویر}=۲v_{آینه} \Rightarrow v_{تصویر}=۶\ \frac{m}{s}$$

فاصله‌ی تصویر از شیء

$$x=vt+x_\circ=۶\times۳+(۴+۴)=۲۶\ m$$

۷. اگر پرتوهای نور واگرا به آینه‌ی تختی بتابند، پرتوهای بازتاب از آینه نیز واگرا خواهند بود و امتداد آن‌ها یکدیگر را قطع می‌کند، بنابراین تصویر مجازی خواهد بود.

۸. در مثلث $\overset{\Delta}{SII'}$: $\hat{x}=۱۰۰+۶۰$



$$\hat{x}=۱۶۰^\circ$$

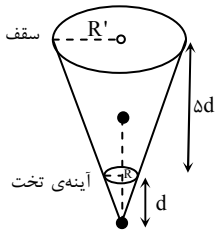
۹. همواره در آینه‌های تخت: $p=q$ پس اگر p دو برابر شود، q نیز دو برابر می‌شود. ضمن این که همواره طول تصویر با طول شیء یکسان است و به فاصله‌ی شیء از آینه بستگی ندارد.

۱۰. تعداد تصویر در آینه‌های تخت متقاطع: $n=\frac{۳۶۰^\circ}{\alpha}-۱$

$$n=\frac{۳۶۰}{۹۰}-۱ \Rightarrow n=۳$$

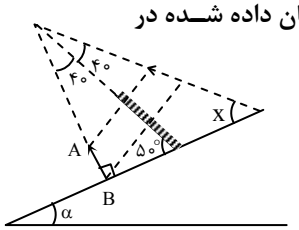
۱۱.

$$\begin{cases}\frac{S'}{S}=(\frac{۶d}{d})^۲\\ \frac{S'}{S}=(\frac{R'}{R})^۲\end{cases} \Rightarrow (\frac{R'}{R})^۲=(\frac{۶d}{d})^۲=۳۶$$



$$\frac{R'}{R}=۶ \Rightarrow R'=۶R$$

۱۲. زاویه‌ی بین شیء و تصویر در آینه‌ی تخت دو برابر زاویه‌ی شیء با آینه است.
در مثلث بزرگ نشان داده شده در شکل می‌توان نوشت:



$$\hat{x}=۱۸۰-(۹۰+۸۰)$$
$$x=۱۰^\circ$$

۱۳. زاویه‌ی بین پرتو تابش و پرتو بازتاب
در حالت اول: $\theta_۱=۲i$
زاویه‌ی بین پرتو تابش و پرتو بازتاب
در حالت دوم: $\theta_۲=۲(\frac{i}{۲})$

$$\begin{cases}\theta_۱=۲i\\ \theta_۲=i\end{cases} \Rightarrow \theta_۲=\frac{۱}{۲}\theta_۱$$

۱۴.

$$\hat{i}=\circ \Rightarrow \hat{r}=\circ$$ (وقتی پرتو نور عمود بر یک سطح بتابد)

۱۵. در یک آینه‌ی تخت وقتی فاصله‌ی شیء از تصویرش حداقل می‌شود که شیء تقریباً چسبیده به آینه باشد که در این حالت تصویر نیز چسبیده به آینه است و

$$p=q=\circ$$

پاسخ تمرین ۲–۱

۱۶. وقتی دهانه‌ی آینه بزرگ باشد، آینه بی‌شمار کانون دارد و مکان هندسی آن‌ها خط عمود بر محور اصلی آینه در نقطه‌ی F است.

۱۷. در حالت اول فاصله‌ی شیء از آینه « d » بوده و تصویر مجازی است $(d < f)$ فرض می‌شود)
و در حالت دوم فاصله‌ی شیء از آینه « d' » بوده و تصویر حقیقی است. $(d' > f$ است)

$$(۱)\quad m = \frac{f}{-d+f} \quad (۲)\quad m = \frac{f}{d'-f} \Rightarrow \frac{f}{-d+f} = \frac{f}{d'-f} \Rightarrow d + d' = ۲f$$

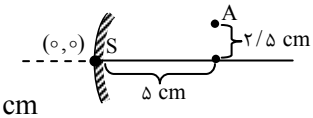
$$\Delta d = d' - d \xrightarrow{\text{طبق رابطه فوق}} \Delta d = ۲f - d - d = ۲(f-d)$$

۱۸. تصویر تشکیل شده حقیقی است:

$$\left.\begin{array}{l}(۱)\quad m = \dfrac{f}{p-f} \Rightarrow \dfrac{۱}{۴} = \dfrac{f}{p-f} \Rightarrow p = ۵f \\ (۲)\quad \dfrac{۱}{۲} = \dfrac{f}{p-۵-f} \Rightarrow ۳f = p-۵\end{array}\right\} \Rightarrow ۳f = ۵f - ۵$$

$$f = ۲/۵ \text{ cm}$$
$$r = ۲f = ۵ \text{ cm}$$

۱۹. چون $x_A < f$ بنابراین تصویر نقطه‌ی A مجازی است.



$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{q} \Rightarrow q = ۱۰ \text{cm}$$

چون تصویر مجازی پشت آینه تشکیل می‌شود در واقع سمت چپ نقطه‌ی S بوده و $x'_A = -۱۰ \text{ cm}$

$$m = \frac{q}{p} = \frac{۱۰}{۵} = ۲ \qquad y'_A = ۲ \times ۲/۵ = ۵ \text{ cm}$$

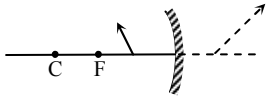
در نتیجه مختصات تصویر (۵ و ۱۰–) است.

۲۰. از دور تا مرکز آینه $(m < ۱) \Leftarrow V_{\text{شیء}} < V_{\text{تصویر}}$
از مرکز تا کانون آینه $(m > ۱) \Leftarrow V_{\text{شیء}} < V_{\text{تصویر}}$
یادآوری: سرعت تصویر نسبت به شیء با طول تصویر نسبت به شیء متناسب است.

۲۱.

$$f = \frac{m\Delta}{|m^۲ - ۱|} \Rightarrow ۶ = \frac{۳ \times \Delta}{|۳^۲ - ۱|} \Rightarrow \Delta = ۱۶ \text{cm}$$

۲۲. هرچه نقطه‌ی (نوک پیکان) به کانون آینه نزدیک‌تر باشد، تصویر آن دورتر از آینه تشکیل می‌شود (زیرا وقتی نقطه به کانون برسد تصویر آن به فاصله‌ی خیلی دور می‌رود) ضمن این که تصویر مجازی و بزرگ‌تر از شیء نیز است.



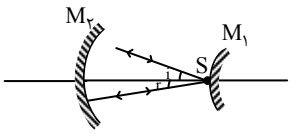
۲۳.

$$\begin{cases}\dfrac{۱}{f} = \dfrac{۱}{p_۱} + \dfrac{۱}{q_۱} & \text{باراول} \\ \dfrac{۱}{f} = \dfrac{۱}{p_۲} - \dfrac{۱}{q_۲} & \text{باردوم}\end{cases} \xrightarrow{(q_۱ = q_۲)} \frac{۲}{f} = \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{p_۲}$$

$$\frac{۲}{f} = \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۲}{f} = \frac{۴}{۳۰} \Rightarrow f = ۱۵ \text{ cm}$$

۲۴. در آینه‌ی مقعر هرگاه شیء بر روی مرکز آینه واقع باشد $(p = ۲f)$، تصویر حقیقی آن نیز روی مرکز تشکیل می‌گردد و فاصله‌ی شیء از تصویرش حداقل $(\Delta = ۰)$ می‌شود.

۲۵. نقطه‌ای که رأس آینه‌ی $M_۱$ است باید مرکز آینه‌ی $M_۲$ نیز باشد زیرا پرتو نوری که از مرکز آینه‌ی مقعر گذشته و به آینه می‌تابد بازتاب آن بر روی خود پرتو تابش منطبق می‌شود.

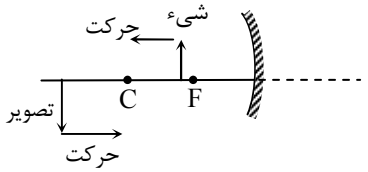


فاصله‌ی دو آینه $= ۲f_۲$
$= ۲ \times ۱۰ = ۲۰ \text{ cm}$

۲۶.

$$m = \frac{f}{p+f} \Rightarrow m = \frac{f}{f+f} \Rightarrow m = \frac{۱}{۲}$$

۲۷. با توجه به این که حرکت‌های شیء و تصویر در آینه‌ها درخلاف جهت یکدیگرند فقط در آینه‌ی مقعر امکان نزدیک شدن تصویر وجود دارد.



۲۸. در آینه‌ی محدب تصویر همواره بین آینه و کانون تشکیل می شود: $۰ < q < f$
بنابراین امکان تشکیل تصویر در فاصله‌ی ۱۰ cm وجود ندارد.

۲۹. تصویر مستقیم و بزرگ‌تر یک تصویر مجازی در آینه‌ی مقعر می‌باشد این تصویر وقتی تشکیل می شود که $(p < f)$ باشد $f = \frac{۳}{۲}p$ می‌تواند صحیح باشد.

۳۰. هرگاه شیء به محل تصویر حقیقی‌اش منتقل شود، تصویر نیز به محل شیء منتقل شده و $m_۱ . m_۲ = ۱$ می‌باشد. بنابراین:

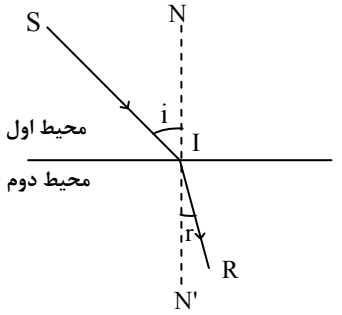
$$\begin{cases} m_۱ = m \\ m . m_۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow m_۲ = \frac{۱}{m}$$

فصل دوم

شکست نور

جلسه‌ی سوم

وقتی نور به طورمایل ازیک محیط شفاف به محیط شفاف دیگرمی تابد، مسیرش تعییرمی‌کند به این پدیده شکت نور می‌گویند (شکل زیر)



SI : پرتو تابش که درمحیط اول واقع است.

IR : پرتو شکست که درمحیط دوم واقع است .

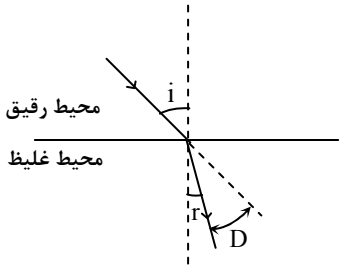
NN' :خط عمود برسطح جدایی دو محیط درنقطه تابش نور است. سطح جدایی دومحیط

$\hat{i}$: زاویه‌ی بین پرتو تابش و خط عمود است که زاویه تابش نامیده می‌شود

$\hat{r}$: زاویه‌ی بین پرتو شکست وخط عموداست که زاویه شکست نامیده می‌شود.

بررسی ها نشان می‌دهدکه:

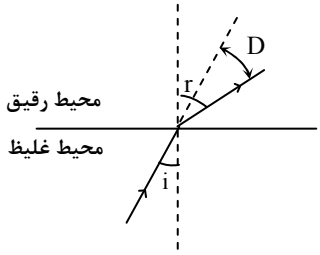
(I) اگر نور از محیط رقیق به محیط غلیظ بتابد، ازمسیر خود منحرف شده و به خط عمود نزدیک می‌گردد در این حالت $(\hat{i} > \hat{r})$



زاویه‌ی انحراف $\hat{D} = \hat{i} - \hat{r}$

(II) اگر نور از محیط غلیظ به محیط رقیق بتابد، از مسیر خود منحرف شده و ازخط عمود دور می‌گردد.

دراین حالت $(\hat{i} < \hat{r})$ است.



زاویه‌ی انحراف $\hat{D} = \hat{r} - \hat{i}$

نکته‌ی ۱. علت شکت نور در واقع تغییر سرعت نور هنگام ورود از محیط اول به محیط دوم است .هرچه محیط شفاف غلیظ‌تر باشد سرعت نور درآن کمتر است.

ضریب شکست

نسبت سرعت نور در خلاء به سرعت نور در یک محیط شفاف را ضریب شکست محیط شفاف می‌نامند و با نماد n نشان می‌دهند.

اگر سرعت نور درخلاء c وسرعت نور در ماده‌ی شفاف v باشد داریم : $\boxed{n = \frac{c}{v}}$

نکته‌ی ۲. ضریب شکست (n) بدون واحد است و همواره : $n \geq 1$ **است زیرا** $c \geq v$ **است .**

نکته‌ی ۳. طبق رابطه‌ی $n = \frac{c}{v}$ **هرچه n بزرگتر باشد v کوچکتر است (c = ثابت)**

یعنی محیط شفاف غلیظ‌تر است : n رقیق $< n$ غلیظ

☜ رابطه‌ی ضریب شکست با سرعت نور در دو محیط

اگر در دو محیط با ضریب شکست‌های n_1, n_2 ، سرعت نور به ترتیب v_1, v_2 باشد خواهیم داشت :

$$\begin{cases} n_1 = \dfrac{c}{v_1} \\ n_2 = \dfrac{c}{v_2} \end{cases} \xrightarrow{\text{از تقسیم طرفین دو رابطه بر هم}} \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} \rightarrow \boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}}$$

$\frac{n_2}{n_1}$ را که ضریب شکست محیط دوم نسبت به محیط اول است .ضریب شکست نسبی دو محیط می‌نامند .

تست ۱. ضریب شکست‌های دو محیط A و B به ترتیب $n_A = 1/5, n_B = 1/8$ هستند .سرعت نور هنگامی که از محیط B به محیط A وارد می‌شود، چگونه تغییر می‌یابد؟

۱) ۳۰٪ - کاهش ۲) ۳۰٪ - افزایش ۳) ۲۰٪ - کاهش ۴) ۲۰٪ - افزایش

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{v_A}{v_B} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت کسرها}} \frac{n_B - n_A}{n_A} = \frac{v_A - v_B}{v_B} \rightarrow \frac{\Delta n}{n_A} = \frac{\Delta v}{v_B}$$

$$\rightarrow \frac{1/8 - 1/5}{1/5} = \frac{\Delta v}{v_B} \rightarrow \frac{0/3}{1/5} = \frac{\Delta v}{v_B} \rightarrow \frac{\Delta v}{v_B} = 0/2 \text{ یا } 20\%$$

چون $n_B > n_A \longleftarrow v_A > v_B$ یعنی سرعت نور افزایش می‌یابد .

☜ قانون‌های شکست نور

۱- پرتو تابش ، پرتو شکست و خط عمود بر سطح جدایی دو محیط هرسه دریک صفحه‌اند.

۲- نسبت سینوس زاویه تابش به سینوس زاویه شکست مقدار ثابت $(\frac{n_2}{n_1})$ است : $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$

رابطه‌ی اخیر به صورت $\boxed{n_1 \sin i = n_2 \sin r}$ نیز نوشته می‌شود و رابطه‌ی (اسنل -دکارت) نام دارد.

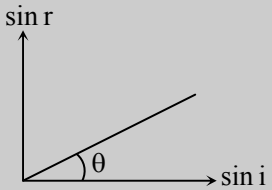
نکته‌ی ۴.

$$\begin{cases} \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}} \Rightarrow \begin{cases} v_1 > v_2 \rightarrow \hat{i} > \hat{r} \\ v_1 < v_2 \rightarrow \hat{i} < \hat{r} \end{cases}$$

بنابراین می‌توان گفت هرچه اختلاف سرعت نور در دو محیط زیادتر باشد، اختلاف دو زاویه‌ی $\hat{i}$ و $\hat{r}$ (زاویه‌ی انحراف) بیشتر است و نور بیشتر شکست پیدا کرده است .

نکته‌ی ۵. هرگاه نور به طور عمود ازیک محیط شفاف به محیط شفاف یکدیگر بتابد $(\hat{i} = 0)$ ، شکست نور رخ نمی‌دهد $(\hat{r} = 0)$

نکته‌ی ۶. نمودار تغییرات $\sin r$ برحسب $\sin i$ خط راست است



$$\text{شیب خط} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\begin{cases} \theta < 45^\circ \rightarrow n_1 < n_2 \rightarrow v_1 > v_2 \\ \theta > 45^\circ \rightarrow n_1 > n_2 \rightarrow v_1 < v_2 \end{cases}$$

تست ۲. پرتو نوری با زاویه‌ی 60° از هوا به محیط شفافی می‌تابد. اگرزاویه‌ی انحراف نور 30° باشد، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟

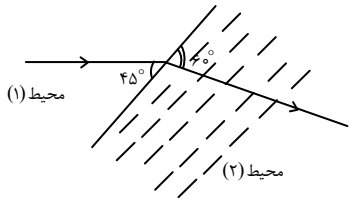
۱) $1/5$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\hat{D} = \hat{i} - \hat{r} \rightarrow 30^\circ = 60^\circ - \hat{r} \rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{1} \rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = n \rightarrow n = \sqrt{3}$$

تست ۳. درشکل زیر نور از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شود نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ چقدر است؟



۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

بادقت درشکل معلوم می‌شود که : $\begin{cases} \hat{i} = 45^\circ \\ \hat{r} = 30^\circ \end{cases}$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$$

تست ۴. ضریب شکست الماس $2/4$ و ضریب شکست آن نسبت به یک مایع شفاف $1/6$ است سرعت نور در این مایع چه کسری از سرعت نور درخلاء است؟

۱) $0/55$ ۲) $0/66$ ۳) $0/77$ ۴) $0/88$

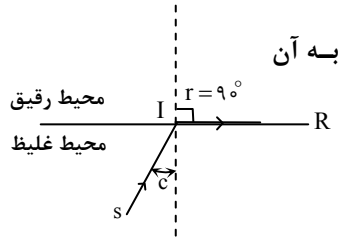
پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\frac{n_{\text{الماس}}}{n_{\text{مایع}}} = 1/6 \rightarrow \frac{2/4}{n_{\text{مایع}}} = 1/6 \rightarrow \quad n_{\text{مایع}} = \frac{2/4}{1/6} = 1/5$$

$$n_{\text{مایع}} = \frac{c}{v_{\text{مایع}}} \rightarrow \frac{v_{\text{مایع}}}{c} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{v_{\text{مایع}}}{c} = \frac{1}{1/5} = 0/66$$

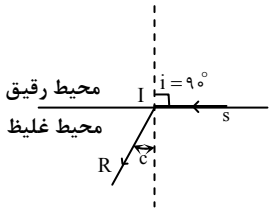
زاویه‌ی حد

(I) هرگاه زاویه تابش در محیط غلیظ به اندازه‌ای برسد که زاویه‌ی شکست 90° شود به آن زاویه‌ی حد گفته می‌شود و با $(\hat{c})$ نشان می‌دهند.



$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{c} \\ \hat{r} = 90^\circ \end{cases}$$

(II) هرگاه زاویه‌ی تابش در محیط رقیق ۹۰° باشد زاویه شکست به اندازه‌ای می‌رسد که به آن زاویه‌ی حد گفته می‌شود.



$$\begin{cases} \hat{r} = \hat{c} \\ \hat{i} = ۹۰^\circ \end{cases}$$

محاسبه‌ی زاویه‌ی حد

$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{c} \\ \hat{r} = ۹۰^\circ \end{cases} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \frac{\sin c}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \sin c = \frac{n_۲}{n_۱}$$

دراین رابطه $n_۲$ ضریب شکست محیط رقیق و $n_۱$ ضریب شکست محیط غلیظ است $(n_۲ < n_۱)$ درنتیجه $\sin c < ۱$ خواهد بود.

$$\begin{cases} \hat{r} = \hat{c} \\ \hat{i} = ۹۰^\circ \end{cases} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_۲}{n_۱} \Rightarrow \frac{\sin ۹۰^\circ}{\sin c} = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \sin c = \frac{n_۱}{n_۲}$$

دراین رابطه $n_۱$ ضریب شکست محیط رقیق و $n_۲$ ضریب شکست محیط غلیظ است $(n_۱ < n_۲)$ درنتیجه همواره $\sin c < ۱$ می‌شود.

مشاهده می‌شود درهردو حالت نتیجه‌ی یکسان حاصل می‌شود و به طور کامل می‌توان گفت :

$$\sin(\text{زاویه‌حد}) = \frac{\text{ضریب شکست محیط رقیق}}{\text{ضریب شکست محیط غلیظ}}$$

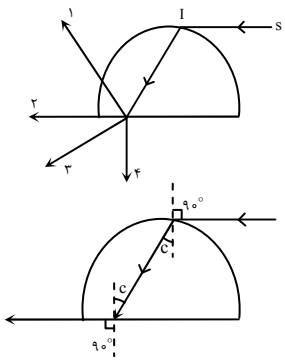
نکته‌ی ۷. هرگاه محیط رقیق خلاء (یاهوا) باشد، زاویه‌ی حد نور برای یک محیط شفاف (n) برابر است با :

$$\sin c = \frac{۱}{n}$$

نکته‌ی ۸. رابطه‌ی زاویه‌ی حد با سرعت نور در دو محیط :

$$\sin(\text{زاویه‌حد}) = \frac{\text{سرعت نور در محیط غلیظ}}{\text{سرعت نور در محیط رقیق}}$$

تست ۵. پرتوی SI مماس بر نیمکره شیشه‌ای تابیده است .کدام یک پرتوی نور خروجی از نیمکره را صحیح نشان می‌دهد؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه‌ی ۲

در ورود پرتوی نور به نیمکره : $\hat{r} = \hat{c} \leftarrow \hat{i} = ۹۰^\circ$

درخروج پرتوی نور از نیمکره : $\hat{r} = ۹۰^\circ \longleftarrow \hat{i} = \hat{c}$

تست ۶. سرعت نور در محیط‌های (۱) و (۲) به ترتیب $۲\times۱۰^۸ \frac{m}{s}$ و $۱/۶\times۱۰^۸ \frac{m}{s}$ است. زاویه‌ی حدنور وقتی از محیط (۲)به محیط (۱) وارد می‌شود چند درجه است؟

۱) ۳۰° ۲) ۳۷° ۳) ۴۵° ۴) ۵۳°

پاسخ: گزینه‌ی ۴

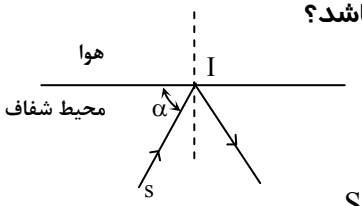
$$\sin c = \frac{v_۲}{v_۱}(v_۲ < v_۱) \rightarrow \sin c = \frac{۱/۶\times۱۰^۸}{۲\times۱۰^۸} = ۰/۸ \rightarrow \hat{c} = ۵۳^\circ$$

بازتاب کلی

هرگاه زاویه تابش درمحیط غلیظ، از زاویه‌ی حد در آن محیط بیشتر شود $(\hat{i} > \hat{c})$ پرتو تابش از آن محیط خارج نمی‌شود بلکه از سطح جدایی دو محیط بازتاب پیدا کرده و به محیط اول برمی‌گردد .

نکته‌ی ۹. هرگاه نور ازمحیط رقیق به محیط غلیظ بتابد، هیچگاه پدیده‌ی بازتاب کلی رخ نمی‌دهد.

تست ۷. درشکل مقابل ضریب شکست محیط شفاف $(n = \sqrt{۲})$ است و پرتوی نور SI از سطح جدایی دو محیط بازتاب کلی پیدا کرده است. کدام یک از اعداد زیر می‌تواند اندازه‌ی زاویه (α) باشد؟



۱) ۴۲° ۲) ۴۷°
۳) ۴۵° ۴) ۶۰°

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\text{Sin}\, c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow \hat{c} = ۴۵^\circ \qquad \hat{i} > ۴۵^\circ \longrightarrow \hat{i} + \hat{\alpha} = ۹۰^\circ \rightarrow \hat{\alpha} < ۴۵^\circ$$

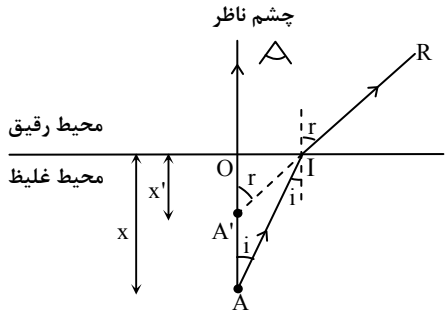
عمق ظاهری

هرگاه به جسم واقع در یک محیط شفاف از داخل محیط شفاف دیگر نگاه کنیم، جسم در محل اصلی خود مشاهده نخواهد شد بلکه یک تصویر مجازی از آن می‌بینیم .علت این مهم به شکست نور مربوط می‌شود .

الف- به جسم واقع در محیط غلیظ از داخل محیط رقیق نگاه می‌کنیم :

دراین حالت تصویر جسم (A') ازخود جسم (A) به چشم نزدیکتر دیده می‌شود .

یعنی $x' < x$ [x عمق واقعی و x' عمق ظاهری نامیده می‌شوند]



$$\overset{\Delta}{AOI}: \tan i = \frac{OI}{OA} \qquad \overset{\Delta}{A'OI}: \tan r = \frac{OI}{OA'} \longrightarrow \frac{\tan i}{\tan r} = \frac{OA'}{OA} \text{ یا } \frac{\tan i}{\tan r} = \frac{x'}{x}$$

چون زاویه‌های $\hat{r}, \hat{i}$ کوچک هستند : $\frac{\tan i}{\tan r} \simeq \frac{\text{Sin}\, i}{\text{Sin}\, r}$ بنابراین :

$$\begin{cases} \frac{\text{Sin}i}{\text{Sin}r} = \frac{x'}{x} \\ \frac{\text{Sin}i}{\text{Sin}r} = \frac{n_۲}{n_۱} \end{cases} \rightarrow \boxed{\frac{x'}{x} = \frac{n_۲}{n_۱}} \quad n_۲ < n_۱$$

معادله‌ی اخیر ضریب شکست‌های دو محیط را به عمق واقعی و عمق ظاهری مربوط می‌کند.

نکته‌ی ۱۰. برای اینکه بدانیم جسم چه مقدار به چشم نزدیکتر می‌شود، می‌توان نوشت :

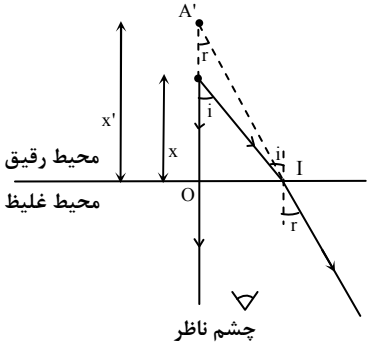
$$\Delta x = x - x' = x - (\frac{n_۲}{n_۱})x \rightarrow \boxed{\Delta x = x(۱ - \frac{n_۲}{n_۱})}$$

ب - به جسم واقع در محیط رقیق از داخل محیط غلیظ نگاه می‌کنیم :

در این حالت تصویر جسم (A') ازخود جسم (A) به چشم دورتر دیده می‌شود

یعنی $x' > x$

با روشی مشابه آنچه در بالا گذشت ثابت می‌شود که:



$$\boxed{\frac{x'}{x} = \frac{n_۲}{n_۱}} \qquad n_۲ > n_۱$$

نکته‌ی ۱۱. مقداری که جسم از چشم دورتر دیده می‌شود :

$$\Delta x = x' - x = (\frac{n_۲}{n_۱})x - x \rightarrow \boxed{\Delta x = x(\frac{n_۲}{n_۱} - ۱)}$$

تست ۸. **کف استخر پر ازآبی ۱/۵ متربالاتر به نظر می‌رسد اگرضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ باشد عمق استخر چند متر است؟**

۱) ۳ ۲) ۴/۵ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی ۳

محیط اول $(n_۱ = \frac{۴}{۳})$ $\Delta x = x(۱ - \frac{n_۲}{n_۱})$

محیط دوم $(n_۲ = ۱)$ $۱/۵ = x(۱ - \frac{۱}{\frac{۴}{۳}}) \Rightarrow ۱/۵ = x(\frac{۱}{۴})$

$$x = ۶\ m$$

تست ۹. **سکه‌ای در کف ظرف قرار دارد ظرف را از مایعی به ضریب شکست ۱/۲ پر می‌کنیم وقتی از بالا به سکه نگاه می‌کنیم آن را ۱ m بالاتر از محل واقعی خود می‌بینیم .اگر این ظرف را از مایعی به ضریب شکست ۱/۵ پر می‌کردیم، سکه چند متر بالاتر از محل واقعی خود دیده می‌شد؟**

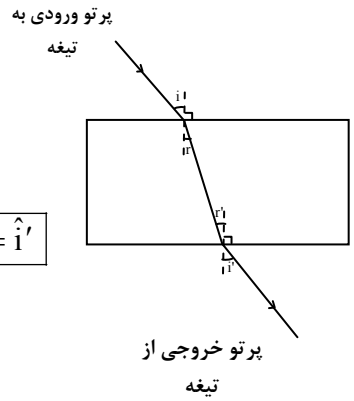
۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳/۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{\cancel{x}(۱ - \frac{۱}{n})}{\cancel{x}(۱ - \frac{۱}{n'})} \rightarrow \frac{۱}{\Delta x'} = \frac{۱ - \frac{۱}{۱/۲}}{۱ - \frac{۱}{۱/۵}} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \Delta x' = ۲m$$

تیغه شیشه‌ای (تیغه متوازی السطوح)

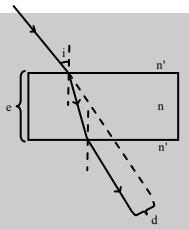
تیغه شیشه‌ای محیط شفافی است که بین دو سطح تخت موازی محصوراست.اگر جنس محیط‌های دو طرف تیغه یکسان باشد $(n_۱ = n_۲)$ پرتوهای نور ورودی وخروجی باهم موازی‌اند.



$$\begin{cases} \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_۱} & (I) \\ \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{n}{n_۲} & (II) \end{cases} \xrightarrow{(n_۱ = n_۲)} \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'} \xrightarrow{(\hat{r} = \hat{r}')} \boxed{\hat{i} = \hat{i}'}$$

درنتیجه پرتوهای ورودی به تیغه و خروجی از تیغه موازی‌اند، پس در این حالت می‌توان گفت که :
تیغه شیشه‌ای راستای نور را تغییر نمی‌دهد بلکه آن را جابه جا می‌کند .

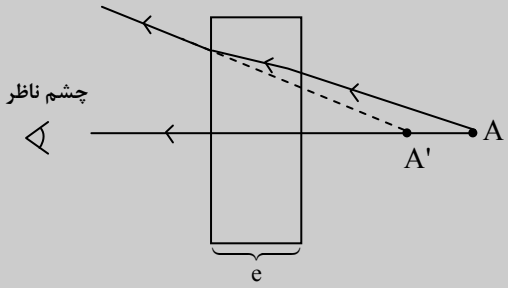
نکته‌ی ۱۲. مقدار جابه جایی پرتوی نور در تیغه شیشه‌ای با رابطه‌ی زیر حساب می‌شود:



$$d = e(1-\frac{n'}{n})\sin i$$

توجه شود که جنس محیط‌های دو طرف تیغه (n') یکسان است.

نکته‌ی ۱۳. هرگاه از پشت یک تیغه شیشه‌ای به جسم (A) نگاه کنیم، ازآن تصویر مجازی (A') را خواهیم دید.



$$AA' = e(1-\frac{n'}{n})$$

دراین رابطه « e » ضخامت تیغه است، n ضریب شکست تیغه و « n' » ضریب شکست محیطی است که تیغه درآن قرار دارد.

$$\begin{cases} \text{اگر: } n' < n & \Rightarrow 0 < AA' \\ \text{اگر: } n' > n & \Rightarrow 0 > AA' \\ \text{اگر: } n' = n & \Rightarrow 0 = AA' \end{cases}$$

(جسم به تیغه نزدیکتر دیده می‌شود)

(جسم از تیغه دورتر دیده می‌شود)

(جسم در جای اصلی خود دیده می‌شود)

نکته‌ی ۱۴. مقدار AA' به « فاصله‌ی جسم تا تیغه » و « مساحت تیغه» بستگی ندارد.

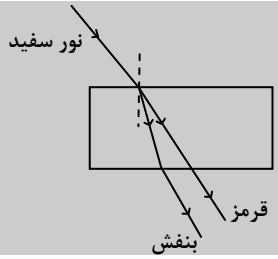
نکته‌ی ۱۵. هرگاه چند تیغه روی هم قرار بگیرند:

اولاً : اگر مجموعه تیغه‌ها دریک محیط واقع باشند، نور ورودی به تیغه اول موازی نور خروجی از تیغه آخر است وبه ضریب شکست تیغه‌ها بستگی ندارد.

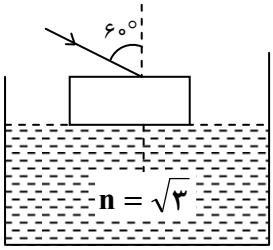
ثانیاً : اگراز پشت آن‌ها به یک جسم نگاه کنیم، فاصله‌ای که جسم نسبت به تیغه مجازاً تغییر مکان می‌دهد برابراست با :

$$AA' = \sum e_i\,(1-\frac{n'}{n_i})$$

نکته‌ی ۱۶. اگر ضخامت تیغه شیشه‌ای زیاد باشد، نور سفید را به رنگ‌های تشکیل دهنده‌ی آن تجزیه می‌کند ولی اگر ضخامت تیغه کم باشد، نور خروجی نیز سفید بنظر می‌رسد.



تست ۱۰. درشکل زیر پرتوی نور با زاویه‌ی 60° ازهوا به تیغه شیشه‌ای که روی مایعی شناور است می‌تابد این پرتو با زاویه‌ی شکست چند درجه وارد مایع می‌شود؟



۱) 30°

۲) 45°

۳) 60°

۴) 90°

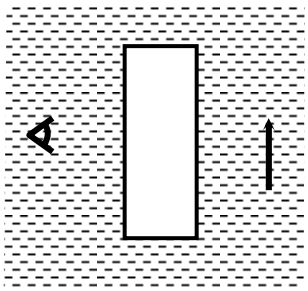
پاسخ: گزینه‌ی ۱

درحل این تست به ضریب شکست تیغه احتیاج نداریم و می‌توان بین دو محیط هوا و مایع مستقیماً رابطه‌ی دکارت را نوشت :

$$\frac{\text{Sin i}}{\text{Sin i}} = \frac{\text{n}}{۱} \rightarrow \frac{\text{Sin ۶۰°}}{\text{Sin r}} = \sqrt{۳}$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲\text{Sinr}} = \sqrt{۳} \rightarrow \text{Sinr} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \hat{\text{r}} = ۳۰°$$

تست ۱۱. ضخامت یک تیغه شیشه‌ای $۱۸\,\text{cm}$ وضریب شکست آن ۱/۵ است .تیغه در داخل مایعی به ضریب شکست ۲ قراردارد جسمی در مقابل تیغه در داخل مایع است وقتی از داخل مایع و پشت تیغه به طور عمود به جسم نگاه کنیم،تصویر آن . . . . .



۱) $۴/۵\,\text{cm}$ نزدیک تردیده می‌شود.
۲) $۴/۵\,\text{cm}$ دورتردیده می‌شود.
۳) $۶\,\text{cm}$ نزدیک‌تردیده می‌شود.
۴) $۶\,\text{cm}$ دورتر دیده می‌شود.

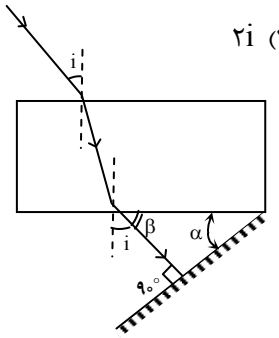
پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\text{AA}' = \text{e}(۱ - \frac{\text{n}'}{\text{n}}) = ۱۸(۱ - \frac{۲}{۱/۵}) \Rightarrow \text{AA}' = -۶\ \text{cm}$$

علامت منفی نشانگر دورتر دیده شدن جسم است.

تست ۱۲. یک دسته پرتو نور موازی با زاویه تابش i بریک وجه تیغه شیشه‌ای می‌تابد و از وجه دیگر آن خارج می‌شود در مسیر پرتوی خروجی آینه تختی است که این پرتو را روی خودش باز می‌تاباند .زاویه بین تیغه و آینه چقدر است؟

۱) صفر ۲) $\frac{\text{i}}{۲}$ ۳) i ۴) ۲i



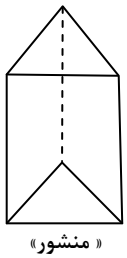
پاسخ: گزینه‌ی ۳

مطابق شکل پرتوی نور خروجی باید برآینه‌ی تخت عمود بتابد تا بازتاب آن بر روی خود پرتو منطبق شود.

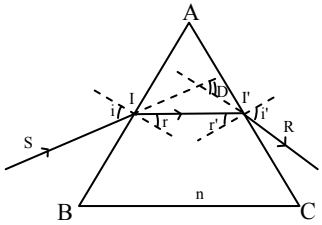
$$\begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{\beta} = ۹۰° \\ \hat{\text{i}} + \hat{\beta} = ۹۰° \end{cases} \rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\text{i}}$$

منشور

منشور محیط شفافی است که بین دو سطح تخت غیر موازی محصور شده است . برای نشان دادن مسیر عبور نور و نحوه‌ی شکست آن در منشور مقطعی از آن را به شکل مثلث در نظر می‌گیریم.


« منشور»

درشکل مقابل پرتوی نور تک رنگ SI بر وجه AB منشور می‌تابد و پس از ورود به منشور به وجه AC منشور می‌رسد (نقطه I') از آن به بعد سه حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد:



(I) : اگر $\hat{r}' < \hat{c}$ باشد نور از وجه AC منشور خارج می‌شود .

(II) : اگر $\hat{r}' = \hat{c}$ باشد نور مماس بر وجه AC از منشور خارج می شود.

(III) : اگر $\hat{r}' > \hat{c}$ باشد در وجه AC بازتاب کلی رخ داده و نور به قاعده منشور نزدیک می‌شود .

درحالت‌های فوق $\hat{c}$ زاویه‌ی حد منشوراست و از رابطه‌ی $\text{Sin}\, c = \frac{1}{n}$ به دست می‌آید که (n) ضریب شکست منشور است و ۱ ضریب شکست هوا است.

فرمول‌های منشور

۱- درنقطه‌ی ورود نور به منشور :

$$\frac{\text{Sin}\, i}{\text{Sin}\, r} = \frac{n}{n'}$$

(n) ضرب شکست منشور و (n') ضریب شکست محیطی است که منشور در آن واقع است .

۲- درنقطه‌ی خروج نور از منشور :

$$\frac{\text{Sin}\, i'}{\text{Sin}\, r'} = \frac{n}{n'}$$

۳- در داخل منشور :

$$A = r + r'$$

$\hat{A}$ زاویه‌ی رأس منشور نامیده می‌شود و $(\hat{r}'), (\hat{r})$ زاویه‌های شکست داخلی می‌باشند .

۴- برای انحراف نور توسط منشور :

$$D = (i + i') - A$$

$\hat{D}$ زاویه‌ی انحراف است و $(\hat{i}'), (\hat{i})$ به ترتیب زاویه‌های ورودی و خروجی می باشند.

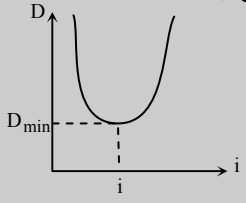
نکته‌ی ۱۷. هرگاه زاویه‌های ورودی وخروجی باهم برابر باشند $(\hat{i} = \hat{i}')$ زاویه انحراف کمترین مقدار را دارد و اصطلاحاً گفته می‌شود منشور در «مینیمم انحراف» است :

$$D_{min} = 2i - A$$

در این حالت:

$$(\hat{r} = \hat{r}') \rightarrow \begin{cases} i = \frac{D_{min} + A}{2} \\ r = \frac{A}{2} \end{cases} \qquad \frac{\text{Sin}\, i}{\text{Sin}\, r} = \frac{n}{n'} \rightarrow \boxed{\frac{n}{n'} = \frac{\text{Sin}\left(\frac{D_{min} + A}{2}\right)}{\text{Sin}\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

نکته‌ی ۱۸. اگر زاویه‌ی ورودی $(\hat{i})$ را از صفر تا 90° تغییر دهیم، زاویه انحراف ابتدا کاهش وسپس افزایش می‌یابد .

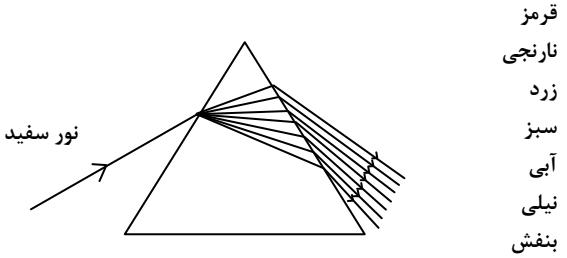


پاشیدگی نور بوسیله منشور

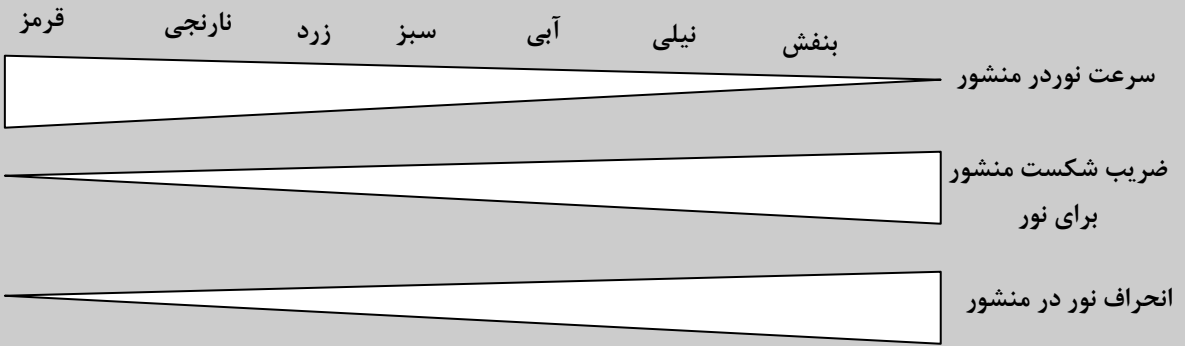
ضریب شکست منشور برای نورهای با رنگ‌های مختلف، متفاوت است به همین سبب زاویه‌ی شکست و همین طور زاویه انحراف برای نورهای بارنگ‌های مختلف یکسان نیست درنتیجه نور سفید با عبور از منشور به نورهای رنگی تشکیل دهنده‌اش ، تفکیک می‌شود که به آن « پاشیدگی » می‌گویند .

نورهای رنگی حاصل از پاشیدگی نور را « طیف آن نور» می‌نامند .

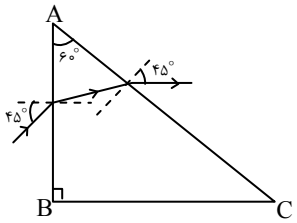
بطور مثال رنگین کمان، طیف نور خورشید است که توسط قطره‌های باران تشکیل می‌شود .



نکته‌ی ۱۹.



تست ۱۳. در شکل زیر مسیر یک پرتوی نور تک رنگ درمنشور نشان داده شده است. ضریب شکست منشور برابر کدام است؟



۱) ۱/۵ ۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

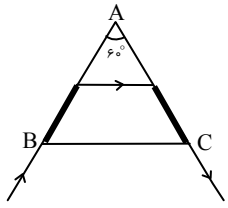
پاسخ: گزینه‌ی ۲

$\hat{i} = \hat{i}' \rightarrow \hat{r} = \hat{r}'$

بنابراین: $\hat{r} = \frac{\hat{A}}{۲} \rightarrow \hat{r} = ۳۰^\circ$

$\frac{\sin i}{\sin r} = n \rightarrow \frac{\sin ۴۵}{\sin ۳۰} = n \rightarrow n = \sqrt{۲}$

تست ۱۳. باتوجه به شکل که مسیر نور را در منشور مشخص کرده است .زاویه‌ی حد منشور برای نور چند درجه است؟



۱) ۳۰° ۲) ۴۲°

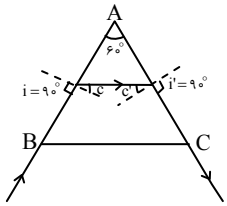
۳) ۶۰° ۴) ۹۰°

پاسخ: گزینه‌ی ۱

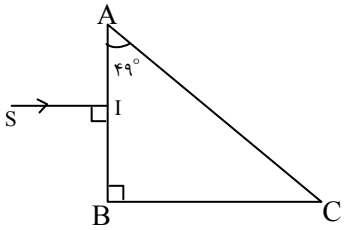
$\hat{A} = \hat{r} + \hat{r}'$

چون : $\hat{r} = \hat{r}' = \hat{c}$

بنابراین : $\hat{A} = \hat{c}$ $\qquad ۶۰ = ۲\hat{c} \rightarrow \hat{c} = ۳۰^\circ$



تست ۱۶. **پرتوی نور تک رنگ SI مطابق شکل عمود بر وجه AB منشور که ضریب شکست آن $\sqrt{۲}$ است، می‌تابد. این پرتو از کدام وجه و با چه حالتی خارج می‌شود؟**



۱) AC - عمود

۲) AC - غیرعمود

۳) BC - عمود

۴) BC - غیر عمود

پاسخ: گزینه‌ی ۴

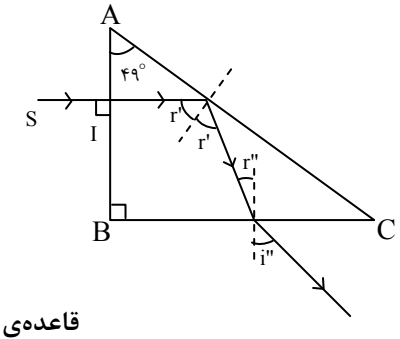
$A = r + r'$

$۴۹^\circ = ۰ + r'$

$\hat{r}' = ۴۹^\circ$

$\text{Sin}\, c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow \hat{c} = ۴۵^\circ$ **: از طرفی**

$\boxed{\hat{r}' > \hat{c}}$ ← **در وجه AC بازتاب کلی رخ می‌دهد و نور به طرف قاعده‌ی منشور (BC) می‌رود و چون** $\hat{r}'' \neq ۰$ **بنابراین** $\hat{i}'' \neq ۰$ **می‌شود یعنی بطور غیر عمود از BC خارج می‌شود**



تمرین ۱– ۲

۱. پرتو نور تک‌رنگی از هوا وارد محیط شفافی می‌شود اگر زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و شکست ۱۶۰° باشد. زاویه‌ی انحراف چند درجه است؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۲. درمدت زمانی که نور مسافت $۴۰cm$ را در شیشه $(n=\frac{۳}{۲})$ طی می‌کند چه مسافتی را در آب $(n=\frac{۴}{۳})$ طی می‌کند؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۳. پرتو نوری به فصل مشترک دو محیط شفاف تابیده و بخشی از آن بازتابش و بخش دیگر دچار شکست می‌شود. اگر زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و باز تابش ۶۰° باشد و زاویه‌ی بین پرتوهای بازتابش و شکست ۱۰۵° باشد، زاویه‌ی حد بین دو محیط چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

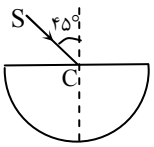
۴. درکف ظرفی به عمق ۱ متر که مایعی به ضریب شکست $\sqrt{۲}$ در آن است چراغ کوچکی قرار دارد مساحت لکه‌ی نورانی ایجاد شده در سطح مایع چند متر مربع است؟

۱) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۲) π ۳) ۱۰π ۴) ۱۰۰π

۵. درظرفی که ضخامت شیشه $(n=\frac{۳}{۲})$ ته آن $۹cm$ است به ارتفاع $۱۰cm$ آب $(n=\frac{۴}{۳})$ و $۱۴cm$ روغن $(n=۱/۴)$ ریخته و آن را روی سکه‌ای می‌گذاریم اگر از بالا و به طور عمود به سکه نگاه کنیم. سکه چند سانتی‌متر بالاتر دیده می‌شود؟

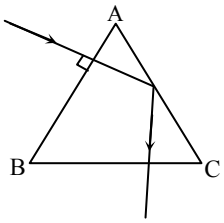
۱) ۴/۵ ۲) ۶/۵ ۳) ۹/۵ ۴) ۱۲/۵

۶. در شکل مقابل پرتو SC به نقطه‌ای C (مرکز نیم استوانه‌ی شفاف) به ضریب شکست $\sqrt{۲}$ تابیده و از طرف دیگر خارج شده است. پرتو خروجی نسبت به پرتو SC چند درجه منحرف شده است؟



۱) صفر ۲) ۱۵
۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۷. نوری مطابق شکل بریک وجه منشور متساوی الاضلاع می‌تابد و از قاعده‌ی آن خارج می‌شود کدام گزینه درباره‌ی ضریب شکست منشور درست است؟

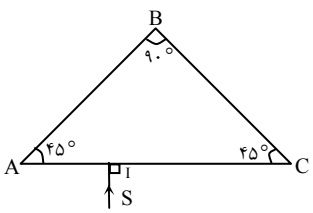


۱) حداکثر $\sqrt{۳}$ است. ۲)حداقل $\sqrt{۳}$ است.
۳) حداکثر $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$است. ۴) حداقل $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ است.

۸. کدام مورد در پدیده سراب صحیح نیست؟

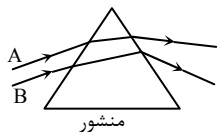
۱) علت این پدیده به شکست نور مربوط می‌شود.
۲) بازتاب کلی نور هنگام ورود ازهوای گرم به هوای سرد رخ می‌دهد.
۳) بازتاب کلی نور هنگام ورود از هوای سرد به هوای گرم رخ می‌دهد.
۴) تصویرآسمان به صورت لایه‌ای از آب مشاهده می‌شود.

۹. در شکل مقابل اگر زاویه‌ی حد منشور ۴۲° باشد، سرانجام پرتو SI چگونه است؟



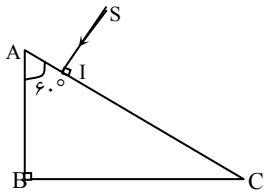
۱) از وجه AB خارج می‌شود.
۲) از وجه BC خارج می‌شود.
۳) مماس بر وجه BC خارج می‌شود.
۴) ازوجه AC خارج می‌شود.

۱۰. با توجه به شکل مقابل پرتو A به رنگ ..... و پرتو B به رنگ ..... می‌باشد.



۱) بنفش- قرمز ۲) آبی – سبز
۳) زرد- سبز ۴) سبز – قرمز

۱۱. به سطح منشور قائم الزاویه‌ای مطابق شکل، پرتو نوری تابیده است پرتو خروجی ازکدام وجه منشور و تحت چه زاویه‌ای نسبت به آن وجه خارج می‌شود؟ (زاویه‌ی حد شیشه منشور ۴۵° است)

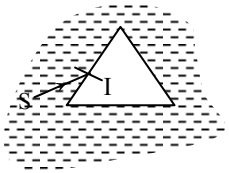


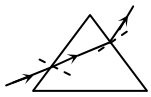
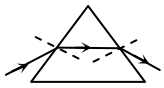
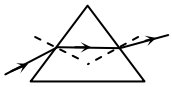
۱) $۴۵^\circ, AB$
۲) $۴۵^\circ, BC$
۳) $۹۰^\circ, AC$
۴) AC, صفر

۱۲. سرعت کدام یک از پرتوهای رنگی زیر در منشور کم‌تر از بقیه است؟

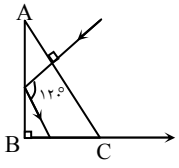
۱) قرمز ۲) زرد ۳) نارنجی ۴) آبی

۱۳. منشوری که درون آن هوا است داخل آب مطابق شکل قرار دارد (ازضخامت جداره‌ی منشور بعلت نازکی صرفنظر می‌شود) پرتو نور تک رنگ SI بر یک وجه منشور می‌تابد کدامیک از جواب‌های داده شده مسیر این پرتو را در عبور از منشور درست نشان می‌دهد؟



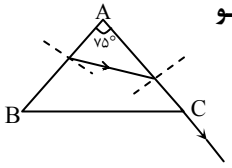
۱) 
۲) 
۳) 
۴)

۱۴. در شکل مقابل مسیر نور در یک منشور نشان داده شده است کدام گزینه درمورد زاویه‌ی رأس منشور (A) و زاویه‌ی حد منشور (c) صحیح است؟



۱) $c = ۳۰ ,\ A = ۳۰^\circ$
۲) $c = ۶۰^\circ, A = ۳۰^\circ$
۳) $c = ۴۵^\circ, A = ۶۰^\circ$
۴) $c = ۳۰^\circ, A = ۶۰^\circ$

۱۵. در شکل مقابل ضریب شکست منشور $\sqrt{۲}$ می‌باشد نور، تحت چه زاویه‌ای بر منشور تابیده شود تا پرتو خروجی، مماس بر وجه مقابل منشور خارج شود؟

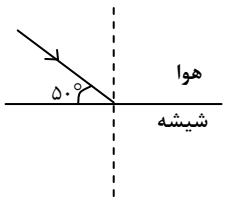


۱) ۴۵°
۲) ۳۰°
۳) ۶۰°
۴) ۹۰°

۱۶. درکف استخری سه لامپ زرد، بنفش و قرمز قرار دارند. اگر از بالا نگاه کنیم کدام لامپ بالاتر دیده می‌شود؟

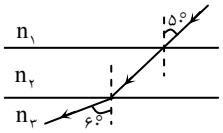
۱) قرمز ۲) زرد
۳) بنفش ۴) هرسه دریک سطح دیده می‌شوند

۱۷. پرتو نوری از هوا به شیشه می‌تابد اگر زاویه‌ی انحراف ۱۵° باشد. زاویه‌ی شکست چند درجه خواهد شد؟



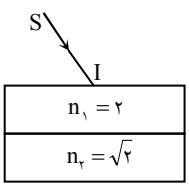
۱) ۶۵°
۲) ۳۵°
۳) ۵۵°
۴) ۲۵°

۱۸. درشکل مقابل مسیر یک پرتو نور در محیط هایی که ضریب شکست آن‌ها $n_۱$ و $n_۲$ و $n_۳$ است. نشان داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟



۱) $n_۳ > n_۱ > n_۲$
۲) $n_۲ > n_۳ > n_۱$
۳) $n_۱ > n_۳ > n_۲$
۴) $n_۲ > n_۱ > n_۳$

۱۹. مطابق شکل دو تیغه‌ی شیشه‌ای با ضریب شکست‌های $n_۲, n_۱$ روی هم قرار گرفته‌اند پرتو SI با زاویه‌ی ۳۰° وارد آن‌ها شده است این پرتو با چه زاویه‌ای ازآن‌ها خارج می‌شود؟



۱) بیش‌تر از ۳۰°
۲) کم‌تر از ۳۰°
۳) ۳۰°
۴) بستگی به ضخامت تیغه‌ها دارد

۲۰. زاویه‌ی رأس منشوری برابر زاویه‌ی حد آن است. در این صورت:

۱) تنها نوری از منشورخارج می‌شود که زاویه‌ی تابش آن کوچکتر از زاویه‌ی حد باشد.

۲) تنها نوری از منشور خارج می‌شود که عمود بروجه منشور بتابد.

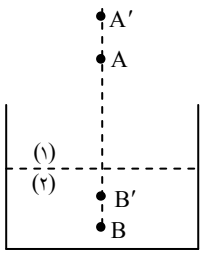
۳) اگر زاویه‌ی تابش نزدیک ۹۰ درجه باشد می‌تواند از وجه مقابل خارج شود.

۴) تمام نورهای تابیده بریک وجه منشور از وجه مقابل خارج می‌شوند.

۲۱. پرتو نوری از هوا وارد تیغه‌ی شیشه‌ای به ضریب شکست ۲ می‌شود اگر زاویه‌ی تابش این پرتو را از صفر تا ۹۰° تغییر دهیم بیش‌ترین زاویه‌ی انحراف این پرتو در موقع شکست چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۲۲. ناظر A ناظر B را در B' و ناظر B ناظر A را در A' می‌بینند. اگر ضریب شکست محیط (۲) نسبت به محیط (۱) برابر n باشد. نسبت $\frac{BA'}{AB'}$ کدام است؟



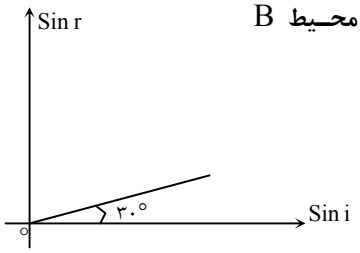
۱) n ۲) $\frac{۱}{n}$

۳) $n-۱$ ۴) $۱-\frac{۱}{n}$

۲۳. ضریب شکست محیط A نسبت به محیط B برابر $\frac{۵}{۴}$ و ضریب شکست محیط B نسبت به محیط C برابر ۲ است. سرعت نور در محیط C چند برابر سرعت نور در محیط A است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۱/۶ ۴) ۲/۵

۲۴. شکل مقابل نمودار تغییرات $\sin r$ نسبت به $\sin i$ را وقتی نور از محیط A وارد محیط B می‌شود نشان می‌دهد کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟



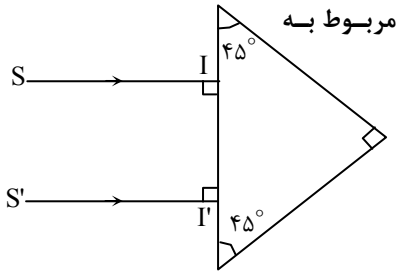
۱) سرعت نور در محیط A بزرگ‌تراست.

۲)سرعت نور در محیط B بزرگ‌تراست.

۳)ضریب شکست محیط A از محیط B کوچکتر است.

۴) گزینه‌های (۱) و (۳) صحیح است.

۲۵. درشکل مقابل ضریب شکست منشور $\sqrt{۲}$ است. زاویه‌ی بین پرتوهای خروجی مربوط به $S'I', SI$ از منشور چند درجه است؟



۱) صفر

۲) ۴۵°

۳) ۹۰°

۴) ۱۸۰°

عدسی‌ها

جلسه‌ی چهارم

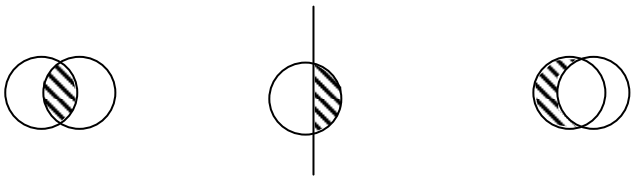
☜ عدسی‌ها

عدسی محیط شفافی است که بین دو سطح کروی و یا یک سطح کروی و یک سطح تخت محصور شده است .

عدسی‌ها بر دو نوع هستند :

۱- عدسی‌های همگرا

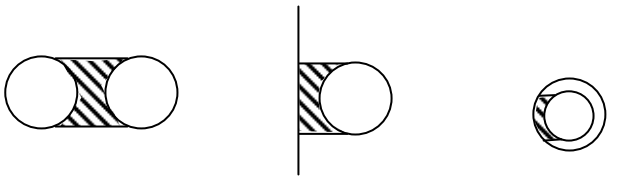
در این عدسی‌ها پرتوهای نور، پس از شکست و عبور از عدسی به هم نزدیک می‌شوند(همگرا می‌شوند.)
درعدسی‌های همگرا، لبه‌های عدسی نازکتر از وسط آن است .



هلالی همگرا　　کوژ - تخت　　دوکوژ

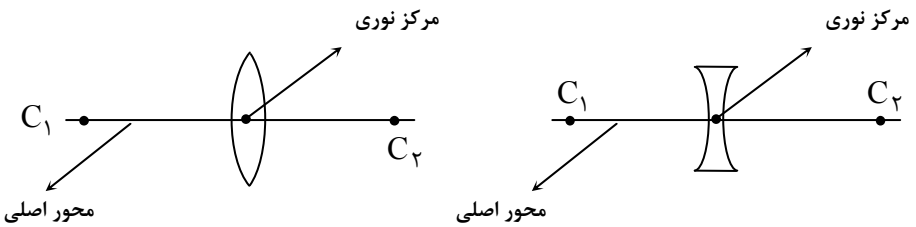
۲- عدسی‌های واگرا

دراین عدسی ها پرتوهای نور، پس از شکست و عبور از عدسی ازهم دور می‌شوند (واگرا می‌شوند).
در عدسی‌های واگرا، لبه‌ها پهن تراز وسط آن است .



هلالی واگرا　　کاو - تخت　　دوکاو

☜ ویژگی‌های عدسی‌ها



الف -محور اصلی :

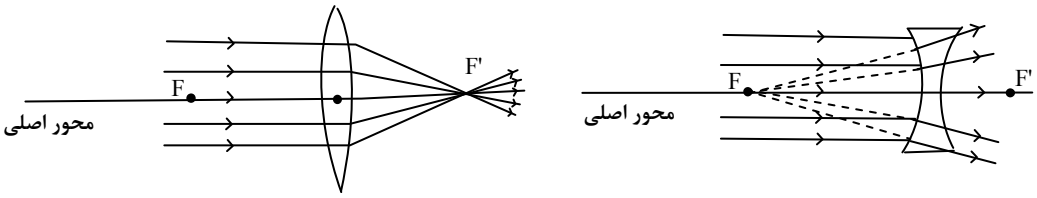
خطی است که از مرکزهای دو سطح کروی عدسی می‌گذرد.

ب -مرکز نوری :

نقطه‌ی میانی عدسی را که روی محور اصلی قرار دارد، مرکز نوری عدسی می‌نامند .هرگاه پرتوهای نور به مرکز نوری عدسی بتابد، بدون انحراف از عدسی خارج می‌شوند.

پ -کانون:

هرگاه پرتوهای نور موازی محور اصلی به عدسی بتابند، چنان شکست پیدا می‌کنند که پرتوهای خروجی (در عدسی همگرا) و یا امتداد آن‌ها (در عدسی واگرا) از نقطه‌ای روی محور اصلی می‌گذرند به این نقطه کانون اصلی گفته می‌شود.



نکته‌ی ۲۰. هر عدسی دو کانون دارد ۱- کانون شئ ۲- کانون تصویر. در عدسی‌های همگرا کانون‌ها حقیقی‌اند و درعدسی‌های واگرا کانون‌ها مجازی هستند.

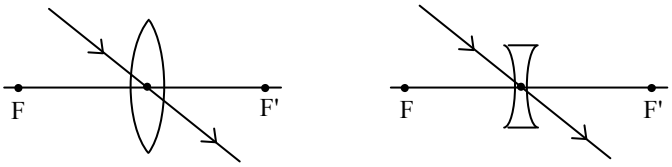
نکته‌ی ۲۱. درعدسی همگرا کانون شئ درطرف شئ وکانون تصویر در طرف تصویر است ولی در عدسی واگرا این موضوع برعکس می‌باشد.

ت : فاصله‌ی کانونی :

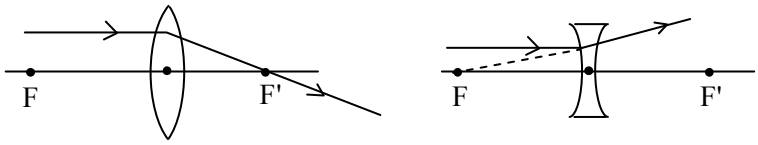
فاصله‌ی کانون تا مرکز نوری عدسی را، فاصله‌ی کانونی عدسی (f) می‌نامند .

رسم پرتوهای شکست در عدسی‌ها

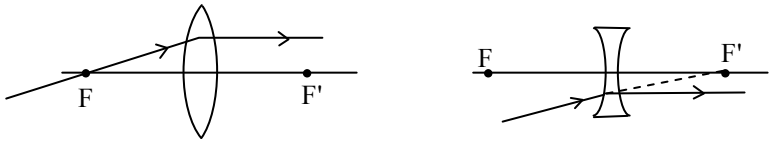
۱- اگر پرتوی نور به مرکز نوری عدسی بتابد، بدون شکست از عدسی خارج می‌شود .



۲- اگر پرتوی نور موازی محور اصلی به عدسی بتابد پس از شکست، خود پرتو (درعدسی همگرا) یا امتدادش (درعدسی واگرا) از کانون می‌گذرد.



۳- اگر خود پرتوی نور (درعدسی همگرا) و یا امتدادش (درعدسی واگرا) از کانون گذشته و به عدسی بتابد، پس ازشکست موازی محور اصلی خارج می‌شود.

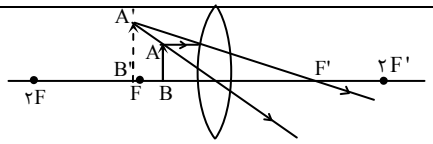
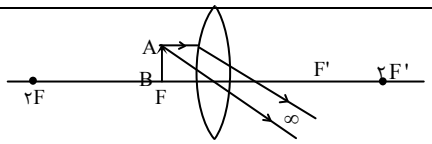
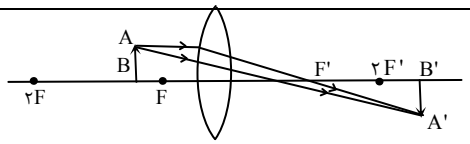
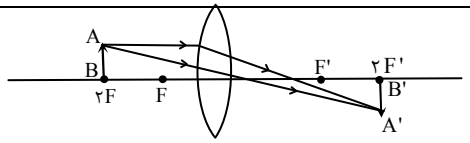
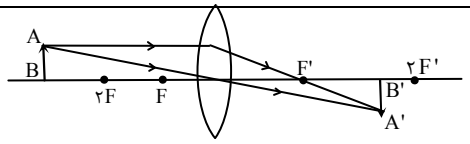
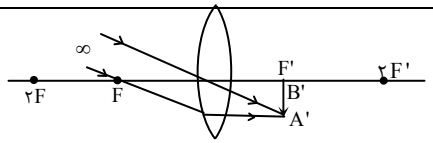


چگونگی تشکیل تصویر درعدسی‌ها

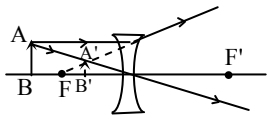
برای رسم تصویر درعدسی‌ها از یک نقطه‌ی شئ که عمود بر محور اصلی است دو پرتوی خاص را که برعدسی می‌تابندمشخص می‌کنیم پرتوهای شکست این دو پرتو (یا امتداد پرتوهای شکست) یکدیگر را دریک نقطه قطع می‌کنند. با معلوم شدن یک نقطه از تصویر، ازآن نقطه به محور اصلی عمود می‌کنیم تا تصویر شئ بدست آید.

نکته‌ی ۲۲. اگر پرتوهای شکست همگرا باشند تصویر حقیقی و چنانچه واگرا باشند تصویر مجازی خواهد بود .

☜ (I) عدسی همگرا

محل شئ	محل تصویر	ویژگی‌های تصویر	شکل
بین کانون و عدسی $p < f$	در طرفی که شئ قرار دارد $q > p$	مجازی - مستقیم - بزرگتر از شیء	
روی کانون $p = f$	بی‌نهایت $q = \infty$	نامشخص	
بین $2F$, F $f < p < 2f$	درطرف مخالف شیء - دورتر از $2F'$ $q > 2f$	حقیقی - وارونه - بزرگتر از شیء	
روی $2F$ $p = 2f$	در طرف مخالف شیء - روی $2F'$ $q = 2f$	حقیقی - وارونه -هم اندازه‌ی شیء	
خارج از $2F$ $p > 2f$	در طرف مخالف شیء - بین F' , $2F'$ $f < q < 2f$	حقیقی - وارونه - کوچکتر از شیء	
فاصله‌ی خیلی دور $p = \infty$	درطرف مخالف شیء - روی F' $q = f$	حقیقی - وارونه - کوچکتر از شیء	

☜ (II) عدسی واگرا



در عدسی‌های واگرا شئ درهر فاصله‌ای مقابل عدسی قرار بگیرد، تصویر آن مجازی، مستقیم، کوچکتراز شئ و داخل فاصله‌ی کانونی تشکیل می‌شود .

☜ محاسبه‌ی فاصله‌ی تصویر تا عدسی

در عدسی‌ها نیز ثابت می‌شود که بین p (فاصله‌ی شئ تا عدسی) و q (فاصله‌ی تصویر تا عدسی) و f (فاصله‌ی کانونی عدسی) رابطه‌ی زیر برقرار است :

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}}$$

در استفاده از رابطه‌ی فوق با قرارداد « حقیقی مثبت و مجازی منفی » خواهیم داشت:

(I) در عدسی همگرا

تصویر حقیقی باشد : $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$

تصویر مجازی باشد : $\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$

(II) در عدسی واگرا

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=-\frac{1}{f}$$

بزرگنمایی عدسی‌ها

نسبت طول تصویر به طول شئ را بزرگنمایی عدسی می‌نامند .

$$\boxed{m=\frac{A'B'}{AB}}$$

درعدسی ها نیز می‌توان را بطه‌ی بزرگنمایی را به صورت زیر نوشت :

$$\boxed{m=\frac{q}{p}}$$

تست ۱۵. ذره بینی به فاصله‌ی کانونی ۵cm از شیئی که در فاصله‌ی ٤cm از آن قرار دارد تصویر تشکیل داده است، طول تصویر چند برابر طول شئ است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

ذره بین یک عدسی همگرا است که شئ درفاصله‌ی کانونی آن قرار می‌گیرد وتصویر مجازی آن تشکیل می‌شود.

$$\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\rightarrow\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۵}\rightarrow\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{q}\rightarrow q=۲۰\ cm$$

$$\begin{cases} m=\dfrac{A'B'}{AB} \\ m=\dfrac{q}{p} \end{cases}\Rightarrow\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}\Rightarrow\frac{A'B'}{AB}=\frac{۲۰}{۴}=۵\Rightarrow A'B'=۵\ AB$$

تست ۱۶. عدسی واگرایی به فاصله کانونی ۶cm ازیک شئ که مقابل آن قرار دارد تصویرتشکیل داده است اگر طول تصویر $\frac{۱}{۳}$ طول شئ باشد، فاصله‌ی تصویر تا عدسی چند سانتی متر است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}\rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{q}{p}\rightarrow P=۳q$$

$$\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=-\frac{۱}{f}\rightarrow\frac{۱}{۳q}-\frac{۱}{q}=-\frac{۱}{۶}\rightarrow-\frac{۲}{۳q}=-\frac{۱}{۶}\rightarrow q=۴\ cm$$

نکته‌ی ۲۳. رابطه‌های مستقل از q در عدسی‌ها:

عدسی همگرا : $m=\dfrac{f}{|p-f|}$

- تصویر حقیقی باشد: $\boxed{m=\dfrac{f}{p-f}}$
- تصویر مجازی باشد: $\boxed{m=\dfrac{f}{f-p}}$

عدسی واگرا : $\boxed{m=\dfrac{f}{p+f}}$

تست ۱۷. عدسی همگرایی تصویرلامپی را برروی یک پرده۳ برابر اندازه‌ی آن نشان می‌دهد اگر عدسی را ۸cm به پـرده نزدیک کنیم، تصویری برابر اندازه‌ی اصلی لامپ تشکیل می‌شود، فاصله‌ی کانونی عدسی چند سانتی‌متر است ؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه‌ی ۲

درحالت اول $m = \frac{f}{p-f} \rightarrow ۳ = \frac{f}{p-f} \rightarrow P = \frac{۴}{۳}f$

درحالت دوم $m' = \frac{f}{p'-f} \rightarrow ۱ = \frac{f}{p+۸-f} \rightarrow \frac{۴}{۳}f + ۸ - f = f \rightarrow f = ۱۲\ cm$

فاصله شئ از تصویرش در عدسی‌ها

عدسی همگرا
- وقتی تصویر حقیقی است: $\boxed{\Delta = p+q}$
- وقتی تصویر مجازی است: $\boxed{\Delta = q-p}$

عدسی واگرا ⟵ $\boxed{\Delta = p-q}$

نکته‌ی ۲۴. اگر فاصله‌ی شئ از تصویرش« Δ» و بزرگنمایی عدسی« m » باشد، فاصله‌ی کانونی عدسی را می‌توان از رابطه‌ی زیر حساب کرد :

$$\boxed{f = \frac{m\Delta}{(m \pm ۱)^۲}}$$

علامت مثبت وقتی است که تصویر حقیقی و علامت منفی وقتی است که تصویر مجازی باشد.

نکته‌ی ۲۵. حداقل فاصله‌ی شئ از تصویرش در عدسی‌ها :

عدسی همگرا :
- تصویر حقیقی: $\boxed{\Delta_{min} = ۴f}$
- تصویر مجازی: $\boxed{\Delta_{min} = ۰}$

عدسی واگرا: $\boxed{\Delta_{min} = ۰}$

تمرین:

ثابت کنید که در عدسی همگرا حداقل فاصله‌ی شئ از تصویر حقیقی‌اش برابر « $۴f$» است.

$$f = \frac{m\Delta}{(m+۱)^۲} \rightarrow \Delta = f\frac{(m+۱)^۲}{m}$$

$$\Delta' m = f\left[\frac{۲m(m+۱) - (m+۱)^۲}{m^۲}\right] \overset{\rightarrow}{=} ۰$$

$$۲m(m+۱) - (m+۱)^۲ = ۰ \rightarrow (m+۱)(m-۱) = ۰ \quad \begin{matrix} m = ۱ \\ m = -۱ \quad غ ق ق \end{matrix}$$

$m = ۱ \leftarrow$ به حالتی مربوط می‌شود که شئ روی $۲F$ قرار دارد $(p = ۲f)$ و تصویرش روی $۲F'$ تشکیل خواهد شد $(q = ۲f)$

$\Delta_{min} = ۲f + ۲f = ۴f$ $\qquad$ $\Delta_{min} = p+q$

تست ۱۸. شیئی در فاصله‌ی p ازیک عدسی واگرا قرار دارد اگر فاصله‌ی شئ از تصویرش ۲۷cm و بزرگنمایی عدسی ۰/٤ باشد .فاصله‌ی کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه‌ی ۳

روش اول: $\begin{cases} \frac{q}{p} = ۰/۴ \\ p - q = ۲۷ \rightarrow p - ۰/۴p = ۲۷ \rightarrow p = ۴۵_{cm} \quad q = ۱۸_{cm} \end{cases}$

$$\frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} = -\frac{۱}{f} \rightarrow \frac{۱}{۴۵} - \frac{۱}{۱۸} = -\frac{۱}{f} \rightarrow \frac{-۳}{۹۰} = -\frac{۱}{f} \rightarrow f = ۳۰_{cm}$$

روش دوم : $f = \frac{m\Delta}{(m-۱)^۲} \rightarrow f = \frac{۰/۴ \times ۲۷}{(۰/۴-۱)^۲} \rightarrow f = ۳۰\,cm$

نکته‌ی ۲۶. رابطه‌های فاصله شئ از کانون شئ (a) و فاصله تصویر از کانون تصویر (a') در عدسی‌ها :

$\boxed{a = \frac{f}{m}}$ (۱) $\boxed{a' = mf}$ (۲) (۱) , (۲) $\Rightarrow$ $\boxed{aa' = f^۲}$

تست ۱۹. شیئی مقابل یک عدسی همگرا قرار دارد اگر فاصله‌ی تصویر وارونه آن تا کانون عدسی برابر $\frac{f}{٤}$ باشد .

بزرگنمایی عدسی چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

اولاً :تصویر وارونه حتماً حقیقی است .

ثانیاً :تصویر حقیقی همواره در طرف مخالف شئ و خارج از فاصله کانونی عدسی تشکیل می‌شود .

روش اول:

$$q = f + \frac{f}{۴} = \frac{۵f}{۴}$$

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۴}{۵f} = \frac{۱}{f} \rightarrow \frac{۱}{p} = \frac{۱}{۵f} \rightarrow p = ۵f \qquad m = \frac{q}{p} = \frac{\frac{۵f}{۴}}{۵f} = \frac{۱}{۴}$$

روش دوم:

$$a' = mf \qquad \frac{f}{۴} = mf \rightarrow m = \frac{۱}{۴}$$

جابه جایی و سرعت تصویر در عدسی‌ها

۱- جابه جایی‌های شئ و تصویر همواره دریک جهت صورت می‌گیرد. (این موضوع برخلاف چیزی است که درآینه‌ها مشاهده شد)

۲- ازشئ و تصویر هر کدام بزرگتر باشد، سرعت بیشتری دارد .

۳- اگر طول تصویر در حال بزرگ شدن باشد، حرکت آن تند شونده و اگر طول تصویر درحال کوچک شدن باشد، حرکت آن کند شونده است .

مطالب فوق چه درعدسی‌های همگرا و چه در عدسی‌های واگرا صدق می‌کند .

تست ۲۰. اگر شیئی را درامتداد محور اصلی به کانون عدسی همگرایی نزدیک کنیم .اندازه تصویر . . . . . .و نسبت به عدسی . . . .می‌شود .

۱) کوچکتر -نزدیک ۲) کوچکتر -دور ۳) بزرگتر -نزدیک ۴) بزرگتر -دور

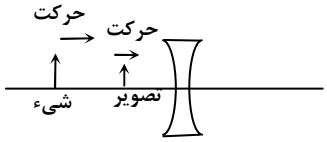
پاسخ: گزینه‌ی ۴

شئ از هر سمتی که به کانون نزدیک شود (تصویر چه مجازی و چه حقیقی باشد) تصویر آن به فاصله‌ی خیلی دور (بی‌نهایت) رفته و اندازه‌ی آن بزرگتر می‌شود :

$$\frac{۱}{p}\pm\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$$

هرگاه: $p\longrightarrow f$ **:** $q\longrightarrow\infty$ **نتیجه می‌شود**

تست ۲۱. شیئی در فاصله‌ی (f) از یک عدسی واگرا قرار دارد. هرگاه شئ با سرعت v به نقطه‌ای روی محور اصلی که فاصله‌ی آن از عدسی $(\frac{f}{۲})$ است منتقل شود .تصویر با سرعت . . . نسبت به عدسی . . . می‌شود .



۱) کمتر از v - دور ۲) بیشتر از v - دور

۳) کمتراز v - نزدیک ۴) v - نزدیک

پاسخ: گزینه‌ی ۳

در این انتقال اندازه‌ی تصویر همواره کوچکتر از اندازه‌ی شئ است بنابراین سرعت تصویر کمتر از v است چون شئ به عدسی نزدیک شده است تصویر مجازی آن نیز به عدسی نزدیک خواهد شد .

توان عدسی‌ها

توانایی عدسی‌های همگرا در همگرا کردن پرتوهای نور و توانایی عدسی‌های واگرا در واگرا کردن پرتوها را توان عدسی می‌گویند . بررسی ها نشان می‌دهد که توان یک عدسی با فاصله‌ی کانونی آن نسبت وارون دارد .

عکس فاصله‌ی کانونی را توان عدسی می‌نامند و آن را با نماد D نشان می‌دهد :

$$D=\frac{۱}{f}$$

در رابطه‌ی اخیر، فاصله‌ای کانونی برحسب متر (m) است. واحد توان عدسی دیوپتر (d) نام دارد .

توجه:

در عدسی همگرا $(D>۰)$ $D=+\frac{۱}{f}$

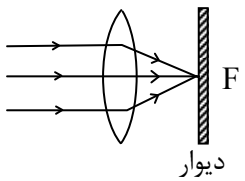
در عدسی واگرا $(D<۰)$ $D=-\frac{۱}{f}$

تست ۲۲. یک عدسی همگرا با توان ۲/۵ دیوپتر را رو به آفتاب می‌گیریم پشت عدسی و روی دیوار یک لکه نورانی تشکیل می‌شود برای آن که کوچکترین و پر نورترین لکه روی دیوار به وجود آید، فاصله‌ی عدسی تا دیوار باید چند سانتی‌متر باشد؟

۱) ۰/۴ ۲) ۴۰ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

پرنورترین لکه را درحالتی خواهیم داشت که کانون عدسی برروی دیوار قرار گیرد .بنابرین فاصله‌ی عدسی از دیوار برابر ۴۰cm خواهد بود .



$$D=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=\frac{۱}{۲/۵}=۰/۴\ m$$
$$=۴۰cm$$

☜ قضیه‌ی توان

اگر چند عدسی نازک با توان‌های $D_1, D_2, D_3, ...$ را به هم بچسبانیم مجموعه آن‌ها در حکم یک عدسی مرکب با توان D می‌باشد به طوری که :

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + ...$$

رابطه‌ی اخیر را می‌توان برحسب فاصله کانونی عدسی‌ها نیز نوشت :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + ...$$

☜ رابطه‌ی توان عدسی با مشخصه‌های عدسی

می‌توان نشان داد که توان عدسی نازک از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید :

$$D = (n - n')(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$ معادله‌ی عدسی سازان

که n', n به ترتیب ضریب شکست‌های جنس عدسی و محیط اطراف و R_1 , R_2 شعاع‌های انحنای دو سطح عدسی هستند :

توجه : R_1 , R_2 **برای سطوح کوژ مثبت و برای سطوح کاو منفی در نظر گرفته می‌شوند.**

تست ۲۳. عدسی همگرایی به فاصله‌ی کانونی ۲۰cm را به عدسی نا مشخص می‌چسبانیم عدسی مرکب حاصل، توان ۲ دیوپتر دارد. عدسی نامشخص چه نوعی بوده و توان آن چند دیوپتر است؟

۱) همگرا ، $\frac{1}{3}$ ۲) همگرا، ۳ ۳) واگرا، $-\frac{1}{3}$ ۴) واگرا، ۳-

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{0/2} \rightarrow D = +5d$$
$$D = D_1 + D_2 \rightarrow 2 = 5 + D_2 \rightarrow D_2 = -3(d)$$

چون $D_2 < 0$ است، پس عدسی دوم واگرا می‌باشد .

تست ۲۴. یک عدسی تخت -کوژ از شیشه‌ای به ضریب شکست ۱/۵ ساخته شده است .شعاع انحنای سطح کوژ این عدسی ۴۵cm است فاصله‌ی کانونی این عدسی در هوا $(n = 1)$ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲۲/۵ ۲) ۶۷/۵ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\begin{cases} R_1 = \infty \text{ شعاع سطح تخت} & D = \frac{1}{f} = (n - n')(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \\ R_2 = 45\,cm \text{ شعاع سطح کوژ} & \frac{1}{f} = (1/5 - 1)(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{45}) \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{0/5}{45} \rightarrow f = 90cm \end{cases}$$

☜ دستگاه های نوری

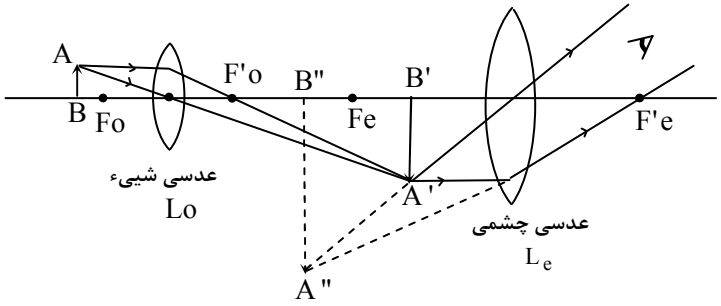
از عدسی‌ها در ساخت دستگاه‌های نوری استفاده می‌شود. در ذیل به دو نمونه مهم از دستگاه‌های نوری اشاره می‌کنیم:

۱- میکروسکوپ

ساختمان اصلی میکروسکوپ، دو عدسی همگرای هم محور است. یک عدسی شیئی (با فاصله‌ی کانونی حدود چند میلی متر) و دیگری عدسی چشمی (با فاصله‌ای کانونی حدود چند سانتی‌متر).

عدسی شیئی ازشئ مورد نظر تصویری حقیقی، وارونه و بزرگتر ازشئ را تشکیل می‌دهدکه با تنظیم میکروسکوپ این تصویر $(A'B')$ در داخل فاصله کانونی عدسی چشمی قرار می‌گیردکه برای این عدسی به منزله شئ حقیقی عمل می‌کند.

عدسی چشمی از آن تصویر نهایی $(A''B'')$ را ایجاد می‌کند که مجازی، نسبت به شئ وارون و از شئ بزرگتر است.



نکته‌ی ۲۷. $(f_o < f_e \rightarrow D_o > D_e)$ یعنی توان عدسی شیئی بیشتراز توان عدسی چشمی است.

نکته‌ی ۲۸. رابطه‌های مربوط به عدسی‌های میکروسکوپ:

عدسی چشمی $\begin{cases} \frac{1}{p_e} - \frac{1}{q_e} = \frac{1}{f_e} \\ m_e = \frac{A''B''}{A'B'} \quad (\text{بزرگنمایی}) \end{cases}$ (بزرگنمایی)

عدسی شیئی $\begin{cases} \frac{1}{p_o} + \frac{1}{q_o} = \frac{1}{f_o} \\ m_o = \frac{A'B'}{AB} \quad (\text{بزرگنمایی}) \end{cases}$

نکته‌ی ۲۹. بزرگنمایی میکروسکوپ:

$$\boxed{m = m_o \times m_e} \quad \text{یا} \quad \boxed{m = \frac{A''B''}{AB}}$$

نکته‌ی ۳۰. فاصله‌ی عدسی های شیئی و چشمی از یکدیگر (طول لوله میکروسکوپ):

$$\boxed{L = q_o + p_e}$$

تست ۲۵. **فاصله‌ی کانونی عدسی شیئی میکروسکوپی ٤ میلی‌متر بوده وشئ کوچکی به فاصله‌ی ٤/۲ میلی‌متر از عدسی واقع است. اگر بزرگنمایی عدسی چشمی ۲۵ باشد، بزرگنمایی میکروسکوپ کدام است؟**

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۱۵۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{1}{p_o} + \frac{1}{q_o} = \frac{1}{f_o} \rightarrow \frac{1}{4/2} + \frac{1}{q_o} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{q_o} = \frac{0/2}{16/8} \rightarrow q_o = 84_{cm}$$

$$m_o = \frac{q_o}{p_o} = \frac{84}{4/2} = 20 \qquad m = m_o \times m_e = 20 \times 25 = 500$$

۲- دوربین نجومی:

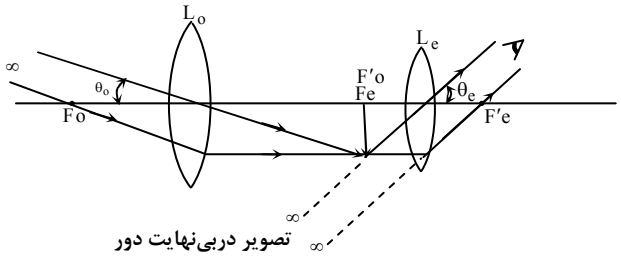
این وسیله نیز مانند میکروسکوپ از دوعدسی همگرای هم محور درست شده است. یکی عدسی شیئی (با فاصله‌ی کانونی حدود متر) و دیگری عدسی چشمی (با فاصله‌ی کانونی حدود چند سانتی‌متر).

عدسی شیئی دو کار انجام می‌دهد: اولاً باید تا جایی که ممکن است نور را جمع کند به همین سبب قطر آن زیاد است .

ثانیاً : از شئ در بی نهایت دور تصویری حقیقی و وارون تشکیل می‌دهد.

با تنظیم دوربین نجومی این تصویر درکانون عدسی چشمی قرار می‌گیرد زیرا کانون‌های دو عدسی برهم منطبق شده اند.

عدسی چشمی تصویری مجازی، نسبت به شئ وارون و کوچکتر از شئ را ایجاد می‌کند که در بی‌نهایت دور دیده می‌شود.



تصویر دربی‌نهایت دور

نکته‌ی ۳۱. $(f_o > f_e \rightarrow D_o < D_e)$ یعنی توان عدسی شیئی کمتراز توان عدسی چشمی است.

نکته‌ی ۳۲. فاصله‌ی عدسی‌های شیئی و چشمی ازیکدیگر (طول لوله‌ی دوربین نجومی):

$$\boxed{L = f_o + f_e}$$

نکته‌ی ۳۳. بزرگنمایی دوربین نجومی:

بزرگنمایی دوربین نجومی نشانگر قدرت تفکیک آن است.

$$\boxed{m = \frac{\theta_e}{\theta_o}} \quad \text{یا} \quad \boxed{m = \frac{f_o}{f_e}}$$

هرچه θ_e نسبت به θ_o افزایش یابد، قدرت تفکیک دوربین نجومی زیادتر خواهد شد.

تست ۲۶. بزرگنمایی یک دوربین نجومی ۲۰ است طول موثر لوله‌ی دوربین ۲/۱ m می‌باشد. توان عدسی‌های شیئی و چشمی آن به ترتیب کدام است؟

۱) $۰/۱d, ۲d$ ۲) $۲d, ۰/۱d$ ۳) $۰/۵d, ۱۰d$ ۴) $۱۰d, ۰/۵d$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$m = \frac{f_o}{f_e} \rightarrow ۲۰ = \frac{f_o}{f_e} \rightarrow \begin{cases} f_o = ۲۰ f_e \\ f_o + f_e = ۲/۱ \end{cases} \rightarrow f_o = ۲\,m \quad , \quad f_e = ۰/۱\,m$$

بنابراین:

$$D_o = \frac{۱}{f_o} \rightarrow D_o = ۰/۵\,d$$

$$D_e = \frac{۱}{f_e} \rightarrow D_e = ۱۰\,d$$

تست ۲۷. توان یک عدسی همگرا ۲۰ دیوپتر است این عدسی برای کدام یک از نقش‌های زیرمناسب است؟

۱) عدسی شیئی میکروسکوپ ۲) عدسی شیئی دوربین نجومی

۳) عدسی چشمی دوربین نجومی و میکروسکوپ ۴) نمی‌توان پیش بینی کرد

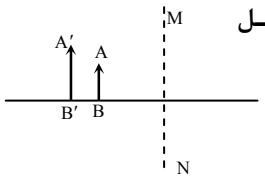
پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$D = \frac{۱}{f} \rightarrow f = \frac{۱}{D} = \frac{۱}{۲۰} = ۰/۰۵\,m \rightarrow f = ۵\,cm$$

می‌دانیم فاصله‌ی کانونی عدسی چشمی در دوربین نجومی و میکروسکوپ درحدود چند سانتی‌متر است.

تمرین ۲-۲

۲۶. در شکل مقابل، $A'B'$ تصویر شئ AB است که به علت وجود وسیله‌ای نوری و واقع در محل MN تشکیل شده است این وسیله کدام است ؟



۱)آینه‌ی مقعر ۲) آینه‌ی محدب
۳)عدسی همگرا ۴)عدسی واگرا

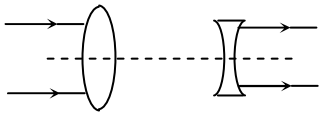
۲۷. توان یک عدسی ۴ دیوپتر است برای این عدسی حداقل فاصله‌ی بین یک جسم و تصویر حقیقی آن چند سانتی متراست ؟

۱) صفر ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۲۸. دریک ذره بین از جسمی به طول $2/5\ cm$ تصویری به طول $10cm$ تشکیل شده است اگر فاصله‌ی جسم از تصویرش ۱۸ سانتی متر باشد فاصله ی کانونی ذره بین چند سانتی متر است ؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

۲۹. در شکل مقابل یک دسته نور موازی به عدسی همگرا به فاصله‌ی کانونی $40cm$ می‌تابد. یک عسی واگرا به فاصله‌ی کانونی $30cm$ را درچه فاصله‌ای (برحسب سانتی‌متر) از عدسی همگرا قرار دهیم تا نور خروجی موازی باشد؟



۱) ۲۰ ۲) ۵۰
۳) ۱۰ ۴) ۷۰

۳۰. عدسی همگرایی به فاصله ی کانونی $3cm$ مابین یک جسم و یک دیوار واقع است به طوری که تصویر جسم بر روی دیوار تشکیل شده است اگر عدسی را $8cm$ جابه جا کنیم تصویر جسم مجدداً روی دیوار تشکیل می‌شود فاصله‌ی جسم از دیوار چند سانتی متر است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۳۱. جسمی در مقابل عدسی واگرایی واقع است طول تصویر ایجاد شده $2cm$ می‌باشد اگر جسم به محل تصویر منتقل شود طول تصویر $50cm$ خواهد شد. طول جسم چند سانتی متر است ؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

۳۲. تصویری که در میکروسکوپ از یک جسم بسیار کوچک دیده می‌شود . . . است.

۱) مجازی و مستقیم ۲) مجازی و وارون ۳) حقیقی و مستقیم ۴) حقیقی و وارون

۳۳. توان یک عدسی درحدود $+500D$ است این عدسی برای کدام یک از نقشهای زیر مناسبتر است؟

۱) عدسی چشمی میکرو سکوپ ۲) عدسی شیئی میکروسکوپ
۳)عدسی چشمی دوربین نجومی ۴) عدسی شیئی دوربین نجومی

۳۴. فاصله‌ی یک شئ از عدسی واگرایی ۴ برابر فاصله‌ی کانونی عدسی است. دراین صورت طول شیء چند برابر طول تصویر است ؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۵. یک عدسی از جسمی، تصویر وارونه تشکیل داده است که طول آن $\frac{1}{5}$ طول جسم می‌باشد فاصله‌ی جسم از عدسی چقدر است؟

۱) $\frac{f}{5}$ ۲) $\frac{f}{6}$ ۳) $5f$ ۴) $6f$

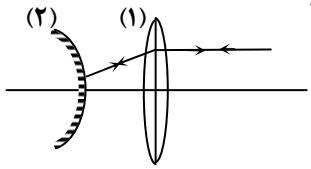
۳۶. جسمی را در مقابل عدسی همگرا یکبار در فاصله‌ی بین $F, 2F$ و بار دیگر در فاصله‌ی کم‌تر از F قرار می‌دهیم طول تصویر در حالت دوم نسبت به طول تصویر در حالت اول چگونه است؟

۱) بزرگ‌تر ۲) کوچکتر ۳) برابر ۴) بزرگ‌تریا کوچکتر یا برابر

۳۷. فاصله‌ی کانونی عدسی واگرایی $30cm$ است تصویر جسمی که در فاصله‌ی P از عدسی واقع است در ۱۵ سانتی متری عدسی تشکیل شده است اگر جسم به فاصله‌ی ۱۵ سانتی متری عدسی انتقال یابد، جابه جایی تصویر چقدر است؟

۱) $15cm$ و از عدسی دور می‌شود. ۲) $10cm$ و به عدسی نزدیک می‌شود.
۳) $10cm$ و از عدسی دور می‌شود. ۴) $5cm$ و به عدسی نزدیک می‌شود.

۳۸. در شکل مقابل اندازه فاصله‌ی کانونی عدسی f_1 و اندازه‌ی فاصله‌ی کانونی آینه f_2 است. فاصله‌ی عدسی تا سطح آینه کدام است؟

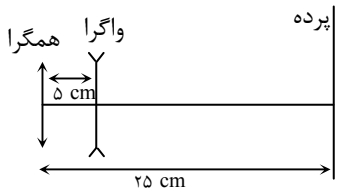


۱) $f_1 - f_2$
۲) $f_1 + f_2$
۳) $2f_1 - f_2$
۴) $f_1 - 2f_2$

۳۹. بین یک شمع روشن و پرده‌ای که در فاصله‌ی ۲ متری آن قرار دارد عدسی همگرایی را به موازات پرده و شمع جا به جا می‌کنیم مشاهده می‌شود که فقط در یک وضعیت عدسی تصویر واضح از شمع برروی پرده تشکیل می‌دهد توان این عدسی برحسب دیوپتر برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۴۰. عدسی همگرایی به فاصله‌ی کانونی ۱۵ سانتی‌متر را مقابل جسم واقع در بی‌نهایت دور می‌گذاریم اگر عدسی واگرایی به فاصله‌ی کانونی f را پشت آن مطابق شکل قرار دهیم تصویر نهایی جسم بر روی پرده قائم تشکیل می‌شود. قدر مطلق فاصله‌ی کانونی عدسی دوم چند سانتی متر است؟



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

۴۱. هرگاه یک عدسی دوکوژ با ضریب شکست n در یک محیط با ضریب شکست n' قرار گیرد و $(n' > n)$ باشد. توان عدسی:

۱) کاهش می‌یابد. ۲)افزایش می‌یابد. ۳)تغییر نمی‌کند. ۴) چنین چیزی امکان ندارد.

۴۲. در دوربین نجومی . . . تشکیل می‌شود.

۱) یک تصویر مجازی در بی نهایت دور و مستقیم و بزرگ‌تر از جسم
۲) یک تصویر حقیقی در بی‌نهایت دور و مستقیم و بزرگ‌تر از جسم
۳) دو تصویر، یکی حقیقی در کانون عدسی شیئی و دیگری مجازی در بی نهایت دور
۴) دو تصویر، یکی مجازی درکانون عدسی شیئی و دیگری حقیقی در بی نهایت دور

۴۳. در یک میکروسکوپ فاصله‌ی عدسی‌های آن از یکدیگر $20/4\,cm$ می‌باشد جسم کوچکی به فاصله‌ی $4/2\,mm$ از عدسی شیئی $(f_o = 4\,mm)$ قرار دارد و تصویر واضحی از آن در عدسی چشمی مشاهده می‌شود کدامیک از مقادیر زیر می‌تواند فاصله‌ی کانونی عدسی چشمی باشد؟

۱) $8\,cm$
۲) $10\,cm$
۳) $12\,cm$
۴) $15\,cm$

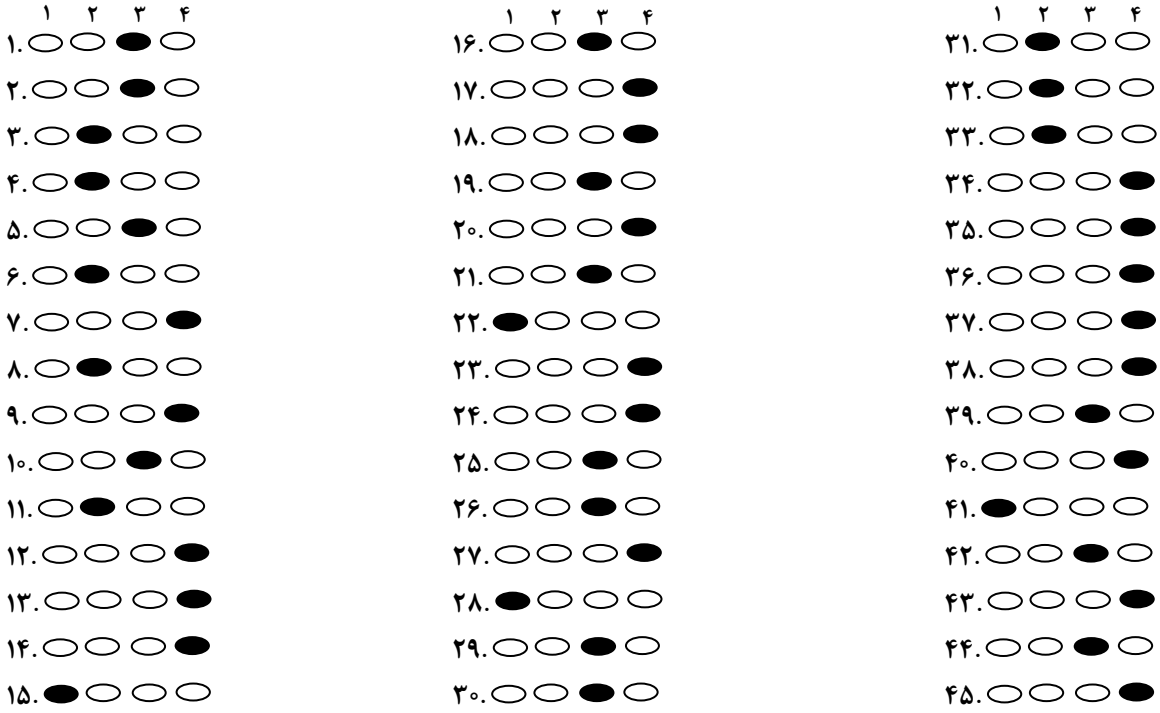
۴۴. اگر بخواهیم با دو عدسی L_1, L_2 که توان‌های آن‌ها به ترتیب ۴ دیوپتر و ۲۰ دیوپتر است یک دور بین نجومی بسازیم که بتوان با آن اجسام فضایی را به راحتی دید، کدام عدسی به عنوان شیئی به کار رود و فاصله‌ی دو عدسی چند سانتی‌متر باشد؟

۱) $24, L_1$
۲) $24, L_2$
۳) $3, L_1$
۴) $30, L_2$

۴۵. در کدام یک از موارد زیر قدرت تفکیک دوربین نجومی بالاتر است ؟

۱) $(f_e = 5\,cm\ ,\ f_o = 1\,m)$
۲) $(f_e = 5\,cm\ ,\ f_o = 1/2\,m)$
۳) $(f_e = 8\,cm\ ,\ f_o = 1/4\,m)$
۴) $(f_e = 5\,cm\ ,\ f_o = 1/5\,cm)$

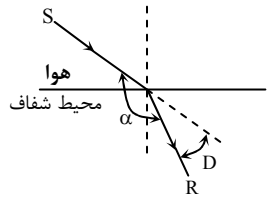
پاسخ کلیدی تمرینات فصل دوم



پاسخ تشریحی تمرینات فصل دوم

پاسخ تمرین ۱–۲

۱. درشکل مقابل :



$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - \hat{\alpha}$

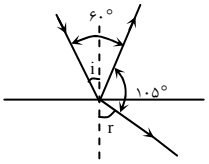
$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - ۱۶۰$

$\hat{D} = ۲۰^\circ$

۲. حرکت نور با سرعت ثابت صورت می‌گیرد : $(\Delta x = Vt)$

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{V_۱}{V_۲} \\ \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{V_۱}{V_۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{n_۲}{n_۱} \Rightarrow \frac{۴۰}{\Delta x_۲} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \Delta x_۲ = ۴۵\ cm$$

۳.



فصل مشترک دو محیط

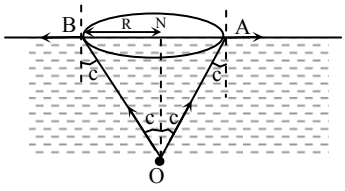
$\hat{i} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰^\circ$

$\hat{r} = ۱۸۰ - (۳۰ + ۱۰۵) = ۴۵^\circ$

$$\frac{\sin i}{Sin\ r} = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \frac{Sin ۳۰}{Sin ۴۵} = \frac{n_۲}{n_۱} \rightarrow \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$Sin c = \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow c = ۴۵^\circ$$

۴. درشکل مقابل در مثلث $\overset{\Delta}{ONA}$ می‌توان نوشت:



فصل مشترک

$$Sin c = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow \hat{c} = ۴۵^\circ$$

$$\tan c = \frac{NA}{ON} \rightarrow \tan ۴۵ = \frac{R}{۱} \rightarrow R = ۱\ m$$

(مساحت لکه) $S = \pi R^۲ \rightarrow S = \pi$

۵.

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳$$

$$\Delta x = x_۱(۱ - \frac{۱}{n_۱}) + x_۲(۱ - \frac{۱}{n_۲}) + x_۳(۱ - \frac{۱}{n_۳})$$

$$\Delta x = ۱۹(۱ - \frac{۱}{\frac{۳}{۲}}) + ۱۹(۱ - \frac{۱}{\frac{۴}{۳}}) + ۱۴(۱ - \frac{۱}{۱/۴}) \rightarrow \Delta x = ۹/۵\ cm$$

۶.

$$\frac{Sin i}{Sin r} = n \rightarrow \frac{Sin ۴۵}{Sin r} = \sqrt{۲} \rightarrow \hat{r} = ۳۰^\circ$$

$\hat{D} = ۴۵ - ۳۰ = ۱۵^\circ$

پرتوی نور هنگام خروج از نیم استوانه انحراف نـدارد زیـرا در راستای شعاع بوده و بر سطح نیم استوانه عمود است.

۷.

$A = r + r' \rightarrow ۶۰ = ۰ + r' \rightarrow \hat{r}' = ۶۰^\circ$

چون $\hat{r}' > \hat{c}$ پس نور در منشور بازتاب کلی پیدا می‌کند.

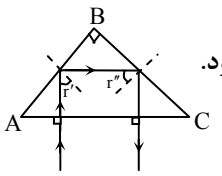
$$۶۰^\circ > \hat{c} \rightarrow Sin ۶۰ > Sin c \rightarrow Sin ۶۰ > \frac{۱}{n}$$

$$n > \frac{۱}{Sin ۶۰} \rightarrow n > \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۸. بازتاب کلی هنگامی رخ می‌دهد که نور از محیط غلـیظ (هوای سرد) به محیط رقیق (هـوای گـرم) بـا زاویـه‌ی بزرگ‌تر از زاویه‌ی حد بتابد و این در پدیـده‌ی سـراب روی می‌دهد.

۹. در وجه $AB : \hat{r}' = ۴۵^\circ$ و چون (زاویه حـد) $\leftarrow \hat{r}' > \hat{c}$ بازتاب کلی رخ می‌دهد.

دروجه $BC : \hat{r}'' = ۴۵^\circ$ وچون (زاویه حد) $\leftarrow \hat{r}'' > \hat{c}$ بازتاب کلی رخ می‌دهد.

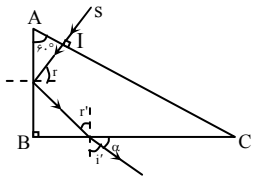


درنتیجه نور از وجه AC خارج می‌شود.

۱۰. از نور قرمز به طرف نور بنفش، میزان شکست و انحراف پرتو در منشور بیش‌تر می‌شود.

۱۱. در وجه $AB : \hat{r} = ۶۰^\circ$ و چون (زاویه حد) $\leftarrow \hat{r} > \hat{c}$ بازتاب کلی رخ می‌دهد.

در وجه BC :



$$\frac{Sin i'}{Sin r'} = n \rightarrow \frac{Sin i'}{Sin r'} = \frac{۱}{Sin c}$$

$$\frac{Sin i'}{Sin ۳۰} = \frac{۱}{Sin ۴۵} \rightarrow Sin i' = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

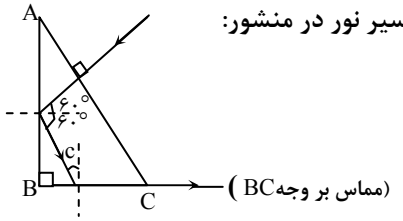
$$\rightarrow \hat{i}' = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{i}' = ۴۵^\circ$$

$\hat{\alpha} = ۹۰ - ۴۵ = ۴۵^\circ$

۱۲. چون ضریب شکست منشور برای نور آبـی بـیش‌تـر از بقیه است طبق رابطه $(n = \frac{c}{v})$ سرعت نور آبی کم‌تـر از بقیه است.

۱۳. نور هنگام ورود از محیط غلیظ به محیط رقیق از خط عمود دور می‌شود و بالعکس هنگام ورود از محیط رقیق به محیط غلیظ به خط عمود نزدیک می‌شود.

۱۴. با توجه به مسیر نور در منشور:



$\hat{A} = r + r' = ۶۰^\circ \Rightarrow (\hat{r}' = ۶۰^\circ\ ,\ \hat{r} = ۰)$

(زاویه حد) $\hat{c} = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$

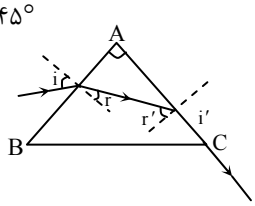
۱۵.

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n \rightarrow \frac{\sin ۹۰}{\sin r'} = \sqrt{۲} \rightarrow \hat{r}' = ۴۵^\circ$$

$$A = r + r' \rightarrow ۷۵ = r + ۴۵ \rightarrow \hat{r} = ۳۰^\circ$$

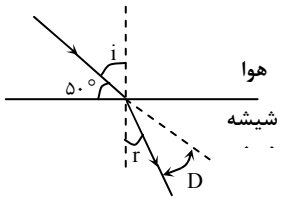
$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \rightarrow \frac{\sin i}{\sin ۳۰} = \sqrt{۲}$$

$$\rightarrow \sin i = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{i} = ۴۵^\circ$$



۱۶. ضریب شکست محیط شفاف برای نور بنفش بیش از بقیه است. طبق رابطه‌ی: $\Delta x = x(۱ - \frac{۱}{n})$ ، Δx برای نور بنفش بیش از بقیه است. در نتیجه لامپ بنفش بالاتر بنظر می‌رسد.

۱۷. در شکل مقابل:



$\hat{i} = ۴۰^\circ$

$\hat{D} = \hat{i} - \hat{r}$

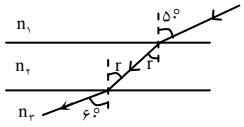
$۱۵ = ۴۰ - \hat{r} \rightarrow \hat{r} = ۲۵^\circ$

۱۸. با توجه به شکل معلوم می‌شود که $n_۲$ بزرگ‌تر از بقیه است.

$$\begin{cases} \frac{\sin ۵۰}{\sin r} = \frac{n_۲}{n_۱} \\ \frac{\sin ۶۰}{\sin r} = \frac{n_۲}{n_۳} \end{cases} \rightarrow n_۱ \sin ۵۰ = n_۳ \sin ۶$$

$\sin ۶۰ > \sin ۵۰ \Rightarrow n_۳ < n_۱$

بنابراین $n_۲ > n_۱ > n_۳$



۱۹. جنس محیط‌های اطراف د و تیغه یکسان است بنابراین پرتوهای ورودی و خروجی موازی‌اند و بستگی به ضریب شکست تیغه‌ها ندارد در نتیجه زاویه خروجی نیز ۳۰° خواهد بود.

۲۰.

$\hat{A} = \hat{c}$

$A = r + r' \rightarrow c = r + r' \rightarrow \hat{r}' < \hat{c}$

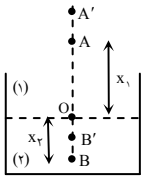
۲۱.

$$\begin{cases} \text{وقتی } i = ۰ \rightarrow r = ۰ \quad \sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \hat{c} = ۳۰^\circ \\ \text{وقتی } i = ۹۰^\circ \rightarrow \hat{r} = \hat{c} \end{cases}$$

در حالت اخیر: $\hat{D} = \hat{i} - \hat{r} = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$

۲۲.

$$\begin{cases} \frac{OA'}{x_۱} = \frac{n_۲}{n_۱} = n \rightarrow OA' = n x_۱ \\ \frac{OB'}{x_۲} = \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۱}{n} \rightarrow OB' = \frac{x_۲}{n} \end{cases}$$



$$\frac{BA'}{AB'} = \frac{BO + OA'}{AO + OB'} = \frac{x_۲ + n x_۱}{x_۱ + \frac{x_۲}{n}} = \frac{n(\frac{x_۲}{n} + x_۱)}{x_۱ + \frac{x_۲}{n}} = n$$

۲۳.

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{V_B}{V_A}\ (I) \qquad \frac{n_C}{n_B} = \frac{V_B}{V_C}\ (II)$$

$$\xrightarrow[(II)]{(I)} \frac{\frac{n_A}{n_B}}{\frac{n_C}{n_B}} = \frac{V_C}{V_A} \rightarrow \frac{\frac{۵}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{V_C}{V_A}$$

$$\rightarrow \frac{۵}{۲} = \frac{V_C}{V_A} \rightarrow V_C = ۲/۵\ V_A$$

۲۴.

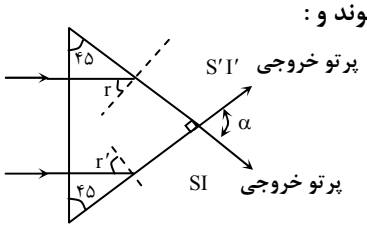
$$\tan ۳۰^\circ = \text{شیب خط} = \frac{\sin r}{\sin i} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\sin r}{\sin i} \Rightarrow \sin r < \sin i$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_B}{n_A} \Rightarrow V_A > V_B\ ,\ n_A < n_B$$ چون

۲۵. با توجه به شکل داریم:

$$\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow \hat{c} = ۴۵^\circ\ \ (\hat{r}' = ۴۵^\circ\ ,\ \hat{r} = ۴۵^\circ)$$

در نتیجه هر دو پرتو مماس بر وجه‌های منشور خارج می‌شوند و:



$\hat{\alpha} = ۹۰^\circ$

پاسخ تمرین ۲-۲

۲۶. تصویر $(A'B')$ نسبت به شئ مستقیم است بنابراین تصویر مجازی است و چون درهمان طرفی است که شئ قرار دارد پس وسیله‌ی نوری عدسی است، ازطرفی این تصویر مجازی بزرگ‌تر از شئ است لذا عدسی همگرا است.

۲۷. حداقل فاصله‌ی بین جسم و تصویر حقیقی‌اش در عدسی برابر $4f$ است.

$$D=\frac{1}{f}\rightarrow f=\frac{1}{D}=\frac{1}{4}=0/25\,m \quad \text{یا} \quad f=25\,cm$$

$$\text{حداقل فاصله}=4\times25=100\,cm$$

۲۸. ذره‌بین یک عدسی همگراست که تصویر مجازی تشکیل می‌دهد:

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}\rightarrow\frac{q}{p}=\frac{10}{2/5}$$

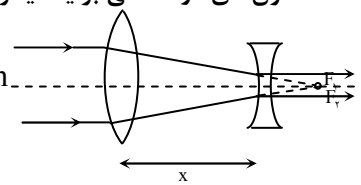
$$\text{روش اول}:\begin{cases}\frac{q}{p}=4\\ q-p=18\end{cases}\rightarrow p=6\ cm\ ,\ q=24cm$$

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{6}-\frac{1}{24}=\frac{1}{f}\rightarrow f=8cm$$

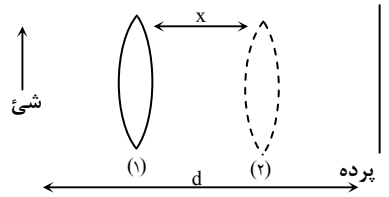
$$\text{روش دوم}: f=\frac{m\Delta}{(m-1)^2}=\frac{4\times18}{(4-1)^2}=8\ cm$$

۲۹. اگر امتداد پرتو از کانون عدسی واگرا بگذرد، موازی با محور اصلی از عدسی خارج می‌شود بنابراین باید کانون‌های دو عدسی بر یکدیگر منطبق باشند و :

$$x=f_{\text{همگرا}}-f_{\text{واگرا}}$$
$$x=40-30=10\ cm$$



۳۰. یک عدسی همگرا که بین شیء و پرده قرار دارد در دوحالت تصویر واضح بر روی پرده تشکیل می‌دهد:



$$x=d\sqrt{1-\frac{4f}{d}} \qquad 1-\frac{4f}{d}>0$$

$$8=d\sqrt{1-\frac{12}{d}} \qquad (\text{شرط لازم})\ d>4f \ \text{یا}$$

$$d=16cm$$

۳۱. هرگاه جسم به محل تصویر حقیقی‌اش منتقل شود، تصویر نیز به محل جسم منتقل می‌شود چون $(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f})$ نسبت به p و q متقارن است اگر بزرگنمایی عدسی در دو حالت به ترتیب m_2, m_1 باشد. داریم :

$$\boxed{m_1.m_2=1}$$

$$\frac{A'B'}{AB}.\frac{A''B''}{AB}=1\rightarrow\frac{2}{AB}\times\frac{50}{AB}=1\rightarrow AB^2=100$$

$$\rightarrow AB=10cm$$

۳۲. گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۳۳.

$$D=\frac{1}{f}\rightarrow f=\frac{1}{500}=/002\ m \quad \text{یا}\ f=2mm$$

فاصله‌ی کانونی این عدسی در حد میلی‌متر است و انتخاب آن بعنوان عدسی شیئی میکروسکوپ مناسب است.

۳۴.

$$m=\frac{f}{p+f}=\frac{f}{4f+f}=\frac{1}{5}$$

$$m=\frac{A'B'}{AB}\rightarrow\frac{1}{5}=\frac{A'B'}{AB}\rightarrow AB=5\ A'B'$$

۳۵.

$$\text{روش اول}\quad \frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}\rightarrow\frac{1}{5}=\frac{q}{p}\rightarrow q=\frac{p}{5}$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{1}{p}+\frac{5}{p}=\frac{1}{f}\rightarrow\frac{6}{p}=\frac{1}{f}\rightarrow p=6f$$

$$\text{روش دوم}\quad m=\frac{f}{p-f}\rightarrow\frac{1}{5}=\frac{f}{p-f}\rightarrow p=6f$$

۳۶. بار اول تصویر حقیقی و بار دوم تصویر مجازی است تصویر بار دوم نسبت به تصویر بار اول می‌تواند بزرگ‌تر، کوچک‌تر یا برابر باشد.

۳۷.

$$q_1=15_{cm}$$

$$\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}=-\frac{1}{f}$$

$$\rightarrow\frac{1}{15}-\frac{1}{q_2}=-\frac{1}{30}\rightarrow\frac{1}{q_2}=\frac{1}{15}+\frac{1}{30}\rightarrow\frac{1}{q_2}=\frac{1}{10}$$

$$\rightarrow q_2=10cm$$

تصویر $5cm$ به عدسی نزدیک می‌شود.

۳۸. پرتو نوری که امتداد آن از مرکز آینه محدب بگذرد، پس از بازتاب از آینه بر روی پرتوی تابیده به آینه منطبق می‌شود.

بنابراین کانون عدسی باید بر مرکز آینه منطبق باشد و:

فاصله‌ی عدسی تا آینه $= f_1-2f_2$

۳۹.

$$x=d\sqrt{1-\frac{4f}{d}}$$

اگر $d>4f$ ← عدسی در دو حالت تصویر واضح می‌دهد

اگر $d=4f$ ← عدسی فقط در یک حالت تصویر واضح می‌دهد

اگر $d<4f$ ← عدسی هیچ تصویری نمی‌دهد

$$(x=0)\rightarrow d=4f\rightarrow 2=4f\rightarrow f=0/5\ m$$

$$D=\frac{1}{f}=\frac{1}{0/5}=2 \quad \text{دیوپتر}$$

۴۰. عدسی واگرا از شئ مجازی می‌تواند تصویر حقیقی بر روی پرده تشکیل دهد.
محل تصویر اول در صورتی که می‌توانست تشکیل گردد کانون عدسی همگرا یعنی ۱۰ سانتی‌متری عدسی واگرا می‌باشد:

$$-\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{-۱}{f}\rightarrow -\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲۰}=-\frac{۱}{f}\rightarrow \frac{-۱}{۲۰}=-\frac{۱}{f}\rightarrow f=۲۰cm$$

۴۱. اگر یک عدسی دو کوژ در محیطی غلیظ تر ازخود قرار بگیرد $(n'>n)$ بمنزله یک عدسی دوکاو خواهد بود و توان آن کاهش می‌یابد بالعکس اگر یک عدسی دو کاو در محیطی غلیظ تر ازخود واقع شود به منزله یک عدسی دو کوژ بوده توان آن افزایش می‌یابد.
رابطه‌ی تغییر توان عدسی با تغییر محیط آن :

$$\frac{D'}{D''}=\frac{n-n'}{n-n''}$$

۴۲. گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۴۳.

$$\frac{۱}{p_o}+\frac{۱}{q_o}=\frac{۱}{f_o}\rightarrow$$

$$\frac{۱}{۴/۲}+\frac{۱}{q_o}=\frac{۱}{۴}\rightarrow\frac{۱}{q_o}=\frac{۱}{۸۴}\rightarrow q_o=۸۴mm$$

یا $q_o=۸/۴\ cm$

فاصله‌ی عدسی‌ها = q_o+p_e

$$۲۰/۴=۸/۴+p_e\rightarrow p_e=۱۲cm$$

حتماً لازم است که $p_e<f_e$ باشد یعنی تصویر حقیقی حاصل از عدسی شیئی در داخل فاصله‌ی کانونی عدسی چشمی قرار بگیرد.

۴۴. در دوربین نجومی $D_o<D_e$ بنابراین $(L_۱)$ باید عدسی شیئی باشد چون توان آن کوچکتر است.

$$f_o=\frac{۱}{D_o}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵m\rightarrow f_o=۲۵\ cm$$

$$f_e=\frac{۱}{D_{e۰}}=\frac{۱}{۲۰}=/۰۵\rightarrow f_e=۵cm$$

فاصله‌ی دو عدسی $=f_o+f_e$

$$=۲۵+۵=۳۰cm$$

۴۵. هرچه $\frac{f_o}{f_e}$ بزرگ‌تر باشد نشانگر بزرگنمایی بیش‌تر و قدرت تفکیک بالای دوربین است.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصول ۱ و ۲

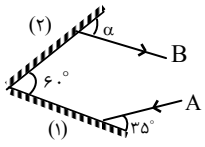
۱. بیشینه‌ی فاصله‌ی تصویر در یک آینه‌ی کروی از رأس آینه برابر با ۱۰ cm است. نوع آینه و شعاع آن بر حسب سانتی متر به ترتیب کدام‌اند؟

۱) محدب، ۱۰ ۲) محدب، ۲۰ ۳) مقعر، ۱۰ ۴) مقعر، ۲۰

۲. فاصله‌ی جسمی تا آینه‌ی کروی بزرگ‌تر از فاصله‌ی جسم تا تصویرش است. بنابراین تصویر . . . و نسبت به جسم . . . است.

۱) مجازی- وارونه ۲) مجازی- مستقیم ۳) حقیقی- وارونه ۴) حقیقی- مستقیم

۳. در شکل مقابل با تابش پرتو A به آینه‌ی اول، پرتو B از آینه ی دوم بازتاب می‌شود. زاویه‌ی α چند درجه است؟



۱) ۶۵ ۲) ۷۵

۳) ۸۵ ۴) ۹۰

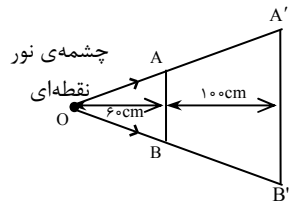
۴. در یک آینه‌ی تخت با ۳۰ درجه دوران آینه حول نقطه‌ی تابش، زاویه‌ی تابش دو برابر می‌شود. در این صورت زاویه‌ی بازتاب جدید چند درجه است؟

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۵ ۴) ۹۰

۵. آینه‌ای از یک جسم، تصویری حقیقی و ۳ برابر جسم تشکیل می‌دهد. اگر جسم را 5cm به آینه نزدیک کنیم، تصویر آن در بی‌نهایت تشکیل می‌شود. فاصله‌ی کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۶۰

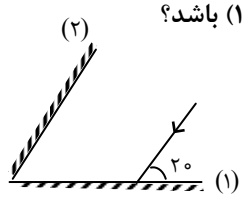
۶. در شکل مقابل جسم کدر AB را 20cm به پرده نزدیک می‌کنیم. طول سایه ($A'B'$) چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۷. در شکل مقابل زاویه‌ی بین دو آینه چند درجه باشد، تا پرتو بازتابش از آینه‌ی (۲) موازی آینه‌ی (۱) باشد؟



۱) ۷۰

۲) ۹۰

۳) ۸۰

۴) ۱۴۰

۸. جسمی را 10cm از یک آینه‌ی تخت دور می‌کنیم. اگر بخواهیم تصویر در همان مکان اولیه‌اش قرار گیرد، آینه باید چگونه جابه‌جا شود؟

۱) 5cm به جسم نزدیک شود. ۲) 5cm از جسم دور شود. ۳) 10cm به جسم نزدیک شود. ۴) 10cm از جسم دور شود.

۹. در یک آینه‌ی مقعر جسم درست در وسط فاصله‌ی بین آینه و تصویرش است. فاصله‌ی بین جسم و کانون چند برابر فاصله‌ی کانونی این آینه است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۱۰. جسمی در فاصله‌ی ۴۰ سانتی‌متری آینه‌ی مقعری قرار دارد و از آن تصویری با بزرگ‌نمایی m تشکیل شده است. اگر جسم را 20cm از آینه دور کنیم تصویری با بزرگ‌نمایی ۱ تشکیل می‌شود. m کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۱. آینه‌ی مقعری از جسمی که در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری آن قرار دارد، تصویری حقیقی و هم اندازه با جسم تشکیل می‌دهد. اگر جسم را ۲ سانتی‌متر به آینه نزدیک کنیم، تصویر . . . ۲ سانتی‌متر از آینه دور می‌شود و بزرگ‌نمایی . . . یک می‌شود.

۱) بیشتر از- کوچک‌تر از ۲) کمتر از- کوچک‌تر از ۳) بیشتر از- بزرگ‌تر از ۴) کمتر از- بزرگ‌تر از

۱۲. دو عدسی همگرا با توان‌های ۰/۴ دیوپتر و ۱۰ دیوپتر داریم، می‌خواهیم با آن‌ها یک دوربین نجومی بسازیم. برای این کار باید عدسی با توان کمتر را عدسی . . . دوربین نجومی انتخاب کنیم و دو عدسی را در فاصله‌ی . . . متری از یکدیگر قرار دهیم.

۱) چشمی- ۲/۶ ۲) چشمی- ۲/۴ ۳) شیئی- ۲/۶ ۴) شیئی- ۲/۴

۱۳. در یک روز آفتابی پرنده‌ای در آسمان در حال پرواز است. اندازه‌ی سایه‌ی کامل این پرنده روی سطح افقی زمین:

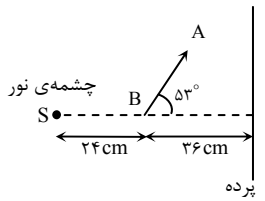
۱) اندکی از پرنده بزرگ‌تر است.

۲) اندکی از پرنده کوچک‌تر است.

۳) بسته به اندازه‌ی پرنده ممکن است بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر باشد.

۴) بسته به ارتفاع پرواز پرنده ممکن است بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از پرنده باشد.

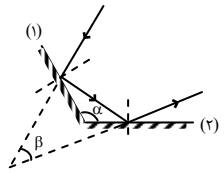
۱۴. در شکل مقابل طول جسم کدر (AB) ۱۰cm است. طول سایه‌ی ایجاد شده بر روی پرده چند سانتی‌متر می‌باشد؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$)



۱) ۲۵ ۲) ۲۰

۳) ۱۶ ۴) ۱۵

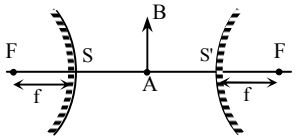
۱۵. در شکل مقابل زاویه‌ی β (زاویه‌ی بین امتداد پرتوی تابش به آینه‌ی (۱) و امتداد پرتو بازتابش از آینه‌ی (۲) کدام است؟ (زوایا بر حسب درجه می‌باشند.)



۱) بستگی به زاویه‌ی تابش به آینه‌ی (۱) دارد. ۲) $2\alpha - 180^\circ$

۳) $\frac{\alpha}{2}$ ۴) $180^\circ - \alpha$

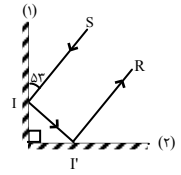
۱۶. در شکل مقابل دو آینه مشابه‌اند. جسم AB در وسط پاره‌خط SS' قرار دارد. اگر $SS' = 2f$ باشد فاصله‌ی تصویرهای اول جسم در دو آینه از یکدیگر چقدر است؟



۱) $3f$ ۲) $2/5f$

۳) $4f$ ۴) $\frac{f}{2}$

۱۷. مطابق شکل، پرتو SI با زاویه ی ۵۳ درجه نسبت به سطح آینه‌ی (۱) به آن تابیده و پس از دو بازتابش متوالی از آینه‌ی (۲) باز می‌گردد. زاویه‌ی بازتابش پرتو $I'R$ چند درجه است؟



۱) ۵۳ ۲) ۱۲۷

۳) ۱۴۳ ۴) ۳۷

۱۸. جسمی مقابل آینه‌ی تختی قرار دارد و از آن تصویری تشکیل شده است. اگر آینه را ۳cm به جسم نزدیک کنیم، تصویر نسبت به آینه چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۳ ۲) ۱/۵ ۳) ۶ ۴) ۴/۵

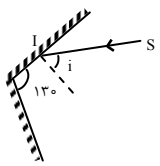
۱۹. آینه‌ی مقعری به شعاع ۳۰cm از جسمی به طول ۱cm تصویری مستقیم به طول ۳cm می‌دهد، فاصله‌ی جسم تا تصویر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۰. جسمی به طول L را مقابل یک چشمه نورانی نقطه‌ای قرار می‌دهیم. سایه‌ی آن بر روی پرده‌ای که فاصله‌ی آن تا جسم نصف فاصله‌ی جسم تا چشمه است می‌افتد. طول سایه چند برابر L است؟

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۲۱. در شکل مقابل زاویه‌ی انحراف پرتو SI از روی دو آینه کدام است؟



۱) ۵۰ درجه ۲) ۱۰۰ درجه

۳) ۲۴۰ درجه ۴) صفر

۲۲. آینه‌ی تختی با سرعت $5\,m/s$ و جسم مقابل آن با سرعت $2\,m/s$ در خلاف جهت یکدیگر در حال حرکتند. سرعت تصویر نسبت به یک نقطه‌ی ساکن چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۲۳. جسمی عمود بر محور اصلی آینه‌ی مقعری قرار دارد و طول تصویرش نصف طول جسم است. اگر جسم $10cm$ در راستای محور آینه جابه‌جا شود، طول تصویرش با طول آن برابر می‌شود، شعاع انحنای آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵

۲۴. جسمی در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متری یک آینه‌ی مقعر قرار دارد. اگر از جسم تصویری حقیقی و در فاصله‌ی ۵ سانتی‌متری کانون تشکیل شده باشد، شعاع آینه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۳۰

۲۵. آینه‌ی مقعری با فاصله‌ی کانونی f از یک نقطه‌ی نورانی S که روی محور اصلی به فاصله‌ی $\frac{3}{2}f$ از آینه قرار دارد تصویری می‌دهد. آینه‌ی تخت را در چه فاصله‌ای از S باید قرار داد تا تصویر نهایی بر خود S منطبق شود؟

۱) $\frac{3}{4}f$ ۲) $\frac{3}{2}f$ ۳) f ۴) $2f$

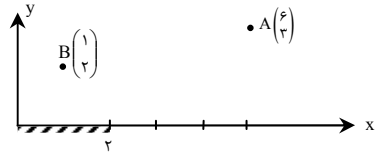
۲۶. یک دسته پرتو همگرا به یک عدسی واگرا می‌تابد. دسته نور خروجی . . . .

۱) الزاماً واگراست. ۲) الزاماً همگراست.
۳) ممکن است واگرا یا همگرا باشد. ۴) به دو دسته تبدیل می‌شود که یکی واگرا و دیگری همگراست.

۲۷. یک عدسی همگرا از یک شمع روشن که در فاصله‌ی نسبتاً دوری از آن قرار دارد تصویری در فاصله‌ی d از عدسی تشکیل داده است. اگر تیغه‌ی شیشه‌ای ضخیمی را بین شمع و عدسی قرار دهیم فاصله‌ی تصویر از عدسی:

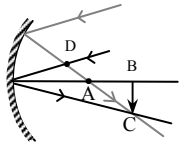
۱) بیشتر از d می‌شود. ۲) ثابت می‌ماند. ۳) کمتر از d می‌شود. ۴) به ضخامت تیغه بستگی دارد.

۲۸. در شکل مقابل، آینه را حداقل چند سانتی‌متر در جهت محور x باید جابه‌جا کنیم تا ناظرهای A و B همدیگر را در آینه ببینند؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۲۹. در شکل مقابل یک دسته پرتو موازی به سطح آینه‌ی مقعری (کاوی) می‌تابد، کدام نقطه کانون اصلی آینه است؟

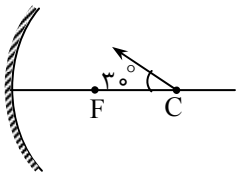


۱) A ۲) B
۳) C ۴) D

۳۰. شخصی در برابر آینه‌ی تخت مربع شکلی ایستاده است و $60\,cm^2$ از صورت خود را در آینه می‌بیند. طول هر ضلع آینه چند سانتی‌متر است؟ (شخص و آینه موازیند.)

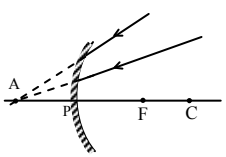
۱) $3\sqrt{5}$ ۲) ۷/۵ ۳) ۶ ۴) $\sqrt{15}$

۳۱. زاویه‌ی بین جسم و تصویرش در شکل مقابل چند درجه است؟



۱) ۶۰
۲) ۹۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

۳۲. یک دسته پرتو همگرا مطابق شکل به آینه‌ی مقعری می‌تابد، کدام گزینه صحیح است؟

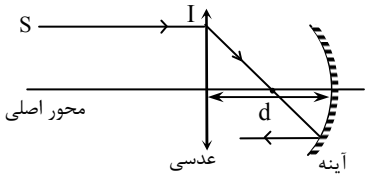


۱) اگر به آینه نگاه کنیم یک نقطه‌ی نورانی درون آینه خواهیم دید.
۲) با قرار دادن پرده در فاصله‌ی مناسب، مقابل آینه یک نقطه‌ی نورانی بر روی پرده دیده می‌شود.
۳) با قرار دادن پرده در پشت آینه یک نقطه‌ی نورانی بر روی آن تشکیل می‌شود.
۴) نمی‌توان با قرار دادن پرده نقطه‌ای نورانی بر روی آن تشکیل داد.

۳۳. پرتو نوری از محیط غلیظ وارد محیط رقیق می‌شود. اگر زاویه‌ی تابش برابر زاویه‌ی حدّ باشد، زاویه‌ی انحراف کدام است؟ (c زاویه‌ی حدّ است.)

۱) c ۲) صفر ۳) 90° ۴) $90^\circ - \hat{c}$

۳۴. یک عدسی همگرا به فاصله‌ی کانونی f_1 ویک آینه‌ی مقعر به فاصله‌ی کانونی f_2 مطابق شکل مقابل هم قرار گرفته‌اند، با توجه به مسیر پرتو نور، d کدام است؟

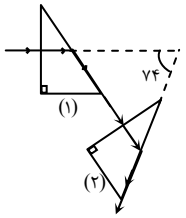


(پرتو SI موازی محور اصلی عدسی و آینه است.)

۱) $|f_1 - f_2|$ ۲) $f_1 + f_2$

۳) $f_1 + 2f_2$ ۴) $2f_1 + f_2$

۳۵. شکل مقابل مسیر یک پرتو را در دو منشور کاملاً مشابه نشان می‌دهد. زاویه‌ی حدّ این منشورها چند درجه است؟



۱) ۹۰

۲) ۷۴

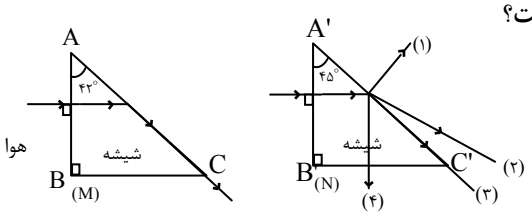
۳) ۵۳

۴) ۳۷

۳۶. از بعضی عدسی‌ها می‌توان به عنوان ذره‌بین استفاده کرد. برای این منظور عدسی . . . را نسبت به شیء موردنظر طوری قرار می‌دهیم که فاصله‌ی شیء تا عدسی . . . از فاصله‌ی کانونی عدسی باشد.

۱) همگرا- کمتر ۲) واگرا- بیشتر ۳) همگرا- بیشتر ۴) واگرا- کمتر

۳۷. با توجه به مسیر پرتو در منشور M، مسیر پرتو در منشور N کدام است؟



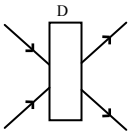
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۳۸. در شکل مقابل، دستگاه D کدام یک از ابزارهای نوری زیر است؟



۱) آینه‌ی مقعر

۲) آینه‌ی محدب

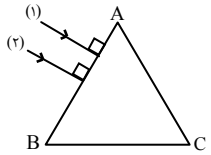
۳) عدسی همگرا

۴) عدسی واگرا

۳۹. پرتو نوری از هوا وارد تیغه‌ای شفاف به ضریب شکست ۲ می‌شود. اگر زاویه‌ی تابش این پرتو را از صفر تا ۹۰ درجه تغییر دهیم، بیشترین زاویه‌ای که این پرتو در موقع شکست، از راستای تابش منحرف می‌شود، چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۴۰. دو پرتو نور تک رنگ، با رنگ‌های متفاوت به طور عمود بر یک وجه منشور می‌تابند. در این صورت دو پرتو در داخل منشور . . . و هنگام خروج از منشور . . . هستند.



۱) موازی- موازی ۲) همگرا- همگرا یا واگرا

۳) موازی- همگرا یا واگرا ۴) همگرا- موازی

۴۱. جسمی در فاصله‌ی $\frac{3}{2}f$ از عدسی واگرایی قرار دارد، نوع تصویر و بزرگ‌نمایی عدسی کدام است؟ (f فاصله‌ی کانونی عدسی است.)

۱) حقیقی- $\frac{10}{9}$ ۲) مجازی- $\frac{10}{9}$ ۳) حقیقی- $\frac{2}{5}$ ۴) مجازی- $\frac{2}{5}$

۴۲. یک عدسی با توان ۰/۸+ دیوپتر در اختیار داریم. برای کدام یک از کاربردهای زیر از این عدسی می‌توانیم استفاده کنیم؟

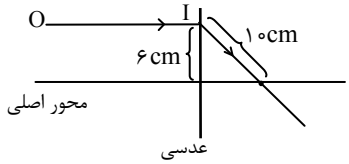
۱) عدسی شیئی دوربین نجومی ۲) عدسی شیئی میکروسکوپ

۳) عدسی چشمی دوربین نجومی ۴) عدسی چشمی میکروسکوپ

۴۳. فاصله‌ی کانونی یک عدسی همگرا برای کدام یک از پرتوهای زیر کوچک‌تر است؟

۱) بنفش ۲) آبی ۳) قرمز ۴) برای هر سه یکسان است.

۴۴. با توجه به شکل مقابل توان عدسی چند دیوپتر است؟ (پرتو تابش OI موازی محور اصلی است.)



۱) +۱/۲۵
۲) +۱۲/۵
۳) -۱/۲۵
۴) -۱۲/۵

۴۵. جسمی در مقابل یک عدسی قرار دارد. کمترین فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش برابر با ۱۰۰ cm است. نوع عدسی و فاصله‌ی کانونی آن بر حسب سانتی‌متر به ترتیب کدام است؟

۱) همگرا، ۵۰ ۲) همگرا، ۲۵ ۳) واگرا، ۵۰ ۴) واگرا، ۲۵

۴۶. جسمی در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری یک عدسی واگرا به فاصله‌ی کانونی ۲۰cm قرار دارد. تصویر در چند سانتی‌متری عدسی تشکیل می‌شود؟

۱) در بی‌نهایت ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

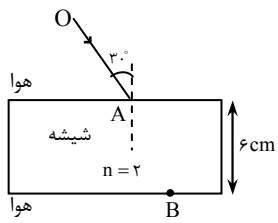
۴۷. جسمی در فاصله‌ی ۱۵ سانتی‌متری از یک عدسی قرار دارد. تصویری با طول چهار برابر طول جسم در طرف دیگر عدسی ایجاد شده است. توان این عدسی چند دیوپتر است؟

۱) +۵ ۲) -۵ ۳) $-\frac{۲۵}{۳}$ ۴) $+\frac{۲۵}{۳}$

۴۸. اگر یک عدسی همگرای شیشه‌ای را مطابق شکل به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم. فاصله ی کانونی هر تکه‌ی آن . . . فاصله‌ی کانونی عدسی سالم می‌شود.

۱) ۳ برابر ۲) $\frac{۱}{۳}$ برابر
۳) برابر ۴) نصف

۴۹. در شکل مقابل پرتو OA از نقطه‌ی A وارد شیشه می‌شود و از نقطه‌ای مانند B از شیشه خارج می‌شود. جابه‌جایی پرتو از راستای اولیه چند سانتی متر است؟



۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲/۵

۵۰. تصویر جسمی در یک عدسی مستقیم است. وقتی جسم را به عدسی نزدیک می‌کنیم تصویر کوچک‌تر می‌شود، نوع تصویر و نوع عدسی کدام است؟

۱) مجازی- واگرا ۲) مجازی- همگرا ۳) حقیقی- همگرا ۴) حقیقی- واگرا

۵۱. دو چشمه نورانی کوچک را در فاصله‌های ۲f و $\frac{f}{۲}$ از یک عدسی همگرا و در یک طرف آن قرار می‌دهیم. فاصله‌ی بین تصاویر تشکیل شده از این دو چشمه توسط عدسی چند f است؟ (f فاصله‌ی کانونی است)

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۱

۵۲. بزرگنمایی یک عدسی مقعر (واگرا) $\frac{۱}{۲}$ است. فاصله‌ی بین جسم و تصویرش در این حالت چند برابر f (فاصله‌ی کانونی) است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵۳. یک عدسی از جسمی که در فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری آن است، تصویری مستقیم در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری عدسی تشکیل داده است. توان عدسی چند دیوپتر است؟

۱) -۵ ۲) +۵ ۳) -۱۵ ۴) +۱۵

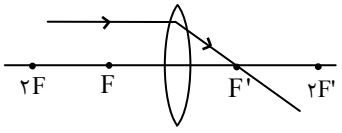
۵۴. درون مایعی شفاف در عمق یک متری، چشمه‌ی نور نقطه‌ای قرار داده‌ایم. بر سطح مایع دایره‌ای روشن تشکیل شده است. قطر این دایره چند متر است؟ (زاویه‌ی حدّ این مایع نسبت به هوا ۴۵ درجه می‌باشد.)

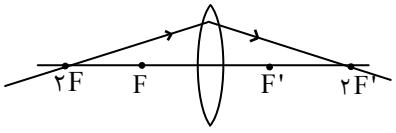
۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

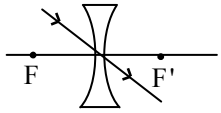
۵۵. جسمی را از فاصله‌ی $\frac{3f}{2}$ یک عدسی همگرا به فاصله‌ی $\frac{5f}{4}$ آن جابه‌جا می‌کنیم. اندازه‌ی جابه‌جایی تصویر این جسم کدام است؟ (f فاصله‌ی کانونی است.)

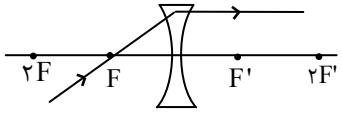
۱) $\frac{f}{4}$ ۲) $2f$ ۳) $3f$ ۴) $5f$

۵۶. در کدام یک از گزینه‌های زیر مسیر پرتو شکست درست نشان داده نشده است؟

۱)


۲)


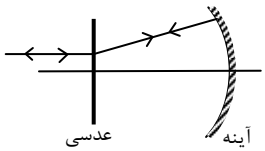
۳)


۴)


۵۷. در یک دوربین عکاسی فاصله‌ی فیلم تا عدسی ۴۱mm است. از اجسامی که در فاصله‌ی ۱۶۴ سانتی‌متری عدسی قرار دارند، تصویری واضح روی فیلم تشکیل می‌گردد. فاصله‌ی کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۵۸. در شکل مقابل فاصله‌ی کانونی عدسی ۲۰cm و فاصله‌ی کانونی آینه ۳۰cm است. فاصله‌ی عدسی تا آینه چند سانتی‌متر باشد تا پرتو خروجی بر پرتو ورودی منطبق باشد؟

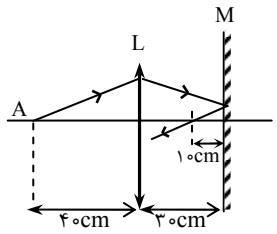


۱) ۳۰ ۲) ۵۰
۳) ۱۰ ۴) ۴۰

۵۹. فاصله‌ی یک شیء از پرده‌ای ۱ متر است. یک عدسی را در دو وضعیت به فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متر از هم، بین شیء و پرده قرار می‌دهیم. هر بار تصویر حقیقی از شیء روی پرده می‌افتد. فاصله‌ی کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۶۰. در شکل مقابل آینه‌ی تخت M عمود بر محور اصلی عدسی L قرار دارد و مسیر نوری که از A بر این دستگاه می‌تابد رسم شده است. فاصله‌ی کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصول ۱ و ۲ (نور، شکست نور، عدسی)

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	●	○	○
۲.	○	○	●	○
۳.	○	○	●	○
۴.	●	○	○	○
۵.	○	●	○	○
۶.	○	●	○	○
۷.	○	○	●	○
۸.	●	○	○	○
۹.	○	○	●	○
۱۰.	○	○	○	●
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	○	●	○
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	●	○	○	○
۱۷.	●	○	○	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	○	○	●
۲۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۲۱.	○	●	○	○
۲۲.	○	○	●	○
۲۳.	○	●	○	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	●	○	○	○
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	●	○	○	○
۲۸.	●	○	○	○
۲۹.	○	●	○	○
۳۰.	○	○	○	●
۳۱.	○	○	○	●
۳۲.	○	●	○	○
۳۳.	○	○	○	●
۳۴.	○	●	○	○
۳۵.	○	○	○	●
۳۶.	●	○	○	○
۳۷.	○	○	○	●
۳۸.	○	○	○	●
۳۹.	○	○	●	○
۴۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۴۱.	○	○	○	●
۴۲.	●	○	○	○
۴۳.	●	○	○	○
۴۴.	○	●	○	○
۴۵.	○	●	○	○
۴۶.	○	○	●	○
۴۷.	○	○	○	●
۴۸.	○	○	●	○
۴۹.	○	○	●	○
۵۰.	○	●	○	○
۵۱.	●	○	○	○
۵۲.	○	○	●	○
۵۳.	○	●	○	○
۵۴.	○	○	●	○
۵۵.	○	●	○	○
۵۶.	○	○	○	●
۵۷.	●	○	○	○
۵۸.	○	○	○	●
۵۹.	○	●	○	○
۶۰.	○	●	○	○

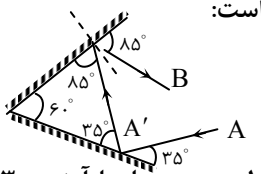
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصول یک و دو

۱. نکته: در آینه‌ی مقعر بیشینه فاصله تصویر تا آینه بی‌نهایت است. در آینه‌ی محدب بیشینه فاصله‌ی تصویر تا آینه برابر فاصله‌ی کانونی است.
می‌توان نتیجه گرفت آینه محدب است و:

$$q_{max} = f \Rightarrow f = ۱۰\,cm$$
$$r = ۲f \Rightarrow r = ۲۰\,cm$$

۲. نکته: در آینه‌ها چون تصویر مجازی پشت آینه تشکیل می‌شود بنابراین: (جسم تا تصویر) $P < \Delta$ (جسم تا آینه) چون $P > \Delta$ است در نتیجه تصویر حقیقی و نسبت به جسم وارونه است.

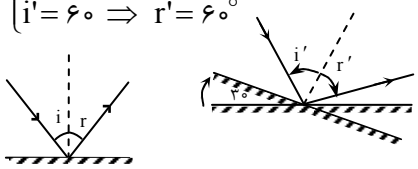
۳. با توجه به قانون‌های بازتاب و این که مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است:



$$\alpha = ۸۵^\circ$$

۴. پرتو تابش ثابت است ولی خط عمود همراه با آینه ۳۰ درجه چرخیده است. در نتیجه:

$$\begin{cases} i' = i + ۳۰ \\ i' = ۲i \end{cases} \Rightarrow ۲i = i + ۳۰ \Rightarrow i = ۳۰$$
$$\begin{cases} i = ۳۰ \\ i' = ۶۰ \Rightarrow r' = ۶۰^\circ \end{cases}$$



۵. در حالت دوم جسم روی کانون قرار می‌گیرد پس در حالت اول محل جسم $f + ۵$ بوده است.

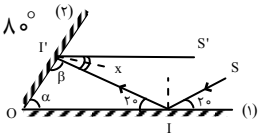
$$m = \frac{q}{p} \Rightarrow \begin{cases} q = ۳p \\ P = f + ۵ \end{cases}$$
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow$$
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{f+۵} + \frac{۱}{۳(f+۵)} \Rightarrow f = ۱۵\,cm$$

۶. با تغییر دادن محل جسم کدر، فاصله‌ی چشمه تا پرده (q) تغییر نمی‌کند و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p_۱} & \text{(حالت اول)} \\ \frac{A"B"}{AB} = \frac{q}{P_۲} & \text{(حالت دوم)} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{A"B"}{A'B'} \Rightarrow \frac{A"B"}{A'B'} = \frac{۶۰}{۸۰} = \frac{۳}{۴}$$

۷. پرتو $S'I'$ موازی آینه (۱) است پس: $\hat{x} = ۲۰^\circ$
نتیجه می‌شود زاویه بین پرتو II' و خط عمود بر آینه (۲) برابر ۱۰ درجه است و $\hat{B} = ۸۰^\circ$
در مثلث $\overset{\Delta}{IOI'}$: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ$

$$\hat{\alpha} + ۸۰ + ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$
$$\alpha = ۸۰^\circ$$



۸. اگر جسم ۱۰cm از آینه تخت دور شود تصویر آن نیز ۱۰cm از آینه دور می‌شود. اگر بخواهیم تصویر به مکان اولیه‌اش بازگردد باید آینه را به اندازه‌ی ۵cm به جسم نزدیک کنیم زیرا:

[۲d (انتقال تصویر) ⟵ d (انتقال آینه)]

۹. چون جسم بین آینه و تصویرش قرار دارد، پس تصویر حقیقی است و :

$$q = ۲p$$
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{۲p} \Rightarrow p = \frac{۳}{۲}f$$
$$a = p - f = \frac{۳}{۲}f - f \Rightarrow a = \frac{f}{۲} \quad \text{(فاصله‌ی جسم تا کانون)}$$

۱۰. وقتی جسم را ۲۰cm از آینه دور می‌کنیم، جسم روی مرکز آینه قرار می‌گیرد زیرا ($m = ۱$) می‌شود. بنابراین:

$$r = ۴۰ + ۲۰ = ۶۰ \Rightarrow f = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰\,cm$$
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۳۰} = \frac{۱}{۴۰} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = ۱۲۰\,cm$$
$$m = \frac{q}{p} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳$$

۱۱. جسم روی مرکز آینه قرار دارد ($m = ۱$). با نزدیک شدن جسم به آینه، اولاً جسم بین کانون و مرکز قرار می‌گیرد و تصویر آن بزرگ‌تر از جسم می‌گردد ($m > ۱$) ثانیاً در این انتقال V جسم $> V$ تصویر بنابرین Δx جسم $> \Delta x$ تصویر می‌باشد.

۱۲.

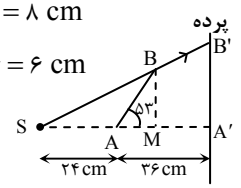
$$f_۱ = \frac{۱}{D_۱} \Rightarrow f_۱ = \frac{۱}{۰/۴} = ۲/۵\,m$$
$$f_۲ = \frac{۱}{D_۲} \Rightarrow f_۲ = \frac{۱}{۱۰} = ۱۰\,cm$$
$$d = f_۱ + f_۲ \Rightarrow d = ۲/۶\,m$$

عدسی با توان کمتر عدسی شیئی است.

۱۳. اگر طول جسم از طول چشمه‌ی گسترده کوچک‌تر باشد، سایه‌ی کامل جسم از خود جسم کوچک‌تر می‌باشد، بنابراین سایه‌ی پرنده که در فاصله‌ی خیلی بیشتر از آفتاب است، اندکی کوچک‌تر از پرنده خواهد بود.

۱۴.

$$\begin{cases} BM = AB\sin ۵۳^\circ = ۱۰\times ۰/۸ = ۸\ cm \\ AM = AB\cos ۵۳^\circ = ۱۰\times ۰/۶ = ۶\ cm \end{cases}$$



از تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{SMB}$ و $\overset{\Delta}{SA'B'}$ می‌توان نوشت:

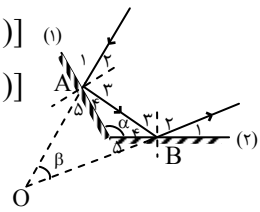
$$\frac{A'B'}{BM} = \frac{SA'}{SM} \Rightarrow \frac{A'B'}{۸} = \frac{۲۴+۳۶}{۲۴+۶}$$

$$A'B' = ۱۶\ cm$$

۱۵. در مثلث OAB می‌توان نوشت:

$$\beta = ۱۸۰ - [(\hat{A}_۴ + \hat{A}_۵) + (\hat{B}_۴ + \hat{B}_۵)]$$

$$\beta = ۱۸۰ - [(\hat{A}_۴ + \hat{B}_۴) + (\hat{A}_۵ + \hat{B}_۵)]$$



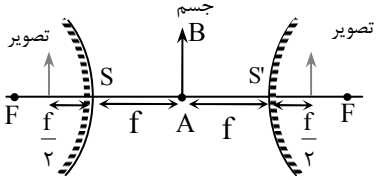
$$\begin{cases} \hat{A}_۴ + \hat{B}_۴ = ۱۸۰ - \alpha \\ \hat{A}_۵ + \hat{B}_۵ = \hat{A}_۱ + \hat{B}_۱ = \hat{A}_۴ + \hat{B}_۴ = ۱۸۰ - \alpha \end{cases}$$

$$\beta = ۱۸۰ - ۲(۱۸۰ - \alpha) \Rightarrow \beta = ۲\alpha - ۱۸۰$$

۱۶. فاصله‌ی هر تصویر تا آینه خودش برابر است با:

$$-\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} \Rightarrow -\frac{۱}{f} = \frac{۱}{f} - \frac{۱}{q} \Rightarrow q = \frac{f}{۲}$$

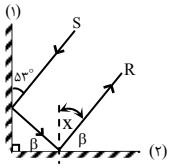
فاصله‌ی دو تصویر از یکدیگر $= \frac{f}{۲} + ۲f + \frac{f}{۲} = ۳f$



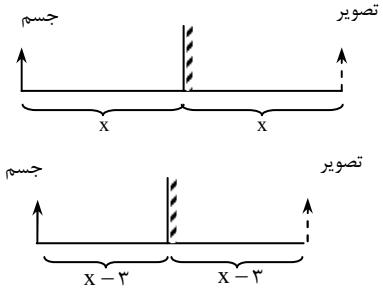
۱۷.

$$\hat{x} = ۹۰ - \hat{\beta}$$

$$\begin{cases} \hat{x} = ۹۰ - (۹۰ - \alpha) \\ \alpha = ۵۳^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{x} = \alpha \Rightarrow \hat{x} = ۵۳^\circ$$



۱۸. از شکل معلوم می‌شود تصویر نسبت به آینه ۳cm جابه‌جا شده است.



$$\Delta x_{\text{آینه / تصویر}} = x - (x-۳) = ۳\ cm$$

۱۹.

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

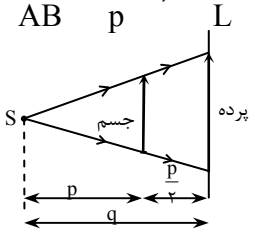
$$f = \frac{r}{۲} = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵$$

$$\Delta = \frac{|m^۲ - ۱|}{m} f = \frac{۳^۲ - ۱}{۳} \times ۱۵ \quad \text{(فاصله‌ی جسم از تصویرش)}$$

$$\Rightarrow \Delta = ۴۰\ cm$$

۲۰.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{A'B'}{L} = \frac{p + \frac{p}{۲}}{p} \Rightarrow A'B' = \frac{۳}{۲}L$$



۲۱. زاویه‌ی انحراف نهایی پرتو تابش (D) به زاویه‌ی تابش اولیه (i) بستگی ندارد و همواره برابر است با:

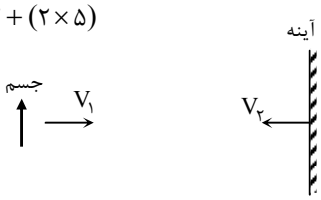
$$\hat{D} = ۳۶۰^\circ - ۲\theta \qquad (\theta : \text{زاویه‌ی بین دو آینه})$$

$$\hat{D} = ۳۶۰ - (۲\times ۱۳۰) = ۱۰۰^\circ$$

۲۲.

تصویر $V = V_۱ + ۲V_۲ = ۲ + (۲\times ۵)$

تصویر $V = ۱۲\ m/s$



۲۳. جسم خارج مرکز آینه قرار دارد و فاصله‌ی آن تا آینه برابر است با: $p = ۲f + ۱۰$

$$\begin{cases} \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \\ m = \frac{q}{p} = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۲}{p} = \frac{۱}{۲f+۱۰} + \frac{۲}{۲f+۱۰}$$

$$\Rightarrow f = ۱۰\ cm$$

$$r = ۲f = ۲۰\ cm$$

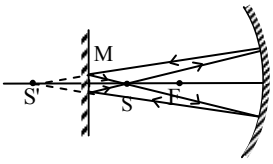
۲۴.

$aa' = f^2 \Rightarrow (30-f)\times 5 = f^2$ **(فرمول نیوتن)**

$\Rightarrow f^2 + 5f - 150 = 0$

$\begin{cases} f = 10\,cm \Rightarrow r = 2f = 20\,cm \\ f = -15 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

۲۵. آینه مقعر می‌خواهد تصویر S را در S' تشکیل دهد:



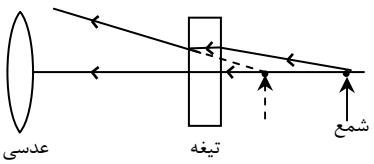
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{3}{2}f} + \frac{1}{q} \qquad \Rightarrow q = 3f$

در نتیجه $SS' = \frac{3}{2}f$ پس آینه‌ی تخت را باید در وسط SS' قرار داد تا از S' (شئ مجازی) تصویر حقیقی و نهایی را در S ایجاد کند. یعنی:

$SM = \frac{SS'}{2} = \frac{3}{4}f$

۲۶. هرگاه پرتوهای تابش همگرا باشند، شیء مجازی است و عدسی واگرا می‌تواند هم تصویر حقیقی (پرتوهای خروجی همگرا) و هم تصویر مجازی (پرتوهای خروجی واگرا) تشکیل دهد.

۲۷. تیغه‌ی شیشه‌ای از شمع تصویر مجازی و نزدیک‌تر به عدسی، تشکیل می‌دهد و طبق رابطه‌ی $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ در عدسی همگرا معلوم می‌شود که:



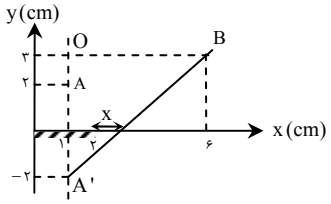
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{d} \Rightarrow$ **d افزایش می‌یابد.**

(f ثابت، p کاهش)

البته هرچه تیغه ضخیم‌تر باشد، افزایش فاصله تصویر از عدسی به مراتب بیشتر خواهد شد.

۲۸.

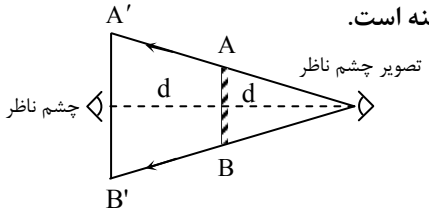
$(\overset{\Delta}{OA'B})$ **قضیه‌ی تالس** $: \frac{5}{1+x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 1\,cm$



یعنی آینه باید 1cm در جهت محور x جابه‌جا شود. اگر A، B را ببینند در این صورت A نیز B را خواهد دید.

۲۹. بازتاب پرتوهای موازی با یک محور فرعی آینه در نقطه‌ی C به هم رسیده‌اند بنابراین C یک کانون فرعی است و متعلق به یک سطح کانونی است که نقطه‌ی B (کانون اصلی) نیز در آن قرار دارد.

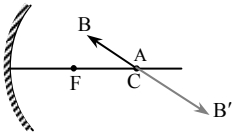
۳۰. ابعاد میدان دید در آینه‌ی تخت، در محل ناظر دو برابر ابعاد آینه و مساحت میدان دید در محل ناظر، ۴ برابر مساحت آینه است.



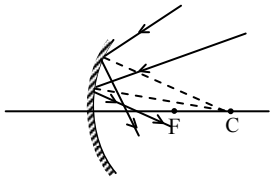
$\frac{S'}{S} = (\frac{2d}{d})^2 = 4 \Rightarrow S = \frac{60}{4} = 15\,cm^2$

$a = \sqrt{S} = \sqrt{15}\,cm$

۳۱. اگر جسم روی مرکز آینه مقعر قرار گیرد، زاویه‌ی بین جسم و تصویرش همواره برابر ۱۸۰ درجه است.



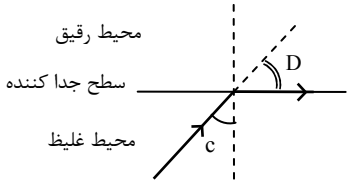
۳۲. بازتاب پرتوها یکدیگر را در جلوی آینه قطع می‌کنند و تصویر حقیقی تشکیل می‌شود. بنابراین تصویر را می‌توان روی یک پرده در مقابل آینه مشاهده کرد.



۳۳.

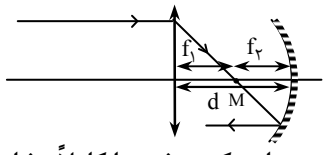
$\hat{i} = \hat{c} \Rightarrow \hat{r} = 90^\circ$

$\hat{D} = |\hat{r} - \hat{i}| = |90 - \hat{c}| \xrightarrow{\hat{c} < 90^\circ} \hat{D} = 90 - \hat{c}$



۳۴. نقطه هم کانون عدسی و هم کانون آینه است پس:

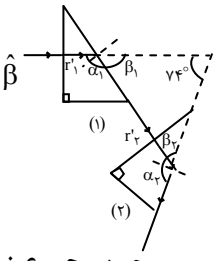
$d = f_۱ + f_۲$



۳۵. با توجه به این که منشورها کاملاً مشابه‌اند، داریم:

$\hat{r}'_۱ = \hat{r}'_۲ = \hat{c}$

از طرفی : $\hat{\alpha}_۱ = \hat{\alpha}_۲ = \hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\beta}_۱ = \hat{\beta}_۲ = \hat{\beta}$



چون مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است بنابراین:

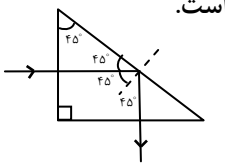
$۲\beta + ۷۴ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \beta = ۵۳^\circ \Rightarrow \alpha = ۱۲۷^\circ$

$۹۰^\circ + \hat{c} = \alpha \Rightarrow \hat{c} = ۳۷^\circ$

۳۶. ذره‌بین یک عدسی همگرا است که از جسم واقع در فاصله‌ی کانونی آن، تصویر مجازی تشکیل می‌دهد.

۳۷. با توجه به شکل اول زاویه‌ی حد منشور برابر ۴۲ درجه است.

چون $\hat{r}' > \hat{c}$ (زاویه‌ی حد) $\Rightarrow$



پرتو نور در منشور بازتاب کلی پیدا می‌کند

۳۸. اولاً- پرتوهای نور از این وسیله عبور کرده است. ثانیاً- در ضمن عبور پرتوها واگرا شده‌اند. پس ابزار نوری بدون شک عدسی واگرا می‌باشد.

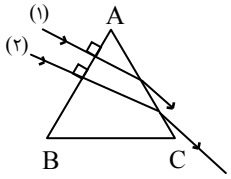
۳۹. ابتدا زاویه‌ی حد تیغه‌ی شفاف را حساب می‌کنیم:

$\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{c} = ۳۰^\circ$

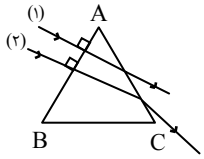
$\hat{i} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{r} = \hat{c} \ , \ \hat{D} = |\hat{i} - \hat{r}| = ۹۰ - ۳۰ \Rightarrow \hat{D} = ۶۰^\circ$

۴۰. هر دو پرتو بدون شکست وارد منشور می‌شوند پس در داخل منشور موازی‌اند. ولی هنگام خروج از وجه AC دو حالت وجود دارد:

(I) اگر ضریب شکست منشور برای پرتوی (۱) بیشتر باشد، انحراف پرتو (۱) بیشتر است و دو پرتو خروجی همگرا می‌شوند.



(II) اگر ضریب شکست منشور برای پرتوی (۲) بیشتر باشد، انحراف پرتو (۲) بیشتر است و دو پرتو خروجی واگرا می‌شوند.



۴۱. تصویر در عدسی واگرا همواره مجازی است و

$m = \frac{f}{p+f} = \frac{f}{\frac{۳}{۲}f + f} = \frac{۲}{۵}$

۴۲.

$D = +\frac{۱}{f} \Rightarrow f = \frac{۱}{D} = \frac{۱}{۰/۸} = ۱/۲۵ \text{ m}$

فاصله‌ی کانونی این عدسی در حدود متر است و برای عدسی شیئی در دوربین نجومی مناسب است.

۴۳. پرتو بنفش پس از خروج از عدسی بیشترین شکست را دارد زیرا بسامد آن بیشتر از سایر پرتوها است. در نتیجه در فاصله‌ی کمتری نسبت به مرکز نوری عدسی، محور اصلی آن را قطع می‌کند. بنابراین فاصله‌ی کانونی عدسی برای آن کوچک‌ترین است.

۴۴. پرتو خارج شده از کانون اصلی می‌گذرد. بنابراین عدسی همگرا است و ($f > ۰$)

$f = \sqrt{۱۰۰ - ۳۶} = ۸ \text{ cm} \quad \text{یا} \quad f = ۰/۰۸ \text{ m}$

$D = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۰/۰۸} = +۱۲/۵$ (دیوپتر)

۴۵. کمترین فاصله‌ی یک جسم از تصویر حقیقی‌اش در عدسی همگرا برابر $۴f$ است.

$d_{min} = ۴f \Rightarrow ۴f = ۱۰۰ \Rightarrow f = ۲۵ \text{ cm}$

۴۶. در عدسی واگرا، محدوده‌ی جابه‌جایی تصویر از عدسی تا کانون است و هیچ وقت تصویر در بی‌نهایت تشکیل نمی‌شود.

$-\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} - \frac{۱}{q} \Rightarrow -\frac{۱}{۲۰} = \frac{۱}{۲۰} - \frac{۱}{q} \Rightarrow q = ۱۰ \text{ cm}$

۴۷. در عدسی‌ها تصویر حقیقی در طرف دیگر عدسی تشکیل می‌شود بنابر این عدسی همگرا است. ($f > ۰$)

$m = \frac{f}{|p-f|} \xrightarrow{(p>f)} m = \frac{f}{p-f} \Rightarrow ۴ = \frac{f}{۱۵-f}$

$\Rightarrow f = ۱۲ \text{ cm} = ۰/۱۲ \text{ m}$

$D = +\frac{۱}{f} = +\frac{۱}{۰/۱۲} = +\frac{۲۵}{۳}$ (دیوپتر)

۴۸. فاصله‌ی کانونی عدسی تغییر نمی‌کند ولی از شفاف بودن تصویر کاسته می‌شود.

۴۹.

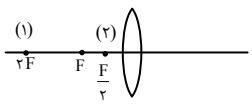
$d = e(۱ - \frac{۱}{n})\sin i$ (جابه‌جایی پرتو در تیغه‌ی شیشه‌ای)

$d = ۶ \times (۱ - \frac{۱}{۲})\sin ۳۰^\circ \Rightarrow d = ۱/۵ \text{ cm}$

۵۰. تصویر مستقیم مجازی است. در عدسی همگرا وقتی جسم را که در فاصله‌ی کانونی قرار دارد به عدسی نزدیک کنیم، تصویر کوچک‌تر می‌شود. (در عدسی واگرا با نزدیک شدن جسم به آن، تصویرش بزرگ‌تر می‌شود.)

۵۱. تصویر چشمه اول در فاصله‌ی $۲f$ از عدسی و در طرف دیگر قرار می‌گیرد:

$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{۲f} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q_{(۱)} = ۲f$



تصویر چشمه دوم در فاصله‌ی f از عدسی و در همان طرف قرار می‌گیرد:

$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{\frac{f}{۲}} - \frac{۱}{q} \Rightarrow q_{(۲)} = f$

فاصله‌ی تصاویر از هم $= q_{(۱)} + q_{(۲)} = ۲f + f = ۳f$

۵۲. در عدسی واگرا تصویر همواره مجازی است:

$f = \frac{m\Delta}{(m-۱)^۲} \Rightarrow f = \frac{\frac{۱}{۲}\Delta}{(\frac{۱}{۲}-۱)^۲}$

$\Delta = \frac{f}{۲}$

۵۳.

$D = \frac{۱}{p} - \frac{۱}{q}$: عدسی همگرا است $(m > ۱)$

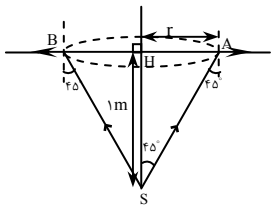
$\Rightarrow D = \frac{۱}{۰/۱} - \frac{۱}{۰/۲} = \frac{۱}{۰/۲}$

$D = +۵$ (دیوپتر)

۵۴.

در مثلث SHA : $\tan ۴۵^\circ = \frac{AH}{SH} = \frac{r}{۱} \Rightarrow r = ۱ \text{ m}$

$۲r = ۲ \text{ m}$ (قطر دایره)



۵۵. در هر دو حالت تصویر حقیقی بوده و در طرف دیگر عدسی است:

$\begin{cases} \frac{۱}{f} = \frac{۱}{\frac{۳f}{۲}} + \frac{۱}{q_۱} \Rightarrow q_۱ = ۳f \\ \frac{۱}{f} = \frac{۱}{\frac{۵f}{۴}} + \frac{۱}{q_۲} \Rightarrow q_۲ = ۵f \end{cases}$

$\Delta q = q_۲ - q_۱ = ۵f - ۳f = ۲f$ (جابه‌جایی تصویر)

۵۶. در عدسی واگرا کانون مجازی است و نه پرتو تابش بلکه امتداد آن می‌تواند از کانون عبور کند.

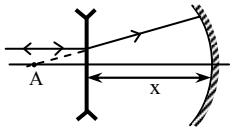
قابل توجه است که در عدسی همگرا اگر پرتو تابش از $۲F$ عبور کند، پس از شکست از نقطه‌ی $۲F'$ خواهد گذشت.

۵۷. در دوربین عکاسی فاصله‌ی فیلم تا عدسی برابر q است و تصویر تشکیل شده روی فیلم، حقیقی است.

$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$

$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{۱۶۴} + \frac{۱}{۴/۱} \Rightarrow f = ۴ \text{ cm}$

۵۸. عدسی واگرا است و نقطه‌ی A کانون مجازی این عدسی است، پس مرکز آینه نیز باید منطبق بر این نقطه باشد.



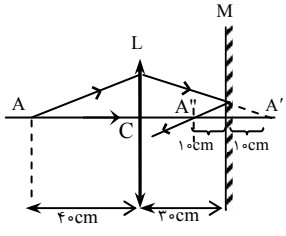
$x = \underset{(\text{آینه})}{۲f} - \underset{(\text{عدسی})}{f} = (۲ \times ۳۰) - ۲۰ = ۴۰ \text{ cm}$

۵۹. اگر x فاصله‌ی دو وضعیت عدسی باشد، داریم: $(d > ۴f)$

$x = d\sqrt{۱ - \frac{۴f}{d}}$

$۰/۲ = ۱ \times \sqrt{۱ - \frac{۴f}{۱}} \Rightarrow f = ۰/۲۴ \text{ m} = ۲۴ \text{ cm}$

۶۰. آینه‌ی تخت از شیء مجازی A' تصویر حقیقی A'' را در ۱۰ سانتی‌متری خود تشکیل داده است. بنابراین $CA' = ۳۰ + ۱۰ = ۴۰ \text{ cm}$ و چون $CA = ۴۰ \text{ cm}$ پس A روی $۲F$ عدسی قرار دارد، بنابر این $f = ۲۰ \text{ cm}$



فصل سوم

اندازه‌گیری و بردار

جلسه‌ی پنجم

در فیزیک هر چیزی را که قابل اندازه‌گیری باشد، کمیت می‌نامند. در اندازه‌گیری، کمیت مورد نظر با مقدار مشخصی از آن کمیت که به عنوان واحد (یکا) معرفی می‌شود، مقایسه می‌گردد.

☜ (یکا) واحد کمیت

مقدار مشخصی از کمیت است که به عنوان مقیاس انتخاب می‌شود.

نکته‌ی ۱. یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که اولاً: در شرایط فیزیکی غیرقابل تغییر باشد.
ثانیاً : در دسترس باشد.

☜ تقسیم‌بندی کمیت‌ها

آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آن‌ها به طور مستقل و بدون رابطه با یکاهای دیگر تعریف شده‌اند، کمیت‌های اصلی نامیده می‌شوند. سایر کمیت‌ها که یکای آن‌ها را می‌توان با استفاده از یکاهای اصلی تعریف کرد، کمیت‌های فرعی نام دارند.

کمیت‌های اصلی عبارتند از: طول - جرم - زمان - شدت جریان - دما - شدت روشنایی - مقدار ماده

که در سطح دبیرستان سه کمیت اول (طول - جرم - زمان) بیش‌تر کاربردی‌اند.

کمیت‌های فرعی خیلی زیادند از جمله مساحت، سرعت، نیرو، انرژی و . . .

☜ دستگاه بین المللی یکاها

یکاهای کمیت‌های اصلی، مجموعاً دستگاه بین المللی واحدها را تشکیل می‌دهند که با علامت اختصاری « SI» نوشته می‌شود. در SI یکاهای کوچک‌تر را با تقسیم یکای مربوطه به دست آورده‌اند و با به کار بردن پیشوندهای مناسب آن‌ها را بیان می‌کنند. به طور مثال متر (m) را به هزار قسمت تقسیم می‌کنند و هر قسمت را میلی‌متر (mm) می‌نامند.

☜ نمادگذاری علمی

برای نوشتن و محاسبه‌ی مقدارهای خیلی بزرگ یا خیلی کوچک از روشی به نام نمادگذاری علمی استفاده می‌کنند. در این روش هر مقدار را به صورت حاصل‌ضرب عددی بین ۱ و ۱۰ و توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسند.

در مورد اعداد اعشاری به تعداد شماره‌هایی که ممیز به جلو آورده می‌شود. $۱۵۰۰۰۰۰۰۰ = ۱/۵ \times ۱۰^{۸}$

برای نمای ۱۰ منفی می‌گذارند. به طور مثال : $۰/۰۰۰۰۰۰۰۱۵ = ۱/۵ \times ۱۰^{-۸}$

☜ دقت اندازه‌گیری

کم‌ترین مقداری را که یک وسیله می‌تواند اندازه بگیرد، دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌گویند. مثلاً دقت اندازه‌گیری یک خط‌کش که بر حسب میلی‌متر مدرج شده است، 1mm می‌باشد.

تست ۱. توسط یک کولیس که دقت اندازه‌گیری آن ۰/۱ میلی‌متر است، قطر خارجی یک کره اندازه گرفته شده است. کدام یک از اعداد زیر می‌تواند نتیجه‌ی اندازه‌گیری با آن باشد؟

۱) 3mm ۲) ۳/۲mm ۳) ۳/۱۲m ۴) ۳/۱۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

در گزینه‌ی ۱ از حداکثر دقت وسیله استفاده نشده است. در گزینه‌های ۳ و ۴ دقت اندازه‌گیری بیش از ۰/۱ میلی‌متر است.

☜ کمیت‌های برداری و نرده‌ای

کمیت‌هایی که دارای جهت بوده و از قاعده‌ی جمع بردارها پیروی می‌کنند، کمیت‌های برداری نام دارند مانند سرعت، شتاب، نیرو و . . . کمیت‌هایی که فقط با اندازه مشخص شده و با جمع جبری محاسبه می‌شوند، کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر) نام دارند مانند طول، شدت جریان، جرم، زمان، انرژی و . . . .

تست ۲. کدام یک از کمیت‌های زیر برداری است؟

۱) مکان ۲) مساحت ۳) حجم ۴) دما

پاسخ: گزینه‌ی ۱

فقط برای مکان می‌توان جهت در نظر گرفت.

☜ بردار

بردار پاره‌خط جهت‌داری است که دارای ابتدا و انتهای مشخص می‌باشد. هر بردار را به صورت $\vec{A}$ نشان می‌دهند و اندازه (بزرگی) بردار به صورت $|\vec{A}|$ یا A مشخص می‌شود.

نکته‌ی ۲. دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ مساوی‌اند اگر: اولاً: $|\vec{A}| = |\vec{B}|$ ثانیاً: $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هم‌جهت باشند.

$\xrightarrow{\vec{A}}$

$\xrightarrow[\vec{B}]{}$

☜ حاصل‌ضرب عدد در بردار

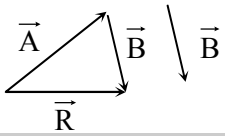
نتیجه‌ی حاصل‌ضرب عدد در بردار، یک بردار است که با بردار اولیه هم‌راستا است. $\vec{A} = m.\vec{a}$

اگر $\begin{cases} m > 0 \Rightarrow \vec{A} \text{ و } \vec{a} \text{ هم‌جهت‌اند.} \\ m < 0 \Rightarrow \vec{A} \text{ و } \vec{a} \text{ در خلاف جهت‌اند.} \end{cases}$

نکته‌ی ۳. هرگاه $m = -1$ را در بردار $\vec{A}$ ضرب کنیم، بردار $-\vec{A}$ حاصل می‌شود که هم اندازه‌ی آن ولی در خلاف جهتش می‌باشد، بردار $-\vec{A}$ قرینه‌ی بردار $\vec{A}$ نامیده می‌شود.

☜ جمع بردارها

برای تعیین برآیند دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ از انتهای بردار اول ($\vec{A}$) برداری مساوی بردار دوم ($\vec{B}$) رسم می‌کنیم. بردار برآیند برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می‌کند.

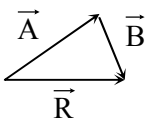


$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

نکته‌ی ۴. دو بردار غیرهم‌جنس را نمی‌توان با هم جمع کرد مثلاً بردار سرعت با بردار شتاب جمع نمی‌شوند.

☜ اندازه‌ی بردار برآیند

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

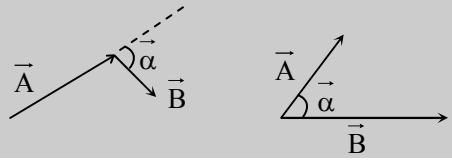


اندازه‌ی بردار برآیند $\vec{R}$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha}$$

در رابطه‌ی اخیر « α » زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ است.

نکته‌ی ۵. زاویه‌ی بین دو بردار در واقع زاویه‌ی بین جهت‌های مثبت بردارها است.



نکته‌ی ۶. هرگاه اندازه‌ی دو بردار مساوی باشد: $|\vec{A}|=|\vec{B}|$. اندازه‌ی برآیند دو بردار را می‌توان از رابطه‌ی ساده‌ی زیر به دست آورد:

$$|\vec{R}|=2|\vec{A}|\cos(\frac{\alpha}{2})$$

نکته‌ی ۷.

اگر دو بردار هم‌جهت باشند. $(\alpha=0)$ $\leftarrow$ $|\vec{R}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$

اگر دو بردار در دوجهت مخالف باشند. $(\alpha=180)$ $\leftarrow$ $|\vec{R}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$

واضح است که همواره داریم: $\big||\vec{a}|-|\vec{b}|\big|\leq|\vec{R}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$

تست ۳. **زاویه‌ی بین دو بردار هم‌اندازه چند درجه باشد تا اندازه‌ی برآیند آن‌ها سه برابر اندازه‌ی هرکدام باشد؟**

۱) ۶۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۲۰ ۴) چنین چیزی امکان ندارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$|\vec{R}|=2|\vec{A}|\cos(\frac{\alpha}{2}) \Rightarrow 3|\vec{A}|=2|\vec{A}|\cos(\frac{\alpha}{2}) \Rightarrow \cos(\frac{\alpha}{2})=\frac{3}{2}$$

چنین چیزی ممکن نیست زیرا همواره $\cos(\frac{\alpha}{2})\leq 1$ باید باشد.

تست ۴. **برآیند دو بردار ۲N و ۵N کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟**

۱) ۸N ۲) ۴N ۳) ۱N ۴) صفر

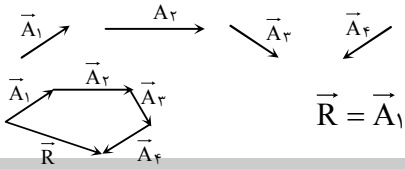
پاسخ: گزینه‌ی ۲

اندازه‌ی بردار برآیند باید در نامساوی زیر صدق کند.

$$5-2\leq|\vec{R}|\leq 5+2$$
$$3\leq|\vec{R}|\leq 7$$

برآیند چند بردار

برای به دست آوردن برآیند چند بردار $\vec{A}_1$ و $\vec{A}_2$ و $\vec{A}_3$ و ... به این ترتیب عمل می‌کنیم. از انتهای بردار $\vec{A}_1$ مساوی بردار $\vec{A}_2$ رسم می‌کنیم، سپس از انتهای بردار $\vec{A}_2$ مساوی بردار $\vec{A}_3$ می‌کشیم و همین کار را تا آخر ادامه می‌دهیم. بردار برآیند برداری است که ابتدای آن، ابتدای بردار اول و انتهای آن، انتهای بردار آخر باشد.



$$\vec{R}=\vec{A}_1+\vec{A}_2+\vec{A}_3+\vec{A}_4$$

نکته‌ی ۸. اگر برآیند چند بردار صفر باشد، هر بردار قرینه‌ی برآیند سایر بردارها است.

$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=0 \Rightarrow \begin{cases}\vec{A}+\vec{B}=-\vec{C}\\ \vec{B}+\vec{C}=-\vec{A}\\ \vec{A}+\vec{C}=-\vec{B}\end{cases}$$

نکته‌ی ۹. جمع بردارها خاصیت جابه‌جایی و انجمنی دارد.

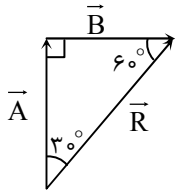
$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$
$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

تست ۵. برآیند دو بردار عمود بر هم با یکی از بردارها زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد. اگر اندازه‌ی بردار بزرگ‌تر ۳ واحد باشد، اندازه‌ی بردار کوچک‌تر چند واحد است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

در مثلث حاصل از بردارها، زاویه‌ی مقابل بردار بزرگ‌تر، بیش‌تر است.

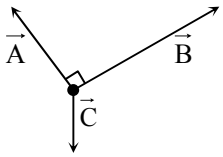


$$\tan ۶۰^\circ=\frac{|\vec{A}|}{|\vec{B}|} \Rightarrow \sqrt{۳}=\frac{۳}{|\vec{B}|} \Rightarrow |\vec{B}|=\sqrt{۳}$$

$\vec{A}$: بردار بزرگ‌تر

$\vec{B}$: بردار کوچک‌تر

تست ۶. در شکل مقابل برآیند بردارها صفر است. اگر $|\vec{C}|=۵cm$ باشد بزرگی $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$ چند سانتی‌متر است؟



۱) صفر ۲) ۱۰

۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) ۵

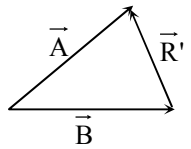
$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=۰ \Rightarrow \vec{A}+\vec{B}=-\vec{C}$$
$$\vec{R}=-\vec{C} \Rightarrow |\vec{R}|=|\vec{C}|=۵cm$$

تفاضل (تفریق) دو بردار

تفاضل دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بردار $\vec{R'}$ $(\vec{R'}=\vec{A}-\vec{B})$ است. به طوری که اگر $\vec{R'}$ با $\vec{B}$ جمع شود باید $\vec{A}$ حاصل شود، یعنی:

$$\vec{R'}+\vec{B}=\vec{A}$$

برای به دست آوردن $\vec{R'}$ نخست دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را مطابق شکل از یک نقطه رسم می‌کنیم: برداری که ابتدای آن بر انتهای بردار دوم $(\vec{B})$ و انتهای آن بر انتهای بردار اول $(\vec{A})$ قرار دارد، بردار $\vec{R'}$ است. (انتهای بردار تفاضل به انتهای بردار اول ختم می‌شود)



$$\vec{R'}=\vec{A}-\vec{B}$$

اندازه‌ی بردار تفاضل

اندازه‌ی بردار تفاضل $\vec{R'}$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید: $|\vec{R'}|=\sqrt{|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲-۲|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha}$ که «α» زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ است.

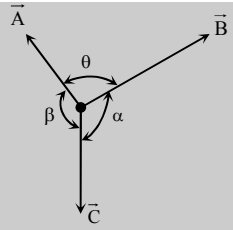
نکته‌ی ۱۰. هرگاه اندازه‌ی دو بردار مساوی باشد: $|\vec{A}|=|\vec{B}|$، اندازه‌ی تفاضل دو بردار را می‌توان از رابطه‌ی ساده‌ی زیر حساب کرد:

$$|\vec{R'}|=۲|\vec{A}|\sin(\frac{\alpha}{۲})$$

نکته‌ی ۱۱. اگر دو بردار در دو جهت مخالف باشند: $|\vec{R'}|=|\vec{A}|+|\vec{B}| \Leftarrow (\alpha=180)$

اگر دو بردار هم‌جهت باشند: $|\vec{R'}|=\big||\vec{A}|-|\vec{B}|\big| \Leftarrow (\alpha=0)$

نکته‌ی ۱۲. اگر برآیند سه بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ صفر باشد، آن سه بردار با هم تشکیل یک مثلث می‌دهند. در این مثلث می‌توان نوشت: (قانون سینوس‌ها)



$$\frac{|\vec{A}|}{\sin\alpha}=\frac{|\vec{B}|}{\sin\beta}=\frac{|\vec{C}|}{\sin\theta}$$

تست ۷. **زاویه‌ی بین دو بردار هم‌اندازه چند درجه باشد تا تفاضل بردارها با آن دو بردار هم‌اندازه باشند؟**

۱) صفر ۲) 60° ۳) 180° ۴) چنین چیزی امکان ندارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$|\vec{R'}|=2|\vec{A}|\sin(\frac{\alpha}{2}) \Rightarrow |\vec{A}|=2|\vec{A}|\sin(\frac{\alpha}{2}) \Rightarrow \sin(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{2} \qquad \frac{\alpha}{2}=30^\circ \Rightarrow \alpha=60^\circ$$

تست ۸. **دو بردار هم‌اندازه با یک‌دیگر زاویه‌ی 74° تشکیل داده‌اند. نسبت بزرگی برآیند آن‌ها به بزرگی تفاضل آن‌ها کدام است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$**

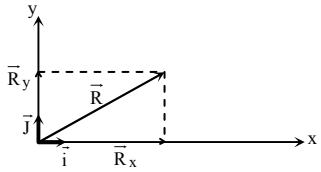
۱) ۱ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۰/۸

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{|\vec{R}|}{|\vec{R'}|}=\frac{2|\vec{A}|\cos(\frac{\alpha}{2})}{2|\vec{A}|\sin(\frac{\alpha}{2})}=\cot(\frac{\alpha}{2}) \Rightarrow \frac{|\vec{R}|}{|\vec{R'}|}=\cot 37^\circ=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}$$

نمایش بردار با کمک بردارهای یکه

مطابق شکل بردار $\vec{R}$ به مؤلفه‌های آن $\vec{R}_x$ و $\vec{R}_y$ تجزیه شده است:



$$\vec{R}=\vec{R}_x+\vec{R}_y$$

یعنی برآیند مؤلفه‌های هر بردار، مساوی همان بردار است.

$\vec{R}_x$ و $\vec{R}_y$ را می‌توان بر حسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{J}$ نیز نوشت: $\begin{cases}\vec{R}_x=R_x\vec{i}\\ \vec{R}_y=R_y\vec{J}\end{cases}$

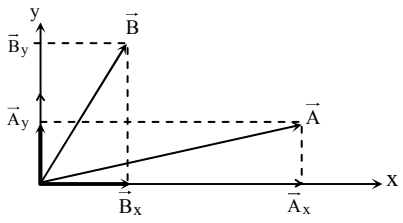
نمایش تحلیلی بردار : $\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{J}$

اندازه‌ی بردار $\vec{R}$: $|\vec{R}|=\sqrt{|\vec{R}_x|^2+|\vec{R}_y|^2}$

زاویه‌ی بردار $\vec{R}$ با جهت مثبت محور x : $\tan\theta=\frac{R_y}{R_x}$

☜ محاسبه‌ی برداری به کمک بردارهای یکه

برآیند دو بـردار $\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{J}$ و $\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{J}$ را با توجه به شکل مقابل می‌توان حساب کرد:



مؤلفه‌هـای بردارهـا روی یـک محـور، هـم‌راسـتا هـستند و برآیندآن‌ها برابر جمع جبری آن‌هاست، داریم:

$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$$
$$\vec{R}=(A_x\vec{i}+A_y\vec{J})+(B_x\vec{i}+B_y\vec{J})$$
$$\vec{R}=(A_x+B_x)\vec{i}+(A_y+B_y)\vec{J}$$

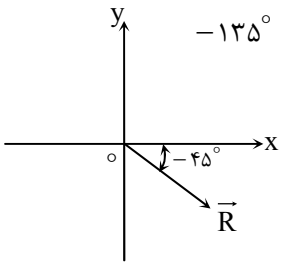
$\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{J}$ $\qquad$ $|\vec{R}|=\sqrt{|R_x|^2+|R_y|^2}$ $\qquad$ بزرگی بردار برآیند

$\tan\theta=\frac{R_y}{R_x}$ $\qquad$ زاویه‌ی بردار برآیند با محور x

تست ۹. زاویه‌ی برآیند دو بردار $\vec{A}=2\vec{i}-3\vec{J}$ و $\vec{B}=-\vec{i}+2\vec{J}$ با محور x چند درجه است؟

۱) 45° $\qquad$ ۲) 135° $\qquad$ ۳) -45° $\qquad$ ۴) -135°

پاسخ: گزینه‌ی ۳



$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B} \Rightarrow \vec{R}=(-1+2)\vec{i}+(2-3)\vec{J}$$
$$\vec{R}=\vec{i}-\vec{J}$$
$$\tan\theta=\frac{R_y}{R_x}=-1 \Rightarrow \theta=-45^\circ$$

☜ ضرب بردارها

حاصل‌ضرب بردارها بر دو نوع است: ۱- داخلی (نرده‌ای) $\qquad$ ۲- خارجی (برداری)

۱- حاصل‌ضرب داخلی:

حاصل‌ضرب داخلی دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$، عددی است مانند $C=\vec{A}.\vec{B}$

اندازه‌ی C از رابطه‌ی زیر حساب می‌شود: $C=|\vec{A}||\vec{B}|\cos\alpha$

در این رابطه « α » زاویه‌ی بین دو بردار است.

نکته‌ی ۱۳. هرگاه دو بردار بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب داخلی آن‌ها صفر است و بالعکس:

$$(\alpha=90^\circ) \Leftrightarrow \vec{A}.\vec{B}=0$$

نکته‌ی ۱۴. با استفاده از حاصل‌ضرب داخلی دو بردار، می‌توان زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را مستقیماً با رابطه‌ی زیر تعیین کرد:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

نکته‌ی ۱۵. با توجه به این که اندازه‌ی بردارهای یکه برابر واحد است می‌توان نوشت:

$$\vec{i}.\vec{i}=|\vec{i}||\vec{i}|\cos 0=1$$
$$\vec{J}.\vec{J}=|\vec{J}||\vec{J}|\cos 0=1$$
$$\vec{i}.\vec{J}=\vec{J}.\vec{i}=|\vec{i}||\vec{J}|\cos 90^\circ=0$$

تست ۱۰. زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{A}=\frac{۱}{۲}\vec{i}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\vec{J}$ و $\vec{B}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\vec{i}$ کدام است؟

۱) ۹۰° ۲) -۶۰° ۳) ۶۰° ۴) ۱۲۰°

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}=\frac{(\frac{۱}{۲}\vec{i}+\frac{۱}{۲}\vec{J}).(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\vec{i})}{\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۴}\overbrace{\vec{i}.\vec{i}}^{۱}-\frac{\sqrt{۳}}{۴}\overbrace{\vec{J}.\vec{i}}^{۰}}{۱\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\cos\theta=-\frac{۱}{۲}\quad\Rightarrow\ \theta=۱۲۰^\circ$$

نکته‌ی ۱۶. حاصل‌ضرب داخلی دو بردار مستقل از ترتیب دو بردار است. یعنی: $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$

۲- حاصل‌ضرب خارجی:

حاصل‌ضرب خارجی یا برداری دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ برداری است مانند $\vec{C}$ که راستای آن بر سطح حاصل از دو بردار عمود است. $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$

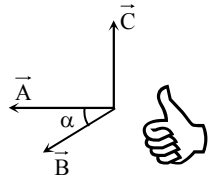
اندازه‌ی بردار $\vec{C}$ از رابطه‌ی زیر حساب می‌شود:

$$|\vec{C}|=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\alpha$$

در این رابطه « α » زاویه‌ی بین دو بردار است.

تعیین جهت بردار $\vec{C}$

اگر چهار انگشت دست راست در جهت بردار اول $(\vec{A})$ قرار گیرد به طوری که جهت بسته شدن آن‌ها (با زاویه‌ی کوچک‌تر) به طرف بردار دوم $(\vec{B})$ باشد، انگشت شست، جهت بردار $\vec{C}$ را نشان می‌دهد.



نکته‌ی ۱۷. ضرب خارجی بردارهای یکه :

$$\vec{i}\times\vec{i}=|\vec{i}||\vec{i}|\sin۰=۰$$
$$\vec{J}\times\vec{J}=|\vec{J}||\vec{J}|\sin۰=۰$$
$$\vec{i}\times\vec{J}=|\vec{i}||\vec{J}|\sin۹۰^\circ=۱$$
$$\vec{J}\times\vec{i}=|\vec{J}||\vec{i}|\sin۹۰^\circ=۱$$

نکته‌ی ۱۸. حاصل‌ضرب خارجی دو بردار مستقل از ترتیب دو بردار نیست یعنی:

$$\vec{A}\times\vec{B}=-(\vec{B}\times\vec{A})$$

تست ۱۱. دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروضند. $\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{a})$ برابر است با:

۱) $\vec{a}^۲.\vec{b}$ ۲) صفر ۳) $\vec{a}^۲\times\vec{b}$ ۴) $\vec{b}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

چون $\vec{c}$ بر سطح حاصل از بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود است. بنابراین $\vec{c}$ بر $\vec{a}$ عمود خواهد بود.

$$\vec{b}\times\vec{a}=\vec{c}$$
$$\vec{a}.\vec{c}=|\vec{a}||\vec{c}|\cos۹۰^\circ=۰$$

تمرین ۱–۳

۱. یک نظریه‌ی فیزیکی باید چه ویژگی داشته باشد تا مورد تأیید همگان واقع شود؟

۱) باید با یافته‌های تجربی ونظریه‌های معتبر قبلی سازگار باشد.
۲) پیش بینیهایی که بر اساس آن صورت می‌گیرد از نظر کمی سازگاری بهتری با تجربه داشته باشد.
۳) نسبت به نظریه‌های قبلی تعداد بیشتری از پدیده‌ها را توجیه کند.
۴) هر سه مورد بیان شده صحیح است.

۲. ۵۴۰ میکرون بر حسب نماد گذاری علمی چند سانتی متر است؟

۱) $5/4\times10^{-2}$ ۲) $5/4\times10^{-4}$ ۳) 540×10^{-4} ۴) 540×10^{-2}

۳. گزینه‌ی نادرست را مشخص کنید؟

۱) کمیت هایی را که برای مشخص کردن آن‌ها بر حسب یکای معین، تنها یک عدد کفایت می‌کند کمیت نرده‌ای می‌گویند.
۲) کمیت هایی که دارای بزرگی و جهت هستندبرداری‌اند
۳) کمیت هایی را که یکای آن‌ها به طور مستقل وبدون رابطه با یکاهای دیگر تعریف شده‌اندکمیت های اصلی گویند.
۴) یکای کمیت های فرعی با استفاده از یکاهای اصلی تعیین می‌گردد.

۴. کم ترین بازه‌ی زمانی که یک زمان سنج دیجیتالی می‌تواند اندازه بگیرد دهم ثانیه است، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند نتیجه‌ی حاصل از اندازه گیری توسط این زمان سنج را به درستی بیان کند؟

۱) $18/20\ (s)$ ۲) $18/02\ (s)$
۳) $18/2\ (s)$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۳ هر دو صحیح هستند.

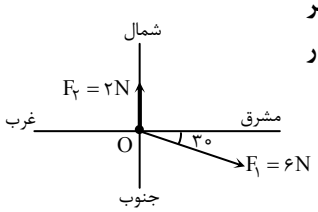
۵. شخصی طول پاره خطی را با خط کش میلی متری اندازه گرفته است و طول پاره خط ۱۲mm است اگر شخص طول آن را ۱۲/۰ میلی متر بیان کند:

۱) بیان شخص درست است. ۲) در بیان مقدار دقت بیش تری کرده‌است.
۳) بیان او اصولاً بی‌اساس است. ۴) در بیان مقدار، دقت کم تری کرده است.

۶. اگر مختصات ابتدای بردار $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ نقطه $(x_1=2,\ y_1=-2)$ و مختصات انتهای آن نقطه $(x_2=\alpha\ ,\ y_2=\beta)$ باشد α و β به ترتیب از راست به چپ کدامند؟

۱) ۵- و ۴ ۲) ۴ و ۵- ۳) ۳ و ۴- ۴) ۴- و ۳

۷. در شکل مقابل بر نقطه مادی واقع در نقطه‌ی O دو نیروی $F_1=6(N)$ و $F_2=2(N)$ اثر می‌کنند حداقل نیروی لازم برای آن‌که نقطه‌ی مادی به طرف مشرق حرکت کند چند نیوتن و در چه جهتی است؟



۱) ۸N به سمت مشرق ۲) ۱N به سمت شمال
۳) ۳N به سمت جنوب ۴) ۳N به سمت شمال

۸. تفاضل دو بردار بر برآیند آن‌ها عمود شده است در این صورت دو بردار الزاماً:

۱) بر هم عمود بوده اند ۲) با هم زاویه‌ی ۱۲۰° می‌سازند.
۳) دارای بزرگی یکسان بوده اند . ۴) با هم زاویه‌ی ۶۰° می‌سازند.

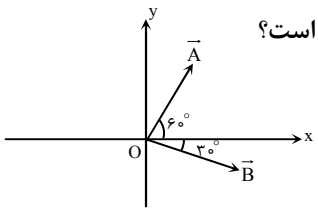
۹. تفاضل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر بردار $\vec{a}$ عمود و اندازه‌ی آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر بردار $\vec{b}$ است، زاویه‌ی بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ چند درجه است؟

۱) ۴۵° ۲) ۳۰° ۳) ۶۰° ۴) ۹۰°

۱۰. بر آیند سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ که به ترتیب اندازه‌هایی برابر ۳ ، ۴ و ۷ واحد دارند برابر صفر است در این صورت:

۱) دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند و $\vec{c}$ در خلاف جهت برآیند آن‌هاست.
۲) این سه بردار با هم موازیند.
۳) هر یک از بردارها با دیگری زاویه‌ی ۱۲۰° می‌سازد.
۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۱۱. دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ مطابق شکل داده شده‌اند و $\vec{A}+\vec{G}=\vec{B}-\vec{G}$ می‌باشد. اندازه‌ی بردار $\vec{G}$ چقدر است؟



$(OA=۶\ ,\ OB=۸)$

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲. اگر دو بردار $\vec{A}=(\alpha+۱)\vec{i}+۳\vec{j}$ و $\vec{B}=(\alpha-۱)\vec{i}+۲\vec{j}$ هم جهت باشند مقدار α چقدر است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۳ ۴) ۵

۱۳. مقدار m چقدر باشد تا اندازه‌ی برآیند دو بردار $\vec{A}=(m-۱)\vec{i}+۳\vec{j}$ و $\vec{B}=۳\vec{i}+(m+۱)\vec{j}$ برابر ۱۰ باشد؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۹

۱۴. اگر برآیند دو بردار $\vec{A}=m\vec{i}+n\vec{j}$ و $\vec{B}=n\vec{i}+m\vec{j}$ بر تفاضل آن‌ها عمود باشد باید داشته باشیم:

۱) $m=n$ ۲) $m^۲+n^۲=۱$ ۳) $m^۲-n^۲=۱$ ۴) هیچ شرطی لازم نیست.

پاسخ کلیدی تمرینات فصل سوم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	○	●
۲.	●	○	○	○
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	●	○
۵.	○	○	●	○
۶.	○	●	○	○
۷.	○	●	○	○
۸.	○	○	●	○
۹.	○	○	●	○
۱۰.	○	○	○	○
۱۱.	○	●	○	○
۱۲.	○	○	○	●
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	○	○	●

پاسخ تشریحی تمرینات فصل سوم

۱. گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲.
$$۵۴۰\mu m = ۵۴۰\times۱۰^{-۶}\,m = ۵۴۰\times۱۰^{-۴}\,cm$$
$$= ۵/۴\times۱۰^{-۲}\,cm$$

۳. کمیت برداری در خاصیت جمع برداری نیز باید صدق کند.

۴. گزینه‌ی ۳ صحیح است.

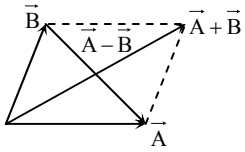
۵. گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۶.
$$\begin{cases}\alpha-۲=۲\\ \beta-(-۲)=-۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۴\\ \beta=-۵\end{cases}$$

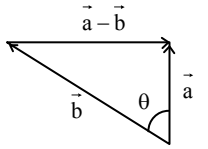
۷. برآیند نیروها در امتداد y ها (محور شمال) باید صفر باشد پس:

به سمت شمال $۲+F'-۶Sin۳۰^\circ=۰\Rightarrow F'=۱(N)$

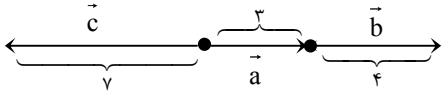
۸. چون $\vec{A}+\vec{B}$ بر $\vec{A}-\vec{B}$ عمود است پس متوازی الاضلاع شامل بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ لوزی است یعنی اندازه‌ی بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ با هم برابر است.



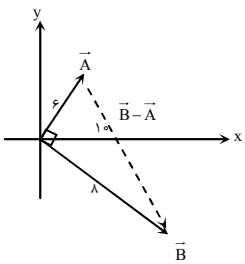
۹.
$$Sin\theta=\frac{|\vec{a}-\vec{b}|}{|\vec{b}|}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\theta=۶۰^\circ$$



۱۰. با توجه به اعداد داده شده داریم: $|\vec{c}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ نتیجه می‌گیریم سه بردار داده شده با هم موازیند:



۱۱.
$$\vec{A}+\vec{G}=\vec{B}-\vec{G}\Rightarrow ۲\vec{G}=\vec{B}-\vec{A}$$
$$\Rightarrow\vec{G}=\frac{\vec{B}-\vec{A}}{۲}$$
$$|\vec{G}|=\frac{|\vec{B}-\vec{A}|}{۲}$$
$$=\frac{۱۰}{۲}=۵$$



۱۲. چون $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هم جهت هستند داریم:
$$\frac{A_y}{A_x}=\frac{B_y}{B_x}\Rightarrow\frac{۳}{\alpha+۱}=\frac{۲}{\alpha-۱}$$
$$\Rightarrow ۳\alpha-۳=۲\alpha+۲\Rightarrow\ \alpha=۵$$

۱۳.
$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}\Rightarrow\vec{R}=(m+۲)\vec{i}+(m+۴)\vec{j}$$
$$|R|=۱۰\Rightarrow\sqrt{(m+۲)^۲+(m+۴)^۲}=۱۰$$
$$\Rightarrow(m+۲)^۲+(m+۴)^۲=۱۰۰$$
$$\Rightarrow ۲m^۲+۱۲m+۲۰=۱۰۰$$
$$\Rightarrow m^۲+۶m-۴۰=۰\ \Rightarrow\begin{cases}m=۴\\ m=-۱۰\end{cases}$$

۱۴.
$$|\vec{A}|=\sqrt{m^۲+n^۲}$$
$$|\vec{B}|=\sqrt{m^۲+n^۲}$$

چون $|\vec{A}|=|\vec{B}|$ می‌باشد پس برآیند $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بر تفاضل آن‌ها عمود است. بدون این که شرطی لازم باشد.

فصل چهارم

کار و انرژی

جلسه‌ی ششم

کار نیروی ثابت $\vec{F}$ مطابق تعریف عبارت است از حاصل‌ضرب نرده‌ای بردار $\vec{F}$ در بردار جابجایی $(\vec{d})$ جسمی که این نیرو به آن وارد می‌شود.

$$W = \vec{F}.\vec{d}$$

بنابرتعریف ضرب نرده‌ای دو بردار، اندازه‌ی کار برابر است با:

$$\boxed{W = Fd\cos\theta}$$

« θ » زاویه‌ای است که دو بردار $\vec{F}$ و $\vec{d}$ با یکدیگر می‌سازند.

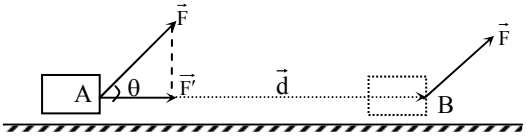
یکای کار در SI، ژول است. ژول عبارت است از کار نیروی یک نیوتن هنگامی‌که به اندازه‌ی یک متر در جهت نیرو جابجا شود.

$$\boxed{1J = 1N \times 1m}$$

رابطه‌ی اخیر رامی‌توان به دو صورت دیگر نوشت:

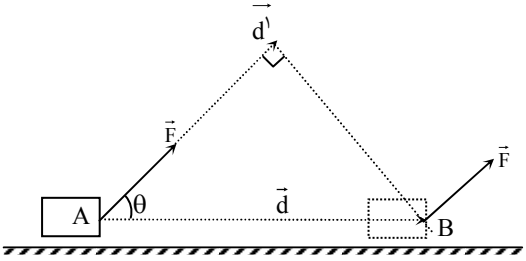
۱) $W = (F\cos\theta)\,d$

یعنی کار حاصل‌ضرب جابجایی در تصویر نیرو در جهت جابجایی است.



۲) $W = F(d\cos\theta)$

یعنی کار حاصل‌ضرب نیرو در تصویر جابجایی در جهت نیرو است.

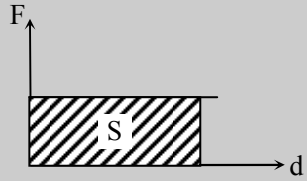


نکته‌ی ۱. از رابطه‌ی $W = Fd\cos\theta$ پیداست که اگر:

$$\begin{cases} \theta < 90^\circ \rightarrow W > 0 \\ \theta > 90^\circ \rightarrow W < 0 \\ \theta = 90^\circ \rightarrow W = 0 \end{cases}$$

نکته‌ی ۲. معلوم می‌شود که اگر بردار نیرو بر بردار جابجایی عمود باشد، کار نیرو صفر است.

نکته‌ی ۳. در نمودار (نیرو - جابجایی)، مساحت سطح زیر نمودار برابر کار نیروی وارد بر جسم، است.



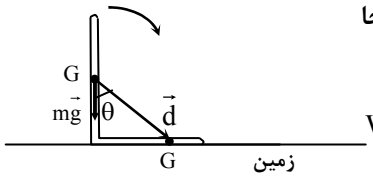
$$S = W$$

تست ۱. میله‌ای به طول $\frac{1}{2}$ متر و جرم $2kg$ در حالت قائم قرار گرفته است. ناگهان میله روی زمین می‌افتد. کار نیروی وزن میله چند ژول است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) $10\sqrt{2}$ ۴) صفر

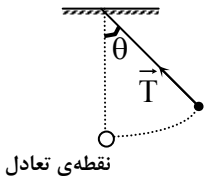
پاسخ: گزینه‌ی ۲

نقطه‌ی اثر نیروی وزن، وسط میله (گرانیگاه) آن است. در اثر افتادن میله، گرانیگاه آن جابجا می‌شود.



$$W = mgd\cos\theta = mg(\frac{l}{2}) = 2\times 10\times\frac{1}{2} = 10J$$

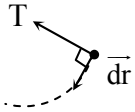
تست ۲. مطابق شکل نخ آونگ به طول L را از راستای قائم به اندازه‌ی θ منحرف کرده و گلوله را رها می‌کنیم کار نیروی کشش نخ از لحظه‌ی رها شدن تالحظه‌ی عبور گلوله از موضع تعادل (O) چقدر است؟



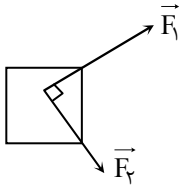
۱) $TL\cos\theta$ ۲) $TL(1-\cos\theta)$ ۳) $TL\sin\theta$ ۴) صفر

پاسخ:گزینه‌ی ۴

نیروی کشش در هر لحظه بر جابجایی گلوله عمود است(شکل مقابل) بنابراین کار نیروی کشش نخ صفر است.

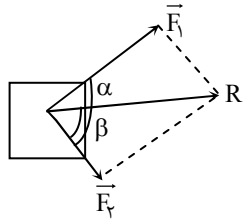


تست ۳. مطابق شکل بر جسمی دو نیروی $F_1 = 10N$ و $F_2 = 7/5N$ اثر می‌کند.اگر این جسم درراستای برآیند نیروها ۵ متر جابجا شود، کار نیروی F_1 چند برابر کار نیروی F_2 است؟



۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{16}{9}$
۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ:گزینه‌ی ۲

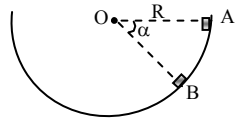


$$\tan\alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{7/5}{10} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$
$$\beta = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

باتوجه به رابطه‌ی $W = Fd\cos\theta$ می‌توان نوشت:

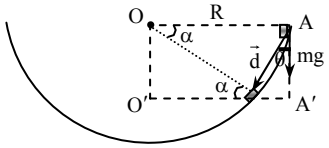
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1}{F_2}\times\frac{d_1}{d_2}\times\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{10}{7/5}\times\frac{5}{5}\times\frac{0/8}{0/6} = \frac{4}{3}\times\frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

تست ۴. وزنه‌ای به جرم m درون نیمکره‌ای به شعاع R از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌لغزد. کار نیروی وزن در این جابجایی برابر است با:



۱) mgR ۲) $mgR\cos\alpha$
۳) $mgR\sin\alpha$ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۳



$$W = mgd\cos\theta$$
$$\begin{cases} AA' = OO' \\ d\cos\theta = R\sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{درنتیجه :}} W = mgR\sin\alpha$$

☜ کار برآیند نیروهای وارد بر جسم

اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم $\sum \vec{F}$ باشد خواهیم داشت:

$$\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ... + \vec{F_n}$$

اگر طرفین رابطه‌ی فوق را دربردار جابجایی جسم $(\vec{d})$ ضرب نرده‌ای کنیم:

$$\sum \vec{F}.\vec{d} = (\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ... + \vec{F_n}).\vec{d}$$

یا $$\sum \vec{F}.\vec{d} = \vec{F_1}.\vec{d} + \vec{F_2}.\vec{d} + \vec{F_3}.\vec{d} + ... + \vec{F_n}.\vec{d}$$

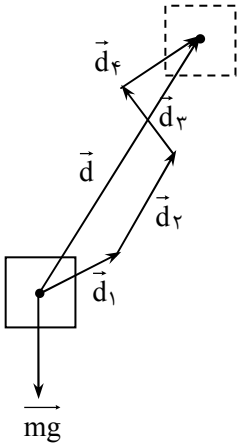
سمت چپ این رابطه همان تعریف کار برآیند نیروهاست و هر جمله‌ی سمت راست بیانگر کار یکی از نیروهای وارد بر جسم است:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + ... + W_n$$

یعنی: جمع جبری کار هر یک از نیروهای وارد بر یک جسم دریک جابجایی معین، با کار بر آیند نیروهای وارد بر جسم در همان جابجایی، برابر است،

بنابراین می‌توان به‌جای محاسبه‌ی برآیند نیروها و ضرب نرده‌ای آن در بردار جابجایی (معمولاً دشوار است) کار تک تک نیروها را حساب کرده و با هم جمع جبری کنید (بسیار ساده‌تر است.)

☜ کار نیروی ثابت در جابجایی‌های مختلف



درشکل مقابل کار نیروی وزن جسم (ثابت فرض شده) دریک جابجایی غیرمشخص محاسبه می‌گردد:

اگر برآیند جابجایی‌های جسم $\vec{d}$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2} + \vec{d_3} + \vec{d_4}$$

اگر طرفین رابطه‌ی فوق را در بردار $\vec{mg}$ ضرب نرده‌ای کنیم:

$$(\vec{mg}).\vec{d} = \vec{mg}.(\vec{d_1} + \vec{d_2} + \vec{d_3} + \vec{d_4})$$

یا

$$(\vec{mg}).\vec{d} = \vec{mg}.\vec{d_1} + \vec{mg}.\vec{d_2} + \vec{mg}.\vec{d_3} + \vec{mg}.\vec{d_4}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

یعنی: کار یک نیروی ثابت در جابجایی‌های مختلف با کار همان نیرو در جابجایی برآیند، برابر است.

☜ اندازه‌ی کار بر حسب مؤلفه‌های نیرو و مؤلفه‌های جابجایی:

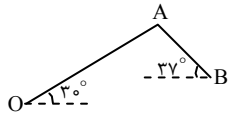
برای به‌دست آوردن کار نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{J}$ در جابجایی $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{J}$ با استفاده از ضرب نرده‌ای دو بردار، می‌توان نوشت:

$$W = \vec{F}.\vec{d} = (F_x\vec{i} + F_y\vec{J}).(d_x\vec{i} + d_y\vec{J})$$

$$W = F_x d_x \vec{i}.\vec{i} + F_x d_y \vec{i}.\vec{J} + F_y d_x \vec{J}.\vec{i} + F_y d_y \vec{J}.\vec{J}$$

$$\boxed{W = F_x d_x + F_y d_y}$$

تست ۵. شخصی جعبه‌ای به جرم ۲۰kg را مطابق شکل، روی مسیر OA به طول ۱۰m، از O به A بالا می‌کشد و سپس روی مسیر AB به طول ۵m آن را پائین می‌آورد، کار نیروی وزن در این جابجایی چند ژول می‌باشد $(\cos 37^\circ = 0/8)$

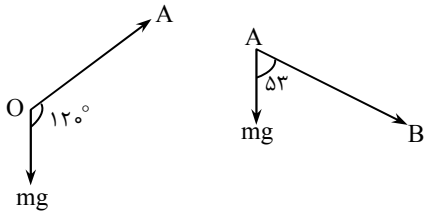


۱) -۴۰۰ ۲) ۱۶۰۰

۳) ۱۰۰۰ ۴) -۱۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$W_{OA} = (mg)OA\cos ۱۲۰^\circ = ۲۰\times ۱۰\times ۱۰\times (-\frac{۱}{۲}) \Rightarrow W_{OA} = ۱۰۰۰J$$



$$W_{AB} = (mg)AB\cos ۵۳^\circ = ۲۰\times ۱۰\times ۵\times ۰/۶ == ۶۰۰J$$

$$W_{OB} = W_{OA} + W_{AB} = -۱۰۰۰ + ۶۰۰ \Rightarrow W_{OB} = -۴۰۰J$$

تست ۶. **کار نیروی $\vec{F} = ۳\vec{i} + ۴\vec{J}$ در جابجایی $\vec{d} = -۲\vec{i} + ۲\vec{J}$ چند ژول است؟ (یکاها در SI است.)**

۱) صفر ۲) $۱۰\sqrt{۲}$ ۳) -۲ ۴) ۲

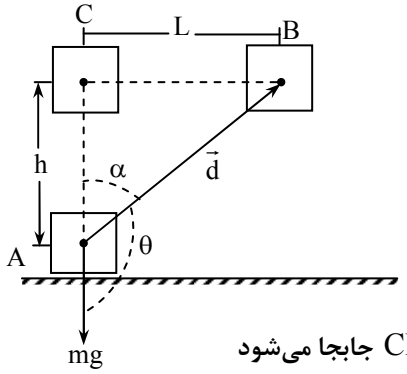
پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$W = \vec{F}.\vec{d} = (۳\vec{i} + ۴\vec{J}).(-۲\vec{i} + ۲\vec{J}) = ۳(-۲) + ۴(۲) = ۲$$
$$W = ۲J$$

نیروهای پایستار و نیروهای ناپایستار

نیروی پایستار نیرویی است که کار آن در جابجایی میان دو نقطه، به مسیر پیموده شده بستگی ندارد و تنها بـه نقطـه‌هـای ابتـدا و انتهای مسیر وابسته است. برای نمونه نیروی وزن یک جسم و نیروی کشسانی فنر، نیروهای پایستار هستند که در ذیل بررسی می‌گردند:

۱- در شکل مقابل کار نیروی وزن جسم را در دو حالت بررسی می‌کنیم:



الف - جسم در امتداد خط مستقیم AB جابجا می‌شود

$$W = mgd\cos\theta = mgd(-\cos\alpha)$$

در مثلث قائم الزاویه‌ی ACB داریم: $h = d\cos\alpha$ پس:

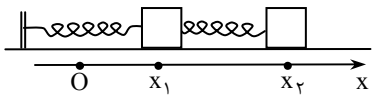
$$W = -mgh$$

ب - جسم ابتدا در راستای قائم تا نقطه‌ی C بالا می‌رود و سپس در طول خط افقی CB جابجا می‌شود

$$W = W_{AC} + W_{CB} = mgh\cos ۱۸۰^\circ + mgL\cos ۹۰^\circ = -mgh + ۰$$
$$W = -mgh$$

نکته‌ی ۴. **یعنی کار نیروی وزن به مسیر پیموده شده به‌وسیله‌ی جسم وابسته نیست.**

۲- کار نیروی کشسانی فنر:



مطابق شکل وقتی فنر در حالت عادی است، جسم در نقطه‌ی O قرار دارد.

در این صورت هرگاه جسم در اثر کشیدن فنر به $x_۱$ و سپس به $x_۲$ برده شود، کار نیروی کشسانی فنر در جابجایی از $x_۱$ بـه $x_۲$ برابر است با:

$$W_e = \bar{F}(x_۲ - x_۱)\cos ۱۸۰^\circ$$

$\bar{F}$ نیروی کشسانی متوسط فنر در کشیدگی از $x_۱$ تا $x_۲$ است. پس: $\bar{F} = \frac{۱}{۲}(kx_۱ + kx_۲)$

$$W_e = \frac{۱}{۲}(kx_۱ + kx_۲)(x_۲ - x_۱)\cos ۱۸۰^\circ$$

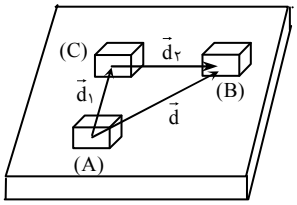
یا $W_e = -(\frac{۱}{۲}kx_۲^۲ - \frac{۱}{۲}kx_۱^۲)$

محاسبات نشان می‌دهد که هرگاه جسم به طریقه‌های دیگر از x_1 به x_2 برود، کار نیروی کشسانی فنر تغییر نمی‌کند و این ثابت می‌کند که نیروی کشسانی فنر نیز پایستار است.

نکته‌ی ۵. چون نیروی کشسانی فنر متغیر است، در محاسبه‌ی کار مقدار متوسط نیرو را به کار برده‌ایم.

نیروی ناپایستار نیرویی است که کار آن در جابجایی از یک نقطه تا نقطه‌ی دیگر به مسیر پیموده شده وابسته است مثل نیروی اصطکاک.

در این نمونه کار نیروی اصطکاک در یک سطح افقی را در دو حالت بررسی می‌کنیم:



الف - جسم درامتداد خط مستقیم AB جابجا می‌شود

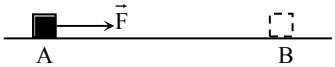
$$W_f = \mu N d \cos 180^\circ \Rightarrow W_f = -\mu N d = -\mu mgd$$

ب - جسم ابتدا به نقطه‌ی C رفته و سپس به نقطه‌ی B می‌رود

$$W'_f = W_{AC} + W_{CB} = \mu N d_1 \cos 180^\circ + \mu N d_2 \cos 180^\circ$$
$$W'_f = -\mu N(d_1 + d_2) = -\mu\, mg(d_1 + d_2)$$

چون $d \neq d_1 + d_2$، پس $W_f \neq W'_f$ در نتیجه کار نیروی اصطکاک به مسیر میان دو نقطه بستگی دارد.

تست ۷. مطابق شکل، جسم بر اثر نیروی F از نقطه A به نقطه‌ی B برده شده و مجدداً ازهمان مسیر از نقطه‌ی B به نقطه‌ی A آورده شده‌است. اگر کار نیروی F در رفت و برگشت یکسان باشد،این نیرو:



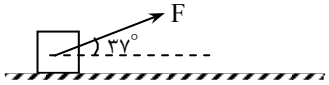
۱) الزاماً پایستار است.
۲) الزاماً ناپایستار است
۳) ممکن است پایستار یا ناپایستار باشد
۴) چنین حالتی غیر ممکن است.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$W_{AB} + W_{BA} \neq 0 \qquad \text{بنابر این:} \qquad W_{AB} = W_{BA}$$

یعنی نیروی F الزاماً ناپایستار است.

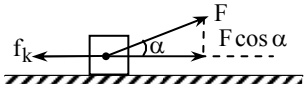
تست ۸. مطابق شکل جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر نیروی $F = 10N$ با سرعت ثابت حرکت می‌کند.پس از طی مسافت ۱/۵ متر، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8 \;,\; g = 10 \frac{m}{s^2})$



۱) ۱۲
۲) -۱۲
۳) -۲۴
۴) ضریب اصطکاک (μ_k) باید معلوم باشد

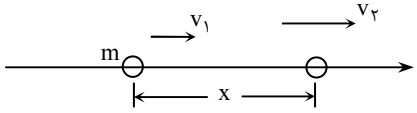
پاسخ:گزینه‌ی ۲

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند: $(F\cos\alpha = f_k)$



$$W_f = f_k d \cos\alpha = (10 \times \cos 37^\circ)(1/5)(\cos 180^\circ)$$
$$W_f = -12J$$

قضیه‌ی کار و انرژی



فرض کنید به جسمی به جرم m نیروی برآیند ثابت $\sum \vec{F}$ وارد شود و جسم درراستای نیروی برآیند به اندازه‌ی x روی خط راست جابجا شود:

طبق قانون دوم نیوتن جسم شتاب ثابت $\vec{a}$ را پیدا کرده و سرعت آن از v_1 به v_2 می‌رسد:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax \Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2x} \qquad (I)$$

از طرف دیگر: $\sum F = ma \Rightarrow a = \frac{\sum F}{m} \quad (II)$

$$\frac{\sum F}{m} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2x} \Rightarrow \sum Fx = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

سمت چپ رابطه، کار نیروی برآیند در جابجایی x است.پس:

$$\boxed{W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

رابطه‌ی فوق که قضیه‌ی کار و انرژی نام دارد،به صورت زیر بیان می‌شود:

کار برآیند نیروهای وارد بر جسم (پایستار و ناپایستار) در یک جابجایی معین، با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر است.

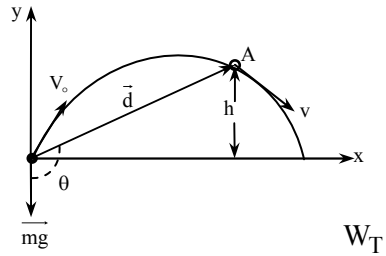
یادآوری: حاصل‌ضرب مجذور سرعت جسم در نصف جرم آن را انرژی جنبشی جسم می‌نامند و آن را با K نشان می‌دهند. $(K = \frac{1}{2}mv^2)$

لذا می‌توان کارانجام شده روی جسم (کاربرآیند نیروهای وارد بر جسم) را با رابطه‌ی ساده‌ی زیر نشان داد:

$$W_T = K_2 - K_1 \quad \begin{bmatrix} K_1: \text{انرژی جنبشی جسم در ابتدای جابجایی} \\ K_2: \text{انرژی جنبشی جسم درانتهای جابجایی} \end{bmatrix}$$

نکته‌ی ۶. اگر روی جسم کار مثبت انجام شود $(W_T > 0)$، انرژی جنبشی جسم افزایش پیدا می‌کند $(K_2 > K_1)$ و اگر روی جسم کار منفی انجام شود $(W_T < 0)$ انرژی جنبشی جسم کاهش پیدا می‌کند $(K_2 < K_1)$

مثال ۱. محاسبه‌ی سرعت جسمی به جرم m که با سرعت اولیه v_0 و با زاویه‌ی α نسبت به افق، پرتاب در ارتفاع hاز سطح پرتاب چقدر است؟



تنها نیروی وارد به جسم، وزن آن است. کار نیروی وزن درجابجایی d برابر است با:

$$W_T = mgd\cos\theta = -mgh$$

قضیه‌ی کار و انرژی: $W_T = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow -mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

تست ۹. جسمی به جرم $5\,kg$ با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. کار برآیند نیروهای وارد بر آن درمدت ۱۰ ثانیه، چند کیلو ژول است؟

۱) ۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = at = 2\times 10 = 20\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$W_T = K_2 - K_1$$

$$W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_T = \frac{1}{2}\times 5\times (20)^2 - 0 \Rightarrow W = 1000J \text{ یا } W = 1KJ$$

تست ۱۰. گلوله‌ای به جرم ۳۰۰ گرم با سرعت اولیه‌ی $40\frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف بالاپرتاب می‌شود و تا ارتفاع ۳۰ متر بالا می‌رود. مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا درمقابل حرکت گلوله چند نیوتن است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) ۱۱ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

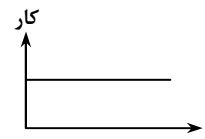
$$W_{mg} + W_f = \Delta K \quad \Rightarrow \quad -mgh + W_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

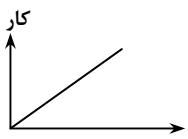
$$-\frac{3}{10}\times 10\times 30 + W_f = 0 - \frac{1}{2}\times\frac{3}{10}\times 1600$$

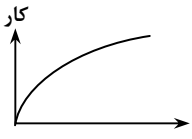
$$-90 + W_f = -240 \Rightarrow W_f = -150J$$

$$W_f = \bar{F}.h.\cos 180^\circ \Rightarrow -150 = -\bar{F}\times 30 \Rightarrow \bar{F} = 5N$$

تست ۱۱. جسمی از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاکی رها می‌شود. نمودار تغییرات کار نیروی وزن جسم بر حسب سرعت آن کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴)

پاسخ: گزینه‌ی ۳

طبق رابطه‌ی $W_T = \Delta K$

$$W_{mg} + W_N = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$W_{mg} + 0 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$W_{mg} = \frac{1}{2}mv^2$$

یعنی کار بر حسب سرعت تابع درجه‌ی دوم بوده و شکل آن سهمی است و چون ضریب v^2 مثبت است ، سهمی Min دارد.

☜ انرژی پتانسیل

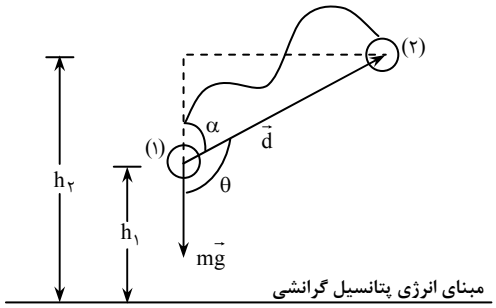
اجسام به علت وضعیتی که دارند، دارای انرژی پتانسیل هستند. مثل جسمی که در بلندی قرار دارد یا فنری که دروضعیت فشرده شده است. اجسامی که دارای انرژی پتانسیل هستند، می‌توانند در اثر تغییر وضعیتشان بر روی دیگر اجسام کار انجام دهند. مثلاً فنر فشرده شده در اثر آزاد شدن، بر روی جسم متصل به آن کار انجام می‌دهد.

☜ انرژی پتانسیل گرانشی

انرژیی را که اجسام فقط به سبب ارتفاع نسبت به زمین دارند، انرژی پتانسیل گرانشی می‌نامند.

هر چه جسم در ارتفاع بالاتری نسبت به سطح زمین قرار داشته باشد، انرژی پتانسیل گرانشی آن بیش‌تر است و به همین دلیل دراثر سقوط، انرژی جنبشی زیادتری هنگام برخوردبه سطح زمین دارد.

فرض کنید مطابق شکل جسمی به جرم m از نقطه‌ی(۱) در ارتفاع h_1 در یک مسیر دلخواه، تانقطه‌ی (۲)در ارتفاع h_2 جابجا می‌شود:



کار نیروی وزن درجابجایی جسم از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲)

برابر است با: $W_{mg} = mg\,d\cos\theta$

$$W_{mg} = -mg\,d\cos\alpha$$

$$W_{mg} = -mg(h_2 - h_1)$$

یا $\boxed{-W_{mg} = mgh_2 - mgh_1}$

mgh_1 :انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه‌ی (۱)

mgh_2 :انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه‌ی (۲)

یعنی:

منفی کار نیروی وزن در جابجایی از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲) برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است.

نکته‌ی ۷. سطح افقی که از آن برای سنجش ارتفاع استفاده می‌شود، مبنای انرژی پتانسیل گرانشی می‌باشد. انتخاب این مبنا کاملاً اختیاری است.

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع h از مبنا، برابر است با: $U = mgh$

لذا می‌توان به‌صورت ساده نوشت: $-W_{mg} = U_2 - U_1$

لازم به تذکر است چون کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد،از آن برای تعریف انرژی پتانسیل استفاده شده است البته وزن جسم دراین تعریف ثابت فرض شده است.

نکته‌ی ۸. اجسامی که در بالای مبنای انرژی پتانسیل گرانشی باشند، انرژی پتانسیل گرانشی مثبت دارند و اجسامی که پایین‌تر از مبنا قرار گیرند، دارای انرژی پتانسیل گرانشی منفی‌اند.

$h > 0 \Rightarrow U > 0$

$h < 0 \Rightarrow U < 0$

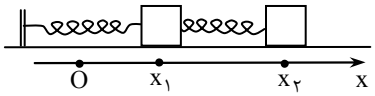
معلوم می‌شود که انرژی پتانسیل گرانشی اجسامی که روی مبنا قرار دارند صفر است.

$h = 0 \Rightarrow U = 0$

☜ انرژی پتانسیل کشسانی

انرژی‌ای که فنر فقط به سبب کشیدگی (یا فشردگی) دارد، انرژی پتانسیل کشسانی نامیده می‌شود. هرچه فنر بیش‌تر کشیده شده و یا فشرده شود، انرژی پتانسیل کشسانی بیش‌تری خواهد داشت و به همین دلیل در اثر آزاد شدن آن، انرژی جنبشی جسم متصل به فنر زیادتر می‌شود.

همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، کار نیروی کشسانی فنر در جابجایی از x_1 به x_2 برابر است با:



$$W_e = -(\frac{1}{2}Kx_2^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2)$$

یا : $\boxed{-W_e = \frac{1}{2}Kx_2^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2}$

انرژی پتانسیل کشسانی فنری که به اندازه‌ی x کشیده و یا فشرده شود برابر است با: $U = \frac{1}{2}Kx^2$ پس می‌توان به‌صورت ساده نوشت:

$$-W_e = U_2 - U_1$$

یعنی: منفی کار نیروی کشسانی فنر در جابجایی از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲)، برابر تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر است.

نکته‌ی ۹. برای نیروهای ناپایستار نمی‌توان انرژی پتانسیل تعریف کرد زیرا اتلاف کننده‌ی انرژی هستند.

***تست ۱۲.* جسمی به جرم ۲۰۰ گرم بدون سرعت اولیه در شرایط خلاء سقوط می‌کند. انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ثانیه‌ی سوم سقوط به اندازه‌ی ....ژول....می‌یابد**

۱) ۵۰ - افزایش ۲) ۹۰ - افزایش ۳) ۵۰ - کاهش ۴) ۹۰ - کاهش

پاسخ:گزینه‌ی ۳

جسم درثانیه‌ی سوم سقوط مسافتی برابر ۲۵ متر می‌پیماید:

$$h = \frac{1}{2}g(2t-1) = \frac{1}{2}\times 10(2\times 3-1) = 25m$$

$$W_{mg} = mgh = \frac{2}{10}\times 10\times 25 = 50J$$

$$-W_{mg} = \Delta U \Rightarrow \Delta U = -50J$$

***تست ۱۳.* برای فشردن یک فنربه اندازه‌ی ۱۰cm که ثابت فنر آن $500\frac{N}{m}$ است، چند ژول کار مکانیکی باید انجام دهیم؟**

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵۰۰ ۴) ۲۵۰

پاسخ:گزینه‌ی ۲

$$-W_e = \Delta U$$

$$-W_e = \frac{1}{2}Kx_2^2 - \cancel{\frac{1}{2}Kx_1^2}^{\circ}$$

$$-W_e = \frac{1}{2}\times 500\times (\frac{1}{10})^2 \Rightarrow -W_e = 2/5J$$

$$W = -W_e$$

$$W = 2/5J$$

کاری که ما برای فشردن فنر باید انجام دهیم :

پایستگی انرژی مکانیکی

فرض کنید دو نیروی پایستار F و F' بر جسمی وارد شده و جسم بر اثر این نیروها از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲) جابجا شود. منفی کار هر یک از نیروها برابر با تغییر انرژی پتانسیل جسم بر اثر آن نیرو است.

هر گاه W_T کار برآیند نیروهای وارد بر جسم باشد، داریم:

$$W_T = W_F + W_{F'} \Rightarrow W = \left[-(U_{2F} - U_{1F}) \right] + \left[-(U_{2F'} - U_{1F'}) \right]$$
$$\Rightarrow W_T = -\left[(U_{2F} + U_{2F'}) - (U_{1F} + U_{1F'}) \right] \Rightarrow W_T = -(U_2 - U_1) \qquad (I)$$

U_1 و U_2 مجموع انرژی‌های پتانسیل جسم، در نقطه‌های (۱) و (۲) است.

از طرفی بنا به قضیه‌ی « کار و انرژی» می‌توان نوشت: $W_T = K_2 - K_1$ (II)

از روابط (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$
$$\text{یا} : \quad K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

سمت چپ رابطه مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم (انرژی مکانیکی جسم) در نقطه‌ی (۲) و سمت راست رابطه مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل (انرژی مکانیکی جسم) در نقطه‌ی (۱) است. چون نقطه‌های (۱) و (۲) اختیاری‌اند نتیجه می‌گیریم انرژی مکانیکی درهمه‌ی نقطه‌ها مقدار یکسانی دارد.

اگر انرژی مکانیکی جسم را با نماد E نشان دهیم، رابطه‌ی اخیر به‌صورت ساده‌ی زیر نوشته می‌شود:

$$E_2 = E_1 \quad \text{« قانون پایستگی انرژی مکانیکی»}$$

یعنی: اگر نیروهای وارد بر یک جسم پایستار باشند، انرژی مکانیکی آن ثابت می‌ماند.

حال فرض کنید که علاوه بر نیروهای پایستار، نیروهای ناپایستار نیز بر جسم اثر کند و جسم از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲) جابجا شود،دراین‌صورت کار برآیند نیروهای وارد بر جسم (W_T) برابر با مجموع جبری کار نیروهای پایستار (W') و کار نیروهای ناپایستار (W'') خواهد بود.

$$W_T = W' + W'' \Rightarrow W'' = W_T + (-W') \Rightarrow$$
$$W'' = W_T + (U_2 - U_1)$$

بنابر قضیه‌ی« کار و انرژی» داریم: $W_T = K_2 - K_1$

در نتیجه:

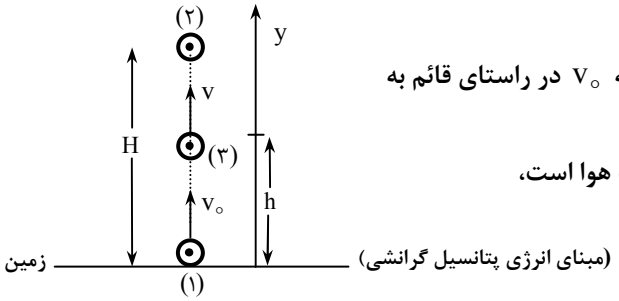
$$W'' = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$
$$W'' = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) \quad \text{یا} \quad W'' = E_2 - E_1$$

ملاحظه می‌شود که اگر نیروهای ناپایستار بر جسم اثر کند، انرژی مکانیکی ثابت نمی‌ماند. دراین حالت تغییر انرژی مکانیکی جسم در جابجایی از نقطه‌ی (۱)تا نقطه‌ی (۲) برابر با کار نیروهای ناپایستار دراین جابجایی است.

نکته‌ی ۱۰. در حالت خاصی که کار نیروهای ناپایستار صفر است ($W'' = 0$)، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند یعنی: $E_2 = E_1$

مثال ۲. ارتفاع اوج و سرعت جسم در ارتفاع h وقتی با سرعت اولیه v_0 در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود، چقدر است؟

تنها نیروی وارد بر جسم وزن آن است و چون پرتاب در غیاب مقاومت هوا است،



بنابراین انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر پایسته است:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = mgH + ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۰^۲ = gH \Rightarrow H = \frac{v_۰^۲}{۲g}$$ ارتفاع اوج

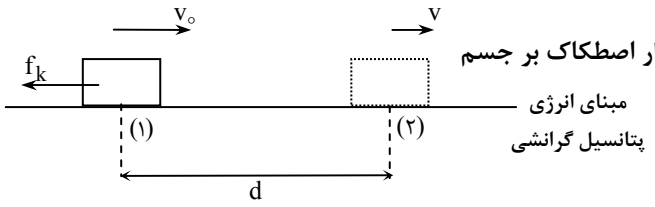
سرعت جسم در نقطه‌ی (۳) ارتفاع h از زمین چنین حساب می‌شود:

$$E_۱ = E_۳ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۳ + K_۳ \Rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$v = \sqrt{v_۰^۲ - ۲gh}$$

تذکر: انرژی جنبشی جسم در نقطه‌ی اوج صفر است زیرا جسم در این نقطه توقف لحظه‌ای دارد.

مثال ۳. سرعت جسم پس از جابجایی d بر روی سطح افقی دارای اصطکاک، وقتی با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ روی سطح پرتاب شود، چقدر است؟



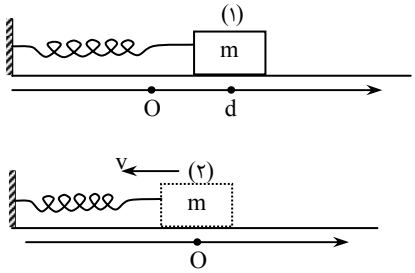
چون در جابجایی جسم از نقطه‌ی (۱) تا نقطه‌ی (۲) نیروی ناپایستار اصطکاک بر جسم وارد می‌شود، لذا انرژی مکانیکی آن پایسته نمی‌ماند و داریم:

$$W'' = W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow$$

$$W_f = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) \Rightarrow f_k d\cos(۱۸۰^\circ) = (۰ + \frac{۱}{۲}mv^۲) - (۰ + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲)$$

$$\Rightarrow -\mu_k Nd = -\mu_k mgd = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ \Rightarrow v = \sqrt{v_۰^۲ - ۲\mu_k gd}$$

مثال ۴. سرعت جسم متصل به یک فنر کشیده شده را وقتی که فنر به طول عادی خود بر می‌رسد، تعیین کنید؟ (اصطکاک سطح ناچیز است)

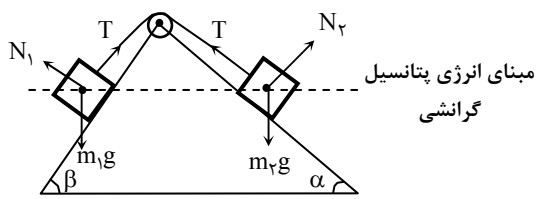


چون نیروی اصطکاک نیست، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}Kd^۲ + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$\Rightarrow v = d\sqrt{\frac{K}{m}}$ سرعت جسم هنگام عبور ازنقطه‌ی O

مثال ۵. در شکل زیر سرعت هر یک از دوجرم $m_۱$ و $m_۲$ پس از جابجایی d روی سطح‌ها چقدر است؟ ($m_۲$ پائین می‌آید و $m_۱$ بالامی‌رود و اصطکاک ناچیز است.)



کار نیروی عمودی سطح و مجموع کار کشش نخ‌ها صفر است.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow$$

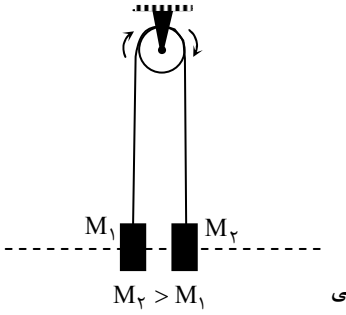
$$(\circ+\circ)+(\circ+\circ)=(m_۱gd\sin\beta-m_۲gd\sin\alpha)+(\frac{۱}{۲}m_۱v^۲+\frac{۱}{۲}m_۲v^۲)$$

$$\Rightarrow -gd(m_۱\sin\beta-m_۲\sin\alpha)=\frac{۱}{۲}(m_۱+m_۲)v^۲$$

$$v=\sqrt{\frac{۲gd(m_۲\sin\alpha-m_۱\sin\beta)}{m_۱+m_۲}}$$

توجه: چون دستگاه از حال سکون شروع به حرکت کرده‌است، انرژی جنبشی اولیه‌ی هر دو جسم برابر صفر است.

مثال ۶. سرعت دو وزنه‌ی $M_۱$ و $M_۲$ در ماشین آتوود پس از جابجایی d چقدر است؟ (اصطکاک ناچیز است)



مبنای انرژی
پتانسیل گرانشی

$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

$$(\circ+\circ)+(\circ+\circ)=(M_۱gd-M_۲gd)+(\frac{۱}{۲}M_۱v^۲+\frac{۱}{۲}M_۲v^۲)$$

$$\Rightarrow v^۲=\frac{۲(M_۲-M_۱)}{M_۲+M_۱}gd$$

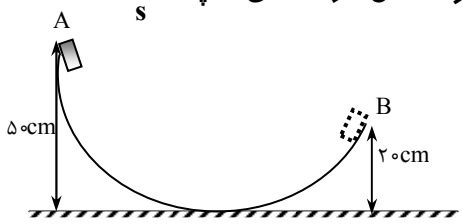
قانون پایستگی انرژی

کاهش انرژی مکانیکی که درواقع برابر کار نیروهای ناپایستار (اصطکاک) است، به معنای از بین رفتن انرژی مکانیکی نیست، بلکه این انرژی به نوع دیگری از انرژی (انرژی درونی) تبدیل می‌شود و به صورت افزایش دما، ظاهر می‌گردد. بنابر این اگر اجزاء یک مجموعه با خارجِ مجموعه تبادل انرژی نداشته باشند و تنها میان خودشان انرژی مبادله کنند، انرژی کل مجموعه ثابت می‌ماند و این نتیجه تحت عنوان قانون پایستگی انرژی نامیده‌می‌شود.

دستگاه منزوی

دستگاه یا مجموعه‌ای که با خارج تبادل انرژی ندارد و قانون پایستگی انرژی بر آن حاکم است،دستگاه منزوی نامیده‌می‌شود. برای مثال کل جهان به‌عنوان یک دستگاه منزوی است، یعنی کل انرژی در جهان ثابت است.

تست ۱۴. جسمی به جرم m از نقطه‌ی A روی سطح رها می‌شود. سرعت آن در نقطه‌ی B چند $\frac{m}{s}$ است؟



(سطح اصطکاک ندارد و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۶ ۲) ۲

۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\sqrt{۱۰}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند.

$$E_A=E_B$$

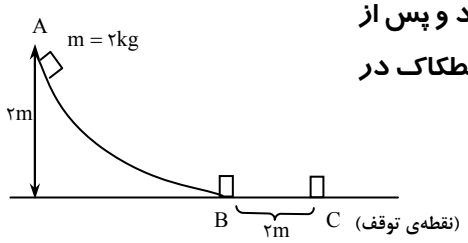
$$K_A+U_A=K_B+U_B$$

$$\circ+mgh_A=\frac{۱}{۲}mv_B^۲+mgh_B$$

$$gh_A=\frac{۱}{۲}v_B^۲+gh_B\Rightarrow ۱۰\times\circ/۵=\frac{۱}{۲}v_B^۲+(۱۰\times\circ/۲)$$

$$v_B^۲=۶\Rightarrow v_B=\sqrt{۶}\frac{m}{s}$$

تست ۱۵. جسمی از ارتفاع ۲ متری سطح زمین، از نقطه‌ی A رها می‌شود و پس از رسیدن به سطح افقی و طی مسافت ۲ متر می‌ایستد. کار نیروی اصطکاک در مسیر ABC چقدر است؟

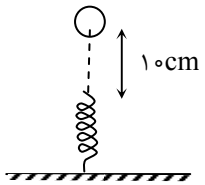


۱) $-۴\sqrt{۱۰}J$ ۲) $-۸\sqrt{۱۰}J$
۳) $-۴۰J$ ۴) $-۸۰J$

پاسخ:گزینه‌ی ۳

$$E_C - E_A = W_{f_{ABC}}$$
$$(K_C + U_C) - (K_A + U_A) = W_{f_{ABC}}$$
$$(۰+۰) - (۰ + mgh) = W_{f_{ABC}} \Rightarrow -(۲\times ۱۰\times ۲) = W_{f_{ABC}}$$
$$W_{f_{ABC}} = -۴۰J$$

تست ۱۶. گلوله‌ای به جرم ۹kg را از ارتفاع ۱۰ سانتی متری بالای فنر قائمی با ثابت فنر $۸۰۰\frac{N}{m}$ رها می‌کنیم. این گلوله بعد از بر خورد با فنر، آن را حد اکثر چند سانتی متر فشرده می‌کند؟

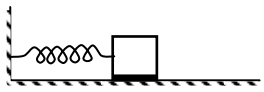


۱) ۲۰ ۲) ۳۰
۳) ۴۰ ۴) ۵۰

پاسخ:گزینه‌ی ۲

$$E_۱ = E_۲ \quad \rightarrow \quad K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$
$$۰ + mgh = ۰ + \frac{۱}{۲}Kx^۲$$
$$mg(۰/۱ + x) = \frac{۱}{۲}Kx^۲$$
$$۹۰\times(۰/۱ + x) = \frac{۱}{۲}\times ۸۰۰\times x^۲$$
$$۴۰۰x^۲ - ۹۰x - ۹ = ۰ \Rightarrow x = ۰/۳m \quad \text{یا} \quad x = ۳۰cm$$

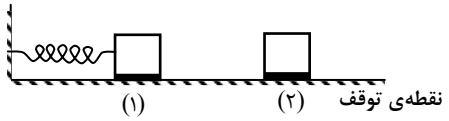
تست ۱۷. در شکل روبه‌رو وزنه‌ای به جرم ۱kg فنری با ثابت $۱۰۰\frac{N}{m}$ را به اندازه‌ی ۱۰cm نسبت به وضع تعادل فشرده کرده است.اگر این وزنه رها شود، بعد از جدا شدن از فنر چه مسافتی را می‌پیماید تا متوقف شود؟ (ضریب اصطکاک جنبشی سطح ۰/۲ است.)



۱) ۱۵cm ۲) ۳۰cm ۳) ۴۰cm ۴) ۵۰cm

پاسخ: گزینه‌ی ۱

مسافتی که وزنه بعد از جدا شدن از فنرمی‌پیماید d فرض می‌شود:



$$E_۲ - E_۱ = W_f$$
$$۰ - \frac{۱}{۲}Kx^۲ = -f_k(x+d) \Rightarrow -\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰\times(\frac{۱}{۱۰})^۲ = -۰/۲\times ۱\times ۱۰\times(\frac{۱}{۱۰} + d)$$
$$d = ۰/۱۵m \quad \text{یا} \quad d = ۱۵cm$$

توان

برای نشان دادن تندی یا کُندی انجام کار از کمیتی به نام توان استفاده می‌شود. در واقع توان نشان می‌دهد که کار در چه مدت زمانی انجام گرفته است.

اگر کار ΔW زمان Δt انجام شود ، توان متوسط به صورت کار انجام شده در واحد زمان تعریف می‌شود. واحد توان در SI ژول بر ثانیه $(\frac{J}{s})$است که وات (w) نامیده می‌شود $\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$

نکته‌ی ۱۱. هر اندازه کار معینی در زمان کم‌تری انجام شود، توان مقدار بیش‌تری است

بازده (کارآیی)

هر وسیله‌ای بخشی از انرژی ورودی به آن را به انرژی خروجی (مفید) تبدیل می‌کند و بخش دیگر به علت اصطکاک و یا حرکت دادن اجزای وسیله تلف می‌شود.

برای نشان دادن این‌که چه کسری از انرژی ورودی قابل استفاده است، بازده یا کارآیی برای وسیله تعریف می‌شود:

در رابطه‌ی مقابل « P_i » توان ورودی (مصرفی) و « P_E » توان خروجی (مفید) است. $Ra = \frac{P_E}{P_i} \times ۱۰۰$

تست ۱۸. یک پمپ الکتریکی، ۵۰ کیلوگرم آب را از عمق ۴۰ متری بالا آورده و با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ بیرون می‌ریزد. اگر توان خروجی پمپ $2kw$ باشد، مدت زمان لازم برای بالا آوردن آب چند ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ:گزینه‌ی ۳

$$pt = mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۲\times۱۰^۳ \times t = ۵۰\times۱۰\times۴۰ + ۲۵\times۴۰۰$$
$$t = ۱۵s$$

تست 19. اتومبیلی با نیروی موتور ثابت F از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از مدت t سرعتش برابر v می‌شود توان موتور اتومبیل برابر کدام است؟

۱) $\frac{F}{v}$ ۲) $\frac{۱}{۲}\frac{F}{v}$ ۳) Fv ۴) $\frac{۱}{۲}Fv$

پاسخ:گزینه‌ی۴

کاری که نیروی ثابت F در جابجایی x انجام می‌دهد: $W = F.x$

از طرفی $x = (\frac{۰+v}{۲})t$ است بنابر این:

$$W = F(\frac{v}{۲})t$$

یا $\frac{W}{t} = \frac{۱}{۲}Fv \Rightarrow P = \frac{۱}{۲}Fv$

تمرین ۱-۴

۱. برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر است. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر در مورد آن همواره درست است؟
۱) کار هریک از نیروهای وارد بر جسم صفر است.
۲) انرژی جنبشی آن صفر است.
۳) انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند.
۴) انرژی پتانسیل آن ثابت است.

۲. کار نیروی $\vec{F}=۳\vec{i}+۴\vec{J}$ در تغییر مکان از نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}۲\,m\\-۳\,m\end{matrix}\right.$ تا نقطه‌ی $B\left|\begin{matrix}۶\,m\\-۱\,m\end{matrix}\right.$ چند ژول است؟
۱) ۷ ۲) $۱۴\sqrt{۵}$ ۳) $۱۰\sqrt{۵}$ ۴) ۲۰

۳. سرعت جسمی به جرم ۲ کیلوگرم در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ به ترتیب برابر $\vec{v}_۱=۳\vec{i}+۴\vec{j}$ و $\vec{v}_۲=۱۱\vec{i}-۲\vec{j}$ است. اگر $t_۲-t_۱=۲s$ باشد کار برآیند نیروهای وارد بر جسم بر حسب یکای SI در این مدت چقدر است؟
۱) ۲۰۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰ ۴) صفر

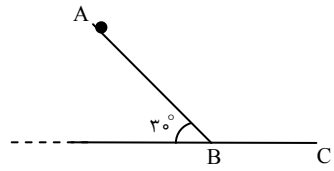
۴. مطابق شکل، جسمی به وزن ۱۰N از نقطه‌ی M رها می‌شود و در نقطه‌ی N لحظه‌ای می‌ایستد و باز می‌گردد. کار برآیند نیروها از M تا N چند ژول است؟

۱) ۵۰ ۲) ۴۰
۳) ۱۰ ۴) صفر

۵. ماهواره‌ای به جرم m در فاصله‌ی «r» از مرکز زمین به دور زمین می‌چرخد. کار نیروی وزن ماهواره در مدت $\frac{T}{۴}$ چقدر است؟
۱) $\frac{\pi}{۲}mgr$ ۲) πmgr ۳) $\pi\sqrt{۲}\,mgr$ ۴) صفر

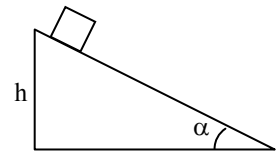
۶. سنگی را به انتهای نخی به طول ℓ بسته و در سطح قائم در شرایط خلأ می‌چرخانیم. اگر سرعت این سنگ در بالاترین نقطه‌ی مسیر $\sqrt{۳\ell g}$ باشد. سرعت آن در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر کدام است؟ (g شتاب گرانش زمین است)
۱) $\sqrt{۹\ell g}$ ۲) $\sqrt{۷\ell g}$ ۳) $\sqrt{۵\ell g}$ ۴) $\sqrt{۳\ell g}$

۷. جسمی به جرم ۶kg، از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک AB به طول ۴m مطابق شکل رها می‌شود و روی سطح افقی BC به حرکت خود ادامه می‌دهد. پس از طی چه مسافتی روی سطح BC بر حسب متر متوقف می‌شود؟



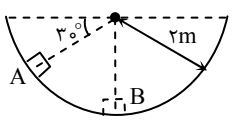
۱) ۲۰ ۲) ۱۰
۳) ۱۵ ۴) ۵

۸. جسمی به جرم ۲kg از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاکی شروع به حرکت می‌کند و با سرعت $۵\frac{m}{s}$ به پایین سطح شیبدار می‌رسد. ارتفاع h کدام است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۲/۵ ۲) ۱/۲۵
۳) ۳ ۴) داده‌های مسئله کافی نیست.

۹. وزنه‌ای به جرم m درون نیمکره‌ای مطابق شکل از نقطه‌ی A رها می‌شود. اگر کار نیروی وزن در تغییر مکان وزنه از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B برابر ۱۵J باشد جرم m چند کیلوگرم است؟ (سطح بدون اصطکاک است)



۱) ۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۵ ۴) ۳

۱۰. تکانه‌ی جسمی در اثر نیرویی از $۲۰kg\frac{m}{s}$ به $۶۰kg\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر جرم جسم ۲kg باشد کار این نیرو چند ژول است؟
۱) ۲۰۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۸۰۰

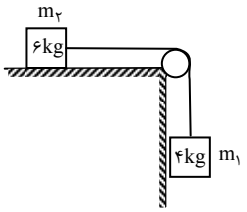
۱۱. جسم حجیمی بدون سرعت اولیه داخل جوّ سقوط می‌کند و $۱۰J$ انرژی پتانسیل گرانشی از دست می‌دهد. انرژی جنبشی این جسم:

۱) $۱۰J$ می‌شود ۲) بیش‌تر از $۱۰J$ می‌شود ۳) کم‌تر از $۱۰J$ می‌شود ۴) $۱۵J$ می‌شود

۱۲. مولد A نسبت به مولد B دارای توان کم‌تر ولی بازده‌ی بیش‌تر است. این بدان معنی است که مولد A نسبت به مولد B با مقدار سوخت مساوی کار . . . انجام می‌دهد.

۱) بیش‌تر و در زمان بیش‌تر ۲) بیش‌تر و در زمان کم‌تر ۳) کم‌تر و در زمان کم‌تر ۴) کم‌تر و در زمان بیش‌تر

۱۳. در شکل مقابل، دستگاه از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و وقتی که جابه‌جایی وزنه‌ی قائم ۳ متر می‌گردد، انرژی جنبشی مجموعه $۱۰۰J$ می‌شود. کار نیروی اصطکاک سطح افقی، چند ژول است؟



۱) ۲۰
۲) -۲۰
۳) ۱۰
۴) -۱۰

۱۴. شخصی به جرم m درون آسانسوری که با سرعت ثابت رو به پایین در حرکت است ایستاده است. اگر آسانسور به اندازه‌ی d پایین بیاید کار نیروی عمودی کف آسانسور برابر است با:

۱) صفر ۲) mgd ۳) $-mgd$ ۴) $۲mgd$

۱۵. گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم را تحت زاویه‌ی α نسبت به افق با سرعت اولیه‌ی $۳۰\frac{m}{s}$ رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر سرعت گلوله در اوج $۱۰\frac{m}{s}$ باشد کار برآیند نیروهای وارد بر جسم از لحظه‌ی پرتاب تا نقطه‌ی اوج چند ژول است؟

۱) ۴۰ ۲) -۴۰ ۳) ۲۰ ۴) -۲۰

۱۶. جسمی به جرم $۱kg$ را از پایین سطح شیبداری با زاویه‌ی شیب ۳۷° با سرعت اولیه‌ی $۳۰\frac{m}{s}$ روی سطح به بالا پرتاب می‌کنیم. جسم با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ به جای اول بازمی‌گردد. اگر ضریب اصطکاک بین جسم و سطح ۰/۲ باشد، جسم تا ارتفاع چند متری نسبت به محل پرتاب، روی سطح بالا رفته است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ \ , \ g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۷۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۵۰

۱۷. گلوله‌ای به جرم $۱۰۰g$ در شرایط خلاء با سرعت اولیه‌ی $V_۰$ از ارتفاع h پرتاب می‌شود. اگر هنگام برخورد به زمین انرژی جنبشی آن ۱۰۰ ژول بیش‌تر از لحظه‌ی پرتاب باشد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

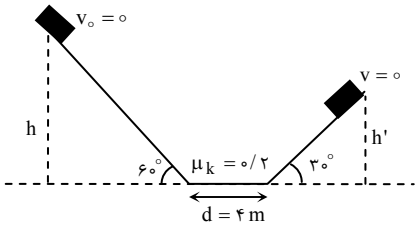
۱۸. از آبشاری به ارتفاع ۸۴ متر در هر دقیقه ۱۰۰ متر مکعب آب می‌ریزد. اگر در پایین آبشار توربینی گذاشته شده باشد که ۶۰٪ انرژی را به انرژی الکتریکی تبدیل کند، توان الکتریکی تولید شده چند کیلو وات است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$ و چگالی آب $(۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۸۴۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۷۰۰

۱۹. در یک سطح افقی بدون اصطکاک فنری با ثابت $۴۰۰\frac{N}{m}$ به دیواری متصل است. جسمی به جرم $۴kg$ با سرعت $۳\frac{m}{s}$ به فنر برخورد می‌کند، حداکثر فشردگی فنر چند سانتی‌متر است؟

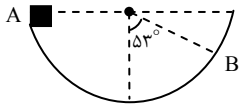
۱) ۰/۰۹ ۲) ۹
۳) ۳۰ ۴) ۰/۳

۲۰. در شکل مقابل جسمی از ارتفاع h روی سطح شیبداری به پایین می‌لغزد سپس ۴ متر روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = ۰/۲$ طی کرده و مجدداً از سطح شیبدار دیگری بالا می‌رود اگر $h' = ۵\,cm$ باشد h چند سانتی‌متر است؟ (سطوح شیبدار بدون اصطکاک و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ است.)



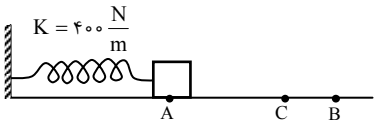
۱) ۸۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۱۵۰

۲۱. در شکل مقابل جسم m از نقطه‌ی A درون نیمکره شروع به حرکت می‌کند و در نقطه‌ی B سرعت آن برابر صفر می‌شود. چند درصد انرژی اولیه‌ی جسم، صرف غلبه بر نیروی اصطکاک شده است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۲۰

۲۲. در شکل مقابل، اصطکاک ناچیز و وزنه در نقطه‌ی A به حال تعادل است. اگر جسم بر اثر کشیدن فنر و رها کردن آن از نقطه‌ی B شروع به حرکت کند و $AB = ۱۰cm$ و $BC = ۲cm$ باشد، سرعت جسم در نقطه‌ی C چند $\frac{m}{s}$ است؟ $(m = ۱kg)$

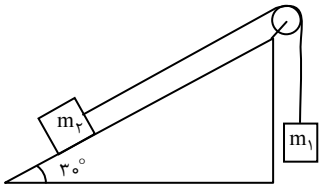


۱) ۱/۲
۲) ۲/۴
۳) ۰/۶
۴) ۱/۴۴

۲۳. اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی به جرم $۲kg$ برابر $۲۱J$ و سرعت جسم در ابتدا برابر $۲\frac{m}{s}$ باشد پس از انجام این کار بر روی جسم سرعت آن به چند $\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

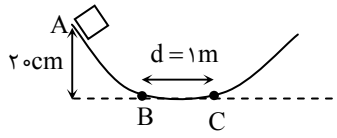
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۷

۲۴. دستگاه شکل مقابل از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر جرم نخ و قرقره و اصطکاک ناچیز باشد. پس از چند متر جابه‌جایی انرژی جنبشی هر وزنه به $۴J$ می‌رسد؟ $(m_۱ = m_۲ = ۱kg)$



۱) ۰/۴
۲) ۰/۸
۳) ۱
۴) ۱/۶

۲۵. در مسیری مطابق شکل که فقط قسمت افقی BC دارای $\mu_k = ۰/۱$ است. جسم دوکیلوگرمی از نقطه‌ی A رها می‌شود. تعیین کنید پس از چند بار طی کردن مسافت BC، جسم می‌ایستد؟ $(g \simeq ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) دوبار و درنقطه‌ی B
۲) یک بار و در نقطه‌ی C
۳) مرتبه‌ی اول بین نقطه‌ی B,C
۴) مرتبه‌ی دوم، بین نقطه‌ی B,C

۲۶. آونگ ساده‌ای به جرم m و طول ریسمان $۱m$ با سرعت اولیه‌ی $\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$ از وضعیت تعادل می‌گذرد. بیشینه‌ی زاویه‌ی انحراف آونگ از وضع قائم چند رادیان است؟ $(g \simeq ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) $\frac{\pi}{۶}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{\pi}{۳}$
۴) $\frac{\pi}{۲}$

۲۷. یک پمپ الکتریکی، ۱۰۰ کیلوگرم آب را از عمق ۲۰ متری چاه بالا آورده و با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ بیرون می‌ریزد. اگر زمان لازم برای این کار ۲۵ ثانیه باشد، توان پمپ چند کیو وات است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱/۵ ۴) ۱۵

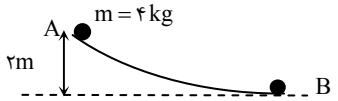
۲۸. جسمی به جرم $۱kg$ تحت اثر نیروی افقی $۲۰N$، با سرعت ثابت v به میزان $۵m$ جابه‌جا می‌شود. کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟

۱) صفر ۲) -۲۰ ۳) -۱۰۰ ۴) -۱۲۰

۲۹. آونگی را به میزان α از راستای قائم منحرف کرده و با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ مماس بر مسیر حرکت اولیه‌اش در هوا به حرکت درمی‌آوریم. در سمت دیگر راستای قائم بیشینه‌ی زاویه‌ی انحراف α' می‌شود. کدام گزینه درست است؟

۱) $\alpha' = \alpha$ ۲) $\alpha' < \alpha$ ۳) $\alpha' > \alpha$ ۴) هر سه حالت ممکن است.

۳۰. در شکل مقابل متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در نقطه‌ی B متوقف می‌شود. اگر طول مسیر AB، $۱۰m$ باشد، متوسط نیروی اصطکاک در طول مسیر چند نیوتن است؟



۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

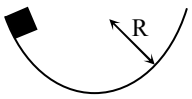
۳۱. یک ماشین برای بالا بردن یک جسم به جرم $۲kg$ از سطح زمین به ارتفاع معین $۱۰۰J$ انرژی مصرف کرده است. اگر جسم از این ارتفاع در شرایط خلأ سقوط کند و سرعت آن هنگام رسیدن به زمین $۴\sqrt{۵}\frac{m}{s}$ باشد بازده‌ی ماشین کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

۳۲. شخصی جسمی به جرم $۴kg$ را از سطح زمین تا ارتفاع $۲۰m$ بالا برده و با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط این شخص چند ژول است؟

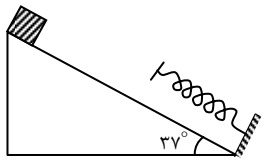
۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۳۳. جسمی درون سطح نیمکره‌ای مطابق شکل از نقطه‌ی A رها شده و پس از چند حرکت رفت و برگشتی روی سطح در پایین سطح می‌ایستد. نسبت کار نیروی اصطکاک به کار نیروی گرانش زمین کدام است؟



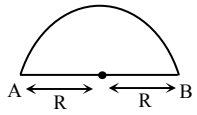
۱) -۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۳۴. مطابق شکل جسمی به جرم $۱kg$ از بالای سطح شیبداری رو به پایین لغزیده و پس از طی مسافت $۵m$ در اثر برخورد با فنر متوقف می‌شود. اگر ضریب اصطکاک سطح ۰/۲ و ثابت فنر $k = ۱۱۰۰\frac{N}{m}$ باشد، میزان فشردگی فنر چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۳۵. مطابق شکل جسمی به جرم m نیمکره‌ی AB را طی می‌کند. در انتقال از A به B کار نیروی وزن چقدر است؟

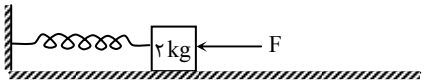


۱) mgR ۲) $۲mgR$ ۳) πmgR ۴) صفر

۳۶. جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را با سرعت $۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. وقتی جسم به نقطه‌ی پرتاب برمی‌گردد سرعتش به $۴\frac{m}{s}$ رسیده است. نیروی مقاومت هوا (به فرض ثابت بودن) چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

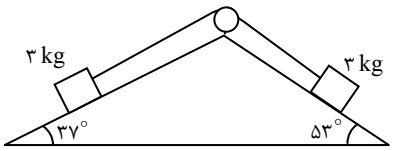
۱) ۱/۸ ۲) ۴/۴ ۳) ۷/۲ ۴) داده‌های مسئله کافی نیست.

۳۷. در شکل مقابل بر اثر اعمال نیروی F به جسم، فنر به اندازه‌ی $3\,cm$ فشرده شده و ساکن مانده است. هرگاه در یک لحظه نیروی F حذف شود. جسم به طرف راست لغزیده و نهایتاً از فنر جدا می‌شود. جابه‌جایی جسم پس از جدا شدن از فنر چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2}\ ,\ k = 400\frac{N}{m}\ ,\ \mu_k = 0/18)$



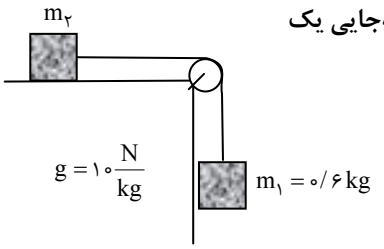
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۱۰

۳۸. در شکل مقابل اصطکاک‌ها و جرم نخ ناچیز است. وزنه‌ها از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها ۶ ثانیه پس از شروع حرکت چند ژول است؟ $\begin{cases}\sin 37^\circ = 0/6\\ \sin 53^\circ = 0/8\end{cases}$



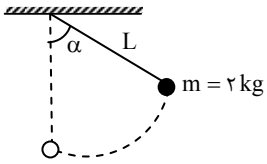
۱) ۱۰۸
۲) -۵۴
۳) -۱۰۸
۴) ۵۴

۳۹. در شکل مقابل، جرم نخ و قرقره ناچیز است و وزنه‌ها از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. نیروی اصطکاک وارد بر m_2 برابر $2N$ و انرژی جنبشی آن بعد از جابه‌جایی یک متر برابر $3\,J$ می‌شود. انرژی جنبشی m_1 در همین جابه‌جایی، چند ژول است؟



۱) ۷
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۱

۴۰. در شکل مقابل، بیش‌ترین نیروی کششی که نخ می‌تواند تحمل کند ۳۶ نیوتن است. جرم وزنه‌ی متصل به نخ $2kg$ است. نخ و وزنه‌ی بسته شده به آن را حداکثر تا چه زاویه‌ای (α) از حالت تعادل منحرف کنیم تا در صورت رها شدن از آن نقطه، در ضمن حرکت نخ پاره نشود؟ (مقاومت هوا و جرم نخ ناچیز و $g = 10\frac{N}{kg}$)



۱) $\text{Arcsin}\frac{2}{3}$
۲) $\text{Arccos}\frac{2}{3}$
۳) $\text{Arcsin}\frac{3}{5}$
۴) $\text{Arccos}\frac{3}{5}$

۴۱. آونگی را به جرم $200g$ و طول یک متر به اندازه‌ی 53° از وضعیت قائم منحرف و از حال سکون رها می‌کنیم. سرعت آونگ در لحظه‌ای که با راستای قائم زاویه‌ی 37° می‌سازد، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{2}$
۳) ۲
۴) $2\sqrt{2}$

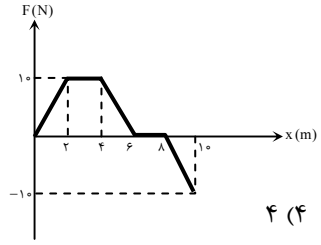
۴۲. «ژول» معادل کدام یک از یکاهای زیر است؟

۱) ثانیه × (متر)^2 × کیلوگرم
۲) (متر)^2 × کیلوگرم
۳) $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})$ × کیلوگرم
۴) $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^2$ × کیلوگرم

۴۳. اتومبیلی با نیروی موتور ثابت ۲۰۰۰ نیوتن از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از مدت t سرعتش به $10\frac{m}{s}$ می‌رسد. توان موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

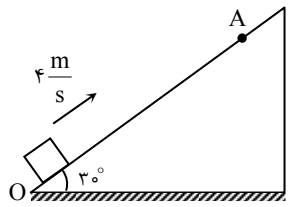
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۵۰
۴) به زمان t بستگی دارد.

۴۴. جسمی به جرم $۲kg$ بر اثر نیروی متغیری روی یک سطح افقی بدون اصطکاک بـر روی خط راست حرکت می‌کند. نمودار مقابل تغییرات نیرو بر حـسب مکـان جـسم را نـشان می‌دهد. اندازه‌ی سرعت جسم در مکان $x = ۴m$ چند برابر اندازه‌ی سـرعت جـسم در مکان $x = ۱۰m$ است؟



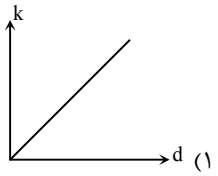
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

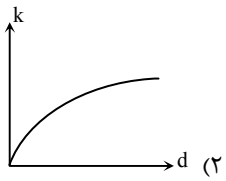
۴۵. جسمی به جرم m را مطابق شکل از پایین یک سطح شیبدار با سرعت $۴\frac{m}{s}$ روی آن به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. جسم در نقطه‌ی A متوقف شده و برمی‌گردد. اگر سـرعت آن هنگام برگشت به نقطه‌ی پرتاب $۲\frac{m}{s}$ باشد، طول OA چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

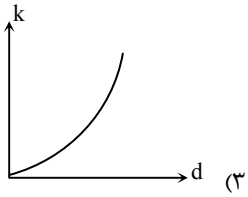


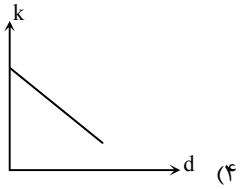
۱) ۱ ۲) ۱/۵
۳) ۰/۸ ۴) ۲

۴۶. جسمی را از بالای سطح شیبداری رها می‌کنیم. کدام نمودار تغییرات انرژی جنبشی آن‌را بر حسب مسافت پیموده شده توسـط جسم صحیح نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

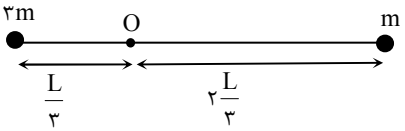
۳) 

۴) 

۴۷. نخی را به یک وزنه‌ی ۱/۵ کیلوگرمی ساکنی بسته و آن را با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف بالا می‌کشیم. کار نیروی کشش نخ در ۳ ثانیه بعد از شروع حرکت چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) صفر ۲) ۲۷ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۶۲

۴۸. به دو سر میله‌ی سبکی دو گلوله به جرم‌های m و $۳m$ متصل هستند. میله مطابق شکل می‌توانـد حـول نقطـه‌ی O بـدون اصطکاک در سطح قائم بچرخد. میله را از وضع افقی رها می‌کنیم. لحظه‌ای که به وضع قائم درمی‌آید، مجموع انرژی‌های جنبشی گلوله‌ها چقدر است؟

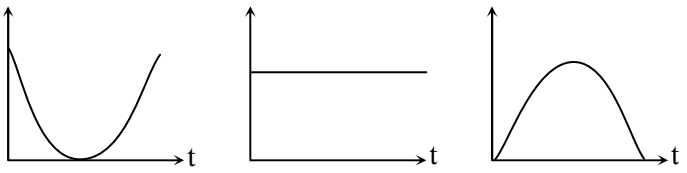


۱) $\frac{۱}{۶}mgL$ ۲) $\frac{۱}{۳}mgL$
۳) $\frac{۱}{۲}mgL$ ۴) $\frac{۳}{۲}mgL$

۴۹. ماشینی با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. یک گلوله‌ی برف به جرم $۴۰۰gr$ با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ به طور افقی به طرف ماشـین پرتاب شده و به آن می‌چسبد. اتلاف انرژی آن چند ژول است؟

۱) ۱۴۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۵ ۴) ۱۷/۵

۵۰. سنگی را از روی سطح زمین افقی در شرایط خلأ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. نمودارهای زیر به ترتیب از راست به چپ می‌توانند تغییرات کدام کمیت را بر حسب زمان نشان دهند؟



۱) $K - E - U$
۲) $U - E - K$
۳) $K - U - E$
۴) $U - K - E$

پاسخ کلیدی تمرینات فصل چهارم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	●	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	○	●
۵.	○	○	○	●
۶.	○	●	○	○
۷.	○	●	○	○
۸.	○	●	○	○
۹.	○	●	○	○
۱۰.	○	○	○	●
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	●	○	○	○
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	○	●	○
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	●	○	○	○
۱۷.	●	○	○	○
۱۸.	○	●	○	○
۱۹.	○	○	●	○
۲۰.	●	○	○	○
۲۱.	○	●	○	○
۲۲.	●	○	○	○
۲۳.	○	●	○	○
۲۴.	○	○	○	●
۲۵.	●	○	○	○
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	●	○	○	○
۲۸.	○	○	●	○
۲۹.	○	○	○	●
۳۰.	●	○	○	○
۳۱.	○	○	●	○
۳۲.	○	○	○	●
۳۳.	○	○	●	○
۳۴.	○	●	○	○
۳۵.	○	○	○	●
۳۶.	○	●	○	○
۳۷.	●	○	○	○
۳۸.	○	○	●	○
۳۹.	○	○	○	●
۴۰.	○	○	○	●
۴۱.	○	○	●	○
۴۲.	○	○	○	●
۴۳.	●	○	○	○
۴۴.	●	○	○	○
۴۵.	●	○	○	○
۴۶.	●	○	○	○
۴۷.	○	○	○	●
۴۸.	○	●	○	○
۴۹.	○	○	●	○
۵۰.	●	○	○	○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل چهارم

۱.

$$W_T = K_2 - K_1 \Rightarrow \vec{F}_T . \vec{d} = K_2 - K_1$$
$$\xrightarrow{(\vec{F}_T = 0)} 0 = K_2 - K_1 \Rightarrow K_1 = K_2$$

۲.

$$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{J}$$
$$\vec{d} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{J} \Rightarrow \vec{d} = 4\vec{i} + 2\vec{J}$$
$$W = F_x d_x + F_y d_y = (3\times 4) + (4\times 2) = 20\,J$$

۳. با توجه به رابطه‌ی $K = \frac{1}{2m}P^2$ می‌توان نوشت:

$$W_T = K_2 - K_1$$
$$W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
$$W_T = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$
$$W_T = \frac{1}{2}\times 2(125 - 25) = 100\,J$$
$$v_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}$$
$$v_2 = \sqrt{11^2 + 2^2} = \sqrt{125}$$

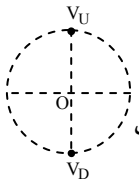
۴. سرعت جسم در نقاط M و N برابر صفر است، بنابراین: $W_T = K_2 - K_1$

انرژی جنبشی جسم در این نقاط صفر است.

$$W_T = 0 \qquad (K_2 = 0\ ,\ K_1 = 0)$$

۵. نیروی وزن ماهواره نقش نیروی مرکزگرا را دارد و چون این نیرو همواره بر جابه‌جایی ماهواره عمود است کار نیروی مرکزگرا برابر صفر است.

۶. چون اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی جسم پایستار می‌ماند. با انتخاب مبنای انرژی پتانسیل گرانشی مناسب داریم:

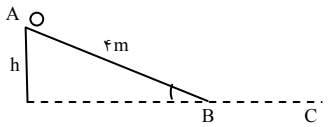


مبنای انرژی پتانسیل گرانشی

$$E_U = E_D$$
$$U_U + K_U = U_D + K_D$$
$$mg\ell + \frac{1}{2}mv_U^2 = -mg\ell + \frac{1}{2}mv_D^2$$
$$mg\ell + \frac{1}{2}m(3\ell g) = -mg\ell + \frac{1}{2}mv_D^2$$
$$g\ell + \frac{3}{2}g\ell = -g\ell + \frac{1}{2}v_D^2 \Rightarrow v_D^2 = 7\ell g$$
$$\Rightarrow v_D = \sqrt{7\ell g}$$

۷.

$$h = \frac{4}{2} = 2\,m$$
$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$



از B تا C: $E_C - E_B = W_f$

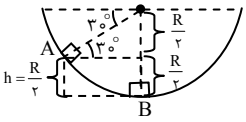
$$(0 + 0) - (0 + K_B) = -f_K . BC$$
$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = -(\mu_K mg)BC$$
$$\frac{1}{2}\times 40 = 0/2\times 10\times BC \Rightarrow BC = 10\,m$$

۸.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$
$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v^2$$
$$10h = \frac{1}{2}\times 5^2 \Rightarrow h = 1/25\,m$$

۹.

از A تا B: $W_{mg} = mgh$



$$\Rightarrow W_{mg} = mg(\frac{R}{2})$$
$$15 = m\times 10\times 1 \Rightarrow m = 1/5\,kg$$

۱۰.

$$\begin{cases} P_1 = mv_1 \Rightarrow 20 = 2v_1 \Rightarrow v_1 = 10\,\frac{m}{s} \\ P_2 = mv_2 \Rightarrow 60 = 2v_2 \Rightarrow v_2 = 30\,\frac{m}{s} \end{cases}$$
$$W_T = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$
$$= \frac{1}{2}\times 2\times 30^2 - \frac{1}{2}\times 2\times 10^2 = 800\,J$$

۱۱. هنگام تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی، مقداری از انرژی بر اثر مقاومت هوا تلف می‌شود.

یعنی : $K - U = E' \Rightarrow K - 10 = E'$

$$\xrightarrow{(E'<0)} K < 10\,J$$

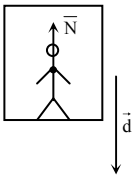
۱۲. $P_A < P_B$ به معنای آن است که مولد A نسبت به مولد B در زمان بیش‌تری، مقدار معینی کار را انجام می‌دهد.

$(Ra)_A < (Ra)_B$ یعنی با مقدار سوخت مساوی، مولد A کار بیشتری انجام می‌دهد.

۱۳. جرم m_2 تغییر ارتفاع نمی‌دهد، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن تغییر نمی‌کند.

$$E_2 - E_1 = W_f$$
$$[-m_1gh + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2] - 0 = W_f$$
$$-4\times 10\times 3 + 100 = W_f \Rightarrow W_f = -20\,J$$

۱۴. نیروی $\vec{N}$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ در خلاف جهت یک‌دیگر هستند.



$$W = Nd\cos 180^\circ \xrightarrow{(N=mg)}$$
$$W = mgd(-1) \Rightarrow W = -mgd$$

۱۵.

$W_T = K_۲ - K_۱$

از نقطه‌ی پرتاب تا اوج $W_T = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲$

$= \frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰^۲ - \frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۳۰^۲ = -۴۰J$

۱۶. نکته: کار نیروی وزن در یک رفت و برگشت صفر است.

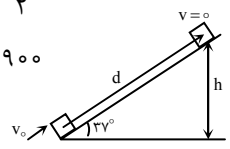
$W_N + W_{mg} + W_f = K_۲ - K_۱$

$۰ + ۰ + (-۲\mu_K mgd\cos\alpha) = \frac{۱}{۲}m_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$

$-۲\times ۰/۲\times ۱۰\times ۰/۸d = \frac{۱}{۲}\times ۱۰۰ - \frac{۱}{۲}\times ۹۰۰$

$-۳/۲d = -۴۰۰ \Rightarrow d = ۱۲۵m$

$h = d\sin\alpha = ۱۲۵\times ۰/۶ = ۷۵m$



۱۷. در شرایط خلأ انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند:

$E_۱ = E_۲$

$U_۱ + K_۱ = \cancel{U_۲^۰} + K_۲$

$U_۱ = K_۲ - K_۱ = ۱۰۰ \Rightarrow mgh = ۱۰۰$

$\Rightarrow ۰/۱\times ۱۰\times h = ۱۰۰$

$h = ۱۰۰m$

۱۸.

$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{۱۰^۵\times ۱۰\times ۸۴}{۶۰} = ۱۴۰۰KW$

توان الکتریکی خروجی توربین $= \frac{۶۰}{۱۰۰}\times ۱۴۰۰ = ۸۴۰KW$

۱۹.

$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}kx^۲ \Rightarrow ۴\times ۹ = ۴۰۰\ x^۲$

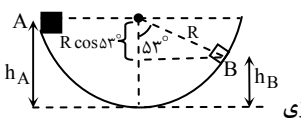
$\Rightarrow x = ۰/۳m = ۳۰cm$

۲۰.

$mgh' - mgh = -\mu_k mgd \Rightarrow h' - h = -\mu_k d$

$\frac{۵}{۱۰۰} - h = -۰/۲\times ۴ \Rightarrow h = ۰/۸۵m = ۸۵cm$

۲۱.



$E_B - E_A = W_f$

$(۰ + mgh_B) - (mgh_A + ۰) = W_f$

$mg(R - R\cos۵۳^\circ) - mgR = W_f$

$mg(۰/۴R) - mgR = W_f$

$W_f = -۰/۶\ mgR$

$\frac{|W_f|}{U_A} = \frac{۰/۶mgR}{mgR} = ۰/۶$ یا ٪۶۰

۲۲.

$E_C = E_B \Rightarrow (U_C + K_C) = (U_B + K_B) \Rightarrow$

$(\frac{۱}{۲}Kx_{AC}^۲ + \frac{۱}{۲}mv_C^۲) = (\frac{۱}{۲}Kx_{AB}^۲ + ۰)$

$\frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times (۰/۰۸)^۲ + \frac{۱}{۲}\times ۱\times v_C^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times (۰/۱)^۲$

$v_C^۲ = \frac{۴\times ۳۶}{۱۰۰} \Rightarrow v_C = ۱/۲\ \frac{m}{s}$

۲۳.

$W_T = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$

$۲۱ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times v_۲^۲ - \frac{۱}{۲}\times ۲\times (۲)^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵$

$\Rightarrow v_۲ = ۵\ \frac{m}{s}$

۲۴.

$E_۱ = E_۲ \Rightarrow -\Delta U = \Delta K$

$-(m_۲gd\sin۳۰^\circ - m_۱gd) = \frac{۱}{۲}m_۱v^۲ + \frac{۱}{۲}m_۲v^۲$

$-(m_۲g\frac{d}{۲} - m_۱gd) = ۴ + ۴$

$-(۵d - ۱۰d) = ۸ \Rightarrow d = ۱/۶\ m$

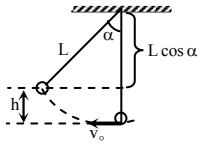
۲۵.

$U_۱ = mgh = ۲\times ۱۰\times ۰/۲ = ۴\ J$

$|W_f| = \mu_k mgd = ۰/۱\times ۲\times ۱۰\times ۱ = ۲J$

$n = \frac{U_۱}{|W_f|} = ۲$

۲۶.



$mgh = \frac{۱}{۲}mv_۰^۲$

$h = \frac{\frac{۱}{۲}\times ۱۰}{۱۰} = ۰/۵\ m$

$h = L - L\cos\alpha$

$۰/۵ = ۱ - \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = ۰/۵ \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۳}\ rad$

۲۷.

$Pt = mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow P\times ۲۵ = ۱۰۰\times ۱۰\times ۲۰ + ۵۰\times ۱۰۰$

$P = \frac{۲۵۰۰۰}{۲۵} = ۱۰۰۰\ W = ۱\ KW$

۲۸. سرعت جسم ثابت است بنابراین: $(v_۱ = v_۲)$

$W_T = K_۲ - K_۱$

$W_f + W_F = ۰ \Rightarrow W_f = -W_F = -Fd\cos\theta$

$W_f = -۲۰\times ۵\times ۱ = -۱۰۰J$

۲۹. بسته به مقاومت هوا در مقابل حرکت آونگ، هرسه حالت ممکن است.

هوا $|W_f|=\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \alpha'=\alpha$

هوا $|W_f|<\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \alpha'>\alpha$

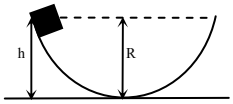
هوا $|W_f|>\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \alpha'<\alpha$

۳۰.
$$E_B-E_A=W_f$$
$$(U_B+U_A)-(U_A+K_A)=-\bar{f}_k d$$
$$0-(mgh+0)=-\bar{f}_k d$$
$$4\times10\times2=\bar{f}_k\times10 \Rightarrow \bar{f}_k=8\ N$$

۳۱. یا
$$Ra=\frac{W_{E\times t}}{W_{int}}=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh}=\frac{\frac{1}{2}\times2\times(4\sqrt{5})^2}{100}=0/8$$
$$Ra=\%80$$

۳۲.
$$W=mgh+\frac{1}{2}mv^2=4\times10\times20+\frac{1}{2}\times4\times100$$
$$=1000\ J$$

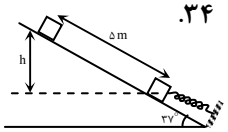
۳۳.



مبنای انرژی پتانسیل گرانشی

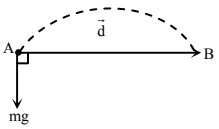
$$W_{mg}=mgh$$
$$E_2-E_1=W_f \Rightarrow 0-mgh=W_f$$
$$W_f=-mgh \qquad \frac{W_f}{W_{mg}}=\frac{-mgh}{mgh}=-1$$

۳۴.



$$E_2-E_1=W_f$$
$$\frac{1}{2}kx^2-mgh=-(\mu_k mg\cos\alpha)d$$
$$550x^2-1\times10\times5\times\sin37^\circ=-(0/2\times1\times10\times\cos37^\circ)\times5$$
$$550x^2=22$$
$$x=0/2\,m=20\,cm$$

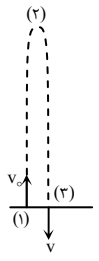
۳۵. جابه‌جایی جسم برابر $\vec{d}$ است. نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است $(\theta=90^\circ)$ بنابراین کار نیروی وزن صفر است.



۳۶.
$$E_3-E_1=2W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=2W_f \quad \text{از (۱) تا (۳)}$$
$$\frac{1}{2}\times2\times16-\frac{1}{2}\times2\times25=2W_f$$

کار نیروی مقاومت هوا از نقطه‌ی (۱) تا (۲) $W_f=-4/5\ J$

$$E_2-E_1=W_f \quad \text{از (۱) تا (۲)}$$
$$mgh-\frac{1}{2}mv_0^2=W_f$$
$$2\times10\times h-\frac{1}{2}\times2\times25=-4/5$$
$$\Rightarrow h=1/025\,m$$
$$W_f=-f\,h \Rightarrow -4/5=-f\times1/025$$
$$f=4/4\ N$$



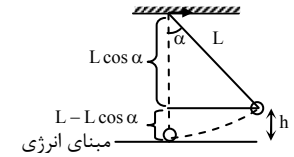
۳۷. پس از حذف F، جسم به اندازه‌ی $(d+x)$ جابه‌جا می‌شود که «d» جابه‌جایی جسم پس از جدا شدن از فنر است.
$$E_2-E_1=W_f$$
$$0-\frac{1}{2}kx^2=-f_k(d+x)$$
$$\frac{1}{2}kx^2=f_k(d+x) \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2=\mu_k mg(d+x)$$
$$200\times(0/03)^2=0/18\times2\times10(d+0/03)$$
$$\Rightarrow d=0/02\ m=2\ cm$$

۳۸.
$$v=at$$
$$v=(\frac{24-18}{3+3})\times6$$
$$v=6\,\frac{m}{s}$$
$$E_1=E_2 \Rightarrow -\Delta U=\Delta K$$
$$-\Delta U=\frac{1}{2}mv^2-\cancel{\frac{1}{2}mv_0^2}$$
$$-\Delta U=\frac{1}{2}(3+3)\times6^2$$
$$\Delta U=-108\ J$$

۳۹.
$$E_2-E_1=W_f$$
$$(-m_1gh+\frac{1}{2}m_2v^2+\frac{1}{2}m_1v^2)-0=-f_k d$$

جسم m_2 تغییر انرژی پتانسیل گرانشی ندارد.
$$-0/6\times10\times1+3+\frac{1}{2}m_1v^2=-2\times1$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_1v^2=1\ J \qquad m_1 \text{ انرژی جنبشی وزنه‌ی}$$

۴۰. نیروی کشش نخ در پایین‌ترین نقطه ماکزیمم است.



$$T_{max}=mg+m\frac{v^2}{L} \qquad (1)$$

v سرعت وزنه در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر است و :

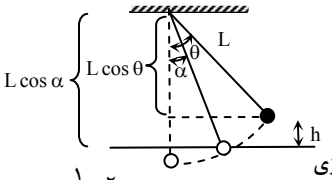
$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$g(L - L\cos\alpha) = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v^2 = 2gL(1-\cos\alpha)$$

$$(1) \ : \ 36 = 20 + 2\times 2\times 10(1-\cos\alpha)$$

$$16 = 40 - 40\cos\alpha \ \Rightarrow \ \cos\alpha = \frac{3}{5} \ \Rightarrow \ \alpha = \text{Arc}\cos\frac{3}{5}$$

.۴۱



مبنای انرژی پتانسیل گرانشی

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$g(L\cos\alpha - L\cos\theta) = \frac{1}{2}v^2$$

$$v = \sqrt{2gL(\cos\alpha - \cos\theta)}$$

$$v = \sqrt{2\times 10\times 1(\cos 37^\circ - \cos 53^\circ)}$$

$$v = 2\ \frac{m}{s}$$

.۴۲

متر ۱ × نیوتن ۱ = ۱ ژول

$$\text{کیلوگرم ۱} \times \left(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}\right)^2 = \text{ژول ۱} \Rightarrow \text{متر ۱} \times \frac{\text{متر}}{\text{مجذورثانیه}} \times \text{کیلوگرم ۱} =$$

.۴۳

$$p = \frac{1}{2}FV = \frac{1}{2}\times 2000\times 10 \ \Rightarrow \ p = 10\text{kw}$$

.۴۴

مساحت سطح زیر نمودار (نیرو - مکان) برابر کار است.

از مکان $(x = 4\text{m})$ تا $(x = 10\text{m})$:

$S = 10 - 10 = 0 \Rightarrow W = 0$ (زیر نمودار)

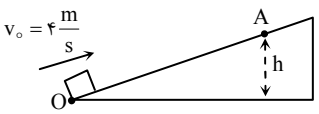
$$W = K_2 - K_1 \ \Rightarrow 0 = K_2 - K_1 \ \Rightarrow \ K_1 = K_2$$

از $k_1 = k_2$ می‌توان نتیجه گرفت که سرعت جسم تغییر نکرده است.

.۴۵

در مسیر رفت و برگشت : $W_T = k_1 - k_1 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$$= \frac{1}{2}m(2^2 - 4^2) = -6\text{m}$$



در مسیر برگشت : $W_T = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$$\Rightarrow W_{mg} + W'_f = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgh - 3\text{m} = \frac{1}{2}m(2)^2$$

$$g\times \text{OA}\sin 30^\circ - 3 = 2$$

$$10\times\frac{1}{2}\text{OA} = 5 \Rightarrow \ \text{OA} = 1 \ \text{متر}$$

.۴۶ با استفاده از معادله‌ی $v^2 = 2ad$ می‌توان نوشت:

$$k = \frac{1}{2}\ mv^2$$

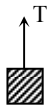
$$k = \frac{1}{2}m(2ad) \ \Rightarrow \ k = mad$$

معادله‌ی اخیر مربوط به خطی با شیب (ma) است که از مبدأ مختصات می‌گذرد.

.۴۷

$$T = m(g+a) = 1/5(10+2) = 18\text{N}$$

جابجایی در مدت ۳ ثانیه:

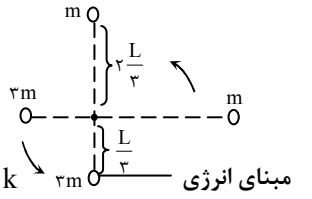


$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 3^2 = 9\text{m}$$

$$W = T.\Delta x\cos 0 = 18\times 9 = 162\text{J}$$

.۴۸ در شرایط بدون حضور نیروهای تلف‌کننده‌ی انرژی، انرژی مکانیکی میله قبل و بعد از دوران یکسان است.

E_1 (حالت افقی میله) = E_2 (حالت قائم میله)



مبنای انرژی پتانسیل گرانشی

$$U_1 + k_1 = U_2 + k_2$$

$$(3m+m)g\times\frac{L}{3} + 0 = mgL + k$$

$$\Rightarrow \ k = \frac{1}{3}\ mgL$$

.۴۹ اختلاف انرژی‌های مکانیکی گلوله‌ی برف قبل و بعد از برخورد را تعیین می‌کنیم تا اتلاف انرژی گلوله‌ی برف به دست آید. با توجه به اینکه گلوله‌ی برف افقی پرتاب شده است، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است. بعد از برخورد به ماشین سرعت گلوله‌ی برف همان سرعت ماشین است.

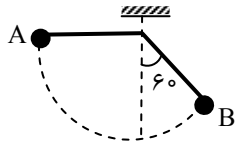
$$\Delta E = \cancel{\Delta U} + \Delta k = \Delta k = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$= \frac{1}{2}\times 0/4(15^2 - 20^2) = -35\text{J}$$

.۵۰ در شرایط خلأ انرژی مکانیکی همواره پایسته است. از لحظه‌ی پرتاب تا نقطه‌ی اوج، U افزایش و K کاهش می‌یابد و از اوج تا برگشت به نقطه‌ی پرتاب، U کاهش و K افزایش می‌یابد.

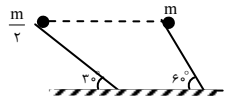
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم

۱. مطابق شکل زیر وزنه‌ی $m = ۲۰۰g$ را از نقطه‌ی A رها می‌کنیم. اگر جسم در طرف دیگر تا نقطه‌ی B بالا رود چند ژول انرژی در مسیر A تا B تلف می‌شود؟ (طول نخ متصل به گلوله یک متر و جرم آن ناچیز فرض شود.)



۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲. دو جسم به جرم‌های $\frac{m}{۲}$ و m از بالای سطح شیب‌دار بدون اصطکاک که با افق به ترتیب زوایه‌های ۳۰° و ۶۰° می‌سازند از ارتفاع یکسان رها می‌شوند. در لحظه‌ی رسیدن به راستای افقی انرژی جنبشی جسم سنگین‌تر چند برابر دیگری است؟

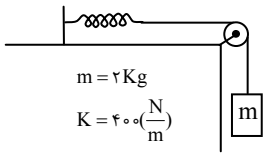


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴

۳. گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع h و گلوله‌ی دیگری به جرم $۳m$ از ارتفاع H (نسبت به سطح زمین) بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. اگر انرژی جنبشی گلوله‌ی سنگین‌تر هنگام رسیدن به زمین ۵ برابر گلوله‌ی سبک‌تر باشد، ارتفاع H چند برابر h است؟

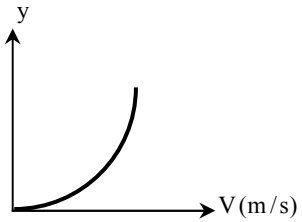
۱) ۱۵ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) ۳ ۴) ۵

۴. در شکل مقابل ابتدا وزنه را طوری نگاه داشته‌ایم که فنر طول عادی خود را دارد. اگر ناگهان وزنه را رها کنیم حداکثر چند سانتی‌متر پایین می‌رود؟



۱) ۲/۵ ۲) ۵
۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۵. نمودار مقابل مربوط به جسمی است که بر مسیر مستقیم و غیر افقی حرکت می‌کند. شیب خط مماس بر این نمودار در یک سرعت مشخص، برابر اندازه‌ی تکانه‌ی جسم در آن سرعت است. y معرف کدام کمیت است؟

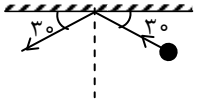


۱) شتاب ۲) انرژی جنبشی
۳) انرژی مکانیکی ۴) انرژی پتانسیل

۶. پرتابه‌ای را تحت زاویه‌ی ۶۰° نسبت به افق به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی جنبشی آن در لحظه‌ی پرتاب $۵۰۰J$ است. انرژی مکانیکی آن در نقطه‌ی اوج چند ژول است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و نقطه‌ی پرتاب را مبدأ پتانسیل فرض کنید.)

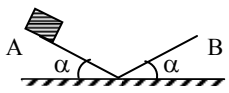
۱) ۱۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۳۷۵

۷. یک توپ بیلیارد به جرم $۱۷۵g$ بر روی سطح افقی میز با سرعت $۳m/s$ تحت زاویه‌ی ۳۰° مطابق شکل مقابل به دیواره‌ی میز برخورد کرده و با سرعت $\sqrt{۵}m/s$ تحت همان زاویه بازمی‌گردد. کار برآیند نیروهای وارد بر توپ چند ژول است؟



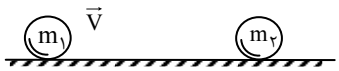
۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۰۸۷۵ ۳) -۰/۳۵ ۴) -۰/۰۸۷۵

۸. جسمی به جرم $۲Kg$ با سرعت ثابت $۱۰m/s$ مطابق شکل مقابل از بالای سطح شیب‌دار A پایین می‌آید. این جسم حداکثر تا چه ارتفاعی (بر حسب متر) از سطح شیب‌دار B بالا می‌رود؟ (اصطکاک کلیه‌ی سطوح یکسان فرض شود.)



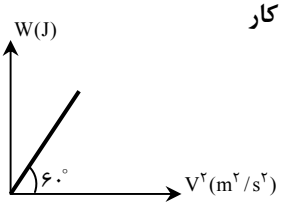
۱) ۱ ۲) ۲/۵ ۳) ۴ ۴) شیب دو سطح باید مشخص باشد.

۹. مطابق شکل، بر سطح بدون اصطکاکی، توپ $m_۲$ به جرم $۰/۴Kg$ ساکن است و توپ $m_۱$ به جرم $۰/۲Kg$ با سرعت $۳m/s$ به طرف آن حرکت می‌کند. پس از برخورد دو توپ، توپ $m_۲$ با سرعت $۲m/s$ به حرکت درمی‌آید. اگر اتلاف انرژی ناچیز باشد، سرعت توپ $m_۱$ پس از برخورد، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰. به جسم ساکنی که بر روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، نیرویی اعمال می‌شود. نمودار کار این نیرو بر حسب مجذور سرعت آن به صورت مقابل است. جرم جسم چند کیلوگرم است؟

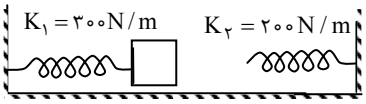


۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۲}$

۱۱. یک مکعب مستطیل به ابعاد $۶\times۱۰\times۲۰\ cm$ و وزن $۱۰N$ از طرف بزرگ‌ترین سطحش روی زمین قرار دارد. اگر آن را به صورتی روی زمین قرار دهیم که کوچک‌ترین سطحش روی زمین قرار گیرد چه مقدار کار باید انجام دهیم؟

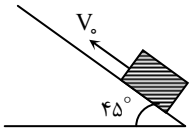
۱) $۰/۳J$ ۲) $۰/۵J$ ۳) $۰/۷J$ ۴) $۱J$

۱۲. مطابق شکل فنر اول را به اندازه‌ی $۱۰cm$ فشرده کرده و سپس رها می‌کنیم. جسم به طرف فنر دوم رفته و آن را به اندازه‌ی $۱۰cm$ فشرده می‌کند. کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟



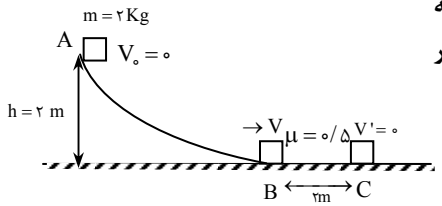
۱) صفر ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۳}{۲}$

۱۳. مطابق شکل جسمی را از پایین سطح شیب‌داری به زاویه‌ی ۴۵° با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازه‌ی سرعت آن هنگام برگشت به پایین سطح (نقطه‌ی پرتاب) $\frac{V_\circ}{۲}$ باشد، ضریب اصطکاک لغزشی جسم با سطح کدام است؟



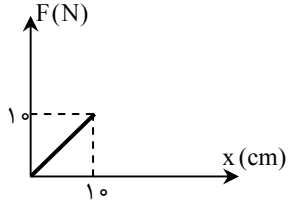
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۴. جسمی از ارتفاع ۲ متری سطح زمین، از نقطه‌ی A رها می‌شود و پس از رسیدن به سطح افقی و طی مسافت $۲m$ می‌ایستد. کار نیروی اصطکاک در مسیر AB چقدر است؟



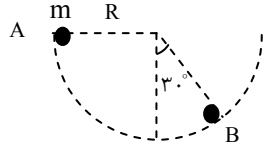
۱) $-۴\sqrt{۱۰}J$ ۲) $-۲\sqrt{۱۰}J$ ۳) $-۴۰J$ ۴) $-۲۰J$

۱۵. نمودار تغییرات نیروی وارد بر جسمی به جرم $۱Kg$ بر حسب مکان آن مطابق شکل مقابل است. کار این نیرو در جابه‌جایی داده شده چند ژول است؟ (بردارهای نیرو و جابه‌جایی هم جهت‌اند)



۱) ۱۰۰ ۲) ۱ ۳) ۵۰ ۴) ۰/۵

۱۶. گلوله‌ای به جرم m در داخل نیم کره‌ی بدون اصطکاکی به شعاع R با سرعت اولیه‌ی $۵\,m/s$ از نقطه‌ی A به طرف پایین نیم‌کره حرکت می‌کند. کار نیروی وزن از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B کدام است؟

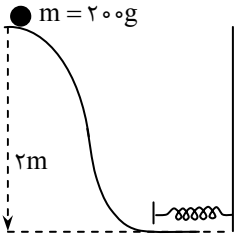


۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}mgR$ ۲) $(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})mgR$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}mgR$ ۴) $(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۳})mgR$

۱۷. کار کدام یک از نیروهای زیر در حرکت مربوطه، صفر نیست؟

۱) کار نیروی وزن یک جسم در بالا رفتن جسم به طور قائم و برگشت به محل اولیه
۲) کار نیروی کشسانی فنر در فشرده شدن و بازگشت به حالت اولیه
۳) کار نیروی اصطکاک در بالا رفتن یک جسم از سطح شیب‌دار و بازگشت به محل اولیه
۴) کار نیروی عمودی سطح در پایین آمدن یک جسم از سطح شیب‌دار

۱۸. در شکل مقابل، اصطکاک سطوح و جرم فنر ناچیز است و جرم $m = ۲۰۰g$ از وضعیت نشان داده شده در شکل بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر ثابت فنر $۲۰۰\ N/m$ باشد، حداکثر فشردگی فنر چند سانتی‌متر است؟

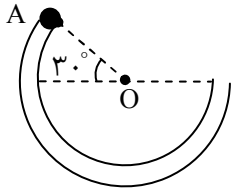


۱) ۱۰ ۲) $۱۰\sqrt{۲}$
۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ۴) ۲۰

۱۹. جسمی به جرم $۱Kg$ را در هوا با سرعت $۲۰\ m/s$ از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر کار مقاومت هوا در هنگام بالا رفتن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۰ متری از محل پرتاب $۵۰J$ باشد، سرعت جسم در این ارتفاع چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) $۱۰\sqrt{۳}$ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

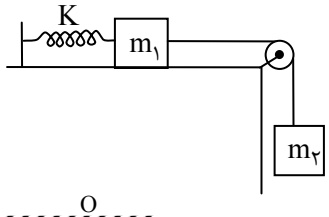
۲۰. گلوله‌ای به جرم $۲Kg$ در مسیری در سطح قائم که به صورت یک دایره‌ی ناقص به شعاع ۱ متر است، از نقطه‌ی A رها می‌شود. این گلوله با چه سرعتی بر حسب متر بر ثانیه از این مسیر خارج می‌شود؟



($g = ۱۰ m/s^۲$، از اصطکاک صرفنظر شود.)

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$
۳) $\sqrt{۳۰}$ ۴) $۲\sqrt{۱۰}$

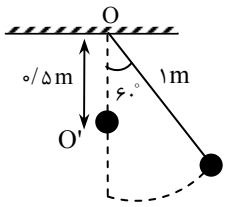
۲۱. در شکل مقابل مجموعه از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. (فنر در ابتدا طول عادی خود را دارد) اگر بعد از **۵cm** جابه‌جایی مجموعه متوقف شود، ضریب اصطکاک بین جسم $m_۱$ و سطح افقی کدام است؟



($m_۱ = ۱۹Kg\ ,\ m_۲ = ۱۰Kg\ ,\ K = ۱۰۰۰N/m$)

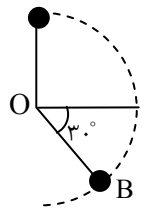
۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۲. آونگ ساده‌ای به طول یک متر را ۶۰° منحرف کرده، رها می‌کنیم. نخ آونگ در لحظه‌ی عبور از وضع تعادل در نقطه‌ی O' که $۵۰cm$ زیر O است به میخی برخورد می‌کند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، زاویه‌ی انحراف در طرف دیگر آونگ چند درجه است؟



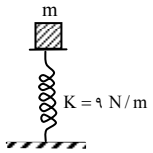
۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

۲۳. وزنه‌ی کوچکی به جرم m به انتهای میله‌ی سبکی به طول $۰/۵m$ متصل است. اگر وزنه از راستای قائم رها شود، سرعت آن هنگامی که از B می‌گذرد چند m/s است؟



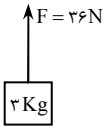
۱) $\sqrt{۳۰}$ ۲) $\sqrt{۱۵}$
۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $۲\sqrt{۵}$

۲۴. مطابق شکل جسمی به جرم ۱۸ گرم بر روی یک فنر قائم قرار دارد. فنر را به اندازه‌ی d از نقطه‌ی تعادل پایین برده و رها می‌کنیم، حداکثر مقدار d باید چند میلی‌متر باشد تا جسم از فنر جدا نشود؟ (اصطکاک و جرم فنر ناچیز است.)



۱) ۱۰ ۲) ۲۰
۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۵. مطابق شکل نیروی ثابت F در راستای قائم به یک جسم ۳ کیلوگرمی وارد می‌شود. اندازه‌ی کار این نیرو در ثانیه‌های متوالی یک بازه‌ی زمانی معین چگونه تغییر می‌کند؟



۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴) مورد (۱) و (۳)

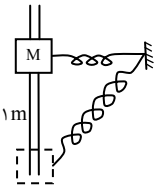
۲۶. فنر سبکی با ثابت $k = ۱۰۰۰ \frac{N}{m}$ در پایین سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی که با افق زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد، قرار دارد. جسم $M = ۱kg$ از حال سکون از بالای سطح شیب‌دار رها می‌شود و بعد از متراکم‌کردن فنربه اندازه‌ی $۵۰cm$ به حالت سکون درمی‌آید، سرعت جسم درست پیش از رسیدن به فنر برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) $۵\sqrt{۷}$ ۲) $۴\sqrt{۵}$ ۳) $۷\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۷}$

۲۷. گلوله‌ی پاندولی را به حالت افقی درآورده، رها می‌کنیم. به‌فاصله‌ی d زیر نقطه‌ی آویز و در امتداد قائم میخی واقع است. طول نخ پاندول ℓ است. d باید حداقل چند برابر ℓ باشد تا گلوله روی دایره‌ای به مرکز میخ یک دور کامل بزند؟

۱) $۰/۳\ell$ ۲) $۰/۵\ell$ ۳) $۰/۴\ell$ ۴) $۰/۶\ell$

۲۸. وزنه‌ی $M = ۲Kg$ می‌تواند مطابق شکل در طول میله‌ی قائم بدون اصطکاکی بالا و پایین رود. هنگامی‌که فنر افقی است، طول عادی خود را دارد. اگر وزنه‌ی M را از حالتی که فنر متصل به آن افقی است رها کنیم، بعد از این‌که به‌اندازه‌ی $۱m$ سقوط کرد سرعتش برابر کدام است؟ ($l = ۷۵\ cm\ ,\ k = ۸۸ \frac{N}{m}$ فنر)

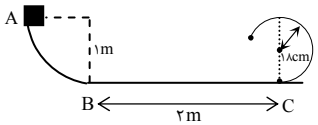


۱) $۴\ m/s$
۲) $۳\ m/s$
۳) $۲\ m/s$
۴) $۱\ m/s$

۲۹. جسمی را به یک فنر قائم می‌بندیم و به آرامی پائین می‌آوریم تا به حالت تعادل برسد. این جسم فنر را به‌اندازه‌ی $۲cm$ می‌کشد. اگر جسم را به این فنر قائم ببندیم ولی بگذاریم سقوط کند، فنر حداکثر چه اندازه کشیده خواهد شد؟

۱) $۲cm$ ۲) $۴cm$ ۳) $۶cm$ ۴) $۸cm$

۳۰. مطابق شکل جسمی به جرم $۱kg$ از نقطه‌ی A بدون سرعت اولیه شروع به حرکت کرده و پس از طی ربع دایره AB با سرعت $۴\ m/s$ در نقطه‌ی B وارد سطح افقی به طول $۲m$ و ضریب اصطکاک μ می‌شود، پس از آن در نقطه‌ی C وارد مسیر دایره‌ای شکل بدون اصطکاکی می‌شود، حداکثر μ چه‌قدر باشد تا جسم این دایره را یک‌دور کامل بپیماید؟

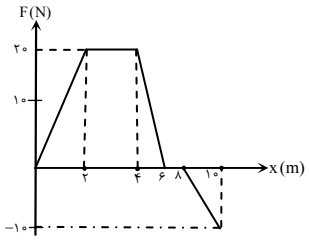


۱) $۰/۳۵$ ۲) $۰/۵$
۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $۰/۶$

۳۱. گلوله‌ی کوچکی به جرم $۱۰۰g$ متصل به انتهای نخ سبکی بوده و در سطح قائم، حول نقطه‌ی ثابتی بر مسیر دایره‌ای به شعاع $۴۰cm$ دوران می‌کند. اگر کم‌ترین نیروی کشش نخ برابر صفر باشد و در لحظه‌ای که کشش نخ max است نخ پاره شود، گلوله با چه سرعتی به زمین می‌رسد؟ (ارتفاع مرکز دایره‌ی مسیر از سطح زمین $۱۶۵cm$ است).

۱) $۲\ m/s$ ۲) $۴\ m/s$ ۳) $۲۰\ m/s$ ۴) $۳\sqrt{۵}\ m/s$

۳۲. جسمی به جرم $۲kg$ براثر نیروی متغیری بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک و در امتداد خط راستی حرکت می‌کند، اگر سرعت جسم هنگام عبور از مبدأ $۱\frac{m}{s}$ باشد با چه سرعتی از نقطه‌ی $x = ۸m$ می‌گذرد؟



۱) $۱۰\ m/s$ ۲) $۹\ m/s$
۳) $۸\ m/s$ ۴) $۵\ m/s$

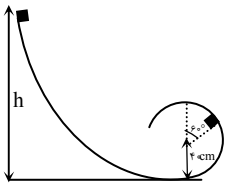
۳۳. یک پمپ آب قادر است آب را با سرعت $۵\frac{m}{s}$ از دهانه‌ی لوله‌ای به قطر $۲۰\ cm$ بیرون بفرستد. فرض کنید آب ابتدا ساکن بوده‌است. توان پمپ برابر است با؟ ($\rho = ۱۰^۳ \frac{kg}{m^۳}\ ,\ \pi = ۳$).

۱) $۱\ kw$ ۲) $۱/۶۷۵\ kw$ ۳) $۱/۸۷۵\ kw$ ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست

۳۴. نیروی لازم برای کشیدن قایقی با سرعت ثابت، متناسب با سرعت آن است. اگر برای کشیدن قایق با سرعت $۴\frac{km}{h}$ توانی معادل $۷۵۰۰\ w$ لازم باشد، برای کشیدن همین قایق با سرعت $۱۲\frac{km}{h}$ چه توانی لازم است؟

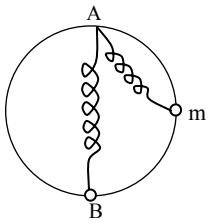
۱) $۲۲۵۰۰\ w$ ۲) $۶۷۵۰۰\ w$ ۳) $۵۰۰۰۰\ w$ ۴) $۱۲۰۰۰۰\ w$

۳۵. جسمی از حال سکون روی مسیر دایره‌ای شکل و بدون اصطکاکی مانند شکل شروع به حرکت می‌کند. ارتفاع h چه‌قدر باشد تا جسم پس از ورود به مسیر دایره‌ای قائم در زاویه‌ی 60° با راستای قائم، از مسیر جدا شود؟



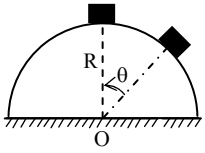
۱) $1\ m$
۲) $0/6\ m$
۳) $0/7\ m$
۴) $0/8\ m$

۳۶. مطابق شکل وزنه‌ی m به جرم $2kg$ به یک سر فنر سبکی بسته شده‌است. وزنه می‌تواند بدون اصطکاک از طریق سوراخی که در آن ایجاد شده در محیط حلقه جابه‌جا شود. اگر وزنه را از موضعی که فنر طول عادی خود را دارد رها کنیم، سرعت آن در نقطه‌ی B برابر: ($k=150\ N/m$ ، $x_0=20\ cm$ (طول عادی فنر) ، $R=20cm$ حلقه)



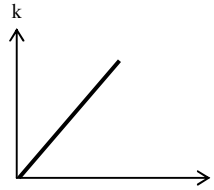
۱) $3\ m/s$
۲) $2\ m/s$
۳) $1\ m/s$
۴) $4\ m/s$

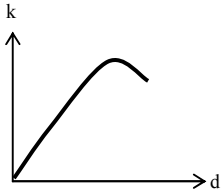
۳۷. جسم کوچکی در بالاترین نقطه‌ی نیم‌کره‌ی بدون اصطکاکی مطابق شکل قرار گرفته‌است. اگر این جسم از حال سکون شروع به لیز خوردن کند، در چه زاویه‌ای سطح کره را ترک می‌کند؟

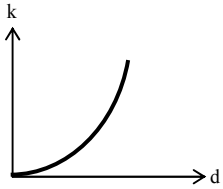


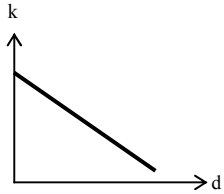
۱) $\text{Arcsin}\left(\frac{2}{3}\right)$
۲) $\text{Arccos}\left(\frac{2}{3}\right)$
۳) $\text{Arccos}\left(\frac{1}{3}\right)$
۴) R باید معلوم باشد

۳۸. جسمی را از بالای سطح شیب‌داری رها می‌کنیم، کدام نمودار تغییرات انرژی جنبشی آن‌را برحسب مسافت پیموده شده نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

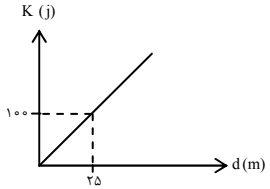
۳۹. نیروی ثابت و رو به بالای F برای بالابردن یک وزنه‌ی $2kg$ تا ارتفاع $1m$ به‌اندازه‌ی $10J$ کار انجام می‌دهد، شتاب حرکت وزنه چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

۴۰. جرم یک بالن و محتویاتش $600kg$ است. این بالن از حال سکون روی سطح زمین با شتاب ثابت شروع به صعود می‌کند و پس از این‌که به ارتفاع $1km$ سطح زمین رسید، سرعتش به $10\ m/s$ می‌رسد. در این مدت جو زمین چند کیلوژول کار بر روی بالن انجام داده‌است؟

۱) ۶۰۰۰ ۲) ۶۰۳۰ ۳) ۵۰۳۰ ۴) ۷۰۴۰

۴۱. جسمی از حال سکون از مبدأ مختصات و بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند. نمودار تغییرات انرژی جنبشی آن برحسب مکان مطابق شکل است. برآیند نیروهای وارد بر جسم برحسب نیوتن برابر است با:



۱) صفر ۲) ۲
۳) ۴ ۴) ۱۲۵۰

۴۲. جسمی به جرم $5kg$ را با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ از حال سکون و از روی سطح زمین به بالا حرکت می‌دهیم. برای بردن جسم به ارتفاع $4m$ چه توانی برحسب وات مورد نیاز است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۵۰ ۳) ۵ ۴) ۲۰

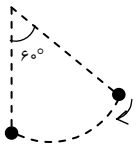
۴۳. جسم کوچکی را از بالای سطح شیب‌داری که با افق زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد رها می‌کنیم. این جسم پس از لغزیدن روی سطح شیب‌دار به یک سطح افقی با همان ضریب اصطکاک رسیده و همان مسافت را روی سطح افقی نیز می‌پیماید و متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک سطوح کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۴۴. سنگی به جرم $۲\,kg$ را در مجاورت سطح زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. سرعت سنگ هنگام عبور از نیمه‌ی ارتفاع اوج $۱۰\,m/s$ است. اگر ارتفاع اوج گلوله $۱\,m$ باشد، نیروی مقاومت هوا که ثابت فرض می‌شود چند نیوتن است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۰

۴۵. جرم گلوله‌ی یک پاندول ساده m است. آن‌را از وضع نشان داده شده، رها می‌سازیم، کشش نخ هنگامی که گلوله از موضع تعادلش می‌گذرد کدام است؟

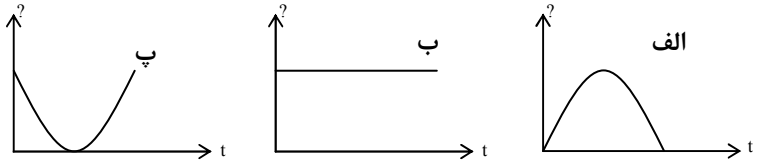


۱) mg ۲) $۱/۵\,mg$
۳) $۲\,mg$ ۴) $۳\,mg$

۴۶. ارابه‌ای به جرم $۶۰\,kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $۱۲۰\,j$ است. اگر یک وزنه‌ی $۴۰\,kg$ را به‌آرامی داخل آن بگذاریم، انرژی جنبشی مجموعه در این حالت برابر چند ژول است؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۲ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۴

۴۷. سنگی را از روی سطح افقی با پتانسیل قراردادی صفر در خلاء در راستای قائم به بالا پرتاب می‌کنیم. نمودارهای زیر به‌ترتیب از راست به چپ می‌توانند تغییرات کدام کمیت را برحسب زمان نشان دهند؟

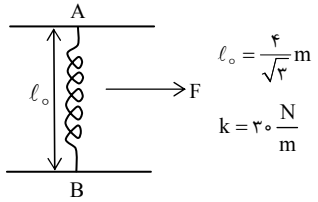


۱) مکان سنگ- اندازه‌ی شتاب سنگ- فاصله‌ی سنگ از نقطه‌ی اوج
۲) انرژی جنبشی سنگ- انرژی پتانسیل سنگ- انرژی مکانیکی سنگ
۳) انرژی پتانسیل سنگ- انرژی مکانیکی سنگ- انرژی جنبشی سنگ
۴) موارد ۳ و ۱

۴۸. تعداد چهار مکعب که ضلع هریک h متر و جرم هریک m است روی یک سطح افقی قرار دارند، اگر آن‌ها را روی هم قرار دهیم، حداقل کار لازم برابر است با:

۱) صفر ۲) $۴\,mgh$ ۳) $\frac{mgh}{۴}$ ۴) $۶mgh$

۴۹. دو سر فنری با ثابت $۳۰\frac{N}{m}$ را که طول عادی آن $\ell_\circ$ است، بین دو نقطه‌ی A , B $(AB=\ell_\circ)$ مطابق شکل می‌بندیم. شخصی وسط فنر را گرفته و آن‌را در راستای عمود بر فنر و در امتداد افقی به‌اندازه‌ی $۲m$ به آرامی کشیده و به همان حالت نگه می‌دارد. نیرویی که شخص در این حالت بر فنر وارد می‌کند، برابر است با:



۱) $۱۰۰\,N$
۲) $۱۳۰\,N$
۳) $۱۲۰\,N$
۴) $۵۰\,N$

۵۰. گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع $۱۹/۲\,m$ بالای سطح زمین رها می‌شود. هرگاه گلوله در هر برخورد به زمین، $\frac{۳}{۴}$ انرژی جنبشی خود را از دست دهد، پس از توقف مجموعا چه مسافتی را طی کرده‌است؟

۱) $۲۰\,m$ ۲) $۱۹/۲\,m$ ۳) $۳۲\,m$ ۴) $۳۰\,m$

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم

	۱	۲	۳	۴
۱.	●	○	○	○
۲.	○	●	○	○
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	●	○
۵.	○	●	○	○
۶.	○	○	●	○
۷.	○	○	●	○
۸.	○	●	○	○
۹.	●	○	○	○
۱۰.	○	●	○	○
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	○	●	○	○
۱۳.	○	○	○	●
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	○	○	○	●
۱۶.	●	○	○	○
۱۷.	○	○	●	○

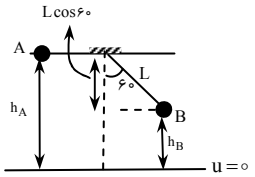
	۱	۲	۳	۴
۱۸.	○	○	○	●
۱۹.	●	○	○	○
۲۰.	○	●	○	○
۲۱.	○	○	○	●
۲۲.	○	○	●	○
۲۳.	○	●	○	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	○	○	○	●
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	○	○	○	●
۲۸.	○	●	○	○
۲۹.	○	●	○	○
۳۰.	●	○	○	○
۳۱.	○	○	○	●
۳۲.	○	●	○	○
۳۳.	○	○	●	○
۳۴.	○	●	○	○

	۱	۲	۳	۴
۳۵.	○	○	●	○
۳۶.	●	○	○	○
۳۷.	○	●	○	○
۳۸.	●	○	○	○
۳۹.	○	●	○	○
۴۰.	○	●	○	○
۴۱.	○	○	●	○
۴۲.	●	○	○	○
۴۳.	●	○	○	○
۴۴.	○	○	●	○
۴۵.	○	○	●	○
۴۶.	○	●	○	○
۴۷.	○	○	○	●
۴۸.	○	○	○	●
۴۹.	○	○	●	○
۵۰.	○	○	●	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل چهارم

۱.

$$E_B - E_A = W_f$$
$$(U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f$$
$$(mgh_B + ۰) - (mgh_A + ۰) = W_f$$
$$mg(L - L\cos ۶۰^\circ) - mgL = W_f$$
$$\frac{۱}{۲}mg - mg = W_f \Rightarrow W_f = -\frac{۱}{۲}mg$$



$W_f = -۱J$ انرژی تلف شده همواره منفی است

۲. اتلاف انرژی ناچیز است بنابر این:

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{K_۲}{K_۱}$$
$$\frac{mgh}{\frac{m}{۲}gh} = \frac{K_۲}{K_۱} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = ۲$$

۳.

$$\frac{K_۲}{K_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}(۳m)V_۲^۲}{\frac{۱}{۲}(m)V_۱^۲} = ۵ \Rightarrow \frac{V_۲^۲}{V_۱^۲} = \frac{۵}{۳}$$

از طرفی: $\frac{H}{h} = \frac{V_۲^۲}{V_۱^۲} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{۵}{۳}$

۴.

$$E_۲ = E_۱$$
$$-mgh + \frac{۱}{۲}Kx^۲ = ۰ \xrightarrow{(h=x)} mg = \frac{۱}{۲}Kx$$
$$\Rightarrow x = \frac{۲mg}{K}$$
$$x = \frac{۲ \times ۲۰}{۴۰۰} = ۰/۱m = ۱۰cm$$

۵. چون شیب خط مماس بر نمودار برابر تکانه است در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{dy}{dV} = mV \Rightarrow dy = (mV)dV \xrightarrow{\text{با انتگرال‌گیری از طرفین}}$$
$$y = \int (mV)dV$$
$$y = \frac{۱}{۲}mV^۲ + C$$

یعنی y، معرف انرژی جنبشی است.

۶. چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است پس انرژی مکانیکی پرتابه پایسته است و :

$$E_{\text{اوج}} = E_{\substack{\text{نقطه‌ی}\\ \text{پرتاب}}} = K + U = ۵۰۰ + ۰ \Rightarrow E = ۵۰۰J$$

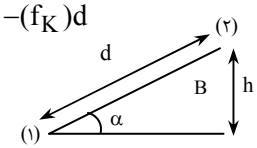
۷.

$$W = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ \quad \text{(قضیه‌ی کار و انرژی)}$$
$$= \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$
$$W = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۷۵}{۱۰۰۰}(۵ - ۹) = -۰/۳۵J$$

نکته: انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و جهت سرعت گلوله تأثیری در مقدار انرژی جنبشی آن ندارد.

۸. سرعت جسم ثابت و در پایین سطح B برابر $۱۰\ m/s$ است زیرا: $(mg\sin\alpha = f_K)$

$$E_۲ - E_۱ = w_f$$
$$(mgh + ۰) - (\frac{۱}{۲}mV^۲ + ۰) = W_f = -(f_K)d$$
$$mgh - \frac{۱}{۲}mV^۲ = -mg\underbrace{\sin\alpha \times d}_{h}$$
$$۱۰h - \frac{۱}{۲}V^۲ = -۱۰h \Rightarrow h = ۲/۵m$$



۹. چون اتلاف انرژی در برخورد ناچیز است پس:

بعد از برخورد $K = K$ قبل از برخورد

$$\frac{۱}{۲}m_۱V_۱^۲ + ۰ = \frac{۱}{۲}m_۱V'^۲_۱ + \frac{۱}{۲}m_۲V'^۲_۲$$
$$۰/۱ \times ۹ = ۰/۱V'^۲_۱ + ۰/۲ \times ۴ \Rightarrow |V'_۱| = ۱\ m/s$$

اندازه‌ی سرعت $m_۱$ بعد از برخورد

۱۰.

شیب خط $= \frac{W}{V^۲} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{W}{V^۲} \Rightarrow W = \sqrt{۳}V^۲$

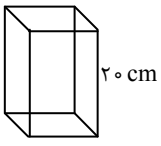
از طرفی (قضیه‌ی کار و انرژی) $W = \frac{۱}{۲}mV^۲ \quad (V_۰ = ۰)$

در نتیجه $\sqrt{۳} = \frac{۱}{۲}m \Rightarrow m = ۲\sqrt{۳}\ Kg$

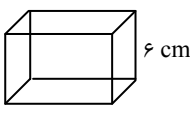
۱۱. جابه‌جایی گرانیگاه جسم (نقطه‌ی اثر نیروی وزن) مورد توجه است.

گرانیگاه $\Delta h = ۱۰ - ۳ = ۷\ cm$

$(F = mg):\ W = F\Delta h = ۱۰ \times ۰/۰۷ = ۰/۷\ J$



گرانیگاه $h = ۱۰\ cm$



گرانیگاه $h = ۳\ cm$

۱۲.

$$U_1=\frac{1}{2}K_1x_1^2=1/5\ J$$

$$U_2=\frac{1}{2}K_2x_2^2=1\ J$$

$$U_2-U_1=W_f\ \Rightarrow\ W_f=-\frac{1}{2}\ J$$

۱۳.

$$\frac{V}{V_0}=\sqrt{\frac{\tan\alpha-\mu_K}{\tan\alpha+\mu_K}}\ \Rightarrow\ \frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1-\mu_K}{1+\mu_K}}$$

$$\Rightarrow\ \mu_K=\frac{3}{5}$$

۱۴.

$$E_C-E_A=W_f$$

$$0-mgh=W_f\ \Rightarrow\ W_f=-40\ J$$

$$W_f=(W_f)_{AB}+(W_f)_{BC}$$

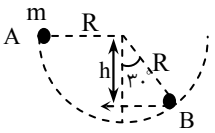
$$-40=(W_f)_{AB}+(0/5\times20)\times2\times(-1)$$

$$\Rightarrow\ (W_f)_{AB}=-20\ J$$

۱۵. مساحت سطح زیر نمودار (نیرو- مکان) برابر کار انجام شده توسط نیرو است:

$$W=S=\frac{1}{2}\times10\times0/1\ \Rightarrow\ W=0/5\ J$$

۱۶.



$$h=R\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}R$$

(کار نیروی وزن) $W=mgh=mg\frac{\sqrt{3}}{2}R$

$$\Rightarrow\ W=\frac{\sqrt{3}}{2}mgR$$

۱۷. نیروی اصطکاک نیروی ناپایستار (اتلاف کننده‌ی انرژی) بوده و کار انجام شده توسط آن در یک رفت و برگشت کامل صفر نیست.

۱۸. انرژی مکانیکی پایسته است:

$$E_1=E_2$$

$$mgh+0=\frac{1}{2}Kx^2+0$$

$$x=\sqrt{\frac{2mgh}{K}}=\sqrt{\frac{2\times0/2\times10\times2}{200}}=0/2\ m=20cm$$

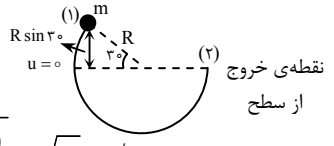
۱۹. از سطح زمین تا ارتفاع مورد نظر تغییر انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

کار نیروی مقاومت هوا منفی است $E_2-E_1=W_f$

$$(mgh+\frac{1}{2}mV^2)-\frac{1}{2}mV_0^2=W_f$$

$$(100+\frac{V^2}{2})-200=-50\ \Rightarrow\ V=10\ m/s$$

۲۰. انرژی مکانیکی پایسته است:

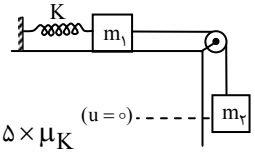


$$E_1=E_2$$

$$mgh+0=0+\frac{1}{2}mV^2$$

$$V=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times\frac{1}{2}}=\sqrt{10}\ m/s$$

۲۱. برای دستگاه می‌توان نوشت:



$$E_2-E_1-W_f$$

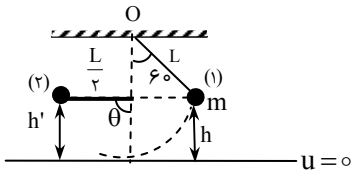
$$(-m_2gh+\frac{1}{2}Kx^2)-0=W_f$$

$$(h=x):-5+1/25=-190\times0/05\times\mu_K$$

$$\mu_K=\frac{1}{2}$$

لازم به ذکر است چون m_1 تغییر انرژی پتانسیل گرانشی ندارد، ΔU مربوط به آن در رابطه‌ها منظور نشده است.

۲۲.



$$h=L-L\cos60^\circ=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ m$$

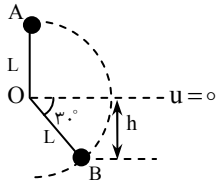
(پایستگی انرژی مکانیکی) $E_1=E_2$

$$mgh=mgh'\ \Rightarrow\ h'=h=\frac{1}{2}\ m$$

$$h'=L'-L'\cos\theta\ \Rightarrow\ \frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\theta$$

$$\cos\theta=0\ \Rightarrow\ \theta=90^\circ$$

۲۳.



$$h=L\sin30^\circ=\frac{L}{2}$$

$$E_A=E_B$$

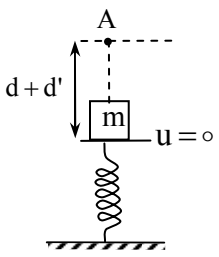
$$mgL=-mg\frac{L}{2}+\frac{1}{2}mV^2$$

$$\frac{3}{2}gL=\frac{1}{2}V^2\ \Rightarrow V=\sqrt{3gL}$$

$$V=\sqrt{3\times10\times0/5}=\sqrt{15}\ m/s$$

۲۴.

$$d'=\frac{mg}{K}\ \text{(فشردگی بر اثر جرم m)}\ \Rightarrow$$



فشردگی فنر برابر $(d+d')$ است انرژی کشسانی فنر به انرژی پتانسیل گرانشی و جنبشی جسم تبدیل می‌شود. برای این که جسم از فنر جدا نشود لازم است وقتی فنر طول عادی خود را به دست می‌آورد (نقطه‌ی A) سهم انرژی جنبشی صفر شود تا $(V=0)$ گردد:

در نتیجه : $\frac{۱}{۲}K(d+d')^۲ \le mg(d+d')$

$$d+d' \le \frac{۲mg}{K}$$

$$d \le \frac{۲mg}{K} - \frac{mg}{K} = \frac{mg}{K}$$

$$= \frac{۱۸\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۹} = ۲\times۱۰^{-۲}\ m$$ **یا**

$$d \le ۲۰\ mm$$

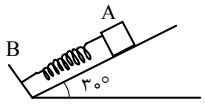
۲۵. برای حرکت جسم دو حالت وجود دارد:

(I) جسم در حال بالا رفتن است (حرکت تند شونده) ⇐ در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی جسم افزایش می‌یابد ⇐ (افزایش) W

(II) جسم در حال پایین آمدن است (حرکت کند شونده) ⇐ در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی جسم کاهش می‌یابد ⇐ (ابتدا کاهش و سپس افزایش) W

۲۶.

$$E_A = E_B$$



$$\frac{۱}{۲}mv^۲ + mgh = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$\frac{۱}{۲}\times۱\times V^۲ + ۱\times۱۰\times\frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰\times(\frac{۱}{۲})^۲$$

$$V^۲ = ۲۴۵ \rightarrow V = ۷\sqrt{۵}\ m/s$$

۲۷.

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = ۰ + mg\left[L - ۲(L-d)\right]$$

$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰$$

$$E_۱ = E_۲ \rightarrow V^۲ = ۲g(۲d-L)$$ **رابطه‌ی ۱**

اما اگر بخواهیم d را طوری انتخاب کنیم که گلوله یک دور کامل، دایره‌ای به مرکز میخ را دور بزند، باید هنگامی که گلوله در بالاترین نقطه‌ی مسیر حرکتش (موضع ۲) است برآیند نیروهای وارد بر آن نیروی مرکزگرای مورد نیاز برای دوران گلوله را تأمین کند. در نقطه‌ی ۲ به گلوله دو نیروی وزن و کشش نخ وارد می‌شود.

$$T + mg = \frac{mv^۲}{L-d} \xrightarrow{\text{با استفاده از رابطه‌ی ۱}}$$

$$T + mg = \frac{m۲g(۲d-L)}{L-d} \xrightarrow[d=d_{min}]{(T=۰)}$$

$$mg = \frac{۲mg(۲d-L)}{L-d} \quad \Rightarrow \quad d = ۰/۶L$$

۲۸.

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = ۰ + mgh$$

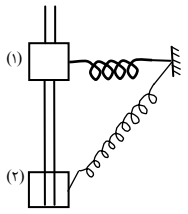
$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰ + \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow v^۲ = \sqrt{۲gh - \frac{k}{m}x^۲}$$

$$V = \sqrt{۲\times۱۰\times۱ - \frac{۸۸\times۰/۵^۲}{۲}} = ۳\ m/s$$

$$L^۲ = ۱^۲ + ۰/۷۵^۲ \quad L = ۱/۲۵\ m$$

تغییر طول فنر $= x = ۱/۲۵ - ۰/۷۵ = ۰/۵\ m$



۲۹. در حالت اول تعادل زمانی حاصل می‌شود که وزن وزنه با نیروی کشش فنر برابر شود:

$$mg = kx \rightarrow x = \frac{mg}{k} = ۲cm$$

در حالت دوم از قانون پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. موضع ۱ مکان اولیه‌ی فنر و موضع ۲ مکانی اختیار می‌شود که فنر بیش‌ترین تغییر طول را دارد. توجه کنید که در این نقطه سرعت وزنه صفر است (سکون لحظه‌ای):

$\Delta K = ۰$ **(سرعت وزنه در هر ۲ موضع صفر است).**

$$\Delta K + \Delta U = ۰ \Rightarrow \Delta U = ۰$$

$$\Delta U = -mgx_{max} + \frac{۱}{۲}kx^۲_{max} = ۰$$

$$\rightarrow x_{max} = ۲\frac{mg}{k} = ۲\times۲ = ۴\ cm$$

۳۰.

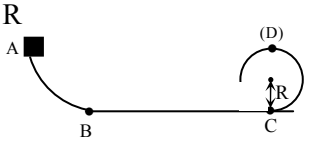
$$E_C = K_C + U_C = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + ۰ = \frac{۱}{۲}mv_C^۲$$

$$E_D = K_D + U_D = \frac{۱}{۲}mv_D^۲ + mg(۲R)$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow V_C^۲ = V_D^۲ + ۴gR$$

$$\Rightarrow V_C^۲ = V_D^۲ + ۴\times۱۰\times۰/۱۸$$

$$\Rightarrow V_C^۲ = V_D^۲ + ۷/۲$$



از طرفی در نقطه‌ی ۲ داریم:

$$N + mg = m\frac{V_D^۲}{R} \xrightarrow[N=۰]{} V_D^۲ = Rg = ۱/۸$$

$$V_C^۲ = ۱/۸ + ۷/۲ = ۹ \rightarrow V_C = ۳\ m/s$$

$$V_C^۲ - V_B^۲ = -۲\mu g(Bc) \rightarrow ۹ - ۱۶ = -۲\times\mu\times۱۰$$

$$\rightarrow \mu = ۰/۳۵$$

۳۱. نقطه‌ای که کشش نخ در آن کم‌ترین مقدار را دارد بالاترین نقطه‌ی مسیر است. $(T_{min}=0)$

$$mg = m\frac{V_u^2}{R} \rightarrow V_u^2 = Rg \Rightarrow V_u^2 = 0/4\times 10 = 4$$
$$\rightarrow V_u = 2\,m/s$$

بیش‌ترین کشش نخ هنگامی است که گلوله در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر قرار دارد.

$$T_{max} - mg = m\frac{V_D^2}{R}$$
$$T_{max} = mg + m\frac{V_D^2}{R}$$
$$E_1 = E_2 \rightarrow mgR + \frac{1}{2}mV_u^2 = -mgR + \frac{1}{2} + mV_D^2$$
$$\rightarrow V_D^2 = 20$$

اگر نخ در پایین‌ترین نقطه پاره شود، حرکت گلوله یک پرتاب افقی با سرعت اولیه‌ی V_D خواهد بود.

$$V^2 - V_D^2 = -2gy$$
$$V^2 = 20 - 2\times 10\times(-1/25)$$
$$V = 3\sqrt{5}\ m/s$$

۳۲. سطح زیر نمودار برابر کار است:

$$W = \frac{2+6}{2}\times 20 + 0 = 80j$$

با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی داریم:

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}m\,(V^2 - V_0^2)$$
$$80 = \frac{1}{2}\times 2\,(V^2 - 1^2) \rightarrow V = 9\ m/s$$

۳۳.

$$(v_0 = 0) \Rightarrow w = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Rightarrow w = \frac{1}{2}(\rho V)v^2 = \frac{1}{2}\rho A d v^2$$
$$\Rightarrow w = \frac{1}{2}\rho A v^3 t \Rightarrow P = \frac{1}{2}\rho A v^3 = 1/875\ kw$$

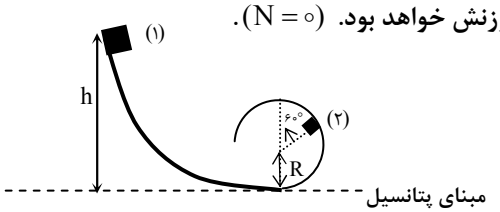
۳۴. با توجه به فرض مسئله

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{V_1}{V_2}$$
$$p_1 = F_1\,V_1 \qquad p_2 = F_2\,V_2$$
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{F_1 V_1}{F_2 V_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} \Rightarrow \frac{7500}{p_2} = (\frac{4}{12})^2 \rightarrow p_2 = 67500\ w$$

۳۵.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg(R + R\cos 60^\circ)$$
$$\rightarrow v_2^2 = 2g(h - \frac{3}{2}R)$$

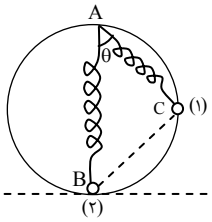
اگر جسم در نقطه ۲ از سطح جدا شود تنها نیروی وارد بر آن وزنش خواهد بود. $(N=0)$.



$$N + mg\cos 60 = m\frac{V_2^2}{R} \rightarrow V_2^2 = \frac{1}{2}Rg$$
$$\rightarrow 2g\,(h - \frac{3}{2}R) = \frac{1}{2}Rg \rightarrow h = 0/7\,m$$

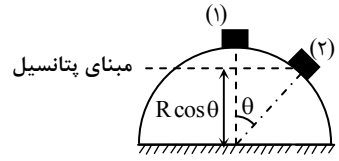
۳۶.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mg(AB - AC\cos\theta) = \frac{1}{2}mV_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$
$$20(0/4 - 0/2\times\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\times 2\times V_2^2 + \frac{1}{2}\times 150\times(0/2)^2$$
$$\Rightarrow v_2 = 3\ m/s$$



$$\cos\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$$

۳۷. اگر جسم در زاویه‌ی θ سطح کره را ترک کند باید در این نقطه از طرف سطح به جسم نیرویی وارد نشود.



$$N + mg\cos\theta = m\frac{V_2^2}{R} \xrightarrow[N=0]{} V_2^2 = Rg\cos\theta$$
$$mgR\,(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow v_2^2 = 2gR\,(1 - \cos\theta)$$
$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = Arc\cos\frac{2}{3}$$

۳۸.

$$\Delta k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(2ad) = mad$$
$$\Rightarrow k - 0 = mad \Rightarrow k = mad$$

۳۹.

$$w = F.d \rightarrow 80 = F\times 1 \rightarrow F = 80\ N$$
$$F - mg = ma \rightarrow 80 - 2\times 10 = 2a \rightarrow a = 30\ m/s^2$$

۴۰.

$$-mgh + w_F = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\rightarrow -600\times 10\times 10^3 + w_F = \frac{1}{2}\times 600\times 10^2$$
$$w_F = 6030\ kj$$

۴۱. شیب این نمودار برابر برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

برآیند نیروها $= ma = \frac{۱۰۰}{۲۵} = ۴\,N$

۴۲.

$$F - mg = ma \Rightarrow F = m(g+a)$$

$$\Rightarrow F = ۵(۱۰+۲) = ۶۰N \Rightarrow p = \frac{۶۰\times ۴}{\sqrt{\frac{۲h}{a}}} = ۱۲۰\,w$$

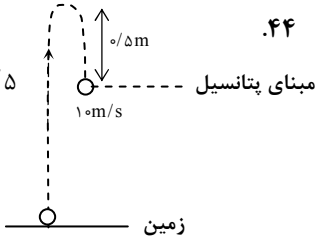
۴۳.

$$E_۲ - E_۱ = -(\mu mg\cos ۶۰^\circ \times x) - \mu mgx$$

$$۰ - mg\times(x\sin ۶۰^\circ) = -(\mu mg\cos ۶۰^\circ \times x) - \mu mgx$$

$$\mu = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۴۴.



$$۲\times ۱۰\times ۰/۵ - \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^۲ = -f\times ۰/۵$$

$$\Rightarrow f = ۱۸۰\,N$$

۴۵. ابتدا از قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله را ضمن عبور از موضع تعادلش (پایین‌ترین نقطه) به‌دست می‌آوریم:

$$mg\ell(۱-\cos ۶۰^\circ) = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v^۲ = g\ell$$

$$T_{max} - mg = \frac{mv^۲}{\ell} \Rightarrow T_{max} = ۲\,mg$$

۴۶.

سرعت اولیه‌ی ارابه $۱۲۰ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow v_۱ = ۲\,m/s$

قانون پایستگی اندازه‌ی حرکت (تکانه):

$$۶۰\times ۲ = (۶۰+۴۰)\,V_T \rightarrow V_T = ۱/۲\,m/s$$

$$k = \frac{۱}{۲}(۶۰+۴۰)\times(۱/۲)^۲$$

$$k = ۷۲\,J$$

۴۷. در اوج $u = u_{max}$ و $k = ۰$ است، ضمن اینکه در خلأ (ثابت $= E$) می‌باشد.

۴۸. چون مکعب اول جابه‌جا نمی‌شود و روی سطح مبنا قرار دارد پس:

$w_۱ = ۰$ و درنتیجه $h_۱ = ۰$

$w_۲ = mgh$

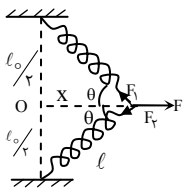
$w_۳ = mg\ ۲h$ $\quad w = w_۱ + w_۲ + w_۳ + w_۴ = ۶mgh$

$w_۴ = mg۳h$

۴۹. وقتی فنری با ثابت k و طول $\ell_۰$ را نصف کنیم، ثابت فنر دوبرابر می‌گردد.

$$\ell = \sqrt{(\frac{\ell_۰}{۲})^۲ + x^۲}$$

$$\Delta\ell = \sqrt{(\frac{\ell_۰}{۲})^۲ + x^۲} - \frac{\ell_۰}{۲}$$

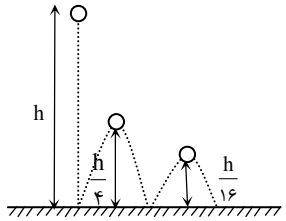


$$\rightarrow F = ۲F_۱\cos\theta$$

$$= ۲\times(۲k)\times(\sqrt{(\frac{\ell_۰}{۲})^۲ + x^۲} - \frac{\ell_۰}{۲})\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{\ell_۰}{۲})^۲ + x^۲}}$$

$$F = ۱۲۰\,N$$

۵۰. چون در هر برخورد $\frac{۳}{۴}$ انرژی جنبشی تلف می‌شود، بنابراین ارتفاع h کم‌تر می‌شود و پس از هر برخورد گلوله به زمین، تنها $\frac{۱}{۴}$ انرژی جنبشی گلوله باقی می‌ماند و ارتفاعی که گلوله به آن برمی‌گردد، تنها $\frac{۱}{۴}$ ارتفاع قبلی است.



$$h_T = h + (\frac{۲h}{۴} + \frac{۲h}{۱۶} + \frac{۲h}{۶۴} + ... + \frac{۲h}{۲^{۲n+۲}})$$

$$= h + (\frac{h}{۲} + \frac{h}{۸} + \frac{h}{۳۲} + ... + \frac{h}{۲^{۲n+۱}})$$

$$\rightarrow S = \frac{\frac{h}{۲}}{۱-\frac{۱}{۴}} = \frac{۲h}{۳}$$

$$h_T = h + \frac{۲h}{۳} = \frac{۵h}{۳} = ۳۲\,m$$

فصل پنجم

خواص ماده - هیدروستاتیک

جلسه‌ی هفتم

مواد می‌توانند به حالت (فاز) جامد، مایع یا گازی باشند:

الف) در جامد اتم‌ها در مکان‌های خاص قرار گرفته‌اند و حول نقطه تعادلشان نوسان می‌کنند. بسامد این نوسان‌ها در حدود (10^{13} Hz) است. در جامدهای بلورین اتم‌های سازنده در طرح منظمی قرار گرفته‌اند مانند فلزها و الماس و . . . در جامدهای آمورف (بی‌شکل) هیچ طرح منظمی در استقرار اتم‌ها یافت نمی‌شود، مانند شیشه و . . .

نکته‌ی ۱. هرگاه یک مایع سریعاً سرد شود، جامد بی‌شکل حاصل می‌شود زیرا اتم‌ها فرصت نظم پیدا نمی‌کنند.

ب) در مایع و گاز (سیال)، ذرات به طور تصادفی (کاتوره‌ای) آرایش یافته‌اند و می‌توانند با سهولت نسبی در داخل ماده حرکت کنند. یک مایع در برابر متراکم شدن مقاومت می‌کند (تراکم‌ناپذیر) ولی گازها تراکم‌پذیرند.

نکته‌ی ۲. نیروهای رباییشی قابل توجه بین ذرات یک مایع از انبساط فراگیر آن جلوگیری می‌کنند ولی گازها همه‌ی حجمی را که آن‌ها را محصور کرده است، پُر می‌کنند.

☜ نیروهای (چسبندگی) - (چسبندگی سطحی)

نیروهای رباییشی بین مولکول‌های یکسان، نیروی چسبندگی (F_C) نامیده می‌شود. کشش سطحی مایع نتیجه‌ی نیروهای چسبندگی در سطح مایع است. بر اثر کشش سطحی جسمی که سنگین‌تر از مایع است، روی سطح مایع می‌ماند.

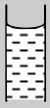
نکته‌ی ۳. بر اثر کشش سطحی، سطح خارجی مایع به حداقل مقدار می‌رسد مثل: قطره‌ی آب.

نکته‌ی ۴. کشش سطحی بر اثر ناخالصی در مایع و تغییر دمای مایع، تغییر می‌کند.

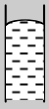
نیروی رباییشی بین مولکول‌های متفاوت، نیروی چسبندگی سطحی (F_A) نامیده می‌شود.

نکته‌ی ۵.

(I) اگر $F_A > F_C \Leftarrow$ مایع سطح ظرف را تر می‌کند و سطح مایع حالت تقعر پیدا می‌کند.

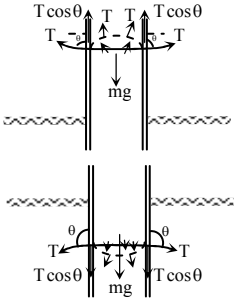


(II) اگر $F_A < F_C \Leftarrow$ مایع سطح ظرف را تر نمی‌کند و سطح مایع حالت تحدب پیدا می‌کند.



نکته‌ی ۶. ماهیت نیروهای F_C و F_A، الکترومغناطیسی است.

☜ موئینگی



بالا آمدن مایع در لوله‌ی باریکی که آن را تر می‌کند، موئینگی نام دارد و یکی از اثرهای نیروهای چسبندگی سطحی است.

نیروهای T از محیط داخلی لوله به مایع وارد می‌شود که مؤلفه‌ی قائم این نیروها، مایع را به طرف بالا می‌کشد و وقتی $\sum T\cos\theta = mg$ شود، مایع به تعادل رسیده و اثر موئینگی متوقف می‌شود.

نکته‌ی ۷. اگر مایع لوله را تر نکند، سطح مایع داخل لوله پایین‌تر از سطح آزاد مایع قرار می‌گیرد. تراکم‌ناپذیری مایع، مانع از این می‌شود که سطح مایع خیلی پایین بیاید.

تست ۱. **ارتفاع بالا رفتن آب در یک لوله‌ی موئین شیشه‌ای به شعاع R متناسب است با:**

۱) $\sqrt{R}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt{R}}$ ۳) $\frac{۱}{R}$ ۴) $\frac{۱}{R^۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

هر چه لوله باریک‌تر باشد،ارتفاع آب بیش‌تر می‌شود، لازم به ذکر می‌باشد که طول لوله بی‌تأثیر است.

چگالی

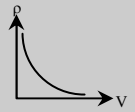
چگالی یکی از خواص ذاتی ماده محسوب می‌شود و عبارت است از جرم واحد حجم جسم.

واحد چگالی در SI، $\frac{kg}{m^۳}$ **است.** $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$

واحد کوچک‌تر چگالی $\frac{gr}{cm^۳}$ **است و** $۱\frac{gr}{cm^۳} = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$

نکته‌ی ۸. چگالی اکثر مواد با افزایش دما، کاهش می‌یابد یعنی: $(\rho \propto \frac{۱}{T})$

نکته‌ی ۹. نمودار چگالی یک جسم بر حسب حجم آن وقتی حجمش بر اثر گرما تغییر می‌کند:



چگالی مخلوط

اگر چند جسم با هم مخلوط شوند می‌توان گفت:

جرم مخلوط $M = m_۱ + m_۲ + ...$

حجم مخلوط $V = V_۱ + V_۲ + ...$

(مخلوط) $\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m_۱ + m_۲ + ...}{V_۱ + V_۲ + ...} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲ + ...}{V_۱ + V_۲ + ...}}$

تست ۲. **از یک فلز، مکعبی توپر به ضلع ۲cm ساخته شده است. اگر جرم این مکعب ۴۸ گرم باشد، چگالی فلز چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟**

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۶۰۰۰ ۴) ۸۰۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

حجم مکعب $= ۲^۳ = ۸cm^۳$ $\rho = \frac{m}{V} = \frac{۴۸}{۸} = ۶\frac{gr}{cm^۳}$ **یا** $۶۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$

جرم مکعب $= ۴۸gr$

تست ۳. **یک مکعب فلزی را داخل ظرف پر از آب می‌اندازیم و** $۱۰۰cm^۳$ **آب بیرون می‌ریزد. اگر چگالی فلز** $۸\frac{gr}{cm^۳}$ **و جرم مکعب ۷۰۰gr باشد حجم حفره ای که داخل مکعب است، چند سانتی‌متر مکعب می‌باشد؟**

۱) ۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

(حجم مکعب) $V = ۱۰۰cm^۳$

(حجم فلز مکعب) $V' = \frac{m}{\rho} = \frac{۷۰۰}{۸} = ۸۷/۵cm^۳$

(حجم حفره) $\Delta V = V - V' = ۱۰۰ - ۸۷/۵ = ۱۲/۵cm^۳$

تست ۴. مخلوطی از $m_۱$ گرم ماده A به چگالی $۵\frac{gr}{cm^۳}$ و $m_۲$ گرم ماده B به چگالی $۲\frac{gr}{cm^۳}$ داریم اگر چگالی مخلوط $۴\frac{gr}{cm^۳}$ باشد. نسبت $\frac{m_۱}{m_۲}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\rho = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲}} \Rightarrow ۴ = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{۵} + \frac{m_۲}{۲}} \Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲} = ۵$$

تست ۵. ۹۰ گرم مایع به چگالی $۱/۸\frac{gr}{cm^۳}$ با ۹۰ گرم آب به چگالی $۱\frac{gr}{cm^۳}$ مخلوط شده است. اگر چگالی مخلوط $۱/۵\frac{gr}{cm^۳}$ باشد، این دو مایع بر اثر اختلاط چقدر کاهش حجم پیدا کرده‌اند؟

۱) صفر ۲) $۱۴۰cm^۳$ ۳) $۱۲۰cm^۳$ ۴) $۲۰cm^۳$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\rho = \frac{m_۱ + m_۲}{V} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{۹۰+۹۰}{V} \Rightarrow \text{(مخلوط)}\ V = ۱۲۰cm^۳$$

$$\begin{cases} \text{(حجم مایع)}\ V_۱ = \frac{m_۱}{\rho_۱} = \frac{۹۰}{۱/۸} = ۵۰cm^۳ \\ \text{(حجم آب)}\ V_۲ = \frac{m_۲}{\rho_۲} = \frac{۹۰}{۱} = ۹۰cm^۳ \end{cases} \quad V_۱ + V_۲ = ۱۴۰cm^۳$$

کاهش حجم بر اثر اختلاط $= ۱۴۰ - ۱۲۰ = ۲۰cm^۳$

تست ۶. گنجایش یک ظرف، ۱۰۰ گرم آب است. اگر آن ظرف فقط از الکل پُر شود، جرم الکل چند گرم خواهد بود؟ ($\rho = ۱\frac{gr}{cm^۳}$ آب و $\rho = ۰/۸\frac{gr}{cm^۳}$ الکل)

۱) ۵۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۵

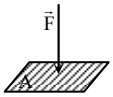
پاسخ: گزینه‌ی ۲

حجم ظرف برابرحجم ۱۰۰gr آب است: ظرف $V = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۰۰}{۱} = ۱۰۰cm^۳$

جرم $۱۰۰cm^۳$الکل را حساب می‌کنیم: $m = \rho V = ۰/۸ \times ۱۰۰ = ۸۰gr$

فشار

فرض کنید مطابق شکل نیروی $\vec{F}$ به طور عمود بر تمام نقاط یک سطح وارد می‌شود فشار وارد بر سطح A برابر است با:

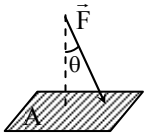


$$P = \frac{F}{A}$$

در این رابطه F اندازه‌ی نیرو و A مساحت سطح است.

واحد فشار در SI، $\frac{N}{m^2}$ است که پاسکال (Pa) نامیده می‌شود.

در صورتی که نیروی $\vec{F}$ بر سطح عمود نباشد، مؤلفه‌ی عمود بر سطح آن در ایجاد فشار نقش دارد.



$$\boxed{P=\frac{F\cos\theta}{A}}$$

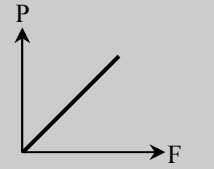
نکته‌ی ۱۰. فشار کمیت نرده‌ای (اسکالر) است، زیرا حاصل تقسیم اندازه‌ی نیرو بر مساحت سطح است.

فشار در یک نقطه

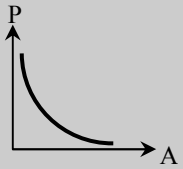
اگر مساحت سطح A بسیار کوچک باشد، P فشار در یک نقطه خواهد بود که به مساحت سطح بستگی ندارد و برابر است با:

$$P=\lim_{A\to 0}\frac{F}{A}$$

نکته‌ی ۱۱. نمودارهای تغییر فشار وارد بر یک سطح بر حسب تغییر نیرو و تغییر مساحت سطح:



$P=\frac{F}{A}$ (ثابت $=A$)



$P=\frac{F}{A}$ (ثابت $=F$)

تست ۷. ابعاد مکعب مستطیلی $15\,cm\times 5\,cm\times 3\,cm$ است. بیشینه فشار مکعب بر سطح چند برابر کمینه‌ی فشار آن بر سطح می‌باشد؟

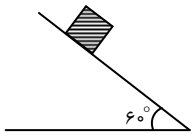
۱) ۱ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) ۵ ۴) ۹

پاسخ: گزینه‌ی ۳

فشار مکعب مستطیل بر سطح بر اثر وزن آن می‌باشد: $(F=mg)$ $P=\frac{mg}{A}$

$$\begin{cases}P_{max}=\dfrac{mg}{A_{min}}\\ P_{min}=\dfrac{mg}{A_{max}}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{A_{max}}{A_{min}}=\frac{15\times 5}{5\times 3}=5$$

تست ۸. مطابق شکل جسمی روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، قرار دارد. اگر زاویه شیب ۳۰ درجه کاهش یابد، فشار جسم بر سطح چند برابر می‌شود؟



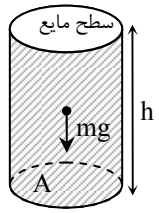
۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

تعریف فشار: $P=\frac{N}{A}=\frac{mg\cos\alpha}{A}$

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}=\frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ}=\sqrt{3}$$

فشار مایع



ستونی از مایع را با ارتفاع h که در بالای سطح A قرار دارد، درنظر بگیرید:
فشار مایع بر این سطح بر اثر وزن مایع بوده و برابر است با:

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow P = \frac{(\rho V)g}{A} = \frac{(\rho Ah)g}{A} \Rightarrow P = \rho gh$$

در این رابطه ρ چگالی مایع (Kg/m^3) ، h عمق مایع و g شتاب گرانش مؤثر بر مایع (m/s^2) است.
همچنین P فشار مایع در عمق مورد نظر می‌باشد. (بر حسب پاسکال)

نکته‌ی ۱۲. فشار مایع در عمق h از سطح مایع، به مساحت سطح زیر آن (کف ظرف) بستگی ندارد.

نکته‌ی ۱۳. اختلاف فشار بین دو نقطه غیر هم عمق در داخل مایع برابر است با:

$$\begin{cases} P_1 = \rho gh_1 \\ P_2 = \rho gh_2 \end{cases} \quad P_2 - P_1 = \rho g(h_2 - h_1) \Rightarrow \Delta P = \rho g \Delta h$$

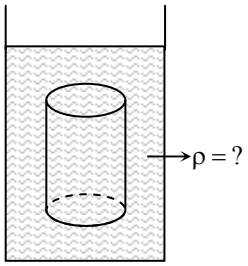
نکته‌ی ۱۴. در یک مایع ساکن، نقاط هم عمق، هم فشارند، یعنی:

اگر : $\Delta h = 0 \Rightarrow \Delta P = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$ (اصل هم‌فشاری)

نکته‌ی ۱۵. اگر مایع در داخل یک سیستم شتاب‌دار واقع باشد، شتاب ظاهری مایع (g') در برآورد فشار مایع منظور می‌شود:

$$P = \rho g' h$$

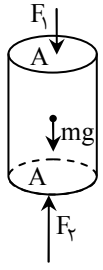
تست ۹. استوانه‌ای با مساحت قاعده‌ی $25\ cm^2$ و ارتفاع $8cm$ داخل مایعی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارد. جرم استوانه ۱۰۰ گرم است. چگالی مایع چند واحد SI است؟ ($g = 10\ m/s^2$)



۱) ۱۲۰۰ ۲) ۲۵۰۰
۳) ۵۰۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

نیروهای وارد بر استوانه در شکل نشان داده شده است:



«دیاگرام نیروها»

$$\sum Fy = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 = mg \Rightarrow F_2 - F_1 = 1 \text{ (نیوتن)}$$

$$P_2 - P_1 = \frac{F_2 - F_1}{A} = \frac{1}{25 \times 10^{-4}} = 400 \text{ (پاسکال) (اختلاف فشار)}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \rho = \frac{400}{10 \times 0/08} = 500 Kg/m^3$$

تست ۱۰. در ظرفی تا ارتفاع $40\ cm$ آب ریخته شده است. ظرف آب در داخل یک آسانسور در حال حرکت قرار دارد. ناگهان براثر پارگی کابل، آسانسور سقوط می‌کند. فشار آب بر ته ظرف در حین سقوط چند پاسکال است؟

($\rho_{آب} = 1000\ Kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$)

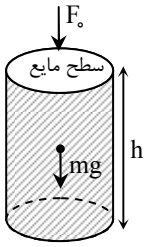
۱) ۴۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۴

بعد از پاره شدن کابل، آسانسور با شتاب (g-) سقوط آزاد می‌کند و :

$$P = \rho g' h = \rho(g - g)h = 0$$

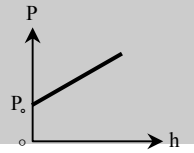
فشار مایع با احتساب فشار هوا



اگر یک نیروی خارجی (مثل نیروی هوا) به سطح مایع وارد شود، در این صورت به فشار مایع در عمق h باید فشار ناشی از نیرو را نیز افزود بنابر این:

$$P = \frac{mg + F_\circ}{A} = \frac{mg}{A} + \frac{F_\circ}{A} \Rightarrow P = \rho gh + P_\circ$$

$P_\circ$ فشار هوا است و P فشار کل (فشار مطلق) در عمق h از سطح مایع می‌باشد.



نکته‌ی ۱۶. فشار کل با عمق نقاط داخل مایع رابطه‌ی خطی دارد و :

شیب خط $= \rho g$

تست ۱۱. در عمق $\frac{h}{۲}$ از سطح مایعی فشار دو برابر فشار در سطح این مایع است. در چه عمقی از سطح این مایع فشار سه برابر فشار در سطح آن است؟

۱) $\frac{۳}{۲}h$ ۲) $\frac{۲}{۳}h$ ۳) h ۴) $\frac{۳}{۴}h$

فشار در سطح مایع فقط فشار هوا ($P_\circ$) است.

$$P = \rho gh + P_\circ$$

$$۲P_\circ = \rho g(\frac{h}{۲}) + P_\circ \Rightarrow \rho gh = ۲P_\circ$$

از طرفی : $۳P_\circ = \rho gh' + P_\circ \Rightarrow \rho gh' = ۲P_\circ$

از مقایسه دو رابطه ی اخیر : $\rho gh' = \rho gh \Rightarrow h' = h$

پاسخ: گزینه ۳

تست ۱۲. فشار در عمق $۳h$ متری آب یک دریاچه چند برابر فشار در عمق h متری همان دریاچه می‌باشد؟

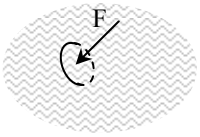
۱) ۳ برابر ۲) کمتر از ۳ برابر ۳) بیشتر از ۳ برابر ۴) کمتر از ۳ برابر و بیشتر از ۲ برابر

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\begin{cases} P_۱ = \rho gh + P_\circ \\ P_۲ = \rho g(۳h) + P_\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} < ۳$$

ولی با توجه به مقدار h ممکن است $\frac{P_۲}{P_۱} > ۲$ یا $\frac{P_۲}{P_۱} < ۲$ باشد و نمی‌توان به طور قطع اظهار نظر کرد.

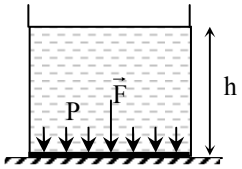
نیروی مایع بر ظرف آن:



نیروی وارد از طرف مایع ساکن بر هر سطحی که در داخل مایع قرار دارد، بر آن سطح عمود است.زیرا در غیر این صورت نیروی $\vec{F}$ یک مؤلفه‌ی موازی با سطح پیدا می‌کند که باعث حرکت سطح شده و مایع ساکن نخواهد ماند.

می‌توان نتیجه گرفت نیروی مایع بر تمام جداره‌های ظرف آن عمود است زیرا در حکم یک سطح داخل مایع می‌باشند.

الف- نیروی مایع بر کف ظرف:

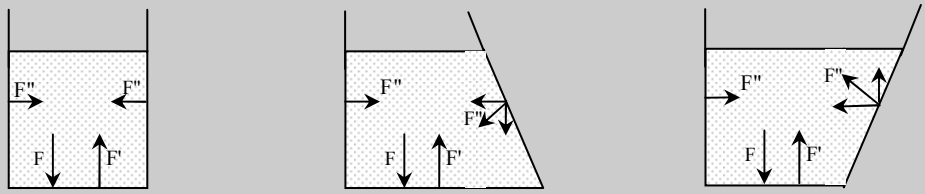


اگر کف ظرف افقی و در عمق h از سطح مایع قرار داشته باشد، با استفاده از رابطه‌ی فشار مایع می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho ghA$$

در این رابطه A مساحت کف ظرف و F اندازه‌ی نیروی مایع بر کف ظرف است.

نکته‌ی ۱۷. نیروی F بسته به شکل ظرف ممکن است برابر، بیشتر و یا کمتر از وزن مایع داخل ظرف باشد. (پارادوکس هیدروستاتیکی)



(۱) $F = mg$ (۲) $F > mg$ (۳) $F < mg$

نیروی $\vec{F'}$ واکنش نیروی $\vec{F}$ است که از کف ظرف به مایع وارد می‌شود.

نیروی $\vec{F''}$ واکنش نیروی مایع بر دیواره‌ی ظرف است. این نیرو از طرف دیواره‌ی ظرف به مایع وارد می‌شود (در راستای عمود بر دیواره)

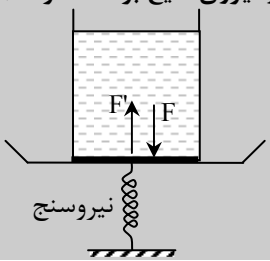
در شکل (۱): $\sum Fy = ۰ \Rightarrow F' - mg = ۰ \Rightarrow F' = mg \Rightarrow F = mg$: مایع در حال تعادل است.

در شکل (۲): $\sum Fy = ۰ \Rightarrow F' - mg - F''y = ۰ \Rightarrow F' = mg + F''y \Rightarrow F = mg + F''y$: مایع در حال تعادل است.

در شکل (۳): $\sum Fy = ۰ \Rightarrow F' - mg + F''y = ۰ \Rightarrow F' = mg - F''y \Rightarrow F = mg - F''y$: مایع در حال تعادل است.

لازم به ذکر است که در همه موارد برآیند نیروهای در راستای افق صفر است تا تعادل مایع پایدار بماند.

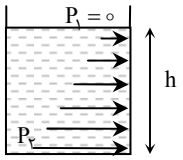
نکته‌ی ۱۸. نیرویی که ظرف و مایع به تکیه‌گاه خود وارد می‌کنند برابر $[(mg)_{\text{مایع}} + (Mg)_{\text{ظرف}}]$ است و نیروی مایع بر کف ظرف (F) نقشی در این مورد ندارد.



(عدد نیروسنج) $N = mg + Mg$

نیروهای $\vec{F}$ و $\vec{F'}$ در واقع نیروهای داخلی سیستم محسوب می‌شوند.

ب- *نیروی مایع بر دیواره‌ی ظرف:*



عمق نقاط دیواره تا سطح مایع یکسان نیست، در نتیجه فشار مایع در این نقاط متفاوت است. لذا در این حالت فشار متوسط مایع بر دیواره حساب می‌شود.

چون فشار مایع با عمق نقاط رابطه‌ی خطی دارد بنابراین $\bar{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲}$

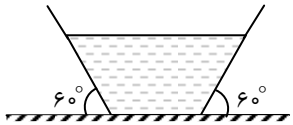
$$\bar{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲} \xrightarrow{(P_۱ = ۰)} \bar{P} = \frac{P_۲}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \bar{P} = \frac{۱}{۲}\rho gh \\ \bar{F} = \bar{P}A \end{cases} \Rightarrow \bar{F} = \frac{۱}{۲}\rho ghA$$

در این رابطه A مساحت دیواره‌ی ظرف در تماس با مایع و $\bar{F}$ اندازه نیروی متوسط مایع بر دیواره است.

نکته‌ی ۱۹. نیروی $\vec{\bar{F}}$ همواره بر دیواره‌ی ظرف عمود است.

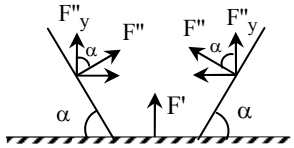
نکته‌ی ۲۰. فشار متوسط مایع بر دیواره‌ی ظرف $\bar{P} = \frac{۱}{۲}\rho gh$ مستقل از مساحت دیواره و زاویه‌ی دیواره با افق است.

تست ۱۳. ظرفی مطابق شکل، تا ارتفاع $۴۰\ cm$ از آب پر شده است. مساحت دیواره‌های ظرف $۲۰۰\ cm^۲$ است. اندازه‌ی نیروی مایع بر کف ظرف چند نیوتن کمتر از وزن مایع است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲ ,\ \rho = ۱ gr/cm^۳)$



۱) صفر ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳



(مایع در حالت تعادل است) $mg - F' = ۲F''y = ۲(F''\cos ۶۰^\circ) = F'' = \frac{۱}{۲}\rho ghA$

$F'' = \frac{۱}{۲}\times ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۴\times ۰/۰۲ = ۴۰$ (نیوتن)

تست ۱۴. در دو ظرف استوانه‌ای شکل که مساحت قاعده‌ی یکی A و مساحت قاعده‌ی دیگری $\frac{۳}{۲}A$ است، به مقدار مساوی آب می‌ریزیم. نیروی آب بر کف ظرف اول برابر $F_۱$ و بر کف ظرف دوم برابر $F_۲$ می‌باشد. نسبت $\frac{F_۱}{F_۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

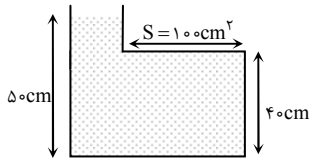
پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون جرم آب ریخته شده در هر دو ظرف یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$m_۱ = m_۲ \Rightarrow V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱h_۱ = A_۲h_۲ \xrightarrow{(A_۲ = \frac{۳}{۲}A_۱)} h_۱ = \frac{۳}{۲}h_۲$$

$$\frac{F_۱}{F_۲} = \frac{A_۱}{A_۲}\times\frac{h_۱}{h_۲} = ۱$$

تست ۱۵. مطابق شکل در ظرفی آب ریخته شده است. نیروی آب بر سطح S چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) ۱۰ ۲) ۲۰
۳) ۵۰ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۱

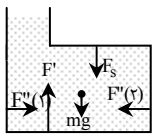
فشار آب دقیقاً زیر سطح S برابر است با: $P = \rho g\Delta h$

بنابر این نیروی آب بر سطح S مساوی خواهد بود با:

$F = \rho g\Delta hS$

$F = ۱۰۰۰\times ۱۰\times(۰/۵ - ۰/۴)\times ۰/۰۱ = ۱۰$ (نیوتن)

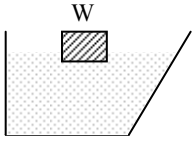
توجه: نیروهای وارد بر آب داخل ظرف در شکل نشان داده شده است:



$$\begin{cases}\sum Fy = ۰ \Rightarrow F' = mg + Fs \\ \sum Fx = ۰ \Rightarrow F''_{(۱)} = F''_{(۲)}\end{cases}$$

هوا از داخل و خارج ظرف بر سطح S نیرو وارد می‌کند که یکدیگر را خنثی می‌کنند.

تست ۱۶. مطابق شکل جسمی به وزن W در ظرف مایعی شناور است. اگر جسم را از داخل مایع خارج کنیم، کاهش نیرو بر کف ظرف برابر کدام است؟



۱) W ۲) بیشتر از W
۳) کمتر از W ۴) به چگالی مایع بستگی دارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با خارج شدن جسم، ارتفاع مایع کم شده و نیروی مایع بر دیواره ظرف و در نتیجه $F''y$ کاهش می‌یابد:

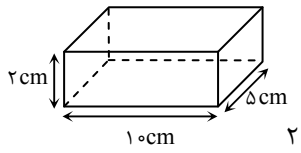
با حضور جسم : $F_{(۱)} = mg + W - (F''y)_۱$

در غیاب جسم : $F_{(۲)} = mg - (F''y)_۲$

$$F_{(۱)} - F_{(۲)} = W - [\underbrace{(F''y)_۱ - (F''y)_۲}_{\text{عدد مثبت}}] \Rightarrow F_{(۱)} - F_{(۲)} < W$$

تمرین ۱–۵

۱. جسمی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $۱۰cm \times ۵cm \times ۲cm$ مفروض است. اختلاف بین بیشترین و کمترین فشاری که مکعب می‌تواند بر سطح وارد کند ۱۶۰۰ پاسکال می‌باشد. جرم مکعب چند گرم است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) ۳۲۰ ۲) ۳۲ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۰

۲. در دو ظرف استوانه‌ای شکل به مقدار مساوی از یک مایع ریخته‌ایم و مساحت قاعده‌ی ظرف‌ها ($A_۱ = ۲A_۲$) می‌باشد. در این صورت فشار و نیروی وارد از طرف مایع بر کف ظرف (۲) به ترتیب چند برابر ظرف (۱) می‌باشد؟

۱) دو- دو ۲) یک- یک ۳) دو- یک ۴) یک- دو

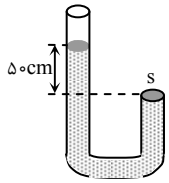
۳. ظرفی محتوی مقداری مایع می‌باشد. اگر دمای ظرف و مایع را افزایش دهیم، فشار مایع بر کف ظرف چگونه تغییر می‌کند؟

۱) زیاد می‌شود ۲) کم می‌شود ۳) تغییر نمی‌کند ۴) بستگی به شکل ظرف دارد

۴. عمق یک مایع در مخزنی ۴/۵ متر و فشار هوا برابر ۷۵ cm Hg است. فشار کلی که بر کف مخزن وارد می‌شود چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی مایع $۶/۸ gr/cm^۳$ و چگالی جیوه $۱۳/۶ gr/cm^۳$)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

۵. مطابق شکل مقابل در داخل لوله U شکل آب ریخته شده و انتهای سمت راست آن با درپوش s بسته شده است. اگر مساحت درپوش $۵ cm^۳$ باشد، چه نیرویی بر حسب نیوتن به درپوش وارد می‌شود؟ ($\rho = ۱ gr/cm^۳$, $P_۰ = ۱۰^۵ pa$, $g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) ۱ ۲) ۲/۵ ۳) ۵۲/۵ ۴) ۱۰۰

۶. ابعاد استخر پر از آب A دو برابر ابعاد استخر پر از آب B است. فشار در عمق ۲ متری استخر A چند برابر فشار در عمق ۲ متری استخر B است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۲}$

۷. مخروط ناقصی مطابق شکل روی سطح افقی قرار دارد و شعاع قاعده‌ی بزرگ ۳ برابر شعاع قاعده‌ی کوچک آن است. اگر آن را روی قاعده بزرگ بگذاریم و بخواهیم فشار وارد بر سطح افقی تغییر نکند، وزنه‌ای چند برابر وزن مخروط را باید روی آن قرار داد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۸ ۴) ۹

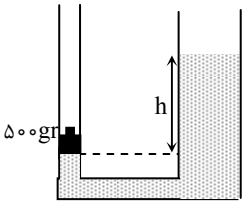
۸. در عمق ۲ متری یک دریاچه فشار ۹۰ سانتی‌متر جیوه است. در عمق ۶ متری این دریاچه فشار چند سانتی‌متر جیوه است؟ (فشار جو = ۷۵cm Hg)

۱) ۹۵ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۳۵

۹. یک لوله‌ی شیشه‌ای باریک را به طور عمودی در مایع داخل یک ظرف فروبرده‌ایم. برای آن که اختلاف سطح مایع داخل لوله با سطح مایع داخل ظرف بیشتر شود:

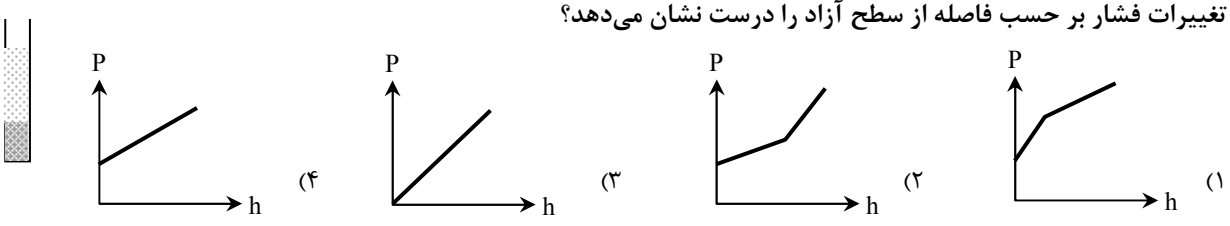
۱) لوله را بیشتر در آب فرو بریم. ۲) لوله را کمتر در آب فرو بریم. ۳) لوله باریک‌تری انتخاب کنیم. ۴) لوله با قطر بیشتری انتخاب کنیم.

۱۰. در شکل مقابل سطح مقطع وزنه $۱۰ cm^۲$ و سطح مقطع لوله سمت راست $۲۰ cm^۲$ است. اگر چگالی مایع $۰/۵ gr/cm^۳$ و مایع در حال تعادل باشد، h چند سانتی‌متر است؟ (اصطکاک‌ها ناچیز است)

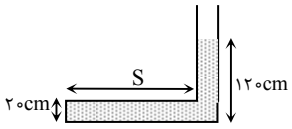


۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰
۳) ۵ ۴) ۱

۱۱. دو مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های متفاوت را مطابق شکل در یک استوانه ریخته‌ایم، کدام نمودار، تغییرات فشار بر حسب فاصله از سطح آزاد را درست نشان می‌دهد؟



۱۲. در شکل مقابل چه نیرویی بر سطح S که مساحت آن $۱۰۰\,cm^۲$ فرض می‌شود، وارد می‌گردد؟



(چگالی مایع $۱gr/cm^۳$ و فشار هوا برابر $۱۰^۵$ پاسکال است.)

۱) ۱۰۰ نیوتن ۲) ۱۰۰۰ نیوتن
۳) ۱۰۰۰۰ نیوتن ۴) ۱۱۰۰۰۰ نیوتن

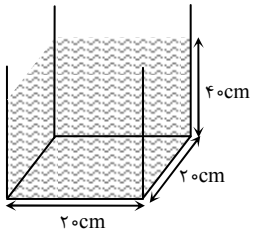
۱۳. اختلاف فشار بین دو نقطه از آب درون سطلی در حال سکون برابر P می‌باشد، اگر سطل در آسانسوری که با شتاب ثابت $۲\,m/s^۲$ پایین می‌آید، قرار گیرد، اختلاف فشار بین همین دو نقطه چند برابر P می‌شود؟ $(g = ۱۰\,N/Kg)$

۱) صفر ۲) ۰/۸ ۳) ۱ ۴) ۱/۲

۱۴. حجم یک قطعه آهن $۶۵۰\,cm^۳$ و جرم آن ۳/۹Kg است. اگر چگالی آهن $۷۸۰۰\,Kg/m^۳$ باشد، حجم حفره‌ی درون آن چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) صفر

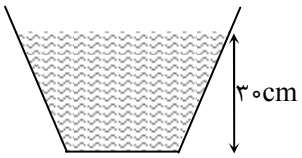
۱۵. در شکل مقابل نیروی وارد بر بدنه‌ی ظرف از طرف آب چند نیوتن است؟



(چگالی آب $۱۰۰۰\,Kg/m^۳$)

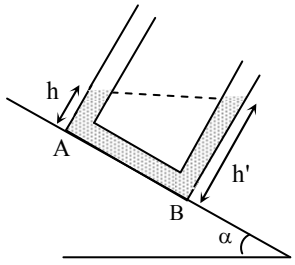
۱) ۱۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۳۲۰
۴) ۲۴۰

۱۶. در ظرفی مطابق شکل تا ارتفاع ۳۰cm آب به وزن ۵۰ نیوتن وجود دارد. اگر مساحت کف ظرف $۱۵۰\,cm^۲$ باشد، نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب چند نیوتن است؟ (چگالی آب $۱gr/cm^۳$)



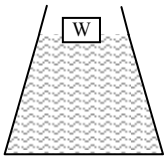
۱) ۵۰ ۲) ۴۵
۳) ۳۰ ۴) ۲۵

۱۷. یک لوله‌ی U شکل که داخل آن مقداری مایع به چگالی ρ ریخته شده است، مانند شکل روی سطح شیب‌داری به زاویه‌ی شیب (α) در حال تعادل است. اختلاف فشار وارد بر کف ظرف در نقاط A و B برابر است با:



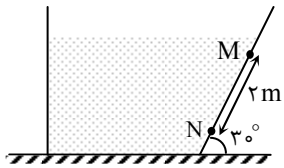
۱) صفر ۲) $\rho g(h'-h)$
۳) $\rho g(h'-h)\cos\alpha$ ۴) $\rho g(h'-h)\sin\alpha$

۱۸. در شکل مقابل یک قطعه چوب به وزن W در سطح آب قرار داده می‌شود. میزان افزایش نیروی وارد بر کف ظرف کدام است؟



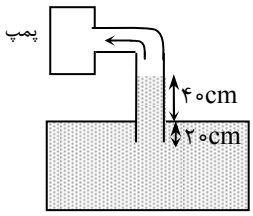
۱) W
۲) کمتر از W
۳) بیشتر از W
۴) صفر

۱۹. در ظرف شکل مقابل مایعی به چگالی $۲gr/cm^۳$ ریخته‌ایم. اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی M و N چند پاسکال است؟



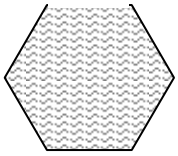
۱) ۴۰
۲) ۴×۱۰^۴
۳) ۲۰
۴) ۲×۱۰^۴

۲۰. در شکل مقابل، مایع توسط یک پمپ بالا کشیده شده است. چگالی مایع $5\,gr/cm^3$ و فشار هوا در محل آزمایش 10^5 pa است. فشار هوا در قسمت بالای لوله چند پاسکال است؟



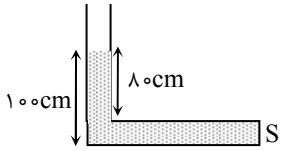
۱) $1/1\times10^5$ ۲) $1/2\times10^5$
۳) 2×10^4 ۴) 8×10^4

۲۱. ظرفی مطابق شکل از مایعی پر شده است. اگر وزن مایع W و نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع F باشد، کدام گزینه صحیح است؟



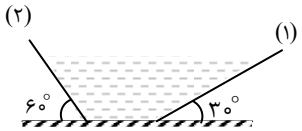
۱) $F > W$
۲) $F = W$
۳) $F < W$
۴) با توجه به چگالی مایع هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۲۲. در شکل مقابل چگالی مایع داخل لوله $2\,gr/cm^3$ است. اگر مساحت سطح S برابر $5\,cm^2$ باشد، نیروی متوسط وارد بر این سطح از طرف مایع چند نیوتن است؟



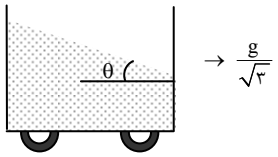
۱) ۰/۹ ۲) ۹
۳) ۹۰۰ ۴) ۹۰۰۰۰

۲۳. در شکل مقابل فشار متوسط وارد بر دیواره‌ی (۱) چند برابر فشار متوسط وارد بر دیواره‌ی (۲) است؟ (A_1 مساحت دیواره‌ی (۱) و A_2 مساحت دیواره‌ی (۲) است.)



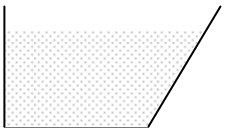
۱) ۱ ۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
۳) $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{A_1}{A_2}$

۲۴. در شکل مقابل ظرف با شتاب $\frac{g}{\sqrt{3}}$ در سطح افقی حرکت می‌کند. سطح آزاد مایع داخل ظرف با افق چه زاویه‌ای می‌سازد؟



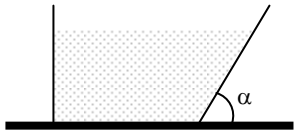
۱) صفر ۲) ۳۰ درجه
۳) ۶۰ درجه ۴) $\text{Arc}\cos\frac{1}{\sqrt{3}}$

۲۵. در شکل مقابل مایع داخل ظرف ساکن است. برآیند نیروهایی که ظرف به مایع وارد می‌کند از وزن مایع . . . است.



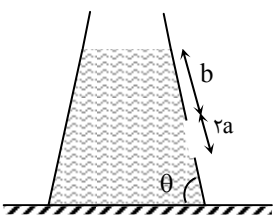
۱) بیشتر ۲) کمتر
۳) مساوی ۴) به شکل ظرف بستگی دارد.

۲۶. در شکل مقابل ظرف آب را در حالت سکون روی یک سطح افقی بدون اصطکاک می‌گذاریم، (α) به گونه‌ای است که ظرف کج نمی‌شود. کدام گزینه درباره‌ی حرکت این ظرف صحیح است؟



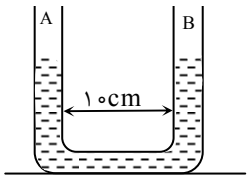
۱) به سمت راست حرکت می‌کند.
۲) به سمت چپ حرکت می‌کند.
۳) ساکن می‌ماند.
۴) اگر (α) از حد معینی کمتر شود، به طرف راست حرکت می‌کند، در غیر این صورت ساکن می‌ماند.

۲۷. روی دیواره‌ی ظرفی مطابق شکل سوراخی دایره‌ای شکل به شعاع a ایجاد می‌کنیم. ظرف را از آب پر می‌کنیم. برای آن که آب از سوراخ بیرون نریزد جسمی را روی آن قرار می‌دهیم. آب چه نیرویی به جسم وارد می‌کند؟



۱) $\pi a^2[P_0 + \rho g(a+b)\sin\theta]$
۲) $\pi a^2[P_0 + \rho g(a+b)\sin\theta\cos\theta]$
۳) $\pi a^2[P_0 + \rho g\, b\sin\theta]$
۴) $\pi a^2[P_0 + \rho g\, a\sin\theta\cos\theta]$

۲۸. در یک لوله مطابق شکل مقداری آب ریخته شده است. طول قسمت افقی ۱۰cm و ارتفاع آب در بخش‌های عمودی لوله ۲۰cm است. لوله با شتاب $3\,m/s^2$ به سمت راست حرکت می‌کند. اختلاف ارتفاع آب در دو بازوی عمودی لوله ($h_A - h_B$) چند سانتی‌متر خواهد شد؟ ($g = 10 m/s^2$)

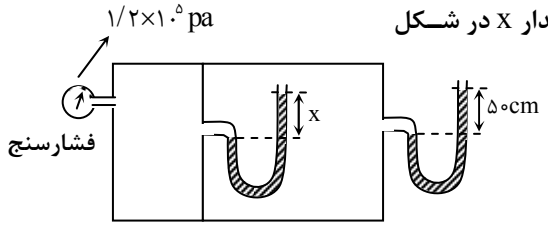


۱) صفر ۲) ۳ ۳) -۳ ۴) ۱/۵

۲۹. مطابق شکل مایعی داخل محفظه‌ای که با دو پیستون قابل حرکت مسدود شده واقع است. و فشار هوای خارج $P_\circ$ و پیستون‌ها ساکن هستند. نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بین محفظه و پیستون با نیروی اصطکاک در حال حرکت یکسان و برابر f است. کمترین نیروی لازم F که باید به پیستون سمت چپ وارد کرد تا پیستون سمت راست حرکت کند چه مقدار است؟

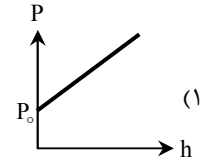
۱) $f + P_\circ A$ ۲) $2f + P_\circ A$ ۳) $2f$ ۴) $2f + 2P_\circ A$

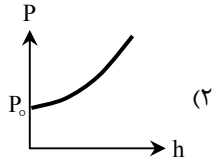
۳۰. فشار هوای جو را 10^5 pa و چگالی آب را $10^3\ Kg/m^3$ فرض کنید. مقدار x در شکل مقابل چند سانتی‌متر است؟

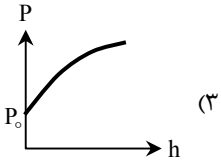


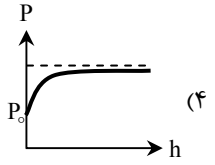
۱) ۱۵۰
۲) ۲۵۰
۳) ۱۰۰
۴) ۶۰

۳۱. رابطه‌ی فشار آب با عمق آن، در عمق‌های کم، به شکل $P = P_\circ + ah$ است، که در آن P فشار، h عمق و $P_\circ$ و a دو عدد ثابت‌اند. در اقیانوس، که عمق آن کم نیست، نمودار تغییرات فشار بر حسب عمق چگونه است؟

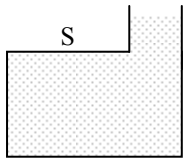
۱) 

۲) 

۳) 

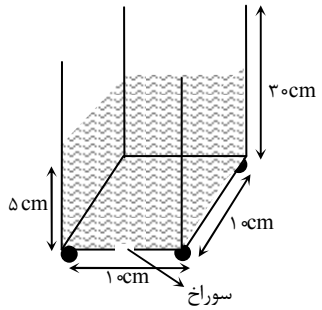
۴) 

۳۲. در شکل مقابل وزن مایع ظرف W، نیروی مایع بر کف ظرف F و نیروی مایع بر سطح S برابر F_S است، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $W = F + \frac{F_S}{2}$ ۲) $W = F - \frac{F_S}{2}$
۳) $W = F + F_S$ ۴) $W = F - F_S$

۳۳. در شکل مقابل سوراخ کوچکی در وسط کف مخزن ایجاد شده است. حداقل شتاب مخزن چقدر باشد تا هیچ آبی از مخزن بیرون نریزد؟



۱) $5\,m/s^2$
۲) $10\,m/s^2$
۳) $20\,m/s^2$
۴) $40\,m/s^2$

۳۴. دو مکعب تو پر فلزی A و B روی سطح افقی قرار دارند. اگر طول ضلع A دو برابر طول ضلع B و فشاری که A بر سطح وارد می‌کند، نصف B باشد، چگالی فلز B چند برابر چگالی فلز A است؟

۱) ۱ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۴

۳۵. یک ظرف مکعب مستطیل شکل را پر از آب می‌کنیم. نیرویی که آب به نیمه بالایی یک دیواره وارد می‌کند، چند برابر نیرویی است که به نیمه پایینی آن وارد می‌کند؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

فشار هوا

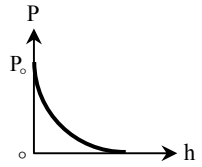
جلسه هشتم

فشار هوا

هوا مانند سایر گازها تراکم پذیر است و چگالی آن با زیاد شدن عمق، افزایش می‌یابد زیرا وزن هوای موجود در بالای هر لایه باعث می‌شود که آن لایه متراکم شود. بنابراین تغییر چگالی را بر حسب ارتفاع در محاسبات در نظر می‌گیرند.

رابطه‌ی فشار هوا بر حسب ارتفاع غیر خطی است: $P = P_{\circ} e^{-\frac{h}{h_{\circ}}}$

در این رابطه ($P_{\circ} \simeq ۱۰^{۵}\ pa$) فشار هوا در سطح زمین و ($h_{\circ} = ۸/۳۰۰\ Km$) ارتفاع قله‌ی اورست است. نمودار تغییرات فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین خط راست نبوده و مطابق شکل روبه‌رو به صورت یک منحنی است.



توجه: اگر ارتفاع هوا بین دو نقطه زیاد نباشد، می‌توان از تغییر چگالی چشم‌پوشی کرده و با تقریب خوب رابطه‌ی $\Delta P = \rho g \Delta h$ را برای تعیین اختلاف فشار بین دو نقطه به‌کار برد.

نکته‌ی ۱. اگر گاز در داخل محفظه‌ای محبوس باشد، چون چگالی گاز خیلی کم است ($\rho \simeq \circ$) می‌توان فشار گاز را در تمام نقاط یکسان فرض کرد:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \xrightarrow{P \simeq \circ} \Delta P = \circ$$

تست ۱۷. فشار هوا در ارتفاع ۸۳۰ متر از سطح زمین تقریباً چند پاسکال است؟ ($h_{\circ} = ۸/۳\ Km$, $Ln ۰/۹ = -\frac{۱}{۱۰}$)

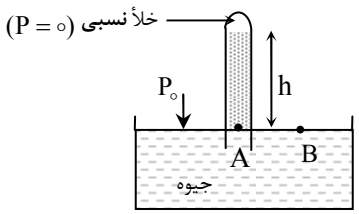
۱) ۹×۱۰^{۴} ۲) $۱۰^{۴}$ ۳) ۹×۱۰^{۳} ۴) $۱۰^{۳}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$P = P_{\circ} e^{-\frac{h}{h_{\circ}}} \Rightarrow \frac{P}{P_{\circ}} = e^{-\frac{۱}{۱۰}} \Rightarrow -\frac{۱}{۱۰} = Ln\frac{P}{P_{\circ}} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{P}{P_{\circ}} \Rightarrow P = ۰/۹P_{\circ} \Rightarrow p = ۰/۹\times۱۰^{۵} = ۹\times۱۰^{۴}\ pa$$

هواسنج (جو سنج)

هوا به دلیل وزن خود بر هر جسم فشار وارد می‌کند و اساس کار جو سنج بر این موضوع استوار است. مطابق شکل زیر اگر لوله‌ی بلند محتوی جیوه را در یک ظرف جیوه به طور وارونه قرار دهیم، جیوه در داخل لوله قدری پایین آمده و در ارتفاع h از سطح جیوه‌ی داخل ظرف، قرار می‌گیرد.



$P_A = P_B$ (اصل هم‌فشاری)

از طرفی : $P_{\circ} = P_B$ $\Rightarrow \begin{cases} P_A = P_{\circ} \\ P_A = \rho gh \end{cases}$ (رابطه‌ی فشار مایع) $\Rightarrow P_{\circ} = \rho gh$

در این رابطه ρ چگالی جیوه ($Kg/m^{۳}$)، h ارتفاع ستون جیوه (m)، g شتاب گرانش ($m/s^{۲}$) و $P_{\circ}$ فشار هوا در محل موردنظر (بر حسب پاسکال) است.

اگر اندازه‌گیری فشار هوا در سطح تراز دریا انجام گیرد، $h = ۷۶\ cm$ می‌شود، در نتیجه خواهیم داشت:

$$P_{\circ} = \rho gh \Rightarrow P_{\circ} = ۱۳۶۰۰\times۹/۸۱\times۰/۷۶ = ۱/۰۱\times۱۰^{۵}\ (pa)$$

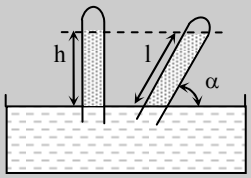
این فشار یک اتمسفر (atm) نامیده می‌شود که فشار استاندارد است.

می‌توان رابطه‌ی هم‌ارزی واحدهای معمول فشار هوا را به صورت زیر نوشت:

$$1\,(atm) \simeq 1.^{5}\,(pa) \simeq 76\,(cm\,Hg)$$

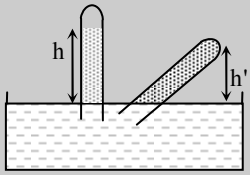
نکته‌ی ۲. در جو سنج طول لوله، قطر لوله و همچنین راستای قرارگیری آن تأثیری در اندازه‌گیری فشار هوا ندارند.

نکته‌ی ۳. اگر در جو سنج لوله را از راستای قائم کج کنیم، طول جیوه در داخل لوله زیاد می‌شود. ولی ارتفاع جیوه ثابت می‌ماند و :



$$P = \rho g L \sin\alpha$$

نکته‌ی ۴. اگر در جو سنج آنقدر لوله را کج کنیم تا جیوه کاملاً داخل لوله را پر کند، در این صورت بر ته بسته‌ی لوله فشار وارد می‌کند زیرا می‌خواهد به ارتفاع h برسد. فشار جیوه بر ته لوله برابر است با:



$$P_e = \rho g (h - h')$$

در این رابطه h و h' بر حسب (متر) و P_e بر حسب (پاسکال) است.

نکته‌ی ۵. فشار جیوه بر ته لوله بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با: $h_e = h - h'$

نکته‌ی ۶. فشار هوا از داخل و خارج بر ته لوله وارد می‌شود که یکدیگر را خنثی می‌کنند و در رابطه‌ها منظور نشده است.

نکته‌ی ۷. اگر در جو سنج به جای جیوه از مایع دیگری استفاده شود، برای به دست آوردن ارتفاع مایع می‌توان از تساوی زیر کمک گرفت:

$$(\rho h)_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{جیوه}}$$

با معادله‌ی اخیر فشار بر حسب سانتی‌متر جیوه قابل تبدیل به فشار بر حسب سانتی‌متر مایع و بالعکس، می‌باشد.

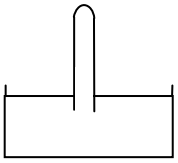
تست ۱۸. برای اندازه‌گیری فشار هوا، در جو سنج از مایعی به چگالی $3/4\,gr/cm^3$ استفاده شده است. طول لوله حداقل باید چند متر باشد؟ (فشار هوا $= 75\,cm\,Hg$ و چگالی جیوه $13/6\,gr/cm^3$)

۱) ۰/۲ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$(\rho h)_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 3/4 \times h = 13/6 \times 75 \Rightarrow h = 300cm$$
$$\text{یا } h = 3\,m$$

تست ۱۹. استوانه‌ای با یک انتهای بسته را مطابق شکل وارونه روی سطح آب داخل ظرف قرار داده و به طور عمودی در آب فرو می‌بریم. اگر هوا از داخل استوانه خالی نشود سطح آب زیر استوانه . . . سطح آب داخل ظرف قرار خواهد گرفت.

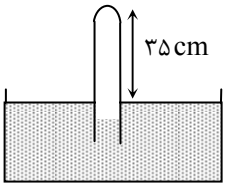


۱) هم ارتفاع ۲) بالاتر
۳) پایین‌تر ۴) هر یک از سه حالت ممکن است.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

فشار هوای محبوس در لوله بیشتر از فشار هوای بیرون است زیرا حجم هوای داخل استوانه کمتر است و ($P \propto \frac{1}{V}$) می‌باشد. در نتیجه سطح آب در داخل استوانه پایین‌تر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد.

تست ۲۰. در شکل مقابل لوله‌ای به طول ۶۰ cm را وارونه داخل جیوه فرومی‌بریم. اگر اختلاف سطح جیوه در داخل و خارج لوله ۱۵cm باشد، فشار هوا برابر با چند سانتی‌متر جیوه است؟ (از اثر مویینگی صرف‌نظر شود)

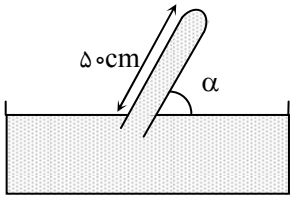


۱) ۷۰ ۲) ۷۳
۳) ۷۵ ۴) ۷۸

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\underset{\text{قبل از فرو بردن در جیوه}}{P_1V_1} = \underset{\text{بعد از فرو بردن در جیوه}}{P_2V_2} \Rightarrow P_0(Ah_1) = P(Ah_2) \Rightarrow P_0h_1 = Ph_2$$
$$P_0 \times 60 = (P_0 + 15) \times 50$$
$$P_0 = 75\ cm(Hg)$$

تست ۲۱. در شکل مقابل حداکثر نیروی قابل تحمل به وسیله‌ی ته لوله ۳۰۶ میلی‌نیوتن و مساحت آن $5\ mm^2$ می‌باشد. حداقل مقدار ممکن برای «α» چند درجه باید باشد تا لوله نشکند؟ (فشار هوا (cm Hg) ۷۵ و چگالی جیوه $13/6\ gr/cm^3$)



۱) ۳۷ ۲) ۴۵ ۳) ۵۳ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

نیروی وارد بر ته لوله : $F = \rho g(h - L\sin\alpha)A \Rightarrow 306\times10^{-3} = 13600\times10\times(0/75\times0/5\times\sin\alpha)\times5\times10^{-6}$

$$\sin\alpha = 0/6 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

تست ۲۲. در یک لوله، آب و جیوه به جرم‌های برابر ریخته شده است. مجموع ارتفاع دو لایه مایع ۱۴۶ cm است. فشاری که از این دو مایع بر ته لوله وارد می‌شود چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($13/6\ gr/cm^3$ = چگالی جیوه)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\underset{\text{جیوه}}{m} = \underset{\text{آب}}{m'} \Rightarrow \underset{\text{جیوه}}{\rho}(Ah) = \underset{\text{آب}}{\rho'}(Ah') \Rightarrow 13/6\times h = 1\times h' \Rightarrow \begin{cases} 13/6\,h = h' \\ h + h' = 146 \end{cases} \text{از طرفی}$$

$h = 10\ cm$ (ارتفاع جیوه)

$h' = 136\ cm$ (ارتفاع آب)

فشار حاصل از ۱۳۶ سانتی‌متر آب بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با: $\rho h = \rho' h'$

$$h = \frac{1\times136}{13/6} = 10\,(cm\,Hg)$$

بنابر این : $h_T = 10+10 = 20\,(cm\,Hg)$

نکته‌ی ۸. رابطه‌ی تبدیل سریع پاسکال (pa) و سانتی‌متر جیوه (cm Hg) به یکدیگر:

$$cm\,Hg\times1360 = pa$$

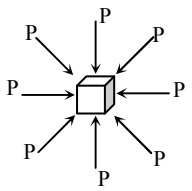
تست ۲۳. یک میلی‌متر جیوه برابر چند میلی پاسکال است؟

۱) ۰/۱۳۶ ۲) ۱/۳۶ ۳) ۱۳۶۰۰ ۴) ۱۳۶۰۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$1(mmHg) = 10^{-1}(cm\,Hg)$$
$$10^{-1}\times1360 = 136(pa) = 136000(mpa)$$

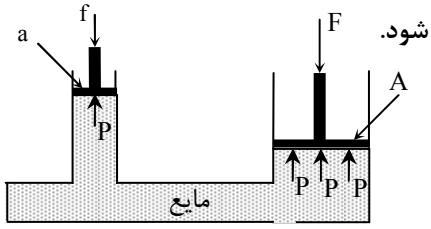
دو اصل مهم در هیدروستاتیک



۱- در حالت تعادل، فشار در هر نقطه از سیال در تمام جهات یکسان است. (همسانگردی فشار)
در شکل روبه‌رو یک عنصر حجمی از سیال مشاهده می‌شود که فشار وارد بر یک نقطه از آن با فشار وارد بر نقطه مقابل موازنه می‌شود و نیروی خالص وارد بر این عنصر حجمی صفر است، در غیر این صورت نمی‌توانست ساکن بماند.

۲- در حالت تعادل، هر تغییری در فشار یک نقطه از سیال تراکم ناپذیر، به طور یکنواخت به تمام نقاط آن سیال منتقل می‌شود. (اصل پاسکال)
مشهورترین کاربرد اصل پاسکال بالابر (جک) هیدرولیکی و ترمز روغنی اتومبیل است.

اگر نیروی f را به پیستون کوچک‌تر وارد کنیم، فشار مایع در تمام نقاط، به میزان $\frac{f}{a}$ زیاد می‌شود، به علت تعادل استاتیکی مایع، باید فشار رو به بالای مایع بر پیستون بزرگ‌تر با یک فشار رو به پایین مساوی با آن خنثی شود.



«جک هیدرولیکی»

$$\left.\begin{array}{l} P_1 = \frac{f}{a} \\ \text{اصل پاسکال}\ \ P_1 = P_2 \\ P_2 = \frac{F}{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \qquad \text{یا} \qquad \frac{F}{f} = \frac{A}{a}$$

چون $A >> a$، در نتیجه $F >> f$. یعنی نیروی نسبتاً کوچک f می‌تواند وزنه‌ای بزرگ روی پیستون A را تحمل کند. (یا بالا ببرد)

نکته‌ی ۹. اگر مقطع پیستون‌ها، دایره‌هایی به شعاع‌های r و R باشند، می‌توان نوشت: $\frac{F}{f} = (\frac{R}{r})^2$

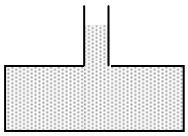
نکته‌ی ۱۰. اگر جابه‌جایی پیستون‌های کوچک و بزرگ به ترتیب h و H باشند، رابطه‌ی زیر بنا به اصل پایستگی انرژی صادق است:
$$\frac{F}{f} = \frac{h}{H}$$

تست ۲۴. اگر در شکل مقابل به تدریج نیروی F را افزایش دهیم، افزایش فشار . . . خواهد شد.

۱) در نقطه‌ی A بیشتر
۲) در نقطه‌ی B بیشتر
۳) در نقطه‌ی C بیشتر
۴) در هر سه نقطه‌ی A و B و C برابر

پاسخ: گزینه‌ی ۴
بنا به اصل پاسکال فشار وارد بر مایع، بدون تغییر به تمام نقاط آن منتقل می‌شود.
$$\Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P_C$$

تست ۲۵. در شکل زیر، مساحت قاعده‌ی ظرف $150\ cm^2$ و مساحت مقطع قسمت باریک آن $30\ cm^2$ است. چند گرم مایع بر مایع موجود در ظرف اضافه کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع ۱/۵ نیوتن زیاد شود؟ $(g = 10\ m/s^2)$



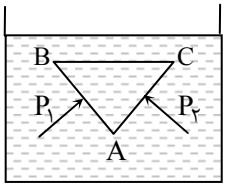
۱) ۵
۲) ۱۵
۳) ۳۰
۴) ۳۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{افزایش فشار بر سطح بالایی مایع} & \Delta P_1 = \frac{mg}{a} \\ \text{افزایش فشار بر کف ظرف} & \Delta P_2 = \frac{\Delta F}{A} \end{array}\right. \xrightarrow{(\Delta P_1 = \Delta P_2)} \frac{\Delta F}{mg} = \frac{A}{a} \Rightarrow \frac{1/5}{mg} = \frac{150}{30}$$

$$m = 0/03\ Kg = 30 gr$$

تست ۲۶. درون مایعی در حال تعادل، منشور کوچکی که مقطع آن نشان داده شده است، قرار دارد. کدام گزینه صحیح است؟



۱) $P_1 = P_2$ ۲) $P_1 > P_2$

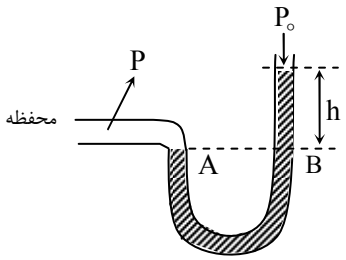
۳) $P_1 < P_2$ ۴) به عمق منشور در مایع بستگی دارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

وجه‌های AB و AC در عمق یکسان از مایع قرار گرفته‌اند ولی جهت‌گیری آن‌ها متفاوت است. در نتیجه فشار وارد بر آن‌ها یکسان است. (فشار مایع بر سطح داخل آن، به جهت‌گیری سطح بستگی ندارد.)

فشار سنج (بارومتر)

برای اندازه‌گیری فشار گاز داخل یک محفظه آن را به یک لوله U شکل وصل می‌کنند. این لوله حاوی یک مایع (معمولاً جیوه) است. از اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه‌ی لوله می‌توان فشار گاز محفظه را برآورد کرد.



$$\begin{cases} P_A = P \\ P_A = P_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = P_B \\ P_B = \rho gh + P_\circ \end{cases} \Rightarrow P = \rho gh + P_\circ$$

در این رابطه p فشار گاز داخل محفظه است.

فشار پیمانه‌ای

اختلاف فشار گاز درون یک محفظه و فشار هوا، فشار پیمانه‌ای نامیده می‌شود. از رابطه‌ی اخیر می‌توان آن را حساب کرد:

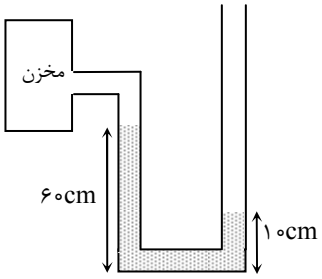
$$P - P_\circ = \rho gh$$

نکته‌ی ۱۱. اغلب فشار سنج‌ها در واقع فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند نه فشار واقعی. یعنی در فشار جو، صفر نشان می‌دهند.

نکته‌ی ۱۲. فشار پیمانه‌ای می‌تواند عدد مثبت، منفی یا صفر باشد: $P - P_\circ = \pm\rho gh$

تست ۲۷. اگر در شکل مقابل فشار هوا 10^5 پاسکال باشد، فشار گاز درون مخزن چند پاسکال است؟

(چگالی مایع درون لوله $2gr/cm^3$ و $g = 10N/Kg$ است.)



۱) $1/1\times10^4$ ۲) $1/1\times10^5$

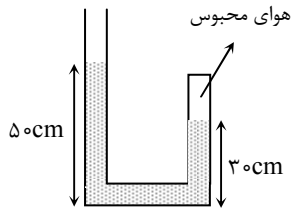
۳) 9×10^4 ۴) 9×10^5

پاسخ: گزینه‌ی ۳

چون سطح جیوه در شاخه‌ی چپ بالاتر است بنابراین $P < P_\circ$ (گاز)

(گاز) $P = P_\circ - \rho gh \Rightarrow P = 10^5 - [200\times10\times(0/6 - 0/1)] \quad P = 9\times10^4\ (pa)$

تست ۲۸. در شکل زیر، چگالی مایع داخل ظرف، نصف چگالی جیوه است. فشار هوای محبوس در لوله سمت راست چند سانتی‌متر جیوه بیشتر از فشار هوا است؟



۱) ۲۰ ۲) ۱۰

۳) ۲۵ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

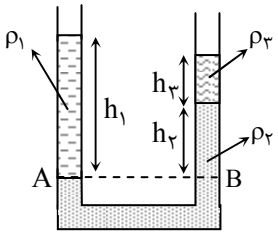
فشار هوای محبوس ۲۰cm مایع از فشار هوا بیشتر است که بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$(\rho' h')_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho}{2}\times20 = \rho\times h \Rightarrow h = 10(cm\,Hg)$$

تعادل مایعات مخلوط نشدنی

در شکل زیر درون لوله U شکل چند مایع مخلوط نشدنی در حال تعادل هستند، رابطه‌ی زیر بین چگالی و ارتفاع مایع‌ها تحقیقاً برقرار است:



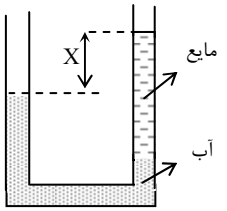
نقاط A و B در داخل یک مایع ساکن و در یک سطح افق قرار دارند. پس بنا به اصل هم فشاری داریم: $(P_A = P_B)$

$$P_A = P_B$$
$$\rho_1 g h_1 + P_\circ = (\rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3) + P_\circ$$
$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

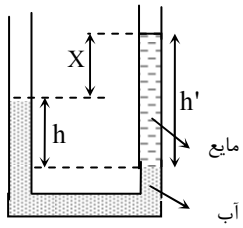
با معادله‌ی اخیر می‌توان چگالی یک مایع نامعلوم را تعیین کرد.

تست ۲۹. مایعی به چگالی $0/6\ gr/cm^3$ که با آب مخلوط نمی‌شود به شکل زیر در حال تعادل است. اگر اختلاف ارتفاع آب در دو شاخه ۱۲ سانتی‌متر باشد، X چند سانتی‌متر است؟ (چگالی آب $1\ gr/cm^3$ می‌باشد.)

۱) ۷/۲ ۲) ۴
۳) ۶/۸ ۴) ۸



پاسخ: گزینه‌ی ۴

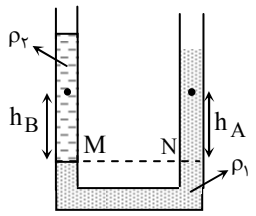


$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho' h')_{\text{مایع}}$$
$$1 \times 12 = 0/6(12 + X)$$
$$X = 8\ cm$$

تست ۳۰. در لوله‌ی U شکل مقابل $\rho_1 > \rho_2$ و $h_A = h_B$ می‌باشد. در مورد P_A و P_B کدام صحیح است؟

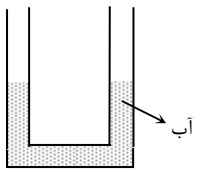
۱) $P_A = P_B$ ۲) $P_A < P_B$
۳) $P_A > P_B$ ۴) $P_A = P_B = 0$

پاسخ: گزینه‌ی ۲



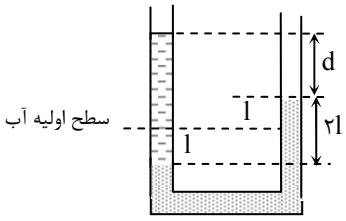
$$\left.\begin{aligned} P_A &= P_N - \rho_1 g h_B \\ P_B &= P_M - \rho_2 g h_A \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_B - P_A = \underbrace{(P_M - P_N)}_{0} + (\rho_1 g h_B - \rho_2 g h_A) \xrightarrow{(h_A = h_B = h)}$$
$$P_B - P_A = gh(\rho_1 - \rho_2) \xrightarrow{(\rho_1 > \rho_2)} P_A < P_B$$

تست ۳۱. در داخل لوله‌ی U شکل مقداری آب ریخته‌ایم. سپس مایع دیگری را که با آب مخلوط نمی‌شود به یک طرف لوله اضافه می‌کنیم. سطح آب به اندازه‌ی l پایین می‌رود و سطح مایع به اندازه‌ی d بالاتر از سطح آب قرار می‌گیرد. نسبت چگالی مایع به چگالی آب کدام است؟



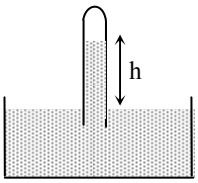
۱) $\frac{d}{l}$ ۲) $\frac{l}{d}$ ۳) $\frac{l}{l+d}$ ۴) $\frac{2l}{2l+d}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴



$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho' h')_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{h}{h'} = \frac{2l}{2l+d}$$

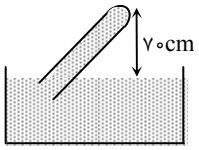
تمرین ۲–۵



۳۶. در شکل مقابل اگر لوله جوسنج را α درجه نسبت به راستای قائم کج کنیم، ارتفاع جیوه‌ی داخل لوله چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند. ۴) بستگی به قطر لوله دارد.

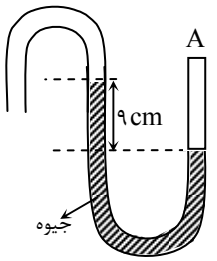


۳۷. فشار هوا در محلی $76\ cm\ Hg$ است. لوله جوسنج را کج می‌کنیم تا ارتفاع آن از سطح جیوه ظرف ۷۰ سانتی‌متر می‌شود. فشاری که جیوه به ته بسته لوله وارد می‌کند، چند پاسکال است؟ ($13/6\ gr/cm^3$ = چگالی جیوه) و ($g = 10 m/s^2$)

۱) ۹۵۲۰ ۲) ۸۱۶۰ ۳) ۹۵۲۰۰ ۴) ۸۱۶۰۰

۳۸. در یک بالابر هیدرولیکی قطر پیستون بزرگ ۵ برابر قطر پیستون کوچک است. اگر بخواهیم با این بالابر یک اتومبیل را به جرم $1500 Kg$ بلند کنیم، حداقل چه نیرویی (بر حسب نیوتن) باید بر پیستون کوچک وارد کرد؟ ($g = 10 m/s^2$)

۱) ۳۰۰۰ ۲) ۶۰۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۶۰۰



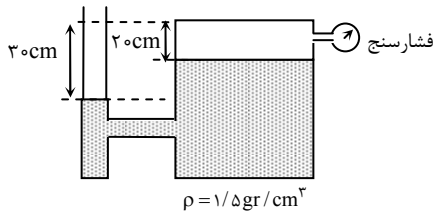
۳۹. در شکل مقابل، فشار هوای محبوس در شاخه A چند $cm\ Hg$ است؟ ($P_\circ = 76\ cmHg$ فشار هوا)

۱) صفر

۲) ۶۷

۳) ۹۰

۴) ۸۵



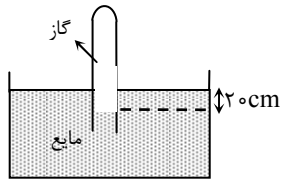
۴۰. در شکل مقابل فشارسنج چه عددی را (بر حسب پاسکال) نشان می‌دهد؟ ($g = 10 m/s^2$)

۱) ۳۰۰۰

۲) -۳۰۰۰

۳) ۱۵۰۰

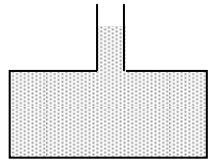
۴) -۱۵۰۰



۴۱. در شکل مقابل فشار هوا ۷۶ سانتی متر جیوه و چگالی مایع $3/4\ gr/cm^3$ است. اگر چگالی جیوه $13/6\ gr/cm^3$ باشد، فشار گاز محبوس داخل لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟

۱) ۷۱ ۲) ۹۶

۳) ۵۶ ۴) ۸۱

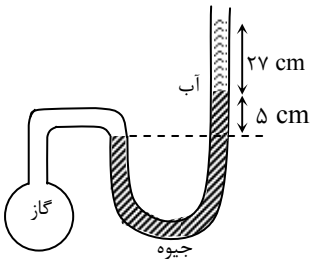


۴۲. در شکل مقابل مساحت قاعده‌ی ظرف $8\ cm^2$ و سطح مقطع قسمت باریک آن $2\ cm^2$ است. با افزودن چند سانتی‌متر مکعب آب بر آب موجود در ظرف، نیروی آب بر کف ظرف ۰/۴ نیوتن افزایش می‌یابد؟

(چگالی آب $1 gr/cm^3$ و $g = 10 m/s^2$)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۰

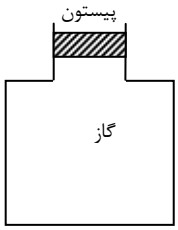
۴۳. در شکل مقابل فشار گاز چند سانتی متر جیوه است؟



(چگالی آب $1gr/cm^3$ و چگالی جیوه $13/6gr/cm^3$ و فشار جو ۷۵cmHg)

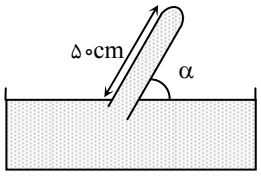
۱) ۸۰
۲) ۸۲
۳) ۸۵
۴) ۷۸

۴۴. مطابق شکل پیستون سنگین متحرک بدون اصطکاکی به جرم ۲۰Kg و سطح مقطع $8cm^2$ در دهانه‌ی محفظه‌ای قرار دارد، فشار پیمانه‌ای گاز داخل محفظه چند کیلو پاسکال است؟ ($g=10N/Kg$)



۱) ۳۵ ۲) ۲۵
۳) ۳۵۰ ۴) ۲۵۰

۴۵. در شکل مقابل حداکثر فشار قابل تحمل ته لوله ۳۵ cmHg است. حداقل مقدار ممکن برای α چند درجه می‌تواند باشد؟



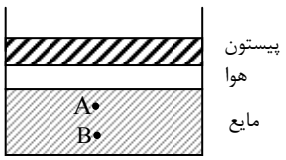
(فشار هوا ۷۵cmHg)

۱) 37° ۲) 45°
۳) 53° ۴) 60°

۴۶. در یک بالابر هیدرولیکی قطر مقطع پیستون بزرگ ۱۰ برابر قطر مقطع پیستون کوچک است. اگر پیستون کوچک ۱ متر جابه‌جا شود، پیستون بزرگ چند سانتی متر جابه‌جا خواهد شد؟

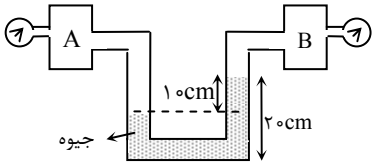
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱

۴۷. در شکل مقابل هر گاه وزنه ۱۰ نیوتنی روی پیستون بگذاریم، اختلاف فشار بین نقاط A و B در مایع چگونه تغییر می‌کند؟



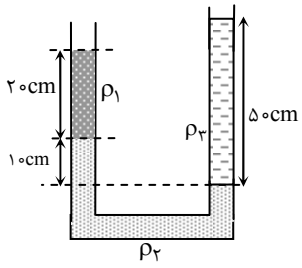
۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد.
۳) تغییر نمی‌کند. ۴) بستگی به چگالی مایع دارد.

۴۸. در شکل مقابل اختلاف دو عددی که فشارسنج‌های متصل به مخزن‌های گاز A و B نشان می‌دهند، چند پاسکال است؟



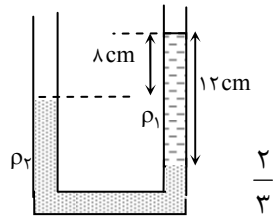
۱) ۲۷۲۰۰
۲) ۲۷۲۰
۳) ۱۳۶۰۰
۴) ۱۳۶۰

۴۹. در شکل مقابل سه مایع مخلوط نشدنی در حال تعادل‌اند. اگر $\rho_1=1/25gr/cm^3$, $\rho_2=5gr/cm^3$ باشد، ρ_3 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟



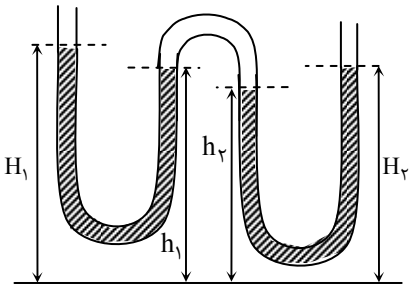
۱) ۱ ۲) ۲/۵
۳) ۰/۸ ۴) ۱/۵

۵۰. در داخل لوله U شکل، مطابق شکل دو مایع به چگالی‌های ρ_1 , ρ_2 ریخته شده است. نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ کدام است؟



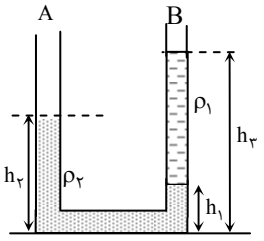
۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

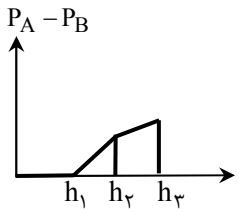
۵۱. درون لوله‌ای مطابق شکل که در صفحه‌ی قائم قرار دارد، مقداری آب می‌ریزیم. در قسمتی از لوله مقداری هوا گیر افتاده است. ارتفاع سطح آزاد آب در قسمت‌های مختلف لوله h_2, h_1, H_2, H_1 است. کدام مورد الزاماً صحیح است؟

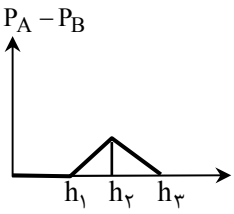


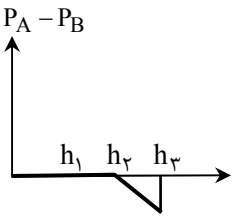
۱) $h_2 = h_1 < H_2 = H_1$
۲) $h_2 = h_1 = H_2 = H_1$
۳) $H_2 - h_2 = H_1 - h_1$
۴) $h_2 \neq h_1, H_1 = H_2$

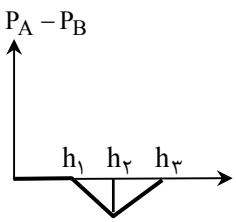
۵۲. در یک لوله U شکل دو مایع به چگالی‌های ρ_1, ρ_2 که با هم مخلوط نمی‌شوند، ریخته‌ایم. چگالی‌ها به نحوی است که ارتفاع دو مایع در شاخه‌های A و B مانند شکل مقابل است. مبدأ مختصات محور قائم را بر قسمت پایین لوله‌ی U شکل منطبق می‌گیریم. کدام نمودار تفاوت فشار ($P_A - P_B$) در دو لوله را بر حسب ارتفاع y نشان می‌دهد؟



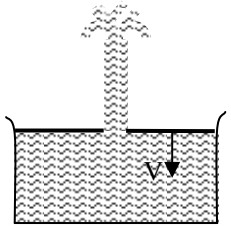
۱)


۲)


۳)


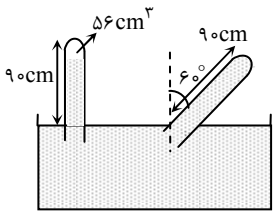
۴)


۵۳. مطابق شکل در داخل یک استوانه مقداری مایع تراکم‌ناپذیر قرار دارد و یک پیستون افقی به شعاع ۱۰cm بر روی مایع قرار گرفته است. در مرکز پیستون سوراخی به شعاع ۴mm بوده و پیستون با سرعت $4\,mm/s$ به پایین می‌آید. حداکثر ارتفاع آب که از داخل سوراخ به بالا فوران می‌کند تقریباً چند سانتی متر است؟



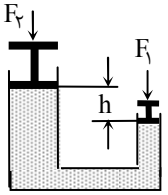
۱) ۲۵
۲) ۳۱
۳) ۶۲
۴) ۷۵

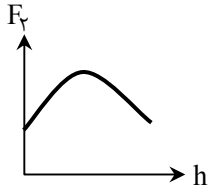
۵۴. در شکل مقابل حجم فضای خالی بالای ستون جیوه در حالت قائم $56\,cm^3$ می‌باشد، سطح مقطع لوله $4\,cm^2$ و فاصله‌ی انتهای بسته‌ی لوله تا سطح جیوه در ظرف ۹۰cm است. در لوله‌ی کج شده نیروی وارد بر ته آن چند نیوتن است؟ ($P_0 = 10^5\,pa$)

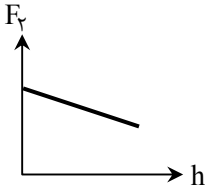


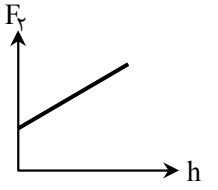
۱) ۷
۲) ۱۶
۳) ۳۱
۴) ۳۶

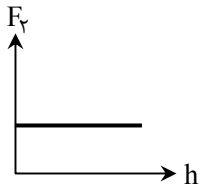
۵۵. شکل مقابل طرح واره‌ای از یک جک روغنی است. بر پیستون طرف راست نیروی ثابت F_1 وارد می‌شود. فاصله‌ی پایین دو پیستون h است.نمودار F_2 بر حسب h، برای تعادل جک کدام است؟ وزن پیستون‌ها را در مقایسه با بقیه‌ی نیروها ناچیز بگیرید.



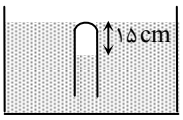
۱)


۲)


۳)


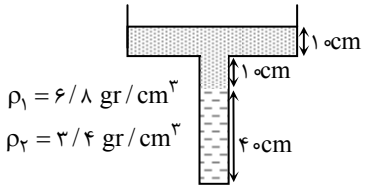
۴)


۵۶. یک لوله‌ی آزمایش را مطابق شکل در ظرف جیوه فرو می‌بریم. در این حالت فاصله‌ی سطح جیوه‌ی درون لوله تا ته آن ۱۵cm است. ته لوله را چند سانتی‌متر از سطح جیوه بالاتر ببریم تا سطح جیوه در لوله و ظرف یکی شود؟ فشار هوای محیط ۷۵ cmHg است. دما و سطح جیوه‌ی ظرف را ثابت فرض کنید.



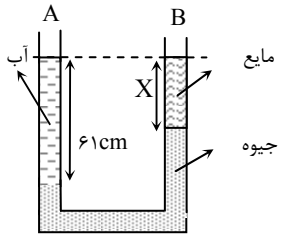
۱) ۹۰ cm ۲) ۶۰cm ۳) ۳۰cm ۴) ۱۸cm

۵۷. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد فشار در کف ظرف شکل زیر چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی جیوه $13/6\,gr/cm^3$)



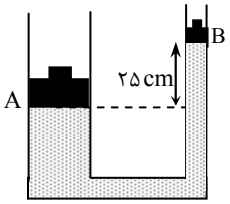
۱) ۱۰۵
۲) ۹۰
۳) ۹۵
۴) ۱۰۰

۵۸. در لوله U شکل مقابل مقداری جیوه ریخته‌ایم. در شاخه‌ی A، ۶۱سانتی‌متر آب می‌ریزیم. در شاخه‌ی B چند سانتی‌متر از مایعی به چگالی $0/8\,gr/cm^3$ بریزیم تا سطح آب و مایع در دو لوله برابر شود؟ ($\rho = 1\,gr/cm^3$ آب و $\rho = 13/6\,gr/cm^3$ جیوه)



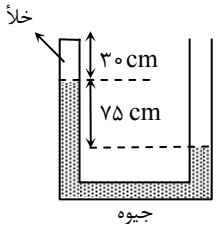
۱) ۶۱ ۲) ۴۸/۸ ۳) ۷۶ ۴) ۶۰

۵۹. در شکل زیر پیستون A دارای جرم ۶Kg و سطح مقطع $80\,cm^2$ است. سطح مقطع پیستون B، $25\,cm^2$ و وزن آن ۱Kg است. چگالی مایع $0/8\,gr/cm^3$ می‌باشد. اگر مایع در حال تعادل باشد، نیروی وارد بر پیستون B چند نیوتن است؟ ($g = 10N/Kg$)



۱) ۵/۵ ۲) ۲/۷۵
۳) ۷/۵ ۴) ۳/۷۵

۶۰. در شکل زیر سطح مقطع در تمام طول لوله $1\,cm^2$ است. اگر $2\,cm^3$ جیوه به طرف آزاد لوله بیفزاییم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله، چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟ ($\rho = 13/6\,gr/cm^3$ جیوه و $g = 10N/Kg$)



۱) ۱ ۲) ۲
۳) صفر ۴) ۴

پاسخ کلیدی تمرینات فصل پنجم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	●	○
۲.	○	○	●	○
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	○	●
۵.	○	●	○	○
۶.	●	○	○	○
۷.	○	○	●	○
۸.	○	○	●	○
۹.	○	○	●	○
۱۰.	●	○	○	○
۱۱.	○	●	○	○
۱۲.	●	○	○	○
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	●	○	○
۱۵.	●	○	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	○	●	○
۱۸.	○	○	●	○
۱۹.	○	○	○	●
۲۰.	○	○	○	●

	۱	۲	۳	۴
۲۱.	○	○	●	○
۲۲.	○	●	○	○
۲۳.	●	○	○	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	○	○	●	○
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	●	○	○	○
۲۸.	○	●	○	○
۲۹.	○	○	●	○
۳۰.	●	○	○	○
۳۱.	○	●	○	○
۳۲.	○	○	○	●
۳۳.	○	○	○	●
۳۴.	○	○	○	●
۳۵.	○	●	○	○
۳۶.	○	○	●	○
۳۷.	○	●	○	○
۳۸.	○	○	○	●
۳۹.	○	○	○	●
۴۰.	○	○	○	●

	۱	۲	۳	۴
۴۱.	○	○	○	●
۴۲.	○	○	○	●
۴۳.	○	●	○	○
۴۴.	○	○	○	●
۴۵.	○	○	●	○
۴۶.	○	○	○	●
۴۷.	○	○	●	○
۴۸.	○	○	●	○
۴۹.	○	○	○	●
۵۰.	●	○	○	○
۵۱.	○	○	●	○
۵۲.	○	○	○	●
۵۳.	○	●	○	○
۵۴.	○	●	○	○
۵۵.	○	●	○	○
۵۶.	○	○	○	●
۵۷.	○	○	○	●
۵۸.	○	○	○	●
۵۹.	○	○	○	●
۶۰.	○	○	●	○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل پنجم

پاسخ تمرین ۱ – ۵

۱.

$$P_{max}-P_{min}=mg(\frac{۱}{A_{min}}-\frac{۱}{A_{max}})$$

$$۱۶۰۰=۱۰m(\frac{۱}{۵\times۲}-\frac{۱}{۱۰\times۵})\times\frac{۱}{۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow m=۰/۲Kg=۲۰۰gr$$

۲. فشار بـه ارتفـاع مـایع بـستگی داشـته و مـستقل از مساحت کف ظرف است.

$$m_۱=m_۲\Rightarrow V_۱=V_۲\xrightarrow{(A_۱=۲A_۲)}h_۲=۲h_۱$$

$$\begin{cases}\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{h_۲}{h_۱}\Rightarrow P_۲=۲P_۱\\ \frac{F_۲}{F_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}\Rightarrow F_۲=F_۱\end{cases}$$

۳. بر اثر افزایش دما، مساحت کف ظرف افزایش می‌یابد و :

$$P=\frac{mg}{A}$$

$$\begin{cases}mg=\text{ثابت}\\ A\quad(\text{افزایش})\end{cases}\Rightarrow P\ (\text{کاهش})$$

۴.

$$(\rho'h')_{\text{مایع}}=(\rho h)_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۶/۸\times۴۵۰=۱۳/۶\times h$$

$$h=۲۲۵(cmHg)$$

فشار کل $=۲۲۵+۷۵=۳۰۰(cmHg)$

۵. چون فشار هوا از دو طرف بر درپوش S وارد مـی‌شـود، هیچ تأثیری در نیروی وارد بر سطح نخواهد داشت.

(نیرو بر درپوش) $F=\rho ghA$

$$\Rightarrow F=۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۵\times۵\times۱۰^{-۴}=۲/۵N$$

۶. فشار فقط بستگی به ارتفاع و چگالی مایع دارد کـه در هر دو حالت یکسان است.

۷.

$$\begin{cases}P_۱=\frac{mg}{\pi R^۲}\\ P_۲=\frac{mg+W}{\pi(۳R)^۲}\end{cases}\xrightarrow{(P_۱=P_۲)}\frac{mg}{\pi R^۲}=\frac{mg+W}{۹\pi R^۲}$$

$$\Rightarrow W=۸mg$$

۸.

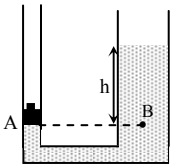
فشار آب در عمق ۲ متری $=۹۰-۷۵=۱۵(cmHg)$

فشار آب در عمق ۶ متری $=۱۵\times۳=۴۵(cmHg)$

فشار کل در عمق ۶ متری $=۴۵+۷۵=۱۲۰(cmHg)$

۹. اگر لوله باریک‌تر شود، اثر مویینگی اختلاف سطح مایع داخل لوله با سطح آب ظرف را بیشتر می‌کند.

۱۰.



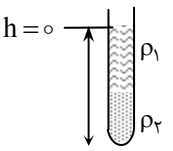
(اصل هم فشاری) $P_A=P_B\Rightarrow\frac{mg}{A}+P_۰=\rho gh+P_۰$

$$\frac{۰/۵\times۱۰}{۱۰\times۱۰^{-۴}}=۵۰۰\times۱۰\times h\Rightarrow h=۱m=۱۰۰cm$$

۱۱. چون مایع $\rho_۲$ پایین‌تر از مایع $\rho_۱$ قرار گرفته است در نتیجه $\rho_۲>\rho_۱$

از طرفی در نمودار (P-h) شیب نمودار برابر ρg است.

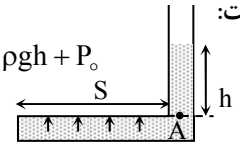
پس شیب نمودار ابتدا کم بوده و سپس زیاد می‌شود.



۱۲. فشار درست در زیر سطح S برابـر فـشار در نقطـه A است:

(زیر سطح S) $P=P_A=\rho gh+P_۰$

(بالای سطح S) $P=P_۰$



فشار وارد بر سطح S برآیند دو فشاری اسـت کـه بـر پایین و بالای آن وارد می‌شود:

(فشار بر سطح S) $P=(\rho gh+P_۰)-P_۰=\rho gh$

$$=۱۰۰۰\times۱۰\times(۱۲۰-۲۰)\times۱۰^{-۲}$$

(پاسکال) $P=۱۰^۴$

$$F=PA=۱۰^۴\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}=۱۰۰(N)$$

۱۳.

$$\begin{cases}P=\rho g\Delta h\\ P'=\rho(g-a)\Delta h\end{cases}\Rightarrow\frac{P'}{P}=\frac{g-a}{g}=\frac{۱۰-۲}{۱۰}$$

$$\Rightarrow P'=۰/۸P$$

۱۴.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۷۸۰۰=\frac{۳/۹}{V}$$

$\Rightarrow V=۵\times۱۰^{-۴}m^۳=۵۰۰cm^۳$ حجم مربوط به جرم

(حجم حفره) $\Delta V=۶۵۰-۵۰۰=۱۵۰cm^۳$

۱۵.

$$\bar{F}=\frac{۱}{۲}\rho ghA=\frac{۱}{۲}\times۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۴\times(۰/۴\times۰/۲)$$

$\Rightarrow \bar{F}=۱۶۰$ نیوتن

۱۶.
$$F = \rho ghA = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times (۱۵۰ \times ۱۰^{-۴})$$
$$\Rightarrow F = ۴۵ \text{ نیوتن}$$
مشاهده می‌شود که این نیرو کوچکتر از وزن آب است. (پارادوکس هیدروستاتیکی)

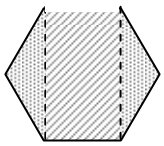
۱۷.
$$\begin{cases} P_{(A)} = \dfrac{mg\cos\alpha}{A_۱} = \rho gh\cos\alpha \\ P_{(B)} = \dfrac{Mg\cos\alpha}{A_۲} = \rho gh'\cos\alpha \end{cases}$$
$$\Rightarrow P_B - P_A = \rho g(h' - h)\cos\alpha$$

۱۸. به دلیل شکل خاص ظرف (مساحت دهانه‌ی ظرف < مساحت کف ظرف)، نیروی وارد بر سطح مایع به نیروی بزرگ‌تر در کف ظرف تبدیل می‌شود.

۱۹.
$$P_N - P_M = \rho g(\underbrace{L\sin ۳۰^\circ}_{h})$$
$$P_N - P_M = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۲ \times \sin ۳۰^\circ = ۲ \times ۱۰^۴ \text{ (pa)}$$

۲۰.
$$P = P_\circ - \rho gh = ۱۰^۵ - (۵۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴) = ۸ \times ۱۰^۴ \text{ (pa)} \quad \text{(هوای لوله)}$$
به علت همین اختلاف فشار است که مایع به بالا کشیده می‌شود. (از فشار بالا به طرف فشار پایین)
توجه: طول قسمتی از لوله که در داخل مایع ظرف قرار دارد، بی‌تأثیر است.

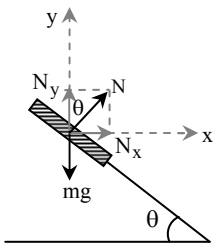
۲۱. نیرویی که از طرف مایع بر کف ظرف وارد می‌شود برابر وزن قسمتی از مایع است که با هاشور مشخص شده است. در نتیجه می‌توان گفت این نیرو از وزن تمام مایع کوچک‌تر است. ($F < W$)



۲۲. نخست فشار متوسط وارد بر سطح را به دست می‌آوریم:
$$\bar{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲} = \rho g(\frac{h_۱ + h_۲}{۲})$$
$$\bar{P} = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times (\frac{۰/۸ + ۱}{۲}) = ۱۸۰۰۰ \text{ (pa)}$$
$$\bar{F} = \bar{P}A = ۱۸۰۰۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۴} = ۹ \text{ (N)}$$

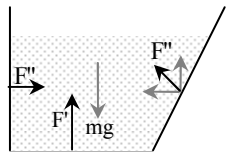
۲۳. فشاری که مایع بر سطح داخل آن وارد می‌کند به مساحت سطح و سمت‌گیری سطح بستگی ندارد:
$$\frac{P_۱}{P_۲} = ۱$$

۲۴. نیروهای وارد بر عنصر حجمی واقع در سطح مایع نشان داده شده است:



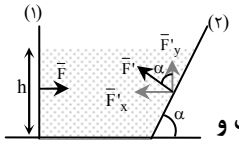
$$\begin{cases} N_x = N\sin\theta = ma \\ N_y = N\cos\theta = mg \end{cases}$$
$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{a}{g} = \frac{\frac{g}{\sqrt{۳}}}{g} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$
$$\theta = ۳۰^\circ$$

۲۵. نیروهای وارد بر مایع در شکل نشان داده شده است:
$\sum Fy = ۰ \Rightarrow \underbrace{F' + F''y}_{\sum F \text{ ظرف}} = mg$: چون مایع ساکن است



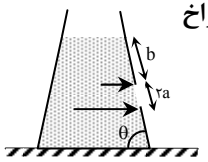
برآیند نیروی ظرف بر مایع در راستای محور x صفر است.

۲۶. اگر A مساحت دیواره‌ی (۱) باشد:



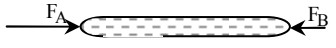
$$\bar{F} = \frac{۱}{۲}\rho ghA$$
مساحت دیواره‌ی (۲) $\frac{A}{\sin\alpha}$ است و
$$\bar{F}' = \frac{۱}{۲}\rho gh\frac{A}{\sin\alpha}$$
$$\bar{F}'_x = \bar{F}'\sin\alpha = (\frac{۱}{۲}\rho gh\frac{A}{\sin\alpha})\sin\alpha = \frac{۱}{۲}\rho ghA$$
معلوم می‌شود که $\bar{F} = \bar{F}'_x \Leftarrow \sum \bar{F}_x = ۰$ و ظرف همواره ساکن می‌ماند.

۲۷. ابتدا فشار متوسط وارد بر سطح سوراخ را حساب می‌کنیم:



$$\bar{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲} = \frac{۱}{۲}[(\rho gb\sin\theta + P_\circ) + \rho g(b + ۲a)\sin\theta + P_\circ]$$
$$\bar{P} = \rho gb\sin\theta + \rho ga\sin\theta + P_\circ = \rho g(a + b)\sin\theta + P_\circ$$
$\bar{F} = \bar{P}A = \pi a^۲[\rho g(a+b)\sin\theta + P_\circ]$: نیروی وارد بر سطح سوراخ

۲۸. آبی را که در لوله‌ی افقی به طول ۱۰cm است درنظر می‌گیریم:



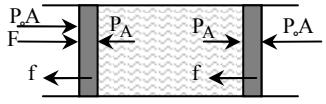
$$F_A - F_B = ma = \rho Aha = \rho A \times ۰/۱ \times ۳ = ۰/۳\rho A$$
از طرفی چون نیروهای F_A و F_B ناشی از فشار مایع در پایین لوله‌های قائم هستند، داریم:
$$\begin{cases} \dfrac{F_A}{A} = \rho gh_A + P_\circ \\ \dfrac{F_B}{A} = \rho gh_B + P_\circ \end{cases}$$

بنابر این : $F_A - F_B = \rho g A(h_A - h_B)$

$$۰/۳\rho A = \rho A \times ۱۰(h_A - h_B)$$

$$\Rightarrow h_A - h_B = ۰/۰۳m = ۳cm$$

۲۹. با توجه به شکل داریم:



$F + P_۰A - f - PA = ۰$ (پیستون چپ ساکن است)

$F = PA + f - P_۰A \quad (I)$

$PA = P_۰A + f \quad (II)$. (چون پیستون راست نیز در آستانه‌ی حرکت است)

$(I)\ ,\ (II) \Rightarrow F = ۲f$

۳۰.

$P_{Left} = ۱/۲ \times ۱۰^۵$

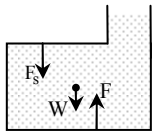
$$\begin{cases} P_{Left} - P_{Right} = \rho g x \\ P_{Right} - P_۰ = \rho g h \end{cases} \Rightarrow P_{Left} - P_۰ = \rho g(x+h)$$

$$۱/۲\times۱۰^۵ - ۱۰^۵ = ۱۰^۴(x + ۰/۵)$$

$$\Rightarrow x = ۱/۵m = ۱۵۰cm$$

۳۱. در عمق‌های زیاد اقیانوس، فشار بسیار زیاد است در نتیجه به علت کاهش حجم، چگالی زیاد می‌شود پس افزایش چگالی همراه با افزایش عمق در افزایش فشار نقش خواهند داشت یعنی شیب نمودار زیاد می‌شود.

۳۲. در شکل روبه رو نیروهای وارد بر مایع نشان داده شده است:

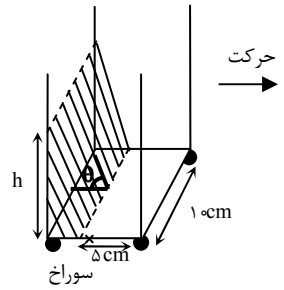


(مایع ساکن است) : $\sum F = ۰ \Rightarrow F = W + F_S$

یا $W = F - F_S$

قابل توجه است که در شکل نیروهای واکنش (نیروی ظرف بر مایع) مشخص شده است که از نظر بزرگی برابر نیروی مایع بر ظرف است.

۳۳. برای این که آب داخل مخزن از سوراخ نریزد، باید مطابق شکل تمام آب در یک طرف سوراخ قرار بگیرد.



(آب) $V = ۱۰\times۱۰\times۵ = ۵۰۰\,cm^۳$

حجم اشغال شده توسط آب در هنگام حرکت $\frac{۱}{۴}$ حجم مکعب مستطیل است:

(آب) $V = \frac{۱}{۴}(۱۰\times۱۰\times h) \Rightarrow ۵۰۰ = ۲۵h$

$$\Rightarrow h = ۲۰\,cm$$

$$\tan\theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{۲۰}{۵} = \frac{a}{۱۰} \Rightarrow a = ۴۰\,m/s^۲$$

۳۴.

$$\begin{cases} P_A = \dfrac{m_A g}{A_{(A)}} \\ P_B = \dfrac{m_B g}{A_{(B)}} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B}\cdot\frac{A_{(B)}}{A_{(A)}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = ۲$$

از طرفی : $\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B}\cdot\frac{V_{(A)}}{V_{(B)}} = \frac{\rho_A}{\rho_B}\times۸$

در نتیجه : $۲ = \frac{\rho_A}{\rho_B}\times۸ \Rightarrow \rho_B = ۴\rho_A$

۳۵. اگر مساحت هر نیمه دیواره برابر A و ارتفاع آب در ظرف برابر h باشد:

$$\frac{\overline{F}}{F} = \frac{\frac{۱}{۲}\left[۰ + \rho g(\frac{h}{۲})\right]A}{\frac{۱}{۲}\left[\rho g(\frac{h}{۲}) + \rho g h\right]A} = \frac{۱}{۳}$$

(نیمه بالایی) $\overline{F}$ / F (نیمه پایینی)

پاسخ تمرین ۲ – ۵

۳۶. ارتفاع جیوه‌ی داخل لوله به فشار هوا در محل بستگی داشته و با تغییر راستای لوله، ثابت می‌ماند.

۳۷.

$$P_e = \rho g(h - h') = ۱۳۶۰۰\times۱۰\times(۰/۷۶ - ۰/۷۰)$$

$$\Rightarrow P_e = ۸۱۶۰(pa)$$

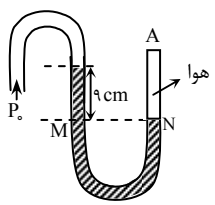
۳۸.

$$\frac{F}{f} = (\frac{R}{r})^۲ \Rightarrow \frac{mg}{f} = (\frac{R}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۱۵۰۰۰}{f} = ۲۵ \Rightarrow$$

$$f = ۶۰۰N$$

۳۹.

$$\begin{cases} P_{\text{هوای محبوس}} = P_N \\ P_M = P_N \end{cases} \Rightarrow P = P_M = ۹ + ۷۶ = ۸۵\ (cmHg)$$



۴۰. فشار سنج فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد:

$$P - P_۰ = -\rho gh \qquad (P < P_۰)$$

$$P - P_۰ = -۱۵۰۰ \times ۱۰ \times (۰/۳ - ۰/۲) = -۱۵۰۰ (pa)$$

۴۱. فشار گاز محبوس به اندازه‌ی فشار ۲۰cm مایع از فشار هوا بیشتر است:

$$(\rho' h') = (\rho h)$$
مایع جیوه

$$۳/۴ \times ۲۰ = ۱۳/۶ \times h \Rightarrow h = ۵ (cmHg)$$

فشار گاز محبوس $= ۵ + ۷۶ = ۸۱\ cmHg$

۴۲.

$$\frac{\Delta F}{mg} = \frac{A}{a} \Rightarrow \frac{۰/۴}{mg} = \frac{۸}{۲} \Rightarrow ۱۰ m = ۰/۱$$

$$\Rightarrow m = ۰/۰۱ Kg = ۱۰ gr$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۰}{۱} = ۱۰\ cm^۳ \Rightarrow$$

۴۳.

$$\underset{\text{(فشار گاز)}}{P} = \underset{\text{(جیوه)}}{P} + \underset{\text{(آب)}}{P} + \underset{\text{(هوا)}}{P_۰}$$

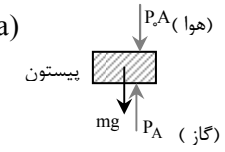
$$= ۵ + \frac{۱ \times ۲۷}{۱۳/۵} + ۷۵ = ۸۲\ (cmHg)$$

۴۴. پیستون ساکن است و می‌توان نوشت:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow PA = P_۰ A + mg \Rightarrow$$

$$\underbrace{P - P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}} = \frac{mg}{A} = \frac{۲۰ \times ۱۰}{۸ \times ۱۰^{-۴}} = ۲۵۰ \times ۱۰^۳\ (pa)$$

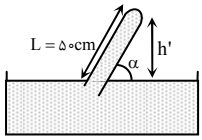
$$= ۲۵۰ (Kpa)$$



۴۵.

$h_e = h - h'$ **(فشار حداکثر بر ته لوله)**

حداقل ارتفاع جیوه $۳۵ = ۷۵ - h' \Rightarrow h' = ۴۰ (cmHg)$



در مثلث شکل می‌توان نوشت : $\sin\alpha = \frac{h'}{L} = \frac{۴۰}{۵۰} = ۰/۸ \Rightarrow \alpha = ۵۳^\circ$

اگر زاویه‌ی α کوچک‌تر از ۵۳ درجه شود، فشار وارد بر ته لوله بیش‌تر از $۳۵ (cmHg)$ خواهد شد.

۴۶.

$$\frac{h}{H} = (\frac{R}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{H} = ۱۰^۲ \Rightarrow H = ۰/۰۱ m = ۱ cm$$

۴۷. بنا به اصل پاسکال فشار حاصل از وزنه به طور یکسان به هر دو نقطه‌ی A و B منتقل می‌شود. در نتیجه اختلاف فشار بین دو نقطه تغییر نمی‌کند.

۴۸.

عدد فشار سنج $A = P_A - P_.$

عدد فشار سنج $B = P_B - P_.$

عدد فشار سنج A - عدد فشار سنج B $= P_A - P_B = \rho gh$

$$= ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱ = ۱۳۶۰۰ (pa)$$

۴۹.

$$\rho_۳ h_۳ = \rho_۱ h_۱ + \rho_۲ h_۲ \Rightarrow \rho_۳ \times ۵۰ = ۱/۲۵ \times ۲۰ + ۵ \times ۱۰$$

$$\rho_۳ = ۱/۵\ gr/cm^۳$$

۵۰.

$$\frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{h_۱}{h_۲} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{۱۲}{۱۲ - ۸} = ۳$$

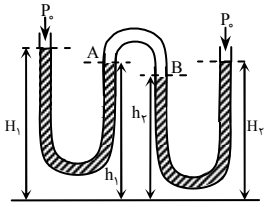
۵۱. فشار در نقاط A و B برابر فشار هوای گیر افتاده است. در نتیجه $P_A = P_B$

$$P_A = \rho g (H_۱ - h_۱) + P_۰$$

$$P_B = \rho g (H_۲ - h_۲) + P_۰$$

$$\rho g (H_۱ - h_۱) + P_۰ = \rho g (H_۲ - h_۲) + P_۰$$

$$H_۲ - h_۲ = H_۱ - h_۱$$



۵۲. از پایین لوله تا ارتفاع $h_۱$، مایع در هر دو شاخه یکسان است بنابراین برای ارتفاع یکسان: $P_A - P_B = ۰$

از آخر $h_۱$ تا آخر $h_۲$، مایع شاخه‌ی A چگال‌تر است (سطح مایع پایین‌تر است) پس: (در حال کاهش)

$P_A - P_B$

از آخر $h_۲$ تا آخر $h_۳$، مایع شاخه‌ی B چگال‌تر است (در شاخه‌ی A هوا است) پس: (در حال افزایش)

$P_A - P_B$

۵۳. سرعت ماکزیمم خروج مایع مربوط به اولین لحظه‌ی خارج شدن آن است زیرا پس از آن وزن ستون مایع یک نیروی مقاومت در برابر اخراج مایع ایجاد می‌کند.

حجم مایع خارج شده در زمان dt = کاهش حجم مایع داخل استوانه در زمان dt

$$\frac{dV}{dt}=\frac{dV'}{dt}\Rightarrow A\frac{dh}{dt}=a\frac{dh'}{dt}$$
$$\Rightarrow A\times v=a\times v'_{max}$$
$$\Rightarrow v'_{max}=\frac{A}{a}\times v=\frac{\pi(۱۰)^۲}{\pi(۰/۴)^۲}\times ۰/۰۰۴$$
$$\Rightarrow v'_{max}=۲/۵\ m/s$$
$$\text{اوج}\quad H=\frac{v'^۲_{max}}{۲g}=\frac{(۲/۵)^۲}{۲۰}\simeq ۰/۳۱\ m=۳۱\ cm$$

۵۴.

$$V=Ah_x\Rightarrow ۵۶=۴h_x\Rightarrow h_x=۱۴\ cm\quad \text{(فضای خالی)}$$

ارتفاع قسمت خالی لوله

$$h=۹۰-۱۴=۷۶\ (cmHg)\quad \text{(ارتفاع جیوه)}$$

فشار هوا

$$h'=۹۰\times\sin ۳۰=۴۵\ cm$$
$$h_e=h-h'=۷۶-۴۵=۳۱\ (cmHg)$$
$$\frac{۷۶\ cmHg}{۳۱\ cmHg}=\frac{۱۰^۵ pa}{P_e}\Rightarrow P_e=۰/۴\times۱۰^۵\ pa$$
$$F_e=P_eA=۰/۴\times۱۰^۵\times۴\times۱۰^{-۴}$$
$$F_e=۱۶\ \text{نیوتن}$$

۵۵. بنا به اصل هم‌فشاری در یک شاره ساکن داریم:

$$\frac{F_۱}{A_۱}=\frac{F_۲}{A_۲}+\rho gh$$
$$F_۲=F_۱\frac{A_۲}{A_۱}-\rho ghA_۲$$

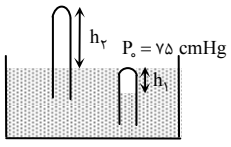
از رابطه پیداست که با فرض ثابت بودن $F_۱$، تغییرات $F_۲$ بر حسب h یک خط راست با شیب منفی است.

۵۶. وضعیت لوله در دو حالت نشان داده شده است:

$$\text{ثابت= دما}\Rightarrow P_۱V_۱=P_۲V_۲$$

اگر فشار را بر حسب ارتفاع ستون جیوه بسنجیم داریم:

$$\begin{cases}P_۱=۷۵+۱۵=۹۰\ (cmHg)\\ P_۲=P_۰=۷۵\ (cmHg)\end{cases}$$

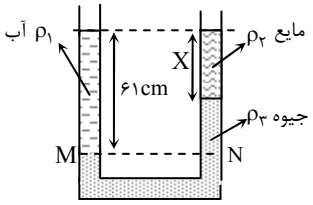


$$P_۱h_۱=P_۲h_۲$$
$$۹۰\times۱۵=۷۵\times h_۲\Rightarrow h_۲=۱۸\ cm$$

۵۷. فشار مایع به ارتفاع و چگالی مایع بستگی داشته و مستقل از مساحت مقطع ظرف است.

$$P=\underset{(\text{مایع ۱})}{P}+\underset{(\text{مایع ۲})}{P}+P_۰=\frac{۴۰\times۶/۸}{۱۳/۶}+\frac{۲۰\times۳/۴}{۱۳/۶}+۷۵$$
$$=۱۰۰\ (cmHg)$$

۵۸.



اصل هم‌فشاری : $P_M=P_N$

$$\rho_۱gh+P_۰=\rho_۲gx+\rho_۳g(h-x)+P_۰$$
$$۱\times۱۰\times۶۱=۰/۸\times۱۰\times x+۱۳/۶\times۱۰\times(۶۱-x)\Rightarrow x=۶۰cm$$

۵۹. واکنش نیروی وارد بر پیستون B، به مایع وارد شده و فشار P ایجاد می‌کند.

$$\frac{m_Ag}{A_{(A)}}+P_۰=\frac{m_Bg}{A_{(B)}}+\rho gh+P+P_۰$$
$$\frac{۶۰}{۸۰\times۱۰^{-۴}}=\frac{۱۰}{۲۵\times۱۰^{-۴}}+(۸۰۰\times۱۰\times۰/۲۵)+P$$
$$P=۱۵۰۰\ (pa)$$
$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=۱۵۰۰\times۲۵\times۱۰^{-۴}=۳/۷۵\ N$$

۶۰. اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله همواره ثابت بوده و با افزودن جیوه تغییر نمی‌کند، زیرا:

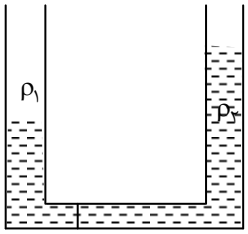
$$\rho g\Delta h=P_۰-۰$$

یا

$$\underset{\text{ثابت}}{\rho g}\underset{\text{ثابت}}{\Delta h}=P_۰$$

پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم

۱. دو ظرف که مساحت مقطع هر دو یکسان است مطابق شکل به‌وسیله‌ی لوله‌ای که سطح مقطع آن $\frac{۱}{۱۰}$ سطح مقطع هر ظرف است به هم مرتبط شده‌اند، مقداری نفت به ارتفاع $\Delta H = ۲cm$ روی آب داخل شاخه‌ی سمت چپ می‌ریزیم سطح مشترک دو مایع در لوله چند سانتی‌متر جابه‌جا خواهد شد؟



$\rho_{۲(\text{نفت})} = ۰/۶\times۱۰^{۳}\ \frac{kg}{m^{۳}}$

$\rho_{۱(\text{آب})} = ۱۰^{۳}\frac{kg}{m^{۳}}$

۱) $۲cm$
۲) $۱cm$
۳) $۰/۷۵cm$
۴) $۰/۵cm$

۲. لوله‌ای به‌طور قائم در آب ظرفی شناور و $۵cm$ از آن خارج از آب است، از بالا داخل لوله روغن به چگالی $\rho = ۰/۹\ \frac{gr}{cm^{۳}}$ می‌ریزیم. طول لوله چه‌قدر باشد تا بتوان داخل آن‌را از روغن کاملا پر کرد؟

۱) $۲۵cm$ ۲) $۹۰cm$ ۳) $۷۵cm$ ۴) $۵۰cm$

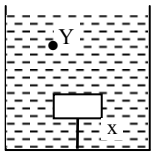
۳. ارتفاع آب داخل مخزنی $h = ۵m$ است. عرض یک دیواره‌ی مخزن (b) که با امتداد قائم زاویه‌ی $\alpha = ۶۰^{\circ}$ می‌سازد، $۱۵m$ است. نیرویی که مایع به این دیواره وارد می‌کند، چه‌قدر است؟ $(P_{۰} = ۱۰^{۵}\ Pa)$.

۱) $۲۲۵۰\ KN$ ۲) $۱۸۷۵\ KN$ ۳) $\frac{۱۸۷۵}{\sqrt{۳}}KN$ ۴) $\frac{۲۲۵۰}{\sqrt{۳}}\ KN$

۴. تخته‌ای به طول $۲۰cm$ و به عرض $۱۵cm$ بر سطح آب شناور و $۴cm$ از ارتفاع آن درون آب است، جسمی را وسط این تخته قرار می‌دهیم، تخته $۲cm$ بیش‌تر در آب فرو می‌رود. جرم جسم برحسب گرم برابر است با:

۱) ۳۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۸۰۰

۵. در شکل مقابل طناب X را پاره می‌کنیم تا مکعب چوبی به‌طرف بالا حرکت کند. فشار در نقطه‌ای از مایع مانند Y، قبل از خروج مکعب از مایع:

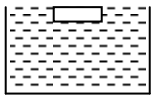


۱) پیوسته زیاد می‌شود
۲) پیوسته کم می‌شود
۳) تغییر نمی‌کند
۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود

۶. مخزن آبی به شکل یک مکعب با ضلع a است. در وسط قاعده‌ی این ظرف سوراخی وجود دارد اگر مخزن پر از آب باشد، باید با چه شتابی آن‌را حرکت دهیم تا کم‌ترین مقدار آب بیرون بریزد؟

۱) $۲۰\frac{m}{s^{۲}}$ ۲) $۱۰\ \frac{m}{s^{۲}}$ ۳) $۳۰\frac{m}{s^{۲}}$ ۴) $۴۰\frac{m}{s^{۲}}$

۷. قطعه چوبی مطابق شکل روی سطح آب درون ظرفی با دیواره‌های قائم شناور و به حال تعادل است، افزایش نیروی وارد بر کف ظرف پس از قراردادن چوب:

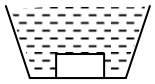


۱) بیش از وزن چوب است ۲) کم‌تر از وزن چوب است
۳) مساوی وزن چوب است ۴) مساوی وزن مایع جابه‌جا شده توسط چوب است

۸. جسم کروی شکل توخالی به‌وسیله‌ی نخی به ته ظرف پر از آبی بسته شده و جسم درون آب به حالت تعادل است و مجموعه‌ی این دستگاه بر سطح افقی قرار دارد. هرگاه این دستگاه روی سطح شیب‌داری به زاویه‌ی ۳۰° به حال تعادل قرار گیرد، زاویه‌ای که راستای نخ با سطح آزاد مایع می‌سازد برابر است با:

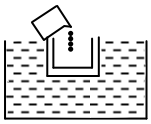
۱) ۱۵° ۲) ۳۰° ۳) ۶۰° ۴) ۹۰°

۹. یک مکعب فلزی را مطابق شکل به کف ظرف مایعی چسبانده‌ایم به‌طوری که هیچ مایعی در زیر قاعده‌ی پایینی آن نفوذ نمی‌کند، در این‌صورت:



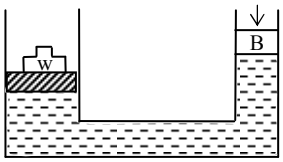
۱) مایع به این جسم فلزی نیرویی وارد نمی‌کند
۲) مایع به این جسم نیرویی روبه بالا وارد می‌کند
۳) مایع به این جسم نیرویی رو به پایین وارد می‌کند
۴) هیچکدام

۱۰. ظرف بسیار سبکی را مطابق شکل در سطح مایع قرار داده و داخل آن از همان مایع می‌ریزیم. اگر چگالی ظرف شناور، از چگالی مایع کم‌تر باشد، ضمن اضافه کردن تدریجی مایع درون ظرف شناور، سطح مایع داخل آن نسبت به سطح آزاد مایع در ظرف بزرگ‌تر:



۱) همیشه بالاتر است
۲) همیشه پایین‌تر است
۳) ابتدا پایین‌تر و بعد بالاتر می‌رود
۴) تقریبا همیشه ثابت است

۱۱. در دستگاه شکل مقابل جرم شناور B ناچیز است و از کلیه‌ی اصطکاک‌ها صرف‌نظر می‌شود اگر این شناور را به آرامی پایین بیاوریم فشار وارد بر آن از طرف مایع:

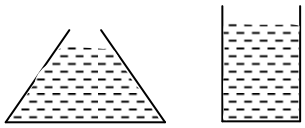


۱) دائم کم می‌شود
۲) دائم زیاد می‌شود
۳) ثابت می‌ماند
۴) تا هم‌سطح شدن آن با وزنه‌ی w زیاد و سپس کم می‌شود

۱۲. یک آلیاژ به جرم ۵۰ گرم از دو فلز A و B ساخته شده‌است. اگر این آلیاژ را در ظرف پر از آبی بیندازیم، $۴\,cm^۳$ آب از ظرف بیرون می‌ریزد. کدام مورد درباره‌ی درصد تقریبی فلزها در این آلیاژ صحیح است؟ ($\frac{g}{cm^۳}=۱۰/۵$ چگالی B و $\frac{g}{cm^۳}=۱۹/۲$ چگالی A.)

۱) ۲۳ درصد فلز B
۲) ۲۳ درصد فلز A
۳) ۱۵ درصد فلز B
۴) ۱۵ درصد فلز A

۱۳. در شکل زیر اگر وزن مایع ظرف (۱)، ۱/۵ برابر وزن مایع ظرف (۲) و مساحت کف ظرف (۱)، ۲/۵ برابر مساحت کف ظرف (۲) باشد، نسبت $\frac{P_۱}{P_۲}$ ، $\frac{F_۱}{F_۲}$ به‌ترتیب کدام است؟

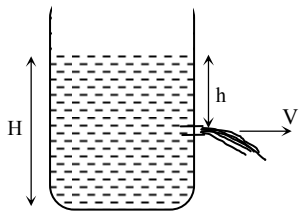


۱) $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۴}{۲۵}$
۲) $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۵}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۱۰}{۹}$

۱۴. یک ظرف پر از آب که در ته آن سوراخ کوچکی وجود دارد، از ارتفاع h از سطح زمین رها شده و سقوط آزاد می‌کند، کدام‌یک در مورد خروج آب از سوراخ صحیح است؟

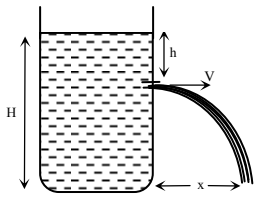
۱) در ارتفاع $\frac{h}{۲}$ تمام آب خارج شده‌است
۲) در ارتفاع $\frac{h}{۲}$، نصف آب خارج شده‌است
۳) در ارتفاع $\frac{h}{۲}$، کم‌تر از نصف آب خارج شده‌است
۴) هیچ آبی خارج نمی‌شود

۱۵. مخزنی تا ارتفاع H از آب پر شده‌است. در عمق h پایین‌تر از سطح آب، سوراخی در دیواره‌ی مخزن ایجاد می‌کنیم. آب با چه سرعتی از سوراخ خارج می‌شود؟



۱) $V=\sqrt{۲g\,(H-h)}$
۲) $V=\sqrt{۲g\,h}$
۳) $V=\sqrt{g\,(H-h)}$
۴) $V=\sqrt{g\,h}$

۱۶. در تست قبل فاصله‌ی پای دیواره‌ی مخزن تا محل برخورد باریکه‌ی آب به زمین (x) کدام است؟



۱) $\sqrt{h\,(H-h)}$
۲) $\sqrt{H-h}$
۳) $۲\sqrt{h\,(H-h)}$
۴) $۲\sqrt{H-h}$

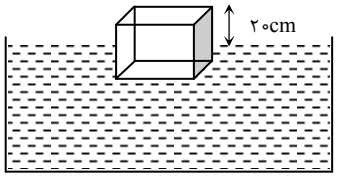
۱۷. در تست قبل، سوراخ در چه عمق ایجاد شود، بُرد آب خروجی ماکزیمم خواهد شد؟

۱) H ۲) $\frac{H}{۲}$ ۳) $\frac{۳H}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}H$

۱۸. یک تکه چوب روی سطح آب درون یک ظرف شناور است، در ظرف را می‌بندیم و فشار هوای درون ظرف را زیاد می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟

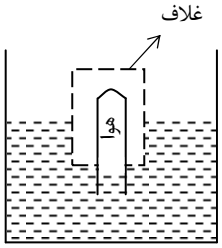
۱) چوب نه بالا و نه پایین می‌رود ۲) چوب بالاتر می‌رود ۳) چوب پایین‌تر می‌رود ۴) بستگی به مقطع تکه چوب دارد

۱۹. در شکل مقابل مکعب چوبی به ضلع ۱ متر روی آب شناور است، نیرویی که آب بر این مکعب وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ (فشار جو $۱۰^۵$ پاسکال است)



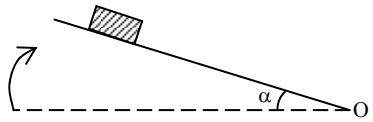
۱) ۸۰۰۰
۲) ۱۰۸۰۰۰
۳) ۲۰۸۰۰
۴) ۴۴۰۸۰۰

۲۰. مطابق شکل یک لوله‌ی شیشه‌ای به وزن W و طول L و سطح مقطع A توسط یک غلاف در سطح آب رها می‌شود. لوله به درون آب می‌رود و به حال تعادل می‌ایستد، فشار هوای درون لوله برابر کدام است؟ (فشار جو $p_۰$ است)



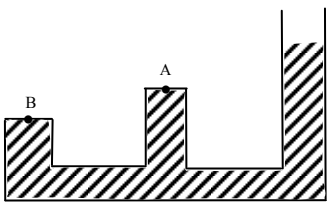
۱) $p_۰$
۲) $\frac{W}{A}$
۳) $p_۰ - \frac{W}{A}$
۴) $p_۰ + \frac{W}{A}$

۲۱. مکعب فلزی را روی سطح افقی که می‌تواند حول محور قائم گذرنده از o بچرخد، قرار می‌دهیم، سطح را در جهت نشان داده شده بالا می‌بریم درحین حرکت سطح، فشار جسم بر سطح:



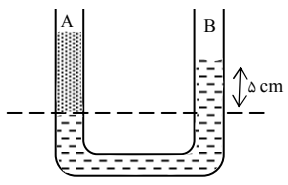
۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد
۳) تغییر نمی‌کند ۴) بستگی دارد که جسم حرکت کند یا ساکن بماند

۲۲. در ظرفی مطابق شکل زیر، مایعی که چگالی آن $\frac{۱}{۸}$ چگالی جیوه است، ریخته‌ایم. اختلاف فشار مایع در دو نقطه A و B چند سانتی‌متر جیوه است؟ فاصله‌ی نقطه A و نقطه‌ی B تا کف ظرف به‌ترتیب $۱۷cm$ و $۹cm$ است.



۱) ۶/۴
۲) ۸
۳) ۱
۴) ۳/۲

۲۳. در شکل زیر، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه لوله $۵cm$ و چگالی جیوه $۱۳/۶ \frac{gr}{cm^۳}$ است. مایعی به چگالی $۱/۷ \frac{gr}{cm^۳}$ روی جیوه در شاخه B می‌ریزیم تا اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه $۲/۵cm$ شود. ارتفاع این مایع چند [illegible]؟

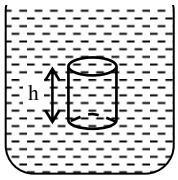


۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۲۰
۴) ۱۵

۲۴. در ظرفی که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع $8\,cm$ است، مایعی به چگالی $2\ gr/cm^3$ موجود است. اگر یک گلوله‌ی آهنی به شعاع $2\,cm$ را داخل مایع بیندازیم، افزایش فشار مایع بر قاعده‌ی ظرف چند پاسکال است؟ ($\pi = 3$, $g = 10\ N/kg$).

۱) ۰/۱ ۲) 10^2 ۳) 10^4 ۴) ارتفاع مایع باید معلوم باشد

۲۵. در شکل زیر، استوانه‌ای به ارتفاع $50\,cm$ و قاعده‌ی $10\,cm^2$ درون مایعی به چگالی $1/2\ gr/cm^3$ غوطه‌ور است. استوانه چند نیوتن در داخل مایع سبک شده‌است؟ ($g = 10\ m/s^2$).



۱) ۶۰۰
۲) ۶
۳) ۰/۶
۴) اطلاعات ناکافی است

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	●	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	●	○	○
۴.	○	●	○	○
۵.	○	○	●	○
۶.	●	○	○	○
۷.	○	○	●	○
۸.	○	○	○	●
۹.	○	○	●	○
۱۰.	○	○	○	●
۱۱.	○	●	○	○
۱۲.	○	●	○	○
۱۳.	○	●	○	○

	۱	۲	۳	۴
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	○	●	○
۱۷.	○	●	○	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	○	○	●
۲۱.	○	●	○	○
۲۲.	○	○	●	○
۲۳.	○	○	●	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل پنجم

۱. اگر سطح آب در شاخه‌ی سمت چپ پس از اضافه کردن نفت به‌اندازه‌ی Δh از جای اولیه‌اش، پایین‌تر رود مایع $\rho_۲$ به همان اندازه‌ی Δh بالا می‌رود. قبل از ریختن نفت

$$\rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \quad (*)$$

پس از اضافه کردن نفت:

$$\rho_۲ \Delta H + \rho_۱ (h_۱ - \Delta h) = \rho_۲ (h_۲ + \Delta h)$$

$$\rightarrow \rho_۲ \Delta H - \rho_۱ \Delta h = \rho_۲ \Delta h \quad (*)$$

با استفاده از

$$\rightarrow \Delta h = \frac{\rho_۲}{\rho_۱ + \rho_۲} \Delta H = \frac{۶۰۰}{۱۰۰۰ + ۶۰۰} \times ۲ = ۰/۷۵ \text{ cm}$$

۲. هنگامی که در لوله روغن می‌ریزیم سطح آب داخل آن رفته‌رفته کاهش می‌یابد. چنان‌چه داخل لوله را پر از روغن کنیم، ارتفاع روغن به x می‌رسد. با توجه به قضیه‌ی برآورد فشار از طریق روغن و آب داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P_A = P_۰ + \rho g x \quad \text{از طریق روغن} \\ P_A = P_۰ + \rho_۰ g (x - h) \quad \text{از طریق آب} \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow x = \frac{\rho_۰ h}{\rho_۰ - \rho} = ۵۰ \text{ cm}$$

۳. مساحت دیواره‌ی ظرف که با مایع تماس دارد برابر $A = b \dfrac{h}{\cos\alpha}$ است، به‌طوری‌که فشار متوسط وارد بر دیواره‌ی ظرف $\bar{P} = p_۰ + \dfrac{\rho g h}{۲}$ و نیروی وارد بر این دیواره $\bar{F}$ است:

$$\bar{F} = \bar{P}.A = (P_۰ + \frac{\rho g h}{۲}).\frac{b h}{\cos\alpha} = ۱۸۷۵۰۰۰ \text{ N}$$

$$= ۱۸۷۵ \text{ K N}$$

۴.

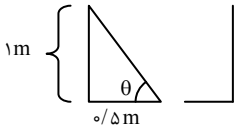
$\rho_۰ (A h_f) = m$ قبل از قرار دادن جسم

$\rho_۰ (A h_f') = m + M$ بعد از قرار دادن جسم

$$\rho_۰ A (h_f' - h_f) = M \rightarrow M = ۶۰۰ \text{ gr}$$

۵. طبق رابطه‌ی $p = p_۰ + \rho g h$، فشار در نقطه Y تغییر نمی‌کند.

۶. اگر مخزن را با شتابی حرکت دهیم که سطح آب داخل آن مطابق شکل باشد، نیمی از آب همیشه در آن باقی می‌ماند. غیر از این در هر حالتی، به‌تدریج همه‌ی آب مخزن خالی می‌شود.

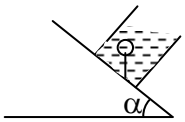


$$\tan\theta = \frac{۱}{۰/۵} = \frac{a}{g} \rightarrow a = ۲۰ m/s^۲$$

۷. براثر شناور شدن جسم، ارتفاع آب افزایش می‌یابد و این افزایش برابراست با: $\Delta h = \dfrac{V_f}{A} = \dfrac{m}{\rho_۰ A}$ لذا فشار وارد بر کف ظرف به‌اندازه‌ی $\rho_۰ g \Delta h$ و نیرو به‌اندازه‌ی $\rho_۰ g \Delta h A$ افزایش می‌یابد.

$$\rho_۰ g \Delta h A = \rho_۰ g (\frac{m}{\rho_۰ g}).A = m g$$

۸. با توجه به شکل چون سطح آزاد مایع در حال سکون روی سطح شیب‌دار، افقی است، زاویه‌ی راستای نخ با سطح آزاد مایع ۹۰° است.



۹. تنها قسمتی از مایع که بالای مکعب است به آن روبه پائین نیرو وارد می‌کند و چون مایع در زیر مکعب نفوذ نکرده قادر نیست به آن نیرویی رو به بالا وارد کند.

۱۰. برای مجموعه‌ی این ظرف و مایع داخل آن در حال تعادل داریم: وزن ظرف + وزن مایع داخل ظرف = نیروی رو به بالای مایع بیرون ظرف

$$\rho (A h_f) g = \rho_۰ (A h) g + ۰ \xrightarrow{(\rho=\rho_۰)} h_f = h$$

۱۱. اگر فشار مایع در زیر شناور B را با P_B و فشار مایع در زیر پیستون را P_w بنامیم و اختلاف ارتفاع شناور و پیستون h باشد:

$p_B = p_w - \rho g h$ (p_w ثابت و $h\downarrow \rightarrow p_B\uparrow$): شناور B بالاتر از وزنه‌ی w

$p_B = p_w + \rho g h$ (p_w ثابت و $h\uparrow \rightarrow p_B\uparrow$): شناور B پایین‌تر از وزنه‌ی w

۱۲.

$$m = m_A + m_B = \rho_A V_A + \rho_B V_B$$

(جرم آلیاژ)

$$\rightarrow \begin{cases} ۵۰ = ۱۹/۲ V_A + ۱۰/۵ V_B \\ V_A + V_B = ۴ \end{cases}$$ از طرفی

با حل دستگاه معادلات فوق خواهیم داشت:

$$V_B = ۳/۰۸ \text{ cm}^۳ \quad V_A = /۹۲ \text{cm}^۳$$

$$\frac{V_A}{V} = \frac{/۹۲}{۴} = ۲۳\% \quad \frac{V_B}{V} = \frac{۳/۰۸}{۴} = ۷۷\%$$

۱۳.

$$m_۱ g = ۱/۵ m_۲ g \rightarrow \rho_۱ A_۱ h_۱ g = ۱/۵ \rho_۲ A_۲ h_۲ g \rightarrow$$

$$\rho_۱ (۲/۵ A_۲) h_۱ g = ۱/۵ \rho_۲ A_۲ h_۲ g$$

$$\rightarrow ۲/۵ \rho_۱ h_۱ g = ۱/۵ \rho_۲ h_۲ g \rightarrow ۲/۵ p_۱ = ۱/۵ p_۲$$

$$\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{۳}{۵}$$

$$\frac{F_۱}{F_۲} = \frac{P_۱ A_۱}{P_۲ A_۲} = \frac{۳}{۵} \times ۲/۵ = \frac{۳}{۲}$$

۱۴. در حین سقوط آزاد ظرف، آب داخل آن در بی‌وزنی مطلق است. (۰ = وزن ظاهری آب) درنتیجه هیچ فشاری بر ته ظرف وارد نشده و آب خارج نخواهد شد.

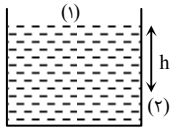
$$P = \rho g' h = \xrightarrow{(g'=۰)} p = ۰$$

۱۵.

$$P_۲ - P_۱ = \rho g (y_۲ - y_۱) + \frac{۱}{۲}\rho (V_۲^۲ - V_۰^۲)$$ **(معادله‌ی برنولی)**

$$P_۰ - P_۰ = \rho g (-h) + \frac{۱}{۲}\rho (V^۲ - ۰)$$

$$\rho g h = \frac{۱}{۲}\rho V^۲ \Rightarrow V = \sqrt{۲gh}$$



۱۶. مسیر باریکه‌ی آب نشان‌دهنده‌ی یک پرتاب افقی با سرعت اولیه $V = \sqrt{۲gh}$ **است، معادله‌ی مسیر آن به‌صورت زیر است:**

$$y = \frac{-g}{۲V_۰^۲}x^۲ \rightarrow -(H-h) = -\frac{g}{۲(۲gh)}x^۲ \rightarrow$$

$$x = ۲\sqrt{h\ (H-h)}$$

۱۷.

$$\frac{dx}{dh} = \frac{H - ۲h}{\sqrt{h\ (H-h)}} = ۰ \rightarrow h = \frac{H}{۲}$$

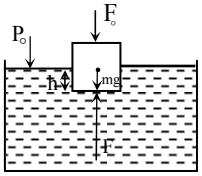
۱۸.

برآیند نیروهای وارد بر تکه‌چوب صفر است:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow F = mg + F_۰ \Rightarrow$$

$$A(\rho g h + p_۰) = mg + p_۰ A \Rightarrow$$

$$mg = A\rho g h$$



از این رابطه پیداست که بخشی از چوب که درون آب است (h) **به فشار هوای بالای ظرف بستگی ندارد، بنابراین با افزودن فشار،** h **ثابت می‌ماند یعنی چوب نه بالا و نه پایین می‌رود.**

۱۹.

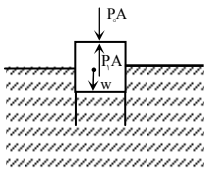
$$F = A(\rho g h + p_۰) = ۱\ (۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۸ + ۱۰^۵)$$

$$\rightarrow F = ۱۰۸۰۰۰ N$$

۲۰. چون لوله در حالت تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow p_۰ A + W = p_۱ A$$

$$\Rightarrow p_۱ = p_۰ + \frac{W}{A}$$



۲۱. فشار جسم بر سطح شیب‌دار برابر $\frac{mg\cos\alpha}{A}$ **است، با افزایش** α **چون** $\cos\alpha$ **کاهش می‌یابد، بنابراین فشار جسم بر سطح کاهش خواهد یافت.**

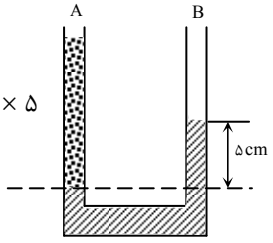
۲۲. از روی شکل پیداست که: $p_B - p_A = \rho g \Delta h$.

$$(\rho g \Delta h)_{\text{مایع}} = (\rho g h)_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۸} \times (۱۷ - ۹) = h \rightarrow h = ۱ (cmHg)$$

۲۳. شکل ۱ قبل از ریختن مایع را نشان می‌دهد:

$$\rho_A h_A = \rho h \rightarrow \rho_A h_A = ۱۳/۶ \times ۵$$



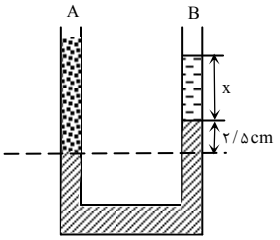
شکل ۱

شکل ۲ بعد از ریختن مایع را نشان می‌دهد:

$$\rho_A h_A = (\rho h)_{\text{جیوه}} + (\rho h)_{\text{مایع}}$$

$$۱۳/۶ \times ۵ = (۱۳/۶ \times ۲/۵) + (۱/۷\ x)$$

$$\Rightarrow x = ۲۰ cm$$



شکل ۲

۲۴. افزایش حجم آب براثر انداختن گلوله برابر حجم گلوله است:

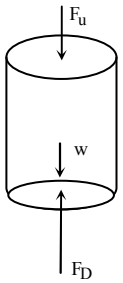
$$\Delta V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۸ = ۳۲ cm^۳$$

افزایش ارتفاع آب براثر این افزایش حجم برابر است با:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{A} = \frac{۳۲}{۶۴} = \frac{۱}{۲} cm$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۲} = ۱۰^۲ (Pa)$$

۲۵. اختلاف نیروهایی که بر قاعده‌های پایینی و بالایی استوانه وارد می‌شود برابر کاهش وزن استوانه در مایع است:



$$F_D - F_u = \rho g h A = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ \times ۱۰^{-۳} = ۶ N$$

(وزن ظاهری) $W' = W - (F_D - F_u)$

$$W' = W - ۶$$

فصل ششم

حرارت

جلسه‌ی نهم

☜ دما

دما یک متغیر ترمودینامیکی است که میزان گرمی و سردی اجسام را مشخص می‌کند و از نظر میکروسکوپیک با انرژی جنبشی متوسط ذرات جسم متناسب است. دما یکی از کمیت‌های اصلی در فیزیک بوده و واحد آن در SI ، کلوین (K) است.

☜ اندازه‌گیری دما

دماسنج‌ها برای اندازه‌گیری دما ساخته شده‌اند. در یک دماسنج، کمیتی که مبنای اندازه گیری دما قرار می‌گیرد (مانند ارتفاع ستون جیوه در دماسنج جیوه ای) کمیت دماسنجی نامیده می شود. یک رابطه ی خطی بین دما (T) و کمیت دماسنجی (x) می توان تعریف کرد که «رابطه‌ی دماسنجی» نامیده می‌شود:

$$T_{(x)} = ax$$

در این رابطه a مقدار ثابتی است.

از رابطه‌ی اخیر نتیجه می‌شود که نسبت دو دمای اندازه‌گیری شده توسط یک دماسنج، مساوی با نسبت xهای متناظر آن‌ها است یعنی:

$$\frac{T_{(x)}}{T_{(x_\circ)}} = \frac{x}{x_\circ}$$

برای تمامی دماسنج‌ها $T_{(x_\circ)} = ۲۷۳(k)$ که دمای مربوط به نقطه‌ی سه گانه‌ی آب است.

توجه: در نقطه ی سه گانه آب، (یخ و آب و بخار آب) با هم در تعادل‌اند.

به طور مثال در دماسنج جیوه‌ای معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{(h)} = ۲۷۳\frac{h}{h_\circ}$$

و در مورد دماسنج گازی به صورت زیر است :

$$T_{(V)} = ۲۷۳\frac{V}{V_\circ}$$

☜ مقیاس‌های دما

الف – مقیاس سلسیوس $(^\circ C)$:

در این مقیاس نقطه سه گانه آب برابر $^\circ C$ ۰ و نقطه‌ی جوش آب $^\circ C$ ۱۰۰ است که بین این دو نقطه‌ی ثابت پایینی و بالایی به صد قسمت مساوی تقسیم شده و هر قسمت یک درجه سلسیوس است.

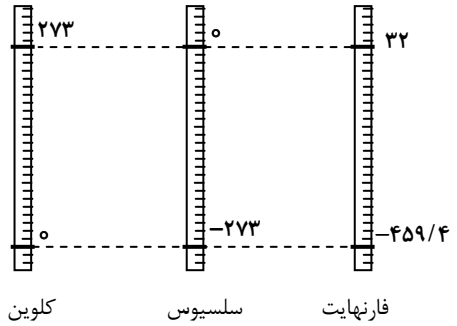
ب – مقیاس کلوین (k) :

در این مقیاس نقطه سه گانه آب برابر $۲۷۳k$ و نقطه‌ی جوش آب $۳۷۳k$ است که بین این دو نقطه به صد قسمت مساوی تقسیم شده و هر قسمت یک کلوین است.

پ – مقیاس فارنهایت $(^\circ F)$:

در این مقیاس نقطه سه گانه آب برابر $^\circ F$ ۳۲ و نقطه‌ی جوش آب $^\circ F$ ۲۱۲ است که بین این دو نقطه به ۱۸۰ قسمت مساوی تقسیم شده و هر قسمت یک درجه‌ی فارنهایت است.

☜ رابطه‌ی مقیاس‌های دما با یکدیگر



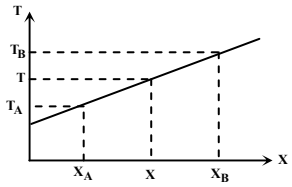
رابطه مقیاس‌های سلسیوس و کلوین: $T_{(k)} = \theta_{(^\circ C)} + ۲۷۳$

رابطه مقیاس‌های فارنهایت و سلسیوس: $T_{(^\circ F)} = ۱/۸\theta_{(^\circ C)} + ۳۲$

در شکل روبه رو مقیاس‌های دما با هم مقایسه شده اند.

نکته‌ی ۱. یک درجه سلسیوس برابر یک کلوین $(\Delta T_{(k)} = \Delta\theta_{(^\circ C)})$ و ۱/۸ درجه‌ی فارنهایت است. $(\Delta T_{(^\circ F)} = ۱/۸\Delta\theta_{(^\circ C)})$

☜ مدرج کردن دماسنج‌ها



از رابطه‌ی دماسنجی $T_{(x)} = ax$ **می توان هر دماسنجی را درجه‌بندی کرده و آن را برای تعیین دمای یک جسم به کار برد:**

چون شیب خط ثابت است می‌توان نوشت:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{T - T_A}{T_B - T_A}$$

تست ۱. **در یک دماسنج جیوه‌ای در دمای $۰^\circ C$ ارتفاع ستون جیوه ۱۰cm و در دمای $۳۵^\circ C$ ارتفاع ستون جیوه ۸۰ cm است. اگر ارتفاع ستون جیوه در این دماسنج هنگام اندازه‌گیری دمای یک جسم ۴۰cm باشد، دمای جسم کدام است؟**

۱) $۵^\circ C$ ۲) $۱۰^\circ C$ ۳) $۱۵^\circ C$ ۴) $۲۰^\circ C$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{T - T_A}{T_B - T_A} \Rightarrow \frac{۴۰ - ۱۰}{۸۰ - ۱۰} = \frac{T - ۰}{۳۵ - ۰} \Rightarrow T = ۱۵^\circ C$$

تست ۲. **اگر دمای جسمی برحسب سلسیوس پنج برابر شود، دمای آن برحسب کلوین دو برابر می‌شود، دمای اولیه‌ی جسم چند درجه سلسیوس است؟**

۱) -۳۰ ۲) ۹۱ ۳) ۲۷۳ ۴) ۱۸۲

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\begin{cases} T_۱ = \theta_۱ + ۲۷۳ \\ ۲T_۱ = ۵\theta_۱ + ۲۷۳ \end{cases} \Rightarrow \theta_۱ = ۹۱^\circ C$$

تست ۳. **دماسنجی دمای $۲^\circ C$ را ۲ و دمای $۲۰^\circ C$ را ۵۰ نشان می‌دهد. این دماسنج دمای جسمی را که $۳۸^\circ C$ است، چند نشان می‌دهد؟**

۱) ۳۸ ۲) ۹۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۵/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\frac{T - T_A}{T_B - T_A} = \frac{\theta - \theta_a}{\theta_b - \theta_a} \Rightarrow \frac{T - ۲}{۵۰ - ۲} = \frac{۳۸ - ۲}{۲۰ - ۲} \Rightarrow T = ۹۸$$

دماسنج غیر مشخص — دماسنج سلسیوس

تست ۴. دماسنجی که درجه‌بندی آن معلوم نیست دمای $5^\circ C$ را ۱۰ و دمای $20^\circ C$ را ۵۰ نشان می‌دهد. این دماسنج و دماسنج سلسیوس در چه دمایی یک عدد را نشان خواهند داد؟

۱) $0^\circ C$ ۲) $1^\circ C$ ۳) $2^\circ C$ ۴) $3^\circ C$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{T-10}{50-10}=\frac{\theta-5}{20-5}\xrightarrow{(T=\theta)}\theta=2^\circ C$$

تست ۵. اگر دمای جسمی ۱۸ درجه فارنهایت افزایش یابد، این افزایش دما چند کلوین است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۸۳ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۲۳

$$\begin{cases}\Delta T_{(^\circ F)}=1/8\Delta\theta_{(^\circ C)}\\ \Delta T_{(k)}=\Delta\theta_{(^\circ C)}\end{cases}\Rightarrow \Delta T_{(^\circ F)}=1/8\Delta T_{(k)}\ \Rightarrow\ 18=1/8\Delta T_{(k)}\ \Rightarrow\ \Delta T_{(k)}=10k$$

انواع دماسنج‌ها

۱) دماسنج جیوه‌ای والکلی، که بر اساس انبساط حجمی مایع بر اثر افزایش دما، کار می‌کنند. گسترهٔ قابل اندازه‌گیری توسط دماسنج جیوه‌ای $-39^\circ C$ تا $357^\circ C$ و توسط دماسنج الکلی $-115^\circ C$ تا $79^\circ C$ می‌باشد.

۲) ترموستات که براساس اختلاف ضریب‌های انبساط طولی دو فلز کار می‌کند. دو نوار فلزی جوش خورده به هم، بر اثر گرم شدن خم شده و باعث قطع مدار می‌شود.

۳) ترموکوپل که براساس اثر ترموالکتریک (ایجاد ولتاژ بین دو سر رسانا بر اثر اختلاف دمای بین آن‌ها) کار می‌کند.

۴) ترمیستور که براساس تغییر مقاومت رسانا بر اثر دما کار می‌کند.

نکته‌ی ۲. مزیت ترموکوپل و ترمیستور نسبت به دماسنج‌های معمول عبارتند از:

الف – کوچک‌اند. ب – دماهای بالاتر را اندازه می‌گیرند.

پ – دقیق‌اند و کوچک‌ترین تغییرات دما را سریع ثبت می‌کنند.

گرما

گرما شکلی از انرژی است که فقط در اثر اختلاف دما، بین یک سیستم و محیط اطرافش مبادله می شود. واحد گرما در SI ژول (J) است. کالری (Cal) نیز به عنوان واحد فرعی گرما به کار می‌رود . $1Cal\approx 4/2J$

برآورد گرما

الف) برآورد گرما در اثر تغییر دما:

مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای معین در جرم یکسان از اجسام مختلف، یکسان نیست. نسبت گرمای (Q) داده شده به یک جسم بر افزایش دمای آن (ΔT) را ظرفیت گرمایی (C) آن جسم می‌نامند. یعنی: $C=\frac{Q}{\Delta T}$

ظرفیت گرمایی یکای جرم جسم، که گرمای ویژه نامیده می‌شود، مشخصه‌ی جنس ماده‌ی تشکیل دهنده جسم است:

$$c=\frac{C}{m}=\frac{Q}{m\Delta T}$$

گرمایی که باید به جسمی به جرم m که گرمای ویژه‌ی آن c است داده شود تا دمای آن از T_1 به T_2 برسد، عبارت است از:

$$Q = mc(T_2 - T_1)$$

در رابطه اخیر m برحسب (kg)، Q برحسب (J)، ΔT برحسب (k) و c برحسب $(\frac{J}{kg.k})$ است.

براساس رابطه‌ی بالا می‌توان گفت گرمای ویژه در واقع مقدار گرمایی است که باید به ۱ کیلو گرم جسم داده شود تا دمای آن $1k(1^\circ C)$ افزایش یابد.

نکته‌ی ۳. چون $\Delta T = \Delta\theta$ می‌باشد، رابطه به صورت $Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$ نیز درست است.

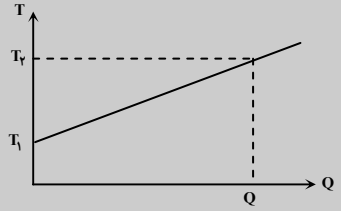
نکته‌ی ۴. گرمای ویژه (c) تابعی از دماست. در بازه‌های دمایی معمول می‌توان آن را ثابت در نظر گرفت.

نکته‌ی ۵.

اگر: $T_2 > T_1 \Rightarrow Q > 0$ (جسم گرما گرفته است)

اگر: $T_2 < T_1 \Rightarrow Q < 0$ (جسم گرما از دست داده است)

نکته‌ی ۶. نمودار تغییرات دمای جسم برحسب گرمای داده شده به آن:



$$\text{شیب خط} = \frac{1}{mc}$$

تست ۶. به دو گلوله مسی با جرم‌های متفاوت به ترتیب ۱۵۰J و ۵۵۰J گرما می‌دهیم تا دمای هر کدام $20^\circ C$ افزایش یابد. اختلاف جرم دو گلوله چند گرم است؟ $(c_{\text{مس}} = 400 \frac{J}{kg.k})$

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$Q = mc\Delta T \begin{cases} 150 = m_1 \times 400 \times 20 \\ 550 = m_2 \times 400 \times 20 \end{cases} \Rightarrow 400 = (m_2 - m_1) \times 400 \times 20$$

$$m_2 - m_1 = 0/05kg \text{ یا } 50gr$$

تست ۷. یک گلوله‌ی مسی با سرعت $200 m/s$ به یک مانع برخورد می‌کند. اگر ۸۰٪ گرمای حاصل از برخورد باعث افزایش دمای گلوله شود، دمای گلوله چند درجه سلسیوس افزایش می‌یابد؟ (گرمای ویژه مس $= 400 \frac{J}{kg.k}$)

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۹۳ ۴) ۳۱۳

بر اثر برخورد تمام انرژی جنبشی گلوله به گرما تبدیل می شود که ۸۰٪ این گرما، دمای گلوله را بالا می‌برد.

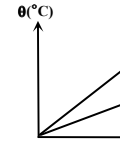
$$k = Q \rightarrow 0/8Q = mc\Delta T \Rightarrow 0/8k = mc\Delta T$$

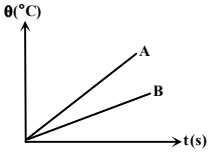
$$\Rightarrow 0/8(\frac{1}{2}mV^2) = mc\Delta T \Rightarrow 0/4V^2 = 400\Delta T$$

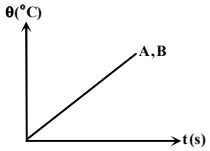
$$\Rightarrow \Delta T = 40_{(k)} \Rightarrow \Delta\theta = 40_{(^\circ C)}$$

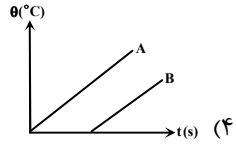
پاسخ: گزینه ۲

تست ۸. به دو گلوله فلزی و هم جرم A و B که دمای اولیه‌ی آن‌ها $0^\circ C$ است، جداگانه و با آهنگ ثابت بـه مقـدار مساوی گرما می‌دهیم. اگر $c_B > c_A$ باشد، کدام نمودار صحیح است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\begin{cases}\Delta\theta = \dfrac{Q}{mc} \\ Q = bt\end{cases} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{bt}{mc} \quad \text{یا} \quad \Delta\theta = (\text{ثابت})\frac{t}{c}$$

رابطه‌ی اخیر نشان می‌دهد به ازای t معین، $\Delta\theta$ با c رابطه‌ی عکس دارد یعنی:

$$c_B > c_A \Rightarrow \Delta\theta_B < \Delta\theta_A$$

ب) برآورد گرما در اثر تغییر حالت:

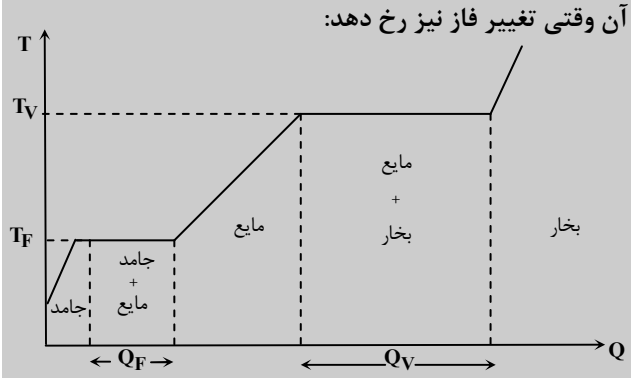
وقتی جسم تغییر حالت (فاز) می دهد، توانایی مبادله‌ی گرما را دارد بی آنکه دمایش تغییر کند. مقدار گرمایی که در تغییر فاز مبادله می‌شود به جنس ماده‌ی تشکیل دهنده جسم، جرم جسم و نوع تغییر فاز بستگی دارد و به آن «گرمای نهان» گفته می‌شود.

گرمای نهان بر اساس نوع تغییر فاز، معلوم می شود:

(I) ذوب (مایع ← جامد) $Q_F = mL_F$ (گرمای نهان ذوب)
(II) انجماد (جامد ← مایع) $Q_F = -mL_F$ (گرمای نهان انجماد)
(III) تبخیر (بخار ← مایع) $Q_V = mL_V$ (گرمای نهان تبخیر)
(IV) میعان (مایع ← بخار) $Q_V = -mL_V$ (گرمای نهان میعان)

در روابط فوق « L_F » گرمای نهان ویژه ذوب (گرمای لازم برای ذوب یکای جرم جسم جامد) نامیده شده و واحـد آن در SI، ژول بـر کیلوگرم $(\frac{J}{kg})$ است. واحد دیگر آن $\frac{Cal}{gr}$ می‌باشد. همچنین « L_V » گرمای نهان ویژه تبخیر (گرمای لازم برای تبخیر یکای جرم جسم مایع) نامیده شده و واحد آن نیز در SI، ژول بر کیلوگرم $(\frac{J}{kg})$ است. واحد دیگر آن $\frac{Cal}{gr}$ می‌باشد.

نکته‌ی ۷. نمودار تغییرات دمای جسم برحسب گرمای داده شده به آن وقتی تغییر فاز نیز رخ دهد:



توجه ۱: در نقطه‌ی ذوب و نقطه‌ی جوش علی‌رغم دریافت گرما، دمای جسم تغییر نمی‌کند.

توجه ۲: شیب نمودار در قسمت‌های اول و اخر تندتر است

تست ۹. گرمای لازم برای تبدیل ۵۰ گرم یخ $-۲۰^\circ C$ به بخار آب $۱۰۰^\circ C$ چند کیلو ژول است؟

($C = ۴/۲ \frac{kJ}{kg.k}$ آب و $C = ۲/۱ \frac{kJ}{kg.k}$ یخ و $L_F = ۳۳۴ \frac{kJ}{kg}$ و $L_V = ۲۲۵۶ \frac{kJ}{kg}$)

۱) ۷۶/۳ ۲) ۷۴/۲ ۳) ۱۵۲/۶ ۴) ۱۴۸/۴

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\text{بخار آب } ۱۰۰^\circ C \xrightarrow{Q_۴} \text{آب } ۱۰۰^\circ C \xrightarrow{Q_۳} \text{آب } ۰^\circ C \xrightarrow{Q_۲} \text{یخ } ۰ \xrightarrow{Q_۱} \text{یخ } -۲۰^\circ C$$

$$Q_T = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴$$
$$Q_T = mc'\Delta\theta' + mL_F + mc\Delta\theta + mL_V$$
$$Q_T = (/۰۵ \times ۲/۱ \times ۲۰) + (/۰۵ \times ۳۳۴) + (/۰۵ \times ۴/۲ \times ۱۰۰) + (/۰۵ \times ۲۲۵۶)$$
$$Q_T = ۱۵۲/۶ kJ$$

تست ۱۰. اگر ۲۱ دقیقه طول بکشد تا مقدار معینی آب از دمای $۱۰^\circ C$ به نقطه جوش ($۱۰۰^\circ C$) برسد، تقریباً چند دقیقه دیگر لازم است تا تمام آب به بخار آب تبدیل شود؟

(گرمای ویژه آب $۴/۲ \frac{kJ}{kg.k}$ و گرمای نهان ویژه تبخیر آب $۲۲۵۶ \frac{kJ}{kg}$)

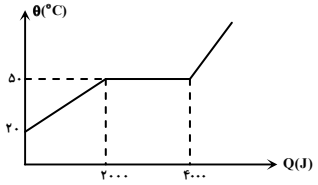
۱) ۶۳ ۲) ۸۴ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون آهنگ دادن گرما ثابت است $(Q = bt)$ بنابراین:

$$\frac{Q_۱}{Q_۲} = \frac{t_۱}{t_۲}$$
$$\frac{mc\Delta\theta}{mL_V} = \frac{t_۱}{t_۲} \rightarrow \frac{۴/۲ \times ۹۰}{۲۲۵۶} = \frac{۲۱}{t_۲} \rightarrow t_۲ = ۱۲۵ \text{ دقیقه}$$

تست ۱۱. نمودار شکل مقابل تغییرات دمای یک جسم جامد را برحسب گرمای داده شده به آن نشان می‌دهد. پس از اینکه ۲۵۰۰ ژول گرما به جسم داده شد:



۱) $\frac{۱}{۴}$ جسم ذوب می‌گردد. ۲) $\frac{۱}{۳}$ جسم ذوب می‌گردد.

۳) $\frac{۲}{۳}$ جسم ذوب می‌گردد. ۴) $\frac{۳}{۴}$ جسم ذوب می‌گردد.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به نمودار ۲۰۰۰J گرما دمای جسم را از $۲۰^\circ C$ به $۵۰^\circ C$ می‌رساند بنابراین فقط ۵۰۰J گرما در ذوب جسم نقش دارد. از طرفی برای ذوب کامل جسم $۲۰۰۰ J = ۴۰۰۰ - ۲۰۰۰$ گرما لازم است.

$$\text{بنابراین: } \frac{۲۰۰۰}{۵۰۰} = \frac{m}{m'} \Rightarrow m' = \frac{۱}{۴}m$$

تست ۱۲. به قطعه یخی که جرمش ۲۰ گرم و دمایش $-۸^\circ C$ است، ۱۴۰۰ کالری گرما می‌دهیم. کدام گزینه در مورد دمای نهایی آن صحیح است؟ ($L_F = ۸۰ \frac{Cal}{gr}$ و $c = ۰/۵ \frac{Cal}{gr.k}$ یخ)

۱) صفر ۲) $-۱^\circ C$ ۳) $۱^\circ C$ ۴) $-۲^\circ C$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

گرمای لازم برای ذوب کامل قطعه یخ برابر است با: $Q = mc\Delta\theta + mL_F$

$$Q = (۲۰ \times ۰/۵ \times ۸) + (۲۰ \times ۸۰) = ۱۶۸۰ Cal$$

چون $۱۶۸۰ > ۱۴۰۰$ است، در نتیجه تمام یخ ذوب نمی شود و مخلوط (آب + یخ) وجود دارد و دمای نهایی $۰^\circ C$ است.

☜ گرماسنجی

اگر دو یا چند جسم با دماهای مختلف در کنار هم قرار گیرند، بین آن‌ها مبادله‌ی گرما صورت می‌گیرد و تا زمانی که دمای جسم‌ها یکسان شود، ادامه می‌یابد. آن‌گاه جسم‌ها به تعادل گرمایی می‌رسند و دمای مشترک آن‌ها را «دمای تعادل» می‌نامند.

☜ معادله تعادل گرمایی

وقتی چند جسم با هم مبادله گرما می‌کنند و به دمای تعادل می‌رسند، همواره می‌توان نشان داد:

$$|\sum Q_1| = |\sum Q_2|$$ «معادله تعادل گرمایی»

طرف اول معادله مجموع گرماهای گرفته شده و طرف دوم معادله مجموع گرماهای از دست داده شده است.

با استفاده از معادله تعادل گرمایی، می‌توان دمای تعادل را حساب کرد:

(I) اگر دو جسم هنگام مبادله ی گرما تغییر حالت ندهند می‌توان نوشت:

$$|\sum Q_1| = |\sum Q_2| \Rightarrow |m_1c_1(\theta_e - \theta_1)| = |m_2c_2(\theta_e - \theta_2)| \Rightarrow$$

$$m_1c_1(\theta_e - \theta_1) = -m_2c_2(\theta_e - \theta_2) \Rightarrow \theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$$

رابطه ی اخیر را می‌توان در مورد چند جسم تعمیم داد:

$$\theta_e = \frac{\sum m_iC_i\theta_i}{\sum m_iC_i}$$

نکته‌ی ۸. هرگاه جسم‌ها جنس یکسان داشته باشند، رابطه خلاصه‌تر می‌شود: $\theta_e = \frac{\sum m_i\theta_i}{\sum m_i}$

نکته‌ی ۹. اگر حجم جسم‌ها معلوم باشد، دمای تعادل عبارت است از: $\theta_e = \frac{\sum V_i\theta_i}{\sum V_i}$

(II) اگر دو جسم هنگام مبادله‌ی گرما، تغییر حالت نیز دهند، استفاده از رابطه‌های اخیر صحیح نمی‌باشد. به همین منظور تعادل گرمایی آب و یخ را بررسی می‌کنیم:

تعادل آب θ درجه و یخ θ' درجه:

آب θ درجه $\xleftarrow{Q_2}$ آب θ_e درجه $\xrightarrow{Q'_3}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q'_2}$ یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q'_1}$ یخ θ' درجه

$$|\sum Q_1| = |\sum Q_2| \Rightarrow |Q'_1 + Q'_2 + Q'_3| = |Q_2| \Rightarrow$$

$$m'c'(0 - \theta') + m'L_F + m'c(\theta_e - 0) = -mc(\theta_e - \theta) \Rightarrow$$

$$\theta_e = \frac{mc\theta - m'L_F + m'c'\theta'}{c(m' + m)}$$

در این رابطه m و m' به ترتیب جرم آب و یخ و c', c به ترتیب گرمای ویژه‌ی آب و یخ هستند.

توجه: اگر یخ $0^\circ C$ باشد، در رابطه‌ی فوق $\theta' = 0$ قرار داده می شود.

در محاسبه‌ی دمای تعادل باید دقت کرد: الف) اگر $\theta_e \geq 0$ به دست آید نشان دهنده‌ی ذوب شدن تمام یخ است. ب) $\theta_e < 0$ به دست آید نشان‌دهنده‌ی ذوب شدن قسمتی از یخ بوده و دمای تعادل واقعی $\theta_e = 0$ است زیرا مخلوط (آب + یخ) وجود دارد. در این حالت جرم یخ ذوب شده برابر است با: $m_x = \frac{mc\theta + m'c'\theta'}{L_F}$ همچنین جرم نهایی آب $(m_x + m)$ خواهد بود.

نکته‌ی ۱۰. در حالت اخیر اگر $m_x < 0$ شود نشان می‌دهد که مقداری از آب یخ بسته است و :

$|m_x| < m \rightarrow$ قسمتی از آب یخ بسته و $\theta_e = 0$

$|m_x| = m \rightarrow$ تمام آب یخ بسته و $\theta_e = 0$

$|m_x| > m \rightarrow$ تمام آب یخ بسته و $\theta_e < 0$

تست ۱۳. در مخزنی ۵۰kg آب $80^\circ C$ وجود دارد. چند کیلوگرم آب $4^\circ C$ به آن اضافه کنیم تا دمای آب درون مخزن $42^\circ C$ شود؟ (تبادل گرمایی ظرف ناچیز است)

۱) ۸۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\theta_e = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow 42 = \frac{(50\times 80) + (m_2 \times 4)}{50 + m_2} \Rightarrow m_2 = 50\,kg$$

تست ۱۴. چند لیتر آب $5^\circ C$ را با چند لیتر آب $95^\circ C$ مخلوط کنیم تا ۱۵۰ لیتر آب $20^\circ C$ به دست آید؟

۱) ۱۰۰ و ۵۰ ۲) ۱۲۵ و ۲۵ ۳) ۵۰ و ۱۰۰ ۴) ۲۵ و ۱۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\theta_e = \frac{V_1\theta_1 + V_2\theta_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 20 = \frac{5V_1 + 95V_2}{150} \Rightarrow \begin{cases} 5V_1 + 95V_2 = 3000 \\ V_1 + V_2 = 150 \end{cases}$$

از حل دستگاه معادلات فوق نتیجه می شود: لیتر $V_1 = 125$ و لیتر $V_2 = 25$

تست ۱۵. ۱۰۰ گرم یخ $0^\circ C$ را در داخل ۲۰۰ گرم آب $30^\circ C$ می‌اندازیم. دمای تعادل چند درجه سلسیوس می شود؟

($L_F = 80\frac{Cal}{gr}$ آب و $C = 1\frac{Cal}{gr.^\circ C}$)

۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\theta_e = \frac{mc\theta - m'L_F}{c(m'+m)} = \frac{(200\times 1\times 30) - (100\times 80)}{1\times(100+200)} \Rightarrow \theta_e < 0$$

قسمتی از یخ ذوب می شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

تست ۱۶. در تست قبل جرم یخ باقی‌مانده چند گرم است؟

۱) ۶۲/۵ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۷۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$m_x = \frac{mc\theta}{L_f} = \frac{200\times 1\times 30}{80} = 75\,gr$$ **(جرم یخ ذوب شده)**

بنابراین جرم یخ باقی‌مانده $100 - 75 = 25\,gr$ می‌باشد.

تست ۱۷. در یک ظرف عایق‌بندی شده ۱/۸ کیلوگرم آب با دمای $10^\circ C$ و ۱۰۰ گرم یخ با دمای $-10^\circ C$ می‌ریزیم. پس از تبادل گرما کدام صحیح است؟

($L_F = 336\frac{J}{g}$ و $C = 2/1\frac{J}{g.^\circ C}$ یخ و $C = 4/2\frac{J}{g.^\circ C}$ آب)

۱) تمام یخ ذوب می‌شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.
۲) ۸۰ گرم یخ ذوب می‌شود و دمای تعادل $0^\circ C$ است.
۳) تمام یخ ذوب می‌شود و دمای تعادل $5^\circ C$ است.
۴) مقداری از آب یخ می زند و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\theta_e = \frac{mc\theta - m'L_F + m'c'\theta'}{c(m'+m)} = \frac{(1800\times 4/2\times 10) - (100\times 336) + (100\times 2/1\times -10)}{4/2(100+1800)} \Rightarrow \theta_e = 5\,^\circ C$$

تمام یخ ذوب می شود و ۱۹۰۰gr آب $5^\circ C$ حاصل می‌شود.

تست ۱۸. قطعه یخی به جرم ۱۰۰gr و دمای $-۳۲^\circ C$ را درون حوضچه‌ی آب صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم. در این صورت: ($L_F = ۳۳۶\frac{kJ}{kg}$ و $C = ۲/۱\frac{kJ}{kg.k}$ یخ)

۱) جرم یخ ثابت می‌ماند.
۲) بر جرم یخ ۲۰ گرم افزوده می شود.
۳) از جرم یخ ۲۰ گرم کاسته می‌شود .
۴) همه‌ی یخ ذوب می‌شود.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$m_x = \frac{mc\theta + m'c'\theta'}{L_F}$$
$$m_x = \frac{۰ + ۱۰۰ \times ۲/۱ \times -۳۲}{۳۳۶} = -۲۰gr$$

یعنی ۲۰gr از آب، یخ می‌زند و در نتیجه ۲۰gr به جرم یخ افزوده می شود.

تست ۱۹. m گرم بخار آب $۱۰۰^\circ C$ را در ۶m گرم آب $۴۶^\circ C$ وارد می کنیم. پس از تعادل گرمایی ۴۰ گرم بخار باقی می‌ماند. m چند گرم است؟ ($L_V = ۵۴۰\frac{Cal}{g}$ و $C = ۱\frac{Cal}{g.^\circ C}$ آب)

۱) ۶۶ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون در محیط (آب + بخار آب) وجود دارد در نتیجه دمای تعادل $\theta_e = ۱۰۰^\circ C$ است.

بخار آب $۱۰۰^\circ C \xleftarrow{Q_۲}$ آب $۱۰۰^\circ C \xrightarrow{Q_۱}$ آب $۴۶^\circ C$

جرم اولیه ی بخار آب $|Q_۱| = |Q_۲| \Rightarrow ۶m \times ۱ \times (۱۰۰ - ۴۶) = -(m - ۴۰) \times -۵۴۰ \Rightarrow m = ۱۰۰gr$

تست ۲۰. در ظرفی ۳۰۰ گرم آب $۱۰^\circ C$ موجود است. یک قطعه یخ $۰^\circ C$ و ۲۵gr بخار آب $۱۰۰^\circ C$ وارد ظرف می‌کنیم. اگر دمای تعادل $۴۰^\circ C$ باشد، جرم قطعه یخ چقدر است؟

($L_V = ۵۴۰\frac{Cal}{g}$ و $L_F = ۸۰\frac{Cal}{g}$ و $C = ۱\frac{Cal}{g.^\circ C}$ آب)

۱) ۳۰۰ گرم ۲) ۱۵۰ گرم ۳) ۵۰ گرم ۴) امکان ندارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

بخار آب $۱۰۰^\circ C \xleftarrow{Q_۱ + Q_۲}$ آب $۴۰^\circ C$

یخ $۰^\circ C \xrightarrow{Q'_۱ + Q'_۲}$
آب $۱۰^\circ C \xrightarrow{Q'_۳}$

$$|Q'_۱ + Q'_۲ + Q'_۳| = |Q_۱ + Q_۲| \Rightarrow$$
$$۸۰m + ۴۰m + ۳۰۰ \times ۱ \times ۳۰ = -[۲۵ \times -۵۴۰ + ۲۵ \times ۱ \times (۴۰ - ۱۰۰)] \Rightarrow m = ۵۰gr$$

تست ۲۱. ظرفی محتوی ۵۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس است. بر اثر <u>تبخیر سطحی</u> مقداری از آب، بخار می شود و بقیه آب به یخ تبدیل می‌شود. جرم یخ حاصل تقریباً چند گرم است؟ ($L_V = ۲۲۵۶\frac{kJ}{kg}$, $L_F = ۳۳۴\frac{kJ}{kg}$)

۱) ۷/۵ ۲) ۴۲/۵ ۳) ۱۴/۵ ۴) ۳۵/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

m: جرم اولیه آب

$m - m'$: جرم آب تبدیل شده به بخار

m': جرم آب تبدیل شده به یخ

$$(m - m')L_V = m'L_F$$
$$(۵۰ - m') \times ۲۲۵۶ = m' \times ۳۳۴$$
$$m' = ۴۳/۵gr$$

☜ انبساط بر اثر گرما

هنگامی که دمای جسم بر اثر گرما افزایش یابد، فاصله‌ی متوسط بین ذرات جسم زیاد شده و این امر موجب انبساط جسم در همه‌ی جهات می‌شود.

☜ الف) انبساط طولی (خطی)

اگر طول جسم جامد نسبت به قطر مقطع آن بسیار بزرگ باشد، انبساط آن در یک بُعد قابل توجه بوده و با « ΔL » نشان داده می‌شود.

ΔL به سه عامل بستگی دارد: ۱- طول اولیه‌ی جسم (L_1) ۲- تغییر دما (ΔT) ۳- جنس جسم $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$

در رابطه‌ی اخیر « α » ضریب انبساط طولی (خطی) نام دارد و برای مواد مختلف دارای مقادیر متفاوت است و می‌توان نوشت:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \Delta T}$$

یعنی α عبارت است از افزایش نسبی طول جسم به ازای افزایش دمای یک کلوین که واحد آن در SI، بر کلوین $(\frac{1}{k})$ می‌باشد.

نکته: اگر بر اثر افزایش دمای جسم، طول آن کاهش یابد، ضریب انبساط طولی منفی برای جسم مطرح می شود. $(\alpha < 0)$

☜ ب) انبساط سطحی

برای یک جسم جامد همسانگرد (انبساط آن در تمام جهات یکسان است)، افزایش نسبی مساحت جسم به ازای افزایش دمای یک کلوین برابر با « 2α » است، یعنی

$$2\alpha = \frac{\Delta A}{A_1 \Delta T} \Rightarrow \Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$$

« 2α » ضریب انبساط سطحی نام دارد.

☜ پ) انبساط حجمی:

افزایش نسبی حجم جسم جامد همسانگرد به ازای افزایش دمای یک کلوین برابر با « 3α » است، یعنی

$$3\alpha = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta T} \Rightarrow \Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T$$

« 3α » را معمولاً β با نشان می‌دهند و ضریب انبساط حجمی نام دارد.

نکته‌ی ۱۱. انبساط جسم جامد همواره به سمت خارج صورت می‌گیرد.

☜ انبساط مایع‌ها

مایع‌ها شکل مشخصی ندارند، بنابراین فقط انبساط حجمی در مورد آن‌ها معنی دارد. اگر ضریب انبساط حجمی مایع را با β نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta T}$$

در نتیجه: $\Delta V = \beta V_1 \Delta T$

با این رابطه انبساط واقعی یک مایع بدست می‌آید.

نکته‌ی ۱۲. بر اثر افزایش دما، ظرف مایع نیز منبسط می‌شود، در نتیجه آنچه از انبساط مایع مشاهده می‌شود انبساط ظاهری است:

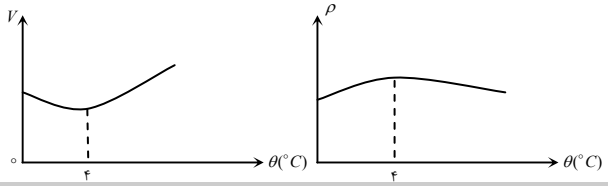
انبساط حجمی ظرف + انبساط ظاهری مایع = انبساط واقعی مایع

نکته‌ی ۱۳. اکثر مایع‌ها با افزایش دما منبسط می شوند و انبساط حجمی آن‌ها معمولاً در حدود ده برابر انبساط حجمی جامدهاست.

انبساط غیر عادی آب

آب در بالاتر از $4^\circ C$ مانند هر مایع معمولی، با افزایش دما منبسط می‌شود هر چند این انبساط غیر خطی است. هنگامی کـه دمـای آب از $4^\circ C$ تا $0^\circ C$ پایین می‌آید به جای آنکه کاهش حجم پیدا کند منبسط می شود و این برخلاف انتظار است.

تغییرات حجم و چگالی آب نسبت به دما در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



نکته‌ی ۱۴. چگالی آب در دمای $4^\circ C$ بیشینه است و همین امر باعث می‌شود آب دریاچه از لایه‌های بالاتر یخ بزند و امکان زیست در لایه‌های پایین‌تر فراهم شود.

نکته‌ی ۱۵. چگالی یک مایع (یا جامد) با تغییر دما، دستخوش تغییر می شود. اگر ρ_1 چگالی مایع در دمای θ_1 باشد، چگالی آن در دمای θ_2 برابر است با:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1+\beta\Delta\theta}$$

تست: به یک میله ی فلزی با طول یک متر و جرم یک کیلوگرم، **۲۰kJ** گرما می‌دهیم، طول میله چند میلی‌متر افزایش می‌یابد؟ ($\alpha = 2\times10^{-5}\frac{1}{k}$, $C = 400\frac{J}{kg.k}$ فلز)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ \Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow \Delta L = \alpha L_1 (\frac{Q}{mc}) = 2\times10^{-5}\times1\times\frac{2\times10^4}{1\times4\times10^2} = 10^{-3}\,m \text{ یا } \Delta L = 1mm$$

تست ۲۲. دمای یک ورقه‌ی آهنی را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تـا مـساحت آن ۰/۶ درصـد زیـاد شـود؟ (ضریب انبساط طولی آهن $= (\frac{1}{k}) = 1/2\times10^{-5}$)

۱) ۱۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\Delta A = 2\alpha A_1\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha\Delta\theta \Rightarrow 0/6\times10^{-2} = 2/4\times10^{-5}\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 250^\circ C$$

تست ۲۳. یک ظرف فلزی به حجم $400\,cm^3$ از مایعی پر شده است. اگر بر اثر دادن گرمـا بـه ظـرف، دمـای آن را $50^\circ C$ افزایش دهیم، چقدر مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟

($(\frac{1}{k}) = 1/5\times10^{-3}$ = ضریب انبساط حجمی مایع و $(\frac{1}{k}) = 2/5\times10^{-5}$ = ضریب انبساط طولی فلز)

۱) $8/5\,cm^3$ ۲) $12/5\,cm^3$ ۳) $18/5\,cm^3$ ۴) $28/5\,cm^3$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

مقدار مایعی که بیرون می‌ریزد برابر انبساط ظاهری مایع است:

$$\Delta V = \beta V_1\Delta\theta - 3\alpha V_1\Delta\theta = V_1\Delta\theta(\beta - 3\alpha) \Rightarrow \Delta V = 400\times50\times(1/5\times10^{-3} - 7/5\times10^{-5}) = 28/5\,cm^3$$

تست ۲۴. قطعه‌ی آهنی را که درون آن حفره ی کروی وجود دارد به طور یکنواخت گرم می‌کنیم، در این صورت:

۱) قطر حفره زیاد می شود. ۲) قطر حفره کم می‌شود. ۳) قطر حفره تغییر نمی کند. ۴) حفره تغییر شکل می‌دهد.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

به ازای افزایش دمای معین، نسبت $\frac{\Delta L}{L_1}$ برای هر بُعد قطعه و قطر حفره یکسان است در نتیجه حفره بدون تغییر شکل بزرگتر می شود.

تست ۲۵. اگر دمای مقداری مایع دو برابر شود، چگالی آن:

۱) نصف می‌شود. ۲) کمتر از نصف می شود. ۳) بیشتر از نصف می شود. ۴) بستگی به دمای اولیه‌ی مایع دارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\begin{cases}\rho_1=\frac{\rho_\circ}{1+\beta\theta_1}\\ \rho_2=\frac{\rho_\circ}{1+\beta\theta_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{1+\beta\theta_1}{1+\beta\theta_2}\xrightarrow{(\theta_2=2\theta_1)}\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{1+\beta\theta_1}{1+2\beta\theta_1}\Rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{1+\beta\theta_1}{2(1+\beta\theta_1)-1}>\frac{1}{2}$$

☜ انتقال گرما

سه مکانیسم متفاوت برای انتقال گرما وجود دارد رسانش، همرفتی و تابش.

(I) در رسانش، گرما به علت افزایش دامنه ی ارتعاش اتم‌های جسم، در آن شارش پیدا می‌کند. آهنگ شارش گرما در جسم به عامل‌های زیر بستگی دارد:

۱- اختلاف دمای بین دو نقطه‌ی جسم (ΔT)

۲- طول جسم (L)

۳) سطح مقطع جسم (A)

۴- رسانندگی گرمایی جسم (k)

در نتیجه آهنگ شارش گرما را در یک جسم می توان با رابطه‌ی روبه رو حساب کرد: $\frac{\Delta Q}{\Delta t}=k\frac{A\Delta T}{L}$

در این رابطه ΔT برحسب (k)، A برحسب (m^2)، L برحسب (m) و k برحسب $(\frac{w}{m.k})$ می باشد.

II) در همرفتی، گرما با جابجایی قسمتی از سیستم (سیال)، شارش پیدا می‌کند. در واقع تغییر چگالی سیال بر اثر دما است که باعث جریان جرمی در میدان گرانشی می شود.

III) در تابش، گرما به شکل موج الکترومغناطیسی (از نوع فروسرخ) منتقل می شود. انتقال گرما از این طریق نیازی به محیط مادی ندارد و با سرعت بسیار زیاد صورت می‌گیرد.

نکته‌ی ۱۶. در دمای معمولی، همه‌ی اجسام تابش گرمایی دارند که غیر مرئی است.

تست ۲۶. قطر دو میله ی استوانه‌ای هم‌جنس، D_1 و D_2 است. طول این دو میله چه رابطه‌ای با هم داشته باشند تا به ازای اختلاف دمای یکسان در دو سر میله ها، آهنگ شارش گرما در آن‌ها یکسان باشد؟

۱) $\frac{L_1}{L_2}=\frac{D_1}{D_2}$ ۲) $\frac{L_1}{L_2}=(\frac{D_1}{D_2})^2$ ۳) $\frac{L_1}{L_2}=\frac{D_2}{D_1}$ ۴) $\frac{L_1}{L_2}=(\frac{D_2}{D_1})^2$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=k\frac{A\Delta T}{L}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow{(A\alpha D^2)}\frac{L_1}{L_2}=(\frac{D_1}{D_2})^2$$

تمرینات فصل ششم

۱. یک دماسنج مخصوص، نقطه ذوب یخ را ۲۰ و نقطه جوش آب را در اتمسفر ۱۰۰ نشان می‌دهد. این دماسنج دمای جسمی را که $۲۵^\circ C$ است چند درجه نشان خواهد داد؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

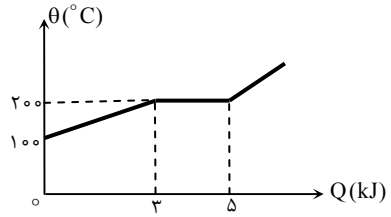
۲. در یک دماسنج جیوه‌ای در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس ارتفاع ستون جیوه ۴۰mm و در دمای $۳۵^\circ C$ ارتفاع ستون جیوه ۸۰mm است. اگر ارتفاع ستون جیوه در این دماسنج در منطقه‌ای ۴۰mm باشد دمای آن منطقه کدام است؟

۱) $۵^\circ C$ ۲) $۱۰^\circ C$ ۳) $۱۵^\circ C$ ۴) $۲۰^\circ C$

۳. چند گرم آب $۵^\circ C$ را با چند گرم آب $۹۵^\circ C$ مخلوط کنیم تا ۱۵۰ گرم آب ۲۰ درجه سلسیوس داشته باشیم؟

۱) ۱۰۰ و ۵۰ ۲) ۱۲۵ و ۲۵ ۳) ۵۰ و ۱۰۰ ۴) ۲۵ و ۱۲۵

۴. نمودار تغییرات دمای جسم جامدی برحسب گرمای داده شده به آن، به صورت شکل مقابل است. اگر جرم جسم ۸ گرم باشد، گرمای ویژه جامد و گرمای نهان ویژه‌ی ذوب آن به ترتیب چند $\frac{kJ}{kg.k}$ و $\frac{kJ}{kg}$ هستند؟



۱) ۳/۷۵ و ۲۵۰
۲) ۲/۵ و ۶۲۵
۳) ۶/۲۵ و ۳۷۵
۴) ۵/۵ و ۱۰۰

۵. ۵۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را در داخل ۲۰۰ گرم آب $۱۰^\circ C$ می‌اندازیم. دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد شد؟

$(L_F = ۳۴۰\frac{kJ}{kg}\ ,\ C = ۴/۲\ \frac{kJ}{kg.k})$

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) صفر

۶. اگر ۴۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را با ۱۲۰ گرم آب $۲۰^\circ C$ مخلوط کنیم، پس از ایجاد تعادل چند گرم یخ باقی می‌ماند؟

$(C = ۱\frac{cal}{g.^\circ k}\ ,\ L_F = ۸۰\frac{cal}{g})$

۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۷. یک گلوله مسی به جرم ۸۴ گرم و دمای $۲۰۰^\circ C$ را روی یک قطعه‌ی بزرگ یخ صفر درجه‌ی سلسیوس قرار می‌دهیم. چند گرم از یخ ذوب می‌شود؟ (گرمای ویژه مس $۰/۴\frac{kJ}{kg.k}$ و گرمای نهان ویژه‌ی ذوب یخ $۳۳۶\frac{kJ}{kg}$)

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۸. ۳ کیلوگرم یخ $-۸^\circ C$ را داخل استخر آب صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم جرم یخ چند گرم افزایش می‌یابد؟ (گرمای ویژه یخ $۰/۴\frac{kJ}{kg.k}$ و گرمای نهان ویژه‌ی ذوب یخ $۳۳۶\frac{kJ}{kg}$)

۱) ۱۵ ۲) ۴۸۰ ۳) ۱۵۰ ۴) صفر

۹. ۸۰ گرم بخار آب $۱۰۰^\circ C$ را در ۴۵۰ گرم آب $۴۰^\circ C$ وارد می‌کنیم، چند گرم بخار آب در محیط باقی می‌ماند؟

$(C_{\text{آب}} = ۱\frac{cal}{g.^\circ k}\ ,\ L_V = ۵۴۰\frac{cal}{g})$

۱) صفر ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۵۰

۱۰. قطر یک گلوله فلزی در $۲۰^\circ C$ برابر ۴cm است. آن را حداقل تا چه درجه حرارتی برحسب سلسیوس باید گرم کرد تا نتواند از حلقه‌ای به شعاع ۲/۰۱cm عبور کند؟ ($\alpha = ۲\times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{k}$ فلز)

۱) ۲۷۰ ۲) ۲۳۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۲۰۰

۱۱. ظرفی محتوی ۶۰ گرم آب صفر درجه‌ی سلسیوس است. بر اثر تبخیر سطحی مقداری از آب بخار می‌شود و بقیه‌ی آب به یخ تبدیل می‌گردد. جرم یخ حاصل چند گرم است؟ $(L_V = ۲۲۱۰\frac{kJ}{kg} , L_F = ۳۴۰\frac{kJ}{kg})$

۱) ۸ ۲) ۵۲ ۳) ۱۵ ۴) ۴۵

۱۲. دمای یک صفحه فلزی $۵۰^\circ C$ است. اگر دمای آن را به $۲۰۰^\circ C$ برسانیم. مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ (ضریب انبساط طولی فلز $\frac{۱}{k} ۲\times ۱۰^{-۵}$)

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۳۶ ۴) مساحت اولیه صفحه باید معلوم باشد.

۱۳. ظرفی به حجم $۱۰۰۰cm^۳$ را از مایعی به ضریب انبساط حجمی $\frac{۱}{k} ۱۵\times ۱۰^{-۵}$ **پر می‌کنیم. دمای ظرف و مایع $۲۰^\circ C$ است اگر دمای این مجموعه را به $۷۰^\circ C$ برسانیم، چقدر مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟** ($\frac{۱}{k}$ **ظرف** $\alpha = ۱۰^{-۵}$)

۱) $۱/۵ cm^۳$ ۲) $۳ cm^۳$ ۳) $۶ cm^۳$ ۴) $۷ cm^۳$

۱۴. مقداری یخ صفر درجه سلسیوس ذوب شده و حجم آن به اندازه‌ی $۱۰ Cm^۳$ کاهش می‌یابد، اگر چگالی آب و یخ به ترتیب ۱ و ۰/۹ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) ۳۰ ۴) ۹۰

۱۵. یک قطعه یخ صفر درجه را در مقداری آب $۳۰^\circ C$ می‌اندازیم. دمای آب $۱۰^\circ C$ کاهش می‌یابد. در این حالت اگر قطعه یخ دیگری کاملاً مشابه با قطعه یخ اول به همان ظرف آب اضافه کنیم. دمای آب چند درجه‌ی سلسیوس کاهش می‌یابد؟ (از مبادله‌ی گرما بین یخ و آب با ظرف و محیط اطراف صرف‌نظر کنید.)

۱) بیشتر از $۱۰^\circ C$ کاهش می‌یابد. ۲) کمتر از $۱۰^\circ C$ کاهش می‌یابد.

۳) $۱۰^\circ C$ کاهش می‌یابد. ۴) دمای آب تغییر نمی‌کند.

۱۶. مقدار گرمایی که از یک میله‌ی شیشه‌ای به طول ۱ m، و به مساحت سطح مقطع $۱۰cm^۲$، در مدت ۶۰S عبور می‌کند، چقدر است؟ (اختلاف دما در دو طرف میله $۳۰^\circ C$ و رسانندگی شیشه $۱\frac{J}{S.m.k}$ **است.)**

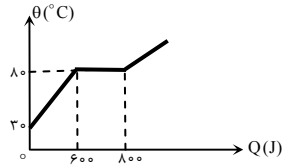
۱) ۱J ۲) ۱/۸J ۳) ۲J ۴) ۳/۸J

۱۷. m گرم آب $۲۰^\circ C$ را با ۱۰m گرم یخ $۱۰^\circ C$- مخلوط می‌کنیم. آنگاه ($L_F = ۸۰\frac{cal}{gr}$ **آب** $c = ۱\frac{cal}{gr^\circ C}$ **یخ** $c = \frac{۱}{۲}\frac{cal}{gr^\circ C}$)

۱) همه‌ی آب یخ بسته و دما به $۵^\circ C$- می‌رسد. ۲) همه‌ی آب یخ بسته و دما به صفر می‌رسد.

۳) $\frac{۵}{۸}$ آب یخ بسته و دما به صفر می‌رسد. ۴) $\frac{۳}{۸}$ آب یخ بسته و دما به صفر می‌رسد.

۱۸. نمودار شکل مقابل تغییرات دمای یک جسم جامد را برحسب گرمای داده شده به آن نشان می‌دهد، پس از اینکه ۶۸۰ ژول گرما به جسم داده شد:



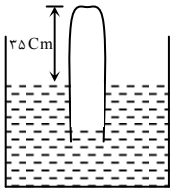
۱) $\frac{۲}{۵}$ جسم ذوب می‌شود. ۲) $\frac{۳}{۴}$ جسم ذوب می‌شود.

۳) $\frac{۲}{۳}$ جسم ذوب می‌شود. ۴) تمام جسم ذوب می‌شود.

۱۹. یک میله و یک مکعب که هم‌جنس و هم‌دما هستند در اختیار داریم. اگر دمای میله را به اندازه‌ی θ افزایش دهیم، افزایش طول آن ۱ درصد طول اولیه‌اش خواهد بود. اگر دمای مکعب را ۲θ افزایش دهیم، حجم آن چند درصد حجم اولیه‌اش زیاد می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۸

۲۰. در شکل مقابل لوله‌ای به طول ۶۰Cm را وارونه داخل جیوه فرو برده‌ایم. اگر اختلاف سطح جیوه در داخل و خارج لوله ۱۵Cm باشد، فشار هوا برابر با چند سانتی‌متر جیوه است؟ (دمای هوا در داخل و خارج لوله برابر است و از خاصیت مویینگی صرف‌نظر می‌شود.)



۱) ۷۰ ۲) ۷۳ ۳) ۷۵ ۴) ۷۸

۲۱. جرم دو گلوله‌ی A و B یکسان و ظرفیت گرمایی ویژه‌ی گلوله A دو برابر B است و دمای اولیه‌ی دو گلوله برابر θ می‌باشد. به هر کدام به یک مقدار گرما می‌دهیم تا دمای آنها به ترتیب به θ_A و θ_B برسد، در این صورت:

۱) $\theta_A = ۲\theta_B$ ۲) $\theta_A - \theta = \frac{۱}{۲}(\theta_B - \theta)$ ۳) $۲(\theta_B - \theta) = \theta_A - \theta$ ۴) $\theta_B = ۲\theta_A$

۲۲. اگر یک دماسنج را که بر اساس درجه‌بندی سلسیوس کار می‌کند در مخلوط آب و یخ قرار دهیم، ارتفاع جیوه درون آن ۱۰Cm خواهد شد و اگر آنرا در مخلوط آب و بخارآب قرار دهیم ارتفاع جیوه ۳۰Cm می‌شود. رابطه‌ی دماسنجی آن کدام است؟

۱) $\theta = ۵h + ۵۰$ ۲) $\theta = -۵h$ ۳) $\theta = ۵h + ۲۵$ ۴) $\theta = ۵h - ۵۰$

۲۳. در یک میله‌ی فلزی واقع بین دو منبع گرم و سرد شارش گرما وجود دارد. میله را دولا کرده و بین همان دو منبع قرار می‌دهیم. آهنگ شارش گرما در حالت دوم چند برابر آهنگ شارش گرما در حالت اول است: (با وجود شارش گرما اختلاف دمای منبع گرم و سرد ثابت می‌ماند.)

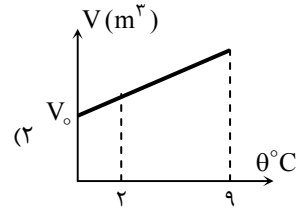
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۴

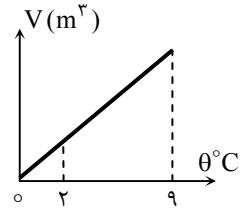
۲۴. m' گرم یخ صفر درجه را داخل m گرم آب $۴۰^\circ C$ می‌اندازیم. دمای تعادل $۲۰^\circ C$ می‌شود. نسبت $\frac{m}{m'}$ کدام است؟

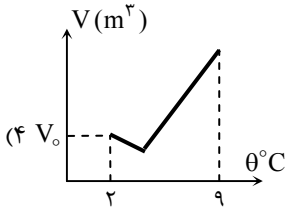
$(L_F = ۳۳۶۰۰۰\frac{J}{kg}$ و آب $C = ۴۲۰۰ J/kg.k)$

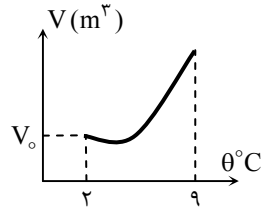
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۵. اگر دمای آب را از $۲^\circ C$ تا $۹^\circ C$ به تدریج افزایش دهیم. نمودار تغییرات حجم آن برحسب دما چگونه خواهد بود؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۶. به وسیله‌ی میله‌ای به طول ۱ متر فاصله‌ی بین دو نقطه را ۴۲۰m اندازه گرفته‌ایم. اگر دمای میله را ۱۰۰ درجه‌ی سلسیوس افزایش دهیم، در اندازه‌گیری مجدد فاصله‌ی این دو نقطه چند متر تخمین زده خواهد شد؟ (α میله $= ۵\times۱۰^{-۴} k^{-۱}$)

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۲۰ ۳) ۴۴۰ ۴) ۴۵۰

۲۷. در ظرفی به جرم m و گرمای ویژه c مایعی به جرم ۲m و گرمای ویژه ۴c در دمای $۲۰^\circ C$ موجود است. اگر فلزی به جرم $\frac{m}{۲}$ با گرمای ویژه ۲c و دمای $۱۰۰^\circ C$ را داخل این ظرف بیاندازیم، دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟

۱) ۸ ۲) ۱۸ ۳) ۲۸ ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۲۸. دو جسم A و B در اختیار داریم به طوری که $m_A = ۳m_B$ و $۲c_A = c_B$ می‌باشد. اگر به جسم A به اندازه‌ی Q و به جسم B به اندازه‌ی ۳Q گرما بدهیم، دمای B چند برابر A افزایش می‌یابد؟

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۲۹. یک قطعه فلز به جرم ۱kg با مشخصات ($c = ۲۰۰\frac{J}{kg^\circ C}$, $\theta = ۱۶۰^\circ C$) را داخل ۵۰gr آب $۸۰^\circ C$ می‌اندازیم، چند گرم از آب بخار می‌شود؟ ($L_V = ۲/۶\times۱۰^۶ \frac{J}{kg}$, $c = ۴۲۰۰\frac{J}{kg^\circ C}$ آب)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۰. ۴۰۰ گرم یخ $-۱۰^\circ C$ حداکثر چند گرم آب $۵۰^\circ C$ را می‌تواند کاملاً به یخ تبدیل کند؟ ($L_F = ۳۵۰ kJ/kg$ و $c = ۴/۲ \frac{kJ}{kg^\circ C}$ آب و $c = ۲/۱ \frac{kJ}{kg^\circ C}$ یخ)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۳۱. دمای جسمی توسط دماسنج الکلی با مقیاس سلسیوس، $۳۰^\circ C$ اندازه‌گیری شده است. دمای این جسم در دماسنج جیوه‌ای که نقطه‌ی ثابت پایینی آن ۱۰ و نقطه‌ی ثابت بالایی آن ۱۴۰ است چند می‌باشد؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۹

۳۲. مقداری بخار آب را وارد یک ظرف محتوی یخ $-۲۰^\circ C$ می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی، مقداری یخ باقی می‌ماند در این صورت:

۱) مقداری بخار باقی می‌ماند. ۲) دمای تعادل صفر است.

۳) یخ باقیمانده در دمای بین صفر و $-۲۰^\circ C$ است. ۴) مقداری یخ به آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

۳۳. $V_۱$ لیتر آب در دمای $۸۰^\circ C$ را با $V_۲$ لیتر آب با دمای $۴۰^\circ C$ مخلوط می‌کنیم، کدام مورد درباره‌ی دمای تعادل (θ_e) صحیح است؟

۱) $۶۰ < \theta_e < ۸۰$ ۲) $\theta_e = ۶۰$ ۳) $۴۰ < \theta_e < ۶۰$ ۴) به مقادیر $V_۱$ و $V_۲$ بستگی دارد.

۳۴. سیمی با مشخصات ($۲m$ = طول و $۴۵۰ \frac{J}{k}$ = ظرفیت گرمایی و $۲۰^\circ C$ = دما و $۲/۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{k}$ = ضریب انبساط طولی) را درون ظرفی پر از جیوه با دمای $۶۰^\circ C$ می‌اندازیم. اگر ظرفیت گرمایی جیوه $۳۰۰ \frac{J}{k}$ باشد، طول میله بعد از رسیدن به دمای تعادل چند میلی‌متر افزایش یافته است؟

۱) ۰/۷۲ ۲) $۷/۲ \times ۱۰^{-۴}$ ۳) ۰/۳۲ ۴) $۳/۲ \times ۱۰^{-۴}$

۳۵. سقف اتاقی به مساحت $۲۰m^۲$ از جنس آجر یک لایه است. هنگامی که دمای محیط بیرون $۲۰^\circ C$ کمتر از دمای داخل اتاق باشد، در مدت ۲۵۰ ثانیه میزان اتلاف گرما از سقف چند کیلو ژول است؟ $(k = ۳/۶ \frac{J}{m^۲ .S.^\circ C})$

۱) ۳/۶ ۲) ۷/۲ ۳) ۳۶۰ ۴) ۷۲۰

۳۶. نمودار رو به رو تغییرات دمای یک جسم جامد را برحسب گرمای داده شده به آن نشان می‌دهد. پس از آنکه $۱۶۰۰J$ گرما به این جسم داده شده:

۱) $\frac{۳}{۵}$ آن ذوب می‌شود. ۲) $\frac{۱}{۵}$ آن ذوب می‌شود.

۳) $\frac{۱}{۵}$ آن جامد باقی می‌ماند. ۴) $\frac{۳}{۵}$ آن جامد باقی می‌ماند.

۳۷. درون ظرفی که داخل یک محفظه‌ی شیشه‌ای کاملاً مسدود قرار گرفته، مقداری آب ریخته‌ایم. اگر با پمپ خلاء قوی هوای داخل محفظه خارج شود:

۱) آب آنقدر داغ می‌شود که شروع به جوشیدن می‌کند. ۲) دمای آب تغییر نمی‌کند.

۳) آب شروع به جوشیدن می‌کند و دمای آن کاهش می‌یابد. ۴) آب منجمد می‌شود.

۳۸. افزایش فشار، نقطه‌ی انجماد آب را .....

۱) بالا می‌برد. ۲) پایین می‌آورد. ۳) تغییر نمی‌دهد. ۴) بستگی به جرم آب دارد.

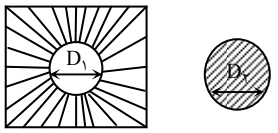
۳۹. یک قطعه یخ $۰^\circ C$ به جرم $۱kg$ به داخل دریاچه‌ای که آب آن $۰^\circ C$ است، سقوط می‌کند. اگر ۱۰ گرم از یخ ذوب شود، کمترین ارتفاع سقوط یخ چند متر است؟ $(L_F = ۳۳۵ \frac{kJ}{kg}, g = ۱۰ m/S^۲)$

۱) ۳۳۵ ۲) ۴۱۵ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۰

۴۰. دماسنجی نقطه‌ی ذوب یخ را ۲۰- و نقطه‌ی جوش آب را ۱۲۰ نشان می‌دهد. این دماسنج دمای $۵۰^\circ C$ را چند درجه نشان می‌دهد؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۰ ۴) ۸۰

۴۱. مطابق شکل از یک صفحه‌ی فلزی، دایره‌ای را برش می‌دهیم. سپس دمای دایره و صفحه‌ی سوراخ شده را به یک اندازه افزایش می‌دهیم. اگر پس از افزایش دما قطر دایره‌ی داخل صفحه، D_1 و قطر دایره‌ی فلزی D_2 باشد، کدام گزینه درست است؟



صفحه‌ی فلزی

۱) $D_1 = D_2$ ۲) $\frac{D_1}{D_2} < 0/5$
۳) $1 < \frac{D_1}{D_2} < 2$ ۴) $0/5 < \frac{D_1}{D_2} < 1$

۴۲. گلوله‌ای با سرعت $100\frac{m}{S}$ به طور افقی به درختی برخورد کرده و با سرعت $20\frac{m}{S}$ از آن خارج شده است. اگر ۸۰٪ انرژی تلف شده آن صرف گرم شدن گلوله شده باشد، دمای گلوله چند درجه سلسیوس افزایش می‌یابد؟ ($c_{\text{گلوله}} = 200\frac{J}{kg.^\circ C}$)

۱) ۱۹/۲ ۲) ۳۰ ۳) ۳۸/۴ ۴) ۱۵

۴۳. m گرم یخ $-10^\circ C$ را با ۲۰kg آب $10^\circ C$ مخلوط می‌کنیم، پس از تعادل گرمایی، ۲kg یخ باقی می‌ماند جرم اولیه‌ی یخ چند کیلو گرم است؟ ($c_{\text{آب}} = 4000\frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{\text{یخ}} = 2000\frac{J}{kg.^\circ c}$ و $L_F = 3\times10^5\frac{J}{kg}$)

۱) $\frac{17}{5}$ ۲) $\frac{15}{7}$ ۳) $\frac{35}{8}$ ۴) $\frac{25}{9}$

۴۴. برای ثابت ماندن اختلاف طول دو میله به طول‌های L_1 و L_2 و ضریب انبساط‌های طولی α_1 و α_2 در دماهای مختلف باید:

۱) $\frac{L_2}{L_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ ۲) $L_1L_2 = (L_2 - L_1)^2$ ۳) $L_1\alpha_1 = L_2\alpha_2$ ۴) چنین چیزی امکان ندارد.

۴۵. درون یک مکعب فلزی با ضریب انبساط طولی $10^{-6}\frac{1}{^\circ C}$ یک حفره‌ی خالی کروی به شعاع ۱۰cm وجود دارد. اگر دمای مکعب $100^\circ C$ افزایش یابد. تغییر حجم کره چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) $0/4\pi$ ۲) $\frac{4}{3}\pi\times10^{-2}$ ۳) $4\pi\times10^{-3}$ ۴) $\frac{4}{3}\pi\times10^{-3}$

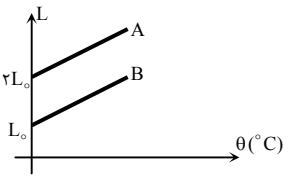
۴۶. در یک ظرف استوانه‌ای شکل مقداری آب $20^\circ C$ قرار دارد. اگر دمای آب به $4^\circ C$ تقلیل پیدا کند و ضریب انبساط ظرف ناچیز باشد، فشار وارد بر کف ظرف و ارتفاع آب درون آن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) هر دو ثابت می‌ماند. ۲) فشار ثابت و ارتفاع کم ۳) فشار زیاد و ارتفاع کم ۴) هر دو کم می‌شود.

۴۷. به یک کره‌ی توپر و یک کره‌ی توخالی از مس که هر دو دارای شعاع مساوی هستند، مقدارهای مساوی گرما می‌دهیم، نسبت تغییر حجم کره‌ی توپر به کره‌ی توخالی برابر است با:

۱) یک ۲) کوچکتر از یک ۳) بزرگتر از یک ۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

۴۸. در نمودار شکل مقابل دو خط موازی A و B تغییر طول دو میله‌ی فلزی را بر حسب دما نشان می‌دهد. بین ضریب انبساط‌های طولی دو میله (α_B, α_A) کدام رابطه برقرار است؟



۱) $\alpha_A = \alpha_B$ ۲) $\alpha_A = \frac{1}{2}\alpha_B$
۳) $\alpha_A = 4\alpha_B$ ۴) $\alpha_A = 2\alpha_B$

۴۹. یک میله‌ی فلزی به طول L_1 و ضریب انبساط طولی α_1 را به میله‌ی دیگری به طول L_2 و ضریب انبساط طولی α_2 در یک امتداد وصل می‌کنیم. ضریب انبساط طولی میله‌ی حاصل برابر است با:

۱) $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ ۲) $\frac{\alpha_1L_1 + \alpha_2L_2}{L_1 + L_2}$ ۳) $\frac{\alpha_1L_1 - \alpha_2L_2}{L_1 + L_2}$ ۴) $\frac{L_1\alpha_1}{L_2\alpha_2}$

۵۰. یک مکعب فلزی با ظرفیت گرمایی $60\frac{J}{k}$ و ضریب انبساط طولی $10^{-5}(\frac{1}{k})$ در دمای صفر درجه سلسیوس قرار دارد. اگر در هر ثانیه به آن ۱۰۰J گرما بدهیم، پس از چند دقیقه حجم آن ۰/۳ درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۶۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ کلیدی تمرینات فصل ششم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	●	○	○
۲.	○	○	●	○
۳.	○	●	○	○
۴.	●	○	○	○
۵.	○	○	○	●
۶.	○	○	●	○
۷.	○	●	○	○
۸.	○	○	●	○
۹.	○	○	●	○
۱۰.	●	○	○	○
۱۱.	○	●	○	○
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	○	○	●	○
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	○	○	●

	۱	۲	۳	۴
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	○	●	○
۲۰.	○	○	●	○
۲۱.	○	●	○	○
۲۲.	○	○	○	●
۲۳.	○	○	○	●
۲۴.	○	○	○	●
۲۵.	○	○	○	●
۲۶.	●	○	○	○
۲۷.	○	○	●	○
۲۸.	●	○	○	○
۲۹.	○	○	●	○
۳۰.	○	●	○	○
۳۱.	○	○	○	●
۳۲.	○	●	○	○
۳۳.	○	○	○	●
۳۴.	●	○	○	○

	۱	۲	۳	۴
۳۵.	○	○	●	○
۳۶.	○	○	●	○
۳۷.	○	○	●	○
۳۸.	○	●	○	○
۳۹.	●	○	○	○
۴۰.	○	●	○	○
۴۱.	●	○	○	○
۴۲.	●	○	○	○
۴۳.	○	○	●	○
۴۴.	○	○	●	○
۴۵.	●	○	○	○
۴۶.	○	●	○	○
۴۷.	○	●	○	○
۴۸.	○	○	○	●
۴۹.	○	●	○	○
۵۰.	●	○	○	○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل ششم

۱.
$$\frac{\theta-a}{b-a}=\frac{T-A}{B-A}\Rightarrow\frac{۲۵-۰}{۱۰۰-۰}=\frac{T-۲۰}{۱۰۰-۲۰}$$
(دماسنج سلسیوس ↓ ، دماسنج غیرمشخص ↓)
$$\Rightarrow T=۴۰$$

۲.
$$\frac{\theta-\theta_۱}{\theta_۲-\theta_۱}=\frac{h-h_۱}{h_۲-h_۱}\Rightarrow\frac{\theta-۰}{۳۵-۰}=\frac{۴۰-۱۰}{۸۰-۱۰}\Rightarrow\theta=۱۵^\circ C$$

۳.
$$\theta_e=\frac{m_۱\theta_۱+m_۲\theta_۲}{m_۱+m_۲}\Rightarrow ۲۰=\frac{۵m_۱+۹۵m_۲}{۱۵۰}\Rightarrow$$
$$\begin{cases}۶۰۰=m_۱+۱۹m_۲\\ m_۱+m_۲=۱۵۰\end{cases}\Rightarrow m_۱=۱۲۵gr\ ,\ m_۲=۲۵gr$$

۴.
$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow c=\frac{Q}{m\Delta\theta}=\frac{۳}{/۰۰۸\times۱۰۰}=۳/۷۵\frac{kJ}{kg.k}$$
$$Q_F=mL_F\Rightarrow L_F=\frac{Q_F}{m}=\frac{۲}{/۰۰۸}=۲۵۰\frac{kJ}{kg}$$

۵. **دمای تعادل آب θ درجه سلسیوس و یخ $0^\circ C$:**
$$\theta_e=\frac{mc\theta-m'L_F}{(m+m')c}$$
$$\theta_e=\frac{(۰/۲\times۴/۲\times۱۰)-(/۰۵\times۳۴۰)}{\text{مخرج}}<۰\Rightarrow$$
قسمتی از یخ ذوب شده و دمای تعادل $0^\circ C$ است.

۶. **چون $\theta_e<۰$ در نتیجه قسمتی از یخ ذوب می‌شود که برابر است با:**
$$m_x=\frac{mc\theta}{L_F}=\frac{۱۲۰\times۱\times۲۰}{۸۰}=۳۰gr$$
(جرم یخ باقی‌مانده) $m=۴۰-۳۰=۱۰gr$

۷. **چون جرم قطعه یخ زیاد است بنابراین همه‌ی آن ذوب نمی‌شود و دمای تعادل برابر صفر درجه سلسیوس می‌شود.**
$$|Q_۱|=|Q_۲|\Rightarrow m_xL_F=-mc(۰-\theta)\Rightarrow$$
$$m_x\times۳۳۶=-/۰۸۴\times۰/۴\times(-۲۰۰)\Rightarrow m_x=/۰۲kg$$
یا $m_x=۲۰gr$

۸. **یخ از آب گرما می‌گیرد و در نتیجه مقداری از آب، یخ بسته و بر جرم یخ افزوده می‌شود:**
(جرم یخ افزوده شده) $m_x=\frac{|mc\theta|}{L_F}=\frac{|۳\times۲/۱\times(-۸)|}{۳۳۶}$
$$=۰/۱۵kg=۱۵۰gr$$

۹.
گرمایی که بخارآب $100^\circ C$ برای تبدیل به آب $100^\circ C$ باید از دست بدهد.
$$Q_V=-mL_V=-۸۰\times۵۴۰=-۴۳۲۰۰J$$
گرمایی که آب $40^\circ C$ برای تبدیل به آب $100^\circ C$ باید بگیرد.
$$Q=mc\Delta\theta=۴۵۰\times۱\times(۱۰۰-۴۰)=۲۷۰۰۰J$$
چون $Q<|Q_V|$ است بنابراین قسمتی از بخار آب به آب تبدیل شده و دمای تعادل $\theta_e=100^\circ C$ می‌شود:
جرم بخار آب تبدیل شده به آب $m_x=\frac{mc(\theta_e-\theta)}{L_V}$
$$=\frac{۴۵۰\times۱\times(۱۰۰-۴۰)}{۵۴۰}=۵۰gr$$
(جرم بخار آب باقی‌مانده) $=۸۰-۵۰=۳۰gr$

۱۰. **شرط اینکه گلوله نتواند از حلقه عبور کند:**
قطر حلقه ≥ قطر گلوله
(حداقل افزایش قطر گلوله) $\Delta L=\alpha L_۱\Delta\theta$
$$۴/۰۲-۴=۲\times۱۰^{-۵}\times۴\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=۲۵۰^\circ C$$
$$\Rightarrow\theta_۲=۲۷۰^\circ C$$

۱۱. **جرم اولیه‌ی آب را «m» و جرم یخ حاصل را «m'» فرض می‌کنیم:**
$$m'\times۳۴۰=(m-m')\times۲۲۱۰\xrightarrow{(m=۶۰)}m'=۵۲gr$$

۱۲.
$$\frac{\Delta A}{A_۱}=(۲\alpha\Delta\theta)\times۱۰۰=۲/۴\times۱۰^{-۵}\times(۲۰۰-۵۰)\times۱۰۰$$
$$=۰/۳۶\%$$

۱۳. **حجم مایعی که از ظرف بر اثر افزایش دما بیرون می‌ریزد همان انبساط ظاهری مایع است.**
$$\Delta V=\Delta V_{\text{(واقعی)}}-\Delta V_{\text{(ظرف)}}$$
$$\Delta V=(۱۵\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰۰\times۵۰)-(۳\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰۰\times۵۰)$$
$$=۶Cm^۳$$

۱۴. **بر اثر ذوب، جرم یک جسم تغییر نمی‌کند.**
m: **(جرم یخ قبل از ذوب)**
m': **(جرم یخ بعد از ذوب)**
$$m=m'\Rightarrow\rho V=\rho'V'\Rightarrow$$
$$۰/۹V=۱\times(V-۱۰)\Rightarrow V=۱۰۰Cm^۳$$ **(حجم اولیه یخ)**
$$m=\rho V=۰/۹\times۱۰۰=۹۰gr$$ **(جرم اولیه یخ)**

۱۵. **[قطعه یخ دوم به آب با جرم بیشتر افزوده شده است، زیرا قطعه یخ اول به آب تبدیل شده است]**
$$\begin{cases}(۱)\ Q=m_۱c\Delta\theta_۱\\ (۲)\ Q=m_۲c\Delta\theta_۲\end{cases}\xrightarrow{(m_۲>m_۱)}\Delta\theta_۲<\Delta\theta_۱$$
$$\Rightarrow\Delta\theta_۲<۱۰^\circ C$$

۱۶.
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{KA\Delta\theta}{L}\Rightarrow\Delta Q=\frac{۱\times۱۰\times۱۰^{-۴}\times۳۰}{۱}\times۶۰$$
$$\Rightarrow\Delta Q=۱/۸J$$

۱۷.

$$\theta_e=\frac{mc\theta-m'L_F+m'c'\theta'}{(m+m')c}=\frac{۲۰m-۸۰m-۵۰m}{\text{مخرج}}<۰$$

یعنی $\theta_e=۰$ و می‌توان نوشت:

$$m_x=\frac{mc\theta+m'c'\theta'}{L_F}=\frac{۲۰m-۵۰m}{۸۰}=-\frac{۳}{۸}m$$

نتیجه می‌شود $\frac{۳}{۸}$ آب یخ می‌بندد.

۱۸. ۶۰۰J گرما صرف افزایش دمای جسم می‌شود، بنابراین ۸۰J صرف ذوب جسم خواهد شد:

$$\frac{۲۰۰}{۸۰}=\frac{m}{m_x}\Rightarrow m_x=\frac{۲}{۵}m$$

۱۹.

$$\frac{\Delta L}{L_۱}=\alpha\Delta\theta\Rightarrow ۰/۰۱=\alpha\theta\quad (I)$$

$$\frac{\Delta V}{V_۱}=۳\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{\Delta V}{V_۱}=۳\alpha(۲\theta)=۶\alpha\theta$$

$$\xrightarrow{(I)}\frac{\Delta V}{V_۱}=۶\times/۰۱=۰/۰۶\ \text{یا}\ ۶\%$$

۲۰.

قبل از فرو بردن در جیوه / بعد از فرو بردن در جیوه

$$P_۱V_۱=P_۱V_۱\Rightarrow P_۱L_۱=P_۲L_۲\Rightarrow$$

$$P_۰\times۶۰=(P_۰+۱۵)\times۵۰$$

$$P_۰=۷۵(\text{Cm Hg})$$

۲۱.

$$\frac{Q_A}{Q_B}=\frac{c_A}{c_B}\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}\xrightarrow{(Q_A=Q_B)}۱=۲\times\frac{\theta_A-\theta}{\theta_B-\theta}$$

$$\Rightarrow\theta_A-\theta=\frac{۱}{۲}(\theta_B-\theta)$$

۲۲.

$$\frac{\theta-\theta_۱}{\theta_۲-\theta_۱}=\frac{h-h_۱}{h_۲-h_۱}\Rightarrow\frac{\theta-۰}{۱۰۰-۰}=\frac{h-۱۰}{۳۰-۱۰}\Rightarrow\theta=۵h-۵۰$$

۲۳.

$$\begin{cases}L_۱=۲L_۲\\ A_۱=\frac{۱}{۲}A_۲\end{cases}\Rightarrow ۴(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_۱=(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_۲$$

۲۴.

$$\theta_e=\frac{mc\theta-m'L_F}{(m+m')c}\Rightarrow$$

$$۲۰=\frac{(m\times۴۲۰۰\times۴۰)-(m'\times۳۳۶۰۰۰)}{(m+m')\times۴۲۰۰}\Rightarrow$$

$$m+m'=۲m-۴m'\Rightarrow\frac{m}{m'}=۵$$

۲۵. تغییرات حجم آب برحسب دما غیر خطی است، ضمن اینکه در دمای $۴^\circ C$، آب بیشترین چگالی و کمترین حجم را دارد.

۲۶. طول میله بر اثر افزایش دما، زیاد می‌شود:

$$L_۲=L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$$

$$L_۲=۱\times(۱+۵\times۱۰^{-۴}\times۱۰^۲)=۱/۰۵m$$

$$\text{فاصله‌ی بین دو نقطه در اندازه‌گیری مجدد}=\frac{۴۲۰}{۱/۰۵}=۴۰۰m$$

۲۷.

$$\theta_e=\frac{m_۱c_۱\theta_۱+m_۲c_۲\theta_۲+m_۳c_۳\theta_۳}{m_۱c_۱+m_۲c_۲+m_۳c_۳}$$

$$=\frac{۲۰mc+۱۶۰mc+۱۰۰mc}{mc+۸mc+mc}\Rightarrow\theta_e=۲۸^{\circ c}$$

۲۸.

$$\frac{Q_B}{Q_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{c_B}{c_A}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

$$\Rightarrow\frac{۳Q}{Q}=\frac{۱}{۳}\times۲\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\Rightarrow\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{۹}{۲}$$

۲۹. تبدیل آب به بخارآب تا زمانی صورت می‌گیرد که دمای فلز و آب $۱۰۰^\circ C$ شود:

$$|Q_۱|=|Q_۲|\Rightarrow\underbrace{|mc\Delta\theta+m_xL_V|}_{\text{آب}}=\underbrace{|mc\Delta\theta|}_{\text{فلز}}\Rightarrow$$

$$(۰/۰۵\times۴۲۰۰\times۲۰)+(۲/۶\times۱۰^۶\times m_x)=-(۱\times۲۰۰\times(-۶۰))\Rightarrow$$

$$m_x=۳\times۱۰^{-۳}kg=۳gr$$

۳۰. مقدار گرمایی که M گرم آب $۵۰^\circ C$ برای تبدیل به M گرم یخ $۰^\circ C$ باید از دست دهد برابر است با:

$$|Q|=|Mc\Delta\theta+ML_F|$$

$$=|(M\times۴/۲\times-۵۰)-۳۵۰M|=۵۶۰M$$

این گرما را یخ $-۱۰^\circ C$ تأمین می‌کند و خود به یخ $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود:

$$۵۶۰M=۰/۴\times۲/۱\times۱۰\Rightarrow M=/۰۱۵kg=۱۵gr$$

۳۱.

$$\frac{\theta-A}{B-A}=\frac{T-a}{b-a}\Rightarrow\frac{۳۰-۰}{۱۰۰-۰}=\frac{T-۱۰}{۱۴۰-۱۰}\Rightarrow T=۴۹$$

۳۲. بخار آب بر اثر از دست دادن گرما به آب تبدیل می‌شود و در محیط مخلوط (آب + یخ) موجود است بنابراین دمای تعادل $۰^\circ C$ است.

۳۳.

$$\theta_e=\frac{۸۰V_۱+۴۰V_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{۴۰(V_۱+V_۲)}{V_۱+V_۲}+\frac{۴۰V_۱}{V_۱+V_۲}$$

$$\Rightarrow\theta_e=۴۰+\frac{۴۰V_۱}{V_۱+V_۲}$$

با توجه به مقادیر $V_۱$ ، $V_۲$ ، θ_e می‌تواند هر مقداری بین $۴۰<\theta_e<۸۰$ داشته باشد.

۳۴. دمای سیم به دمای تعادل (θ_e) می‌رسد. پس نخست دمای θ_e را حساب می‌کنیم:

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow m_1c_1(\theta_e - \theta) = -m_2c_2(\theta_e - \theta)$$

$$۴۵۰(\theta_e - ۲۰) = -۳۰۰(\theta_e - ۶۰) \Rightarrow \theta_e = ۳۶^\circ C$$

$\Delta\theta = ۳۶ - ۲۰ = ۱۶^\circ$ (سیم)، بنابراین افزایش طول سیم برابر است با:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta = ۲/۲۵ \times ۱۰^{-۵} \times ۲ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow \Delta L = ۷۲ \times ۱۰^{-۵} m \text{ یا } \Delta L = ۰/۷۲ mm$$

۳۵.

$$\Delta Q = KAt\Delta\theta \Rightarrow \Delta Q = ۳/۶ \times ۲۰ \times ۲۵۰ \times ۲۰$$

$$\Rightarrow \Delta Q = ۳/۶ \times ۱۰^۵ J \text{ یا } \Delta Q = ۳۶۰ kJ$$

۳۶. ۴۰۰J از گرمای داده شده صرف افزایش دمای جسم و بقیه‌ی گرما صرف ذوب جسم می‌شود:

$$\frac{۱۵۰۰}{۱۲۰۰} = \frac{m}{m_x} \Rightarrow m_x \text{ (ذوب شده)} = \frac{۴}{۵}m \Rightarrow$$

جرم باقی‌مانده $= \frac{۱}{۵}m$

۳۷. تبخیر در خلاء به سرعت انجام می‌گیرد و در حین این فرآیند دمای آب کاهش می‌یابد زیرا تبخیر یک فرآیند گرماگیر است.

۳۸. افزایش فشار، نقطه انجماد آب (نقطه ذوب یخ) را پایین می‌آورد.

۳۹. انرژی پتانسیل گرانشی یخ سرانجام بر اثر برخورد آن به سطح آب به انرژی درونی یخ تبدیل شده و آن را ذوب می‌کند:

$$mgh = m_x L_F$$

$$۱ \times ۱۰ \times h = /۰۱ \times ۳۳۵۰۰۰ \Rightarrow h = ۳۳۵ m$$

۴۰.

$$\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \Rightarrow \frac{۵۰ - ۰}{۱۰۰ - ۰} = \frac{T - (-۲۰)}{۱۲۰ - (-۲۰)} \Rightarrow T = ۵۰$$

۴۱. بر اثر افزایش دما، میزان انبساط سطح خالی و سطح برداشته شده یکسان است. $D_1 = D_2$

۴۲.

$$\text{(انرژی تلف شده) } E = k_1 - k_2 = \frac{۱}{۲}mV_1^۲ - \frac{۱}{۲}mV_2^۲$$

$$\frac{۸۰}{۱۰۰}E = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{۸۰}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}mV_1^۲ - \frac{۱}{۲}mV_2^۲) = mc\Delta\theta \Rightarrow$$

$$\frac{۸۰}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲}(۱۰۰)^۲ - \frac{۱}{۲}(۲۰)^۲) = ۲۰۰\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۱۹/۲^\circ C$$

۴۳.

$$\text{(یخ ذوب شده) } m' - ۲ = \frac{mc\theta + m'c'\theta'}{L_F}$$

$$\Rightarrow m' - ۲ = \frac{(۲۰ \times ۴۰۰۰ \times ۱۰) + (m' \times ۲۰۰۰ \times -۱۰)}{۳ \times ۱۰^۵}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{۳۵}{۸} kg$$

۴۴. برای اینکه اختلاف طول دو میله در هر دمایی ثابت بماند باید: $\Delta L_1 = \Delta L_2$

در نتیجه : $\alpha_1 L_1 \Delta\theta = \alpha_2 L_2 \Delta\theta \Rightarrow \alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$

۴۵. افزایش حجم حفره‌ی کروی را می‌توان برابر افزایش حجم کره‌ای فلزی با همان اندازه، فرض کرد:

$$\Delta V = ۳\alpha V_1 \Delta\theta = ۳ \times ۱۰^{-۶} \times \frac{۴}{۳}\pi \times ۱۰^۳ \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \Delta V = ۴\pi \times ۱۰^{-۱} = ۰/۴\pi$$

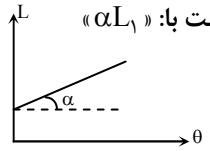
۴۶. با کاهش دمای آب از $۲۰^\circ C$ به $۴^\circ C$، حجم آن کاهش می‌یابد پس ارتفاع آب کم شده و چگالی آن زیاد می‌شود. در نتیجه فشار وارد بر کف ظرف ثابت می‌ماند.

۴۷. چون جرم کره‌ی توپُر زیاد است، به ازای گرمای معین افزایش دمای آن کمتر خواهد بود و:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ \Delta\theta = \dfrac{\Delta V}{۳\alpha V_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{توپر } m}{\text{توخالی } m} = \frac{\text{توخالی } \Delta V}{\text{توپر } \Delta V}$$

$$\xrightarrow{(\text{توپر } m < \text{توخالی } m)} \text{توپر } \Delta V < \text{توخالی } \Delta V$$

۴۸. شیب نمودار L برحسب θ برابر است با: « αL_1 »



$$\text{شیب A} = \text{شیب B} \Rightarrow \alpha_A L_\circ = \alpha_B (۲L_\circ) \Rightarrow \alpha_A = ۲\alpha_B$$

۴۹.

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \Delta\theta} \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2}{(L_1 + L_2)\Delta\theta} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 L_1 \Delta\theta + \alpha_2 L_2 \Delta\theta}{(L_1 + L_2)\Delta\theta} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2}{L_1 + L_2}$$

۵۰.

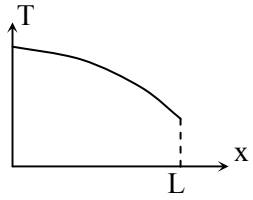
$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ \dfrac{\Delta V}{V_1} = ۳\alpha\Delta\theta \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{mc}{۳\alpha} \cdot \frac{\Delta V}{V_1} \Rightarrow$$

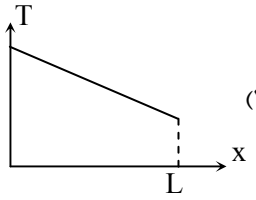
$$Q = \frac{۶۰}{۳ \times ۱۰^{-۵}} \times \frac{۳}{۱۰۰۰} \Rightarrow Q = ۶۰۰۰ J$$

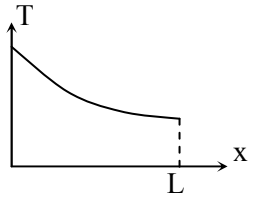
$$t = \frac{۶۰۰۰}{۱۰۰} = ۶۰(s) = ۱ min$$

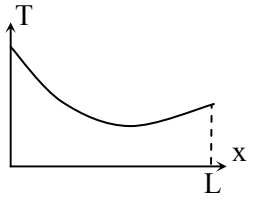
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل ششم

۱. در یک لوله فلزی، آب جریان دارد. در ابتدای لوله $(x=0)$ دمای آب $80^\circ C$ و در انتهای آن $(x=L)$ دمای آب $40^\circ C$ است دمای هوای اطراف لوله $25^\circ C$ است. نمودار تغییرات دمای آب برحسب **x** کدام است؟

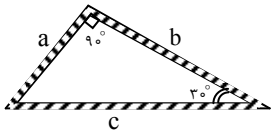
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲. سه میله‌ی c,b,a مطابق شکل به هم متصل شده‌اند. ضریب انبساط خطی میله‌ها به ترتیب $\alpha_c,\alpha_b,\alpha_a$ است به طوری که $\alpha_a=\alpha_b=\alpha$. می‌خواهیم در هر دمایی زاویه‌ی بین **a** و **b**، 90° بماند، نسبت $\frac{\alpha_c}{\alpha}$ کدام است؟



۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{2}$

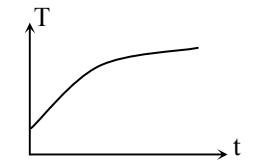
۳. یک قطعه یخ $0^\circ C$ از حالت سکون، داخل دریاچه‌ای به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس سقوط می‌کند و نیمی از آن ذوب می‌شود. حداقل ارتفاعی که یخ از آن افتاده چقدر است؟ $(L_f=333kJ/kg\ ,\ g=10m/S^2\ ,\ C=4/2k.J/kg.k)$

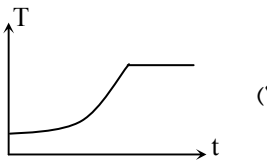
۱) $16/65\,km$ ۲) $33/3\,km$ ۳) $66/6\,km$ ۴) $8/82\,km$

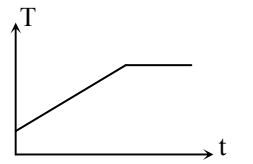
۴. به مقداری یخ در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس مقداری نمک با همین دما اضافه می‌کنیم. کدام‌یک از اتفاق‌های زیر رخ می‌دهد؟

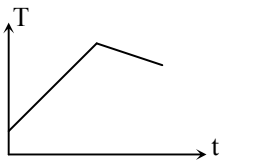
۱) یخ شروع به ذوب شدن می‌کند و دمای مجموعه زیاد می‌شود.
۲) یخ شروع به ذوب شدن می‌کند و دمای مجموعه کم می‌شود.
۳) دمای مجموعه کم می‌شود و یخ ذوب نمی‌شود.
۴) دمای مجموعه زیاد می‌شود و یخ ذوب نمی‌شود.

۵. یک ظرف آب را روی اجاق گاز می‌گذاریم. شعله‌ی گاز تقریباً ثابت است. با فرض اینکه مقدار آبی که قبل از جوشیدن آب تبخیر می‌شود ناچیز باشد. کدام‌یک از این نمودارها به نمودار دمای آب **(T)** برحسب زمان **(t)** نزدیک‌تر است؟

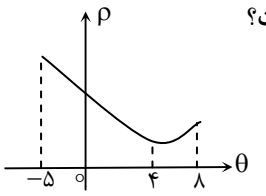
۱) 

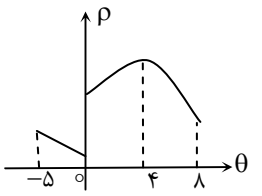
۲) 

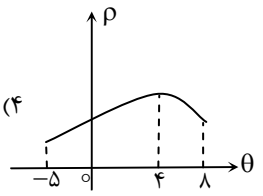
۳) 

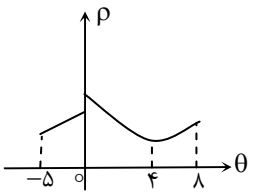
۴) 

۶. یک کیلوگرم آب $8^\circ C$ را سرد می‌کنیم تا به یخ $-5^\circ C$ تبدیل شود. کدام گزینه برای تغییرات چگالی آن برحسب دما درست است؟

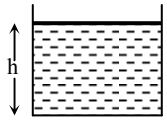
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷. مطابق شکل مایعی به ضریب انبساط حجمی β درون ظرفی شیشه‌ای به ضریب انبساط حجمی k قرار دارد. دمای ظرف و مایع داخل آن به اندازه‌ی $\Delta\theta$ بالا می‌رود. اگر ارتفاع اولیه‌ی مایع درون ظرف h باشد، خواهیم داشت: $h'=h(1+\beta'\Delta\theta)$ به طوریکه:



۱) $\beta'\simeq\beta-k$ ۲) $\beta'\simeq\beta-\frac{2}{3}k$ ۳) $\beta'\simeq\beta$ ۴) $\beta'\simeq\beta+\frac{k}{3}$

۸. می‌خواهیم طول یک میله‌ی مسی را به کمک یک خط‌کش آهنی اندازه‌گیری کنیم، اگر دمای محیط در هنگام اندازه‌گیری θ_1 باشد، طول میله **L** بدست می‌آید. نتیجه اندازه‌گیری طول میله‌ی مسی در محیطی با دمای θ_2 چه خواهد شد؟ $(\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1)$

۱) $L[1+(\alpha_{Fe}-\alpha_{Cu})\Delta\theta]$ ۲) $L[1+(\alpha_{Cu}-\alpha_{Fe})\Delta\theta]$ ۳) $L[1+(\alpha_{Cu}+\alpha_{Fe})\Delta\theta]$ ۴) $L[1+\alpha_{Cu}\Delta\theta]$

۹. اگر دمای جسمی برحسب سلسیوس پنج برابر شود، دمای آن برحسب کلوین دو برابر می‌شود. در این صورت دمای اولیه جسم چند درجه سلسیوس بوده است؟

۱) $-\frac{91}{3}$ ۲) ۹۱ ۳) ۲۷۳ ۴) -۲۷۳

۱۰. یک قطعه فلز به جرم ۸۰۰gr و گرمای ویژه $400\frac{J}{kg.k}$ و دمای $175^\circ C$ را داخل ۵۰۰gr آب $70^\circ C$ می‌اندازیم. بعد از تعادل گرمایی، چند گرم از آب، بخار می‌شود؟ $(C_{آب} = 4/2\frac{J}{gr.k}$ و $L_V = 2600\frac{J}{gr})$

۱) ۰ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۱۶

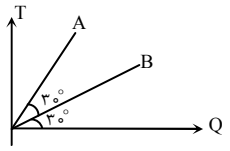
۱۱. **m** گرم آب $20^\circ C$ را با ۳۰m گرم یخ $-10^\circ C$ مخلوط می‌کنیم. پس از تعادل گرمایی، دمای تعادل تقریباً چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($L_f = 80\frac{cal}{gr}$ و $C_{یخ} = \frac{1}{2}\frac{cal}{gr.^\circ C}$ و $C_{آب} = 1\frac{cal}{gr.^\circ C}$)

۱) صفر ۲) ۳/۲ ۳) -۳/۲ ۴) -۶/۴

۱۲. دو قطعه فلز هم‌جنس **A** و **B** را تا دمای $\theta_A = 80^\circ C$ و $\theta_B = 20^\circ C$ گرم کرده روی قطعه یخ بزرگی قرار می‌دهیم. اگر جرم یخی که توسط **A** ذوب می‌شود $\frac{1}{3}$ جرم یخی باشد که توسط **B** ذوب می‌شود. جرم **B** چند برابر جرم **A** است؟

۱) ۶ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۱۲ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۳. نمودار تغییر دمای دو جسم **A** و **B** برحسب گرمای داده شده به آن‌ها مطابق شکل زیر است اگر $m_B = 3m_A$ باشد، نسبت $\frac{C_A}{C_B}$ کدام است؟



۱) ۹ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) $\frac{1}{9}$

۱۴. با توجه به رابطه‌ی $C = \frac{Q}{m\Delta\theta}$، کدام مورد درباره‌ی گرمای ویژه یک جسم صحیح است؟

۱) به جرم جسم بستگی دارد.
۲) با تغییر فاحش دمای جسم، ثابت نمی‌ماند.
۳) به جنس جسم بستگی ندارد.
۴) رابطه عکس با ظرفیت گرمایی جسم دارد.

۱۵. ضریب انبساط سطحی یک فلز $(\frac{1}{k})$ 2×10^{-5} است. اگر قطر صفحه‌ی دایره‌ای شکل از آن فلز در دمای صفر درجه سلسیوس یک متر باشد، افزایش قطر آن در دمای $100^\circ C$ چند میلی‌متر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) ۰/۵

۱۶. ضلع یک مکعب فلزی توخالی در دمای صفر درجه سلسیوس برابر «$a_\circ$» است. حجم مکعب در دمای θ درجه سلسیوس کدام است؟ (ضریب انبساط طولی فلز α است)

۱) $a_\circ^3(1+\alpha\theta)^3$ ۲) $a_\circ^3(1+3\alpha\theta)^3$ ۳) $a_\circ^3(1+2\alpha\theta)^3$ ۴) $a_\circ^3\alpha^3\theta^3$

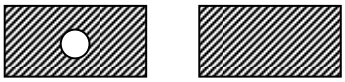
۱۷. اگر با افزایش $1^\circ C$ بر دمای یک ورق فلزی، مساحت آن ۰/۰۲ درصد زیاد شود، حجم یک کره از همان فلز بر اثر افزایش $1^\circ C$ بر دمای آن، چند درصد زیاد می‌شود؟

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۴ ۳) ۰/۰۳ ۴) ۰/۰۸

۱۸. چگالی جسم جامدی در دمای θ برابر ρ است. اگر دمای جسم θ ۳ شود، چگالی آن کدام است؟ (ضریب انبساط طولی جسم α است)

۱) $(\frac{۱+۹\alpha\theta}{۱+۳\alpha\theta})\rho$ ۲) $(\frac{۱+۳\alpha\theta}{۱+\alpha\theta})\rho$ ۳) $(\frac{۱+۳\alpha\theta}{۱+۹\alpha\theta})\rho$ ۴) $(\frac{۱+\alpha\theta}{۱+۳\alpha\theta})\rho$

۱۹. مطابق شکل دو صفحه‌ی آهنی با ابعاد و دمای اولیه یکسان در اختیار داریم. اگر به دو صفحه به یک اندازه گرما دهیم، ابعاد کدام صفحه بیشتر منبسط می‌شود؟



۱) A ۲) B
۳) به یک اندازه منبسط می‌شوند. ۴) به مقدار دمای اولیه‌ی آن‌ها بستگی دارد.

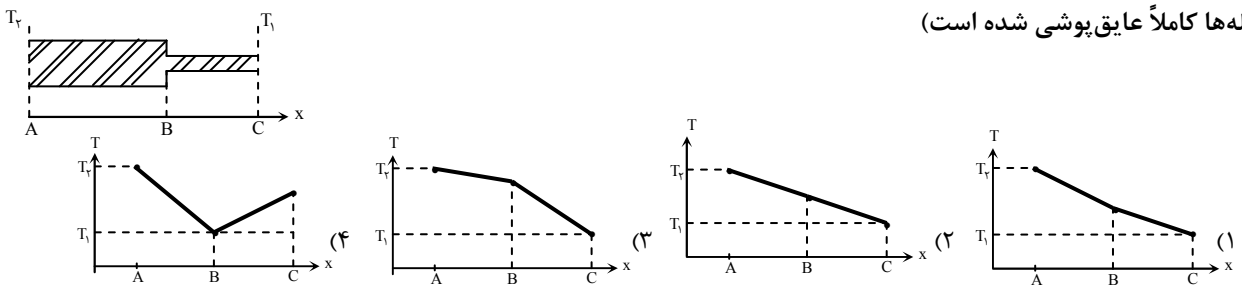
۲۰. mگرم بخار آب $100^\circ C$ می‌تواند m' گرم یخ $-40^\circ C$ را ذوب کند. نسبت $\frac{m'}{m}$ کدام است؟ ($C=1$ یخ $C=2$ آب و $L_F=80\frac{cal}{gr}$, $L_V=540\frac{cal}{gr}$)

۱) $\frac{27}{5}$ ۲) $\frac{5}{27}$ ۳) $\frac{5}{32}$ ۴) $\frac{32}{5}$

۲۱. طول دو میله‌ی آهنی و مسی در دمای θ به ترتیب L_1 و L_2 $(L_2<L_1)$ و ضریب انبساط طولی آنها α_1 و α_2 است. کدام گزینه درست است؟ (α_1 و α_2 مستقل از دما فرض شود)

۱) اگر $\alpha_1L_1<\alpha_2L_2$ باشد، بیشترین اختلاف طول آنها در دمای θ است.
۲) اگر $\alpha_1L_1>\alpha_2L_2$ باشد، در هیچ دمایی اختلاف طول دو میله صفر نمی‌شود.
۳) اگر $\alpha_1L_1\neq\alpha_2L_2$ باشد، دمای دیگری به جز θ وجود دارد که اختلاف طول آنها در آن دما L_1-L_2 شود.
۴) هیچ‌کدام

۲۲. دو میله‌ی یکنواخت مسی با سطح مقطع‌های متفاوت مطابق شکل به یکدیگر وصل شده‌اند و دو انتهای مجموعه با دو منبع گرمایی با دماهای T_1, T_2 $(T_2>T_1)$ در تماس‌اند. کدام نمودار تغییرات دمای میله‌ها را در شرایط ثابت (پایدار) صحیح نشان می‌دهد؟ (میله‌ها کاملاً عایق‌پوشی شده است)



۲۳. یک دماسنج غیر مشخص دمای $5^\circ C$ را ۵۰ درجه و دمای $-20^\circ C$ را ۱۰ درجه نشان می‌دهد. این دماسنج در چه دمایی با دماسنج سلسیوس یک عدد را نشان می‌دهند؟

۱) -40 ۲) $+30$ ۳) -70 ۴) هیچ‌کدام.

۲۴. می‌خواهند حلقه‌ای از جنس A را به دور میله‌ای از جنس B بیندازند. برای این منظور هر دو ماده را گرم می‌کنند. رابطه‌ی بین ضریب انبساط طولی آن‌ها چگونه باشد تا پس از سرد شدن، حلقه، میله را محکم در برگیرد؟

۱) $\alpha_A>\alpha_B$ ۲) $\alpha_A=\alpha_B$ ۳) $\alpha_A<\alpha_B$ ۴) بستگی به افزایش دمای آن‌ها دارد.

۲۵. دماسنجی که از یک حباب و یک لوله‌ی شیشه‌ای تشکیل شده است، $1Cm^3$ جیوه دارد. قطر داخلی لوله چقدر باشد تا تغییر دمای $1^\circ C$، ارتفاع جیوه را $2mm$ تغییر دهد؟ ($\sqrt{3}=1/7$, $\pi=3$, $\frac{1}{k})=1/8\times10^{-4}$ ضریب انبساط حجمی جیوه)

۱) $0/12\,mm$ ۲) $0/34\,mm$ ۳) $0/40\,mm$ ۴) $0/50\,mm$

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل ششم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	●	○
۲.	○	○	●	○
۳.	●	○	○	○
۴.	○	●	○	○
۵.	●	○	○	○
۶.	○	●	○	○
۷.	○	●	○	○
۸.	○	●	○	○
۹.	○	●	○	○
۱۰.	●	○	○	○
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۱۴.	○	●	○	○
۱۵.	●	○	○	○
۱۶.	●	○	○	○
۱۷.	○	○	●	○
۱۸.	○	○	●	○
۱۹.	●	○	○	○
۲۰.	○	○	○	●
۲۱.	○	○	●	○
۲۲.	○	○	●	○
۲۳.	○	○	●	○
۲۴.	●	○	○	○
۲۵.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل ششم

۱. هر چه اختلاف دمای جسم گرم و سرد بیشتر باشد، آهنگ شارش گرما بیشتر است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که از ابتدای لوله تا انتهای آن، آهنگ شارش گرما از آب به محیط کمتر می‌شود.

۲. با توجه به شکل داریم: $c^۲ = a^۲ + b^۲$ (I)
در دمای θ نیز چنین رابطه‌ای باید بین میله‌ها برقرار باشد: $c'^۲ = a'^۲ + b'^۲$

$$c'^۲ = a'^۲ + b'^۲ \Rightarrow$$
$$c^۲(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲ = a^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲ + b^۲(۱+\alpha\Delta\theta)^۲ \Rightarrow$$
$$c^۲(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲ = (a^۲+b^۲)(۱+\alpha\Delta\theta)^۲ \xrightarrow[\text{طبق رابطه}]{(I)}$$
$$(۱+\alpha_c\Delta\theta)^۲ = (۱+\alpha\Delta\theta)^۲ \Rightarrow \alpha_c = \alpha \Rightarrow \frac{\alpha_c}{\alpha} = ۱$$

۳. بر اثر سقوط انرژی پتانسیل گرانشی یخ به انرژی درونی تبدیل شده و باعث ذوب نیمی از یخ می‌گردد:

$$mgh = \frac{m}{۲}L_F \Rightarrow ۱۰h = \frac{۱}{۲}\times ۳۳۳۰۰۰$$
$$\Rightarrow h = ۱۶/۶۵\times ۱۰^۳ m = ۱۶/۶۵ km$$

۴. با افزودن نمک، دمای ذوب یخ پایین می‌آید، بنابراین یخ شروع به ذوب شدن می‌کند و دمای مجموعه (نمک + یخ) کم خواهد شد.

۵. هرچه دمای ظرف بالاتر رود، تابش انرژی از آن نیز بیشتر می‌شود ($T^۴ \propto$ انرژی تابشی) در نتیجه گرمای خالص دریافتی توسط ظرف و آب به تدریج کمتر می‌شود و افزایش دمای آن آهنگ کمتری خواهد داشت.

۶. آب در دمای $۴^\circ C$ بالاترین چگالی را دارد. اما چگالی یخ از چگالی آب در هر دمایی کمتر است، ضمن اینکه مانند هر جسم جامد، با کاهش دما، چگالی یخ افزایش می‌یابد.

۷. انبساط مایع در ظرف، انبساط ظاهری است و بستگی به انبساط ظرف نیز دارد. ارتفاع مایع در دمای θ برابر است با:

$$h' = \frac{V'}{S'} = \frac{V(۱+\beta\Delta\theta)}{S(۱+\frac{۲}{۳}k\Delta\theta)} = h\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+\frac{۲}{۳}k\Delta\theta}$$

از مقایسه‌ی رابطه‌ی اخیر با $h' = h(۱+\beta'\Delta\theta)$ نتیجه می‌شود:

$$\frac{۱+\beta\Delta\theta}{۱+\frac{۲}{۳}k\Delta\theta} = ۱+\beta'\Delta\theta$$
$$\Rightarrow ۱+\beta\Delta\theta = ۱+(\beta'+\frac{۲}{۳}k)\Delta\theta + \frac{۲}{۳}\underbrace{k\beta'\Delta\theta^۲}_{\text{خیلی کوچک}}$$
$$\Rightarrow ۱+\beta\Delta\theta \simeq ۱+(\beta'+\frac{۲}{۳}k)\Delta\theta$$
$$\Rightarrow \beta \simeq \beta'+\frac{۲}{۳}k \Rightarrow \beta' \simeq \beta - \frac{۲}{۳}k$$

۸. اگر خط‌کش آهنی منبسط نمی‌شد، طول میله‌ی مسی در دمای جدید برابر بود با: $L' = L(۱+\alpha_{cu}\Delta\theta)$ ولی از این طول باید انبساط طولی خط‌کش کم شود:

$$L' = L(۱+\alpha_{cu}\Delta\theta) - L\alpha_{Fe}\Delta\theta$$
$$\Rightarrow L' = L + L(\alpha_{cu}-\alpha_{Fe})\Delta\theta$$
$$\Rightarrow L' = L\left[۱+(\alpha_{cu}-\alpha_{Fe})\Delta\theta\right]$$

۹. رابطه‌ی مقیاس‌های سلسیوس و کلوین عبارت است از:

$$T = \theta + ۲۷۳$$
$$۲T = ۵\theta + ۲۷۳ \Rightarrow ۲(\theta+۲۷۳) = ۵\theta + ۲۷۳ \Rightarrow \theta = ۹۱^\circ C$$

۱۰. مقدار گرمایی که فلز می‌تواند از دست دهد و منجر به تبخیر آب شود برابر است با:

$$Q_۱ = mc\Delta\theta = ۰/۸\times ۴۰۰\times(۱۰۰-۱۷۵) = -۲۴۰۰۰ J$$

این گرما نمی‌تواند دمای آب را به $۱۰۰^\circ C$ برساند زیرا:

$$|Q_۱| < mc\Delta\theta$$
$$|-۲۴۰۰۰| < ۰/۵\times ۴۲۰۰\times ۳۰$$

در نتیجه هیچ مقدار از آب، بخار نمی‌شود.

۱۱. چون $\theta_e < ۰$ است بنابراین:

$$m_x = \frac{mc\theta + m'c'\theta'}{L_F} = \frac{۲۰m - ۱۵۰m}{۸۰} = -\frac{۱۳}{۸}m$$

$\left|-\frac{۱۳}{۸}m\right| > m$ در نتیجه تمام آب، یخ بسته و دمای تعادل زیر صفر درجه سلسیوس می‌شود:

می‌توان چنین فرض کرد که اگر $\frac{۵}{۸}m$ گرم آب اضافه‌تر بود دمای تعادل صفر درجه می‌شد یعنی:

$$-\frac{۵}{۸}m\times -۸۰ = ۳۱m\times\frac{۱}{۲}\times(۰-\theta_e) \Rightarrow \theta_e = -\frac{۱۰۰}{۳۱}$$
$$\Rightarrow \theta_e \simeq -۳/۲^\circ C$$

۱۲. گرمایی که باعث ذوب یخ می‌شود متناسب با جرم یخ است: $(Q \propto M)$

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{(mc\Delta\theta)A}{(mc\Delta\theta)B} \xrightarrow{(C_A=C_B)} \frac{۱}{۳} = \frac{M_A}{M_B}\times\frac{(۰-۸۰)}{(۰-۲۰)}$$
$$\Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = ۱۲$$

۱۳. شیب نمودار T برحسب Q برابر است با: $\frac{۱}{mc}$

$$\frac{\tan ۳۰^\circ}{\tan ۶۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{m_Bc_B}}{\frac{۱}{m_Ac_A}} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{c_A}{c_B}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳}\times\frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = ۱$$

۱۴. «C» تابعی از دماست. در دماهای معمول و در بازه‌های دمایی عادی، می‌توان گرمای ویژه را ثابت در نظر گرفت. ضمن اینکه «C» به جرم بستگی ندارد.

۱۵. اگر قطر دایره‌ی فلزی را در دمای صفر درجه سلسیوس با $D_\circ$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta D = D_\circ \alpha\theta \Rightarrow \Delta D = ۱ \times \frac{۲\times۱۰^{-۵}}{۲} \times ۱۰۰ = ۱۰^{-۳}\,m$$
$$\Rightarrow \Delta D = ۱\,mm$$

۱۶. $a = a_\circ(۱+\alpha\theta) \Rightarrow V = a_\circ^۳(۱+\alpha\theta)^۳$ (ضلع مکعب در دمای θ)

۱۷. $\frac{\Delta A}{A_۱} = ۲\alpha\Delta\theta \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۴} = ۲\alpha\times۱ \Rightarrow \alpha = ۱۰^{-۴}(\frac{۱}{k})$

$$\frac{\Delta V}{V_۱} = ۳\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_۱} = ۳\times۱۰^{-۴}\times۱ \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_۱} = ۰/۰۳\%$$

۱۸. $\frac{\rho'}{\rho} = \frac{۱+۳\alpha\theta}{۱+۳\alpha\theta'} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{۱+۳\alpha\theta}{۱+۳\alpha(۳\theta)} \Rightarrow \rho' = (\frac{۱+۳\alpha\theta}{۱+۹\alpha\theta})\rho$

۱۹. جرم صفحه‌ی B بیشتر از جرم صفحه‌ی A است بنابراین به ازای دادن گرمای یکسان به آن‌ها، افزایش دمای صفحه‌ی A بیشتر بوده و انبساط آن زیاد خواهد بود.

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ \Delta L = \alpha L_۱ \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow \Delta L = \frac{\alpha L_۱ Q}{mc} \Rightarrow \Delta L \propto \frac{۱}{m}$$

۲۰.

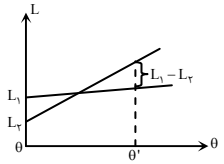
بخار آب $۱۰۰^\circ C \xleftarrow{Q'_۱}$ آب $۱۰۰^\circ C \xleftarrow{Q'_۲}$ آب $۰^\circ C \xrightarrow{Q_۲}$ یخ $۰^\circ C \xrightarrow{Q_۱}$ یخ $-۴۰^\circ C$

$$Q_۱ + Q_۲ = -(Q'_۱ + Q'_۲) \Rightarrow m'c'\Delta\theta + m'L_F = -(-mL_V + mc\Delta\theta) \Rightarrow$$

$$m'\times\frac{۱}{۲}\times۴۰ + m'\times۸۰ = -(-m\times۵۴۰ - m\times۱\times۱۰۰) \Rightarrow$$

$$۱۰۰m' = ۶۴۰m \Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{۶۴۰}{۱۰۰} = \frac{۳۲}{۵}$$

۲۱. در نمودار L برحسب θ، شیب نمودار برابر است با: αL



با توجه به شکل مقابل واضح است اگر برای دو میله $\alpha_۱L_۱ \neq \alpha_۲L_۲$ باشد، در دمای دیگری (θ') اختلاف طول آن‌ها برابر $L_۱ - L_۲$ شده است. نادرست بودن گزینه‌های دیگر آشکار است.

۲۲. مقدار شارش گرما در زمان Δt در هر دو میله یکسان است (در غیر این‌صورت دمای نقاط مختلف میله یکسان نبود) بنابراین در میله‌ی با مقطع بزرگتر، اختلاف دمای دو سر آن کمتر است. $(A \propto \frac{۱}{\Delta\theta})$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\Delta\theta$$

۲۳.

$$\frac{\theta-\theta_۱}{\theta_۲-\theta_۱} = \frac{T-T_۱}{T_۲-T_۱} \Rightarrow \frac{\theta-۵}{-۲۰-۵} = \frac{T-۵۰}{۱۰-۵۰} \xrightarrow{(\theta=T)}$$
$$\frac{T-۵}{-۲۵} = \frac{T-۵۰}{-۴۰} \Rightarrow T = -۷۰$$

۲۴. باید میزان انبساط یا انقباض حلقه A بر اثر تغییر دما، بیش از میله‌ی B باشد.

۲۵. اگر از انبساط شیشه بعلت ناچیز بودن آن، چشم پوشی شود، می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_۱\beta\Delta\theta \Rightarrow (\frac{\pi D^۲}{۴})\Delta h = V_۱\beta\Delta\theta \Rightarrow$$

$$\frac{۳D^۲}{۴}\times۰/۲ = ۱\times۱/۸\times۱۰^{-۴}\times۱ \Rightarrow D^۲ = ۱۲\times۱۰^{-۴} \Rightarrow$$
$$D = ۲\sqrt{۳}\times۱۰^{-۲}\,cm \text{ یا } D = ۰/۳۴\,mm$$

فصل هفتم

ترمودینامیک

جلسه‌ی دهم

همانطور که می‌دانیم انرژی الکتریکی یک انرژی بسیار اساسی و مهم در زندگی امروزی می‌باشد که به طور گسترده‌ای در منازل و کارخانجات مورد استفاده قرار می‌گیرد و هر چه قدر زندگی انسان‌ها وسعت بیشتری می‌یابد مصرف انرژی الکتریکی افزایش می‌یابد طوری که میزان پیشرفته بودن هر کشور از روی میزان مصرف انرژی الکتریکی در آن کشور تعیین می‌گردد.

انرژی الکتریکی در مقیاس کلان در نیروگاه‌های تولید برق که به دو دسته نیروگاه‌های آبی و نیروگاه‌های بخاری تقسیم می‌شوند تولید می‌گردد و از آنجا که در بسیاری از کشورها به علت کمبود رودهای پر آب امکان وجود نیروگاه‌های آبی نیست لذا نیروگاه‌های بخاری برای تولید انرژی الکتریکی مد نظر می‌باشند و البته سوخت نیروگاه‌های بخاری می‌تواند از نوع سوخت‌های فسیلی و یا سوخت هسته‌ای باشد.

در نیروگاه‌های بخاری انرژی گرمایی تولید شده از سوخت تبدیل به انرژی مکانیکی می‌گردد و انرژی مکانیکی حاصله توسط ژنراتور به انرژی الکتریکی تبدیل می‌گردد. در ترمودینامیک مراحل تبدیل انرژی گرمایی به انرژی مکانیکی مورد بحث و بررسی کامل و دقیق قرار می‌گیرد. همچنین وسایلی نظیر یخچال و کولر گازی نیز که کاربرد زیادی دارند از اصول و قوانین ترمودینامیک پیروی می‌کنند که در این فصل طرز کار آن‌ها را نیز مورد بررسی قرار خواهیم داد.

☜ ماشین گرمایی

وسیله‌ای است که گرما را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند و به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱- ماشین گرمایی درون‌سوز

۲- ماشین گرمایی برون‌سوز

☜ کمیت‌های ماکروسکوپیک و میکروسکوپیک

رفتار ماده را می‌توان بر حسب کمیت‌هایی مانند فشار، دما و . . . توضیح داد. این کمیت‌ها به وضعیت ماده در مقیاس بزرگ بستگی دارد و به جزئیات رفتار تک‌تک مولکول‌ها وابسته نیستند. کمیت‌هایی که وضعیت ماده را در مقیاس بزرگ توصیف می‌کنند، کمیت‌های ماکروسکوپیک نامیده می‌شوند. علم ترمودینامیک رفتار ماده را بر حسب این کمیت‌ها توصیف می‌کند.

سرعت حرکت هر مولکول، شتاب حرکت هر مولکول و . . . که به بررسی رفتار تک تک اجزای ماده می‌پردازند؛ کمیت‌های میکروسکوپیک نامیده می‌شوند.

کمیت‌های ماکروسکوپیک را می‌توان بر حسب کمیت‌های میکروسکوپیک بیان کرد. به عنوان مثال همان‌طور که در تعبیر مولکولی دما داشتیم، دمای هر جسم متناسب است با انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های سازنده‌ی آن.

☜ دستگاه و محیط

در این فصل به بررسی و توصیف قانون‌های ترمودینامیک و کاربرد آن‌ها می‌پردازیم. به همین منظور تحولات ماده‌ی خاصّی را که معمولاً به صورت گاز یا مایع است درنظر می‌گیریم. این ماده را دستگاه می‌نامیم.

آن‌چه در اطراف دستگاه قرار دارد و می‌تواند با آن تبادل انرژی داشته باشد، محیط نامیده می‌شود.

معادله‌ی حالت

هنگامی که دما و فشار در تمام قسمت‌های گاز قرار گرفته در محفظه‌ای یکسان باشد می‌گوییم گاز در حالت تعادل است. در حالت تعادل می‌توان برای گاز یک فشار، یک حجم و یک دما تعیین کرد.

کمیت‌های ماکروسکوپیک فشار، حجم و دمای مطلق که حالت دستگاه را می‌توان برحسب آن‌ها توصیف کرد متغیرهای ترمودینامیکی نامیده می‌شوند.

متغیرهای ترمودینامیکی از یکدیگر مستقل نیستند و با هم رابطه دارند. رابطه‌ی بین متغیرهای ترمودینامیکی معادله‌ی حالت نامیده می‌شود.

معادله‌ی حالت یک دستگاه در حالت کلی بسیار پیچیده است ولی هنگامی‌که گازها بسیار رقیق باشند معادله‌ی حالت آن‌ها ساده و مستقل از نوع گاز است. در این حالت گاز را گاز کامل می‌نامند. برای مقدار معینی گاز کامل نسبت $\frac{PV}{T}$ مقدار ثابتی است. این مقدار ثابت به مقدار گاز بستگی دارد و مستقل از نوع گاز است و داریم:

$$\frac{PV}{T} \propto n \quad (\text{تعداد مول})$$

$N_A = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ به تعداد عدد آووگادرو مولکول از آن گاز = ۱ مول از هر گاز

جرم مولی یا جرم مولکولی = جرم یک مول از هر گاز

$$\underset{\text{تعداد مول}}{n\ (\text{mole})} = \frac{\underset{\text{جرم گاز}}{m\ (gr)}}{\underset{\text{جرم مولکولی گاز}}{M\ (gr/mole)}}$$

برای تبدیل تناسب فوق به تساوی نیاز به یک ضریب داریم که این ضریب با علامت R نشان داده می‌شود، که به آن ثابت گازها گفته می‌شود، پس خواهیم داشت:

$$\frac{\overset{Pa}{\nwarrow}\ \overset{m^۳}{\nearrow}}{\underset{K}{\swarrow}} = \underset{\downarrow\ mole}{nR} \rightarrow R = ۸/۳۱۴ \frac{j}{mole.K}$$

نکته‌ی ۱. اگر دستگاه از حالت $\begin{cases} P_۱ \\ V_۱ \\ T_۱ \end{cases}$ به حالت $\begin{cases} P_۲ \\ V_۲ \\ T_۲ \end{cases}$ برود خواهیم داشت: $\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}$

نکته‌ی ۲. قانون گازها را می‌توان به صورت $\frac{PV}{nT} = R$ نوشت و از این رابطه می‌توان برای مقایسه‌ی دو دستگاه متفاوت با هم استفاده کرد.

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱n_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲n_۲}$$

مثال ۱. حجمی که یک مول گاز در شرایط متعارفی اشغال می‌کند، چقدر است؟

حل:

$$\text{شرایط متعارفی} \begin{cases} P = ۱\ atm = ۱/۰۱\times۱۰^{۵}\ Pa & n = ۱\ mole \\ \theta = ۰^{\circ}C \Rightarrow T = ۲۷۳/۱۵\ K \end{cases}$$

$$\frac{PV}{T} = nR \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \Rightarrow V = \frac{۱\times۸/۳۱۴\times۲۷۳/۱۵}{۱/۰۱\times۱۰^{۵}} = ۰/۰۲۲۴\ m^۳ = ۲۲/۴\ lit$$

تست ۱. اگر دمای مطلق گاز کاملی را ۳ برابر و فشار آن را ۲ برابر کنیم چگالی آن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۶ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$\frac{PV}{T}=$ مقدار ثابت $\Rightarrow$ دوبرابر، سه برابر

حجم $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود

$\rho=\frac{m}{V}$ ($m\to$ ثابت، $V\to \frac{۳}{۲}$ برابر) $\Rightarrow$ چگالی $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود

تست ۲. دمای مقدار معینی گاز کامل را در فشار ثابت $۳۰^\circ C$ افزایش داده‌ایم حجم آن ٪۱۵ افزایش می‌یابد. دمای اولیه گاز چند کلوین بوده است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\Delta\theta=۳۰^\circ C\Rightarrow \Delta T=۳۰K\Rightarrow T_۲=T_۱+۳۰$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{P_۱=P_۲}\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{۱/۱۵V_۱}{T_۱+۳۰}\Rightarrow ۱/۱۵T_۱=T_۱+۳۰\Rightarrow ۰/۱۵T_۱=۳۰\Rightarrow T_۱=۲۰۰$$

تست ۳. چگالی گاز هیدروژن در دمای ۲۰۰K و فشار ۸/۳atm چند $\frac{Kg}{m^۳}$ است؟

۱) ۱ ۲) ۱۰۰ ۳) ۴ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$M_{H_۲}=۲\frac{gr}{mole}=۰/۰۰۲\frac{Kg}{mole}$$

$$PV=nRT\Rightarrow PV=\frac{m}{M}RT\Rightarrow\frac{m}{V}=\frac{PM}{RT}\Rightarrow\rho=\frac{PM}{RT}=\frac{۸/۳\times۱۰^۵\times۰/۰۰۲}{۸/۳\times۲۰۰}=۱\frac{Kg}{m^۳}$$

تست ۴. یک حباب هوا از ته استخری به عمق ٤ متر به سطح آب می‌آید اگر دمای آن ثابت بماند تغییر حجم حباب نسبت به حجم اولیه‌اش چند درصد است؟ ($\rho_{آب}=۱۰۰۰\frac{Kg}{m^۳}$ ، $P_۰=۱۰^۵pa$ هوا ، $g=۱۰\frac{N}{Kg}$)

۱) ۱/۴ ۲) ۰/۴ ۳) ۴ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{T_۱=T_۲}P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{P_۱}{P_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{P_۰+\rho gh}{P_۰}=\frac{۱۰^۵+۱۰۰۰\times۱۰\times۴}{۱۰^۵}$$

$$\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=۱/۴\Rightarrow\Delta V=۰/۴V_۱\Rightarrow\frac{\Delta V}{V_۱}\%=۴۰\%$$

تست ۵. در یک کپسول ٤ لیتر گاز در دمای ۲۷ درجه سانتی‌گراد و فشار ۱۰ اتمسفر موجود است. کپسول سوراخ شده و ۲۰ لیتر از گاز آن در فشار یک اتمسفر به بیرون می‌رود. جرم گاز باقی‌مانده در کپسول چند برابر گاز اولیه است؟ (دما ثابت است)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$PV=nRT\Rightarrow n=\frac{PV}{RT}$$

چون تعداد مول ثابت می‌باشد پس می‌توان گفت:

تعداد مول‌های خارج شده $\rightarrow n = n_1 + n_2 \leftarrow$ تعداد مول‌های اولیه

$\downarrow$

تعداد مول‌های باقی‌مانده در کپسول

$$\Rightarrow \frac{PV}{RT} = \frac{P'V'}{RT} + \frac{P''V''}{RT} \Rightarrow PV = P'V' + P''V''$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۴ = P' \times ۴ + ۱ \times ۲۰$$

$$\Rightarrow P' = ۵ \text{ atm}$$ **فشار گاز باقی‌مانده**

$$\frac{m'}{m} = \frac{n'}{n} = \frac{\frac{P'V'}{RT}}{\frac{PV}{RT}} = \frac{P'}{P} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$$

تست ۶. **در یک مخزن با حجم ثابت ۳ مول گاز A و ۵ مول گاز B قرار دارد. اگر به طریقی گاز A را از مخزن خارج کنیم فشار گاز درون مخزن چند برابر می‌شود به شرطی که دما ثابت باشد؟**

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} = R \quad \Rightarrow \frac{P_1V}{۸T} = \frac{P_2V}{۵T} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{۵}{۸}$$

فرآیندهای ترمودینامیکی

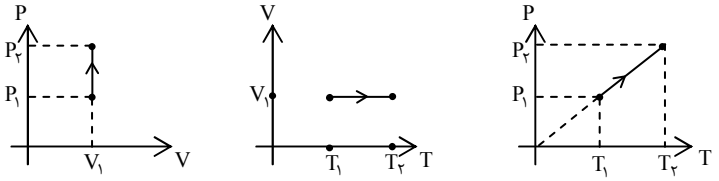
هنگامی که دستگاه از یک حالت به حالت دیگر می‌رود، می‌گوییم یک فرآیند ترمودینامیکی انجام شده است.

حالت اولیه **حالت ثانویه**

$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{فرآیند ترمودینامیکی}} \begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{cases}$$

فرآیندهای ترمودینامیکی را می‌توان در دستگاه مختصات $P-V$ یا $P-T$ یا $V-T$ نمایش داد.

به عنوان مثال اگر به مقداری گاز که درون محفظه‌ای محبوس است گرما بدهیم به طوری که دمای آن از T_1 به T_2 افزایش یابد و حجم آن را ثابت نگه‌داریم، فشار نیز از P_1 به P_2 افزایش می‌یابد. در این حالت:



نمودار $P-T$ خط راستی با شیب $\frac{nR}{V}$ می‌شود که از مبدأ می‌گذرد:

$$P = \underbrace{\frac{nR}{V}}_{\text{cte}} T$$

ترمودینامیک فقط به بررسی وضعیت ماده در حالت‌های تعادل می‌پردازد بنابراین برای بررسی رفتار گاز با استفاده از این علم، باید فرآیند (مثلاً گرم کردن گاز یا جابه‌جا کردن پیستون را) آن‌قدر آهسته انجام دهید که گاز در هر لحظه به حالت تعادل بسیار نزدیک باشد. در نتیجه متغیرهای ترمودینامیکی P و T در حین فرآیند در همه جا یکسان و مقدار مشخصی داشته باشند در این صورت با معلوم بودن متغیرهای ترمودینامیکی می‌توان همه‌ی مراحل فرآیند را در نمودارهای مربوطه نشان داد.

تبادل انرژی

تبادل انرژی بین محیط و دستگاه از دو طریق گرما و کار صورت می‌گیرد:

الف) گرما: انرژی است که به علت اختلاف دما بین دو جسم مبادله می‌شود.

گرما هنگامی بین محیط و دستگاه مبادله می‌شود که این دو با هم اختلاف دما داشته باشند، طبق قرارداد گرمایی را که دستگاه می‌گیرد با علامت + و گرمایی را که دستگاه از دست می‌دهد با علامت – نشان می‌دهیم.

Q :گرمای داده شده به دستگاه توسط محیط

$$Q' = -Q$$

Q' :گرمای داده شده به محیط توسط دستگاه

اگر محیط به دستگاه گرما دهد : $Q' < 0 \ , \ Q > 0$

اگر دستگاه به محیط گرما دهد : $Q' > 0 \ , \ Q < 0$

هنگامی که دستگاه با محیط تبادل گرما می‌کند، معمولاً فرض می‌شود که با یک منبع گرما (چشمه‌ی گرمایی) در تماس است.

منبع گرما

جسمی است که اگر گرما از دست بدهد یا بگیرد، دمای آن تغییر قابل ملاحظه‌ای نکند، به عنوان مثال هوای یک اتاق را می‌توان برای یک استکان چای داغ به عنوان منبع گرما درنظر گرفت، اگرچه دمای چای داغ تغییر زیادی می‌کند ولی دمای هوای اتاق، تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند.

مثال ۲. آیا از مخلوط آب و یخ می‌توان به عنوان منبع گرما استفاده کرد؟

حل:

تا هنگامی که تمام یخ آب نشود، یا تمام آب یخ نشده باشد دمای مخلوط آب و یخ حتی در صورت تبادل گرما صفر می‌ماند و تغییر نمی‌کند پس می‌توان آن را به عنوان منبع گرما درنظر گرفت.

ب) کار: ممکن است در یک فرآیند ترمودینامیکی حجم گاز نیز تغییر کند و گاز متراکم یا منبسط شود، در این حالت کار صورت می‌گیرد. اگر گاز متراکم شود؛ یعنی محیط روی دستگاه کار انجام داده است و اگر گاز منبسط شود؛ دستگاه روی محیط کار انجام داده است. داریم:

$$W' = -W$$

W : کار انجام شده روی دستگاه توسط محیط

W' : کار انجام شده روی محیط توسط دستگاه

اگر محیط روی دستگاه کار انجام دهد : $W' < 0 \ , \ W > 0$ تراکم

اگر دستگاه روی محیط کار انجام دهد : $W' > 0 \ , \ W < 0$ انبساط

در این حالت تبادل انرژی بین دستگاه و محیط از طریق کار صورت می‌گیرد.

فرآیندهای خاص

هنگام تغییر حالت دستگاه از $\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases}$ به $\begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{cases}$ متغیرهای ترمودینامیکی می‌توانند به طرق مختلف تغییر کنند. بعضی از فرآیندها کاربردهای وسیع‌تری دارند که عبارتند از:

I) فرآیند هم حجم:

در طول فرآیند حجم ثابت است.

II) فرآیند هم فشار:

در طول فرآیند فشار ثابت است.

III) فرآیند هم دما:

در طول فرآیند دما ثابت است.

IV) فرآیند بی‌دررو:

دستگاه و محیط تبادل گرمایی نخواهند داشت.

حال به بررسی هر یک از فرآیندهای فوق می‌پردازیم:

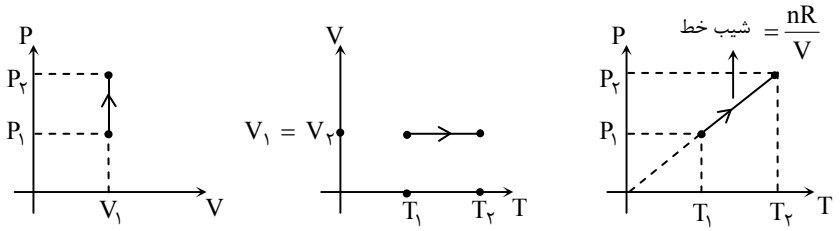
۱) فرآیند هم حجم

در این فرآیند حجم گاز در حین فرآیند ثابت می‌ماند و داریم: $V = cte$

واضح است که در این فرآیند داریم: $W = 0 \ , \ W' = 0$

بنابراین در این فرآیند فشار و دما تغییر می‌کند. بنابراین تبادل گرمایی داریم:

$$\begin{cases} P_1 \to P_2 \neq P_1 \\ T_1 \to T_2 \neq T_1 \\ V_1 \to V_2 = V_1 \end{cases}$$



«نمودارهای فرآیند هم حجم در حالت افزایش دما و فشار»

در فرآیند هم حجم : $Q = mc_V\Delta T$

ظرفیت گرمایی ویژه گاز در حجم ثابت (به جنس گاز بستگی دارد): $\frac{j}{Kg\cdot{}^\circ C}$ **یا** $\frac{j}{Kg\cdot K}$

ظرفیت گرمایی ویژه گاز در حجم ثابت: مقدار گرمایی که باید به $1\ Kg$ **گاز در حجم ثابت داده شود تا دمای آن** $1\ K$ **افزایش یابد.**

$$\left.\begin{matrix} Q = mc_V\Delta T \\ m = nM \end{matrix}\right\} \Rightarrow Q = n\underbrace{MC_V}_{C_{MV}}\Delta T$$

$$Q = nC_{MV}\Delta T$$

ظرفیت گرمایی مولی گاز در حجم ثابت: $\frac{j}{mole\cdot K}$ **یا** $\frac{j}{mole\cdot{}^\circ C}$

ظرفیت گرمایی مولی گاز در حجم ثابت: مقدار گرمایی که باید به ۱ مول گاز در حجم ثابت داده شود تا دمای آن $1\ K$ **افزایش یابد.**

C_{MV}:

- **برای گازهای تک اتمی،** He ، Ar ، Ne **و ...** $C_{mv} \cong \frac{3}{2}R = 12/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$
- **برای گازهای دو اتمی،** O_2, H_2, N_2 **، هوا و ...** $C_{mv} \cong \frac{5}{2}R = 20/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$
- **برای گازهای سه اتمی،** CO_2 **و ...** $C_{mv} \cong \frac{7}{2}R = 28/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$

***تست ۷*. در یک مخزن مقداری گاز هلیم در فشار 2×10^5 پاسکال قرار دارد و حجم مخزن ۳ لیتر است اگر بدون تغییر حجم با دادن گرما فشار گاز را به 5×10^5 پاسکال برسانیم چند ژول گرما به گاز داده شده است؟**

۱) $1350000\ j$ ۲) $2700\ j$ ۳) $1350\ j$ ۴) غیرقابل محاسبه است.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

چون فرآیند هم حجم است داریم:

$$Q = nC_{mv}\Delta T = n\times\frac{۳}{۲}R\Delta T = \frac{۳}{۲}nR\Delta T = \frac{۳}{۲}V\Delta P$$

$$\Rightarrow Q = \frac{۳}{۲}\times ۳\times ۱۰^{-۳}\times(۵\times ۱۰^{۵} - ۲\times ۱۰^{۵}) \Rightarrow Q = \frac{۹}{۲}\times ۱۰^{-۳}\times ۳\times ۱۰^{۵} \Rightarrow Q = ۱۳۵۰\ j$$

تست ۸. از هوای درون یک اتاق به حجم $۴۰m^۳$ در شرایط متعارفی $۱۰^۶ j$ گرما دریافت می‌شود فشار نهایی هوا چقدر می‌شود؟ (هوا را گاز دو اتمی فرض کنید.)

۱) ۰/۱ atm ۲) ۰/۹ atm ۳) ۰/۸ atm ۴) ۰/۲ atm

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$Q = nC_{mv}\Delta T = n\times\frac{۵}{۲}R\Delta T = \frac{۵}{۲}nR\Delta T = \frac{۵}{۲}V\Delta P$$

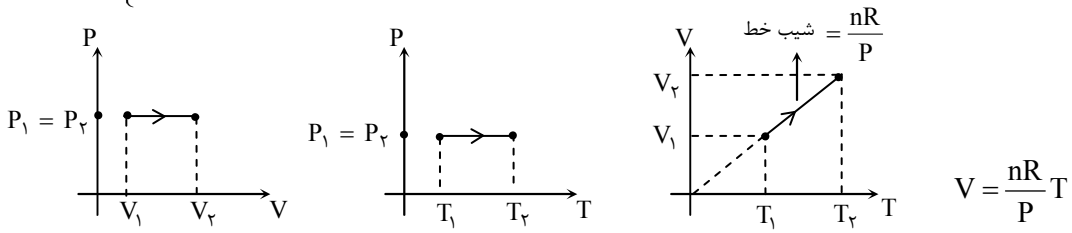
$$\Rightarrow -۱۰^۶ = \frac{۵}{۲}\times ۴۰(P_۲ - P_۱) \Rightarrow -۱۰^۶ = ۱۰۰(P_۲ - ۱۰^۵) \Rightarrow P_۲ - ۱۰^۵ = -۱۰۰۰۰ \Rightarrow P_۲ = ۹۰۰۰۰Pa = ۰/۹\ atm$$

۲) فرآیند هم فشار

در این فرآیند فشار دستگاه ثابت می‌ماند، بنابراین V و T تغییر می‌کنند.

$$\begin{cases} P_۱ \\ V_۱ \\ T_۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_۲ = P_۱ \\ V_۲ \neq V_۱ \\ T_۲ \neq T_۱ \end{cases}$$

$$\frac{PV}{T} = cte \Rightarrow \begin{cases} \text{انبساط} & V\uparrow \Rightarrow T\uparrow \\ \text{تراکم} & V\downarrow \Rightarrow T\downarrow \end{cases}$$ (PV/T ثابت)



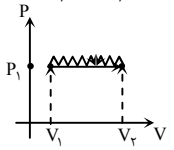
«نمودارهای فرآیند هم فشار (در حالت انبساط)»

نحوه ایجاد فرآیند هم فشار

دمای منبع را از $T_۱$ به $T_۲$ زیاد می‌کنیم در این صورت منبع به دستگاه گرمای Q می‌دهد. دمای دستگاه با گرفتن گرمای Q زیاد می‌شود ($T\uparrow$) با افزایش دما جنب و جوش مولکول‌های گاز زیاد می‌شود و مولکول‌ها ضربات محکم‌تری به پیستون وارد می‌کنند پس فشار داخلی از فشار بیرونی بیشتر می‌شود ($P\uparrow$) پس پیستون به سمت راست حرکت می‌کند یعنی حجم گاز زیاد می‌شود ($V\uparrow$).

با افزایش حجم تعداد مولکول‌های کمتری به پیستون ضربه وارد می‌کنند پس فشار وارد بر پیستون کم می‌شود تا به مقدار اولیه‌اش برسد، پیستون تا آن جایی حرکت می‌کند که فشار داخل با فشار بیرون برابر شود.

برای این که بتوانیم نمودار واقعی را با خط نمودار قبلی تقریب بزنیم باید عمل دادن گرما به دستگاه را به آرامی انجام دهیم.

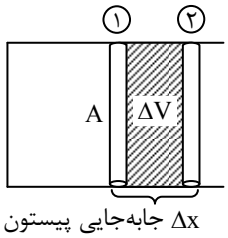


محاسبه کار در فرآیند هم فشار (W)

چون در این حالت پیستون جابه‌جا می‌شود پس کار انجام می‌گیرد، برای محاسبه‌ی کار داریم: (به شکل صفحه بعد توجه شود)

$$|W| = |F\cdot\Delta x| = |P\cdot A\Delta x| = |P\Delta V| \rightarrow \boxed{W = -P\Delta V}$$

علامت منفی در فرمول برای تطبیق علامت ΔV و W در حالت‌های تراکم و انبساط است.



انبساط $\left.\begin{matrix}\Delta V > 0\\ W < 0\end{matrix}\right\}$ $W' > 0$ چون دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

تراکم $\left.\begin{matrix}\Delta V < 0\\ W > 0\end{matrix}\right\}$ $W' < 0$ چون محیط روی دستگاه کار انجام می‌دهد.

☜ محاسبه‌ی Q در فرآیند هم فشار

در فرآیند هم‌فشار داریم: $Q = mC_P\Delta T$ که در آن C_P ظرفیت گرمایی ویژه گاز در فشار ثابت نامیده می‌شود.

ظرفیت گرمایی ویژه گاز در فشار ثابت $\frac{J}{kg.K}$: مقدار گرمایی که باید به یک کیلوگرم گاز بدهیم تا در فشار ثابت دمای آن 1K افزایش یابد.

- واضح است که برای هر گاز دلخواه داریم: $C_P > C_V$

چرا که در فرآیند هم فشار مقداری از گرمای داده شده به دستگاه صرف حرکت دادن پیستون می‌شود پس برای افزایش دما به اندازه‌ی 1 K باید گرمای بیشتری نسبت به حالت هم حجم داده شود چون در حالت هم حجم تمام گرمای داده شده صرف بالا بردن دما می‌شود.

$$\left.\begin{matrix}Q = mC_P\Delta T\\ m = nM\end{matrix}\right\} \Rightarrow Q = nMC_p\Delta T \Rightarrow Q = nC_{MP}\Delta T$$

C_{MP} ظرفیت گرمایی مولی گاز در فشار ثابت نامیده می‌شود.

ظرفیت گرمایی مولی گاز در فشار ثابت $\frac{J}{mole.K}$: مقدار گرمایی که باید به یک مول گاز بدهیم تا در فشار ثابت دمای آن 1 K افزایش یابد.

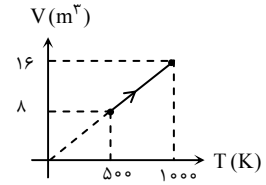
واضح است که برای هر گاز داریم: $C_{MP} > C_{MV}$

برای گازهای تک اتمی: $C_{MP} \cong \frac{5}{2}R = 20/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$

برای گازهای دو اتمی: $C_{MP} \cong \frac{7}{2}R = 28/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$

برای گازهای سه اتمی: $C_{MP} \cong \frac{9}{2}R = 36/5\ \frac{j}{mol\cdot K}$

تست 9. در فرآیند زیر کاری که گاز انجام می‌دهد چند ژول است؟



$(n = 0/1\ mole \qquad R = 8\ \frac{j}{mole\cdot K})$

۱) ۴۰۰ ۲) -۴۰۰

۳) ۶۰۰ ۴) -۶۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

واضح است که فرآیند هم فشار می‌باشد پس داریم:

$$W = -P\Delta V = -P(16-8) = -8P$$

پس کافی است P را محاسبه نماییم که داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P\times 8 = 0/1\times 8\times 500 \Rightarrow P = 50Pa$$

پس داریم:

$$W = -8P = -8\times 50 = -400j$$

$W' = 400j$ کار انجام شده توسط گاز

تست ۱۰. یک گاز تک اتمی طی یک فرآیند هم فشار j ۱۰۰۰ کار روی محیط انجام می‌دهد گرمای داده شده به دستگاه چند ژول است؟

۱) ۲۵۰۰ ۲) -۲۵۰۰ ۳) -۱۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$W = -P\Delta V$$

$$Q = nC_{MP}\Delta T = n \times \frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}P\Delta V$$

با مقایسه‌ی روابط فوق خواهیم داشت:

$$Q = -\frac{5}{2}W = \frac{5}{2}W' \Rightarrow Q = \frac{5}{2}\times 1000 \Rightarrow Q = 2500j$$

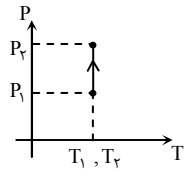
۳) فرآیند هم دما

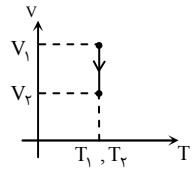
در این فرآیند دمای دستگاه ثابت می‌ماند، بنابراین P و V تغییر می‌کنند.

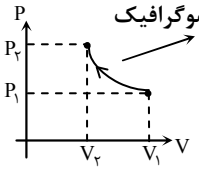
$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2 \neq P_1 \\ V_2 \neq V_1 \\ T_2 = T_1 \end{cases}$$

$$\frac{PV}{T} = cte \Rightarrow \begin{cases} \text{تراکم} & P\uparrow \Rightarrow V\downarrow \\ \text{انبساط} & P\downarrow \Rightarrow V\uparrow \end{cases}$$

(ثابت ← T)



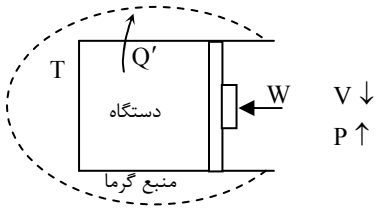




$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \Rightarrow P = \frac{a}{V}$$

حالت تراکم را مورد مطالعه قرار می‌دهیم به طریق مشابه می‌توان حالت انبساط را نیز بررسی کرد.

نحوه ایجاد فرآیند هم دما (حالت تراکم)

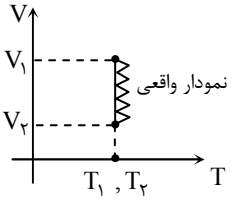


فشار بیرونی را زیاد می‌کنیم، پیستون به سمت چپ حرکت می‌کند. در حین حرکت دادن پیستون به سمت چپ، محیط کار انجام می‌دهد پس به دستگاه انرژی داده می‌شود این انرژی جذب مولکول‌های دستگاه می‌شود و دمای دستگاه را بالا می‌برد، طوری که دمای دستگاه از دمای منبع بیشتر می‌شود.

در این حالت دستگاه به منبع گرمای Q' می‌دهد و دمای خودش کاهش می‌یابد تا به T برسد؛ در این صورت دما ثابت می‌ماند و داریم:

$$W = Q' \Rightarrow W = -Q$$

همان طور که مشاهده کردیم در حین فرآیند هم دما، دمای دستگاه افزایش و کاهش دارد و در همین تغییرات جزیی است که گرما بین دستگاه و محیط مبادله می‌شود و برای این که بتوان فرآیند را هم دما درنظر گرفت باید این تغییرات دما بسیار جزیی باشد به همین خاطر باید حرکت دادن پیستون به آرامی صورت گیرد، نمودار واقعی به شکل زیر است:

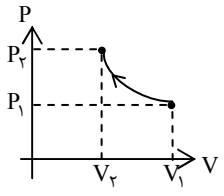


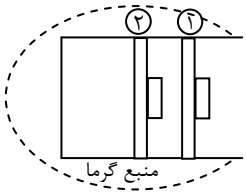
محاسبه‌ی W و Q در فرآیند هم دما

چون $W = -Q$ است، با محاسبه‌ی W خودبه‌خود Q هم به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \text{تراکم} & W > 0 \ , \ Q < 0 \\ \text{انبساط} & W < 0, \ Q > 0 \end{cases}$$

تراکم:





در ریاضیات سطح زیر نمودار معرف مفهوم انتگرال است.

$$|W| = \left|\int_{V_1}^{V_2} PdV\right| = \left|\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}dV\right| = \left|nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}\right| = \left|nRT\ Ln\frac{V_2}{V_1}\right|$$

$$W = -nRT\ Ln\frac{V_2}{V_1} \qquad (\text{تراکم} : W>0) \qquad \text{و} \qquad Q = nRT\ Ln\frac{V_2}{V_1}$$

مثال ۳. انتهای یک سرنگ را مسدود کرده و آن را وارد مخلوط آب و یخ می‌کنیم پس از مدتی گاز را به آرامی متراکم می‌کنیم آیا می‌توان این فرآیند را هم دما درنظر گرفت؟

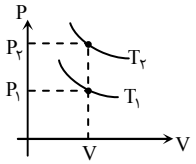
حل:

بله، مخلوط آب و یخ دمای دستگاه را ثابت نگاه می‌دارد.

مثال ۴. مقداری گاز داخل محفظه‌ای موجود است یک بار دستگاه را به منبع گرمایی با دمای T_1 وصل کرده و فرآیند هم‌دمای تراکمی انجام می‌دهیم و بار دیگر دستگاه را به منبع گرمایی با دمای $T_2 > T_1$ وصل می‌کنیم و فرآیند هم دمای تراکمی انجام می‌دهیم. نمودارهای این دو حالت را در دستگاه مختصات $P-V$ رسم کرده و با هم مقایسه کنید.

حل:

واضح است که در هر دو حالت نمودار هموگرافیک داریم که در حالت T_2 نمودار بالاتر از حالت T_1 قرار می‌گیرد و شکل روبه‌رو را خواهیم داشت:

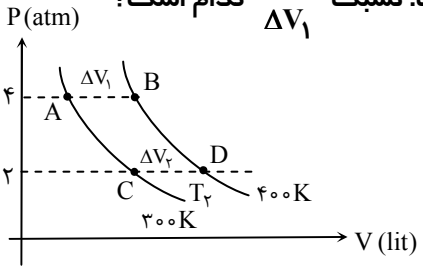


علت این که نمودار T_2 بالای T_1 قرار می‌گیرد در روابط زیر مشخص است:

$$\left.\begin{aligned}\frac{P_1V}{T_1} = nR\\ \frac{P_2V}{T_2} = nR\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \xrightarrow{T_2>T_1} P_2 > P_1$$

پس نمودار مربوط به T_2 باید بالای T_1 قرار گیرد.

تست ۱۱. نمودار $P-V$ دو فرآیند هم‌دمای گاز کاملی مطابق شکل زیر است. نسبت $\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه‌ی $PV = nRT$ داریم:

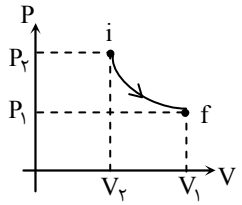
$$\left.\begin{aligned}P_DV_D = nRT_D\\ P_CV_C = nRT_C\end{aligned}\right\} \Rightarrow ۲(V_D - V_C) = nR(T_D - T_C) \qquad (۱)$$

$$\left.\begin{aligned}P_BV_B = nRT_B\\ P_AV_A = nRT_A\end{aligned}\right\} \Rightarrow ۴(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \qquad (۲)$$

$$\frac{(۱)}{(۲)} \Rightarrow \frac{۲\Delta V_2}{۴\Delta V_1} = \frac{T_D - T_C}{T_B - T_A} = \frac{T_B - T_A}{T_B - T_A} = ۱$$

$$\Rightarrow ۲\Delta V_2 = ۴\Delta V_1 \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = ۲$$

تست ۱۲. مقداری گاز کامل مطابق شکل در یک فرآیند هم‌دما از حالت i به f می‌رود. اگر سطح زیر نمودار ۵۰۰ j باشد گرمای داده شده به گاز چند ژول است؟



۱) صفر ۲) ۱۰۰۰
۳) ۵۰۰- ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون $S=|W|$ می‌باشد پس: $\left.\begin{matrix}|W|=۵۰۰ \\ \text{فرآیند انبساط}\end{matrix}\right\} \Rightarrow W=-۵۰۰j$

همان‌طور که می‌دانیم در فرآیند هم دما $W=-Q$ می‌باشد پس داریم: $Q=۵۰۰j$

۴) فرآیند بی‌در رو

در این فرآیند، تبادل گرمایی، بین محیط و دستگاه انجام نمی‌گیرد. به عبارتی: $Q=Q'=۰$
برای این کار کافی است، اطراف دستگاه را عایق گرمایی قرار دهیم.
فرآیند بی‌در رو را می‌توان به ۲ طریق انجام داد:

الف) تراکم: فشار محیط را افزایش می‌دهیم. با این کار پیستون به سمت داخل حرکت می‌کند، پس: $\begin{cases}V\downarrow \\ P\uparrow\end{cases}$**. از طرفی چون در این عمل محیط کار انجام داده است؛ انرژی دستگاه زیاد می‌شود، پس دمای دستگاه نیز زیاد می‌شود:** $T\uparrow$

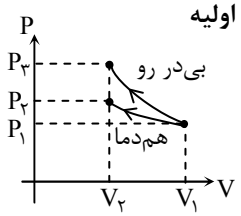
ب) انبساط: فشار محیط را کاهش می‌دهیم با این کار پیستون به سمت خارج حرکت می‌کند. پس: $\begin{cases}V\uparrow \\ P\downarrow\end{cases}$**. در این عمل گاز کار انجام داده است پس انرژی آن کم می‌شود پس دمای آن نیز کم می‌شود:** $T\downarrow$

نکته‌ی ۳. در فرآیند بی‌در رو چون P، V و T هر سه تغییر می‌کنند، نمی‌توان نمودارهای دقیق در دستگاه‌های مختصات P -V، V -T و P -T رسم کرد. به همین خاطر در این حالت از نمودارهای مقایسه‌ای مخصوصاً با نمودار هم دما استفاده می‌شود.

مثال ۵. مقداری گاز در فشار $P_۱$ و حجم $V_۱$ داخل محفظه‌ای محبوس است. حجم گاز را یک بار از طریق فرآیند هم دما و بار دیگر از طریق فرآیند بی‌در رو تا حجم $V_۲$ کاهش می‌دهیم، نمودار این دو فرآیند را با هم مقایسه کنید:

حل:

تراکم:
- **هم دما $W<۰$ ⇐ انرژی دستگاه زیاد می‌شود ⇐ دستگاه به منبع گرما می‌دهد. ⇐ T به مقدار اولیه باز می‌گردد.**
- **بی‌در رو $W<۰$ ⇐ انرژی دستگاه زیاد می‌شود ⇐ دمای دستگاه زیاد باقی می‌ماند.**



$$\left(\frac{P_{\text{هم دما}}\ V_{\text{هم دما}}}{T_{\text{هم دما}}}\right)=\left(\frac{P_{\text{بی‌در رو}}\ V_{\text{بی‌در رو}}}{T_{\text{بی‌در رو}}}\right)=nR \quad \xrightarrow{\begin{matrix}\text{ثانویه بی‌در رو} & \text{ثانویه هم‌دما} \\ V & = & V \\ T & > & T \\ \text{ثانویه بی‌در رو} & & \text{ثانویه هم دما}\end{matrix}} \quad \begin{matrix}P & > & P \\ \text{ثانویه} & & \text{ثانویه} \\ \text{بی‌در رو} & & \text{هم‌دما}\end{matrix}$$

پس نمودار فرآیند بی‌در رو بالای نمودار فرآیند هم دما قرار می‌گیرد و داریم:

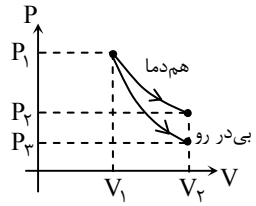
(چون سطح زیر نمودار P- V فرآیند بی‌در رو بیشتر است.)

$$W_{\text{بی‌در رو}} > W_{\text{هم دما}}$$

مثال ۶. مثال قبلی را در حالت انبساط بررسی کنید؟

حل:

انبساط
- **هم دما $W<0$ ⇐ انرژی دستگاه کم می‌شود ⇐ دستگاه از منبع گرما می‌گیرد. ⇐ دمای دستگاه در T اولیه باقی می‌ماند.**
- **بی‌در رو $W<0$ ⇐ انرژی دستگاه کم می‌شود ⇐ دمای دستگاه کاهش می‌یابد.**



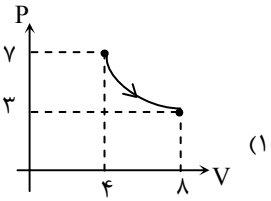
$$\left(\frac{P_{\text{هم دما}}\ V_{\text{هم دما}}}{T_{\text{هم دما}}}\right)=\left(\frac{P_{\text{بی‌در رو}}\ V_{\text{بی‌در رو}}}{T_{\text{بی‌در رو}}}\right)=nR \xrightarrow[\frac{T_{\text{ثانویه هم دما}}}{T_{\text{ثانویه بی‌در رو}}}<1]{V_{\text{ثانویه بی‌در رو}}=V_{\text{ثانویه هم‌دما}}} P_{\text{ثانویه بی‌در رو}}<P_{\text{ثانویه هم‌دما}}$$

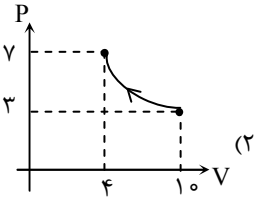
پس نمودار فرآیند بی‌در رو در این حالت پایین نمودار هم دما قرار می‌گیرد و داریم:

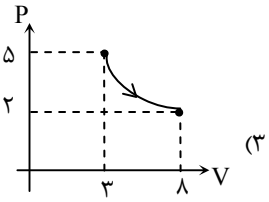
$|W|_{\text{بی‌در رو}} < |W|_{\text{هم دما}}$ **چون سطح زیر نمودار فرآیند بی‌دررو از سطح نمودار فرآیند هم‌دما کوچک‌تر است.**

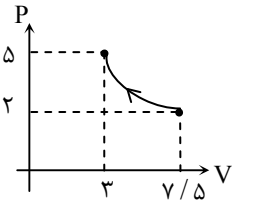
نکته‌ی ۴. هنگامی که یک گاز را به سرعت متراکم یا منبسط می‌کنیم، گاز فرصت تبادل گرما با محیط را پیدا نمی‌کند، دراین حالت نیز می‌توان گفت، فرآیند به صورت بی‌در رو انجام شده است.

تست ۱۳. کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به یک فرآیند بی‌در رو باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه‌ی ۱

همان طور که می‌دانیم در فرآیند بی‌در رو در حالت انبساط نمودار $P-V$ پایین نمودار هم‌دما قرار می‌گیرد و در حالت تراکم نمودار $P-V$ بی‌در رو بالای نمودار هم‌دمای تراکمی قرار می‌گیرد و چون در فرآیند هم‌دما $P_iV_i=P_fV_f$ می‌باشد.

(حالت نهایی: f و حالت اولیه: i)

پس داریم:

- فرآیند بی‌در روی انبساط : $P_fV_f<P_iV_i$
- فرآیند بی‌در روی تراکمی : $P_fV_f>P_iV_i$

مشاهده می‌کنیم که فقط شرایط اولیه و نهایی گزینه‌ی ۱ شرط فوق را برقرار می‌کنند.

تست ۱۴. اگر در یک فرآیند بی‌در رو حجم مقدار معینی گاز کامل تک اتمی را سه برابر کنیم اگر فشار اولیه این گاز 6 atm باشد فشار ثانویه آن . . . اتمسفر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) کمتر از ۲ ۴) بیشتر از ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۳

همان‌طور که گفتیم در فرآیند بی‌در روی انبساطی داریم:

$$P_fV_f<P_iV_i$$
$$P_f\times 3V_i<6V_i \Rightarrow P_f<2\ \text{atm}$$

☜ انرژی درونی

انرژی درونی یک دستگاه برابر است با مجموع انرژی‌های مولکول‌های تشکیل دهنده‌ی آن. به طور دقیق انرژی درونی دستگاه برابر مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی مولکول‌های تشکیل دهنده‌ی آن است. در گاز کامل چون رقیق است، می‌توان از انرژی پتانسیل مولکول‌ها صرف‌نظر کرد. بنابراین، با تقریب بسیار خوبی انرژی درونی گاز کامل برابر مجموع انرژی جنبشی مولکول‌های آن است و چون انرژی جنبشی مولکول‌ها متناسب با دما می‌باشد پس انرژی درونی گاز کامل متناسب با دمای آن می‌باشد. به عبارتی $U \propto T$.

$$\begin{cases} T = 0 \Rightarrow U = 0 \\ \theta = -273^\circ C \end{cases}$$

انرژی درونی یک دستگاه می‌تواند با تبادل گرما یا کار با محیط تغییر کند. اگر در حالت اول انرژی درونی U_1 و در حالت دوم انرژی درونی U_2 باشد، داریم:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

تغییر انرژی درونی — انرژی درونی ثانویه — انرژی درونی اولیه

از آن‌جا که U_2 تابع T_2 و U_1 تابع T_1 است، ΔU تابع T_1 و T_2 است. به عبارتی تغییر انرژی درونی دستگاه طی یک فرآیند به نوع فرآیند بستگی ندارد بلکه فقط به دمای اولیه و دمای نهایی گاز در فرآیند بستگی دارد.

☜ قانون اول ترمودینامیک

تغییر انرژی درونی یک دستگاه طی یک فرآیند برابر است با جمع جبری گرمایی که به آن داده می‌شود و کاری که بر روی آن صورت می‌گیرد. به عبارتی: $\Delta U = Q + W$

واضح است که قانون اول ترمودینامیک همان قانون پایستگی انرژی است.

مثال ۷. دستگاهی طی یک فرآیند بی‌در رو منبسط شده و ۵ j کار روی محیط انجام می‌دهد. تغییر انرژی درونی آن چقدر است؟

حل:

$W < 0$: انبساط **فرآیند بی‌در رو** $Q = 0$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = W = -5 \text{ j}$$

نکته‌ی ۵. در فرآیندهای مختلف داریم:

الف) هم حجم : $W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q = nC_{MV}\Delta T$

ب) هم فشار : $\left.\begin{matrix} W = -P\Delta V \\ Q = nC_{MP}\Delta T \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta U = Q + W = nC_{MP}\Delta T - P\Delta V$

ج) هم دما : $\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$

د) بی‌در رو : $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W$

نکته‌ی ۶. در فرآیند هم فشار داریم:

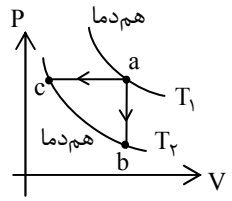
$$\begin{cases} PV_2 = nRT_2 \\ PV_1 = nRT_1 \\ \boxed{P\Delta V = nR\Delta T} \end{cases}$$

به طریق مشابه در فرآیند هم‌حجم داریم: $\boxed{V\Delta P = nR\Delta T}$

مثال ۸. برای هر گاز کامل ثابت کنید: $C_{mp} - C_{mv} = R$

حل:

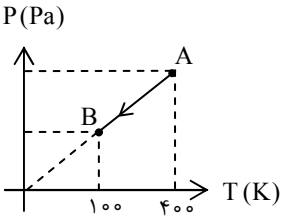
چون در فرآیندهای ab و ac دماهای اولیه و دماهای ثانویه مشابه است:



$$\Delta U_{ab} = \Delta U_{ac} \Rightarrow W_{ab} + Q_{ab} = W_{ac} + Q_{ac}$$
$$nC_{MV}\Delta T = -P\Delta V + nC_{MP}\Delta T$$
$$nC_{MV}\Delta T = -nR\Delta T + nC_{MP}\Delta T$$
$$\Rightarrow \boxed{C_{MP} - C_{MV} = R}$$

نکته‌ی ۷. در هر فرآیند W و Q در طول فرآیند تعریف می‌شوند ولی ΔU به مسیر فرآیند بستگی ندارد بلکه فقط به حالت ابتدا و انتهایی فرآیند بستگی دارد.

تست ۱۵. دو مول گاز اکسیژن مطابق شکل زیر فرآیند A تا B را انجام داده است. اندازه‌ی تغییر انرژی درونی آن چند ژول است؟ $\left(R = ۸\ \frac{j}{mole \cdot K}\right)$



۱) ۱۲۰۰۰ ۲) ۷۲۰۰
۳) ۴۸۰۰ ۴) ۹۶۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

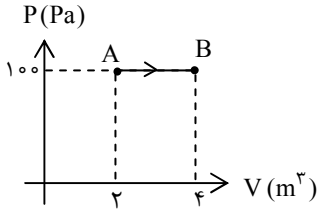
از روی نمودار واضح است که فرآیند هم حجم می‌باشد پس:

$$\left.\begin{matrix} W = ۰ \\ \Delta U = Q + W \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta U = Q = nC_{MV}\Delta T$$

اکسیژن دو اتمی است $C_{MV} = \frac{۵}{۲}R$

$$\Rightarrow \Delta U = ۲ \times \frac{۵}{۲} R \times (۱۰۰ - ۴۰۰) \Rightarrow \Delta U = ۲ \times \frac{۵}{۲} \times ۸ \times -۳۰۰$$
$$\Rightarrow \Delta U = -۱۲۰۰۰j \Rightarrow |\Delta U| = ۱۲۰۰۰j$$

تست ۱۶. مطابق شکل زیر، گازی فرآیند AB را طی می‌کند. اگر طی این فرآیند ۷۰۰ j گرما به گاز داده شود، تغییرات انرژی درونی گاز بر حسب ژول کدام است؟



۱) ۳۰۰ ۲) ۵۰۰
۳) -۵۰۰ ۴) -۳۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$W = -P\Delta V = -۱۰۰(۴ - ۲) = -۲۰۰j$$
$$\Delta U = W + Q = -۲۰۰ + ۷۰۰ = ۵۰۰j$$

تست ۱۷. در یک فرآیند بی‌در رو، دمای نیم مول گاز تک اتمی از ۴۰۰K به ۲۰۰K رسیده است. کار انجام شده بر روی گاز چند ژول است؟ $\left(R = ۸\ \frac{j}{mole \cdot K}\right)$

۱) ۱۲۰۰ ۲) -۱۲۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) -۸۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

همان‌طور که می‌دانیم ΔU بین دو حالت (۱) و (۲) بستگی به نوع فرآیند ندارد و فقط به حالت اولیه و نهایی وابسته است پس داریم:

$$\underset{\text{فرآیند هم حجم از } T_2 \text{ تا } T_1}{\Delta U} = \underset{\text{فرآیند بی‌در رو از } T_2 \text{ تا } T_1}{\Delta U}$$

$$\underset{\text{هم حجم از } T_2 \text{ به } T_1}{\overset{\circ}{\cancel{W}}} + \underset{\text{هم حجم از } T_2 \text{ به } T_1}{Q} = \underset{\text{بی‌در رو از } T_2 \text{ به } T_1}{W} + \underset{\text{بی‌در رو از } T_2 \text{ به } T_1}{\overset{\circ}{\cancel{Q}}}$$

$$\underset{\text{بی‌در رو از } T_2 \text{ به } T_1}{W} = \underset{\text{هم حجم از } T_2 \text{ به } T_1}{Q} = nC_{MV}\Delta T = ۰/۵ \times \frac{۳}{۲} R \times (۲۰۰ - ۴۰۰)$$

$$\text{بی‌در رو } W = ۰/۵ \times \frac{۳}{۲} \times ۸ \times (-۲۰۰)$$

$$\text{بی‌در رو } W = -۱۲۰۰ j$$

تست ۱۸. **در یک فرآیند بی‌در رو، نیم مول گاز تک اتمی از فشار atm ۲ و حجم lit ۱ به فشار ۶ اتمسفر و حجم ۰/۵ لیتر می‌رسد. کار انجام شده بر روی گاز چند ژول است؟**

۱) ۱۰۰ ۲) -۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) -۱۵۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

همان‌طور که در قسمت قبل مشاهده کردیم:

$$\underset{\text{بی‌در رو از } T_2 \text{ به } T_1}{W} = nC_{MV}\Delta T = n \times \frac{۳}{۲} R \times (T_۲ - T_۱)$$

$$= \frac{۳}{۲}(nRT_۲ - nRT_۱)$$

$$= \frac{۳}{۲}(P_۲V_۲ - P_۱V_۱) = \frac{۳}{۲}(۶ \times ۱۰^۵ \times ۰/۵ \times ۱۰^{-۳} - ۲ \times ۱۰^۵ \times ۱ \times ۱۰^{-۳})$$

$$\underset{\text{بی‌در رو از } T_2 \text{ به } T_1}{W} = \frac{۳}{۲} \times (۳۰۰ - ۲۰۰) = ۱۵۰ j$$

تمرین ۱–۷

۱. در فشار ثابت دمای گازی را برحسب سلسیوس دو برابر می‌کنیم حجم گاز $\frac{5}{4}$ برابر می‌شود دمای اولیه گاز چند کلوین بوده است؟

۱) ۲۷۳ ۲) ۳۶۴ ۳) ۱۸۲ ۴) ۹۱

۲. ظرفی استوانه ای به حجم ثابت محتوی مقداری گاز کامل است دمای گاز درون ظرف را دو برابر می نمائیم اگر از انبساط ظرف صرف‌نظر شود چگالی گاز چند برابر می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۳. در فشار ثابت، دمای گاز کاملی را از $47^\circ C$ تغییر می‌دهیم تا حجم گاز ۵٪ کاهش یابد دمای نهایی گاز چند درجه‌ی سلسیوس می‌شود؟

۱) ۳۰۴ ۲) ۴۴/۶۵ ۳) ۳۱ ۴) ۱۵۲

۴. اگر دمای یک گاز کامل را از $27^\circ C$ به $127^\circ C$ برسانیم فشار گاز دو برابر شده و از حجم آن ۱۰ لیتر کم می‌شود حجم اولیه این گاز چند لیتر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۵. اگر حجم مقدار معینی از یک گاز کامل را افزایش دهیم الزاماً:

۱) دمای آن افزایش می‌یابد. ۲) فشار ان کاهش می‌یابد.

۳) اگر دما نیز کاهش یابد فشار آن کاهش یافته است. ۴) اگر دما نیز افزایش یابد فشار آن تغییر نمی‌کند.

۶. در محفظه‌ای به حجم ۲/۸ لیتر گاز هیدروژن در دمای $7^\circ C$ و فشار $4atm$ وجود دارد در این ظرف چند مولکول وجود دارد؟

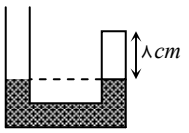
$(R = 8\frac{J}{mole.k} \quad N_A = 6/02\times10^{23}\ molecule/mole)$

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $12/04\times10^{23}$ ۳) $3/01\times10^{23}$ ۴) 10^{23}

۷. فشار گاز درون یک مخزن ۱۲ لیتری برابر ۵ اتمسفر است اگر گاز این مخزن کاملاً خارج شده و وارد هوای آزاد شود (با فشار $1atm$)چه حجمی را بر حسب لیتر در این فضا اشغال می‌کند؟ (دمای دو محیط برابر است)

۱) ۳۶ ۲) ۵۲ ۳) ۶۰ ۴) ۷۲

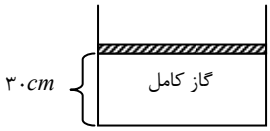
۸. در شکل زیر دمای هوای محبوس بالای جیوه $31^\circ C$ است دمای هوای آن محفظه را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف دو سطح جیوه ۴ سانتی‌متر شود؟ (فشار هوای خارج لوله $76Cm.Hg$ است)



۱) ۲ ۲) ۹۶

۳) ۱۵۲ ۴) ۱۷۶

۹. در شکل زیر مقداری گاز کامل در دمای $27^\circ C$ زیر یک پیستون (درپوش متحرک) بدون اصطکاک محبوس است دمای گاز را چند درجه بالا ببریم تا پیستون $10Cm$ جابجا شود؟



۱) ۳۶ ۲) ۱۰۰

۳) ۱۲۷ ۴) ۷۰

۱۰. اگر فشار گاز کاملی را ۲۵ درصد اضافه کرده و دمای مطلق آن را ۲۰ درصد کم کنیم حجم آن ..... درصد ..... می‌یابد.

۱) ۳۶ – کاهش ۲) ۶۴ – کاهش ۳) ۴۰ – افزایش ۴) ۱۸ – افزایش

۱۱. درون ظرفی به حجم ۴۴/۸ لیتر، ۸ گرم ئیدروژن و ۲۸ گرم نیتروژن در دمای صفر درجه سلسیوس وجود دارد فشار مخلوط این دو گاز چند اتمسفر است؟

۱) ۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۹

۱۲. در دمای ثابت، ۲۰ لیتر گاز هلیوم با فشار $2atm$ را با ۱۰ لیتر گاز هلیوم در فشار $1atm$ در ظرفی به حجم V مخلوط می‌کنیم فشار مجموعه $10atm$ می شود V چند لیتر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۵۰

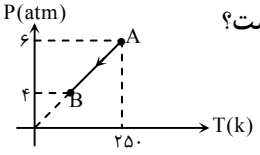
۱۳. مقداری گاز هلیوم در فشار ۲atm در اختیار داریم اگر بخواهیم در فشار ثابت حجم این گاز را از ۳lit به ۵lit افزایش دهیم چند ژول گرما احتیاج داریم؟ $(R = ۸\frac{J}{mole.k} \quad C_{MP} = \frac{۵}{۲}R)$

۱) ۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۱۴. در کدام‌یک از فرآیندهای زیر دمای دستگاه بدون انتقال گرما تغییر می‌کند؟

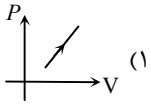
۱) هم حجم ۲) هم فشار ۳) هم دما ۴) بی دررو

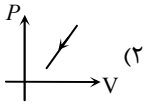
۱۵. در شکل زیر، تغییرات انرژی درونی یک مول گاز کامل تک اتمی چند ژول است؟ $(R = ۸\frac{J}{mole.k})$

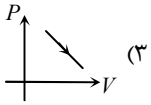


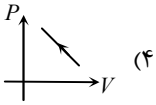
۱) ۱۰۰۰ ۲) -۱۰۰۰
۳) ۲۰۰۰ ۴) -۲۰۰۰

۱۶. در کدام‌یک از فرآیندهای زیر انرژی درونی گاز الزاماً کاهش یافته است؟

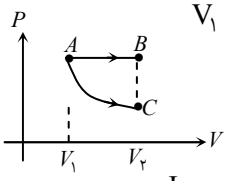
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۷. مطابق شکل حجم گازی را یک بار طی یک فرآیند هم فشار و بار دیگر طی یک فرآیند بی‌دررو از $V_۱$ به $V_۲$ افزایش داده‌ایم کدام گزینه درباره ی دمای نقاط A و B و C درست است؟

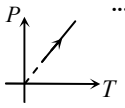


۱) $T_A > T_B > T_C$ ۲) $T_A > T_C > T_B$
۳) $T_B > T_C > T_A$ ۴) $T_B > T_A > T_C$

۱۸. چند ژول گرما لازم است تا در حجم ثابت دمای ۰/۵ مول گاز کامل چند اتمی $۲۰^\circ C$ بالا رود؟ $(R = ۸\frac{J}{mole.k})$

۱) ۲۸۰ ۲) ۵۸۰ ۳) ۶۹۰۲ ۴) ۴۱۰۲

۱۹. اگر نمودار تغییرات فشار گاز کاملی برحسب دمای مطلق آن به شکل زیر باشد در این فرآیند حجم گاز .....



۱) تغییر نکرده است. ۲) کاهش یافته است.
۳) افزایش یافته است. ۴) ممکن است کاهش یا افزایش یافته باشد.

۲۰. حجم گاز کاملی را یک بار به طور هم‌دما و بار دیگر به صورت بی‌دررو از ۵lit به ۳lit می‌رسانیم انرژی درونی گاز به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند – کم می‌شود. ۲) تغییر نمی‌کند – زیاد می‌شود. ۳) زیاد می شود – تغییر نمی‌کند. ۴) کم می‌شود – تغییر نمی‌کند.

۲۱. کدام رابطه در مورد C_{MP} و C_{MV} درست است؟

۱) $C_{MP} = C_{MV}$ ۲) $C_{MP} = C_{MV} - R$ ۳) $C_{MV} = C_{MP} - R$ ۴) $C_{MV} = C_{MP} + R$

۲۲. ۲۰ گرم هلیوم در دمای $۲۷^\circ C$ در یک مخزن با حجم ثابت موجود است چند ژول گرما به ان بدهیم تا فشار این گاز در مخزن دوبرابر شود؟ $(M_{He} = ۴\frac{g}{mole} \quad C_{MV} = ۱۲/۵\frac{J}{mole.k})$

۱) ۱۸۷۵۰ ۲) ۷۵۰۰۰ ۳) ۳۷۵۰ ۴) ۱۶۸۷/۵

۲۳. در فرآیند تراکم بی‌دررو، گاز کامل گرما ..... و انرژی درونی آن ..... می‌یابد.

۱) می‌گیرد – افزایش ۲) می‌دهد – کاهش ۳) مبادله نمی‌کند – افزایش ۴) مبادله نمی‌کند – کاهش

۲۴. در یک فرآیند هم‌فشار تراکم، اندازه گرمایی که گاز کامل تک اتمی با محیط مبادله می‌کند چند برابر کار محیط روی گاز است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) صفر

۲۵. در فشار ۵ اتمسفر حجم مقدار معینی از یک گاز کامل تک اتمی را از ۳lit به ۵lit رسانده‌ایم گرمای مبادله شده چند کیلو ژول است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) -۲/۵ ۴) -۲۵

۲۶. در فشار ثابت دمای ۵ مول گاز هلیوم را از $۲۰^\circ C$ به $۲۰۰^\circ C$ افزایش داده‌ایم کار انجام شده روی گاز در این فرایند برابر است با: $(R = ۸\frac{J}{mole.k})$

۱) -۲/۹kJ ۲) ۲/۹kJ ۳) -۷/۲kJ ۴) ۷/۲kJ

۲۷. مقداری گاز کامل را از حجم و فشار معینی، یک بار از طریق یک فرآیند هم‌دما و بار دوم از طریق یک فرآیند بی‌دررو منبسط کرده و به حجم معین دیگری می‌رسانیم اگر دمای گاز در خاتمه دو فرآیند T_2, T_1 باشد کدام گزینه درست است؟

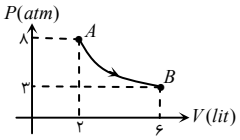
۱) $T_1 = T_2$ ۲) $T_1 > T_2$ ۳) $T_1 < T_2$ ۴) اطلاعات برای مقایسه کافی نیست.

۲۸. در یک فرآیند آرمانی انبساط هم‌فشار، مقدار کار انجام شده ۷۰۰J می‌باشد در این صورت مقدار گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه:

۱) ۷۰۰J می باشد. ۲) بیش از ۷۰۰J می‌باشد.

۳) کمتر از ۷۰۰J می‌باشد. ۴) هر سه جواب ممکن است صحیح باشد.

۲۹. یک گاز کامل تک اتمی فرآیند AB را مطابق شکل انجام داده است اگر کار انجام شده توسط گاز در این فرایند ۱۵۰۰J باشد گرمای مبادله شده توسط گاز با محیط چند ژول است؟



۱) ۱۲۰۰ ۲) -۱۲۰۰

۳) ۱۸۰۰ ۴) -۱۸۰۰

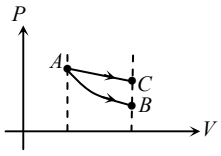
۳۰. در یک مخزن به حجم ثابت ۵ لیتر، مقداری گاز کامل تک اتمی $(C_{MV} = \frac{3}{2}R\ ,\ C_{MP} = \frac{5}{2}R)$ در فشار ۲atm داریم اگر ۱۵۰۰ ژول گرما به گاز داده شود فشار آن به چند اتمسفر می‌رسد؟ $(R \simeq \frac{25}{3}\ \frac{J}{mole.k})$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

۳۱. به مقداری گاز کامل تک اتمی ۶۰ ژول انرژی گرمایی می‌دهیم تا در حجم ثابت دمای آن ΔT بیشتر شود در این صورت به همین مقدار گاز کامل در فشار ثابت چه مقدار بایستی گرما بدهیم تا دمای آن $2\Delta T$ بیشتر شود؟ $(C_{MV} = \frac{3}{2}R\ ,\ C_{MP} = \frac{5}{2}R)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۶۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۵۰

۳۲. گاز کاملی طی فرایند AB مطابق شکل منبسط شده است نمودار AC مربوط به فرایند بی‌دررو همان گاز می‌باشد در مورد گرمایی که گاز با محیط طی فرایند AB مبادله کرده است کدام گزینه درست می‌باشد؟



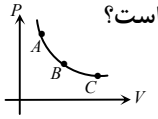
۱) گرما دریافت کرده است. ۲) گرمایی مبادله نکرده است.

۳) گرما از دست داده است. ۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

۳۳. به مقداری گاز کامل در طی یک فرایند ۱۰۰J گرما داده‌ایم و این گاز ۲۵۰J کار روی محیط انجام داده است تغییر انرژی درونی گاز در طی فرایند چند ژول است؟

۱) صفر ۲) ۳۵۰ ۳) -۱۵۰ ۴) -۳۵۰

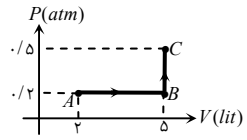
۳۴. مطابق شکل مقداری گاز کامل فرآیند هم‌دمای ABC را طی نموده است انرژی درونی گاز در کدام نقطه کمتر است؟



۱) A ۲) B

۳) C ۴) انرژی درونی در هر سه نقطه برابر است.

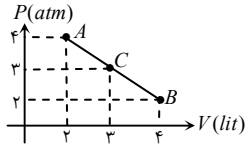
۳۵. یک مول گاز کامل تک اتمی فرآیندهایی را از A تا C مطابق شکل طی می‌کند در این فرآیندها مجموع کار و گرمایی که گاز با محیط مبادله می‌کند چند ژول است؟



۱) صفر ۲) ۳۱۵

۳) -۳۱۵ ۴) -۱۵۰

۳۶. فرآیند آرمانی یک گاز کامل از A تا B مطابق شکل است اگر انرژی درونی گاز را در نقاط A و B و C به ترتیب با u_A و u_B و u_C نشان دهیم کدام گزینه صحیح است؟



۱) $u_A < u_C < u_B$ ۲) $u_A = u_B = u_C$

۳) $u_A = u_B < u_C$ ۴) $u_A > u_B = u_C$

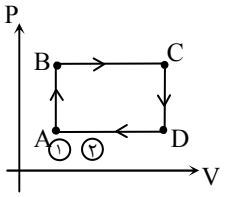
۳۷. دمای مقدار معینی از یک گاز کامل را در مقیاس سلسیوس ۵ برابر می‌کنیم اگر انرژی درونی آن ۲ برابر شود دمای اولیه گاز چند کلوین بوده است؟

۱) ۹۱ ۲) ۱۸۲ ۳) ۲۷۳ ۴) ۳۶۴

جلسه‌ی یازدهم

چرخه

هرگاه دستگاه پس از طی چند فرآیند به حالت اولیه‌اش برگردد می‌گوییم یک چرخه را طی کرده است.

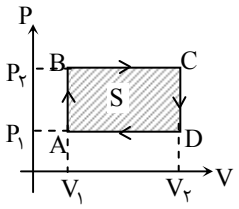


نتیجه‌ی بسیار مهم این که در هر چرخه داریم: $\Delta U = 0$

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} =$$
$$U_B - U_A + U_C - U_B + U_D - U_C + U_A - U_D = 0$$
$$Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CD} + W_{CD} + Q_{DA} + W_{DA} = 0$$

مثال: چرخه‌ی شکل زیر را درنظر بگیرید و نشان دهید قدر مطلق کار انجام شده روی دستگاه در طول چرخه برابر مساحت داخل چرخه است؟

حل:



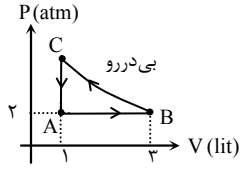
$$\text{چرخه } W = \cancel{W}^{0}_{AB} + W_{BC} + \cancel{W}^{0}_{CD} + W_{DA}$$
$$= -P_2(V_2 - V_1) + (-P_1(V_1 - V_2))$$
$$= (V2 - V_1)(P_1 - P_2)$$
$$= -(V_2 - V_1)(P_2 - P_1) = -S$$
$$\text{چرخه } |W| = S$$

نکته‌ی ۱. اگرچه در این حالت خاص نشان دادیم کل کار انجام شده روی دستگاه در یک چرخه برابر مساحت داخل چرخه است؛ این نکته در حالت کلی نیز صادق است. داخل چرخه $|W| = S$ در هر چرخه

داخل چرخه $Q = S$ $\Rightarrow$ چرخه ساعت‌گرد: $\underline{W < 0}$, $\Delta U = 0$, $W = -S$

داخل چرخه $Q = -S$ $\Rightarrow$ چرخه پاد ساعت‌گرد: $\underline{W > 0}$, $\Delta U = 0$, $W = S$

تست ۱۹. اگر در چرخه مقابل، مقدار کار انجام شده روی دستگاه در فرآیند بی‌در رو ۵۰۰ j باشد کل گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط در چرخه چند ژول است؟



۱) $Q = 900j$ ۲) $Q = -900j$

۳) $Q = 100j$ ۴) $Q = -100j$

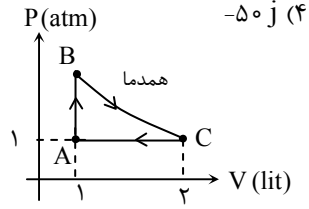
پاسخ: گزینه‌ی ۴

در هر چرخه داریم: $\Delta U = 0$ پس می‌توان نوشت:

$$W + Q = 0 \Rightarrow W_{CA} + W_{AB} + W_{BC} + Q = 0$$
$$\Rightarrow 0 + (-P\Delta V) + 500 + Q = 0$$
$$\Rightarrow 0 + [-2\times10^5 \times (3\times10^{-3} - 1\times10^{-3})] + 500 + Q = 0$$
$$\Rightarrow Q = -100j$$

تست ۲۰. اگر در چرخه مقابل، تغییر انرژی درونی دستگاه در فرآیند AB برابر ۱۵۰ ژول باشد گرمای داده شده به دستگاه در فرآیند CA کدام است؟

۱) ۲۵۰ j ۲) -۲۵۰ j ۳) ۵۰ j ۴) -۵۰ j

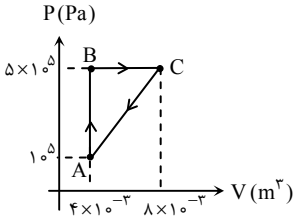


پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\text{چرخه } \Delta U = 0 \Rightarrow W_{AB} + Q_{AB} + \cancel{\Delta U}^{\,0}_{BC} + W_{CA} + Q_{CA} = 0$$
$$\Rightarrow 150 + (-P\Delta V) + Q_{CA} = 0$$
$$\Rightarrow 150 + [-10^5(1\times10^{-3} - 2\times10^{-3})] + Q_{CA} = 0$$
$$\Rightarrow 150 + 100 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = -250\,j$$

تست ۲۱. یک مول از گاز تک اتمی چرخه‌ای مطابق شکل زیر پیموده است. این گاز در چرخه ABC ... .

۱) ۱۶۰۰ ژول گرما گرفته است.
۲) ۱۶۰۰ ژول گرما به محیط داده است.
۳) ۸۰۰ ژول گرما گرفته است.
۴) ۸۰۰ ژول گرما به محیط داده است.



پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\text{چرخه } |W| = S \Rightarrow |W| = \frac{4\times10^5 \times 4\times10^{-3}}{2} = 800\,j$$

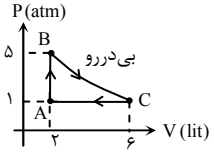
چون چرخه ساعت‌گرد است پس: $W = -800\,j$

در چرخه $\Delta U = 0$ **است پس:**

$$Q + W = 0 \Rightarrow Q + (-800) = 0 \Rightarrow Q = 800\,j$$

تست ۲۲. گازی کامل و تک اتمی چرخه زیر را طی کرده است. کل کار انجام شده روی گاز در این چرخه چند ژول است؟ $\left(C_{MP} = \frac{5}{2}R \quad C_{MV} = \frac{3}{2}R \quad R = 8\frac{j}{mole\cdot K}\right)$

۱) -۲۰۰ ۲) -۸۰۰
۳) صفر ۴) نمی‌توان تعیین کرد.



پاسخ: گزینه‌ی ۱

چرخه $\Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow W + Q_{AB} + \cancel{Q}^{\,0}_{BC} + Q_{CA} = 0$

$$W = -Q_{AB} - Q_{CA} = -nC_{MV}(T_B - T_A) - nC_{MP}(T_A - T_C)$$
$$W = -n\times\frac{3}{2}R(T_B - T_A) - n\times\frac{5}{2}R(T_A - T_C)$$
$$W = -\frac{3}{2}(P_BV_B - P_AV_A) - \frac{5}{2}(P_AV_A - P_CV_C)$$
$$W = -\frac{3}{2}(\underbrace{5\times10^5\times2\times10^{-3} - 1\times10^5\times2\times10^{-3}}_{800}) - \frac{5}{2}(\underbrace{1\times10^5\times2\times10^{-3} - 1\times10^5\times6\times10^{-3}}_{-400})$$
$$W = -1200 + 1000 \Rightarrow W = -200\,j$$

ماشین‌های گرمایی

ماشین گرمایی وسیله‌ای است که با استفاده از برخی فرآیندهای ترمودینامیکی، گرمای حاصل از سوخت را به انرژی مکانیکی (کار) تبدیل می‌کند انرژی مکانیکی حاصل از ماشین گرمایی می‌تواند به طور مستقیم و برای حرکت دادن وسایل نقلیه مورد استفاده قرار گیرد یا این که با تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی توسط ژنراتور الکتریکی انرژی مورد نیاز در محل کار و زندگی انسان‌ها تأمین می‌شود.

ماشین‌های گرمایی به دو دسته‌ی عمده تقسیم می‌شوند:

۱- ماشین گرمایی برون‌سوز: در این ماشین گرمایی، دستگاه (ماده کاری) انرژی گرمایی را از خارج دریافت می‌کند و کوره یا چشمه‌ی گرمایی با دستگاه مستقیماً در تماس نمی‌باشد مانند ماشین بخار

۲- ماشین گرمایی درون‌سوز: در این ماشین گرمایی دستگاه با منبع گرما مستقیماً در تماس است. مثلاً در موتور اتومبیل که مخلوط هوا و بنزین به عنوان دستگاه داخل سیلندر با زدن جرقه توسط شمع به حالت انفجار درمی‌آید و گرما تولید می‌شود.

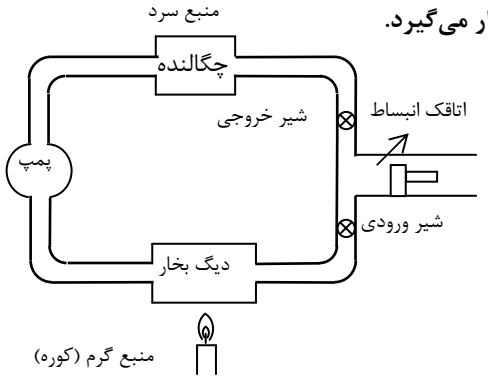
در ماشین گرمایی دستگاه مقداری گرما دریافت می‌کند و بخشی از آن را به کار روی محیط تبدیل می‌کند و از آن‌جا که این تبدیل انرژی باید دائماً انجام شود طراحی این ماشین‌ها به گونه‌ای است که دستگاه پس از طی چند فرآیند به حالت اولیه‌ی خود برمی‌گردد یعنی ماشین گرمایی در یک چرخه‌ی معین کار می‌کند.

حال به بررسی دو نوع ماشین گرمایی متداول می‌پردازیم:

الف- ماشین بخار: **ماشین بخار در نیروگاه‌های بخاری تولید برق مورد استفاده قرار می‌گیرد.**

در ماشین بخار دستگاهی که چرخه را طی می‌کند آب است.

ماشین بخار دارای اجزایی به شکل زیر است:



از آن‌جا که گرما توسط کوره یعنی از بیرون دستگاه به آب داده می‌شود این ماشین را برون‌سوز می‌نامند. مراحلی که آب در ماشین بخار طی می‌کند را به صورت زیر خلاصه می‌کنیم:

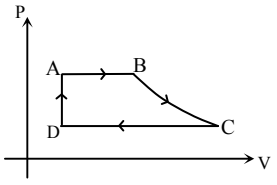
۱) آب درون دیگ بخار در فشار ثابت از کوره گرما می‌گیرد و به بخار تبدیل می‌شود و دما و حجم آن تا مقدار معینی افزایش می‌یابد.

۲) شیر ورودی باز می‌شود و بخار آب که دما و فشار آن بسیار زیاد است وارد اتاقک انبساط می‌شود و با وارد کردن نیرو به پیستون، آن را به حرکت درآورده و بخار آب به سرعت منبسط می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد و چون کار انجام داده است انرژی درونی آن پایین می‌آید و دمای آن کم می‌شود و چون این فرآیند بسیار سریع انجام می‌گیرد، آن را بی‌دررو درنظر می‌گیریم. در این مرحله دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

۳) وقتی پیستون به انتهای خود می‌رسد، شیر ورودی بسته شده و شیر خروجی باز می‌شود و طراحی ماشین به گونه‌ای است که پیستون برگردانده می‌شود و بخار را به سمت چگالنده (منبع سرد) هدایت می‌کند. بخار آب در چگالنده که لوله‌های آب سرد آن را خنک می‌کنند، در فشار ثابت گرما از دست می‌دهد و به مایع تبدیل می‌شود. در این فرآیند دما و حجم بخار کاهش می‌یابد و تبدیل به آب می‌شود.

۴) پمپ، آب حاصل از میعان را به دیگ بخار برمی‌گرداند و فشار آن را به حالت اولیه می‌رساند و در این حالت یک چرخه ترمودینامیکی کامل می‌شود.

دستگاه در طول چرخه با دو منبع گرمایی (کوره و چگالنده) تبادل گرمایی می‌کند که کوره را منبع گرم، و چگالنده را منبع سرد می‌نامیم. نمودار P -V ماشین بخار به شکل زیر است:



تبدیل آب به بخار آب داغ در فشار ثابت: AB

انبساط بی‌درروی بخار آب در اتاقک انبساط:BC

میعان بخار آب در فشار ثابت در چگالنده: CD

افزایش فشار آب تا فشار اولیه در حجم ثابت توسط پمپ: DA

نکته مهم این که در طول چرخه دستگاه در مرحله‌ی A تا B از منبع گرم، گرما دریافت می‌کند. بخشی از آن را به کار تبدیل می‌کند و بخشی از آن نیز در چگالنده به صورت گرما تلف می‌شود.

ب) ماشین گرمایی درون‌سوز: **موتورهای پیستونی از متداول‌ترین انواع موتورهای درون‌سوز هستند. موتور گرمایی درون‌سوز در دو نوع بنزینی و دیزلی می‌باشد که در این جا نوع بنزینی را بررسی می‌کنیم. قسمت اصلی این موتور از یک استوانه (سیلندر) که پیستون داخل آن حرکت می‌کند تشکیل شده است و اجزاء مختلف آن عبارتند از:**

سیلندر، پیستون، شمع، دریچه‌ی ورود مخلوط هوا و بنزین، دریچه (سوپاپ) خروج دود

مراحل مختلف کار ماشین گرمایی درون‌سوز به شرح زیر است:

۱) مرحله مکش: در این مرحله مخلوط بنزین و هوا از طریق دریچه ورودی وارد سیلندر می‌شود و پس از این که پیستون به پایین‌ترین وضعیت خود می‌رسد، دریچه بسته می‌شود.

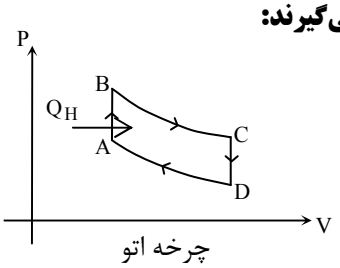
۲) مرحله تراکم: پیستون بالا می‌آید و مخلوط را متراکم می‌کند و دمای مخلوط بالا می‌رود.

۳) مرحله آتش گرفتن: شمع جرقه می‌زند، مخلوط آتش می‌گیرد و دما و فشار آن تا مقدار بسیار زیادی بالا می‌رود. چون آتش گرفتن مخلوط در داخل سیلندر رخ می‌دهد و مخلوط از بیرون گرما نمی‌گیرد، این موتورها را درون‌سوز می‌نامند.

۴) مرحله انجام کار: در این مرحله در اثر فشار زیاد دستگاه منبسط می‌شود و پیستون را به طرف پایین می‌راند. در این مرحله دستگاه روی محیط کار انجام می‌دهد.

۵) مرحله تخلیه: در این مرحله بخشی از دود حاصل از سوختن مخلوط بنزین و هوا از طریق دریچه خروج دود خارج می‌گردد و سپس پیستون بالا آمده و بقیه دود را خارج می‌کند و مقدار زیادی گرما به هوای بیرون داده می‌شود که جزء تلفات انرژی محسوب می‌شود.

برای نشان دادن مجموعه مراحل فوق نمودار چرخه‌ای به نام چرخه اتو به صورت زیر درنظر می‌گیرند:



معادل مرحله آتش گرفتن: AB

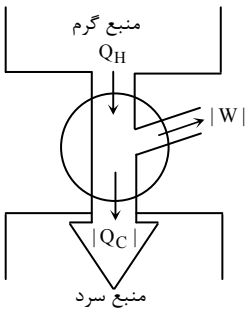
انبساط دستگاه و انجام کار: BC

معادل مرحله تخلیه و مکش (حجم دستگاه ثابت می‌ماندولی فشار و دمای آن پایین می‌آید): CD

متراکم شدن دستگاه و آماده شدن آن برای انفجار: DA

☜ بازده ماشین گرمایی

در ماشین‌های گرمایی دستگاه مقداری گرمای Q_H از منبع گرم دریافت می‌کند. قسمتی از آن را به کار $|W|$ تبدیل می‌کند و بقیه‌ی گرما $|Q_C|$ را به منبع سرد می‌دهد. پس می‌توان نمودار تبادل انرژی را در ماشین‌های گرمایی به صورت زیر نمایش داد:



در ماشین‌های گرمایی $Q_H > 0$ می‌باشد. چون محیط (منبع گرم) به دستگاه گرما می‌دهد ولی $W < 0$ و $Q_C < 0$ می‌باشد. چون کار را دستگاه روی محیط انجام می‌دهد و گرما به منبع سرد توسط دستگاه داده می‌شود. می‌دانیم در طی یک چرخه $\Delta U = 0$ می‌باشد پس می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q_H + Q_C + W = 0$$
$$\Rightarrow Q_H = -Q_C - W$$
$$\Rightarrow Q_H = |Q_C| + |W|$$

از طرفی بازده‌ی ماشین گرمایی، نسبت کار دریافت شده از ماشین به گرمای داده شده به ماشین تعریف می‌شود که آن را با علامت η نمایش می‌دهیم. پس داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

واضح است که بازده یکا ندارد از طرفی می‌توان بازده را به صورت رو به رو نوشت:

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

واضح است که برای افزایش بازده ماشین گرمایی باید تا حد امکان تلفات گرمایی را کاهش داد.

رابطه فوق نشان می‌دهد که بازده ماشین گرمایی همواره کوچک‌تر از ۱ است.

بازده ماشین‌های بخار حدود ۵۰٪ و بازده ماشین‌های درون‌سوز در بهترین حالت ممکن حدود ۴۰٪ است.

☜ قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی

همانطور که دیدیم در ماشین گرمایی در یک چرخه مقداری از گرمای دریافتی توسط دستگاه (Q_H) به کار $|W|$ تبدیل شده و بقیه به صورت $|Q_C|$ تلف می‌شود. به عبارتی هیچ ماشین گرمایی نمی‌تواند همه‌ی گرمای دریافتی را به کار تبدیل کند. پس می‌توان گفت:

ممکن نیست، دستگاه چرخه‌ای را بپیماید که در حین آن مقداری گرما از منبع گرم جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.
بیان فوق، قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نامیده می‌شود. به بیان دیگر ممکن نیست یک ماشین گرمایی ساخت که بازده آن ۱۰۰٪ باشد.

تست ۲۳. در یک ماشین گرمایی در هر دقیقه ۱۰ گرم سوخت مصرف می‌شود و گرمای حاصل از سوخت $۱۸۰\frac{Kj}{gr}$ است. اگر ۵۰ درصد از گرمای حاصل از سوخت مورد استفاده قرار گیرد و توان خروجی موتور Kw ۶ باشد بازده گرمایی موتور چند درصد است؟

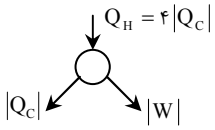
۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{P\cdot t}{\frac{۵۰}{۱۰۰}Q_f}=\frac{۶۰۰۰\times ۶۰}{\frac{۵۰}{۱۰۰}\times ۱۸۰۰۰\frac{j}{gr}\times ۱۰gr}=\frac{۳۶۰۰۰۰}{۹۰۰۰۰۰}$$

$$\eta=۴۰\%$$

تست ۲۴. بازده دستگاهی با طرح وار مقابل چند درصد است؟



۱) ۲۵ ۲) ۲۰
۳) ۸۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{Q_H-|Q_C|}{Q_H}=\frac{۴|Q_C|-|Q_C|}{۴|Q_C|}=\frac{۳|Q_C|}{۴|Q_C|}$$

$$\eta=۷۵\%$$

تست ۲۵. اگر در یک ماشین حرارتی، ۲۵ درصد از گرمایی که از چشمه گرم گرفته می‌شود به کار تبدیل گردد کار انجام شده توسط این ماشین در هر چرخه چند ژول است به شرطی که در هر چرخه ۳۰۰ ژول گرما به چشمه سرد داده شود؟

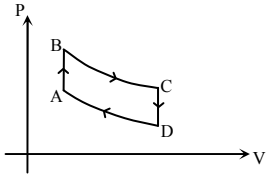
۱) ۷۵ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{|W|}{|W|+|Q_C|}\Rightarrow\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{|W|}{|W|+۳۰۰}\Rightarrow ۴|W|=|W|+۳۰۰$$

$$۳|W|=۳۰۰\Rightarrow |W|=۱۰۰j$$

تست ۲۶. در نمودار زیر، چرخه‌ی اتو دیده می‌شود. کدام مرحله این شکل معادل مرحله‌ی تخلیه در یک ماشین درون سوز است؟



۱) AB ۲) BC
۳) CD ۴) DA

پاسخ: گزینه‌ی ۳

تست ۲۷. در کدام یک از قسمت‌های ماشین بخار، فشار بخار آب ثابت است؟

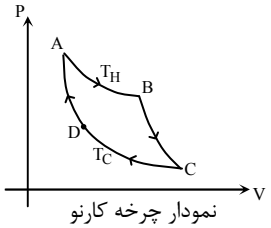
۱) دیگ بخار ۲) اتاقک انبساط ۳) چگالنده ۴) گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح است.

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چرخه‌ی کارنو

همانطور که در قانون دوم ترمودینامیک مشاهده کردیم امکان ندارد که بازده یک ماشین گرمایی ۱۰۰٪ باشد، حال برای ما مهم است که حال که نمی‌توانیم بازده ۱۰۰٪ داشته باشیم تا آن‌جا که ممکن است بازده را بالا ببریم. کارنو بیشترین بازده یک ماشین گرمایی را مشخص کرده است. کارنو ثابت کرده است یک ماشین گرمایی که بین دو منبع گرمایی، منبع گرم با دمای T_H و منبع سرد با دمای T_C کار می‌کند در صورتی حداکثر بازده را خواهد داشت که از چرخه‌ی کارنو تبعیت کند.

حال به معرفی چرخه‌ی کارنو می‌پردازیم. چرخه‌ی کارنو مطابق شکل زیر می‌باشد:



نمودار چرخه کارنو

فرایند هم دما: AB

فرایند بی‌دررو: BC

فرایند هم دما: CD

فرایند بی‌دررو: DA

مشاهده می‌شود که چرخه‌ی کارنو شامل یک فرایند هم‌دمای انبساط و یک فرایند بی‌دررو انبساطی می‌باشد و همچنین یک فرایند هم‌دمای تراکمی و یک فرایند بی‌دررو تراکمی را نیز شامل می‌شود. کارنو ثابت کرده است که در بین تمام ماشین‌های گرمایی که بین دو منبع گرم با دمای T_H و منبع سرد با دمای T_C کار می‌کنند. ماشین گرمایی که از چرخه‌ی فوق تبعیت می‌کند، بیشترین بازده را خواهد داشت که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H}$$

واضح است که بازده این ماشین گرمایی از رابطه‌ی تعریف بازده به صورت زیر نیز تبعیت می‌کند:

$$\eta_{max} = \frac{|W|_{\text{کارنو}}}{Q_{H\ \text{کارنو}}} = ۱ - \frac{|Q_C|_{\text{کارنو}}}{Q_{H\ \text{کارنو}}}$$

با مقایسه‌ی روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت که در ماشین کارنو رابطه‌ی زیر نیز برقرار است:

$$\frac{T_C}{T_H} = \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

تست ۲۸. هرگاه دمای چشمه گرم و سرد یک ماشین گرمایی را که با یک چرخه کارنو کار می‌کند به یک اندازه افزایش دهیم بازده ماشین ....

۱) افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) ثابت می‌ماند.
۴) به اندازه افزایش دما بستگی دارد، ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\eta_{max\,۱} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (۱)$$

$$\eta_{max\,۲} = ۱ - \frac{T_C + T_O}{T_H + T_O} = \frac{(T_H + T_O) - (T_C + T_O)}{T_H + T_O} = \frac{T_H - T_C}{T_H + T_O} \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \eta_{max\,۲} < \eta_{max\,۱}$$

تست ۲۹. یک ماشین گرمایی در یک چرخه کارنو میان دو چشمه با دماهای ۳۰۰ K و ۹۰۰ K کار می‌کند. ماشین در هر چرخه از چشمه گرم ۱۲۰۰۰ j انرژی می‌گیرد. این ماشین در هر چرخه چند ژول کار انجام می‌دهد؟

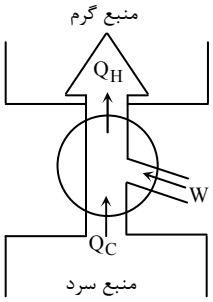
۱) ۴۰۰۰ ۲) ۶۰۰۰ ۳) ۸۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow ۱ - \frac{۳۰۰}{۹۰۰} = \frac{|W|}{۱۲۰۰۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{|W|}{۱۲۰۰۰} \Rightarrow |W| = ۸۰۰۰ j$$

یخچال



یخچال وسیله‌ای است که گرما را از جسم سرد به جسم گرم منتقل می‌کند. در یخچال هم دستگاه یک چرخه را طی می‌کند و در حین آن محیط با انجام کار W بر روی دستگاه گرمای Q_C را از منبع سرد (محتویات درون یخچال) می‌گیرد و گرمای Q_H را به منبع گرم (هوای بیرون یخچال) می‌دهد. طرز کار یخچال طبق شکل مقابل است:

می‌توان گفت یخچال مشابه یک ماشین گرمایی است که در جهت عکس کار می‌کند. در یخچال دستگاه گاز فرئون می‌باشد که داخل لوله‌هایی حرکت می‌کند و گرما را از محتویات داخل یخچال دریافت می‌کند. پس در یخچال $Q_C > 0$ می‌باشد از طرفی کمپرسور یخچال با مصرف کردن انرژی الکتریکی روی گاز فرئون کار انجام داده و آن را به حرکت درمی‌آورد پس $W > 0$ می‌باشد. هنگامی که گاز فرئون از محتویات درون یخچال گرما می‌گیرد و همچنین روی آن کار انجام می‌گیرد، دمای آن بالا می‌رود و هنگامی که وارد لوله‌هایی می‌شود که با محیط بیرون یخچال در تماس هستند، دمای آن از دمای هوای بیرون یخچال بالاتر است. پس به هوای بیرون گرما می‌دهد. پس $Q_H < 0$ است. حال گاز فرئون با از دست دادن گرمای Q_H دمای آن پایین می‌آید و هنگامی که وارد لوله‌هایی می‌شود که با هوای درون یخچال در تماس هستند دمای آن پایین بوده و از دمای محتویات یخچال پایین‌تر است. پس از محتویات درون یخچال گرمای Q_C را می‌گیرد و هوای داخل یخچال خنک می‌شود.

در یخچال نیز چون دستگاه (گاز فرئون) یک چرخه را طی می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q_H + Q_C + W = 0$$
$$\Rightarrow -Q_H = Q_C + W \Rightarrow |Q_H| = Q_C + W$$

ضریب عملکرد یخچال

همانطور که می‌دانید در یخچال کمپرسور انرژی الکتریکی مصرف کرده، آن را به کار W تبدیل می‌کند تا گاز فرئون را در مسیر خود به گردش درآورد. از طرفی در یخچال هدف خارج کردن گرمای Q_C از محتویات درون یخچال می‌باشد. بنابراین از نظر اقتصادی بهترین یخچال، یخچالی است که با انجام کار کمتر (مصرف انرژی الکتریکی کمتر) گرمای بیشتری را از درون یخچال (منبع سرد) به بیرون منتقل کند. با توجه به این مطلب ضریب عملکرد برای یخچال تعریف می‌شود:

ضریب عملکرد یخچال که آن را با علامت K نشان می‌دهیم، نسبت گرمای گرفته شده از منبع سرد به کاری است که موتور یخچال انجام می‌دهد. یعنی داریم:

$$K = \frac{Q_C}{W}$$

هر چقدر ضریب عملکرد یخچال بیشتر باشد، استفاده از آن مقرون به‌صرفه‌تر است. ضریب عملکرد یخچال‌های تجاری بین ۲ تا ۷ است.

نکته‌ی ۲. طرز کار کولر گازی نیز مانند یخچال است. در کولر گازی منبع سرد هوای درون اتاق و منبع گرم هوای بیرون اتاق می‌باشد و کولر با انجام کار (مصرف کردن انرژی الکتریکی) گرما را از هوای داخل اتاق گرفته و آن را به هوای بیرون اتاق می‌دهد.

قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی

همانطور که می‌دانیم گرما در حالت عادی از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود و امکان ندارد که گرما خود به‌خود از جسم سرد به جسم گرم منتقل شود. این مطلب قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نام دارد. به عبارتی:

گرما به خودی خود از جسم سرد به جسم گرم منتقل نمی‌شود. اگر مشاهده می‌شود که در یخچال از جسم سرد گرما گرفته می‌شود و به جسم گرم داده می‌شود این عمل با مصرف کار همراه است.

نکته مهم. قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی و یخچالی با یکدیگر معادلند یعنی اگر قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نقض شود (یعنی گرما خود به‌خود از جسم سرد به جسم گرم منتقل شود) قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نیز نقض می‌شود (یعنی می‌توان ماشینی ساخت که در یک چرخه تمام گرما را به کار تبدیل کند) و برعکس.

سؤال: آیا می‌توان با باز گذاشتن در یخچال، آشپزخانه را خنک کرد؟

پاسخ: خیر، چون اساس کار یخچال انتقال گرما از محیط درون یخچال به محیط بیرون یخچال است در صورتی که اگر در یخچال باز باشد دیگر محیط درون یخچال و بیرون یخچال نخواهیم داشت و این دو محیط یکی می‌شوند.

سؤال: وجود برفک روی بدنه‌ی داخلی محفظه‌ی یخ‌ساز یخچال چه اثری بر عملکرد دستگاه دارد؟

پاسخ: برفک مانند عایق گرمایی عمل می‌کند و جلوی انتقال گرما به گاز فریون گرفته می‌شود و یخچال به طرز مناسب عمل نمی‌کند.

سؤال: در چه صورت عملکرد یخچال مناسب می‌شود؟

پاسخ: در صورتی که انتقال گرما به بیرون مناسب باشد به عبارتی هر چقدر دمای محیط بیرون یخچال پایین‌تر باشد گاز فریون گرما را به راحتی به بیرون منتقل می‌کند پس بهتر است که در فضای پشت یخچال جریان هوا برقرار باشد که دمای آن‌جا زیاد بالا نرود.

***تست ۳۰*. در یک یخچال ضریب عملکرد برابر ۵ است. نسبت گرمای داده شده به محیط به گرمای گرفته شده از یخچال کدام است؟**

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۶}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$K=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow ۵=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow ۵=\frac{Q_C}{|Q_H|-Q_C}$$
$$\Rightarrow ۵|Q_H|-۵Q_C=Q_C\Rightarrow ۵|Q_H|=۶Q_C\Rightarrow \frac{|Q_H|}{Q_C}=\frac{۶}{۵}$$

***تست ۳۱*. ضریب عملکرد یخچالی برابر ٤ می‌باشد اگر به طور فرضی این یخچال با همان مقادیر کار و گرما به صورت یک ماشین گرمایی عمل کند بازده آن چقدر می‌شود؟**

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۲

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$K=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow ۴=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow Q_C=۴W$$
$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{|W|}{|Q_C|+|W|}=\frac{|W|}{۴|W|+|W|}=\frac{|W|}{۵|W|}\Rightarrow \eta=۲۰\%=۰/۲$$

***تست ۳۲*. توان موتور یخچالی ٤۰۰ وات و ضریب عملکرد آن $K=۲/۱۵$ است. چه مدت طول می‌کشد تا این یخچال یک کیلوگرم آب $۲۰^\circ C$ را به یخ با دمای $-۵^\circ C$ تبدیل کند؟**

$$(L_f=۳۳۵\frac{Kj}{Kg}\text{ ، یخ }C=۲\frac{Kj}{Kg.^\circ C}\text{ ، آب }C=٤/۲۵\frac{Kj}{Kg.^\circ C})$$

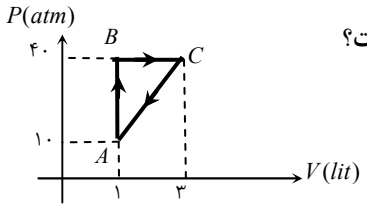
۱) ۷ دقیقه و ۵۰ ثانیه ۲) ۶ دقیقه و ۳۰ ثانیه ۳) ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه ۴) ۹ دقیقه و ۷ ثانیه

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$Q_C=|\underset{\text{آب}}{m}\ \underset{\text{آب}}{C}\ \underset{\text{آب}}{\Delta\theta}|+|ml_f|+|\underset{\text{یخ}}{m}\ \underset{\text{یخ}}{C}\ \underset{\text{یخ}}{\Delta\theta}|$$
$$=|۱\times ۴۲۵۰\times(-۲۰)|+|۱\times ۳۳۵۰۰۰|+|۱\times ۲۰۰۰\times(-۵)|$$
$$=۸۵۰۰۰+۳۳۵۰۰۰+۱۰۰۰۰=۴۳۰۰۰۰j$$
$$K=\frac{Q_C}{W}\Rightarrow ۲/۱۵=\frac{۴۳۰۰۰۰}{W}\Rightarrow W=۲۰۰۰۰۰j$$
$$t=\frac{W}{P}=\frac{۲۰۰۰۰۰}{۴۰۰}=۵۰۰(s)$$
$$=۸\min\ ,\ ۲۰\sec$$

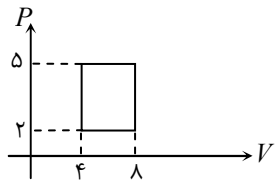
تمرین ۲– ۷

۳۸. با توجه به نمودار روبرو گرمای خالص داده شده به گاز در این چرخه چند کیلو ژول است؟



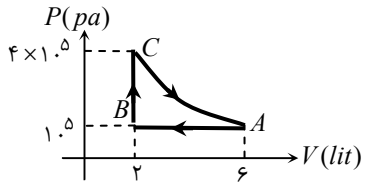
۱) ۳
۲) -۳
۳) ۶
۴) -۶

۳۹. یک ماشین گرمایی، چرخه‌ی روبرو را طی کرده است نسبت دمای چشمه گرم به دمای چشمه سرد در این ماشین $\frac{T_H}{T_C}$ کدام است؟



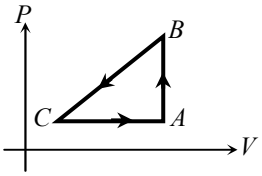
۱) ۵
۲) ۲
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) ۲/۵

۴۰. یک مول گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل طی می‌کند و ۷۰۰ ژول کار بر روی محیط انجام می‌دهد کار انجام شده بر روی گاز در فرآیند CA چند ژول است؟



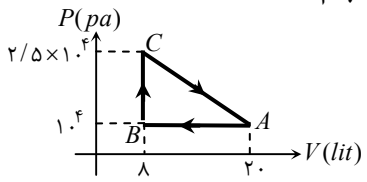
۱) ۳۰۰
۲) -۳۰۰
۳) -۱۱۰۰
۴) ۱۱۰۰

۴۱. گاز کاملی چرخه‌ای را مطابق شکل طی کرده است در این چرخه .....



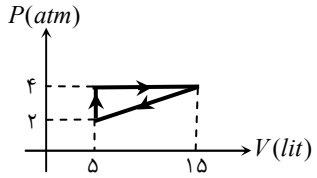
۱) گاز کار و گرما با محیط مبادله نکرده است.
۲) گاز گرما داده و کار انجام داده است.
۳) محیط کار انجام داده و گاز گرما گرفته است.
۴) محیط کار انجام داده و گاز گرما داده است.

۴۲. گاز کاملی چرخه‌ای را مطابق شکل طی می‌کند در این فرایند محیط چند ژول کار روی گاز انجام داده است؟



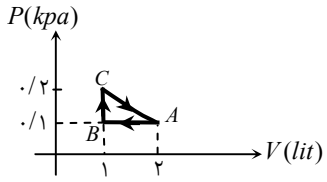
۱) -۱۸۰
۲) ۱۸۰
۳) ۹۰
۴) -۹۰

۴۳. در نمودار $P-V$ مقابل گرمای مبادله شده در چرخه چند ژول است؟



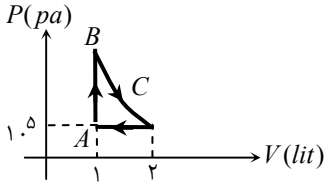
۱) ۱۰۰۰
۲) -۱۰۰۰
۳) ۱
۴) -۱

۴۴. شکل زیر چرخه یک گاز کامل تک اتمی را نشان می‌دهد تغییر انرژی درونی گاز در فرآیند AB چند ژول است؟



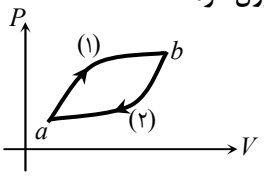
۱) $-\frac{۳}{۲۰}$
۲) $+\frac{۳}{۲۰}$
۳) -۱۰
۴) باید تعداد مول‌های گاز معلوم باشد.

۴۵. گاز کامل تک اتمی چرخه زیر را می‌پیماید اگر گرمایی که در مسیر AB دریافت می‌کند ۱۰۰J باشد تغییر انرژی درونی آن در مسیر BC چقدر است؟



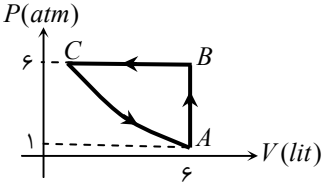
۱) ۱۰۰J
۲) ۵۰J
۳) ۱۵۰J
۴) ۲۵۰J

۴۶. شکل زیر فرآیند چرخه‌ای برای گاز کامل را نشان می‌دهد گاز در مسیر (۱) ۶۰۰ ژول گرما جذب می‌کند و ۴۰۰ ژول کار روی محیط انجام می‌دهد و در مسیر (۲)، ۳۰۰ ژول کار روی گاز انجام می‌شود این گاز در مسیر (۲)، ..... ژول گرما .....



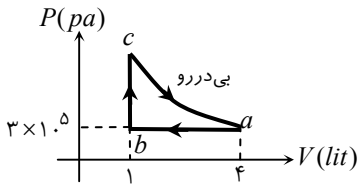
۱) ۲۵۰، جذب کرده است.
۲) ۲۵۰، آزاد کرده است.
۳) ۵۰۰، جذب کرده است.
۴) ۵۰۰، آزاد کرده است.

۴۷. ۱/۵ مول گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای همانند شکل زیر طی می‌کند اگر انرژی درونی گاز در نقطه‌ی A، ۹۰۰ ژول باشد انرژی درونی گاز در نقطه‌ی B چند ژول است؟ $(R = 8\frac{J}{mole.k})$



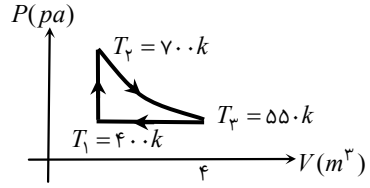
۱) ۹۰۰ ۲) ۱۸۰۰
۳) ۴۵۰۰ ۴) ۵۴۰۰

۴۸. در نمودار شکل زیر اگر کل گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط این چرخه ۸۰۰J باشد مقدار کار در فرآیند بی‌دررو چند ژول است؟



۱) ۱۰۰
۲) ۹۰۰
۳) ۱۷۰۰
۴) صفر

۴۹. اگر یک مول گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی کند اندازه کار در فرآیند بی‌دررو تقریباً چند ژول است؟



۱) ۱۲۰۰
۲) ۱۸۰۰
۳) ۳۶۰۰
۴) صفر

۵۰. توان خروجی یک ماشین گرمایی ۱۰kw و بازده آن ۲۵ درصد است در هر ثانیه چند کیلو ژول گرما تلف می شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۵۱. یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۳۰۰۰J گرما دریافت می‌کند اگر گرمایی که ماشین در هر چرخه از دست می‌دهد ۱۸۰۰J باشد بازده این ماشین چند درصد است؟

۱) ۶۰ ۲) ۵۴ ۳) ۶۶ ۴) ۴۰

۵۲. در ماشین‌های بخار در مرحله انجام کار (w) فرآیند ..... و در چگالنده فرایند ..... انجام می شود.

۱) هم‌فشار – بی‌دررو ۲) هم‌حجم – بی‌دررو ۳) بی‌دررو – هم‌حجم ۴) بی‌دررو – هم‌فشار

۵۳. در چرخه اتو مرحله تراکم در فرایند ..... و مرحله انجام کار در فرآیند ..... انجام می‌گیرد.

۱) بی‌دررو – بی‌دررو ۲) هم‌حجم – هم‌حجم ۳) بی‌دررو – هم‌حجم ۴) هم‌حجم – بی‌دررو

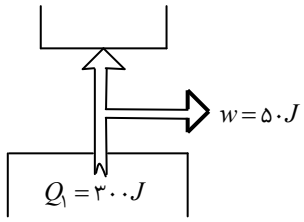
۵۴. علامت‌های Q_c, Q_H, w در ماشین‌های گرمایی چگونه است؟

۱) $w > 0$ $Q_H < 0$ $Q_C < 0$
۲) $w < 0$ $Q_C < 0$ $Q_H < 0$
۳) $w < 0$ $Q_C < 0$ $Q_H > 0$
۴) $w > 0$ $Q_H > 0$ $Q_C > 0$

۵۵. توان خروجی یک ماشین گرمایی ۱۰۰w است اگر در مدت یک دقیقه ۱۹kj گرما به منبع سرد داده باشد بازده آن چند درصد است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۴۲

۵۶. طرح روبرو متعلق به یک ..... با ..... است.



۱) یخچال – ضریب عملکرد ۶

۲) یخچال – ضریب عملکرد ۵

۳) ماشین گرمایی – بازده $\frac{۱}{۶}$

۴) ماشین گرمایی – بازده $\frac{۱}{۵}$

۵۷. کدام گزینه قانون اول ترمودینامیک را در مورد ماشین گرمایی نقض می کند؟

۱) $Q_c = -۴۰J \ , \ w = -۶۰J \ , \ Q_H = ۱۰۰J$ ۲) $w = -۱۰۰J \ , \ Q_c = -۲۰۰J \ , \ Q_H = ۱۰۰J$

۳) $Q_c = -۶۰J \ , \ w = -۴۰J \ , \ Q_H = ۱۰۰J$ ۴) $w = -۵۰J \ , \ Q_c = -۵۰J \ , \ Q_H = ۱۰۰J$

۵۸. یخچالی در هر ثانیه ۱۰۰J گرما از چشمه ی سرد می‌گیرد و در هر دقیقه ۷۲۰۰J گرما به چشمه ی گرم می‌دهد ضریب عملکرد آن چقدر است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

۵۹. یخچالی که ضریب عملکرد آن ۲/۵ است دو کیلوگرم آب $۲۰^\circ C$ را به یخ با دمای $-۱۰^\circ C$ تبدیل می‌کند در این عمل چند کیلو ژول گرما به محیط بیرون داده می شود؟ ($C_{\text{یخ}} = ۲/۱\frac{kJ}{kg.k}$ $C_{\text{آب}} = ۴/۲\frac{kJ}{kg.k}$ $L_F = ۳۳۵\frac{kJ}{kg}$)

۱) ۱۷۱۱/۲ ۲) ۱۲۳۲ ۳) ۱۸۰۹/۴ ۴) ۱۷۰۱/۲

۶۰. یک سرد کننده ی هوا در هر ساعت ۵۴×۱۰^۵J گرما از هوای اتاق می‌گیرد و در همین مدت ۷۸×۱۰^۵J گرما به هوای خارج پس می‌دهد توان ورودی این دستگاه چند وات است؟

۱) ۱۸۴ ۲) ۲۲۹ ۳) ۳۳۴ ۴) ۶۶۶

۶۱. بر روی یخچالی ۱۵۰J کار انجام می‌شود تا ۱۵۰۰J گرما از یخ‌ساز دور شود ضریب عملکرد یخچال چند است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۶۲. توان مصرفی یک کولر گازی ۱۵۰۰w و ضریب عملکرد آن ۳ می‌باشد این کولر در هر دقیقه چند ژول از گرمای اتاق را می‌گیرد؟

۱) ۹۰۰۰۰ ۲) ۲۷۰۰۰۰ ۳) ۳۰۰۰۰ ۴) ۳۶۰۰۰۰

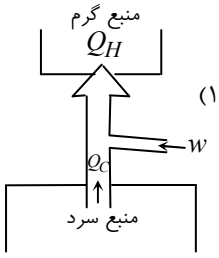
۶۳. یخچالی در هر دقیقه ۷×۱۰^۴J گرما از چشمه‌ی سرد می‌گیرد و $۱۰^۵J$ گرما به محیط بیرون می‌دهد ضریب عملکرد یخچال کدام است؟

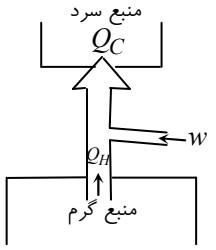
۱) ۲ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) ۶

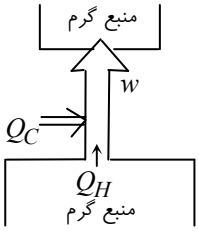
۶۴. ضریب عملکرد یخچال (k) از کدام رابطه بدست می‌آید؟

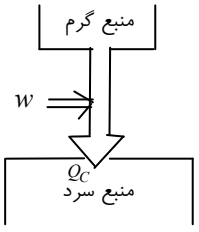
۱) $\frac{|Q_H| - Q_C}{Q_C}$ ۲) $\frac{Q_C}{|Q_H| + Q_C}$ ۳) $\frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C}$ ۴) $\frac{|Q_H| + Q_C}{Q_C}$

۶۵. کدام شکل زیر تبادل گرما و کار را برای یک کولر گازی درست نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


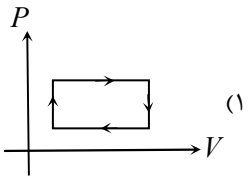
۴)


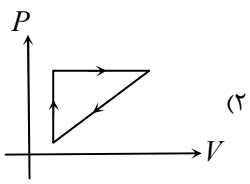
۶۶. یک کولر گازی را در نظر بگیرید که مقداری گرما از فضای داخل اتاق گرفته است و همان مقدار گرما را به فضای بیرون اتاق داده است این کولر گازی:

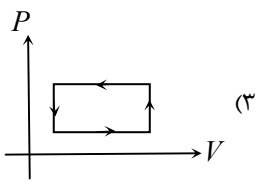
۱) در صورتی می‌تواند وجود داشته باشد که اصطکاک ناچیز باشد. ۲) می‌تواند وجود داشته باشد.

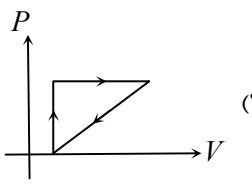
۳) با توجه به قانون اول ترمودینامیک نمی‌تواند وجود داشته باشد. ۴) با توجه به قانون دوم ترمودینامیک نمی‌تواند وجود داشته باشد.

۶۷. کدام‌یک از چرخه‌ها می‌تواند متعلق به یک یخچال باشد؟

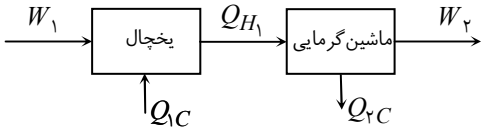
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۸. دو دستگاه یخچال و ماشین گرمایی را مانند شکل زیر به هم بسته ایم اگر ضریب عملکرد یخچال ۴ و بازده ماشین گرمایی ۲۰ درصد باشد نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟



۱) ۲ ۲) ۱
۳) ۳ ۴) ۴

۶۹. یک ماشین گرمایی بین دو منبع گرم و سرد با دماهای $77^\circ C$ و $27^\circ C$ کار می‌کند کدام مورد می‌تواند بازده این ماشین گرمایی باشد؟

۱) ٪۱۱ ۲) ٪۱۷ ۳) ٪۲۱ ۴) ٪۱۹

۷۰. در یک ماشین بخار، دمای بخاری که وارد ماشین می شود $250^\circ C$ و دمای بخاری که از آن خارج می شود $100^\circ C$ است بازده‌ی بیشینه ماشین بخار چند درصد است؟

۱) ۷۱ ۲) ۴۳/۷ ۳) ۲۱/۲ ۴) ۲۸/۶

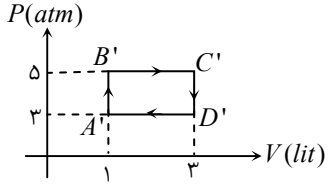
۷۱. یک ماشین گرمایی بین دو چشمه ی گرم و سرد کار می‌کند اگر دمای چشمه ی گرم را افزایش دهیم:

۱) بیشینه ی بازده ماشین افزایش می‌یابد.
۲) بیشینه ی بازده ماشین کاهش می‌یابد.
۳) دمای چشمه‌ی سرد کاهش می‌یابد.
۴) دمای چشمه ی سرد افزایش می‌یابد.

۷۲. کدام رابطه برای محاسبه‌ی بازده‌ی یک ماشین گرمایی که چرخه‌ی کارنو را طی می‌کند صحیح است؟

۱) $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$ ۲) $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$ ۳) $\eta = -\frac{|w|}{|w| + |Q_C|}$ ۴) هر سه رابطه صحیح است.

۷۳. شکل زیر چرخه‌ی $P - V$ یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد بازده‌ی یک ماشین گرمایی کارنو که بین بالاترین و کمترین دمای این ماشین گرمایی کار می‌کند چند درصد است؟



۱) ۸۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۶۰

۷۴. اختلاف دمای منبع گرم و سرد در یک ماشین گرمایی $27^\circ C$ است اگر بیشترین بازده این ماشین ٪۳۰ باشد دمای منبع گرم تقریباً چند درجه‌ی سلسیوس است؟

۱) -۱۸۳ ۲) ۹۰ ۳) ۱۱۷ ۴) -۱۵۶

۷۵. بازده یک ماشین گرمایی که با چرخه کارنو کار می‌کند ٪۵۰ و دمای چشمه سرد آن $27^\circ C$ است دمای چشمه گرم این ماشین چند درجه‌ی سلسیوس است؟

۱) ۵۴ ۲) ۳۲۷ ۳) ۲۷۰ ۴) ۵۱۹

پاسخ کلیدی تمرینات فصل هفتم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	●	○	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	○	●	○
۴.	○	○	●	○
۵.	○	○	●	○
۶.	○	○	●	○
۷.	○	○	●	○
۸.	○	●	○	○
۹.	○	●	○	○
۱۰.	●	○	○	○
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	○	●	○	○
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	○	○	●
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	●	○	○	○
۲۰.	○	●	○	○
۲۱.	○	○	●	○
۲۲.	●	○	○	○
۲۳.	○	○	●	○
۲۴.	○	●	○	○
۲۵.	●	○	○	○

	۱	۲	۳	۴
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	○	●	○	○
۲۸.	○	●	○	○
۲۹.	○	○	●	○
۳۰.	●	○	○	○
۳۱.	○	○	●	○
۳۲.	○	○	●	○
۳۳.	○	○	●	○
۳۴.	○	○	○	●
۳۵.	○	●	○	○
۳۶.	○	○	●	○
۳۷.	○	○	○	●
۳۸.	●	○	○	○
۳۹.	●	○	○	○
۴۰.	○	○	●	○
۴۱.	○	○	○	●
۴۲.	○	○	○	●
۴۳.	●	○	○	○
۴۴.	●	○	○	○
۴۵.	○	●	○	○
۴۶.	○	○	○	●
۴۷.	○	○	○	●
۴۸.	○	○	●	○
۴۹.	○	●	○	○
۵۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۵۱.	○	○	○	●
۵۲.	○	○	○	●
۵۳.	●	○	○	○
۵۴.	○	○	●	○
۵۵.	○	●	○	○
۵۶.	○	○	●	○
۵۷.	○	●	○	○
۵۸.	○	○	○	●
۵۹.	○	●	○	○
۶۰.	○	○	○	●
۶۱.	○	○	●	○
۶۲.	○	●	○	○
۶۳.	○	●	○	○
۶۴.	○	○	●	○
۶۵.	●	○	○	○
۶۶.	○	○	○	●
۶۷.	○	○	●	○
۶۸.	○	●	○	○
۶۹.	●	○	○	○
۷۰.	○	○	○	●
۷۱.	●	○	○	○
۷۲.	○	○	○	●
۷۳.	●	○	○	○
۷۴.	●	○	○	○
۷۵.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل هفتم

پاسخ تمرین ۱–۷

۱.

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_1}{273+\theta_1}=\frac{\frac{5}{4}V_1}{273+2\theta_1}$$
$$\Rightarrow 8\theta_1+1092=5\theta_1+1365$$
$$\Rightarrow 3\theta_1=273\Rightarrow\theta_1=91^\circ C\Rightarrow T_1=364\,k$$

۲.

$\rho=\frac{m\to}{V\to}$ $\overset{\text{ثابت}}{\text{ثابت}}$ $\Rightarrow$ **چگالی ثابت می‌ماند.**

۳.

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_1}{320}=\frac{0/95V_1}{T_2}$$
$$\Rightarrow T_2=304\Rightarrow\theta_2=31^\circ C$$

۴.

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1V_1}{300}=\frac{2P_1(V_1-10)}{400}$$
$$\Rightarrow 4V_1=6(V_1-10)\Rightarrow 2V_1=60\Rightarrow V_1=30\,lit$$

۵.

$$\frac{PV}{T}=cte$$

طبق رابطه فوق واضح است که با افزایش حجم اگر دما کاهش یابد فشار نیز باید کاهش یابد.

۶.

$$PV=nRT\Rightarrow n=\frac{PV}{RT}=\frac{4\times10^5\times2/8\times10^{-3}}{8\times280}$$
$$\Rightarrow n=\frac{1}{2}\,mole$$

mole	molecule
۱	$6/02\times10^{23}$
$\frac{1}{2}$	$x\ \to\ x=3/01\times10^{23}$

۷.

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow P_1V_1=P_2V_2$$
$$\Rightarrow 12\times5=1V_2\Rightarrow V_2=60\,lit$$

۸. **اگر اختلاف سطح دو جیوه 4Cm شود باید جیوه در لوله سمت راست 2Cm پائین بیاید و در سمت چپ 2Cm بالا رود پس داریم:**

فشار اولیه گاز $P_1=76\,CmHg$

فشار ثانویه گاز $P_2=80\,CmHg$

از طرفی ارتفاع هوای محبوس در لوله از 8Cm به 10Cm رسیده است پس: $\frac{V_2}{V_1}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$ **حال داریم:**

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{76V_1}{304}=\frac{80\times\frac{5}{4}V_1}{T_2}$$
$$\Rightarrow T_2=400\,k\ \to\ \Delta T=96\,k\to\Delta\theta=96^\circ C$$

۹. **در این جابجایی فشار گاز ثابت و برابر فشار هوا به علاوه فشار ناشی از وزن پیستون است یعنی** $P_1=P_2$ **می‌باشد پس:**

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow\frac{T_2}{300}=\frac{40}{30}\Rightarrow T_2=400\,k$$
$$\Rightarrow\Delta T=100\,k\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

۱۰.

$$P_2=1/25P_1$$
$$T_2=0/8T_1$$
$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{1/25P_1V_2}{0/8T_1}$$
$$\Rightarrow V_2=0/64\,V_1$$

پس حجم گاز ۳۶٪ کاهش می‌یابد.

۱۱. **۸ گرم ئیدروژن ۴ مول و ۲۸ گرم نیتروژن ۱ مول است پس:**

$$n=4+1=5\,mole$$

از طرفی می‌دانیم در شرایط متعارفی ($0^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر) حجم یک مول گاز ۲۲/۴ لیتر است پس:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}=R\Rightarrow\frac{1\times22/4}{1\times273}=\frac{P_2\times44/8}{5\times273}$$
$$\Rightarrow P_2=2/5\,atm$$

۱۲.

$$n=n_1+n_2$$
$$\Rightarrow\frac{PV}{RT}=\frac{P_1V_1}{RT_1}+\frac{P_2V_2}{RT_2}\Rightarrow\frac{PV}{T}=\frac{P_1V_1}{T_1}+\frac{P_2V_2}{T_2}$$

چون دما ثابت است پس:

$$PV=P_1V_1+P_2V_2$$
$$\Rightarrow 10V=2\times20+1\times10\Rightarrow 10V=50\Rightarrow V=5\,lit$$

۱۳.

$$Q = nC_{MP}\Delta T = n\times\frac{5}{2}R\Delta T$$

$$=\frac{5}{2}nR\Delta T=\frac{5}{2}P\Delta V$$

$$\Rightarrow Q=\frac{5}{2}\times 2\times 10^{5}(5\times 10^{-3}-3\times 10^{-3})\Rightarrow Q=1000J$$

۱۴. در فرآیند بی‌دررو $Q=0$ می‌باشد ولی چون w داریم پس Δu خواهیم داشت یعنی انرژی درونی تغییر می‌کند در نتیجه دما نیز تغییر می‌کند.

۱۵.

$$T_A = 250$$

$$\frac{T_B}{T_A}=\frac{4}{6}\Rightarrow T_B=\frac{4}{6}\times 250=\frac{1000}{6}$$

$$\Delta u=\frac{3}{2}nRT_2-\frac{3}{2}nRT_1$$

$$=\frac{3}{2}\times 1\times 8\times T_B-\frac{3}{2}\times 1\times 8\times T_A=12(T_B-T_A)$$

$$\Rightarrow \Delta u=12(\frac{1000}{6}-250)=12(\frac{-500}{6})$$

$$\Rightarrow \Delta u=-1000J$$

۱۶. می‌دانیم اگر دما کاهش یابد انرژی درونی نیز کاهش می‌یابد و طبق رابطه $PV=nRT$ هرگاه حاصل‌ضرب PV کاهش یابد T کاهش می‌یابد در گزینه ۲ جهت فرآیند به سمتی است که PV در حال کاهش است پس T و در نتیجه u در حال کاهش می‌باشد.

۱۷. در انبساط بی‌دررو دما کاهش می‌یابد پس $T_C<T_A$ از طرفی در انبساط هم فشار دما زیاد می‌شود یعنی $T_B>T_A$ پس:

$$T_B>T_A>T_C$$

۱۸. برای گازهای چند اتمی $C_{MV}=\frac{7}{2}R$ می‌باشد حال داریم:

$$Q=nC_{MV}\Delta T=0/5\times\frac{7}{2}R\times 20=0/5\times\frac{7}{2}\times 8\times 20$$

$$\Rightarrow Q=280J$$

۱۹.

$$P=\underset{\downarrow}{a}T\Rightarrow\frac{nRT}{V}=aT\Rightarrow V=\frac{nR}{a}$$

شیب خط نمودار رسم شده

پس طبق رابطه فوق حجم گاز تغییر نکرده است.

۲۰. در فرآیند هم‌دما، دما و در نتیجه انرژی درونی تغییری نمی‌کنند ولی در تراکم بی‌دررو انرژی درونی افزایش می یابد.

۲۱.

$$C_{MP}-C_{MV}=R\Rightarrow C_{MV}=C_{MP}-R$$

۲۲.

$$n=\frac{m}{M}=\frac{20}{4}=5mole$$

$$T_1=300k$$

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{300}=\frac{2P_1}{T_2}\Rightarrow T_2=600k$$

$$Q=nC_{MV}\Delta T=5\times 12/5\times 300\Rightarrow Q=18750J$$

۲۳. در فرآیند بی‌دررو گرما مبادله نمی‌شود و در بی‌دررو تراکم چون $w>0$ است پس $\Delta u>0$ بوده و در نتیجه انرژی درونی زیاد می‌شود.

۲۴. در فرآیند هم‌فشار (۱) $w=-P\Delta V$

$$Q=nC_{MP}\Delta T=n(\frac{5}{2}R)\Delta T=\frac{5}{2}nR\Delta T=\frac{5}{2}P\Delta V \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}|Q|=\frac{5}{2}|w|$$

۲۵. طبق رابطه بدست آمده در تست قبلی داریم:

$$Q=\frac{5}{2}P\Delta V=\frac{5}{2}\times 5\times 10^{5}(5\times 10^{-3}-3\times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow Q=2500J=2/5kJ$$

۲۶.

$$w=-P\Delta V=-nR\Delta T=-5\times 8(180)$$

$$=-7200J=-7/2kJ$$

۲۷. در فرآیند هم‌دما دما ثابت می‌ماند ولی در فرآیند بی‌دررو انبساطی دما کاهش می‌یابد پس:

$$T_2<T_1$$

۲۸. در فرآیند انبساط هم‌فشار داریم:

$$P=cte$$

$$V\uparrow\Rightarrow T\uparrow\Rightarrow u\uparrow\Rightarrow\Delta u>0$$

$$\Delta u=Q+w>0\Rightarrow Q+(-700)>0$$

$$\Rightarrow Q>700J$$

۲۹.

$$\Delta u=\frac{3}{2}nRT_2-\frac{3}{2}nRT_1=w+Q$$

$$\Rightarrow\frac{3}{2}P_2V_2-\frac{3}{2}P_1V_1=-1500+Q$$

$$\Rightarrow\frac{3}{2}\times 3\times 10^{5}\times 6\times 10^{-3}-\frac{3}{2}\times 8\times 10^{5}\times 2\times 10^{-3}$$

$$=-1500+Q$$

$$\Rightarrow 2700-2400=-1500+Q\Rightarrow Q=1800J$$

۳۰.

$$Q=nC_{MV}\Delta T\Rightarrow Q=n(\frac{3}{2}R)\Delta T=\frac{3}{2}nR\Delta T$$

$$\Rightarrow Q=\frac{3}{2}V\Delta P$$

$$\Rightarrow ۱۵۰۰ = \frac{۳}{۲}\times ۵\times ۱۰^{-۳}(P_۲ - ۲\times ۱۰^{۵})$$
$$\Rightarrow P_۲ - ۲\times ۱۰^{۵} = ۲\times ۱۰^{۵} \Rightarrow P_۲ = ۴\times ۱۰^{۵}\,Pa$$
$$\Rightarrow P_۲ = ۴\,atm$$

۳۱.

$$Q = nC_{MV}\Delta T$$
$$۶۰ = n\times\frac{۳}{۲}R\,\Delta T \quad (۱)$$
$$Q' = nC_{MP}(۲\Delta T) \Rightarrow Q' = n\times\frac{۵}{۲}R(۲\Delta T) = ۵nR\Delta T \quad (۲)$$
$$\frac{(۲)}{(۱)} \Rightarrow \frac{Q'}{۶۰} = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow Q' = ۲۰۰\,J$$

۳۲. دما در نقطه B کمتر از دما در نقطه C می‌باشد پس:

$$u_B < u_C \Rightarrow \Delta u_{A\to B} < \Delta u_{A\to C}$$
$$\Rightarrow Q_{AB} + w_{AB} < \cancel{Q}^{\circ}_{AC} + w_{AC}$$
$$\Rightarrow Q_{AB} < w_{AC} - w_{AB}$$

واضح است که w_{AC} منفی‌تر از w_{AB} می‌باشد (w_{AC} و w_{AB} هر دو منفی هستند چون فرآیندها انبساط است از طرفی سطح زیر منحنی AC از سطح زیر منحنی AB بیشتر است پس w_{AC} از w_{AB} منفی‌تر است) پس:

$$Q_{AB} < ۰$$

پس گاز گرما از دست داده است.

۳۳.

$$Q = ۱۰۰\,J \qquad w = -۲۵۰\,J$$
$$\Delta u = Q + w = (۱۰۰) + (-۲۵۰)$$
$$\Rightarrow \Delta u = -۱۵۰\,J$$

۳۴. در فرآیند هم‌دما در تمام نقاط دما ثابت است پس انرژی درونی هم ثابت می‌ماند.

۳۵.

$$Q + w = \Delta u = u_C - u_A = \frac{۳}{۲}nRT_C - \frac{۳}{۲}nRT_A$$
$$\Rightarrow Q + w = \frac{۳}{۲}P_CV_C - \frac{۳}{۲}P_AV_A$$
$$= \frac{۳}{۲}\times(۰/۵\times ۱۰^{۵}\times ۵\times ۱۰^{-۳}) - \frac{۳}{۲}\times(۰/۲\times ۱۰^{۵}\times ۲\times ۱۰^{-۳})$$
$$\Rightarrow Q + w = ۳۷۵ - ۶۰ = ۳۱۵\,J$$

۳۶.

$$\left.\begin{matrix} u\propto T \\ T\propto PV \end{matrix}\right\} \Rightarrow u\propto PV$$

از روی شکل داریم:

$$\left.\begin{matrix} P_AV_A = ۴\times ۱۰^{۵}\times ۲\times ۱۰^{-۳} = ۸۰۰ \\ P_CV_C = ۳\times ۱۰^{۵}\times ۳\times ۱۰^{-۳} = ۹۰۰ \\ P_BV_B = ۲\times ۱۰^{۵}\times ۴\times ۱۰^{-۳} = ۸۰۰ \end{matrix}\right\} u_A = u_B < u_C$$

۳۷.

$$\frac{u_۲}{u_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow ۲ = \frac{۲۷۳ + ۵\theta_۱}{۲۷۳ + \theta_۱}$$
$$\Rightarrow ۲۷۳ + ۵\theta_۱ = ۵۴۶ + ۲\theta_۱ \Rightarrow ۳\theta_۱ = ۲۷۳$$
$$\Rightarrow \theta_۱ = ۹۱$$
$$\Rightarrow T_۱ = ۳۶۴\,k$$

پاسخ تمرین ۲-۷

۳۸. چرخه ساعت‌گرد است پس $w = -s$ و داریم:

$$w = -(\frac{۳۰\times ۱۰^{۵}\times ۲\times ۱۰^{-۳}}{۲}) \Rightarrow w = -۳۰۰\,J$$

در چرخه $\Delta u = ۰$ و در نتیجه $Q = -w$ می‌باشد پس:

$$Q = ۳۰۰\,J = ۳\,kJ$$

۳۹.

$$\frac{T_H}{T_C} = \frac{P_HV_H}{P_CV_C} = \frac{۸\times ۵}{۴\times ۲} = \frac{۴۰}{۸} = ۵$$

۴۰.

$$w = -۷۰۰ \Rightarrow w_{AB} + w_{BC} + w_{CA} = -۷۰۰$$
$$\Rightarrow -۱۰^{۵}(۲\times ۱۰^{-۳} - ۶\times ۱۰^{-۳}) + ۰ + w_{CA} = -۷۰۰$$
$$\Rightarrow ۴۰۰ + w_{CA} = -۷۰۰ \Rightarrow w_{CA} = -۱۱۰۰\,J$$

۴۱. چرخه پادساعت‌گرد است پس:

$$w > ۰ \Rightarrow Q < ۰$$

۴۲.

$$w = -S = -(\frac{۱/۵\times ۱۰^{۴}\times ۱۲\times ۱۰^{-۳}}{۲})$$
$$\Rightarrow w = -۹۰\,J$$

۴۳.

$$Q = -w = -(-s) = s = \frac{۲\times ۱۰^{۵}\times ۱۰\times ۱۰^{-۳}}{۲}$$
$$\Rightarrow Q = ۱۰۰۰\,J$$

۴۴.

$$\Delta u_{AB} = u_B - u_A = \frac{۳}{۲}nRT_B - \frac{۳}{۲}nRT_A$$
$$= \frac{۳}{۲}P_BV_B - \frac{۳}{۲}P_AV_A$$
$$= \frac{۳}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰^{۳}\times ۱۰^{-۳} - \frac{۳}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰^{۳}\times ۲\times ۱۰^{-۳}$$
$$= \frac{۰/۳}{۲} - ۰/۳ = \frac{-۰/۳}{۲} = \frac{-۳}{۲۰}\,J$$

۴۵.

$$\Delta u_{AB}+\Delta u_{BC}+\Delta u_{CA}=0$$
$$Q_{AB}+\Delta u_{BC}+\frac{3}{2}P_AV_A-\frac{3}{2}P_CV_C=0$$
$$\Rightarrow \Delta U_{BC}=\frac{3}{2}P_CV_C-\frac{3}{2}P_AV_A-Q_{AB}$$
$$\Rightarrow \Delta u_{BC}=\frac{3}{2}\times 1.^5\times 2\times 1.^{-3}-\frac{3}{2}\times 1.^5\times 1\times 1.^{-3}-1..$$
$$\Rightarrow \Delta u_{BC}=3..-15.-1..$$
$$\Rightarrow \Delta u_{BC}=5.J$$

۴۶.

$$\Delta u_{ab}+\Delta u_{ba}=0$$
$$\Rightarrow Q_{ab}+w_{ab}+Q_{ba}+w_{ba}=0$$
$$\Rightarrow 6..-4..+Q_{ba}+3..=0$$
$$\Rightarrow Q_{ba}=-5..J$$

۴۷.

$$\Delta u_{AB}=Q_{AB}+\overset{0}{\cancel{w_{AB}}}=nC_{MV}(T_B-T_A)$$
$$\Rightarrow u_B-u_A=n\times\frac{3}{2}R(T_B-T_A)$$
$$\Rightarrow u_B-9..=\frac{3}{2}(P_BV_B-P_AV_A)$$
$$\Rightarrow u_B-9..=\frac{3}{2}(6\times 1.^5\times 6\times 1.^{-3}-1\times 1.^5\times 6\times 1.^{-3})$$
$$\Rightarrow u_B-9..=\frac{3}{2}(3..)\Rightarrow u_B-9..=45..$$
$$\Rightarrow u_B=54..J$$

۴۸.

$\Delta u=0 \Rightarrow$ کل Q + کل w = ۰ چرخه
$\Rightarrow$ کل w = ۰ $\Rightarrow$ کل w = $-8..$
$$\Rightarrow w_{Ca}+w_{ab}=-8..$$
$$\Rightarrow w_{Ca}+\left[-3\times 1.^5(1\times 1.^{-3}-4\times 1.^{-3})\right]=-8..$$
$$\Rightarrow w_{Ca}+9..=-8..\Rightarrow w_{Ca}=-17..$$
$$\Rightarrow |w_{Ca}|=17..J$$

۴۹.

$$\Delta u=\overset{0}{\cancel{Q}}+w$$
بی‌دررو بی‌دررو بی‌دررو
$$\frac{3}{2}nRT_3-\frac{3}{2}nRT_2=w_{\text{بی‌دررو}}$$
$$\frac{3}{2}\times n\times R\underbrace{(T_3-T_2)}_{-15.}=w_{\text{بی‌دررو}}$$
$$\Rightarrow |w_{\text{بی‌دررو}}|=18..J$$

۵۰.

$$|w|=Pt=(1....)(1)=1....J$$
$$\eta=\frac{|w|}{Q_H}\Rightarrow\frac{25}{1..}=\frac{1....}{Q_H}\Rightarrow Q_H=4....$$
$$|Q_C|=Q_H-|w|=4....-1....=3....J=3.kJ$$

۵۱.

$$|w|=Q_H-|Q_C|=3...-18..=12..$$
$$\eta=\frac{|w|}{Q_H}=\frac{12..}{3...}=\frac{12}{3.}=\frac{2}{5}=./4$$
$$\eta\%=4.\%$$

۵۲. گزینه ۴ صحیح است میعان در فشار ثابت انجام می‌گیرد و چون سرعت انجام کار زیاد است مرحله انجام کار فرآیند بی‌دررو است.

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

۵۴. در ماشین گرمایی داریم:

$$Q_H>0\quad w<0\quad Q_C<0$$

۵۵.

$$|w|=Pt=1..\times 6.=6...J=6kJ$$
$$Q_H=|w|+|Q_C|=6+19=25kJ$$
$$\eta=\frac{|w|}{Q_H}=\frac{6}{25}=\frac{24}{1..}$$

پس بازده ۲۴ درصد است.

۵۶. در این طرح چون کار روی محیط انجام گرفته است پس ماشین گرمایی داریم.

$$\eta=\frac{|w|}{Q_H}=\frac{5.}{3..}\Rightarrow\eta=\frac{1}{6}$$

۵۷. در ماشین گرمایی قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta u=0\Rightarrow Q_H+Q_C+w=0$$

اطلاعات گزینه ۲ در رابطه فوق صدق نمی‌کند.

۵۸.

$Q_C=1..\times 6.=6...J$ در هر دقیقه
$$|Q_H|=Q_C+w\Rightarrow 72..=6...+w\Rightarrow w=12..J$$
$$k=\frac{Q_C}{w}=\frac{6...}{12..}\Rightarrow k=5$$

۵۹.

$$Q_C=|2\times 4/2\times(-2.)|+|2\times 335|+|2\times 2/1\times(-1.)|$$
$$\Rightarrow Q_C=168+67.+42\Rightarrow Q_C=88.kJ$$
$$w=\frac{Q_C}{k}=\frac{88.}{2/5}\Rightarrow w=352kJ$$
$$|Q_H|=Q_C+w=88.+352\Rightarrow|Q_H|=1232kJ$$

۶۰.

$$|Q_H| = Q_C + w \Rightarrow ۷۸\times۱۰^{۵} = ۵۴\times۱۰^{۵} + w$$
$$\Rightarrow w = ۲۴\times۱۰^{۵}$$
$$Pt = ۲۴\times۱۰^{۵}$$
$$\Rightarrow ۳۶۰P = ۲۴\times۱۰^{۵} \Rightarrow P = \frac{۲۴۰۰۰}{۳۶} = \frac{۲۰۰۰}{۳}$$
$$\Rightarrow P \simeq ۶۶۶(w)$$

۶۱.

$$k = \frac{Q_C}{w} = \frac{۱۵۰۰}{۱۵۰} \Rightarrow k = ۱۰$$

۶۲.

$$w = Pt = ۱۵۰۰\times۶۰ = ۹۰۰۰۰J$$
$$k = \frac{Q_C}{w} \Rightarrow Q_C = kw = ۳\times۹۰۰۰۰ = ۲۷۰۰۰۰J$$

۶۳.

$$|Q_H| = Q_C + w \Rightarrow ۱۰^{۵} = ۷\times۱۰^{۴} + w$$
$$\Rightarrow w = ۳\times۱۰^{۴}\,J$$
$$k = \frac{Q_C}{w} = \frac{۷\times۱۰^{۴}}{۳\times۱۰^{۴}} \Rightarrow k = \frac{۷}{۳}$$

۶۴.

$$k = \frac{Q_C}{w} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C}$$

۶۵. **گزینه ۱ تبادل گرما و کار را برای یک کولر گازی نشان می‌دهد در کولر گازی گرما از محیط (منبع سرد) گرفته می‌شود و روی آن کار انجام می‌گیرد و گرما به منبع گرم داده می شود.**

۶۶.

$$|Q_H| = Q_C + w$$

اگر $|Q_H| = Q_C$ باشد $w = ۰$ می‌شود که طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی امکان ندارد بدون انجام کار گرما از جسم سرد به جسم گرم منتقل شود.

۶۷. **در یخچال $w > ۰$ است پس باید چرخه یخچال پادساعتگرد باشد.**

۶۸.

$$\frac{w_۲}{Q_{H_۱}} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵} \qquad (۱)$$
$$\frac{|Q_{H_۱}|}{w_۱} = \frac{w_۱ + Q_{۱C}}{w_۱} = ۱ + \frac{Q_{۱C}}{w_۱} = ۱ + k = ۱ + ۴ = ۵ \qquad (۲)$$

با ضرب دو رابطه (۱) و (۲) در یکدیگر داریم:

$$\frac{w_۲}{w_۱} = ۱$$

۶۹.

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = ۱ - \frac{۳۰۰}{۳۵۰} = \frac{۵۰}{۳۵۰} = \frac{۱}{۷} \simeq ۱۴/۳\%$$

پس باید بازده از مقدار فوق کوچکتر باشد که فقط گزینه ۱ در این شرط صدق می‌کند.

۷۰.

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} = \frac{۱۵۰}{۲۵۰ + ۲۷۳}$$
$$\Rightarrow \eta_{max} = \frac{۱۵۰}{۵۲۳} \simeq ۲۸/۶\%$$

۷۱.

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_{H\uparrow}} \Rightarrow \eta_{max} \uparrow$$

۷۲.

$$\eta = \frac{|w|}{Q_H} = \frac{|w|}{|w| + |Q_C|}$$

چرخه کارنو $\eta = ۱ - \frac{T_C}{T_H}$

$$\eta = \frac{|w|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = ۱ - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

پس هر سه رابطه برای بازده صحیح است.

۷۳.

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = ۱ - \frac{T_{A'}}{T_{C'}}$$
$$\Rightarrow \eta_{max} = ۱ - \frac{\frac{P_{A'}V_{A'}}{nR}}{\frac{P_{C'}V_{C'}}{nR}} = ۱ - \frac{P_{A'}V_{A'}}{P_{C'}V_{C'}}$$
$$= ۱ - \frac{۳\times۱۰^{۵}\times۱\times۱۰^{-۳}}{۵\times۱۰^{۵}\times۳\times۱۰^{-۳}}$$
$$\eta_{max} = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵} = \frac{۸۰}{۱۰۰}$$

۷۴.

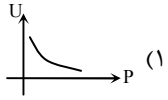
$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$
$$\Rightarrow \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۲۷}{T_H} \Rightarrow T_H = ۹۰k$$
$$\Rightarrow \theta_H = -۱۸۳^{\circ}C$$

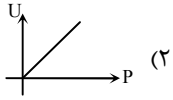
۷۵.

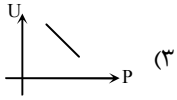
$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = ۱ - \frac{۳۰۰}{T_H}$$
$$\Rightarrow T_H = ۶۰۰k \Rightarrow \theta_H = ۳۲۷^{\circ}C$$

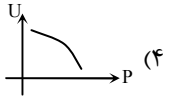
پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم

۱. در یک فرآیند هم حجم نمودار انرژی درونی برحسب فشار گاز کامل کدام است ؟

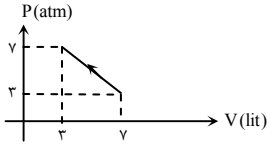
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲. گاز کاملی فرآیند شکل روبرو را طی کرده است دمای گاز در طول فرآیند چگونه تغییر یافته است؟



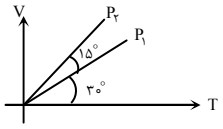
۱) دما ثابت مانده است.

۲) دما افزایش یافته است.

۳) دما ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.

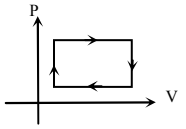
۴) دما ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

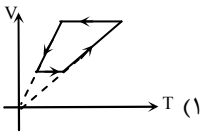
۳. مقدار معینی گاز طی دو فرآیند جداگانه هم‌فشار متحول شده است مسیر این دو تحول در شکل نشان داده شده است نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ کدام است؟

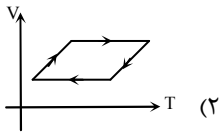


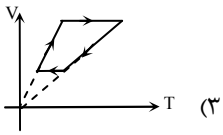
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

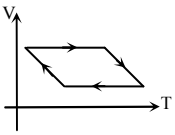
۴. مقداری گاز کامل چرخه روبرو را طی می‌کند کدام گزینه متعلق به تحول این گاز است؟



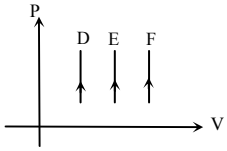
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

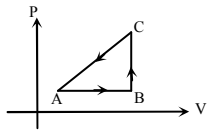
۵. اگر بخواهیم در فرآیندهای F,E,D شکل مقابل رشد فشار مساوی به اندازه ΔP به وجود آید در مورد ΔT حاصل کدام عبارت درست می‌باشد؟ (در هر سه فرآیند تعداد مول‌ها یکسان می باشد.)



۱) ΔT برای همه یکسان است. ۲) ΔT فرآیند D از همه بیشتر است.

۳) ΔT فرآیند F از همه بیشتر است. ۴) ΔT فرآیند E از همه بیشتر است.

۶. گاز کاملی فرآیندهایی مطابق شکل را طی می‌نماید کدام‌یک از گزینه‌های زیر راجع به این گاز در هر یک از فرآیندها نادرست می‌باشد؟



۱) $\begin{cases} W_{AB} < ۰ \\ W_{CA} > ۰ \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} Q_{AB} > ۰ \\ Q_{BC} > ۰ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} \Delta U_{AB} > ۰ \\ \Delta U_{CA} < ۰ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} Q_{AB} < ۰ \\ Q_{CA} > ۰ \end{cases}$

۷. گاز کاملی را طی فرآیند بی دررو منبسط می‌نمائیم تا حجم آن به دو برابر مقدار اولیه برسد اگر فشار گاز در حین این تحول از P به P' برسد کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) $P' = P$ ۲) $P' = \frac{۱}{۲}P$ ۳) $P > P' > \frac{۱}{۲}P$ ۴) $P' < \frac{۱}{۲}P$

۸. در عبارت (در انبساط هم دمای گاز کامل تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل می‌شود). کدام قانون زیر نقض می‌شود؟

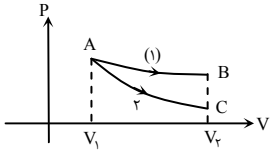
۱) قانون اول ترمودینامیک ۲) قانون دوم ترمودینامیک

۳) اصل بقای انرژی ۴) هیچ‌یک از قانون‌های فوق نقض نمی‌شود.

۹. مقداری آب را درون فلاسک چای می‌ریزیم و پس از بستن در فلاسک آن را به شدت تکان می‌دهیم در این صورت کدام گزینه در مورد فرآیند صورت گرفته، صحیح است؟

۱) $Q = ۰, W = ۰, \Delta U = ۰$ ۲) $Q > ۰, W = ۰, \Delta U > ۰$ ۳) $Q = ۰, W > ۰, \Delta U > ۰$ ۴) $Q < ۰, W > ۰, \Delta U = ۰$

۱۰. در شکل زیر حجم گاز به دو طریق از V_1 به V_2 رسیده است اگر فرایند ۱ بی دررو باشد در کدام فرآیند اندازه‌ی تغییر انرژی درونی بزرگتر و در کدام‌یک از نقاط B و C دمای گاز بیشتر است؟



۱) (۲) و C ۲) (۲) و B
۳) (۱) و B ۴) (۱) و C

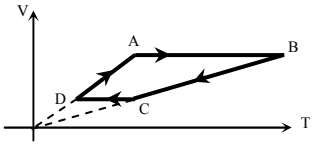
۱۱. حجم مقداری گاز کامل از شرایط P_1, V_1, T_1 طی فرآیندهای متفاوتی به $2V_1$ تبدیل می‌شود در کدام فرآیند گرمای بیشتری به گاز داده می‌شود؟

۱) بی‌دررو ۲) هم‌دما ۳) هم‌فشار ۴) هر یک از سه فرآیند ممکن است.

۱۲. در یک گاز کامل ۲ اتمی در یک فرآیند هم‌فشار، تغییرات انرژی درونی چند برابر گرمای داده شده به آن است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۷}$ ۴) $\frac{۲}{۷}$

۱۳. نمودار $V-T$ مربوط به یک گاز کامل مطابق شکل زیر است $\left|\frac{W_{DA}}{W_{BC}}\right|$ کدام است؟

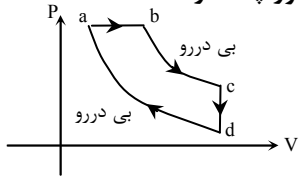


۱) کوچکتر از یک ۲) بزرگتر از یک
۳) یک ۴) هر سه ممکن است.

۱۴. اگر در یک فرآیند بی دررو دمای ۲ مول گاز کامل تک اتمی $(C_{MP}=\frac{۵}{۲}R \quad C_{MV}=\frac{۳}{۲}R)$ از $۱۰^\circ C$ به $۵۰^\circ C$ برسد کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟ $(R \simeq ۸\frac{J}{mole.k})$

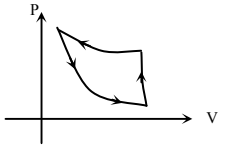
۱) -۹۶۰ ۲) ۹۶۰ ۳) ۱۶۰۰ ۴) -۱۶۰۰

۱۵. نمودار زیر چرخه‌ی یک نوع موتور درون‌سوز دیزلی می‌باشد این موتور در فرآیند ab گرما دریافت می‌کند و در فرآیند cd به اندازه ۱۹۵۰ ژول گرما از دست می‌دهد اگر مساحت این چرخه ۶۵۰ واحد SI باشد بازده گرمایی این موتور چند درصد است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۲۵
۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۱۶. یخچالی در یک اتاق در بسته به ابعاد $۳m \times ۴m \times ۳m$ با دمای $۲۷^\circ C$ و فشار یک اتمسفر قرار دارد و نمودار $P-V$ آن به صورت شکل زیر می‌باشد اگر دستگاه در هر چرخه $۱۱kj$ گرما از منبع سرد بگیرد و مساحت داخل چرخه $۴kj$ باشد در مدت طی یک چرخه دمای اتاق چند کلوین بالا می‌رود؟ (C_{MV} هوا $=۲۰\frac{j}{mole.k}$ $R=۸\ \frac{j}{mole.k}$)



۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵
۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

۱۷. در یک یخچال که بازده‌ی موتور آن β فرض می‌شود اگر گرمای داده شده به محیط با انرژی الکتریکی مصرفی برابر باشد در این صورت کدام رابطه درست است به شرطی که k ضریب عملکرد یخچال باشد؟

۱) $k+۱=\beta$ ۲) $۱+\beta=k$ ۳) $(۱+k)\beta=۱$ ۴) $(\beta+۱)k=۱$

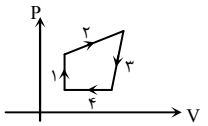
۱۸. اگر یک ماشین گرمایی بین دو چشمه‌ی گرما با دماهای ۲۰۰۰k و ۴۰۰k کار کند و در هر ساعت به ازاء $۴\times۱۰^۸\ J$ کار مکانیکی که انجام می‌دهد $۸\times۱۰^۸\ J$ انرژی گرمایی هدر دهد بازده ماشین کارنویی که بین این دو چشمه کار می‌کند چند برابر بازده‌ی این ماشین است؟

۱) $\frac{۱۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱۲}{۱۰}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۱۹. ضریب عملکرد یخچالی $k=۴$ است اگر این یخچال در هر دقیقه ۱۰ چرخه را طی کرده باشد و در همین مدت ۲kg آب صفر درجه‌ی سلسیوس را به یخ صفر درجه تبدیل کند در هر چرخه چه مقدار گرما به محیط داده می‌شود؟ $(L_f=۳۰۰\frac{J}{g})$

۱) ۶۰ کیلو ژول ۲) ۷۵ کیلو ژول ۳) ۱۰۰ کیلو ژول ۴) ۳۰۰ کیلو ژول

۲۰. شکل مقابل چرخه‌ی یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد اگر اندازه گرمای مبادله شده در مسیرهای ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به ترتیب برابر ۳۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۱۵ کیلو ژول باشد بازده این ماشین گرمایی چند درصد است؟

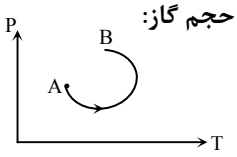


۱) ۱۵ ۲) ۳۰
۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۲۱. در یک فرآیند آرمانی، دمای گاز از ۲۵۰k به $227^{\circ}C$ می‌رسد در نتیجه فشار گاز از ۲/۵atm به ۵atm افزایش می‌یابد طی این فرآیند چقدر کار بر روی گاز انجام شده است؟

۱) ۹۰۰J- ۲) ۶۲۵J- ۳) ۶۲۵J ۴) صفر

۲۲. در یک فرآیند، نمودار فشار برحسب دما برای یک نوع گاز کامل مانند شکل است. در این فرآیند حجم گاز:



۱) کم می‌شود ۲) اول کم، بعد زیاد می‌شود.
۳) زیاد می‌شود. ۴) اول زیاد، بعد کم می‌شود.

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	●	○	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	○	○	●
۴.	●	○	○	○
۵.	○	○	●	○
۶.	○	○	○	●
۷.	○	○	○	●
۸.	○	○	○	●
۹.	○	○	●	○
۱۰.	○	●	○	○
۱۱.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	●	○	○	○
۱۴.	○	●	○	○
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	○	●	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	●	○	○
۲۱.	○	○	○	●
۲۲.	○	○	○	●

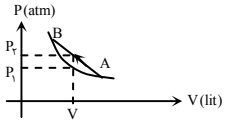
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هفتم

۱. یعنی نمودار U بر حسب P خط گذرا از مبدأ است

$$\begin{cases} u \propto T \\ T \propto P \end{cases} \Rightarrow u \propto P \Rightarrow u = aP$$

۲.

$$\frac{P_A V_A}{nR} = \frac{P_B V_B}{nR} \Rightarrow T_A = T_B$$



یعنی نقاط A و B متعلق به یک نمودار هم‌دماست.

$$(V = \text{ثابت}): \left[P_۲ > P_۱ \Rightarrow T_۲ > T_۱\right] \xrightarrow{(T_۱ = T_A)} T_۲ > T_A$$

یعنی ابتدا دما افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

۳. شیب نمودار $(V-T)$ برابر $\frac{nR}{P}$ است.

$$\frac{\tan ۳۰^\circ}{\tan ۴۵^\circ} = \frac{\frac{nR}{P_۱}}{\frac{nR}{P_۲}} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{P_۲}{P_۱}$$

۴. نمودار $(V-T)$ فرآیند هم‌فشار، خطی است که از مبدأ می‌گذرد. معلوم می‌شود نمودار ۱ صحیح است.

۵. هر سه فرآیند هم‌حجم است.

$$V\Delta P = nR\Delta T$$

$$\Delta P_D = \Delta P_E = \Delta P_F :$$

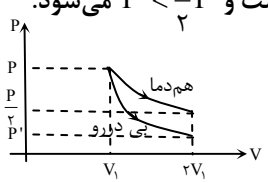
$$\left[V_F > V_E > V_D \Rightarrow \Delta T_F > \Delta T_E > \Delta T_D\right]$$

۶. در فرآیند هم‌فشار AB چون $T_B > T_A$ بنابراین $Q_{AB} > ۰$ همچنین در چرخه ABCA داریم:

$$Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} < ۰$$

$$\begin{cases} Q_{AB} > ۰ \\ Q_{BC} > ۰ \end{cases} \Rightarrow Q_{CA} < ۰$$

۷. در فرآیند هم‌دما با دو برابر شدن حجم، فشار نصف می‌شود. با توجه به نمودار معلوم می‌شود که افت فشار در فرآیند بی دررو شدیدتر است و $P' < \frac{۱}{۲}P$ می‌شود.



۸. هرگاه در یک چرخه‌ی ترمودینامیکی تمام گرمای دریافت شده به کار تبدیل شود، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

۹. آب در داخل یک فلاسک با جدار عایق گرما، فرآیند بی دررو را طی می‌کند. از طرفی با تکان دادن فلاسک آب، کار مکانیکی روی آب انجام می‌گیرد بنابراین:

$$w > ۰ \xrightarrow{(Q=۰)} \Delta U > ۰$$

۱۰.

$$\left.\begin{matrix} V_B = V_C \\ P_C < P_B \end{matrix}\right\} \Rightarrow T_C < T_B$$

یعنی دمای B از دمای C بیشتر است.

$$T_C < T_B \Rightarrow U_C < U_B$$

$$\Rightarrow U_A - U_C > U_A - U_B$$

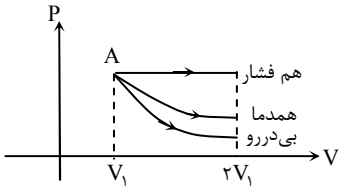
$$\Rightarrow \left|\Delta U_{(۲)}\right| > \left|\Delta U_{(۱)}\right|$$

یعنی اندازه‌ی تغییر انرژی درونی در مسیر ۲ از مسیر ۱ بیشتر است.

گزینه ۲ صحیح است.

۱۱.

$$\begin{cases} Q = ۰ & \text{بی دررو} \\ Q = |w| & \text{هم‌دما} \\ |w| \text{ هم دما} > |w| \text{ هم فشار} & \text{و} \\ Q > |w| & \text{هم فشار} \end{cases}$$



$$\Rightarrow Q_{\text{بی دررو}} > Q_{\text{هم‌دما}} > Q_{\text{هم‌فشار}}$$

۱۲.

$$\begin{cases} Q_P = \frac{۷}{۲}nR\Delta T \\ \Delta U = \frac{۵}{۲}nR\Delta T \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = \frac{۵}{۷}$$

۱۳. DA و BC فرآیندهای هم‌فشار هستند.

$$\left|\frac{w_{DA}}{w_{BC}}\right| = \left|\frac{-P_{DA}(V_A - V_B)}{-P_{BC}(V_C - V_B)}\right|$$

$$\Rightarrow \left|\frac{w_{DA}}{w_{BC}}\right| = \frac{P_{DA}}{P_{BC}} \times \underbrace{\left|\frac{V_A - V_D}{V_C - V_B}\right|}_{۱}$$

$$\xrightarrow{P_{BC} > P_{DA}} \left|\frac{w_{DA}}{w_{BC}}\right| < ۱$$

۱۴.

$$\Delta U = w + Q \Rightarrow \Delta U = w \Rightarrow \frac{۳}{۲}nR\Delta T = w$$

$$w_{\text{بی دررو}} = \frac{۳}{۲}nR\Delta T = \frac{۳}{۲} \times ۲ \times ۸ \times (۵۰ - ۱۰) = ۹۶۰J$$

۱۵.

$$S = |w| = ۶۵۰ \Rightarrow w = -۶۵۰J$$

$$Q = Q_{ab} + \underbrace{Q_{bc}}_{۰} + Q_{cd} + \underbrace{Q_{da}}_{۰}$$

$$\xrightarrow{(Q=-w)} ۶۵۰ = Q_{ab} - ۱۹۵۰$$

$$Q_H = Q_{ab} = ۲۶۰۰J$$

$$\eta = \frac{|w|}{Q_H} = \frac{۶۵۰}{۲۶۰۰} = ۰/۲۵ \text{ یا } \eta = ۲۵\%$$

.۱۶

$$S = |w| = ۴kJ \Rightarrow w = ۴k\,J$$

$$|Q_H| = w + Q_C = ۴ + ۱۱ = ۱۵kJ$$

۱۵ kJ گرما به فضای داخل اتاق داده می‌شود. (حجم فضای داخل اتاق ثابت است)

$$Q = nC_{MV}\Delta T \xrightarrow{(n=\frac{PV}{RT})}$$

$$۱۵۰۰۰ = \frac{۱۰^۵ \times ۳۶}{۸ \times ۳۰۰} \times ۲۰ \times \Delta T \quad \Rightarrow \Delta T = ۰/۵k$$

.۱۷

$$\beta = \frac{w}{E} = \frac{w}{|Q_H|} = \frac{w}{Q_C + w} \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{\beta} = \frac{Q_C + w}{w} = \frac{Q_C}{w} + ۱ = k + ۱ \Rightarrow (k+۱)\beta = ۱$$

.۱۸

$$\eta = \frac{|w|}{Q_H} = \frac{|w|}{|w| + |Q_C|} = \frac{۴ \times ۱۰^۸}{۴ \times ۱۰^۸ + ۸ \times ۱۰^۸} = \frac{۱}{۳}$$

$$\eta_{max} = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = ۱ - \frac{۴۰۰}{۲۰۰۰} = \frac{۴}{۵}$$

بنابراین: $\frac{\eta_{max}}{\eta} = \frac{۱۲}{۵}$

.۱۹

$$k = \frac{Q_C}{w} \Rightarrow ۴ = \frac{|mL_F|}{w} = \frac{۲ \times ۳ \times ۱۰^۵}{w} \Rightarrow$$

$$w = ۱/۵ \times ۱۰^۵$$

$$|Q_H| = w + Q_C = ۱/۵ \times ۱۰^۵ + ۶ \times ۱۰^۵$$

گرمای داده شده به بیرون در هر دقیقه $= ۷/۵ \times ۱۰^۵ J$

گرمای داده شده به بیرون در هر چرخه $|Q_H| = \frac{۷/۵ \times ۱۰^۵}{۱۰}$

$$= ۷/۵ \times ۱۰^۴ = ۷۵kJ$$

.۲۰

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = \frac{(Q_۱ + Q_۲) - (Q_۳ + Q_۴)}{Q_۱ + Q_۲}$$

$$\eta = \frac{(۲۰+۳۰) - (۲۰+۱۵)}{۲۰+۳۰} = \frac{۳}{۱۰} \text{ یا } \eta = ۳۰\%$$

.۲۱

$$\begin{cases} T_۱ = ۲۵۰k \\ P_۱ = ۲/۵atm \end{cases} \quad \begin{cases} T_۲ = ۵۰۰k \\ P_۲ = ۵atm \end{cases}$$

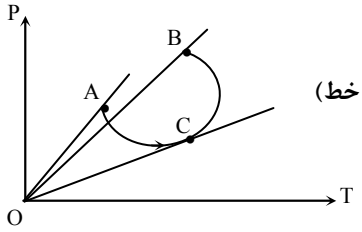
$$\frac{P_۱}{T_۱} = \frac{P_۲}{T_۲} \Rightarrow V_۱ = V_۲$$

یعنی فرآیند هم‌حجم را گاز طی کرده است و $w = ۰$.

.۲۲ شیب خطی که از مبدأ O می‌گذرد با حجم گاز رابطه عکس دارد یعنی هرچه شیب خط کوچکتر شود، حجم گاز بیشتر می‌شود بنابراین:

$$V_C > V_B > V_A$$

حجم اول زیاد و بعد کم می‌شود.



(شیب خط $= \frac{nR}{V}$)

فصل هشتم

الکتریسیته ساکن

جلسه‌ی دوازدهم

شروع بررسی الکتریسیته به مشاهدات تالس برمی‌گردد تالس هنگامی که دریافت کهربا مواد ریز و سبک را جذب می‌کند شروع به انجام آزمایش‌هایی نمود که در آن‌ها مواد مختلف که در اثر مالش با مواد دیگر دارای بار الکتریکی شده بودند همدیگر را جذب یا دفع می‌کردند این آزمایش‌ها توسط دانشمندان دیگر نیز انجام گرفت و در نهایت به صورت منظم نتایج زیر حاصل گردید:

۱) اگر دو میله شیشه‌ای را به هم نزدیک کنیم همدیگر را دفع می‌کنند.
۲) اگر دو میله ابونیتی را به هم نزدیک کنیم، همدیگر را دفع می‌کنند.
۳) اگر یک میله شیشه‌ای و یک میله ابونیتی را به هم نزدیک کنیم همدیگر را جذب می‌کنند.

مشاهدات ←

۱) دو میله شیشه‌ای را به پارچه ابریشمی مالش می‌دهیم.
۲) دو میله ابونیتی را به پارچه پشمی مالش می‌دهیم.

☜ نتیجه‌گیری

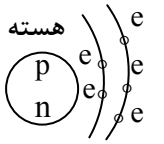
I، میله‌های فوق قبل از مالش هیچ اثری روی هم ندارند ولی پس از مالش جذب و دفع مشاهده می‌شود پس می‌توان گفت بر اثر مالش در این میله‌ها خاصیتی به وجود می‌آید که آن را بار الکتریکی می‌نامیم.

II، چون دو نوع مشاهده داریم (جذب و دفع) پس می‌توان گفت دو نوع بار داریم و آن‌ها را مثبت و منفی می‌نامیم.

III، مشاهده می‌شود که بارهای هم‌نام همدیگر را دفع و بارهای ناهم‌نام همدیگر را جذب می‌کنند.

در میله‌ها پس از مالش بار الکتریکی ایجاد می‌شود اگر میله‌ی شیشه‌ای را به پارچه‌ی ابریشمی که به آن مالش داده شده است نزدیک کنیم، همدیگر را جذب می‌کنند، پس نتیجه می‌گیریم بار ایجاد شده در میله‌ی شیشه‌ای و پارچه‌ی ابریشمی مخالف هم هستند. قبل از مالش هر دو بدون بار بودند ولی بعد از مالش بار میله شیشه‌ای + و بار پارچه‌ی ابریشمی − می‌شود بنابراین می‌توان گفت یک جسم بار از دست داده است و جسم دیگر بار دریافت کرده است پس بار الکتریکی درون مواد وجود دارد. از طرفی قبلاً گفتیم که قبل از مالش مواد بدون بار هستند پس باید گفت مواد در حالت عادی خنثی هستند. یعنی هر مقدار بار مثبت دارند به همان میزان بار منفی دارند. در اثر مالش مقدار ی بار منفی از یک جسم به جسم دیگر می‌رود جسمی که بار منفی از دست داده است بارهای مثبت‌اش از بارهای منفی‌اش بیش‌تر می‌شود پس می‌گوییم بار مثبت پیدا کرده است و جسمی که بار منفی دریافت می‌کند بار منفی‌اش از بار مثبت‌اش بیش‌تر می‌شود پس می‌گوییم بار منفی پیدا کرده است:

e → بار الکترون منفی
n → نوتورون خنثی
p → بار پروتون مثبت



لایه‌های انرژی

مواد → اتم‌ها { هسته { پروتون ↔ نوترون ; الکترون → لایه‌های انرژی (ترازها) }

در حالت خنثی :

تعداد پروتون‌ها = تعداد الکترون‌ها

$$\begin{cases} e = -1/6\times10^{-19}(c) \\ p = +1/6\times10^{-19}(c) \end{cases}$$

سؤال: چرا پروتون‌ها در هسته همدیگر را دفع نمی‌کنند تا هسته متلاشی شود؟
به علت وجود نیروی قوی هسته‌ای

سؤال: چه نیرویی الکترون‌ها را در اتم حفظ می‌کند؟
پاسخ: نیروی جاذبه‌ی هسته (پروتون‌ها)

سؤال: چرا هنگام مالش دو جسم به هم الکترون جابه‌جا می‌شود؟
پاسخ: چون غلبه بر نیروی قوی هسته‌ای بسیار مشکل است پس نمی‌توان پروتون را از هسته جدا کرد ولی جدا کردن الکترون از اتم کار سختی نیست: حتی در واکنش‌های شیمیایی که انرژی زیاد نیست، الکترون به راحتی جابه‌جا می‌شود.

می‌دانیم الکترون‌ها در ترازهای مختلف انرژی قرار دارند و اگر به یک الکترون انرژی داده شود به تراز انرژی بالاتر می‌رود. حال هنگام مالش دو جسم به هم انرژی مصرف می‌کنیم این انرژی به الکترون‌ها داده می‌شود و الکترون‌ها از تراز خود حرکت می‌کنند تا جایی که از اتم خود جدا شوند و به اتم دیگر بروند.

هنگام مالش میله شیشه‌ای به پارچه ابریشمی $\Leftarrow$ الکترون از میله شیشه‌ای جدا می‌شود و به پارچه ابریشمی می‌رود. $\Leftarrow$ میله‌ی شیشه‌ای بار مثبت و پارچه ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

اتم‌های مختلف خواص مختلفی دارند، بعضی از اتم‌ها تمایل به از دست دادن الکترون دارند و بعضی از اتم‌ها تمایل به گرفتن الکترون دارند (مبحث الکترونگاتیوی).

☜ اصل پایستگی بار الکتریکی

بار الکتریکی نه خودبه خود به وجود می‌آید و نه خودبه خود از بین می‌رود بلکه از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود به طوری که مجموع بار الکتریکی اجسام مقداری ثابت است.

نکته‌ی ۱. اگر جسمی n الکترون از دست بدهد بار آن برابر $q=+n|e|$ و اگر جسمی n الکترون دریافت کند بار آن $q=-n|e|$ خواهد شد که در آن $|e|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}(c)$.

☜ نیرویی که دو بار الکتریکی به هم وارد می‌کنند(نیروی الکتریکی)

تعیین نیرو: ۱- جهت نیرو ۲- اندازه نیرو

جهت نیرو:

$q_۲$ × $\xrightarrow{\vec{F}_{۱۲}}$ $q_۱$ × (بارهای هم‌نام نیروی دافعه دارند)

$q_۲$ × $\xleftarrow{\vec{F}_{۱۲}}$ $q_۱$ × (بارهای نا هم‌نام نیروی جاذبه دارند)

قانون کولن: کولن دانشمند فرانسوی باانجام آزمایش‌هایی دریافت:

۱) هر چقدر فاصله‌ی بین دو بار کم‌تر باشد، نیروی بین آن‌ها بیش‌تر است:

$$F \propto \frac{۱}{r^۲} \quad (I)$$

F: اندازه‌ی نیروی بین دو بار — r: فاصله بین دو بار

۲) اندازه نیروی الکتریکی با اندازه هر یک از بارها و در نتیجه با حاصل‌ضرب آن‌ها متناسب است:

$$\left.\begin{matrix} F \propto q_1 \\ F \propto q_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow F \propto q_1 q_2 \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad K = 9\times10^9 \frac{Nm^2}{c^2} \text{ در خلا یا هوا}$$

ثابت کولن

مقدار K به محیطی بستگی دارد که q_2, q_1 در آن واقعند در خلا یا هوا داریم : $K = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{c^2}$

☜ نکات مهم در رابطه با نیروی الکتریکی

۱) $\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}} \quad , \quad F_{12} = F_{21}$

۲) همان‌طور که گفتیم مقدار K بستگی به محیط دارد، در خلا داریم:

$$K = 9\times10^9 \frac{Nm^2}{c^2} \quad , \quad \varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}\frac{c^2}{N.m^2}$$

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ ← ضریب گذردهی الکتریکی در خلا

در محیط‌های غیر از خلا یا هوا داریم:

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$ ← ضریب گذردهی الکتریکی در محیط

برای محیط‌های (عایق) دیگر داریم :

در خلا K **> در محیط‌های غیر خلا** $\varepsilon > \varepsilon_0 \Rightarrow K$

در محیط‌های غیر خلا $K < 9\times10^9 \frac{Nm^2}{c^2}$

۳) ۱ کولن در «الکتریسیته ساکن» مقدار بسیار بزرگی است، ولی در «الکتریسیته جاری» مقداری معمولی است به همین خاطر معمولاً در الکتریسیته ساکن بارها را بر حسب «میکروکولن» بیان می‌کنند. $1\mu c = 10^{-6}(c)$

الکتریسیته جاری : $q = I.t$

q: ۱(C) مقداری معمولی — I: ۱A — t: ۱(S)

الکتریسیته ساکن: $q_1 = 1(C)$ O ——— ۱m ——— O $q_2 = 1(C)$

$F = 9\times10^9(N)$ نیروی بسیار بزرگ و غیرقابل قبول

۴) اگر تعدادی ذره‌ی باردار در فضا وجود داشته باشد و بخواهیم نیروی وارد بر یکی از بارها را حساب کنیم برابر است با برآیند تک‌تک نیروهایی که از طرف بارهای دیگر به آن ذره وارد می‌شود.

تست ۱. دو بار الکتریکی q و ۲q که جرم آن‌ها به ترتیب m و ۲m است در نزدیکی یکدیگر قرار دارند اگر در اثر اعمال نیروی الکتریکی بین آن‌ها بار q با شتاب a حرکت کند بار الکتریکی ۲q با چه شتابی حرکت می‌کند؟

۱) a ۲) $\frac{a}{2}$ ۳) ۲a ۴) $\frac{a}{4}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق قانون سوم نیوتن $F_{12} = F_{21}$ **می‌باشد یعنی نیروی الکتریکی وارد بر هر دو ذره برابر است و طبق رابطه** $a = \frac{F}{m}$ **چون شتاب با جرم نسبت عکس دارد پس بار ۲q با شتاب** $\frac{a}{2}$ **حرکت خواهد کرد.**

تست ۲. دو بار مشابه q که در فاصله r از هم قرار دارند نیروی F را به هم وارد می‌کنند چند درصد از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا نیروی بین آن‌ها درهمان فاصله قبلی $\frac{۷}{۱۶}$ برابر شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\left.\begin{aligned} F_۱ &= \frac{Kqq}{r^۲} \\ F_۲ &= \frac{K(q+x)(q-x)}{r^۲} \\ F_۲ &= \frac{۷}{۱۶}F_۱ \end{aligned}\right\} \rightarrow (q+x)(q-x)=\frac{۷}{۱۶}q^۲ \rightarrow q^۲-x^۲=\frac{۷}{۱۶}q^۲$$

$$\rightarrow x^۲=\frac{۹}{۱۶}q^۲ \rightarrow x=\frac{۳}{۴}q \rightarrow x=\frac{۷۵}{۱۰۰}q$$

تست ۳. دو بار الکتریکی هم‌نام به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند و با نیروی F یکدیگر را دفع می‌کنند این دو بار را به اندازه x به یکدیگر نزدیک می‌کنیم نیروی دافعه $\frac{۵}{۴}F$ افزایش می‌یابد x برابر است با:

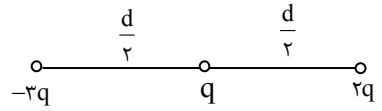
۱) $\frac{۲d}{۳}$ ۲) $\frac{d}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}d$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}d$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\left.\begin{aligned} F+\frac{۵}{۴}F &= \frac{Kq_۱q_۲}{(d-x)^۲} \\ F &= \frac{Kq_۱q_۲}{d^۲} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{۹}{۴}=\frac{d^۲}{(d-x)^۲} \rightarrow d-x=\frac{۲}{۳}d \rightarrow x=\frac{d}{۳}$$

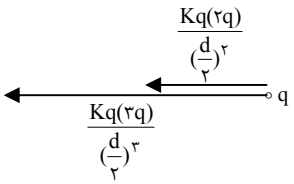
تست ۴. دو بار q در فاصله‌ی d یکدیگر را با نیروی F می‌رانند در شکل زیر نیروی وارد بر بار q کدام است؟

۱) ۲۰F به طرف راست ۲) ۲۰F به طرف چپ
۳) ۴F به طرف چپ ۴) ۴F به طرف راست



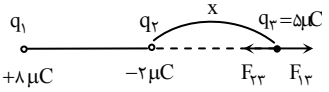
پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق فرض مسئله $F=K\frac{qq}{d^۲}$ می‌باشد حال در شکل زیر نیروهای وارد بر بار q عبارتند از:



به سمت چپ $F=۸\frac{Kq^۲}{d^۲}+۱۲\frac{Kq^۲}{d^۲}=۲۰F$ کل

مثال ۱. در شکل زیر بارهای ۸+ میکروکولن و ۲− میکروکولن به فاصله‌ی (m)۱ از یکدیگر قرار دارند. یک بار $+۵\mu_c$ را باید در چه مکانی قرار داد تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؟



حل:

$$F_{۲۳}=K\frac{q_۲q_۳}{x^۲}$$

$$F_{۱۳}=K\frac{q_۳q_۱}{(x+۱)^۲}$$

$$F_{۲۳}=F_{۱۳}$$

$$\frac{q_۳q_۲}{x^۲}=\frac{q_۳q_۱}{(x+۱)^۲} \Rightarrow \frac{۸\times۵\times۱۰^{-۱۲}}{(x+۱)^۲}=\frac{۲\times۵\times۱۰^{-۱۲}}{x^۲} \Rightarrow ۴x^۲-x^۲-۲x-۱=۰$$

$$۳x^۲-۲x-۱=۰ \Rightarrow x=\frac{۲\pm۴}{۶} \Rightarrow x=۱$$

مثال ۲. دو گلوله‌ای کوچک و رسانای مشابه دارای بارهای الکتریکی هم‌نام $q_۱ , q_۲$ به فاصله‌ی r از یکدیگر قرار دارند. آن‌ها را به هم تماس داده باز هم به همان فاصله‌ی r از هم قرار می‌دهیم نشان دهید که نیروی دافعه‌ی آن‌ها در حالت دوم از حالت اول بیش‌تر است؟

حل:

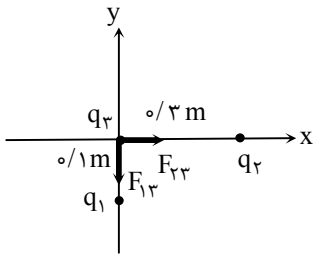
$$F = K\frac{q_۱q_۲}{r^۲} \qquad F' = k\frac{q'_۱q'_۲}{r^۲}$$

چون دو کره مشابه هستند پس از تماس بار دو کره برابر می‌شود $q'_۱ = q'_۲ \rightarrow q'_۱q'_۲ > q_۱q_۲ \rightarrow F < F'$

وقتی جمع دو عدد مقدار ثابتی باشد حاصل‌ضرب آن دو عدد زمانی ماکزیمم است که آن دو عدد برابر باشند.

مثال ۳. سه بار نقطه‌ای $q_۱ = -۳nc$, $q_۲ = -۶nc$, $q_۳ = ۵nc$ مطابق شکل نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر باری که در مبدا قرار دارد را به دست آورید.

حل:



$$F_{۲۳} = K\times\frac{q_۲q_۳}{r_{۲۳}^۲} = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۹}\times۵\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۲}} = ۳۰\times۱۰^{-۷}$$

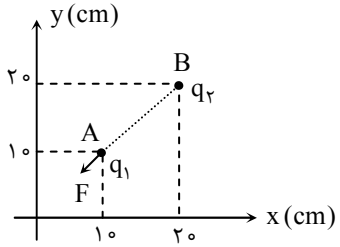
$$F_{۱۳} = K\times\frac{q_۱q_۳}{r_{۱۳}^۲} = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۳\times۵\times۱۰^{-۹}\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۲}} = ۱۳۵\times۱۰^{-۷}$$

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{(۱۳۵)^۲ + (۳۰)^۲}\times۱۰^{-۷} = ۱۰^{-۷}\sqrt{۱۹۱۲۵} = ۱۳۸/۲\times۱۰^{-۷}$$

$$\tan\alpha = -\frac{۱۳۵}{۳۰} \rightarrow \alpha = \text{Arc}\tan(-\frac{۱۳۵}{۳۰}) \quad \text{یا} \quad \tan\alpha = -۴/۵$$

مثال ۴. بردار نیروی وارد از طرف بار نقطه‌ای $q_۲ = ۵\mu_c$ بر بار نقطه‌ای $q_۱ = ۱۰\mu_c$ را در شکل مقابل به دست آورید؟

حل:



$$F_{۲۱} = \frac{۵\times۱۰^{-۶}\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{۲\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}}\times۹\times۱۰^{+۹}$$

$$F_{۲۱} = ۲۲۵\times۱۰^{-۱} = ۲۲/۵N$$

$$\overrightarrow{F_{۲۱}} = -۲۲/۵\frac{\sqrt{۲}}{۲}\vec{i} - ۲۲/۵\frac{\sqrt{۲}}{۲}\vec{j}$$

مثال ۵. دو بار $q_۲ , q_۱$ در فاصله‌ی d از یکدیگر قرارگرفته‌اند بار سوم $q_۳$ را در چه نقطه‌ای از فضا قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود؟ (حل و بحث)

بحث:

۱) نقطه‌ی موردنظر باید روی خط واصل دو بار باشد.

۲)
- I) اگر $q_۲ , q_۱$ هم علامت باشند. نقطه مورد نظر بین دو بار است.
- II) اگر $q_۲ , q_۱$ مختلف العلامه باشند. نقطه مورد نظر خارج دو بار است.

حل:

$$\overrightarrow{F_{۱۳}} + \overrightarrow{F_{۲۳}} = \vec{۰} \rightarrow F_{۱۳} = F_{۲۳}$$

$$\rightarrow \frac{Kq_۱q_۳}{r_{۱۳}^۲} = \frac{Kq_۲q_۳}{r_{۲۳}^۲} \rightarrow \frac{q_۱}{r_{۱۳}^۲} = \frac{q_۲}{r_{۲۳}^۲}$$

اگر $|q_1|<|q_2|$ باشد، آن‌گاه $r_{13}<r_{23}$ یعنی نقطه موردنظر به بار با اندازه‌ی کوچک‌تر نزدیک‌تر است.

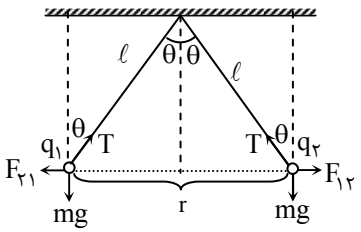
اگر بارها هم‌نام باشند q_1, q_2 $\dfrac{|q_1|}{r_{13}^2}=\dfrac{|q_2|}{(d-r_{13})^2}\rightarrow r_{13}=\dfrac{d}{\sqrt{\dfrac{q_2}{q_1}}+1}$

اگر بارها نا هم نام باشند $|q_1|<|q_2|$ $\rightarrow \dfrac{|q_1|}{(r_{13})^2}=\dfrac{|q_2|}{(d+r_{13})^2}\rightarrow r_{13}=\dfrac{d}{\sqrt{\dfrac{q_2}{q_1}}-1}$

مثال ۶. دو گلوله‌ی کوچک مشابه هر یک به جرم m به ترتیب دارای بارهای q_1, q_2 هستند (هم‌نام) آن‌ها را به نخ‌هایی به طول ℓ بسته و از یک نقطه آویزان می‌کنیم. دو گلوله هم‌دیگر را دفع کرده و نخ‌ها با یکدیگر زاویه‌ای می‌سازند زاویه‌ی بین نخ‌ها را بر حسب پارامترهای مسئله به‌دست آورید؟

اگر بین دو گلوله شیشه‌قرار دهیم، این زاویه چه تغییری خواهد کرد؟

حل:



$$\left.\begin{aligned}T\sin\theta&=\frac{Kq_1q_2}{4\ell^2\sin^2\theta}\\ T\cos\theta&=mg\end{aligned}\right\}\Rightarrow \tan\theta=\frac{Kq_1q_2}{4\ell^2 mg\sin^2\theta}$$

$$\Rightarrow \tan\theta\sin^2\theta=\frac{Kq_1q_2}{4\ell^2 mg}\qquad (I)$$

از این معادله θ به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\cot\theta}\times\frac{1}{1+\cot^2\theta}=\frac{Kq_1q_2}{4\ell^2 mg}$$

$$\begin{cases}\text{زاویه بین دو نخ}=2\theta\\ r=2\ell\sin\theta\\ F_{12}=\dfrac{Kq_1q_2}{(2\ell\sin\theta)^2}\end{cases}\qquad \frac{1}{\cot^3\theta+\cot\theta}=\frac{Kq_1q_2}{4\ell^2 mg}\Rightarrow \boxed{\cot^3\theta+\cot\theta-\frac{4\ell^2 mg}{Kq_1q_2}=0}$$

این معادله یک معادله درجه ۳ بر حسب $\cot\theta$ می‌باشد که با حل عددی آن $\cot\theta$ و در نتیجه θ به‌دست می‌آید.

طبق رابطه I اگر بین دو بار شیشه قرار گیرد K کم‌شده در نتیجه θ کم می‌شود.

میدان الکتریکی

در فضای اطراف هر بار الکتریکی خاصیتی وجود دارد که اگربار الکتریکی دیگری در آن فضا قرار گیرد از طرف بار به آن نیرو وارد می‌شود ، این خاصیت را میدان الکتریکی می‌گوییم.

واضح است که میدان الکتریکی کمیت برداری است چون معرف نیرو است. و برای آن شدت تعریف می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$\vec{E}$: شدت میدان الکتریکی ⟨ جهت / مقدار

q در اطراف خودش میدان الکتریکی ایجاد کرده است که:

E_A شدت میدان الکتریکی در نقطه A حاصل از بار q

$q^{\times}$ نقطه $\dot{A}$

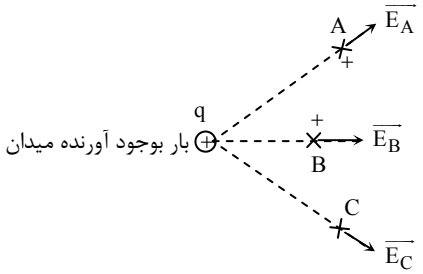
۱) هر چقدر از بار q دورتر شویم این میدان ضعیف‌تر می‌شود.
۲) هر چقدر مقدار بار q بیش‌تر باشد، میدان حاصل تراز آن قوی‌تر است.

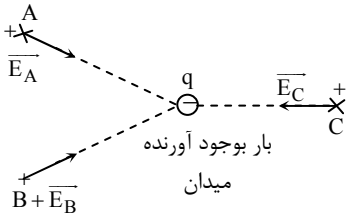
قبلاً با میدان گرانشی که جرم آن را ایجاد می‌کرد آشنا شده‌ایم که شدت میدان گرانشی را با $\vec{g}$ نشان می‌دادیم که هر چقدر جرم به وجود آورنده میدان بیش‌تر باشد $\vec{g}$ قوی‌تر بوده ($g_{ماه} < g_{زمین}$) و هر چقدر از جرم دور شویم g کاهش می‌یابد. $(g = G\frac{M}{r^2})$

بر خلاف میدان گرانشی که فقط حالت جاذبه داشت میدان الکتریکی هم حالت «جاذبه» و هم حالت «دافعه» می‌تواند داشته باشد.

☜ قرارداد

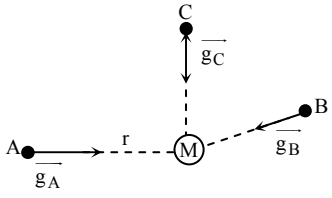
جهت میدان الکتریکی حاصل از یک بار در یک نقطه دلخواه در جهت نیرویی است که بر بار مثبت قرار گرفته در آن نقطه وارد می‌شود.



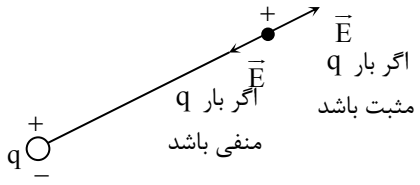


☜ مقایسه میدان گرانشی و میدان الکتریکی

میدان گرانشی:
- $g \propto \frac{M}{r^2} \rightarrow g = G\frac{M}{r^2}$ (شدت میدان گرانشی)
- $F = mg$ → نیروی وارد بر جرم m از طرف میدان گرانشی حاصل از جرم M
- $\frac{N}{Kg}$



میدان الکتریکی:



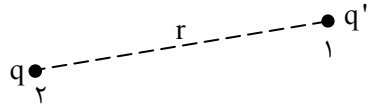
- عامل به وجودآورنده‌ی میدان
- فاصله نقطه مورد نظر که در آن جا میدان را می‌خواهیم تا بار ایجادکننده‌ی میدان

$E \propto q$, $E \propto \frac{1}{r^2}$ $\Rightarrow E \propto \frac{q}{r^2} \rightarrow E = K\frac{q}{r^2}$

$F = q'E$ (N, C, $\frac{N}{C}$)

$F = K\frac{qq'}{r^2}$

نیرویی که یک بار الکتریکی بر بار الکتریکی دیگر وارد می‌کند از طریق ایجاد میدان است.



$E = K\frac{q}{r^2}$ ↓ میدان حاصل از بار q در نقطه ۱

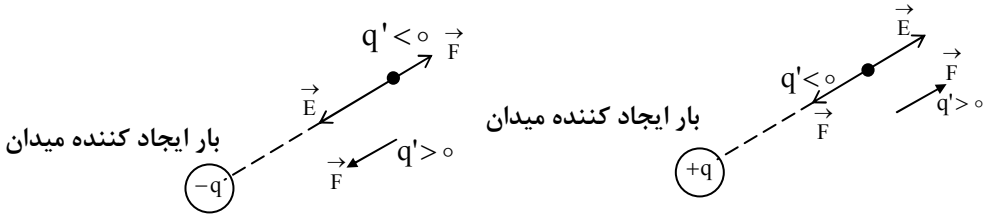
$F = q'\ E = \frac{K\,qq'}{r^2}$ ↓ نیروی وارد بر بار q' از طرف میدان E

$E' = K\frac{q'}{r^2}$ ↘ میدان حاصل از بار q' در نقطه ۲

$F = q\ \ E' = \frac{K\,qq'}{r^2}$ ↓ نیروی وارد بر بار q از طرف میدان E'

رابطه‌ی (I) $F=|q'|E$ ارتباط بین اندازه‌ی نیروی وارد بر بار q' و شدت میدان E را نشان می‌دهد.

حال می‌خواهیم ارتباط بین جهت $\vec{F}$ و جهت $\vec{E}$ را پیدا کنیم. داریم:



با توجه به شکل‌های فوق داریم:

(II) $\begin{cases} q'>0 \rightarrow \vec{F} \text{ با } \vec{E} \text{ هم‌جهت} \\ q'<0 \rightarrow \vec{F} \text{ درخلاف جهت } \vec{E} \end{cases}$

$\xrightarrow{I\ ,\ II}$ $\boxed{\vec{F}=q'\vec{E}}$

به همراه علامت قرار می‌دهیم

برای میدان الکتریکی دو نوع تعریف داریم: ۱- کیفی ۲- کمّی

۱- تعریف کیفی: در فضای اطراف هر بار الکتریکی خاصیتی به‌وجود می‌آید که طبق آن خاصیت اگر بار الکتریکی دیگری در آن فضا قرار گیرد برآن نیرو وارد می‌شود: این خاصیت را میدان الکتریکی می‌گوییم.

۲- تعریف کمّی: میدان الکتریکی در هر نقطه برابر است با نیرویی که بر واحد بار مثبت قرار گرفته در آن نقطه وارد می‌شود.

مثال ۷. شتاب و نیروی وارده از طرف باری که در اطراف خودمیدانی پدید می‌آورد را بر روی ۳ ذره α (هسته هلیوم)، الکترون (e) و پروتون (p) بررسی کنید.

حل:

$\vec{F}=q'\ \vec{E}\begin{cases}\vec{F}_e=-\vec{F}_p \\ \vec{F}_\alpha=2\vec{F}_p\end{cases}$ $\qquad He\begin{cases}2p\\2n\\2e\end{cases}\rightarrow He^{2+}\begin{cases}2p\\2n\end{cases}\rightarrow\begin{cases}m_\alpha=4m_p\\q_\alpha=2q_p\end{cases}$ هسته هلیوم همان α است.

$(a_\alpha\cong\frac{1}{2}a_p)$ $\qquad a_\alpha<a_p<a_e$

شتاب الکترون از دو ذره دیگر بیش‌تر است، چون جرم الکترون بسیار کم‌تر از جرم پروتون و α می‌باشد.

تست ۵. تفاوت بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصله‌های ۲ و ۳ متری آن برابر ۲/۵ نیوتن بر کولن است بزرگی میدان در فاصله ۲ متری این‌بار چند $\frac{N}{C}$ است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

طبق رابطه $E=K\frac{q}{r^2}$ اگر میدان در فاصله ۲ متری بار برابر E باشد در فاصله ۳ متری $\frac{4}{9}E$ خواهد بود و داریم:

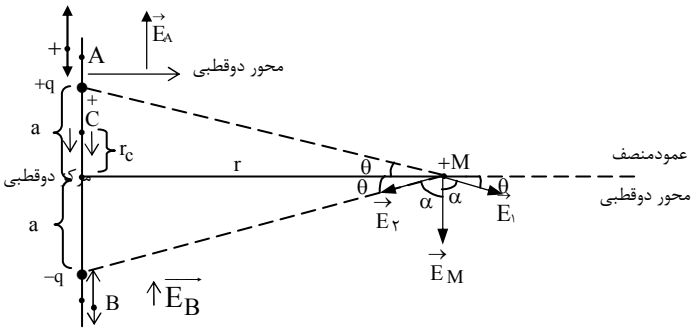
$E-\frac{4}{9}E=2/5\rightarrow\frac{5}{9}E=2/5\rightarrow E=4/5\ (\frac{N}{C})$

☜ میدان الکتریکی حاصل از مجموعه‌ی ذره‌های باردار

اگر در یک ناحیه از فضا چند ذره‌ی باردار وجود داشته‌باشند، در هر نقطه یک میدان الکتریکی وجود دارد. این میدان برآیند میدان‌هایی است که هر ذره‌ی باردار به‌تنهایی در آن نقطه ایجاد می‌کند.

مثال ۸. دوقطبی الکتریکی

مجموعه بارهای $+q$, $-q$ را دو قطبی الکتریکی می‌گوئیم فرض کنید فاصله دوبار از هم $2a$ باشد می‌خواهیم میدان حاصل از دو قطبی را در نقاط مختلف بررسی کنیم:



$$E_1 = k\frac{q}{r^2+a^2} \qquad E_M = 2E_1\cos\frac{2\alpha}{2}$$

$$E_2 = k\frac{q}{r^2+a^2} \qquad = 2E_1\sin\theta$$

$$E_M = 2\frac{kq}{r^2+a^2}\times\frac{a}{\sqrt{r^2+a^2}} = \frac{2kqa}{\sqrt{(r^2+a^2)^3}}$$

$$E_A = k\frac{q}{(r_A-a)^2} - k\frac{q}{(r_A+a)^2}$$

$$E_B = k\frac{q}{(r_B-a)^2} - k\frac{q}{(r_B+a)^2}$$

$$E_C = k\frac{q}{(a-r_C)^2} + \frac{k\ q}{(a+r_C)^2}$$

فاصله A تا مرکز دوقطبی : r_A

فاصله B تا مرکز دوقطبی : r_B

فاصله C تا مرکز دوقطبی : r_C

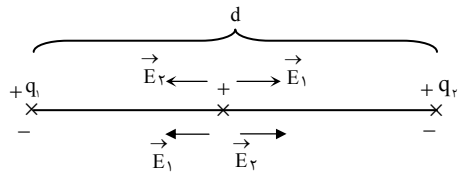
فاصله M تا مرکز دوقطبی : r

☜ تعیین نقطه‌ای اطراف دو ذره‌ی باردار که در آن‌جا میدان صفر باشد

الف) بارها همنام باشند $\Leftarrow$ نقطه موردنظر بین دوبار است. $E_1 = E_2$

$$K\ \frac{q_1}{r_1^2} = K\ \frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow \frac{d-r_1}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow r_1 = \frac{d}{\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}+1}$$

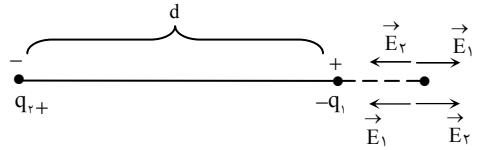
r_1 فاصله‌ی نقطه‌ی موردنظر تا بار q_1



ب) بارها ناهمنام باشند و $|q_1| < |q_2|$

در این حالت نقطه موردنظر خارج دوبار و نزدیک q_1 است.

$$E_1 = E_2 \rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2} = k\frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow \frac{d+r_1}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow r_1 = \frac{d}{\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}-1}$$

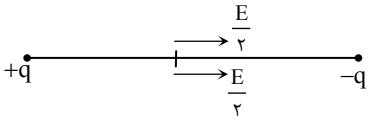


تست ۶. بزرگی میدان الکتریکی در وسط دو بار نقطه‌ای ناهمنام با اندازه یکسان، مقدار معینی است، اگر اندازه‌ی یکی از بارها دوبرابر شود، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ی مذکور چند برابر حالت اول می‌شود؟

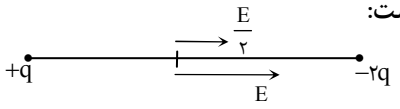
۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

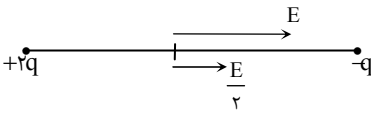
اگر میدان در حالت اول $\vec{E}$ باشد $\vec{E}$ برآیند دو میدان $\frac{\vec{E}}{۲}$ به‌صورت زیر است:



حال اگر یکی از بارها ۲ برابر شود، میدان حاصل از آن ۲ برابر یعنی E شده ولی میدان بار دیگر ثابت می‌ماند یعنی شکل زیر را خواهیم داشت:



یا



در هریک از این حالت‌ها میدان در وسط دو بار برابر $E+\frac{۱}{۲}E=\frac{۳}{۲}E$ می‌شود، یعنی نسبت به حالت اول ۱/۵ برابر می‌شود.

تست ۷. اندازه نیروی وارد بر بار $q=۰/۰۱\ (c)$ در میدان الکتریکی $\vec{E}=۲۰۰۰\vec{i}+۱۵۰۰\vec{j}$ (برحسب نیوتن بر کولن) چند نیوتن است؟

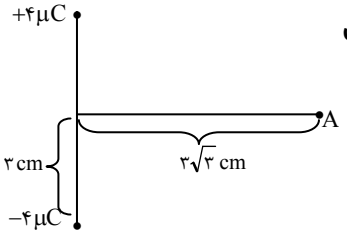
۱) ۳۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\vec{F}=q'\ \vec{E}=(۰/۰۱)\ (۲۰۰۰\vec{i}+۱۵۰۰\ \vec{j})\Rightarrow\vec{F}=۲۰\ \vec{i}+۱۵\ \vec{j}$$

$$|\vec{F}|=\sqrt{۲۰^{۲}+۱۵^{۲}}=\sqrt{۶۲۵}\rightarrow\boxed{|\vec{F}|=۲۵\ (N)}$$

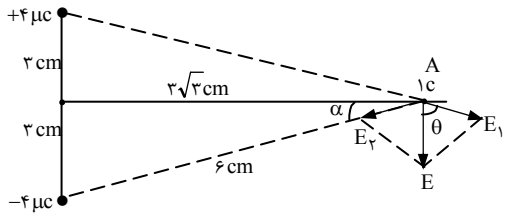
تست ۸. در شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دوقطبی الکتریکی در نقطه A چند نیوتن بر کولن است؟



۱) ۴×۱۰^{۷} ۲) ۲×۱۰^{۵}

۳) $۱۰^{۷}$ ۴) ۴×۱۰^{۵}

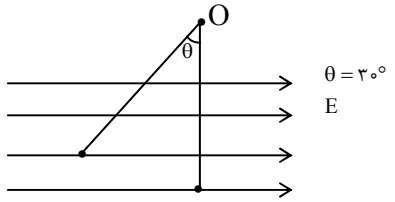
پاسخ: گزینه‌ی ۳



$$E_{۱}=E_{۲}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۳^{۲}+(۳\sqrt{۳})^{۲})\times۱۰^{-۴}}=۱۰^{۷}\ (\frac{N}{C})$$

$$E=۲E_{۱}\ Cos\theta=۲E_{۱}\ \sin\alpha=۲\times۱۰^{۷}\times\frac{۱}{۲}=۱۰^{۷}\ (\frac{N}{C})$$

تست ۹. گلوله کوچکی به جرم $۰/۳\ gr$ به‌وسیله نخی عایق از نقطه O آویزان است و در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $E=۳۰۰۰\ \frac{N}{C}$ واقع شده‌است و مطابق شکل درحالت تعادل قرار دارد در این‌صورت q برابر است با:

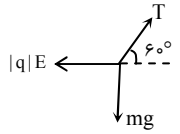


۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times۱۰^{-۶}\ (C)$ ۲) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times۱۰^{۶}\ (C)$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times۱۰^{-۳}\ (C)$ ۴) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times۱۰^{-۳}\ (C)$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

نیروهای وارد بر ذره عبارتند از:



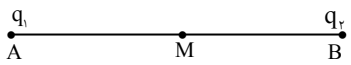
$$\begin{cases} T\cos ۶۰^\circ = |q|E \\ T\sin ۶۰^\circ = mg \end{cases} \rightarrow \cot ۶۰ = \frac{|q|E}{mg} \rightarrow |q| = \frac{mg\ \cot g\ ۶۰}{E}$$

$$|q| = \frac{۰/۳\times ۱۰^{-۳}\times \frac{\sqrt{۳}}{۳}}{۳۰۰۰} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\times ۱۰^{-۶}\ (C)$$

از طرفی چون جهت نیروی میدان بر بار q درخلاف جهت $\vec{E}$ می‌باشد، پس بار q منفی است، یعنی

$$q = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}\times ۱۰^{-۶}\ (C)$$

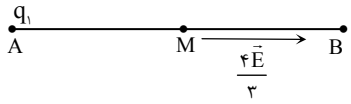
تست ۱۰. دو بار الکتریکی $q_۱$, $q_۲$ در نقاط A و B مطابق شکل قرار دارند و شدت میدان الکتریکی در نقطه M وسط دو بار $\vec{E}$ می‌باشد، اگر بار $q_۱$ را خنثی کنیم شدت میدان در همان نقطه $-\frac{\vec{E}}{۳}$ می‌شود نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟



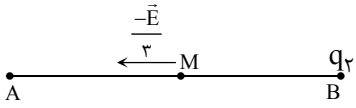
۱) $\frac{-۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{-۱}{۴}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

وقتی $q_۱$ را خنثی می‌کنیم میدان $\frac{-\vec{E}}{۳}$ را فقط $q_۲$ ایجاد می‌کند، پس میدان حاصل از $q_۱$ به‌تنهایی باید $\frac{۴\vec{E}}{۳}$ باشد تا برآیند آن با $-\frac{\vec{E}}{۳}$ برابر $\vec{E}$ شود، پس شکل زیر را داریم:



طبق شکل روبرو می‌توان هر دو بار را مثبت درنظر گرفت.



حال داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۴E}{۳} = K\frac{q_۱}{AM^۲} \\ \frac{E}{۳} = K\frac{q_۲}{BM^۲} \end{array}\right\} \rightarrow ۴ = \frac{Kq_۱}{q_۲} \rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{۱}{۴}$$

تست ۱۱. ذره‌ای با بار الکتریکی $-۰/۴\ \mu c$ و به جرم ۲۰ gr در یک میدان الکتریکی یکنواخت معلق و بدون حرکت است اندازه میدان برحسب $\frac{N}{C}$ و جهت آن برابر است با:

۱) ۵×۱۰^۸، قائم روبه بالا ۲) ۵×۱۰^۸، قائم روبه پایین ۳) ۵×۱۰^۵، قائم روبه بالا ۴) ۵×۱۰^۵، قائم روبه پایین

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون ذره بدون حرکت است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و شکل زیر را داریم:

$$|q|E = mg \rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{۰/۰۲\times ۱۰}{۰/۴\times ۱۰^{-۶}} = ۵\times ۱۰^۵\ (\frac{N}{C})$$

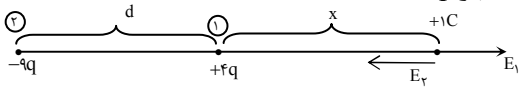
از طرفی چون بار q منفی است جهت نیروی وارد بر آن خلاف جهت $\vec{E}$ است، پس $\vec{E}$ باید روبه پایین باشد.

تست ۱۲. دو بار نقطه‌ای $۴q+$ و $۹q-$ در فاصله‌ی d از هم قرار دارند در چه مکانی روی خط و اصل دوبار، میدان الکتریکی صفر است؟

۱) در فاصله $\frac{۲d}{۳}$ از بار $۹q-$ ۲) در فاصله d از بار $۴q+$
۳) در فاصله $۳d$ از بار $۴q+$ ۴) در فاصله $۳d$ از بار $۹q-$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

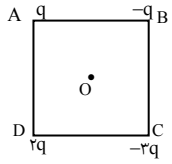
چون بارها مختلف‌العلامه هستند نقطه موردنظر خارج فاصله دوبار و نزدیک بار $+۴q$ است.



$$E_۱ = E_۲ \rightarrow k\frac{(۴q)}{x^۲} = k\frac{(۹q)}{(d+x)^۲} \rightarrow \frac{d+x}{x} = \frac{۳}{۲} \rightarrow x = ۲d$$

پس، فاصله نقطه موردنظر تا بار $+۴q$ برابر $۲d$ و تا بار $-۹q$ برابر $۳d$ است.

تست ۱۳. در نقاط A, B, C, D واقع در رئوس مربع زیر به‌ترتیب بارهای $q, -q, -۳q, ۲q$ قراردارند اگر میدان حاصل از بار q در نقطه o وسط مربع برابر با E باشد، میدان الکتریکی کل در نقطه o چقدر و در کدام سو است؟

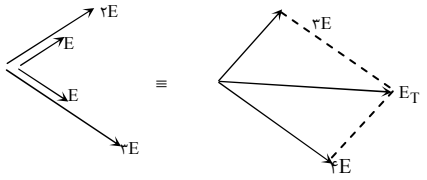


۱) $۵E$، شمال‌غربی ۲) $\sqrt{۵}E$، شمال‌غربی

۳) $۵E$، جنوب شرقی ۴) $\sqrt{۵}E$، جنوب شرقی

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با قراردادن بار $+۱c$ در نقطه o نیروهایی که به آن وارد می‌شود به‌صورت زیر خواهد بود:



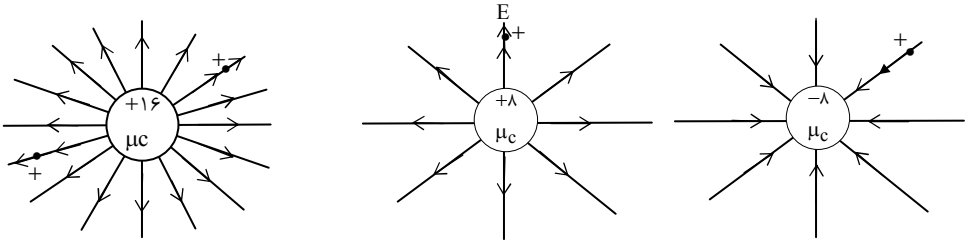
E_T درجهت جنوب شرقی بوده و اندازه آن برابر است با: $E_T = \sqrt{(۳E)^۲ + (۴E)^۲} \rightarrow E_T = ۵E$

تجسم میدان الکتریکی

میدان الکتریکی اطراف یک جسم باردار را با خط‌هایی نشان می‌دهیم که به آن‌ها خطوط میدان الکتریکی گفته می‌شود این خطوط باید میدان الکتریکی را برای ما توصیف کنند به‌عبارتی با نگاه کردن به خطوط باید بتوانیم جهت و اندازه‌ی میدان الکتریکی را در نقاط مختلف از نظر بزرگی یا کوچکی میدان متوجّه شویم برای این منظور قواعدی را باید درنظر بگیریم. دوتا از مهم‌ترین این قواعد عبارتند از:

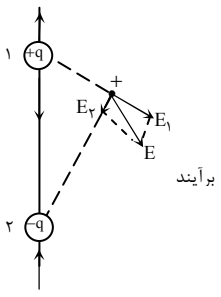
I، جهت خطوط میدان نشان‌گر جهت میدان الکتریکی در هر نقطه است.

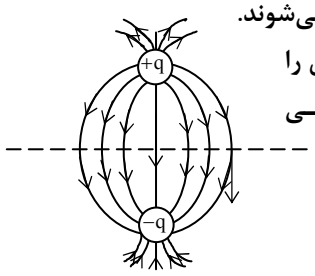
II، تراکم خطوط میدان در هر ناحیه نشانگر اندازه‌ی میدان الکتریکی در آن ناحیه است به عبارتی هر کجا تراکم خطوط بیش‌تر باشد، میدان در آن‌جا قوی‌تر است و هر کجا تراکم خطوط کم‌تر باشد؛ میدان در آن‌جا ضعیف‌تر است.



نتیجه I: خطوط میدان از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

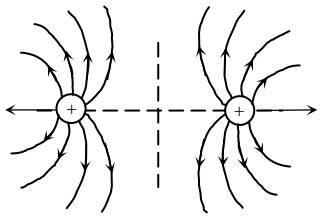
حال می‌خواهیم هنگامی که ۲ بار الکتریکی داریم خطوط میدان را رسم کنیم. به همین دلیل از مثال جالب این موضوع یعنی دوقطبی الکتریکی شروع می‌کنیم.





نتیجه II: میدان در هر نقطه بر خط میدان در آن نقطه مماس است.

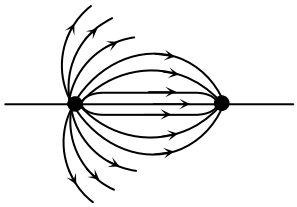
میدان حاصل از دو بار مثبت و مساوی به شکل زیر است:



بارهای مثبت و مساوی

نکته‌ی ۲. اگر بارها منفی بود تنها جهت میدان عوض می‌شد و به سمت داخل بارها می‌شد.

تست ۱۴. شکل زیر خطوط میدان الکتریکی دوبار نقطه‌ای را نشان می‌دهد، کدام گزینه صحیح است؟

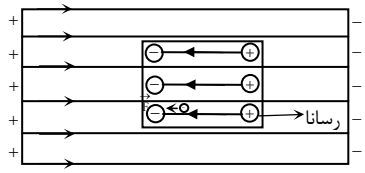


۱) بارها همنام هستند و هم‌اندازه هستند.
۲) بارها ناهمنام هستند و بار منفی بزرگ‌تر است.
۳) بارها همنام هستند و هم‌اندازه نمی‌باشند.
۴) بارها ناهمنام هستند و بار مثبت بزرگ‌تر است.

پاسخ: گزینه‌ی ۴

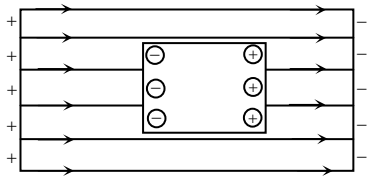
چون خطوط از بار سمت چپ خارج و به بار سمت راست وارد می‌شود پس بار سمت چپ مثبت و بار سمت راست منفی می‌باشند و چون تراکم خطوط در نزدیک بار مثبت از تراکم خطوط در نزدیک بار منفی در شکل بیش‌تر است، پس اندازه بار مثبت بیش‌تر است.

***مثال ۹.* ثابت کنید داخل یک رسانا میدان الکتریکی نمی‌تواند وجود داشته‌باشد؟ (البته در الکتریسیته ساکن)**



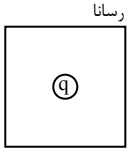
اگر فرض کنیم داخل رسانا هم مانند بیرون آن خطوط میدان به سمت راست وجود دارد، میدان داخل رسانا به الکترون‌های آزاد رسانا نیرویی به سمت چپ وارد می‌کند و الکترون‌های آزاد به سمت چپ رسانا می‌روند و سمت راست بارهای مثبت و سمت چپ بارهای منفی، خواهیم داشت.

این توزیع بار خود میدانی از راست به چپ ایجاد می‌کند که میدان اولیه را خنثی می‌کند چون تا هنگامی که میدان داخل رسانا صفر نشود حرکت الکترون‌های آزاد ادامه می‌یابد پس نتیجه می‌گیریم در الکتریسیته ساکن میدان داخل رسانا نمی‌تواند وجود داشته‌باشد و در همان مقطع زمانی که میدان داخل رسانا بود الکتریسیته‌ی جاری داشتیم.



وضعیت یک رسانای قرارگرفته در معرض میدان الکتریکی

***مثال ۱۰.* ثابت کنید در الکتریسیته ساکن داخل یک رسانا بار الکتریکی نمی‌تواند وجود داشته باشد؟**



اگر فرض کنیم داخل رسانا بارخالص q وجود داشته‌باشد، این بار در اطرف خود میدان الکتریکی ایجاد می‌کند و در مثال قبل دیدیم که داخل رسانا میدان الکتریکی نمی‌تواند وجود داشته‌باشد. به‌همین دلیل داخل رسانا بار نمی‌تواند وجود داشته‌باشد؛ پس وقتی به یک رسانا بار الکتریکی می‌دهیم این بار در سطح خارجی رسانا پخش می‌شود و به‌گونه‌ای پخش می‌شود که داخل رسانا میدان صفر باشد.

تمرین ۱–۸

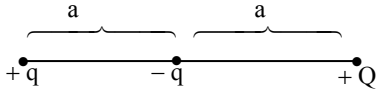
۱. دو بار نقطه‌ای یکسان که در فاصله‌ی معینی از یکدیگر قرار گرفته‌اند به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند اگر مقدار یکی از بارها را نصف کرده و فاصله‌ی بارها را دو برابر نماییم نیروی بین این دو بار چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) ۱

۲. در یک لحظه‌ی مشخص ، دو ذره با بار الکتریکی نامساوی به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند شتاب ذره اول در این لحظه a و شتاب ذره دوم $\frac{۵a}{۲}$ می‌باشد. اگر جرم ذره اول $۱۰^{-۶}\,kg$ باشد جرم ذره دوم چند کیلوگرم است؟

۱) $۲/۵\times۱۰^{-۶}$ ۲) ۴×۱۰^{-۷} ۳) باید نسبت بارها معلوم باشد ۴) ۴×۱۰^{-۵}

۳. در شکل زیر نیروی وارد بر بار $+q$ دو برابر نیروی وارد بر بار $-q$ می‌باشد نسبت $\frac{q}{Q}$ برابر است با:



۱) $\frac{۴}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

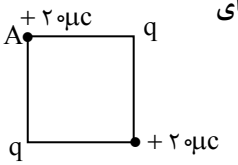
۴. بارهای $+۳۰\mu c, -۱۰\mu c$ به فاصله‌ی یک‌متری یکدیگر قرار گرفته‌اند بار $+q$ را در چه فاصله‌ای از دو بار و در چه نقطه‌ای باید قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف دو بار صفر شود؟

۱) داخل فاصله‌ی دو بار و در فاصله‌ی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ متر از بار $+۳۰\mu c$
۲) خارج فاصله‌ی دو بار و در فاصله‌ی $\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$ متر از بار $+۳۰\mu c$
۳) داخل فاصله‌ی دو بار و در فاصله‌ی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ متر از بار $-۱۰\mu c$
۴) خارج فاصله‌ی دو بار و در فاصله‌ی $\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$ متر از بار $-۱۰\mu c$

۵. دو ذره با بار الکتریکی یکسان q در فاصله‌ی r بر هم نیروی F وارد می‌کنند اگر $\frac{۱}{۲}$ بار یکی از آن‌ها را به دیگری انتقال دهیم در همان فاصله چه نیرویی بر هم وارد می‌کنند؟

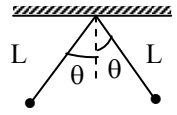
۱) $\frac{۲}{۳}F$ ۲) $\frac{۳}{۴}F$ ۳) $\frac{۴}{۵}F$ ۴) $\frac{۵}{۶}F$

۶. در شکل زیر بارهای $q, +۲۰\mu c$ در راس‌های مربعی قرار دارند اگر برآیند نیروهای وارد بر راس A صفر باشد مقدار بار q چند میکروکولن است؟



۱) $۵\sqrt{۲}$ ۲) $-۵\sqrt{۲}$ ۳) $۱۰\sqrt{۲}$ ۴) $-۱۰\sqrt{۲}$

۷. دو گلوله کوچک مشابه به جرم $۹\times۱۰^{-۳}\,kg$ و بار الکتریکی یکسان مطابق شکل زیر توسط نخ‌های ابریشمی به طول $۰/۵$ متر آویزان شده‌اند اگر زاویه‌ی بین امتداد نخ‌ها و راستای قائم در حالت تعادل ۴۵° باشد اندازه بار هر گلوله چند کولن است؟

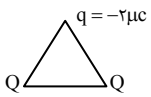


۱) $\frac{۱}{۴}\times۱۰^{-۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۱۰^{-۳}$ ۳) $\sqrt{۵}\times۱۰^{-۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۶}$

۸. دو بار مشابه q که در فاصله‌ی r از یکدیگر قرار گرفته‌اند نیروی F به هم وارد می‌کنند چند درصد از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا نیروی بین آن‌ها در همان فاصله یک درصد کاهش یابد؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۹. در شکل زیر نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی q برابر با $۱/۸(N)$ است اگر طول هر ضلع مثلث $۱۰cm$ باشد Q چند میکروکولن است؟ $(K=۹\times۱۰^{۹}\frac{Nm^۲}{c^۲})$



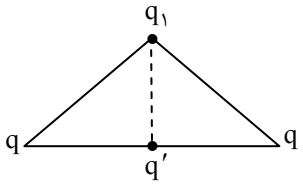
۱) ۱ ۲) ۱۰۰ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۱۰. اگر یک میله‌ی رسانای باردار را به یک رسانای بدون بار نزدیک کنیم:

۱) بر آن نیرویی وارد نمی‌کند ۲) با نیروی الکتریکی آن را می‌رباید.

۳) با نیروی الکتریکی آن را می‌راند. ۴) بسته به علامت بار هر حالتی امکان دارد.

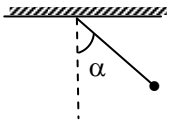
۱۱. در شکل زیر بار $q_1>0$ در حال تعادل است اگر از وزن q_1 صرف‌نظر کنیم و ABC مثلث متساوی‌الاضلاع باشد نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟



۱) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

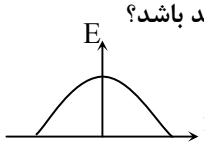
۱۲. گلوله‌ای به جرم $200g$ را به انتهای نخی بسته‌ایم و در میدان یکنواخت و افقی E قرار می‌دهیم چنان‌چه نیروی کشش نخ برابر $4N$ باشد زاویه‌ی α چند درجه است؟

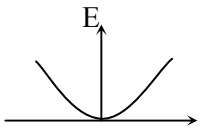


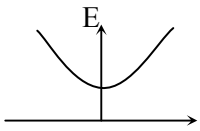
۱) 30° ۲) 45°

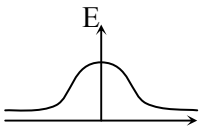
۳) 60° ۴) 90°

۱۳. نمودار اندازه‌ی میدان الکتریکی یک دو قطبی بر حسب فاصله تا وسط دوقطبی روی خط عمودمنصف دو قطبی کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

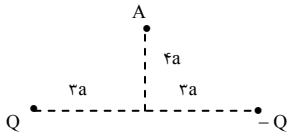
۴) 

۱۴. بار نقطه‌ای $q=10\mu c$ روی محیط دایره‌ای به شعاع $50cm$ قرار دارد کمینه‌ی اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از آن در یک نقطه بر روی محیط دایره برابر با چند نیوتن بر کولن است؟

۱) 9×10^4 ۲) $\frac{9}{4}\times10^4$

۳) $\frac{9}{3}\times10^4$ ۴) $\frac{9}{2}\times10^4$

۱۵. اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی Q در فاصله‌ی a از آن برابر $250\frac{N}{C}$ است اندازه برآیند میدان‌های حاصل از دو بار الکتریکی $Q,-Q$ در نقطه‌ی A چند نیوتن بر کولن و به کدام جهت است؟



۱) ۱۲ ، به سمت راست ۲) ۱۲، به سمت چپ

۳) ۱۶، به سمت راست ۴) ۱۶، به سمت چپ

۱۶. کدام‌یک یکای میدان الکتریکی است؟

۱) $\frac{V}{m}$ ۲) $\frac{C}{N}$

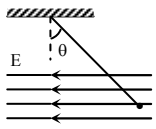
۳) $\frac{J}{C}$ ۴) $\frac{C}{m^2}$

۱۷. اندازه‌ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی r از یک بار نقطه‌ای با کدامیک متناسب است؟

۱) r ۲) r^2

۳) $\frac{1}{r}$ ۴) $\frac{1}{r^2}$

۱۸. در شکل زیر آونگ الکتریکی با بار q در میدان یکنواخت و افقی E به اندازه 45° نسبت به وضعیت تعادل خود منحرف شده است اگر جرم آونگ ۲۰۰ گرم و اندازه‌ی میدان برابر $1000\frac{N}{C}$ باشد اندازه‌ی بار الکتریکی و علامت آن کدام است؟



۱) $500\mu c$ و منفی ۲) $500\mu c$ و مثبت

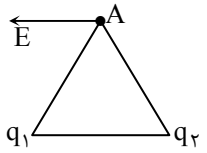
۳) $2mc$ و مثبت ۴) $2mc$ و منفی

۱۹. اندازه‌ی نیروی وارد بر بار الکتریکی $q=+2\mu c$ در یک نقطه برابر $25mN$ می‌باشد اندازه‌ی میدان الکتریکی در این نقطه چند $\frac{N}{C}$ است؟

۱) 5×10^4 ۲) 5×10^{-4}

۳) $1/25\times10^4$ ۴) $1/25\times10^{-4}$

۲۰. در شکل زیر میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای q_1, q_2 در نقطه‌ی A از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC نشان داده شده است کدام گزینه در مورد بارهای q_1, q_2 صحیح است؟



۱) $q_1 < 0 , q_2 > 0$ و $|q_1| > |q_2|$

۲) $q_1 < 0 , q_2 > 0$ و $|q_1| = |q_2|$

۳) $q_1 > 0 , q_2 > 0$ و $|q_1| < |q_2|$

۴) $q_1 < 0 , q_2 < 0$ و $|q_1| > |q_2|$

۲۱. ذره A با بار الکتریکی q و جرم m و ذره B با بار الکتریکی q' و جرم $2m$ در میدان یکنواخت E هم‌زمان از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند اگر پس از t ثانیه انرژی جنبشی این دو ذره با هم برابر باشد نسبت $\frac{q'}{q}$ برابر است با:

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

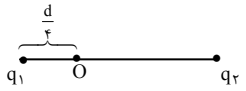
۲۲. دو بار نقطه‌ای و مثبت $q, 4q$ به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند اگر در نقطه‌ی A به فاصله‌ی x از بار q شدت میدان الکتریکی حاصل از دو بار صفر باشد x برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۱) $\frac{d}{6}$ ۲) $\frac{d}{3}$ ۳) $\frac{2d}{3}$ ۴) d

۲۳. دو بار الکتریکی غیرهم‌نام با اندازه‌های مساوی به فاصله d از یکدیگر قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها در وسط دو بار E است هرگاه هر دو بار را هر کدام به اندازه $\frac{d}{3}$ به هم نزدیک کنیم اندازه‌ی میدان در آن نقطه چند E می‌شود؟

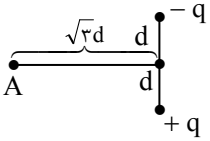
۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۵ ۴) ۷

۲۴. دو بار نقطه‌ای q_1, q_2 به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند اگر میدان الکتریکی در نقطه‌ی O به فاصله‌ی $\frac{d}{4}$ از بار q_1 صفر باشد نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{9}$ ۲) $-\frac{1}{7}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{7}$

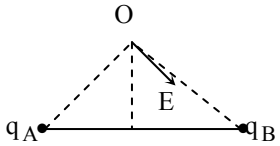
۲۵. در شکل زیر اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بارهای $+q, -q$ در نقطه‌ی A برابر کدام گزینه است؟



۱) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2}$ ۲) $\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2}$

۳) $\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2}$ ۴) $\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2}$

۲۶. در شکل زیر E شدت میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای q_A, q_B در نقطه‌ی O واقع بر عمودمنصف AB است در این صورت:



۱) هر دو بار مثبت و اندازه‌ی q_A از q_B بیش‌تر است.

۲) هر دو بار منفی و اندازه‌ی q_A از q_B بیش‌تر است.

۳) هر دو بار منفی و اندازه‌ی q_B از q_A بیش‌تر است.

۴) هر دو بار مثبت و اندازه‌ی q_B از q_A بیش‌تر است.

۲۷. سه بار الکتریکی $q = 10\mu c$ در سه راس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $24cm$ قرار گرفته‌اند برآیند میدان الکتریکی در مرکز برخورد میانه‌ها، اندازه هر میدان الکتریکی بر حسب نیوتن بر کولن و زاویه بین میدان‌های الکتریکی در همان نقطه به ترتیب:

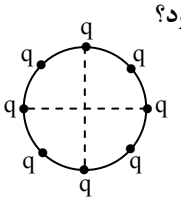
۱) صفر و $\frac{5}{162}\times10^8$ ، ۱۲۰

۲) صفر و $\frac{9}{192}\times10^8$ ، ۱۲۰

۳) 6×10^5 ، $\frac{7}{62}\times10^7$ ، ۶۰

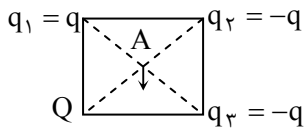
۴) 3×10^5 ، $\frac{4}{53}\times10^6$ ، ۶۰

۲۸. مطابق شکل زیر ۸ بار الکتریکی $+q$ در محیط یک دایره قرار گرفته‌اند و میدان الکتریکی در مرکز دایره برابر صفر است اگر یکی از بارها را برداریم برآیند میدان الکتریکی حاصل از هفت بار دیگر در مرکز دایره چقدر می‌شود؟



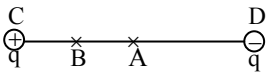
۱) $\frac{kq}{r^2}$ ۲) $\frac{3kq}{r^2}$ ۳) $\frac{5kq}{r^2}$ ۴) $\frac{7kq}{r^2}$

۲۹. در شکل زیر جهت میدان الکتریکی در نقطه‌ی A مرکز مربع ، در جهت نشان داده شده است بار Q برابر با کدام گزینه است؟



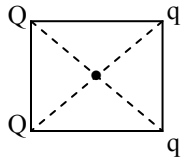
۱) $3q$
۲) $-3q$
۳) q
۴) $-q$

۳۰. در شکل زیر دو بار مساوی و ناهم‌نام در نقاط D,C قرار دارند اگر میدان الکتریکی در نقطه‌ی A وسط CD برابر E باشد میدان الکتریکی در نقطه‌ی B وسط AC چند برابر E است؟



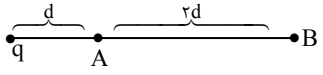
۱) $\frac{40}{9}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{10}{9}$ ۴) $\frac{20}{9}$

۳۱. در رئوس یک مربع چهار بار Q,q مطابق شکل قرار دارند اگر میدان الکتریکی برآیند در مرکز مربع به بزرگی $\sqrt{3}$ برابر میدان حاصل از بار منفرد q باشد نسبت $\frac{q}{Q}$ کدام است؟



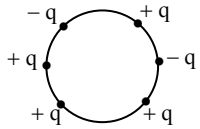
۱) $\sqrt{6}-2$ ۲) $\sqrt{6}+2$ ۳) $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$

۳۲. در شکل زیر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای $q=10^{-7}(C)$ در نقطه A به اندازه $5\times10^5\frac{N}{C}$ از نقطه‌ی B بیش‌تر است d چند سانتی‌متر است؟



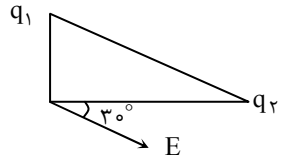
۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۳۳. در شکل زیر شش بار نقطه‌ای با اندازه‌های یکسان 5×10^{-8} کولن با فواصل مساوی روی محیط دایره‌ای به شعاع $30cm$ توزیع شده‌اند دو تا از بارها منفی و بقیه مثبت هستند میدان کل در مرکز دایره چند نیوتن بر کولن است؟



۱) 10^3
۲) 5×10^3
۳) 10^4
۴) 5×10^4

۳۴. در شکل زیر بارهای q_1,q_2 در دو راس یک مثلث قائم‌الزاویه‌متساوی‌الساقین قرار دارند و جهت میدان الکتریکی ناشی از آن‌ها در راس قائمه نشان داده شده است کدام گزینه در مورد علامت و اندازه این بارها صحیح است؟



۱) q_1 منفی ، q_2 مثبت و $|q_1|=\sqrt{3}q_2$
۲) q_1 منفی ، q_2 مثبت و $\sqrt{3}|q_1|=q_2$
۳) q_1 مثبت ، q_2 منفی و $q_1=\sqrt{3}|q_2|$
۴) q_1 مثبت و q_2 منفی و $\sqrt{3}q_1=|q_2|$

۳۵. دو کره‌ی فلزی هم‌اندازه بارهای $q_1=6\mu c,q_2=-4\mu c$ در فاصله‌ی معینی از هم قرار دارند و به هم نیروی F وارد می‌کنند اگر این دو کره را به هم چسبانده و دوباره در همان فاصله قراردهیم نیروی بین آن‌ها چگونه و چند F خواهد بود؟

۱) دافعه ، $\frac{1}{6}F$ ۲) جاذبه، $\frac{1}{6}F$ ۳) دافعه ، $\frac{1}{24}F$ ۴) جاذبه، $\frac{1}{24}F$

جلسه‌ی سیزدهم

☜ توزیع بار الکتریکی در یک جسم

الف) جسم نارسانا: وقتی به یک جسم نارسانا بار الکتریکی داده می‌شود بار در محل داده شده به جسم باقی می‌مانـد و در جسم جابه‌جا نمی‌شود.

ب) جسم رسانا: برخلاف جسم نارسانا وقتی به یک جسم رسانا بار الکتریکی داده می‌شود آن بار الکتریکـی در محـل داده شده ساکن نمی‌ماند و در جسم رسانا توزیع می‌شود. به‌عبارتی بار الکتریکی درون جسم رسانا باقی نمی‌ماند و تمام بار الکتریکی داده شده به جسم رسانا به سطح خارجی آن می‌رود و در آن‌جا پخش می‌شود.

☜ چگالی سطحی بار الکتریکی

همان‌طور که گفتیم بار داده شده به یک جسم رسانا در سطح خارجی آن پخش می‌شود. حال اگر جسم کره باشد بار به‌صورت یکنواخت در سطح آن پخش می‌شود. طبق تعریف، بار موجود در واحد سطح جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی نامیده و آن‌را با σ نمایش می‌دهیم، اگر سطح خارجی جسم A و بار جمع شده روی آن q باشد، می‌توان نوشت:

سطح	بار
A	q
1	σ

$$\rightarrow \sigma A = q \Rightarrow \sigma = \frac{q \rightarrow c}{A \rightarrow m^2}$$

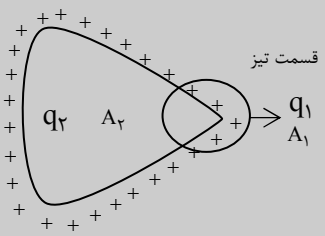
چگالی سطحی بار الکتریکی $\rightarrow \frac{c}{m^2}$

اگر سطح موردنظر کره‌ای به شعاع r باشد، $A = 4\pi r^2$ بوده و خواهیم داشت: $\sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$

نکته‌ی ۳. اگر کره‌ای به شعاع r_1 و قطر D_1 دارای بار q_1 و کره‌ی دیگر به شعاع r_2 و قطر D_2 دارای بـار q_2 باشـد. مـی‌تـوان نوشت:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{q_2}{A_2}}{\frac{q_1}{A_1}} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{q_2}{q_1} \times (\frac{r_1}{r_2})^2 = \frac{q_2}{q_1} \times (\frac{D_1}{D_2})^2$$

نکته‌ی ۴. در جسمی مانند کره که سطح خارجی آن متقارن است، چگالی سطحی بار در همه‌جای آن یکسان است. به‌عبارت دیگر اگر به کره مقداری بار بدهیم، بار به‌طور یکنواخت در سطح خارجی آن پخش می‌شود ولی برای اجسامی که سـطح خارجی آن‌ها متقارن نباشد ثابت می‌شود که، چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط نوک تیز از جاهای دیگر بیش‌تر است به‌عنوان مثال در شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\frac{q_1}{A_1} > \frac{q_2}{A_2}$$

تست ۱۵. یک قطره جیوه به شعاع R_1 دارای بار q_1 است اگر ۲۷ قطره از این نوع بـه هـم بچـسبند و یـک قطره بزرگ‌تر تشکیل دهند چگالی سطحی بار الکتریکی چند برابر چگالی سطحی بار قطره در حالت اول می‌شود؟

۱) ۲۷ ۲) ۹ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۹}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

جیوه رسانا است و بار در سطح خارجی آن توزیع می‌شود و داریم: $q_۲ = ۲۷\, q_۱$

از طرفی حجم قطره بزرگ‌تر ۲۷ برابر حجم قطره کوچک‌تر است یعنی:

$$V_۲ = ۲۷V_۱ \rightarrow R_۲ = ۳R_۱ \rightarrow A_۲ = ۹\, A_۱$$

$$\sigma_۲ = \frac{q_۲}{A_۲} = \frac{۲۷q_۱}{۹A_۱} = ۳\frac{q_۱}{A_۱} = ۳\sigma_۱ \rightarrow \sigma_۲ = ۳\sigma_۱$$

تست ۱۶. چگالی سطحی بار الکتریکی کره رسانایی $۱۶\frac{\mu c}{m^۲}$ است در هر سانتی‌متر مربع از سطح این کره چـه تعداد الکترون وجود دارد؟

۱) $۱۰^{۱۲}$ ۲) $۱۰^{۱۳}$ ۳) $۱۰^{۱۶}$ ۴) $۱۰^{۱۰}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

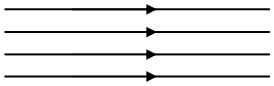
سطح موردنظر	بار موجود	
$۱m^۲$	$۱۶\mu c$	$\rightarrow \quad q = ۱۶\times ۱۰^{-۴}\ \mu c$
$۱Cm^۲$	q	

$$q = ne \rightarrow ۱۶\times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۱۰^{۱۰}$$

☜ انرژی پتانسیل الکتریکی

میدان الکتریکی یکنواخت

میدانی است که اندازه و جهت آن در تمام نقاط یکسان باشند. واضح است که خطوط میدان الکتریکی یکنواخت به‌صورت زیر می‌باشد.

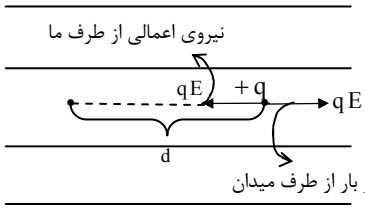


نحوه‌ی ایجاد میدان الکتریکی یکنواخت را بعدا خواهیم دید. در این‌جـا فقـط از ایـن میدان استفاده می‌کنیم، واضح است که میـدان حاصـل از یـک بـار نقطـه‌ای یکنواخـت نمی‌باشد.

با انرژی پتانسیل گرانشی قبلا آشنا شدید، فرض کنید جسمی به جرم m را تا ارتفاع h بالا ببریم. در این جابه‌جایی بـرای غلبه بر نیروی وزن باید نیرویی به‌اندازه‌ی mg روبه بالا به جسم وارد کنیم. درنتیجه کاری به اندازه‌ی mgh انجام می‌دهیم. کار انجام شده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود. هرگاه به جسم اجـازه‌ی سـقوط بـدهیم ایـن انـرژی آزاد می‌شود و به انرژی‌های دیگر تبدیل می‌شود. مشابه این وضعّیت را در میدان الکتریکـی داریـم. فـرض کنیـد ۲ بـار الکتریکـی $+q_۱$, $+q_۲$ در فاصله‌ی مشخصی از هم قراردارند. اگر بخواهیم یکی از این بارها را به دیگری نزدیک کنیم باید بر نیروی دافعه‌ی بین آن‌ها غلبه کنیم. پس باید کار انجام دهیم کاری که انجام می‌دهیم به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکـی در مجموعـه ذخیـره می‌شود. حال اگر به بار موردنظر اجازه حرکت بدهیم، حرکت کرده و انرژی پتانسیل آن آزاد می‌شود. در این‌جا محاسبه‌ی کـاری که انجام می‌دهیم کمی مشکل است چون با یک نیروی متغیر سروکار داریم چون هرچقدر ۲ بار به هم نزدیک می‌شـوند، نیـروی دافعه‌ی بین آن‌ها بیش‌تر می‌شود یعنی اندازه‌ی نیرو متغیر است به‌همین دلیل حالتی را بحث می‌کنیم که درحین جابه‌جایی نیرو ثابت بماند.

مثال ۱۱. ذره‌ای با بار الکتریکی $+q$ را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ درخلاف جهت میدان و به موازات خطوط میدان به‌اندازه‌ی d جابه‌جا می‌کنیم برای این جابه‌جایی چه مقدار باید کار انجام دهیم؟

حل:



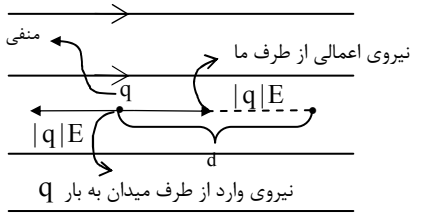
سرعت ثابت $\Leftarrow a=0 \Leftarrow F=0$ برآیند $\Leftarrow$ نیروی اعمالی از طرف ما $= qE$

$$W = F.d.\cos\overset{\circ}{\theta} \Rightarrow W = q.E.d$$

در این‌جا کاری که ما انجام می‌دهیم، مثبت است و انرژی مصرفی ما به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در مجموعه ذخیره می‌شود. حال اگر بار الکتریکی را رها کنیم، درجهت خطوط میدان به حرکت در می‌آید و انرژی پتانسیل الکتریکی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. مانند حالتی که جسمی را از فضای بالای زمین رها می‌کنیم و جسم به طرف پایین حرکت می‌کند و انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

مثال ۱۲. بار الکتریکی منفی q را به اندازه‌ی d درجهت خطوط میدان الکتریکی یکنواخت E و به موازات خطوط میدان جابه‌جا می‌کنیم، کاری که در این جابه‌جایی انجام می‌دهیم، چقدر است؟

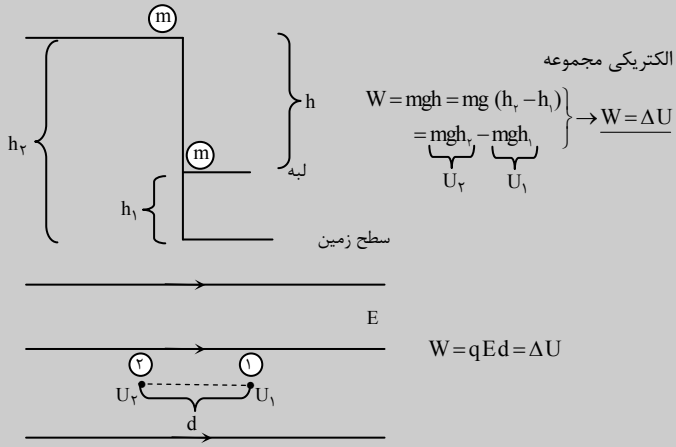
حل:



$$W = F.d.\cos\theta$$
$$W = |q|Ed$$

در این‌جا نیز کاری که ما انجام می‌دهیم، مثبت است و به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در مجموعه ذخیره می‌شود. حال اگر بار موردنظر را رها کنیم، درخلاف جهت خطوط میدان به حرکت درآمده و به‌جای اول خود برمی‌گردد. در این بازگشت انرژی پتانسیل آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

نکته‌ی ۵. کاری که ما در انتقال یک بار الکتریکی بین دو نقطه از میدان انجام می‌دهیم، برابر با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه است به‌عبارتی: $\Delta u = w$ (کار انجام شده توسط ما؛ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه)



$$W = mgh = mg(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 \rightarrow W = \Delta U$$
($mgh_2 = U_2$, $mgh_1 = U_1$)

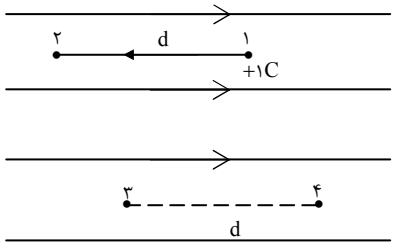
$$W = qEd = \Delta U$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از یک میدان الکتریکی برابر است با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار مثبت وقتی بین آن دو نقطه جابه‌جا شود.

مثال ۱۳. در شکل زیر اختلاف پتانسیل بین نقاط ۱ و ۲ و هم‌چنین بین نقاط ۳ و ۴ را به‌دست آورید.

حل:



$$\Delta V = V_۲ - V_۱ = \Delta U \left| \begin{array}{l} \text{جابه‌جایی بار} \\ +۱C \text{ از } ۱ \\ \text{به } ۲ \end{array} \right. = W \left| \begin{array}{l} \text{در جابه‌جایی} \\ +۱C \text{ بار از} \\ ۱ \text{ به } ۲ \end{array} \right. = \underbrace{q}_{۱c} E d = \boxed{Ed}$$

بین دو نقطه ۱ و ۲

$$\left.\begin{array}{l} \Delta V = E \cdot d \quad (V) \text{ ولت} \\ \text{ولت} = \dfrac{\text{متر}}{\text{متر}} \end{array}\right\} \rightarrow \Delta U = q \Delta V$$

$\leftarrow \Delta U = qEd$ در جابه‌جایی بار $+q$ از ۱ به ۲

$$\Delta V = \frac{\Delta U \rightarrow}{q \rightarrow} \leftarrow \text{اختلاف پتانسیل بین دو نقطه}$$

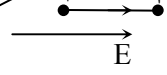
$$\text{ولت } (v) = \frac{j}{c} \qquad \begin{matrix} j \\ \uparrow \\ c \end{matrix}$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی وقتی بار q بین دو نقطه جابه‌جا می‌شود
بار منتقل شده بین دو نقطه

$$V_۲ - V_۱ = E.d \xrightarrow{\text{به طریق مشابه}} V_۳ - V_۴ = E.d \rightarrow V_۴ - V_۳ = -E.d$$

$$V_۲ - V_۱ = E.d \Rightarrow V_۲ > V_۱ \quad (۲ \leftarrow ۱)$$

$$V_۴ - V_۳ = -E.d \Rightarrow \underbrace{V_۴}_{\text{پتانسیل نقطه ۴}} - \underbrace{V_۳}_{\text{پتانسیل نقطه ۳}} < ۰ \Rightarrow V_۴ < V_۳$$



نتیجه: اگر درجهت خطوط میدان حرکت کنیم. پتانسیل کاهش می‌یابد و اگر درخلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل افزایش می‌یابد.

بررسی نحوه تغییرات انرژی پتانسیل مجموعه هنگام جابجایی بار در میدان الکتریکی

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = \Delta V.q$$

I) بار مثبتی درجهت خطوط میدان حرکت کند $\left.\begin{array}{l} q > ۰ \\ \Delta V < ۰ \end{array}\right\} \rightarrow \Delta U < ۰ \Rightarrow U \downarrow$

II) بار مثبتی درجهت خلاف خطوط میدان حرکت کند $\left.\begin{array}{l} q > ۰ \\ \Delta V > ۰ \end{array}\right\} \rightarrow \Delta U > ۰ \Rightarrow U \uparrow$

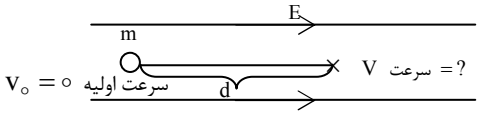
III) اگر بار منفی درجهت خطوط میدان حرکت کند $\left.\begin{array}{l} q < ۰ \\ \Delta V < ۰ \end{array}\right\} \rightarrow \Delta U > ۰ \Rightarrow U \uparrow$

IV) بار منفی درجهت خلاف خطوط میدان حرکت کند $\left.\begin{array}{l} q < ۰ \\ \Delta V > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U < ۰ \Rightarrow U \downarrow$

مثال ۱۴. در یک میدان الکتریکی یکنواخت E جسمی به جرم m و بار مثبت q را رها می‌کنیم تا درجهت خطوط میدان به‌اندازه‌ی d جابه‌جا شود، سرعت جسم در انتهای مسیر چقدر است؟

حل:

روش اول $\left.\begin{array}{l} F = qE \\ a = \dfrac{F}{m} \end{array}\right\} \rightarrow a = \dfrac{qE}{m}$



$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow V^۲ = \frac{۲qE}{m}.d$$

سرعت ذره در انتهای مسیر $V = \sqrt{\dfrac{۲qEd}{m}}$

روش دوم : $\Delta U = q\Delta V = q(-Ed) = -qEd$

یعنی انرژی پتانسیل به‌اندازه‌ی qEd کم می‌شود، پس انرژی جنبشی همین‌قدر زیاد می‌شود.

$$\Delta K = qEd \rightarrow K_2 - K_1 = qEd \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = qEd \rightarrow V = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

تست ۱۷. برای حرکت دادن بار ۳۰mc از نقطه A به نقطه B به ۱/۵ ژول انرژی نیاز است، اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B چندولت است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۵۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\Delta U = q\Delta V \rightarrow (1/5) = (30\times10^{-3})\,\Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{1/5}{0/03}$$
$$\rightarrow \boxed{\Delta V = 50\,(V)}$$

تست ۱۸. ذره‌ای با بار ۳ μc در نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی ۸۰- ولت انرژی جنبشی ۰/۲ mj دارد، اگر ذره به نقطه‌ای با پتانسیل ۲۰۰- ولت منتقل شود، انرژی جنبشی آن چند میلی‌ژول می‌شود؟

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۵۶ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۴۴

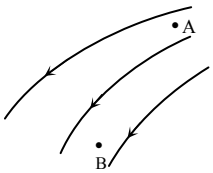
پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\Delta U = q\Delta V = 3\times10^{-6}\,(-200-(-80)) = 3\times10^{-6}\times(-120)$$
$$\rightarrow \Delta U = -360\times10^{-6} = -0/36\ mj$$

هرچقدر انرژی پتانسیل کم شود انرژی جنبشی به همان اندازه زیاد می‌شود:

$$\Delta k = -\Delta U \rightarrow \Delta k = 0/36\ mj$$
$$k_2 - k_1 = 0/36\ mj \rightarrow k_2 - 0/2\ mj = 0/36\ mj$$
$$\rightarrow \boxed{k_2 = 0/56\ mj}$$

تست ۱۹. شکل زیر یک میدان الکتریکی را نشان می‌دهد فرض کنید یک الکترون یک‌بار در نقطه A و بار دیگر در نقطه B قرار می‌گیرد اندازه نیروی وارد بر الکترون و انرژی پتانسیل الکتریکی آن به‌ترتیب از راست به چپ در کدام نقطه بیش‌تر می‌باشد؟



۱) A – A ۲) B – A
۳) B – B ۴) A – B

پاسخ: گزینه‌ی ۲

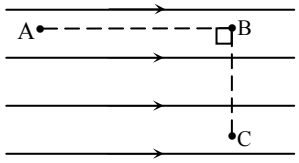
چون تراکم خطوط میدان در A بیش‌تر است، پس اندازه میدان در A بیش‌تر از اندازه میدان در B است. پس طبق رابطه $F = qE$ در نقطه A نیروی بیش‌تری به الکترون وارد می‌شود.

از طرفی طبق رابطه $\Delta U = q\Delta V$ و با توجه به این‌که اگر درجهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل کم می‌شود داریم:

$$\left.\begin{matrix} V_B < V_A \rightarrow V_B - V_A < 0 \\ q = e < 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow q\,(V_B - V_A) > 0$$
$$\rightarrow U_B - U_A > 0$$
$$\rightarrow \boxed{U_B > U_A}$$

یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در B بیش‌تر از A است.

تست ۲۰. در شکل زیر میدان الکتریکی یکنواخت $E = ۱۰۰۰(\frac{N}{C})$ می‌باشد، $V_A - V_C$ کدام است؟



$AB = ۴\,Cm \qquad BC = ۳\,Cm$

۱) ۴۰
۲) -۴۰
۳) ۵۰
۴) -۵۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$V_B - V_A = -Ed \Rightarrow V_A - V_B = E(AB)$$
$$V_A - V_B = ۱۰۰۰ \times \frac{۴}{۱۰۰}$$
$$V_A - V_B = ۴۰(V) \quad (۱)$$

از طرفی اگر باری را بخواهیم از B به C حرکت دهیم، چون نیروی وارده از طرف میدان افقی است بر مسیر (جابه‌جایی) عمود است، پس کار انجام شده صفر است درنتیجه اختلاف پتانسیل بین C , B صفر است یعنی:

$$V_B = V_C \quad (۲) \xrightarrow{(۱),(۲)} V_A - V_C = ۴۰\,(V)$$

تست ۲۱. بار μc ۱۰۰۰- از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B منتقل شده و در این انتقال کار میدان الکتریکی j ۰/۲- بوده‌است، اگر $V_A = ۳۰۰\ V$ باشد، پتانسیل نقطه B چند ولت است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۳۵۰ ۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

چون در این انتقال کار میدان منفی می‌باشد یعنی نیروی میدان درخلاف جهت حرکت می‌باشد، پس اگر بخواهیم ذره با سرعت ثابت از A به B منتقل شود باید به اندازه‌ی ۰/۲j کار انجام دهیم پس:

$$\Delta U = ۰/۲\,j \rightarrow q\,(V_B - V_A) = ۰/۲ \Rightarrow -۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۶}\,(V_B - ۳۰۰) = ۰/۲$$
$$\rightarrow\ V_B - ۳۰۰ = -۲۰۰ \rightarrow\ V_B = ۱۰۰(V)$$

الکترون ولت

الکترون ولت واحد انرژی در فیزیک اتمی می‌باشد و داریم:

$$۱ev = (۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,c)\,(V) = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,cv = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,j$$
$$۱ev = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,j \qquad ۱\,j = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸}\ ev$$

مثال ۱۵. فرض کنید بار الکترون به‌جای $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,c$ برابر $۵ \times ۱۰^{-۱۹}(c)$ باشد، دراین‌صورت هر ژول چند الکترون ولت می‌شود؟

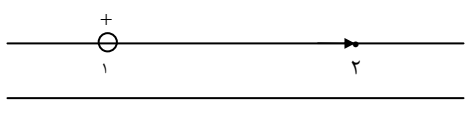
حل:

$$۱\ ev = (۱e)\ (۱v) = (۵ \times ۱۰^{-۱۹}\,c)(۱v) = ۵ \times ۱۰^{-۱۹}\,j$$
$$\rightarrow ۱\,j = ۲ \times ۱۰^{۱۸}\ ev$$

مثال ۱۶. اگر یون $Cu^{۲+}$ در اختلاف پتانسیل ۱۲V قرار گیرد و جابه‌جا شود، در نبود اصطکاک انرژی جنبشی کسب شده‌ی آن چقدر خواهد بود؟ $Cu^{۲+} \rightarrow q = +۲e$

حل:

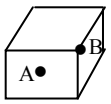
بار موردنظر درجهت خطوط میدان جابه‌جا می‌شود، پس: $\Delta V = -۱۲(V)$



$$\Delta U = q.\Delta V = (۲e)\ (-۱۲V) = (-۲۴\,eV)$$
$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta K = ۲۴ev$$

تمرین ۲–۸

۳۶. در مورد نقاط B, A از سطح مکعب رسانای شکل زیر کدام گزینه صحیح است؟



۱) $\sigma_B > \sigma_A \ , \ V_A = V_B$
۲) $\sigma_B = \sigma_A \ , \ V_A > V_B$
۳) $\sigma_B > \sigma_A \ , \ V_A < V_B$
۴) $\sigma_B = \sigma_A \ , \ V_A = V_B$

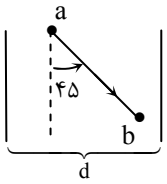
۳۷. به یک کره رسانا به قطر $۴cm$ بار الکتریکی $۱۰۰\mu c$ داده شده است چگالی سطحی بار کره چند کولن بر متر مربع می‌باشد. $(\pi \approx ۳)$

۱) $\frac{۱}{۲۴}$
۲) $\frac{۱}{۳۶}$
۳) $\frac{۱}{۴۸}$
۴) $\frac{۱}{۵۴}$

۳۸. به کره‌ی فلزی A به شعاع q, a کولن بار می‌دهیم و به کره‌ی فلزی B به شعاع $۲q, ۲a$ کولن بار می‌دهیم نسبت چگالی سطحی بار در کره‌ی B به کره‌ی A چقدر است؟

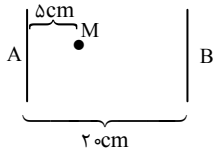
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) ۲
۴) ۱

۳۹. گلوله کوچکی با بار q و وزن w ، مطابق شکل میان دو صفحه رسانا که بارهای مساوی و ناهم‌نام دارند رها شده است اختلاف پتانسیل بین دو صفحه V و فاصله دو صفحه از یکدیگر d می‌باشد مسیر حرکت گلوله ، خط ab است بار q برابر است با:



۱) $\frac{w}{V}$
۲) $\frac{wd}{V}$
۳) $\frac{۲wd}{V}$
۴) $\frac{w}{۲V}$

۴۰. در شکل زیر پتانسیل صفحه A برابر ۶۰ ولت و پتانسیل صفحه B برابر ۲۰ ولت می‌باشد اگر میدان الکتریکی بین صفحات یکنواخت و از A به B باشد پتانسیل نقطه M چند ولت است؟

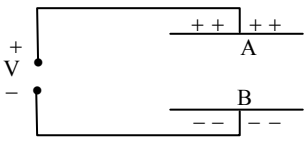


۱) ۵۰
۲) ۴۰
۳) ۳۰
۴) ۲۵

۴۱. اگر یک الکترون در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن ...

۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد
۳) تغییر نمی‌کند
۴) نمی‌توان نظر قطعی داد

۴۲. در شکل زیر دو صفحه رسانای موازی را به اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت متصل نموده‌ایم اگر بار $q = +۵\mu c$ از نقطه‌ی A در مجاورت صفحه‌ی مثبت به نقطه‌ی B در مجاورت صفحه منفی برود انرژی جنبشی آن چه مقدار افزایش می‌یابد.



۱) $۱۰۰J$
۲) $۵\times۱۰^{-۴}J$
۳) $۲۰J$
۴) $۲\times۱۰^{-۵}J$

۴۳. بار الکتریکی $q = -۱۰\mu c$ را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۲۰\frac{N}{C}$ با سرعت ثابت در جهت میدان و به اندازه‌ی $d = ۲۵cm$ جابه‌جا می‌کنیم کاری که در این جابه‌جایی انجام می‌شود چند میکروژول است؟

۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

۴۴. $۱\mu c$ بار منفی در جهت میدان الکتریکی یکنواخت که بین دو صفحه‌ی فلزی بااختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت برقرار شده است با سرعت ثابت حرکت می‌کند در این صورت انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازه‌ی ..... میکروژول .....می‌یابد.

۱) ۱۰۰، کاهش
۲) ۵۰، افزایش
۳) ۵۰، کاهش
۴) ۱۰۰، افزایش

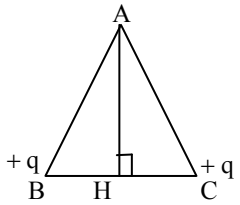
۴۵. دو باتری ۱۲ ولتی را در نظر بگیرید پایانه‌ی مثبت یکی را به زمین وصل می‌کنیم و پتانسیل پایانه‌ی منفی را V_1 می‌نامیم و پایانه‌ی منفی باتری دیگر را به جایی وصل می‌کنیم که پتانسیل آن -12 ولت است و پتانسیل پایانه‌ی مثبت را V_2 می‌نامیم $\frac{V_1+V_2}{V_1-V_2}$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۶. یک بار الکتریکی منفی را در داخل یک میدان الکتریکی رها می‌کنیم این بار ..... خطوط میدان به خودی خود حرکت کرده و انرژی پتانسیل الکتریکی آن ..... می‌یابد.

۱) جهت – افزایش ۲) خلاف جهت – افزایش ۳) خلاف جهت – کاهش ۴) جهت - کاهش

۴۷. مطابق شکل، دو بار الکتریکی مشابه در دو راس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارند هرگاه روی عمودمنصف BC از A تا H حرکت کنیم:

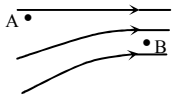


۱) پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.
۲) پتانسیل الکتریکی ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.
۳) پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.
۴) پتانسیل الکتریکی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴۸. در یک میدان الکتریکی ، پتانسیل نقطه‌ی A برابر $+100$ ولت است اگر برای انتقال بار $q=+10^{-12}\ \mu c$ از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B کار میدان بر روی بار q برابر $+2\times10^{-16}\ J$ باشد پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟

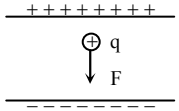
۱) -200 ۲) $+100$ ۳) -100 ۴) $+200$

۴۹. شکل زیر میدان الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا نشان می‌دهد در این صورت میدان الکتریکی در A ..... از B و پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A ..... از B است.



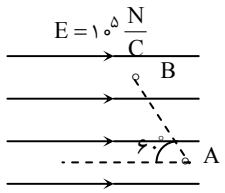
۱) کم‌تر – کم‌تر ۲) بیش‌تر – کم‌تر
۳) کم‌تر – بیش‌تر ۴) بیش‌تر – بیش‌تر

۵۰. در شکل زیر اختلاف پتانسیل دو صفحه برابر $200V$ و فاصله‌ی بین دو صفحه $4cm$ است بر بار $q=2\mu c$ در این میدان چه نیروی الکتریکی بر حسب نیوتن وارد می‌شود؟



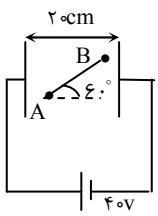
۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۱
۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۳

۵۱. در شکل زیر بار الکتریکی $q=-5\mu c$ روی خط راست AB به طول $80cm$ از A تا B جابه‌جا می‌شود در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۰/۱، کاهش
۲) ۰/۱، افزایش
۳) ۰/۲ کاهش
۴) ۰/۲، افزایش

۵۲. در میدان الکتریکی یکنواخت زیر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A , B چند ولت است؟



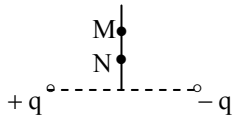
$AB=10\ Cm$

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) $20\sqrt{3}$
۴) $10\sqrt{3}$

۵۳. یک الکترون $(e=-1/6\times10^{-19}(c))$ میان صفحات خازنی از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رود و انرژی جنبشی آن $6/4\times10^{-19}(J)$ افزایش می‌یابد V_B-V_A چند ولت است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۵۴. دو بار نقطه‌ای $-q, q$ در دو سر یک پاره‌خط واقعند اگر کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی یک بار نقطه‌ای منفی از M تا N روی عمودمنصف این پاره‌خط را w بنامیم کدام صحیح است؟



۱) $w > 0$

۲) $w < 0$

۳) $w = 0$

۴) بسته به فاصله نقاط N, M از وسط پاره‌خط هر سه حالت ممکن است.

۵۵. اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری یک خودرو ۱۲ ولت است اگر بار الکتریکی $+1/5$ کولن از پایانه‌ی مثبت تا منفی باتری جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول تغییرمی‌کند؟

۱) ۸ ، افزایش ۲) ۸ ، کاهش ۳) ۱۸ ، افزایش ۴) ۱۸ ، کاهش

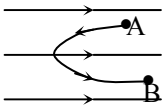
۵۶. بار الکتریکی $q = -10mc$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت $10\frac{V}{m}$ از حالت سکون رها می‌کنیم تا $50cm$ در میدان جابه‌جا شود کار میدان الکتریکی دراین جابه‌جایی ..... ژول است و انرژی پتانسیل الکتریکی بار ..... می‌یابد.

۱) ۰/۰۵، افزایش ۲) ۰/۰۵، کاهش ۳) ۵۰، افزایش ۴) ۵۰، کاهش

۵۷. با صرف $16kwh$ انرژی چه تعداد الکترون را می‌توان از یک کره به پتانسیل $+20$ ولت به زمین منتقل کرد؟ (پتانسیل زمین صفر بوده و $(e = -1/6\times10^{-19}(c))$

۱) 18×10^{24} ۲) 3×10^{23} ۳) 5×10^{21} ۴) 5×10^{18}

۵۸. با حرکت یک‌بار مثبت روی مسیر نشان داده شده از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B انرژی پتانسیل آن چگونه تغییر می‌کند؟



۱) پیوسته افزایش می‌یابد.

۲) پیوسته کاهش می‌یابد.

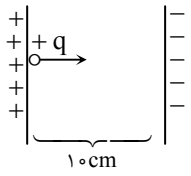
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد

۴) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

۵۹. برای انتقال بار الکتریکی $q = -5\mu c$ از زمین به سطح یک جسم $+200$ میکروژول کار انجام می‌دهیم پتانسیل الکتریکی جسم چند ولت است؟

۱) $+100$ ۲) -100 ۳) $+40$ ۴) -40

۶۰. مطابق شکل ذره‌ای به جرم $2gr$ و بار الکتریکی $+9\mu c$ از حال سکون و از مجاورت صفحه مثبت به طرف صفحه منفی شتاب می‌گیرد اگر بزرگی میدان در فضای بین دو صفحه $10^8\frac{N}{C}$ باشد سرعت برخورد ذره به صفحه چند متر بر ثانیه است؟



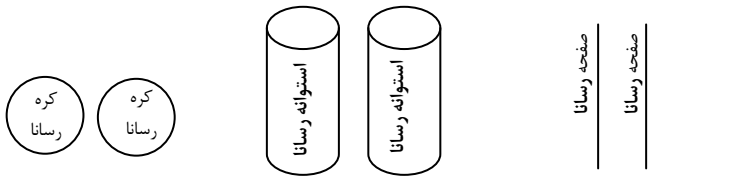
۱) ۱۰۰ ۲) ۳۰۰

۳) ۴۵۰ ۴) ۶۰۰

جلسه‌ی چهاردهم

☜ خازن

خازن یک وسیله‌ی الکتریکی است که می‌تواند مقداری بار الکتریکی و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند، هر خازن از دو قطعه رسانا تشکیل می‌شود که بین آن‌ها عایق قرار دارد، خازن را به شکل‌های مختلف می‌توان ساخت. به‌عنوان مثال:

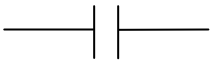


خازن کروی **خازن استوانه‌ای** **خازن تخت یا خازن مسطح**

(خازن با صفحه‌های موازی)

خازن تخت ساده‌ترین نوع خازن است که فقط این نوع خازن را مطالعه می‌کنیم.

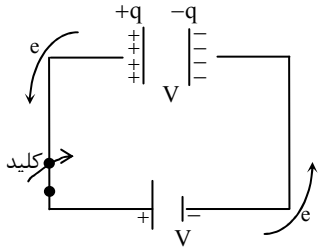
خازن تخت از دو صفحه‌ی رسانای موازی تشکیل شده‌است که بین آن‌ها عایق وجود دارد.



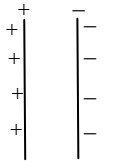
نمایش مداری خازن

☜ ذخیره‌ی بار الکتریکی در خازن

برای ذخیره‌ی بار الکتریکی در خازن، باید دو صفحه‌ی خازن را به دو قطب یک باتری وصل کنیم. تا هنگامی که کلید باز است، روی هیچ‌کدام از صفحات خازن بار الکتریکی نداریم؛ ولی هنگامی که کلید بسته می‌شود، صفحه‌ی سمت چپ به قطب مثبت باتری و صفحه‌ی سمت راست به قطب منفی باتری وصل می‌شود در این حالت اختلاف پتانسیل بین دو قطب باتری بین دو صفحه‌ی خازن نیز برقرار می‌شود؛ یعنی بین دو صفحه اختلاف پتانسیل خواهیم داشت، درنتیجه باید بین دو صفحه میدان الکتریکی داشته‌باشیم که جهت آن از صفحه‌ی سمت چپ به طرف صفحه‌ی سمت راست باشد، چون پتانسیل صفحه‌ی چپی از پتانسیل صفحه‌ی راستی بیش‌تر است.



بنابراین باید روی صفحات بار وجود داشته‌باشد. این بار به‌صورتی ایجاد می‌شود که باتری الکترون‌های آزاد صفحه‌ی سمت چپ را گرفته و به صفحه‌ی سمت راستی منتقل می‌کند. در این‌صورت در صفحه‌ای که الکترون از دست داده‌است بار $+q$ و در صفحه‌ی روبه‌رویی آن بار $-q$ جمع می‌شود. در این‌حالت اصطلاحا گفته می‌شود بار q در خازن ذخیره شده‌است، اگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه V باشد می‌توان نوشت:



$$V^{+} - V^{-} = V$$

اختلاف پتانسیل بین دو صفحه

ظرفیت خازن

هرچقدر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی خازن بیش‌تر باشد (یعنی خازن را به باتری قوی‌تر وصل کنیم)، میدان الکتریکی بین دو صفحه نیز قوی‌تر است. درنتیجه به همان میزان بار جمع شده روی صفحات بیش‌تر است به‌عبارتی اگر خازن را به باتری‌های قوی‌تر وصل کنیم، بار ذخیره‌شده در آن بیش‌تر می‌شود. به‌طوری که نسبت $\frac{q}{v}$ برای هر خازن مقدار ثابتی است. این مقدار ثابت را ظرفیت خازن نامیده و آن‌را با C نمایش می‌دهند. پس می‌توان نوشت:

$$C = \frac{q}{V}$$

q: بار ذخیره شده در خازن (کولن، μc و nc)

V: اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن (ولت)

C: ظرفیت خازن

$$F \rightarrow \text{فاراد} = \frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}$$

واحدهای عملی: μF، nF، PF

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

(1^{-12} = پیکو، 1^{-9} = نانو، 1^{-6} = میکرو)

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

$$C = \frac{q}{V} \longrightarrow \boxed{q = C\,V}$$

ظرفیت خازن

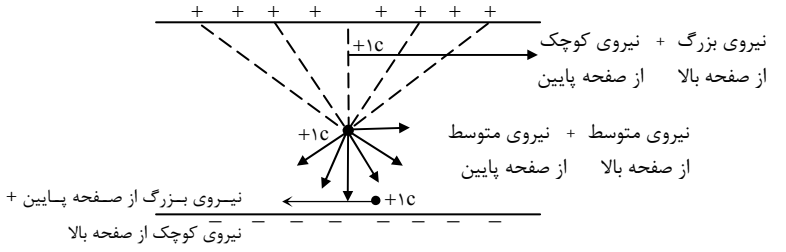
مقدار V را باتری تعیین می‌کند اگر C زیاد باشد q هم زیاد خواهد بود یعنی هر چه قدر ظرفیت خازن بیشتر باشد قابلیت ذخیره بار بیشتری دارد.

پس می‌توان گفت ظرفیت خازن به q, V بستگی ندارد بلکه q به V, C بستگی دارد، حال می‌خواهیم ببینیم ظرفیت خازن به چه عواملی بستگی دارد:

مقدمه

بررسی میدان یکنواخت بین دو صفحه‌ی موازی با بارهای هم‌اندازه و ناهمنام

فرض: ابعاد صفحات بی‌نهایت باشد.

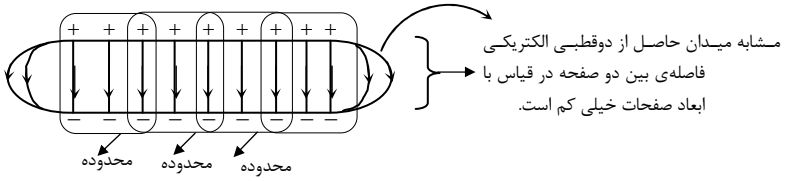


نتیجه ۱: در تمام نقاط میدان قائم به طرف پایین است.

نتیجه ۲: در تمام نقاط اندازه میدان ثابت است.

} میدان بین دو صفحه یکنواخت است.

حال فرض می‌کنیم ابعاد صفحات بی‌نهایت نباشد ولی در مقایسه با فاصله دو صفحه زیاد باشد. دراین‌صورت می‌توان شکل زیر را درنظر گرفت.



در این حالت میدان در هر محدوده توسط بارهای موجود در همان محدوده تعیین می‌گردد و می‌توان با تقریب بسیار خوبی میدانی که بارهای موجود در یک محدوده، در محدوده‌ی دیگر ایجاد می‌کنند را صرف‌نظر کرد. حال با توجه به این مقدمات می‌توان فرمولی برای ظرفیت خازن به‌دست آورد. فرض کنید مساحت صفحات خازن A و فاصله‌ی صفحات از هم d باشد. این خازن را به اختلاف پتانسیل V وصل کنیم. دراین‌صورت روی یکی از صفحات بار $+q$ و روی صفحه‌ی دیگر بار $-q$ خواهیم داشت و بین دو صفحه میدان یکنواختی ایجاد می‌شود که برای آن داریم:

$$\left.\begin{matrix} E=\frac{V}{d} \\ E=\frac{q}{\varepsilon_\circ A} \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{q}{\varepsilon_\circ A}=\frac{V}{d} \rightarrow \frac{q}{V}=\frac{\varepsilon_\circ A}{d} \rightarrow \boxed{C=\varepsilon_\circ \frac{A}{d}}$$

ظرفیت خازن مسطحی که مساحت صفحات آن A و فاصله‌ی صفحات d و بین صفحات خلأ یا هوا باشد.

$E=\frac{V}{d}$ هرچقدر q بیش‌تر باشد، میدان قوی‌تر است

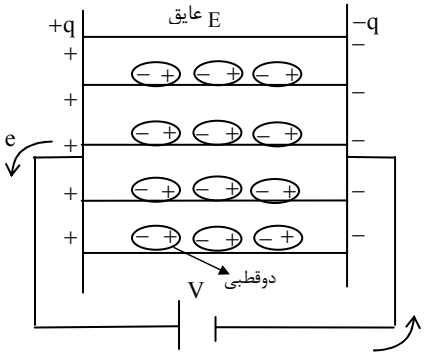
$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_\circ}=\frac{\frac{q}{A}}{\varepsilon_\circ}=\frac{q}{\varepsilon_\circ A}$ ثابت می‌شود

هرچقدر A بیش‌تر باشد، میدان ضعیف‌تر است. چون بار q در سطح وسیع‌تری پخش می‌شود و به هر محدوده بار کم‌تری می‌رسد.

پس، ظرفیت خازن به مشخصات ساختمانی آن بستگی دارد. $\begin{cases} C \propto A \\ C \propto \frac{1}{d} \end{cases}$

نکته‌ی ۶. اگر بین دو صفحه‌ی خازن عایق قرار دهیم. روی ظرفیت خازن اثر می‌گذارد که در این قسمت به این موضوع می‌پردازیم

بررسی میکروسکوپیک نقش دی‌الکتریک (عایق)

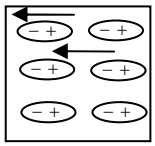


وقتی عایقی در معرض میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، اتم‌های آن به فرم دوقطبی درمی‌آیند. چون میدان از صفحه مثبت به صفحه منفی است دو قطبی‌ها به‌گونه‌ای قرار می‌گیرند که منفی آن‌ها متمایل به صفحه مثبت می‌شود حال این منفی‌ها خودشان تعداد دیگری از الکترون‌های آزاد صفحه سمت چپی را همان‌طور که در شکل نشان داده‌است دفع می‌کنند و بار مثبت صفحه زیاد می‌شود، پس:

با ثابت نگه‌داشتن V و قرار دادن دی‌الکتریک بین دو صفحه $\Rightarrow q\uparrow \Rightarrow C\uparrow$

$$C\uparrow=\frac{q\uparrow}{\underset{\text{cte}}{V}} \rightarrow C=k\,\varepsilon_\circ\,\frac{A}{d}$$

k: ثابت دی‌الکتریک (نشان‌گر آن است که وجود دی‌الکتریک بین دو صفحه چقدر ظرفیت خازن را افزایش می‌دهد)



$$\left.\begin{matrix} C=\frac{q}{V} \\ V \text{ ثابت},\ q\uparrow \end{matrix}\right\} \Rightarrow C\uparrow \qquad C=K\,\varepsilon_\circ\frac{A}{d}$$

ثابت دی‌الکتریک

$$\left.\begin{matrix} E=\frac{V}{d} \\ E=\frac{q}{\varepsilon\,A} \end{matrix}\right\} \rightarrow C=\varepsilon\,\frac{A}{d}$$

ε: ضریب گذردهی الکتریکی عایق بین دو صفحه

$$\Rightarrow \quad C=\varepsilon\frac{A}{d} \qquad \varepsilon=K\varepsilon_\circ$$

$K>1\ ,\ \varepsilon>\varepsilon_\circ$

ضریب گذردهی الکتریکی عایق بین دو صفحه

نتیجه: با مقایسه‌ی روابط فوق می‌توان گفت:

اگر بین دو صفحه عایق یا دی‌الکتریک باشد $\Rightarrow E=\frac{q_{new}}{\varepsilon\ A}$

اگر بین دو صفحه خلأ یا هوا باشد $\Rightarrow E=\frac{q_{old}}{\varepsilon_{\circ}\ A}$

در هر دو حالت میدان‌ها باهم برابرند و برابر $\frac{v}{d}$ هستند

$$\frac{q_{new}}{\varepsilon\ A}=\frac{q_{old}}{\varepsilon_{\circ}\ A}\quad \frac{\text{چون}}{\varepsilon>\varepsilon_{\circ}}\quad \boxed{q_{new}>q_{old}}$$

یعنی با وجود ثابت ماندن V ، q زیاد شده‌است

پس $C_{new}>C_{old}$ می‌باشد، یعنی وجود دی‌الکتریک ظرفیت خازن را افزایش می‌دهد.

تست ۲۲. **فاصله‌ی دو صفحه‌ی خازن مسطحی را که به یک مولد ۲۰ ولتی متصل است ۲ برابر می‌کنیم، اگر با این عمل $۳\mu c$ از بار ذخیره شده در خازن کاسته شود، ظرفیت اولیه‌ی خازن چند میکرو فاراد بوده‌است؟**

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۳ ۳) ۶ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۲

اگر ظرفیت اولیه C باشد، ظرفیت خازن در حالت دوم $\frac{c}{۲}$ است و داریم:

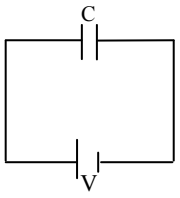
$$q_۱-q_۲=۳\mu c\rightarrow CV-\frac{c}{۲}V=۳\ \rightarrow\ \frac{c}{۲}V=۳$$

$$\rightarrow\ \frac{c}{۲}\times ۲۰=۳\ \rightarrow\ C=۰/۳\ \mu F$$

تست ۲۳. **در شکل زیر اگر فاصله بین صفحات خازن را ۲ میلی‌متر کاهش دهیم بار ذخیره شده روی صفحات خازن ۳ برابر می‌شود فاصله اولیه صفحات خازن چند میلی‌متر بوده‌است؟**

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۴



$$\frac{q_۲}{q_۱}=۳\ \rightarrow\ \frac{C_۲\ V}{C_۱\ V}=۳\ \rightarrow\ \frac{C_۲}{C_۱}=۳$$

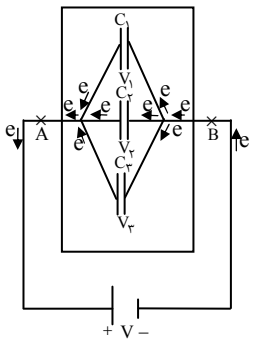
$$\rightarrow\ \frac{\varepsilon_{\circ}\ \frac{A}{d_۲}}{\varepsilon_{\circ}\ \frac{A}{d_۱}}=۳\ \rightarrow\ \frac{d_۱}{d_۲}=۳$$

$$\rightarrow\ \frac{d_۱}{d_۱-۲}=۳\ \rightarrow\ ۳d_۱-۶=d_۱\longrightarrow d_۱=۳mm$$

به‌هم بستن خازن‌ها

چند خازن را می‌توان به طرق مختلف بست که عبارت‌اند از:

۱) به‌هم بستن موازی خازن‌ها



$$\begin{matrix}V_A=V_+\\ V_B=V_-\end{matrix}\ \Big\}\ V_A-V_B=V_{\text{باتری}}$$

$$V_۱=V_A-V_B=V$$
$$V_۲=V_A-V_B=V$$
$$V_۳=V_A-V_B=V$$

پس: در اتصال موازی خازن‌ها اختلاف پتانسیل دوسر تمام خازن‌ها با هم برابر و مساوی با اختلاف پتانسیل دوسر مجموعه است.

$$q=CV\rightarrow\begin{cases}q_۱=C_۱\ \ V_۱=C_۱\ \ V\\ q_۲=C_۲\ \ V_۲=C_۲\ \ V\\ q_۳=C_۳\ \ V_۳=C_۳\ \ V\end{cases}$$

پس: در اتصال موازی خازن‌ها هر خازنی که ظرفیت بیش‌تری داشته‌باشد ، بار بیش‌تری در آن ذخیره می‌شود.

بار کل عبور کرده از باتری $\leftarrow q_T=q_۱+q_۲+q_۳$

$$q_T=C_۱V+C_۲V+C_۳V\rightarrow q_T=(C_۱+C_۲+C_۳)V\rightarrow\frac{q_T}{V}=C_۱+C_۲+C_۳$$

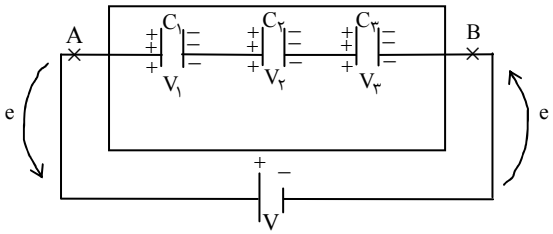
C_{eq} یا C_T **ظرفیت معادل: ظرفیت خازنی است که به‌تنهایی اثر تمام خازن‌ها را داشته‌باشد.** $C_T=C_۱+C_۲+C_۳$

نکته‌ی ۷. اگر n **خازن به ظرفیت‌های** $C_۱\ ,C_۲\ ,...,C_n$ **به‌طور موازی بسته شوند:** $C_T=C_۱+C_۲+...+C_n$

$$C_T>C_i\quad(i=۱\ ,۲\ ,۳\ ,...,n)$$

۲) به‌هم بستن متوالی (سری) خازن‌ها

بار کلی عبورکرده از باتری با بار تک‌تک خازن‌ها برابر است.



$$V=\frac{q}{C}\rightarrow\begin{cases}V_۱=\frac{q_۱}{C_۱}=\frac{q_T}{C_۱}\\ V_۲=\frac{q_۲}{C_۲}=\frac{q_T}{C_۲}\\ V_۳=\frac{q_۳}{C_۳}=\frac{q_T}{C_۳}\end{cases}\quad(I)$$

$$\boxed{V_T=V_۱+V_۲+V_۳}\quad(II)$$

$$\xrightarrow{I\ ,\ II}V=\frac{q_T}{C_۱}+\frac{q_T}{C_۲}+\frac{q_T}{C_۳}\Rightarrow\frac{V}{q_T}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۲}+\frac{۱}{C_۳}$$

$$\frac{q_T}{V}=C_T\Rightarrow\frac{V}{q_T}=\frac{۱}{C_T}$$

$$\rightarrow\boxed{\frac{۱}{C_T}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۲}+\frac{۱}{C_۳}}$$

نکته‌ی ۸. اگر n **خازن به ظرفیت‌های** $C_۱\ ,C_۲\ ,...,C_n$ **به‌طور متوالی به‌هم وصل شوند، خواهیم داشت:**

$$\frac{۱}{C_T}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۲}+...+\frac{۱}{C_n}$$

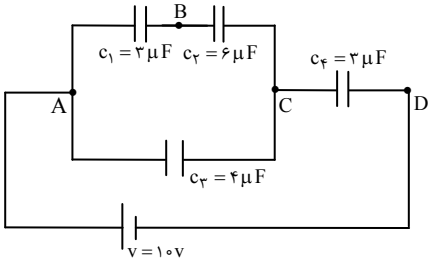
واضح است داریم: $\frac{۱}{C_T}>\frac{۱}{C_i}\rightarrow C_T<C_i$

$$(i=۱\ ,۲\ ,۳\ ,...,n)$$

۳) به‌هم بستن مختلط

در این نوع به‌هم بستن در قسمتی خازن‌های موازی و در قسمتی دیگر خازن‌های متوالی داریم، که برای بررسی این قسمت از اطلاعات مربوط به قسمت‌های قبل و روش نقطه‌گذاری عمل می‌کنیم.

مثال ۱۷. **در شکل زیر بار ذخیره شده در تک‌تک خازن‌ها و اختلاف پتانسیل دوسر هر یک را تعیین کنید.**



حل:

$$\frac{۱}{C_{۱,۲}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow C_{۱,۲}=۲\,\mu F$$

$$C_{۱,۲,۳}=۲+۴=۶\,\mu F$$

$$\frac{۱}{C_T}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow C_T=۲\,\mu F$$

$$q_T = C_T\ V \Rightarrow q_T = ۲۰\mu\ C \rightarrow q_۴ = ۲۰\mu C$$

$$q_۴ = C_۴ \times V_۴ \Rightarrow ۲۰ = ۳ \times V_۴ \Rightarrow V_۴ = \frac{۲۰}{۳}\ (V)$$

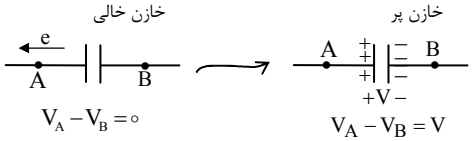
$$V_۴ + V_{۱,۲,۳} = V_T \Rightarrow V_{۱,۲,۳} = \frac{۱۰}{۳} \rightarrow \begin{cases} V_۳ = \frac{۱۰}{۳}\ (V) \\ V_۱ + V_۲ = \frac{۱۰}{۳}\ (V) \end{cases}$$

$$q_{۱,۲} = C_{۱,۲} \times V_{۱,۲} \Rightarrow q_{۱,۲} = \frac{۲۰}{۳}\ (C)$$

$$q_۱ = q_۲ = \frac{۲۰}{۳} \longrightarrow \begin{cases} q_۱ = C_۱\ V_۱ \Rightarrow \frac{۲۰}{۳} = ۳ \times V_۱ \Rightarrow V_۱ = \frac{۲۰}{۹}\ (V) \\ q_۲ = C_۲\ V_۲ \Rightarrow \frac{۲۰}{۳} = ۶ \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۱۰}{۹}\ (V) \end{cases}$$

☜ انرژی ذخیره شده در خازن

برای پرشدن خازن بار $-q$ از صفحه A به صفحه B منتقل شده‌است:



$$\Delta U = (\overline{\Delta V})\ \text{(بار منتقل شده)}$$

انتقال بار $-q$ بین دو نقطه A و B تحت اختلاف پتانسیل ثابتی صورت نمی‌گیرد، چون به مرور زمان که خازن پر می‌شود اختلاف پتانسیل دو صفحه از صفر به v می‌رسد.

$$\Delta U = (-q)\ (\frac{\overbrace{\Delta V_{\text{اولیه}}}^{۰} + \overbrace{\Delta V_{\text{نهایی}}}^{-V}}{۲}) = (-q)\ (-\frac{V}{۲}) = \frac{۱}{۲} q\ V$$

$$\Delta U = \frac{۱}{۲} q\ V \rightarrow U_۲ - \cancel{U_۱}^{۰} = \frac{۱}{۲}\ qV \rightarrow \boxed{U = \frac{۱}{۲}\ qV}$$

$$U = \frac{۱}{۲}\ q\ V \xrightarrow{q=CV} \boxed{U = \frac{۱}{۲}\ CV^۲}$$

$$V = \frac{q}{c} \rightarrow \boxed{U = \frac{۱}{۲}\ \frac{q^۲}{C}}$$

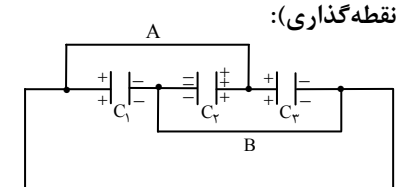
☜ فروشکست

طبق رابطه‌ی $q = CV$ هرچقدر اختلاف پتانسیل دوسر خازن زیاد شود، بار ذخیره شده در خازن نیز زیاد می‌شود. منتهی زیادکردن V دوسر خازن حدی دارد. چرا که اگر V دوسر خازن از حدی بیش‌تر شود، میدان بین صفحات خیلی زیاد می‌شود. این میدان می‌تواند وابستگی الکترون‌های اتم‌های دی‌الکتریک را به هسته‌ی خودشان از بین ببرد و ساختار دی‌الکتریک را به‌هم بریزد. این پدیده با ایجاد جرقه و تولید گرمای زیاد همراه است و به آن فروشکست دی‌الکتریک می‌گویند که با سوراخ شدن دی‌الکتریک و سوختن خازن همراه است.

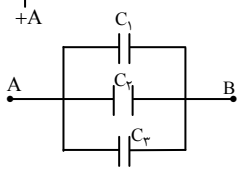
نکته‌ی ۹. در اتصال متوالی دو خازن داریم : $\frac{۱}{C_T} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_۲} \rightarrow C_T = \frac{C_۱ . C_۲}{C_۱ + C_۲}$

مثال ۱۸. **ظرفیت معادل مجموعه‌ی زیر را به‌دست آورید (نشان دادن اهمیت روش نقطه‌گذاری):**

حل:



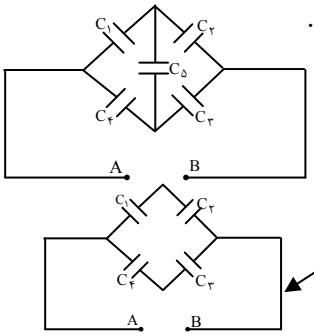
مشاهده می‌شود که هر سه خازن دوسرشان به A و B وصل است. ⇒



$$C_T = C_۱ + C_۲ + C_۳$$

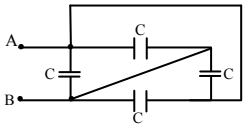
پل وتستون

اگر در شکل زیر که هیچ دو خازنی نه موازی هستند و نه متوالی و برای محاسبه‌ی ظرفیت معادل آن نیاز به دانستن قوانین حاکم بر مدارهای الکتریکی می‌باشد. شرط زیر برقرار باشد، می‌توان خازن C_5 را حذف کرد.



اگر: $C_1\ C_3 = C_2\ C_4$

تست ۲۴. در مدار شکل زیر ظرفیت معادل بین دو نقطه A و B چقدر است؟

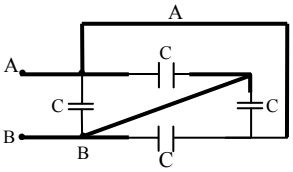


۱) C ۲) $\frac{C}{۴}$

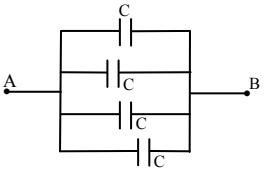
۳) $۴C$ ۴) صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با روش نقطه‌گذاری مسئله به سادگی حل می‌شود.

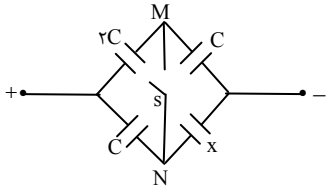


مشاهده می‌شود که هر چهار خازن دو سرشان A و B است، یعنی می‌توان مدار فوق را به شکل زیر کشید



$$C_T = C + C + C + C = ۴C$$

تست ۲۵. در مدار شکل زیر باز و بسته کردن کلید s، ظرفیت معادل مدار را تغییر نمی‌دهد ظرفیت خازن x کدام است؟



۱) صفر ۲) $۲c$

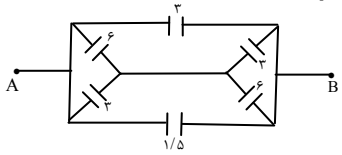
۳) c ۴) $\frac{c}{۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون باز و بسته کردن کلید s تأثیری در ظرفیت معادل ندارد، پس می‌توان گفت پتانسیل نقاط $N\ ,\ M$ برابر است. پس مدار پل وتستون است و داریم:

$$۲c \times x = c \times c \rightarrow ۲c\,x = c^۲ \rightarrow \boxed{x = \frac{c}{۲}}$$

تست ۲۶. ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چند میکروفاراد است؟

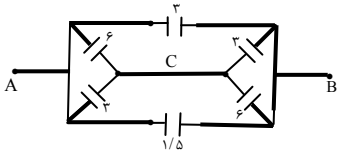


۱) ۸/۵ ۲) ۹

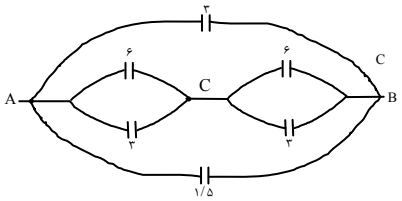
۳) ۴/۵ ۴) ۷/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

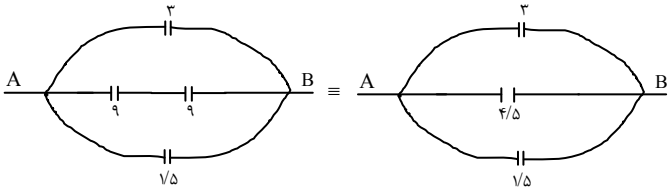
مدار را به شکل زیر نقطه‌گذاری می‌کنیم:



حال مدار را به‌صورت زیر می‌کشیم.

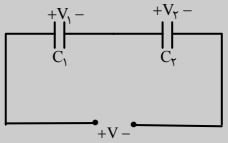


مدار فوق به‌صورت زیر ساده می‌شود.



$$C_T = ۳ + ۴/۵ + ۱/۵ = ۹\ \mu F$$

نکته‌ی ۱۰. تقسیم ولتاژ بین دو خازن متوالی:



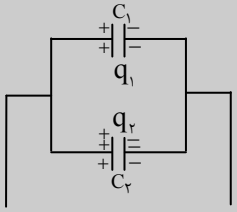
$$q_۱ = q_۲ \rightarrow \begin{cases} V_۱ + V_۲ = V \\ C_۱ V_۱ = C_۲ V_۲ \end{cases}$$

پس هر خازن که ظرفیت کم‌تری داشته‌باشد، اختلاف پتانسیل $\Rightarrow$ از حل دستگاه فوق $\Rightarrow \begin{cases} V_۱ = \dfrac{C_۲}{C_۱ + C_۲}\ V \\ V_۲ = \dfrac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\ V \end{cases}$

دو سرش بیش‌ترمی‌شود.

نکته‌ی ۱۱. تقسیم بار بین دو خازن موازی

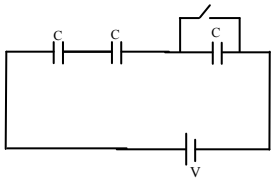
فرض کنیم بار موجود در مجموعه‌ی زیر برابر q_T است. بار هریک از خازن‌های $C_۱$, $C_۲$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$V_۱ = V_۲ \rightarrow \begin{cases} q_۱ + q_۲ = q_T \\ \dfrac{q_۱}{c_۱} = \dfrac{q_۲}{c_۲} \end{cases} \Rightarrow \boxed{q_۱ = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\ q_T} \quad \boxed{q_۲ = \frac{C_۲}{C_۱ + C_۲}\ q_T}$$

یا به‌عبارتی داریم: $\dfrac{q_۱}{C_۱} = \dfrac{q_۲}{C_۲} = \dfrac{q_T}{C_۱ + C_۲}$

تست ۲۷. **در شکل زیر سه خازن یکسان به باتری وصل شده‌اند، اگر کلید را ببندیم بار الکتریکی در دو خازن دیگر چه تغییری می‌کند؟**



۱) تغییر نمی‌کند ۲) ۲ برابر می‌شود

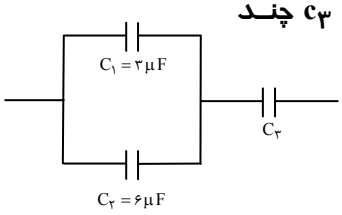
۳) ۴ برابر می‌شود ۴) ۱/۵ برابر می‌شود

پاسخ: گزینه‌ی ۴

درحالتی که کلید باز است v بین سه خازن تقسیم می‌شود و ولتاژ دو سر هر خازن $\dfrac{V}{۳}$ است با بستن کلید ولتاژ v روی دو خازن دیگر تقسیم می‌شود و به هر یک $\dfrac{V}{۲}$ می‌رسد پس داریم:

$$\frac{\text{جدید } q \text{ هریک از دو خازن دیگر}}{\text{قدیم } q \text{ هریک از دو خازن دیگر}} = \frac{c\ \frac{V}{۲}}{c\ \frac{V}{۳}} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

تست ۲۸. در مدار شکل زیر بار خازن C_1 برابر $2\mu c$ است، بار خازن c_3 چند میکروکولن است؟



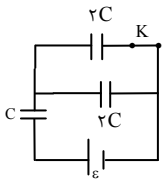
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\left.\begin{array}{l} q_1 = 2\mu c \rightarrow V_1 = \frac{2}{3}\,(V) \rightarrow V_2 = \frac{2}{3}\ V \\ q_2 = C_2\ \ V_2 = 6\times\frac{2}{3} = 4\mu c \end{array}\right\} \rightarrow q_{1,2} = q_1 + q_2 = 6\mu c$$

$$q_3 = q_{1,2} \rightarrow \boxed{q_3 = 6\mu c}$$

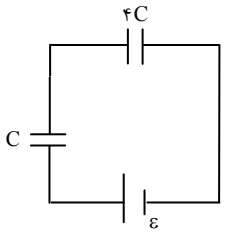
تست ۲۹. در مدار شکل زیر با بازکردن کلید k، بار خازن c چندبرابر می‌شود؟



۱) ۱ ۲) $\frac{3}{5}$
۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

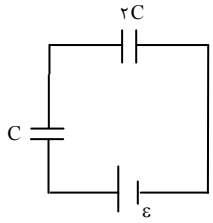
پاسخ: گزینه‌ی ۴

هنگامی که کلید بسته است مداری به‌شکل زیر می‌توان درنظر گرفت.



بار خازن C درحالت بسته بودن کلید $q_1 = C\times\frac{4C}{4C+C}\,\varepsilon = \boxed{\frac{4}{5}\,C\varepsilon}$

هنگامی که کلید باز می‌شود مدار زیر را خواهیم داشت:

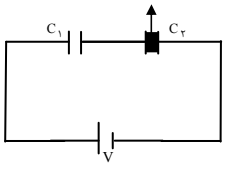


بار خازن C درحالت باز بودن کلید $q_2 = C\,\frac{2C}{2C+C}\,\varepsilon$

$$\boxed{q_2 = \frac{2}{3}C\ \varepsilon}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\frac{2}{3}\ c\varepsilon}{\frac{4}{5}\ c\varepsilon} = \frac{10}{12} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

تست ۳۰. در شکل زیر اگر دی‌الکتریک بین صفحات خازن c_2 را برداریم انرژی ذخیره شده در خازن c_1 و بار الکتریکی خازن c_1 چه تغییری می‌کند؟



۱) انرژی افزایش، بار الکتریکی کاهش ۲) انرژی کاهش، بار الکتریکی ثابت
۳) هردو کاهش ۴) هردو افزایش

پاسخ: گزینه‌ی

طبق رابطه تقسیم ولتاژ بین خازن‌های متوالی داریم:

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2}\ V = \frac{1}{\frac{C_1}{C_2} + 1}\ V$$

حال با خروج دی‌الکتریک از بین صفحات $C_۲$، ظرفیت $C_۲$ کاهش می‌یابد و طبق رابطه فوق $V_۱$ نیز کاهش می‌یابد.

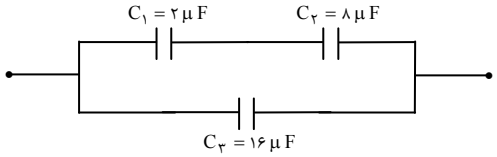
$q_۱ = c_۱ v_۱ \rightarrow q_۱$ کاهش می‌یابد

(کاهش ثابت)

$U_۱ = \frac{۱}{۲} c_۱ v_۱^۲ \rightarrow U_۱$ کاهش می‌یابد

(کاهش ثابت)

تست ۳۱. در شکل زیر اگر انرژی ذخیره شده در خازن $c_۱ = ۲\mu F$ برابر ۰/۸ ژول باشد انرژی ذخیره شده در مجموعه چند ژول خواهد بود؟



۱) ۱۱ ۲) ۱/۱

۳) ۴/۴ ۴) ۲۲

پاسخ: گزینه‌ی ۲

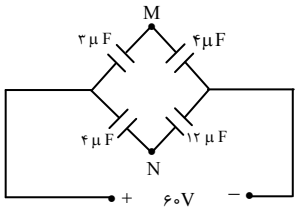
اگر اختلاف پتانسیل دوسر $c_۱$ را برابر v درنظر بگیریم اختلاف پتانسیل دوسر $c_۲$ برابر $\frac{v}{۴}$ و درنتیجه اختلاف پتانسیل دوسر $c_۳$ برابر $\frac{۵v}{۴}$ خواهد بود از طرفی داریم:

$$\frac{۱}{۲} c_۱ v^۲ = ۰/۸ \text{ j} \rightarrow c_۱ v^۲ = ۱/۶ \text{ j}$$

$$U_T = \frac{۱}{۲} c_۱ v^۲ + \frac{۱}{۲} c_۲ (\frac{v}{۴})^۲ + \frac{۱}{۲} c_۳ (\frac{۵v}{۴})^۲ = \frac{۱}{۲} c_۱ v^۲ + \frac{۱}{۲} ۴c_۱ (\frac{v}{۴})^۲ + \frac{۱}{۲} ۸c_۱ (\frac{۵}{۴}v)^۲$$

$$\Rightarrow U_T = \frac{۱}{۲} c_۱ v^۲ + \frac{۱}{۸} c_۱ v^۲ + \frac{۲۵}{۴} c_۱ v^۲ = \frac{۵۵}{۸} c_۱ v^۲ = \frac{۵۵}{۸} \times ۰/۱۶ = ۱/۱ \text{ j}$$

تست ۳۲. در شکل زیر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N چند ولت است؟



۱) صفر ۲) ۵

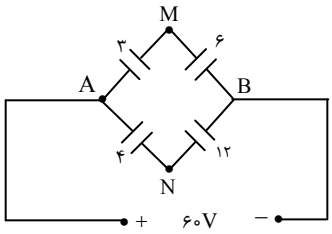
۳) ۲۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

اگر دوسر انشعاب را A , B بنامیم داریم:

$$V_{AB} = ۶۰ \text{ V}$$

حال طبق قانون تقسیم ولتاژ بین خازن‌های متوالی داریم:

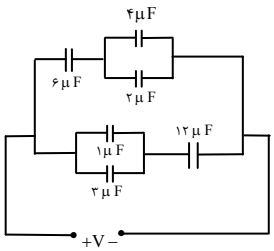


$$V_{AM} = \frac{۶}{۶+۳} \times ۶۰ = ۴۰(v) \rightarrow V_A - V_M = ۴۰ \quad ①$$

$$V_{AN} = \frac{۱۲}{۱۲+۴} \times ۶۰ = ۴۵(v) \rightarrow V_A - V_N = ۴۵ \quad ②$$

$$\xrightarrow{② - ①} V_M - V_N = ۵(v)$$

تست ۳۳. در شکل زیر بار خازن $۶\mu F$ برابر $۱۲۰\mu F$ است، بار خازن $۱۲\mu F$ چند میکرو کولن است؟

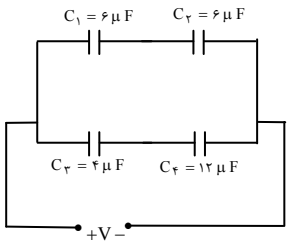


۱) ۲۴۰ ۲) ۶۰

۳) ۱۸۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

مدار داده شده را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



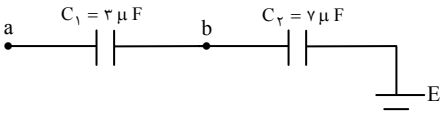
$$q_۱ = ۱۲۰\,\mu c \rightarrow q_۲ = ۱۲۰\,\mu c \rightarrow V_۱ = V_۲ = ۲۰\,(v)$$

$$V = V_۱ + V_۲ \rightarrow V = ۴۰\,(V)$$

تقسیم ولتاژ $V_۴ = \frac{۴}{۴+۱۲} \times ۴۰ = ۱۰\,(v)$

$$q_۴ = C_۴\ V_۴ = ۱۲ \times ۱۰ \rightarrow q_۴ = ۱۲۰\,\mu c$$

تست ۳۴. در شکل زیر اگر پتانسیل نقطه a برابر ۸۰۰ ولت باشد، پتانسیل نقطه b چند ولت است؟



۱) ۵۶
۲) ۸۰۰
۳) ۲۱۰
۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\left.\begin{matrix} V_a = ۸۰۰ \\ V_{E=۰} \end{matrix}\right\} \rightarrow V_{aE} = ۸۰۰\,(V)$$

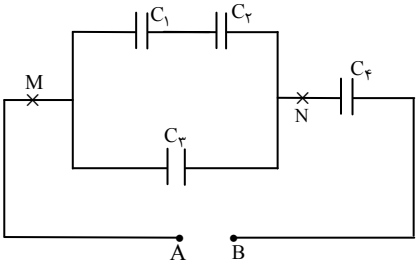
طبق قاعده تقسیم ولتاژ داریم:

$$V_{bE} = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\ V_{aE} \rightarrow V_b - V_E = \frac{۳}{۳+۷} \times ۸۰۰ \rightarrow V_b - ۰ = ۲۴۰$$

$$\rightarrow V_b = ۲۴۰\,(V)$$

مثال ۱۹. در شکل زیر اگر اختلاف پتانسیل دوسر خازن $C_۴$ معلوم باشد، اختلاف پتانسیل دوسر خازن‌های $C_۲$, $C_۱$, $C_۳$ را بدست آورید.

حل:



$$C_{۱,۲} = \frac{C_۱\ C_۲}{C_۱ + C_۲}$$

$$C_{MN} = C_{۱,۲} + C_۳$$

C_{MN} با $C_۴$ متوالی است.

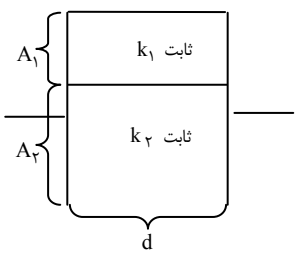
پس: $q_{MN} = q_۴$ می‌باشد.

$q_{MN} = q_۴ \rightarrow C_{MN}\ V_{MN} = C_۴\ V_۴ \rightarrow V_{MN}$ به‌دست می‌آید. $\rightarrow V_۳ = V_{MN}$

$$V_۱ = \frac{C_۲}{C_۱ + C_۲}\ V_{MN} \qquad V_۲ = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\ V_{MN}$$

محاسبه ظرفیت خازن با چند عایق

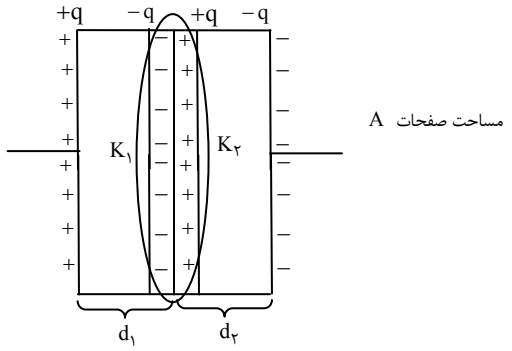
مثال ۱ :



معادل با دو خازن موازی

$$C_T = C_۱ + C_۲ = K_۱\,\varepsilon_۰\,\frac{A_۱}{d} + K_۲\,\varepsilon_۰\,\frac{A_۲}{d}$$

مثال ۲:



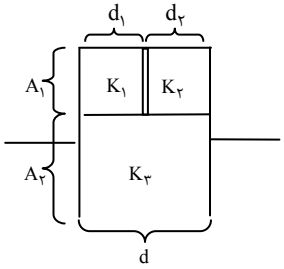
مساحت صفحات A

معادل دو خازن متوالی

$$C_۱ = K_۱\ \varepsilon_۰\ \frac{A}{d_۱} \qquad C_۲ = K_۲\ \varepsilon_۰\ \frac{A}{d_۲}$$

$$\frac{۱}{C_T} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_۲}$$

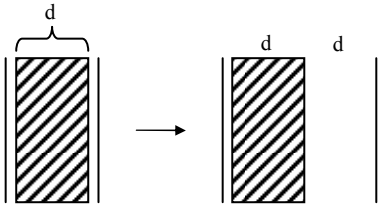
مثال ۳



$$\begin{cases} C_۱ = K_۱\ \varepsilon_۰\ \dfrac{A_۱}{d_۱} \\ C_۲ = K_۲\ \varepsilon_۰\ \dfrac{A_۱}{d_۲} \end{cases} \quad C_{۱,۲} = \frac{C_۱\ C_۲}{C_۱ + C_۲} \qquad C_۳ = K_۳\ \varepsilon_۰\ \frac{A_۲}{d_۱ + d_۲}$$

$$\Rightarrow C_T = C_{۱,۲} + C_۳$$

تست ۳۵. **ظرفیت خازنی با ضریب دی‌الکتریک ٤ برابر C است، هرگاه مطابق شکل یکی از صفحات را به اندازه ضخامت عایق دور نمائیم ظرفیت خازن در حالت جدید برابر خواهد بود با:**



۱) $\frac{۴}{۵}C$ ۲) $\frac{۵}{۴}C$

۳) $\frac{۱}{۵}C$ ۴) $۵C$

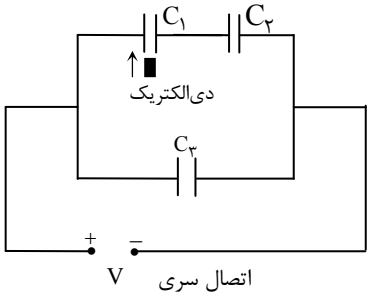
پاسخ: گزینه‌ی ۳

در حالت جدید می‌توان خازن را معادل دو خازن متوالی فرض کرد که ظرفیت اولی C و ظرفیت دومی $\frac{C}{۴}$ است، چون دی‌الکتریک ندارد پس:

$$C_{\text{جدید}} = \frac{C \times \frac{C}{۴}}{C + \frac{C}{۴}} = \frac{\frac{C^۲}{۴}}{\frac{۵C}{۴}} \rightarrow C_{\text{جدید}} = \frac{C}{۵}$$

مثال ۲۰. **اگر در شکل زیر بین صفحات خازن $C_۱$ دی‌الکتریک وارد کنیم بار هر خازن چگونه تغییر می‌کند؟**

حل:



تحت هر شرایطی

$q_۳$ ثابت می‌ماند $\rightarrow$ $\Rightarrow q_۳ = C_۳\ V_۳ \rightarrow$ مقدار ثابت $V_۳ = V =$

$$V_۲ = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲}\ V \xrightarrow{q_۲ = C_۲\ V_۲} q_۲ = \frac{C_۲\ C_۱}{C_۱ + C_۲}\ V$$

$$\rightarrow q_۲ = \frac{C_۲}{۱ + \frac{C_۲}{C_{۱}\uparrow}}\ V \Rightarrow q_۲ \uparrow$$

پس بار خازن $C_۲$ زیاد می‌شود

$$q_۱ = q_۲ \uparrow \rightarrow q_۱ \uparrow$$

پس بار خازن $C_۱$ نیز زیاد می‌شود

مثال ۲۱. **خازن $C_۱$ را با اختلاف پتانسیل $V_۱$ و خازن $C_۲$ را با اختلاف پتانسیل $V_۲$ شارژ می‌کنیم، سپس آن‌ها را از باتری جداکرده و صفحات هم‌نام آن‌ها را به‌هم وصل می‌کنیم ولتاژ مشترک دو خازن پس از اتصال خازن‌ها به‌هم و بار هر خازن چقدر خواهد شد؟**

حل:

طبق اصل پایستگی بار خواهیم داشت:

$$q'_1+q'_2=q_1+q_2 \longrightarrow C_1\ V'+C_2\ V'=C_1\ V_1+C_2\ V_2$$

q'_1: بار C_1 پس از اتصال به C_2 — q'_2: بار C_2 پس از اتصال به C_1

$$\rightarrow \boxed{V'=\frac{C_1\ V_1+C_2\ V_2}{C_1+C_2}}$$

ولتاژ مشترک پس از اتصال

$$\begin{cases} q'_1=C_1\ V' \\ q'_2=C_2\ V' \end{cases}$$

مثال ۲۲. **اگر در مثال فوق صفحات ناهمنام خازن‌ها را به هم وصل کنیم ولتاژ مشترک دو خازن و بار هر خازن چقدر خواهد شد؟**

حل:

چون صفحات ناهمنام به یکدیگر وصل شده‌اند:

$$q'_1+q'_2=|q_1-q_2|$$

$$C_1\ V'+C_2\ V'=|C_1\ V_1-C_2\ V_2| \longrightarrow \boxed{V'=\frac{|C_1\ V_1-C_2\ V_2|}{C_1+C_2}}$$

$$\begin{cases} q'_1=C_1\ V' \\ q'_2=C_2\ V' \end{cases}$$

نکته مهم.

تا وقتی که یک خازن شارژشده به دوسر باتری وصل است هر تغییری در ساختمان خازن ایجاد کنیم V دوسر خازن برابر V دوسر باتری می‌ماند که مقدار ثابتی است. ولی اگر خازن شارژ شده را از باتری جدا کنیم و از این به‌بعد در ساختمان آن تغییر ایجاد کنیم q ثابت می‌ماند؛ چون دیگر مسیری برای تبادل بار بین دو صفحه وجود ندارد و بار صفحات ثابت می‌ماند.

مثال ۲۳. **خازنی که بین صفحات آن هوا می‌باشد را توسط یک باتری شارژ کرده‌ایم در دو حالت زیربین صفحات دی‌الکتریک وارد می‌کنیم:**

I) خازن به باتری وصل است

II) خازن از باتری جدا شده‌است.

در هریک از حالات فوق تغییر کمیت‌های ظرفیت خازن، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، بار ذخیره شده در خازن، میدان الکتریکی بین دو صفحه و انرژی ذخیره شده در خازن را بررسی کنید.

حل:

حالت I) $C=K\uparrow \varepsilon_\circ \frac{A}{d} \rightarrow C\uparrow$

چون به باتری وصل است $\underline{V=cte} \leftarrow$

$$q=C\uparrow V\rightarrow cte \rightarrow \underline{\underline{q\uparrow}}$$

$$E=\frac{V\ \rightarrow cte}{d\ \rightarrow cte} \rightarrow \underline{E=cte}$$

$$U=\frac{1}{2}C\uparrow V^2\rightarrow cte \rightarrow \underline{\underline{U\uparrow}}$$

حالت II) $C=K\uparrow \varepsilon_\circ \frac{A}{d} \rightarrow C\uparrow$

چون از باتری جدا شده‌است. $q=cte$

$$V=\frac{q\rightarrow cte}{C\uparrow} \rightarrow V\downarrow$$

$$E=\frac{V\downarrow}{d\rightarrow cte}\rightarrow E\downarrow$$

$$U=\frac{1}{2}\frac{q^2\rightarrow cte}{C\uparrow} \rightarrow \underline{\underline{U\downarrow}}$$

تست ۳۶. دو صفحه خازن تختی را به دو پایانه یک باتری وصل کرده‌ایم اگر بدون جدا کردن از باتری، فاصله بین دو صفحه آن را نصف کنیم انرژی ذخیره شده در خازن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه $C = K\ \varepsilon_{\circ}\ \frac{A}{d}$ با نصف کردن فاصله دو صفحه، ظرفیت خازن دوبرابر می‌شود و چون خازن به مولد وصل است V ثابت می‌ماند و داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}\ \underset{\text{دوبرابر شده‌است}}{\underset{\downarrow}{C}}\ \underset{\text{ثابت}}{\underset{\downarrow}{V^{۲}}} \quad \Rightarrow \quad U \text{ هم دو برابر می‌شود}$$

تست ۳۷. دو خازن یکی به ظرفیت $C_۱ = ۴\mu F$ و $C_۲$ را به یکدیگر وصل کرده و به دوسر مجموعه‌ی آن‌ها اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت برقرار می‌کنیم، اگر انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها $۴۰mj$ باشد ظرفیت خازن $C_۲$ چقدر است؟

۱) $۴\mu F$ ۲) $۲\mu F$ ۳) $۶\mu F$ ۴) $۱۶\mu F$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$U_T = \frac{۱}{۲}\ C_T\ V^{۲} \Rightarrow ۴۰\times ۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\ C_T \times (۲۰۰)^{۲}$$

$$\rightarrow\ C_T = \frac{۸۰\times ۱۰^{-۳}}{۴\times ۱۰^{۴}} \rightarrow\ C_T = ۲\times ۱۰^{-۶}\ \ F$$

$$\rightarrow\ \boxed{C_T = ۲\ \mu F}$$

چون $C_T < C_۱$ است، پس خازن‌ها متوالی بسته شده‌اند و داریم:

$$C_T = \frac{C_۱\ C_۲}{C_۱ + C_۲} \rightarrow ۲ = \frac{۴\ C_۲}{۴ + C_۲} \rightarrow \boxed{C_۲ = ۴\mu F}$$

تست ۳۸. خازنی را با اختلاف پتانسیل معینی پر کرده و سپس آن‌را از مولد جدا کرده و بین صفحات آن دی‌الکتریکی به ثابت $K = ٤$ قرار می‌دهیم میدان الکتریکی بین صفحات چند برابر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینه‌ی ۳

چون خازن را از مولد جدا کرده‌ایم، پس q ثابت می‌ماند، و داریم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{\frac{q}{c}}{d} = \frac{q \longrightarrow \text{ثابت}}{c\ d \longrightarrow \text{ثابت}}$$

۴ برابر شده‌است

پس میدان الکتریکی بین صفحات $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

تمرین ۳–۸

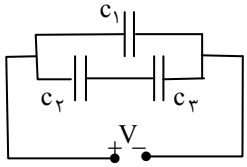
۶۱. صفحات یک خازن را پس از شارژ کامل از دو سر مولد جدا نموده صفحات خازن را از هم دور می‌نماییم انرژی ذخیره شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن به ترتیب ..... و .....

۱) ثابت می‌ماند- ثابت می‌ماند
۲) کاهش می‌یابد – ثابت می‌ماند.
۳) افزایش می‌یابد – افزایش می‌یابد
۴) افزایش می‌یابد – کاهش می‌یابد

۶۲. ظرفیت یک خازن با کدام‌یک از عوامل زیر متناسب است؟

۱) فاصله‌ی صفحات خازن
۲) مساحت صفحات خازن
۳) اختلاف پتانسیل دو سر خازن
۴) هر سه مورد درست است.

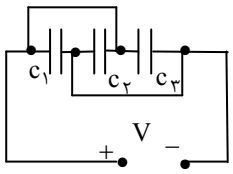
۶۳. در مدار شکل زیر اگر بار ذخیره شده در خازن c_1 برابر $5\mu c$ باشد، بار ذخیره شده در خازن c_3 چند میکروکولن است؟



$(c_1 = 2\mu f \qquad c_2 = c_3 = 6\mu f)$

۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

۶۴. در شکل زیر اگر انرژی ذخیره شده در خازن c_1 برابر $10mJ$ باشد انرژی ذخیره شده در خازن c_3 چند میلی ژول است؟



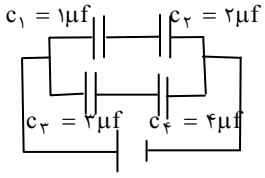
$(c_1 = c_2 = 6\mu f \ , \ c_3 = 3\mu f)$

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۲/۵

۶۵. خازنی به ظرفیت c در اختیار داریم اگر مطابق شکل، ۲ صفحه‌ی نازک فلزی را به فواصل مساوی بین صفحات این خازن قرار دهیم ظرفیت خازن کدام گزینه خواهد شد؟

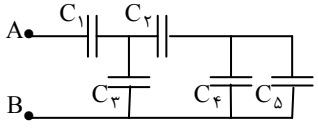
۱) $\frac{c}{3}$
۲) c
۳) $3c$
۴) صفر

۶۶. در شکل زیر بیش‌ترین انرژی در کدام خازن ذخیره شده است؟



۱) c_1
۲) c_2
۳) c_3
۴) c_4

۶۷. اگر q نماد بار ذخیره شده در خازن باشد کدام رابطه‌ی زیر برای مدار شکل زیر همواره درست است؟

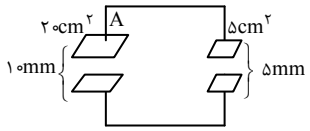


۱) $q_2 = q_5$
۲) $q_4 = q_2 - q_5$
۳) $q_2 = q_1$
۴) $q_1 = q_3 + q_5$

۶۸. دو سر خازنی به ظرفیت c_1 را به ولتاژ V می‌بندیم و پس از شارژ آن، آن را از منبع جدا می‌کنیم و دو سر آن را به خازن خالی c_2 متصل می‌کنیم بار ذخیره شده در کدام خازن بیش‌تر است؟

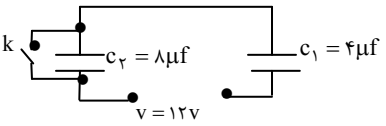
۱) در هر دو خازن برابر است
۲) خازنی که ظرفیت بزرگ‌تری دارد
۳) باید v معلوم باشد
۴) خازنی که ظرفیت کوچک‌تری دارد.

۶۹. دو خازن A و B را به ترتیب با اختلاف پتانسیل ۵v و ۱۵v پر کرده و سپس مطابق شکل روبه‌رو به هم می‌بندیم نسبت میدان الکتریکی در فضای بین صفحات خازن A به میدان الکتریکی در فضای بین صفحات خازن B کدام است؟



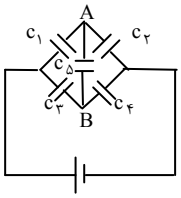
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $\frac{۱}{۶}$

۷۰. در مدار شکل زیر وقتی کلید k باز است انرژی ذخیره شده در خازن $c_۱$ برابر $w_۱$ است اگر کلید k بسته شود انرژی ذخیره شده در خازن $c_۱$ برابر $w_۲$ می‌شود نسبت $\frac{w_۲}{w_۱}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۹}{۴}$

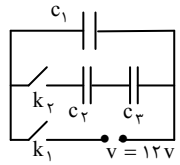
۷۱. در مدار شکل زیر $V_A - V_B = ۰$ است اگر $c_۱ = ۳\mu f$, $c_۲ = ۲\mu f$, $c_۳ = ۶\mu f$, $c_۵ = ۱۰\mu f$ باشد ظرفیت معادل خازن‌ها چند میکروفاراد است؟



۱) ۵/۶
۲) ۳/۶
۳) $\frac{۱۰}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

۷۲. در مدار شکل زیر، در حالی که کلید $k_۲$ باز است کلید $k_۱$ را می‌بندیم بعد از آن کلید $k_۱$ را باز و کلید $k_۲$ را می‌بندیم در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر خازن $c_۲$ چند ولت می‌شود؟

$(c_۱ = ۶\mu f , c_۲ = ۶\mu f , c_۳ = ۳\mu f)$

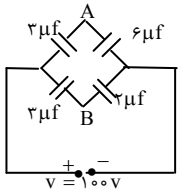


۱) ۳
۲) ۹
۳) ۶
۴) ۱۲

۷۳. خازنی با ظرفیت $۵\mu f$ را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل کرده و پس از پر شدن از مولد جدا می‌کنیم اگر بار ذخیره شده روی خازن $۱۰۰\mu c$ باشد با دو برابر کردن فاصله‌ی صفحات خازن، اختلاف پتانسیل دو سر خازن چند ولت می‌شود؟

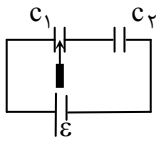
۱) ۴۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰
۴) ۲۵

۷۴. در مدار شکل روبه‌رو، اندازه‌ی اختلاف پتانسیل بین نقاط A , B چند ولت است؟



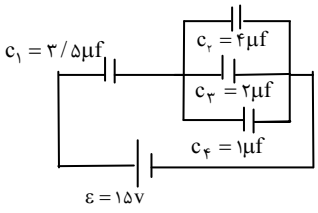
۱) $\frac{۱۲۰}{۳}$
۲) $\frac{۸۰}{۳}$
۳) $\frac{۲۰۰}{۳}$
۴) صفر

۷۵. در مدار شکل روبه‌رو ابتدا خازن‌ها مشابهند اگر بین صفحات خازن $c_۱$ دی‌الکتریکی با ثابت ۲ قرار دهیم بار خازن $c_۲$ چند برابر می‌شود؟



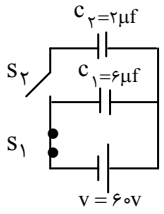
۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

۷۶. در مدار شکل زیر، انرژی ذخیره شده در خازن $c_۳$ چند میکروژول است؟



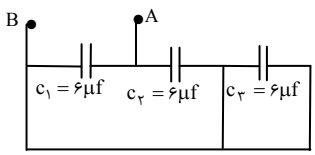
۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۱۰۰

۷۷. در شکل زیر کلید s_1 بسته و کلید s_2 باز است اگر کلید s_1را باز و سپس کلید s_2 را ببندیم انرژی ذخیره شده در خازن c_2 چند میکروژول می‌شود؟ (خازن c_2 قبل از بستن کلید s_2 خالی است)



۱) ۸۱۰۰ ۲) ۳۶۰
۳) ۷۲۹۰ ۴) ۲۰۲۵

۷۸. در شکل زیر ظرفیت معادل بین نقاط B, A چند میکروفاراد است؟

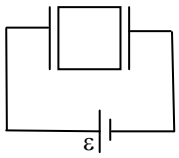


۱) ۱۸
۲) ۱۲
۳) ۲
۴) ۳

۷۹. خازن $c_1 = 4\mu f$ را با ولتاژ ۵۰ ولت شارژ و دو سر آن را به خازن بدون بار $c_2 = 6\mu f$ متصل می‌کنیم پس از اتصال مجموع انرژی دو خازن چند ژول می‌شود؟

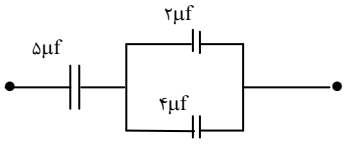
۱) 2×10^{-3} ۲) 4×10^{-3} ۳) 8×10^{-3} ۴) 16×10^{-3}

۸۰. در شکل زیر جهت میدان الکتریکی ناشی از قطبیده شدن مولکول‌های دی‌الکتریک در کدام جهت است؟



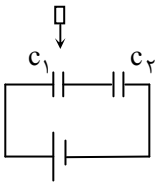
۱) از چپ به راست
۲) میدانی ایجاد نمی‌شود
۳) از راست به چپ
۴) بسته به نوع دی‌الکتریک جهت میدان متغیر است.

۸۱. در شکل زیر اگر ولتاژ خازن ۵ میکروفارادی برابر ۶۰ ولت باشد بار خازن ۲ میکروفارادی چند میکروکولن است؟



۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰

۸۲. در شکل زیر فضای میان دو صفحه‌ی خازن $c_1 = c_2 = c$ هوا است اگر یک دی‌الکتریک را میان صفحات خازن c_1 وارد کنیم ولتاژ خازن‌های c_1, c_2 به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش – افزایش ۲) افزایش – کاهش
۳) کاهش – کاهش ۴) افزایش – افزایش

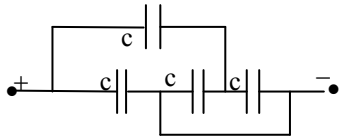
۸۳. اگر در حالی که خازن به مولد وصل است دی‌الکتریک آن که ثابتش $k = 3$ است را از میان صفحات خازن خارج کنیم تا فضای میان صفحات را هوا پر کند انرژی ذخیره شده در خازن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ثابت می‌ماند ۲) ۳ برابر می‌شود ۳) $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود ۴) $\frac{1}{6}$ برابر می‌شود

۸۴. اختلاف پتانسیل بین دو صفحه یک خازن را از ۱۵ ولت به ۴۵ ولت افزایش می‌دهیم اگر با این کار ۹۰ میکروکولن بر بار ذخیره شده در خازن افزوده شود ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۸۵. در مدار شکل زیر ظرفیت معادل خازن‌ها کدام است؟



۱) $2c$ ۲) $\frac{5c}{3}$
۳) $\frac{c}{3}$ ۴) $\frac{c}{2}$

۸۶. صفحات غیرهم‌نام دو خازن به ظرفیت‌های $c_1 = 1\mu f$, $c_2 = 3\mu f$ که بار آن‌ها به ترتیب ۱۶۰,۲۰۰ میکروکولن است را به هم وصل می‌کنیم بار خازن‌ها پس از تعادل به ترتیب چند میکروکولن است؟

۱) ۲۸,۱۲ ۲) ۲۴,۱۶ ۳) ۳۲,۸ ۴) ۳۰,۱۰

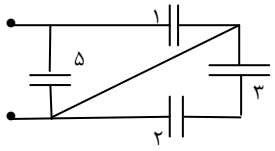
۸۷. دو خازن $c_1 = 6\mu f , c_2$ را به هم بسته‌ایم اگر ظرفیت معادل مدار ۲/۴ میکروفاراد باشد اتصال خازن‌ها چگونه و ظرفیت c_2 برابر کدام است؟

۱) موازی ، ۳/۶ ۲) متوالی ، ۳/۶ ۳) موازی ، ۴ ۴) متوالی ، ۴

۸۸. خازن $c_1 = 10\mu f$ را به وسیله یک باتری ۴۰ ولتی پر کرده و سپس از آن جدا می‌کنیم و دو صفحه این خازن را به صفحه‌های خازن خالی $c_2 = 30\mu f$ وصل کنیم در این اتصال چند میلی ژول انرژی در سیم‌های رابط تلف می‌شود؟

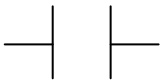
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۸۹. در مدار شکل زیر اگر بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۵ میکروفارادی برابر ۴۰ میکروکولن باشد، بار ذخیره شده در خازن ۲ میکروفارادی چقدر است؟



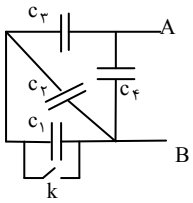
۱) $30\mu c$ ۲) $20\mu c$
۳) $16\mu c$ ۴) صفر

۹۰. در شکل زیر یک خازن مسطح که فاصله‌ی صفحات آن d و ظرفیت آن c و دی‌الکتریک بین صفحات آن هوا است نشان داده شده است اگر از چپ به راست یک قطعه دی‌الکتریک به ضخامت $\frac{d}{3}$ و ثابت ۴ و یک قطعه فلز به ضخامت $\frac{d}{3}$ و یک قطعه شیشه به ضخامت $\frac{d}{3}$ و ثابت ۳ را بین صفحات آن قرار دهیم ظرفیت خازن جدید چند برابر حالت اول می‌گردد؟



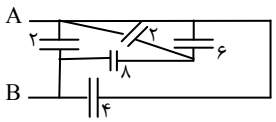
۱) ۹ ۲) $\frac{36}{7}$
۳) ۱۸ ۴) صفر

۹۱. در شکل زیر خازن‌ها همگی مشابهند چنانچه کلید k بسته شود ظرفیت معادل بین دو نقطه A, B چند برابر می‌شود؟



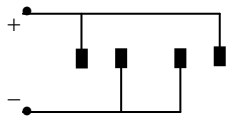
۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{6}{5}$
۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۹۲. در شکل زیر ظرفیت خازن معادل بین A, B چند میکروفاراد است؟ (ظرفیت‌ها بر حسب میکروفاراد نوشته شده است)



۱) ۴
۲) ۱۶
۳) ۱۲
۴) ۱۰

۹۳. در شکل زیر مساحت هر صفحه رسانا A و فاصله‌ی بین هر دو صفحه مجاور d است ظرفیت معادل مجموعه کدام گزینه است؟

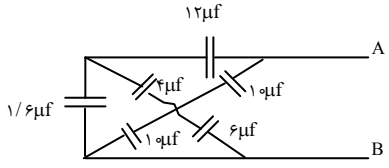


۱) $2\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ ۲) $\varepsilon_0 \frac{A}{d}$
۳) $\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ ۴) $\frac{1}{4}\varepsilon_0 \frac{A}{d}$

۹۴. ۲۴ خازن که ظرفیت هر یک c_1 می‌باشد را چگونه ببندیم تا ظرفیت معادل $\frac{3}{2}c_1$ شود؟

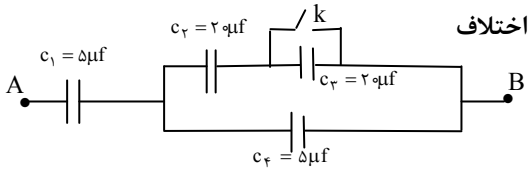
۱) ۸ ردیف ۳ تایی ۲) ۶ ردیف ۴ تایی
۳) ۴ ردیف ۶ تایی ۴) ۲ ردیف ۱۲ تایی

۹۵. در شکل زیر ظرفیت خازن معادل چقدر است؟



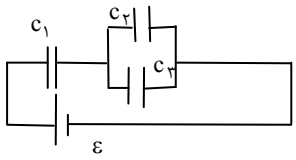
۱) ۳
۲) ۸
۳) $\frac{8}{3}$
۴) ۱۸

۹۶. در مدار شکل زیر بار خازن $c_۴$ برابر $۲۰\mu c$ است با بستن کلید k اختلاف پتانسیل دو نقطه A, B چند ولت می‌شود؟



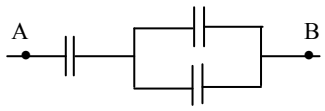
۱) ۵ ۲) ۱۴/۴
۳) ۱۰/۴ ۴) ۱۲

۹۷. در شکل زیر خازن‌ها مشابهند و فاصله بین صفحات هر کدام هوا است اگر فاصله بین صفحات $c_۳$ را کم کنیم بار $c_۱, c_۲$ به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



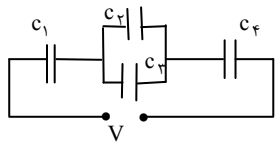
۱) هر دو افزایش
۲) افزایش – کاهش
۳) ثابت – کاهش
۴) ثابت - افزایش

۹۸. ۳ خازن مشابه را به صورت شکل زیر می‌بندیم اگر حداکثر ولتاژ قابل تحمل برای هر خازن ۲۰ ولت باشد حداکثر ولتاژ بین A, B چند ولت می‌تواند باشد؟



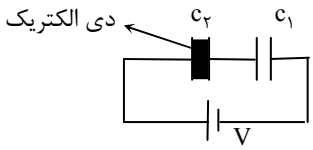
۱) ۳۰ ۲) ۴۰
۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۹۹. اگر د رمدار شکل زیر مقدار انرژی ذخیره شده در خازن $c_۲$ برابر انرژی ذخیره شده در خازن $c_۴$ باشد ظرفیت خازن $c_۴$ چند میکروفاراد است؟ $(c_۱ = ۶\mu f, c_۲ = c_۳ = ۴\mu f)$



۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۸ ۴) ۱۶

۱۰۰. در شکل زیر ضریب دی‌الکتریک بین صفحات خازن $c_۲$ برابر ۴ است و ظرفیت دو خازن $c_۱, c_۲$ بدون دی‌الکتریک با هم برابر است اگر دی‌الکتریک بین صفحات $c_۲$ را خارج کنیم بار خازن $c_۱$ چند برابر حالت اول می‌شود؟



۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۸}{۵}$ ۴) تغییر نمی‌کند.

پاسخ کلیدی تمرینات فصل هشتم

۱. ۳
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴
۵. ۲
۶. ۲
۷. ۳
۸. ۳
۹. ۴
۱۰. ۲
۱۱. ۱
۱۲. ۳
۱۳. ۴
۱۴. ۱
۱۵. ۱
۱۶. ۱
۱۷. ۴
۱۸. ۴
۱۹. ۳
۲۰. ۲
۲۱. ۳
۲۲. ۲
۲۳. ۲
۲۴. ۳
۲۵. ۴
۲۶. ۳
۲۷. ۲
۲۸. ۱
۲۹. ۲
۳۰. ۴
۳۱. ۱
۳۲. ۱
۳۳. ۳
۳۴. ۴
۳۵. ۳
۳۶. ۱
۳۷. ۳
۳۸. ۱
۳۹. ۲
۴۰. ۱
۴۱. ۲
۴۲. ۲
۴۳. ۱
۴۴. ۴
۴۵. ۱
۴۶. ۳
۴۷. ۳
۴۸. ۳
۴۹. ۳
۵۰. ۲
۵۱. ۳
۵۲. ۱
۵۳. ۲
۵۴. ۳
۵۵. ۴
۵۶. ۲
۵۷. ۱
۵۸. ۳
۵۹. ۴
۶۰. ۲
۶۱. ۳
۶۲. ۲
۶۳. ۳
۶۴. ۱
۶۵. ۲
۶۶. ۳
۶۷. ۲
۶۸. ۲
۶۹. ۱
۷۰. ۴
۷۱. ۲
۷۲. ۱
۷۳. ۱
۷۴. ۲
۷۵. ۴
۷۶. ۱
۷۷. ۴
۷۸. ۲
۷۹. ۱
۸۰. ۳
۸۱. ۲
۸۲. ۱
۸۳. ۳
۸۴. ۳
۸۵. ۲
۸۶. ۴
۸۷. ۴
۸۸. ۴
۸۹. ۴
۹۰. ۲
۹۱. ۲
۹۲. ۴
۹۳. ۱
۹۴. ۲
۹۵. ۲
۹۶. ۲
۹۷. ۲
۹۸. ۱
۹۹. ۴
۱۰۰. ۱

پاسخ تشریحی تمرینات فصل هشتم

پاسخ تمرین ۱–۸

۱.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نصف می‌شود

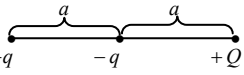
دو برابر می‌شود $d - x$

$\frac{1}{8}$ برابر می‌شود

۲. طبق قانون سوم نیوتن نیرویی که ذره اول به ذره دوم وارد می‌کند برابر نیرویی است که ذره دوم به ذره اول وارد می‌کند و طبق رابطه ی $a = \frac{F}{m}$ چون نیروها یکسان است شتاب ذرات با جرم آنها نسبت عکس دارد.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{a}{\frac{5}{2}a} = \frac{m_2}{10^{-6}} \Rightarrow m_2 = 4\times 10^{-7}\ kg$$

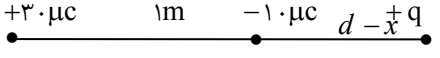
۳.



$$\left|\frac{kQq}{4a^2} - \frac{kq^2}{a^2}\right| = 2\left|\frac{kQq}{a^2} - \frac{kq^2}{a^2}\right| \Rightarrow \left|\frac{Q}{4} - q\right| = 2|Q - q| \Rightarrow \frac{Q}{4} - q = 2Q - 2q$$

$$\Rightarrow q = \frac{7}{4}Q \Rightarrow \frac{q}{Q} = \frac{7}{4}$$

۴. چون بارهای $30\mu c$, $-10\mu c$ غیر هم‌نام هستند نقطه مورد نظر خارج فاصله دو بار و نزدیک بار $-10\mu c$ است.



$$\frac{k(10^{-\mu c})(q)}{x^2} = \frac{k(30^{-\mu c})(q)}{(1+x)^2} \Rightarrow 3x^2 = (1+x)^2$$

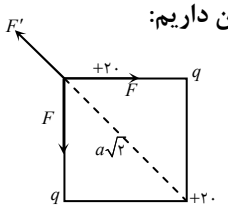
$$\Rightarrow \sqrt{3}x = x + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

۵.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{قدیم} & F = k\frac{qq}{r^2} \\ \text{جدید} & F = k\frac{\frac{q}{2}\frac{3q}{2}}{r^2} \end{array}\right\} \Rightarrow F_{\text{جدید}} = \frac{3}{4}F_{\text{قدیم}}$$

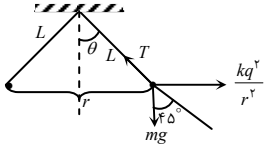
۶. برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر رأس A برابر صفر باشد باید جهت نیروها مطابق شکل رسم شده باشد در نتیجه q باید منفی باشد همچنین داریم:



$$F' = \sqrt{2}F \Rightarrow \frac{k|q|(20\mu c)}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\frac{k|q|(20\mu c)}{a^2}$$

$$\Rightarrow |q| = 5\sqrt{2} \Rightarrow q = -5\sqrt{2}\mu c$$

۷.



$$\begin{cases} T\cos 45^\circ = mg \\ T\sin 45^\circ = \frac{kq^2}{r^2} \end{cases}$$

پس خواهیم داشت:

طبق رابطه فیثاغورث: $r^2 = L^2 + L^2 = 2L^2$

$$\frac{kq^2}{r^2} = mg \Rightarrow \frac{kq^2}{2L^2} = mg$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{2L^2 mg}{k}$$

$$q^2 = \frac{2\times(0/5)^2 \times 9\times 10^{-3}\times 10}{9\times 10^9}$$

$$\Rightarrow q^2 = 5\times 10^{-12} \Rightarrow q = \sqrt{5}\times 10^{-6}\ (C)$$

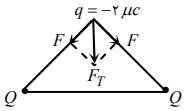
۸. فرض کنیم به اندازه x از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم:

$$k\frac{(q+x)(q-x)}{r^2} = \frac{99}{100}\frac{kqq}{r^2} \Rightarrow q^2 - x^2 = \frac{99}{100}q^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{100}q^2 \Rightarrow x = \frac{1}{10}q$$

$$x = \frac{10}{100}q$$

۹.



$$F_T = 2F\cos\frac{60}{2} = 2F\cos 30$$

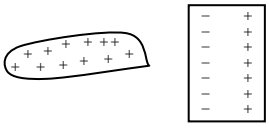
$$\Rightarrow 1/8 = \sqrt{3}F \Rightarrow F = 0/6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 9\times 10^9 \times \frac{Q\times 2\times 10^{-6}}{(0/1)^2} = 0/6\sqrt{3}$$

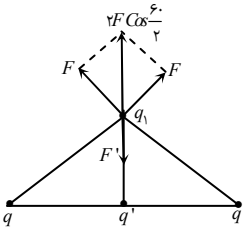
$$\Rightarrow Q = \frac{0/6\sqrt{3}\times 0/01}{18\times 10^3}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\sqrt{3}}{3}\times 10^{-6}\ (C) = \frac{\sqrt{3}}{3}\mu c$$

۱۰. با فرض اینکه بار میله مثبت باشد.
میله نارسانای باردار به الکترون‌های آزاد رسانا نیرو وارد کرده و رسانا را به فرم دوقطبی به شکل زیر در می‌آورد یعنی الکترون‌های آزاد آن را به سمت خود می‌کشد و سمت دیگر میله رسانا مثبت می شود حال چون فاصله بارهای مثبت و منفی نارسانا و رسانا نزدیک‌تر از بارهای مثبت دو میله به هم است نیروی جاذبه از نیروی دافعه بیشتر بوده و میله جذب میله نارسانا می‌شود. اگر بار میله منفی باشد نیز باز جاذبه بیشتر از دافعه خواهد بود.



۱۱. اگر بارهای q مثبت باشند q_1 را دفع می‌کنند و برای اینکه q_1 در حال تعادل باشد باید q' آن را جذب کند یعنی q' باید منفی باشد پس $\frac{q'}{q}$ منفی می‌باشد حال اگر ضلع مثلث a باشد ارتفاع آن $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ می‌باشد و داریم:



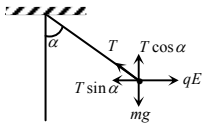
$$۲F\cos\frac{۶۰}{۲}=F'\Rightarrow F\sqrt{۳}=F'$$

$$\Rightarrow k\frac{qq_1}{a^۲}\sqrt{۳}=\frac{k|q'|q}{(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)^۲}$$

$$\Rightarrow |q'|=\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}q\Rightarrow \frac{q'}{q}=\frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}$$

۱۲. چون جسم در حال تعادل است:

$$T\cos\alpha=mg$$
$$\Rightarrow ۴\cos\alpha=۰/۲\times۱۰$$
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{۱}{۲}$$
$$\Rightarrow \alpha=۶۰^\circ$$

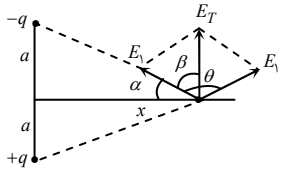


۱۳.

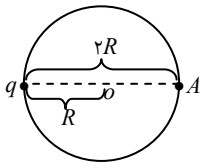
$$E_T=۲E_۱\cos\frac{\theta}{۲}=۲E_۱\cos\beta=۲E_۱\sin\alpha$$

$$E_T=۲\frac{kq}{x^۲+a^۲}\frac{a}{\sqrt{x^۲+a^۲}}\Rightarrow E_T=\frac{۲kqa}{(x^۲+a^۲)^{\frac{۳}{۲}}}$$

با توجه به رابطه بدست آمده نمودار گزینه‌ی ۴ صحیح است.

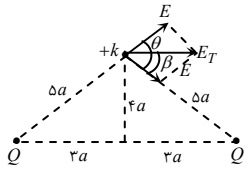


۱۴. طبق رابطه $E=k\frac{q}{r^۲}$ هنگامی E کمینه است که r بیشینه باشد یعنی فاصله ماکزیمم باشد که در شکل نقطه A بیشترین فاصله را تا q دارد.



$$E_{min}=k\frac{q}{(۲R)^۲}=۹\times۱۰^۹\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۲\times۰/۵)^۲}$$
$$\Rightarrow E_{min}=۹\times۱۰^۴(\frac{N}{C})$$

۱۵. طبق گفته مسأله $k\frac{Q}{a^۲}=۲۵۰$ است حال در شکل زیر داریم:



$$E=\frac{kQ}{(۵a)^۲}=\frac{kQ}{۲۵a^۲}=\frac{۲۵۰}{۲۵}=۱۰$$

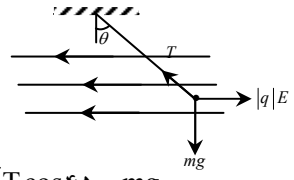
E_T افقی به سمت راست می‌باشد و داریم:

$$E_T=۲E\cos\frac{\theta}{۲}=۲E\cos\beta$$
$$\Rightarrow E_T=۲\times۱۰\times\frac{۳a}{۵a}\Rightarrow E_T=۱۲(\frac{N}{C})$$

۱۶. واحدهای میدان الکتریکی عبارتند از $\frac{N}{C}$ و $\frac{V}{m}$ پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۷. طبق رابطه‌ی $E=k\frac{q}{r^۲}$ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای با $\frac{۱}{r^۲}$ متناسب است.

۱۸. چون $q\vec{E}$ در خلاف جهت $\vec{E}$ می‌باشد پس q منفی است و داریم:



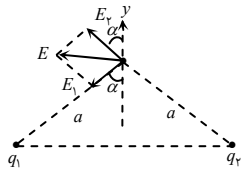
$$\begin{cases}T\cos۴۵=mg\\ T\sin۴۵=|q|E\end{cases}\Rightarrow |q|E=mg$$

$$\Rightarrow |q|=\frac{mg}{E}=\frac{۰/۲\times۱۰}{۱۰۰۰}=۲mc\Rightarrow q=-۲mc$$

۱۹.

$$F=qE\Rightarrow E=\frac{F}{q}=\frac{۲۵\times۱۰^{-۳}}{۲\times۱۰^{-۶}}$$
$$\Rightarrow E=۱/۲۵\times۱۰^۴(\frac{N}{C})$$

۲۰. از روی شکل واضح است که برای اینکه جهت E به سمت چپ باشد باید $E_۱$ و $E_۲$ مطابق شکل باشند پس $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت می‌باشد از طرفی چون E مولفه قائم ندارد مولفه قائم $E_۲$ و $E_۱$ همدیگر را خنثی کرده‌اند. یعنی:



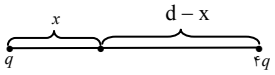
$$E_۲\cos\alpha = E_۱\cos\alpha$$
$$\Rightarrow E_۲ = E_۱ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{a^۲} = k\frac{|q_۲|}{a^۲}$$
$$\Rightarrow |q_۱| = |q_۲|$$

۲۱.

$$k_A = k_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(V_A)^۲ = \frac{۱}{۲}(۲m)V_B^۲$$
$$\Rightarrow V_A = \sqrt{۲}\,V_B \Rightarrow a_A t = \sqrt{۲}\,a_B t$$
$$\Rightarrow \frac{qE}{m}t = \sqrt{۲}\frac{q'E}{۲m}t$$
$$\Rightarrow \frac{q'}{q} = \sqrt{۲}$$

۲۲.

$$k\frac{q}{x^۲} = k\frac{۴q}{(d-x)^۲}$$

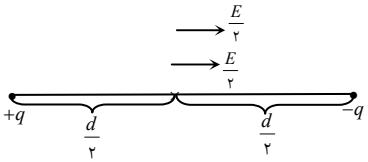


$$\Rightarrow (d-x)^۲ = ۴x^۲$$
$$\Rightarrow ۳x = d \Rightarrow x = \frac{d}{۳}$$

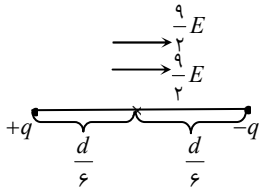
۲۳. میدان حاصل از هر بار در وسط برابر $\frac{E}{۲}$ است که جمع آنها E می شود حال اگر هر کدام بارها به اندازه $\frac{d}{۳}$ به هم نزدیک شوند فاصله هر بار تا وسط برابر $\frac{d}{۶}$ می‌شود یعنی $\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شود پس میدان هر یک ۹ برابر می شود.

در حالت جدید $E = \frac{۹}{۲}E + \frac{۹}{۲}E = ۹E$ کل می‌شود.

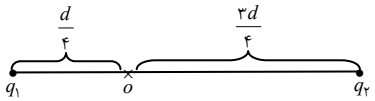
حالت اول



حالت دوم



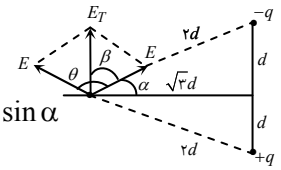
۲۴. چون مقدار مورد نظر بین دو بار است پس بارها هم‌نام هستند و داریم:



$$\frac{kq_۱}{(\frac{d}{۴})^۲} = \frac{kq_۲}{(\frac{۳d}{۴})^۲} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲} = \frac{۱}{۹}$$

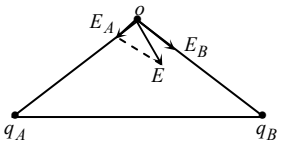
۲۵.

$$E = \frac{kq}{(۲d)^۲} = \frac{kq}{۴d^۲}$$



$$E_T = ۲E\cos\frac{\theta}{۲} = ۲E\cos\beta = ۲E\sin\alpha$$
$$\Rightarrow E_T = \frac{۲kq}{۴d^۲}\times\frac{۱}{۲} = \frac{kq}{۴d^۲} = \frac{\frac{۱}{۴\pi\in_\circ}q}{۴d^۲}$$
$$\Rightarrow E_T = \frac{۱}{۱۶\pi\varepsilon_\circ}\frac{q}{d^۲}$$

۲۶. با توجه به جهت E مطابق شکل باید جهت E_B, E_A مطابق شکل باشد پس:



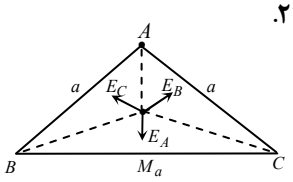
$q_A < \circ$, $q_B < \circ$

از طرفی طبق شکل چون $|E_B| > |E_A|$ می‌باشد پس:

$$\frac{k|q_B|}{a^۲} > k\frac{|q_A|}{a^۲} \Rightarrow |q_B| > |q_A|$$

۲۷.

$$AM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = ۱۲\sqrt{۳}$$
$$AG = \frac{۲}{۳}AM = ۸\sqrt{۳}$$

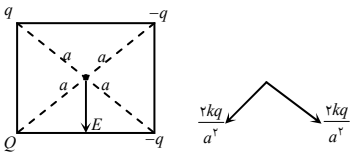


$$E_A = E_B = E_C = \frac{kq}{(AG)^۲}$$
$$E_A = E_B = E_C = \frac{۹\times۱۰^۹\times۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۸\sqrt{۳}\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۹\times۱۰^۸}{۱۹۲}$$

و زاویه بین میدان‌ها ۱۲۰° بوده و برآیند میدان‌ها صفر است.

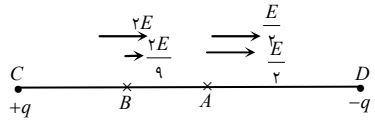
۲۸. چون برآیند کل صفر است حال اگر یک بار را در نظر بگیریم برآیند میدان ۷ بار دیگر با میدان حاصل از این یک بار برابر و در خلاف جهت می‌باشد یعنی برآیند میدان ۷ بار دیگر برابر $\frac{kq}{r^۲}$ می‌باشد.

۲۹. اگر بار Q برابر ۳q- باشد در مرکز مربع میدان‌هایی به شکل زیر خواهیم داشت:



که برآیند آن‌ها قائم به سمت پائین خواهد شد.

۳۰.



اگر میدان در نقطه A برابر E باشد این E حاصل $\frac{E}{۲}$ از بار $+q$ و $\frac{E}{۲}$ از بار $-q$ به سمت راست مطابق شکل می‌باشد. حال فاصله B تا C نصف فاصله A تا C می‌باشد. پس میدان حاصل $+q$ در نقطه C چهار برابر میدان $+q$ در A می‌باشد یعنی $\frac{۴E}{۲}=۲E$، همچنین فاصله B تا $-q$، $\frac{۳}{۲}$ برابر فاصله A تا $-q$ است پس میدان $-q$ در B $\frac{۴}{۹}$ برابر میدان $-q$ در A می‌باشد یعنی $\frac{۴}{۹}\times\frac{E}{۲}=\frac{۲E}{۹}$ پس داریم:

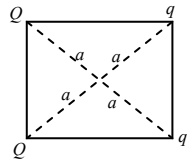
$$E_B=۲E+\frac{۲}{۹}E=\frac{۲۰}{۹}E$$

۳۱.

$$\sqrt{۲}k\frac{Q}{a^۲}-\sqrt{۲}\frac{kq}{a^۲}=\sqrt{۳}\frac{kq}{a۲}$$

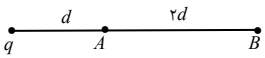
$$\Rightarrow \sqrt{۲}Q=(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})q$$

$$\Rightarrow \frac{q}{Q}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}=\sqrt{۶}-۲$$



۳۲.

$$E_A-E_B=۵\times۱۰^{۵}$$



$$\Rightarrow ۹\times۱۰^{۹}\frac{q}{d^۲}-۹\times۱۰^{۹}\frac{q}{۹d^۲}=۵\times۱۰^{۵}$$

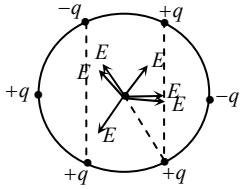
$$\Rightarrow ۸\times۱۰^{۹}\frac{q}{d^۲}=۵\times۱۰^{۵}\Rightarrow d^۲=\frac{۸\times۱۰^{۹}\times۱۰^{-۷}}{۵\times۱۰^{۵}}$$

$$\Rightarrow d^۲=۱/۶\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow d^۲=۱۶\times۱۰^{-۴}\Rightarrow d=۴\times۱۰^{-۲}(m)$$

$$d=۴Cm$$

۳۳. طبق شکل رسم شده برای محاسبه میدان در مرکز دایره باید شکل زیر را در نظر گرفت:

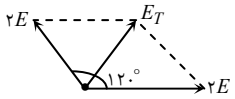


$$E_T=۲\times۲E\cos\frac{۱۲۰}{۲}=۴E\cos۶۰=۲E=\frac{۲kq}{r^۲}$$

$$=۲\times۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۵\times۱۰^{-۸}}{(۰/۳)^۲}$$

$$\Rightarrow E_T=\frac{۲\times۴۵\times۱۰}{\frac{۹}{۱۰۰}}$$

$$\Rightarrow E_T=۱۰۰۰۰(\frac{N}{C})$$



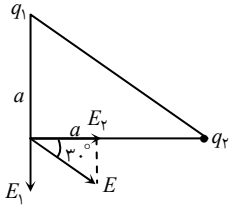
۳۴. طبق شکل واضح است که $q_۱$ مثبت و $q_۲$ منفی می‌باشد.

$$tg۳۰^{\circ}=\frac{E_۱}{E_۲}\Rightarrow E_۱=\frac{\sqrt{۳}}{۳}E_۲$$

$$\Rightarrow k\frac{|q_۱|}{a^۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}k\frac{|q_۲|}{a^۲}$$

$$\Rightarrow |q_۱|=\frac{\sqrt{۳}}{۳}|q_۲|$$

$$\Rightarrow \sqrt{۳}q_۱=|q_۲|$$



۳۵. پس از اتصال بار هر کره $q'_۱=q'_۲=۱\mu c$ می‌شود که همدیگر را دفع خواهند کرد همچنین داریم:

$$\left.\begin{aligned}F'&=k\frac{(۱\mu c)(۱\mu c)}{r^۲}\\ F&=k\frac{(۶\mu c)(۴\mu c)}{r^۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F'=\frac{۱}{۲۴}F$$

پاسخ تمرین ۲–۸

۳۶. تمام نقاط یک رسانا پتانسیل یکسانی دارند یعنی $V_A=V_B$ است از طرفی چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط نوک تیز از جاهای دیگر بیشتر است یعنی $\sigma_B>\sigma_A$ می‌باشد.

۳۷.

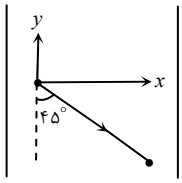
$$\sigma=\frac{q}{A}=\frac{q}{۴\pi r^۲}=\frac{q}{\pi D^۲}=\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۶}}{۳\times(۰/۰۴)^۲}=\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۶}}{۴۸\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow \sigma=\frac{۱}{۴۸}(\frac{C}{m^۲})$$

۳۸.

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_A}=\frac{q_B}{q_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^۲=\frac{۲q}{q}\times(\frac{a}{۲a})^۲=\frac{۱}{۲}$$

۳۹.



$$\begin{cases}a_y=-g & y=\frac{-۱}{۲}gt^۲\\ a_x=\frac{qE}{m}=\frac{qV}{md} & x=\frac{۱}{۲}\frac{qV}{md}t^۲\end{cases}$$

چون مسیر حرکت خط $y=-x$ می‌باشد پس:

$$\frac{-۱}{۲}g=\frac{-۱}{۲}\frac{qV}{md}\Rightarrow qV=mgd\Rightarrow qV=wd$$

$$\Rightarrow q=\frac{w}{V}d$$

۴۰. طبق رابطه‌ی $\Delta V = Ed$ می‌توان نوشت:

$$V_A - V_B = (AB)E$$
$$V_A - V_m = (AM)E \Rightarrow \frac{V_A - V_M}{V_A - V_B} = \frac{AM}{AB}$$
$$\Rightarrow \frac{۶۰ - V_M}{۶۰ - ۲۰} = \frac{۵}{۲۰} \Rightarrow V_M = ۵۰V$$

۴۱.
$$\Delta u = q\,\Delta V \quad \Rightarrow \Delta u > ۰ \Rightarrow u \uparrow$$
(منفی) (منفی)

هرگاه در جهت خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل کم می‌شود یعنی ΔV منفی است.

۴۲.
$$\Delta k = -\Delta u = -q\Delta V = -q(V_B - V_A)$$
$$= q(V_A - V_B)$$
$$= ۵\times ۱۰^{-۶} \times (۱۰۰) = ۵\times ۱۰^{-۴}\ J$$

پس انرژی جنبشی $۵\times ۱۰^{-۴}\ J$ افزایش می‌یابد.

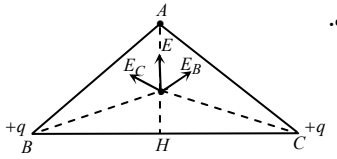
۴۳.
$$w = |q|Ed = ۱۰\times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰ \times ۰/۲۵ = ۵۰\times ۱۰^{-۶}\ J = ۵۰\mu J$$

۴۴.
$$\Delta u = q\Delta V = (-۱\times ۱۰^{-۶})(-۱۰۰) = ۱۰^{-۴}\ J = ۱۰۰\mu J$$

۴۵.
$$۰ - V_۱ = ۱۲ \Rightarrow V_۱ = -۱۲(V)$$
$$V_۲ - (-۱۲) = ۱۲ \Rightarrow V_۲ = ۰$$
$$\frac{V_۱ + V_۲}{V_۱ - V_۲} = \frac{-۱۲ + ۰}{-۱۲ - ۰} = ۱$$

۴۶. نیرویی که میدان به بار منفی وارد می‌کند بر خلاف جهت میدان است پس ذره در خلاف جهت میدان حرکت کرده و انرژی جنبشی پیدا می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کم می‌شود.

۴۷. میدان در هر نقطه روی خط AH قائم به سمت بالا می‌باشد پس هرگاه از A به سمت H می‌رویم در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم پس پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.



۴۸.
$$\text{میدان } w = ۲\times ۱۰^{-۱۶}\ J \Rightarrow \Delta u = -۲\times ۱۰^{-۱۶}\ J$$
$$\Rightarrow q(V_B - V_A) = -۲\times ۱۰^{-۱۶}$$
$$\Rightarrow ۱۰^{-۱۸}(V_B - ۱۰۰) = -۲\times ۱۰^{-۱۶}$$
$$\Rightarrow V_B - ۱۰۰ = -۲۰۰ \Rightarrow V_B = -۱۰۰(v)$$

۴۹. چون تراکم خطوط میدان در A کمتر از B است پس میدان الکتریکی در A کمتر است و از طرفی هنگام حرکت از A تا B در جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم پس پتانسیل نقطه B از پتانسیل نقطه A کمتر است یعنی $V_A > V_B$ می‌باشد.

۵۰.
$$F = qE = q\frac{V}{d} \Rightarrow F = ۲\times ۱۰^{-۶} \times \frac{۲۰۰}{۰/۰۴}$$
$$\Rightarrow F = ۰/۰۱(N)$$

۵۱. چون بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده است انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد:
$$\Delta u = q\Delta V = q(E.AB.\cos\theta)$$
$$\Rightarrow \Delta u = (-۵\times ۱۰^{-۶})(۱۰^{۵} \times ۰/۸ \times \frac{۱}{۲}) = -۰/۲J$$

۵۲.
$$\Delta V = Ed \Rightarrow ۴۰ = E\times ۰/۲ \Rightarrow E = ۲۰۰\frac{V}{m}$$
$$V_A - V_B = E(AB)\cos\theta = ۲۰۰\times ۰/۱\times \frac{۱}{۲} = ۱۰(v)$$

۵۳.
$$\Delta k = ۶/۴\times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow \Delta u = -۶/۴\times ۱۰^{-۱۹}$$
$$\Rightarrow q\Delta V = -۶/۴\times ۱۰^{-۱۹}$$
$$\Rightarrow -۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}(V_B - V_A) = -۶/۴\times ۱۰^{-۱۹}$$
$$\Rightarrow V_B - V_A = ۴(v)$$

۵۴. چون میدان روی عمود منصف دوقطبی، بر عمود منصف عمود است پس در جابجایی بار از M تا N نیرو بر جابجایی عمود است پس کار انجام شده صفر است یعنی $w = ۰$ می‌باشد.

۵۵.
$$\Delta u = q\Delta V = (+۱/۵)(-۱۲) = -۱۸J$$

پس انرژی پتانسیل ۱۸ ژول کاهش می‌یابد.

۵۶.
$$w = \Delta K = -\Delta u = -q\Delta V$$

چون ذره در خلاف جهت میدان حرکت می‌کند.
$$= -q(Ed)$$
$$= -(-۱۰\times ۱۰^{-۳})(۱۰\times ۰/۵)$$
$$= ۰/۰۵J$$

انرژی جنبشی ذره زیاد شده و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۵۷.

$$\Delta u = q\Delta V = ne\Delta V$$
$$\Rightarrow ۱۶\times۳/۶\times۱۰^{۶} = n\times(-۱/۶\times۱۰^{-۱۹})\times(۰-۲۰)$$
$$\Rightarrow n = \frac{۱۶\times۳/۶\times۱۰^{۶}}{۳۲\times۱۰^{-۱۹}} \Rightarrow n = ۱/۸\times۱۰^{۲۵} = ۱۸\times۱۰^{۲۴}$$

۵۸. هنگامی که ذره با بار مثبت در خلاف جهت میدان حرکت کند انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش و هنگامی که در جهت خطوط میدان حرکت کند انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

۵۹.

$$\Delta u = q\Delta V \Rightarrow ۲۰۰\times۱۰^{-۶} = (-۵\times۱۰^{-۶})(V-۰)$$

۶۰.

$$\Delta k = -\Delta u \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} = -q\Delta V$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^{۲} = -q(-Ed)$$
$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{۲qEd}{m}} = \sqrt{\frac{۲\times۹\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۸}\times۰/۱}{۰/۰۰۲}}$$
$$V = ۳۰۰(\frac{m}{s})$$

پاسخ تمرین ۳–۸

۶۱. هنگامی که خازن شارژ شده را از مولد جدا می‌کنیم هر تغییری در ساختمان خازن ایجاد شود q ثابت می‌ماند حال داریم:

$$C = k\varepsilon_{۰}\frac{A}{d\uparrow} \Rightarrow C\downarrow$$
$$u = \frac{q^{۲}\rightarrow \text{ ثابت}}{۲c\downarrow} \Rightarrow u\uparrow$$
$$V = \frac{q\rightarrow \text{ ثابت}}{c\downarrow} \Rightarrow v\uparrow$$

۶۲.

$$c = k\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} \Rightarrow c \propto A$$

۶۳.

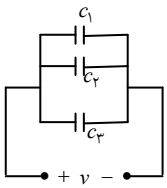
$$V_{۱} = \frac{q_{۱}}{c_{۱}} = \frac{۵\mu c}{۲\mu c} \Rightarrow V_{۱} = ۲/۵(v)$$
$$\Rightarrow V_{۲,۳} = ۲/۵(v)$$

چون $c_{۲} = c_{۳}$ پس $v_{۲} = v_{۳}$ خواهد شد پس:

$$V_{۲} = V_{۳} = ۱/۲۵(v)$$
$$q_{۳} = c_{۳}v_{۳} = ۶\times۱/۲۵ = ۷/۵(\mu c)$$

۶۴. می‌توان مدار داده شده را به شکل زیر نشان داد:

یعنی هر سه خازن موازیند پس $v_{۱} = v_{۳}$ می‌باشد حال می‌توان نوشت:

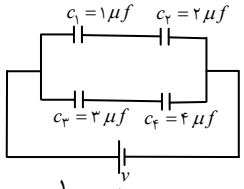


$$u_{۱} = \frac{۱}{۲}c_{۱}v^{۲}$$
$$u_{۳} = \frac{۱}{۲}c_{۳}v^{۲}$$
$$\Rightarrow \frac{u_{۳}}{u_{۱}} = \frac{c_{۳}}{c_{۱}}$$
$$\Rightarrow \frac{u_{۳}}{۱۰} = \frac{۳}{۶} \Rightarrow u_{۳} = ۵mJ$$

۶۵. با قرار دادن صفحات فلزی بین صفحات خازن، ۳ خازن متوالی تشکیل می‌گردد که داریم:

$$c_{۱} = c_{۲} = c_{۳} = \varepsilon_{۰}\frac{A}{\frac{d}{۳}} = ۳\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} = ۳c$$
$$c_{T} = \frac{c_{۱}}{۳} = \frac{۳c}{۳} = c$$

۶۶. طبق قاعده‌ی تقسیم ولتاژ بین خازن‌های متوالی اگر اختلاف پتانسیل دو سر انشعاب را v بگیریم خواهیم داشت:



$$v_{۱} = \frac{۲}{۳}v \qquad v_{۲} = \frac{۱}{۳}v$$
$$v_{۳} = \frac{۴}{۷}v \qquad v_{۴} = \frac{۳}{۷}v$$

و طبق رابطه $u_{i} = \frac{۱}{۲}c_{i}v_{i}^{۲}$ و با قرار دادن مقادیر داده شده خواهیم داشت:

$$u_{۳} = \frac{۱}{۲}\times۳\times(\frac{۴}{۷}v)^{۲} = \frac{۲۴}{۴۹}v^{۲}$$

انرژی ذخیره شده در $c_{۳}$ ماکزیمم است.

۶۷. واضح است که $c_{۲}$ با $c_{۴,۵}$ متوالی است پس:

$$q_{۲} = q_{۴,۵} \Rightarrow q_{۲} = q_{۴} + q_{۵}$$
$$\Rightarrow q_{۴} = q_{۲} - q_{۵}$$

۶۸. پس از اینکه دو خازن به هم بسته می‌شوند پس از مدتی v دو سر آنها یکسان می‌شود و در نتیجه طبق رابطه $q_{i} = c_{i}v_{i}$ چون v_{i} ها برابر می‌شود خازنی که ظرفیت بیشتری دارد بار بیشتری در آن جمع می شود.

۶۹. پس از اتصال موازی v دو سر خازن‌ها با هم برابر می‌شود و طبق رابطه $E = \frac{v}{d}$ داریم:

$$E_{A} = \frac{v}{۱۰mm}$$
$$E_{B} = \frac{v}{۵mm}$$
$$\Rightarrow \frac{E_{A}}{E_{B}} = \frac{۱}{۲}$$

۷۰. هنگامی که کلید k باز است داریم:

$$v_1 = \frac{8}{8+4} \times 12 = \frac{96}{12} = 8(v)$$

هنگامی که کلید k بسته می‌شود $v_2 = 0$ شده و در نتیجه $v_1 = 12v$ می شود حال داریم:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\frac{1}{2}c_1(12)^2}{\frac{1}{2}c_1(8)^2} = (\frac{12}{8})^2 = \frac{9}{4}$$

۷۱. چون $v_A - v_B = 0$ است پس مدار پل وتستون است و داریم:

$$c_1c_4 = c_2c_3 \Rightarrow 3c_4 = 2\times 6 \Rightarrow c_4 = 4\mu f$$

$$c_{کل} = c_{1,2} + c_{3,4} = \frac{c_1c_2}{c_1+c_2} + \frac{c_3c_4}{c_3+c_4}$$

$$c_{کل} = \frac{3\times 2}{3+2} + \frac{6\times 4}{6+4} = 1/2 + 2/4 = 3/6\mu f$$

۷۲. هنگامی که k_1 بسته و k_2 باز است خواهیم داشت:

$$q_1 = c_1v = 6\times 12 = 72\mu c$$

پس از باز کردن k_1 و بستن k_2 خواهیم داشت.

$$v_{مشترک\ دو\ سر\ انشعاب} = \frac{72\mu c}{c_1 + c_{2,3}} = \frac{72\mu c}{6 + \frac{6\times 3}{6+3}} = \frac{72}{8} = 9(v)$$

$$v_2 = \frac{c_3}{c_2+c_3} \times 9(v) = \frac{3}{6+3} \times 9 \Rightarrow v_2 = 3(v)$$

۷۳.

$$q = cv \Rightarrow 100 = 5\times v \Rightarrow v = 20(v)$$

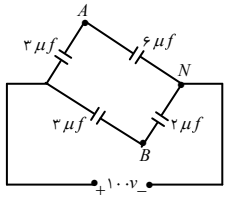
پس از جدا کردن خازن از مولد q ثابت می‌ماند ولی با دو برابر کردن فاصله‌ی صفحات c نصف می شود و طبق رابطه‌ی $v = \frac{q}{c}$ چون q ثابت و c نصف شده است پس v دو سر خازن ۲ برابر می‌شود یعنی:

جدید $v = 40(v)$

۷۴. طبق قاعده تقسیم ولتاژ بین خازن‌های متوالی داریم:

$$V_{AN} = \frac{3}{3+6} \times 100 = \frac{100}{3}(v)$$

$$V_{BN} = \frac{3}{3+2} \times 100 = 60(v)$$



$$\begin{cases} V_A - V_N = \frac{100}{3} & (1) \\ V_B - V_N = 60 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(2)-(1)} V_B - V_A = \frac{80}{3}(v)$$

۷۵. در ابتدا که خازن‌ها مشابهند داریم:

$$v_1 = v_2 = \frac{\varepsilon}{2} \qquad q_2 = c_2\frac{\varepsilon}{2}$$

پس از اینکه دی الکتریکی با ثابت ۲ وارد خازن c_1 می‌کنیم خواهیم داشت:

$$v_2 = \frac{2c}{2c+c}\varepsilon \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3}\varepsilon \qquad q'_2 = \frac{2}{3}c_2\varepsilon$$

$$\frac{q'_2}{q_2} = \frac{\frac{2}{3}c_2\varepsilon}{c_2\frac{\varepsilon}{2}} = \frac{4}{3}$$

۷۶. طبق قاعده تقسیم ولتاژ داریم:

$$v_3 = \frac{c_1}{c_1 + c_{2,3,4}}\varepsilon = \frac{3/5}{3/5+7} \times 15 = 5(v)$$

$$u_3 = \frac{1}{2}c_3v_3^2 = \frac{1}{2}\times 2\times (5)^2 = 25\mu J$$

۷۷. وقتی کلید s_1 بسته و کلید s_2 باز است داریم:

$$q_1 = 6\times 60 = 360\mu c$$

پس از باز کردن s_1 و بستن s_2 داریم:

ولتاژ مشترک دو سر خازن‌ها $v' = \frac{360}{6+2} = 45(v)$

$$u_2 = \frac{1}{2}c_2v'^2 = \frac{1}{2}\times 2\times (45)^2 = 2025\mu J$$

۷۸. خازن c_3 چون دو سرش به وسیله یک سیم به هم وصل است از مدار خارج می‌شود چون اختلاف پتانسیلی بین دو سر آن وجود ندارد و باری در آن جمع نمی‌شود از طرفی خازن‌های c_1 و c_2 موازی هستند چون هر دوی آنها ابتدایشان به A و انتهایشان به B وصل است پس:

$$c_{AB} = c_1 + c_2 = 6\mu f + 6\mu f = 12\mu f$$

۷۹.

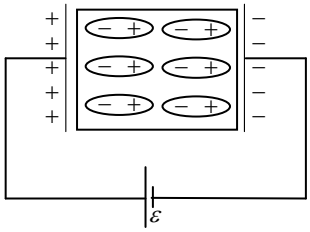
$$v'_{مشترک} = \frac{c_1v}{c_1+c_2} = \frac{4\times 50}{4+6} = 20(v)$$

$$u_{کل} = \frac{1}{2}(c_1+c_2)v'^2 = \frac{1}{2}(4+6)(20)^2$$

$$= 5(400) = 2000\ \mu J = 2\times 10^{-3}\ J$$

۸۰. چون میدان حاصل از بارهای صفحات خازن از چپ به راست است پس مولکول‌های دو قطبی به شکل نشان داده شده قطبیده می‌شوند.

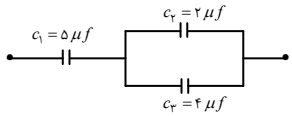
پس میدان حاصل از قطبیده شدن دی‌الکتریک از راست به چپ می‌باشد.



۸۱.

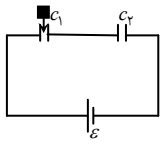
$$q_۱ = q_{۲,۳} \Rightarrow q_{۲,۳} = ۵ \times ۶۰ = ۳۰۰$$

$$\Rightarrow q_۲ + q_۳ = ۳۰۰$$
$$\Rightarrow q_۲ + ۲q_۲ = ۳۰۰$$
$$\Rightarrow q_۲ = ۱۰۰\mu c$$



چون $v_۲ = v_۳$ و $c_۳ = ۲c_۲$ است پس: $q_۳ = ۲q_۲$

۸۲. قاعده تقسیم ولتاژ بین دو خازن متوالی را می نویسیم:



$$v_۱ = \frac{c_۲}{c_۱ \uparrow + c_۲}\varepsilon \Rightarrow v_۱ \downarrow$$

با ورود دی‌الکتریک $c_۱$ زیاد می‌شود.

پس $v_۱$ کاهش می‌یابد.

$$v_۲ = \varepsilon - v_۱ \downarrow \Rightarrow v_۲ \uparrow$$

پس $v_۲$ افزایش می‌یابد.

۸۳. چون خازن به مولد وصل است v ثابت می‌ماند و با خروج دی‌الکتریک ظرفیت خازن $\frac{۱}{۳}$ برابر می شود حال داریم:

$$u = \frac{۱}{۲}\underset{\downarrow}{c}\, v^۲ \rightarrow \text{ثابت} \rightarrow \text{انرژی ذخیره شده در خازن}$$

$\frac{۱}{۳}$ برابر

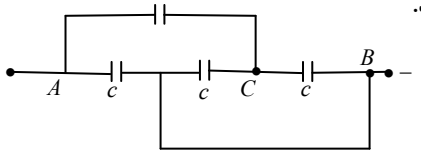
$\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شود.

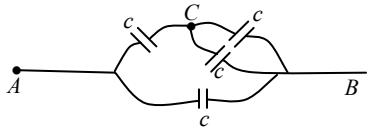
۸۴.

$$\left.\begin{matrix} q_۲ = cv_۲ \\ q_۱ = cv_۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow q_۲ - q_۱ = c(v_۲ - v_۱) \Rightarrow \Delta q = c\Delta v$$

$$\Rightarrow ۹۰ = c \times ۳۰ \Rightarrow c = ۳\mu f$$

۸۵. با روش نقطه‌گذاری به شکل روبرو می‌توان مدار را به فرم زیر در آورد.





حال خواهیم داشت:

$$C_{AB} = c + \frac{c \times ۲c}{c + ۲c} = c + \frac{۲}{۳}c = \frac{۵}{۳}c$$

۸۶.

$$v'_{\text{مشترک}} = \frac{|q_۱ - q_۲|}{c_۱ + c_۲} = \frac{۴۰}{۱+۳} = ۱۰(v)$$

$$q'_۱ = c_۱v' = ۱ \times ۱۰ = ۱۰\mu c$$

$$q'_۲ = c_۲v' = ۳ \times ۱۰ = ۳۰\mu c$$

۸۷. چون $c_T < c_۱$ است پس خازن‌ها به طور متوالی بسته شده‌اند و داریم:

$$c_T = \frac{c_۱c_۲}{c_۱ + c_۲} \Rightarrow ۲/۴ = \frac{۶c_۲}{۶ + c_۲} \Rightarrow c_۲ = ۴\mu c$$

۸۸.

$$u_۱ = \frac{۱}{۲}c_۱v_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۴۰)^۲ = ۸۰۰۰\mu J$$

$$v'_{\text{مشترک}} = \frac{c_۱v_۱}{c_۱ + c_۲} = \frac{۱۰ \times ۴۰}{۱۰ + ۳۰} = ۱۰(v)$$

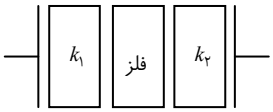
$$u_{\text{پس از اتصال}} = \frac{۱}{۲}(c_۱ + c_۲)v'^۲ = \frac{۱}{۲}(۱۰+۳۰)(۱۰)^۲ = ۲۰۰۰\mu J$$

پس $۶۰۰۰\mu J$ یعنی ۶ میلی ژول انرژی در سیم‌های رابط تلف می شود.

۸۹. چون خازن‌های $۳\mu f$ و $۲\mu f$ متوالی هستند و دو سر مجموعه آنها با یک سیم به هم وصل شده است پس v هر یک از آنها صفر بوده و در نتیجه q هر یک از آنها نیز صفر می‌باشد.

۹۰. پس از قرار دادن قطعات فوق بین صفحات خازن اولیه در نهایت دو خازن متوالی خواهیم داشت که داریم:

$$c_۱ = k_۱\varepsilon_۰\frac{A}{\frac{d}{۳}} = ۱۲\varepsilon_۰\frac{A}{d} = ۱۲c$$



$$c_۲ = k_۲\varepsilon_۰\frac{A}{\frac{d}{۳}} = ۹\varepsilon_۰\frac{A}{d} = ۹c$$

$$c_T = \frac{c_۱c_۲}{c_۱ + c_۲} = \frac{۱۲c \times ۹c}{۱۲c + ۹c} = \frac{۱۰۸c^۲}{۲۱c}$$

$$c_T = \frac{۳۶}{۷}c$$

۹۱. در حالتی که کلید باز است داریم:

$$c_{T_۱} = c + \frac{c \times ۲c}{c + ۲c} = c + \frac{۲}{۳}c = \frac{۵}{۳}c$$

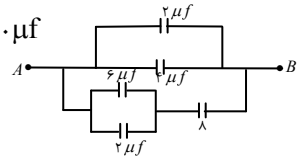
در حالتی که کلید k بسته می‌شود خازن‌های $c_۱$ و $c_۲$ اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می شوند و خواهیم داشت:

$$c_{T_۲} = c + c = ۲c$$

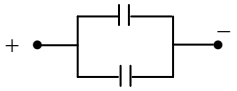
$$\frac{c_{T_۲}}{c_{T_۱}} = \frac{۲c}{\frac{۵}{۳}c} = \frac{۶}{۵}$$

۹۲. مدار را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت:

$$c_T = ۲ + ۴ + \frac{۸ \times ۸}{۸ + ۸} = ۶ + ۴ = ۱۰\mu f$$



۹۳. می‌توان صفحات را به شکل زیر در نظر گرفت:



$$c_T = c + c = ۲c = ۲\varepsilon_\circ \frac{A}{d}$$

۹۴. اگر m ردیف خازن که در هر ردیف P عدد خازن مشابه متوالی قرار دارند داشته باشیم خواهیم داشت:

$$c_T = m\frac{c_۱}{P} = \frac{m}{P}c_۱ \Rightarrow \frac{۳}{۲}c_۱ = \frac{m}{P}c_۱ \Rightarrow \frac{m}{P} = \frac{۳}{۲}$$

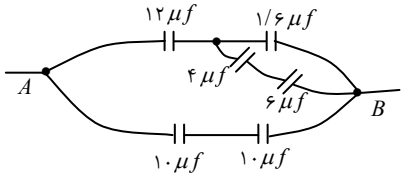
از طرفی $mP = ۲۴$

پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} m = ۶ \\ P = ۴ \end{cases}$$

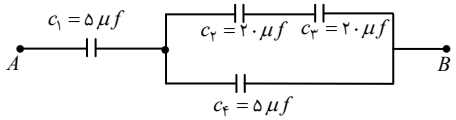
پس ۶ ردیف ۴ تایی داریم.

۹۵. می‌توان مدار داده شده را به شکل زیر در نظر گرفت:



$$c_T = \frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴} + \frac{۱۰\times۱۰}{۱۰+۱۰} = ۳ + ۵ = ۸\mu f$$

۹۶. در حالی که کلید k باز است مدار وضعیتی به شکل زیر دارد.



اگر $q_۴ = ۲۰\mu c$ **باشد خواهیم داشت:**

$$v_۴ = ۴v \Rightarrow v_۲ = v_۳ = ۲(v) \Rightarrow q_۲ = q_۳ = ۴۰\mu c$$

$$q_۱ = ۴۰ + ۲۰ = ۶۰\mu c$$

$$v_۱ = ۱۲(v)$$

حال با بستن کلید k خازن $c_۳$ **تخلیه می‌شود و خواهیم داشت:**

$$v = \frac{q_۲ + q_۴}{c_۲ + c_۴} = \frac{۴۰+۲۰}{۲۰+۵} = \frac{۶۰}{۲۵} = ۲/۴(v)$$ دو سر اتصال موازی

از طرفی چون $v_۱$ **ثابت می‌ماند خواهیم داشت:**

$$v_{AB} = ۱۲ + ۲/۴ = ۱۴/۴(v)$$

۹۷.

$$d_۳ \downarrow \Rightarrow c_۳ \uparrow \Rightarrow c_{۲,۳} \uparrow$$

از طرفی داریم:

$$v_{۲,۳} = \frac{c_۱}{c_۱ + c_{۲,۳}\uparrow}\varepsilon \Rightarrow v_{۲,۳} \downarrow \Rightarrow v_۲ \downarrow$$

$$q_۲ = c_۲ v_۲ \downarrow \Rightarrow q_۲ \downarrow$$

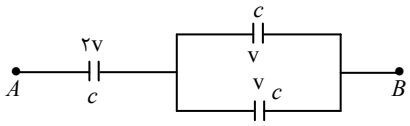
پس $q_۲$ **کاهش می‌یابد.**

$$v_۱ = \varepsilon - v_{۲,۳} \downarrow \Rightarrow v_۱ \uparrow$$

$$q_۱ = c_۱ v_۱ \uparrow \Rightarrow q_۱ \uparrow$$

پس $q_۱$ **افزایش می‌یابد.**

۹۸.

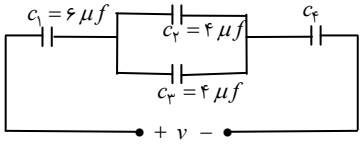


اگر اختلاف پتانسیل دو سر انشعاب موازی را v بگیریم بار جمع شده در اتصال موازی ۲cv می شود و در نتیجه بار خازن c سمت چپ نیز باید ۲cv باشد (چون متوالی بسته شده است) پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲v می‌شود.

ولت $۲v = ۲۰ \Rightarrow v = ۱۰$

ولت $v_{AB} = ۲v + v = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰$

۹۹. اگر اختلاف پتانسیل دو سر انشعاب موازی $c_۲$ **و** $c_۳$ **را v بگیریم داریم:**



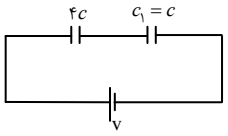
$$q_{۲,۳} = ۸v \qquad q_۲ = ۴v$$

پس $q_۴ = ۸v$ **می شود حال داریم:**

$$u_۲ = u_۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{(۴v)^۲}{۴} = \frac{۱}{۲}\frac{(۸v)^۲}{c_۴}$$

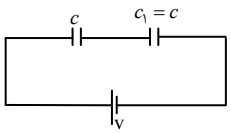
$$\Rightarrow c_۴ = ۱۶\mu f$$

۱۰۰. در حالتی که بین صفحات $c_۲$ **دی‌الکتریک وجود دارد داریم:**



$$q_۱ = c_۱ v_۱ = c_۱ \frac{۴c}{۴c + c} v = \frac{۴}{۵}cv$$

حال با خارج کردن دی‌الکتریک از بین صفحات خازن $c_۲$ **خواهیم داشت:**

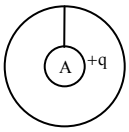


$$q'_۱ = c_۱ v'_۱ = c_۱ \frac{c}{c + c} v = \frac{۱}{۲}cv$$

$$\frac{q'_۱}{q_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}cv}{\frac{۴}{۵}cv} = \frac{۵}{۸}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم

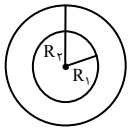
۱. مطابق شکل گلوله فلزی باردار A توسط ریسمانی عایق از سقف پوسته‌ای رسانا و بدون بار آویزان است دو جسم را با سیمی رسانا به یکدیگر متصل می‌کنیم در این‌صورت بار پوسته و گلوله به ترتیب ..... و ..... می‌شود.

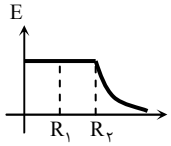


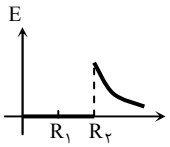
۱) $\frac{q}{۲}, \frac{q}{۲}$ ۲) q و صفر
۳) $-q, q$ ۴) صفر و q

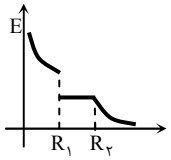
۲. اگر بار الکتریکی موجود در سطح یک کره فلزی توپر را دو برابر کنیم در حالت تعادل، میدان الکتریکی در مرکز آن کره .....
۱) نصف می‌شود ۲) دو برابر می‌شود
۳) ثابت می‌ماند ولی مخالف صفر است. ۴) پیوسته صفر است.

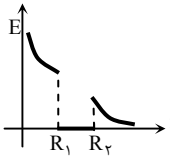
۳. بار الکتریکی نقطه‌ای $+q$ را در مرکز یک پوسته‌ی کروی رسانا قرار می‌دهیم شعاع‌های داخلی و خارجی پوسته به ترتیب $R_۱$ و $R_۲$ می‌باشند نمودار میدان الکتریکی E برحسب فاصله از مرکز پوسته کروی (r) کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

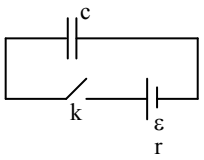
۴) 

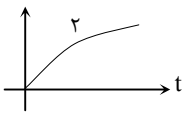
۴. بار $q_۰$ بین صفحات یک خازن تخت قرار دارد و فاصله‌ی آن از هر یک از صفحات d می‌باشد اگر بار هر یک از صفحه‌های خازن $+Q$ و $-Q$ باشد و اختلاف پتانسیل بین صفحات V باشد نیروی وارد بر بار $q_۰$ از طرف صفحه‌های خازن برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{۲q_۰Q}{d^۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{q_۰Q}{d^۲}$ ۳) صفر ۴) $\frac{q_۰V}{۲d}$

۵. یک دستگاه الکتریکی از دوبار الکتریکی غیر هم‌نام و هم‌اندازه تشکیل شده است فاصله دو بار را به نصف تقلیل می‌دهیم انرژی دستگاه .....
۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد ۳) تغییر نمی‌کند ۴) صفر می‌شود.

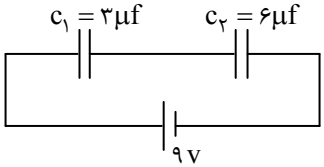
۶. در شکل زیر خازن بدون بار الکتریکی است اگر کلید k را وصل کنیم از نمودارهای (۱) و (۲) کدام‌یک به ترتیب و از راست به چپ نشان دهنده اختلاف پتانسیل دو سر خازن و جریان مدار خواهد بود؟





۱) ۲ و ۱
۲) ۱ و ۲
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

۷. در شکل زیر اگر خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ را از مدار باز کرده و سپس صفحات هم‌نام آنها را با دو سیم رسانا دو به دو به هم متصل کنیم اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه‌ی خازن‌ها برابر خواهد بود با:

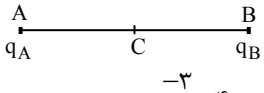


۱) صفر ۲) $۹\,V$
۳) $۱۸\,V$ ۴) $۴\,V$

۸. خازنی به ظرفیت C که شارژ شده و انرژی U در آن ذخیره شده است را از باتری جدا کرده و به دو سر خازنی بدون بار به ظرفیت $۴C$ متصل می‌نمائیم در این صورت انرژی ذخیره شده در مجموعه چند برابر U خواهد شد؟

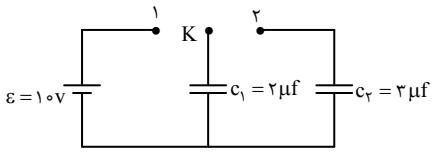
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۹. دو بار نقطه‌ای q_A و q_B در نقاط A و B قرار دارند و میدان الکتریکی در نقطه C وسط دو بار $\vec{E}$ است اگر بار q_A را خنثی کنیم شدت میدان $۲\vec{E}$- می‌شود نسبت $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟



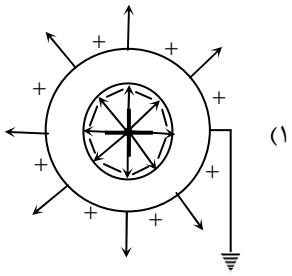
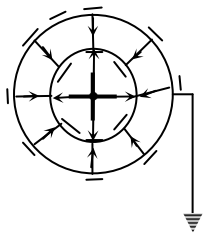
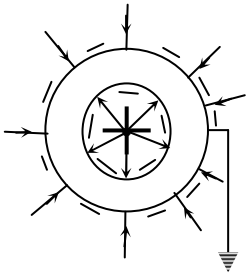
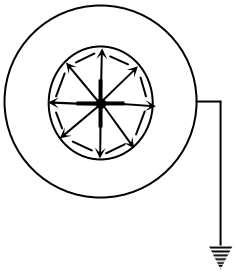
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{-۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{-۳}{۴}$

۱۰. در شکل خازن‌ها بدون بار هستند ابتدا کلید را در وضع ۱ قرار می‌دهیم و سپس در وضع ۲ قرار می‌دهیم بار هر یک از خازن‌ها چند میکرو کولن می‌شود؟



۱) $q_۱ = ۲۰$ ، $q_۲ = ۰$
۲) $q_۱ = q_۲ = ۱۰$
۳) $q_۱ = ۸$ ، $q_۲ = ۱۲$
۴) $q_۱ = ۱۲$ ، $q_۲ = ۸$

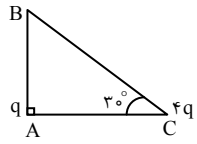
۱۱. بار نقطه‌ای $+q$ را در مرکز یک پوسته فلزی کروی قرار داده و سطح خارجی پوسته فلزی را با سیم به زمین وصل می‌کنیم کدام‌یک از شکل‌های زیر خطوط نیروی میدان را درست نشان می‌دهد؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۱۲. دو خازن $C_۱$ و $C_۲$ را با اختلاف پتانسیل‌های ۳۰۰ ولت و ۱۰۰ ولت پر کرده، سپس از مولدها جدا می‌کنیم اگر صفحه‌های هم‌نام آنها را به یکدیگر وصل کنیم اختلاف پتانسیل دو سر آنها ۲۵۰ ولت می‌شود نسبت $\frac{C_۱}{C_۲}$ کدام است؟

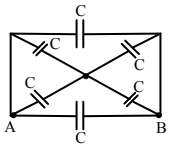
۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) ۳
۴) $\frac{۵}{۶}$

۱۳. در شکل زیر اگر بار موجود در رأس A حذف گردد میدان الکتریکی در نقطه‌ی B چند برابر خواهد شد؟



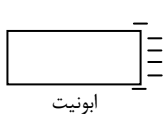
۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

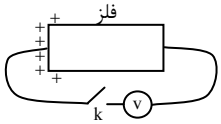
۱۴. ظرفیت هر خازن در شکل زیر $۲\mu f$ است ظرفیت معادل بین A و B چند میکروفاراد است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۶

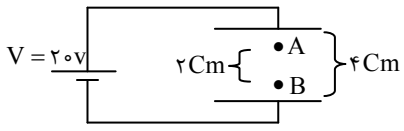
۱۵. در شکل زیر میله ابونیتی با بار منفی را در نزدیکی یک سر میله‌ی رسانایی متصل به ولت‌متر غیر ایده‌آل قرار داده‌ایم پس از بستن کلید این ولت‌سنج:





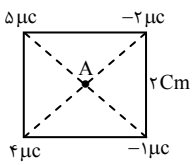
۱) هیچ اختلاف پتانسیلی نشان نمی‌دهد.
۲) ابتدا اختلاف پتانسیل جزئی نشان داده و سپس به صفر می‌رسد.
۳) ابتدا اختلاف پتانسیل زیادی نشان داده و سپس در مقدار کم‌تر می‌ماند.
۴) ابتدا اختلاف پتانسیل کمی نشان می‌دهد و سپس به ماکسیمم می‌رسد.

۱۶. در شکل زیر بار الکتریکی $-۲\mu c$ را از نقطه A به نقطه B برده‌ایم انرژی پتانسیل الکتریکی این بار الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟



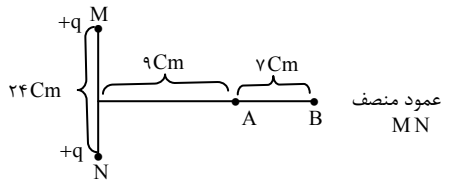
۱) $۲۰\ \mu j$ افزایش می‌یابد.
۲) $۲۰\ \mu j$ کاهش می‌یابد.
۳) $۴۰\ \mu j$ افزایش می‌یابد.
۴) $۴۰\ \mu j$ کاهش می‌یابد.

۱۷. در شکل زیر اگر بار الکتریکی $-۲\mu c$ را در نقطه A در مرکز مربع قرار دهیم در چه جهتی حرکت می‌کند و تقریباً چه نیرویی بر آن وارد می‌شود؟



۱) $\rightarrow$ و $۵۴۰\sqrt{۲}$
۲) $\leftarrow$ و $۵۴۰\sqrt{۲}$
۳) $\rightarrow$ و $۲۷۰\sqrt{۲}$
۴) $\leftarrow$ و $۲۰\sqrt{۲}$

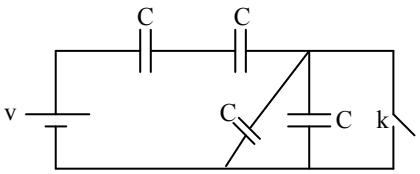
۱۸. در شکل زیر میدان الکتریکی در نقطه‌ی B چند برابر نقطه A می‌باشد؟



۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $(\frac{۹}{۱۶})^{۲}$

۱۹. در شکل زیر پس از بسته شدن کلید k انرژی ذخیره شده در مجموعه خازن‌ها چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$

۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۰. چند درصد انرژی خازنی را تخلیه نمائیم تا اختلاف پتانسیل بین صفحات آن نصف شود؟

۱) ۲۰٪ ۲) ۷۵٪ ۳) ۲۵٪ ۴) ۵۰٪

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	●	○	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	○	○	●
۴.	○	○	○	●
۵.	○	●	○	○
۶.	●	○	○	○
۷.	○	○	○	●
۸.	○	○	●	○
۹.	●	○	○	○
۱۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۱۱.	○	○	○	●
۱۲.	○	○	●	○
۱۳.	●	○	○	○
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	●	○	○	○
۱۶.	●	○	○	○
۱۷.	○	●	○	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	○	●	○
۲۰.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل هشتم

۱. چون بار در سطح خارجی اجسام رسانا قرار می‌گیرد پس با اتصال دادن پوسته و گلوله با سیمی رسانا به هم کل بار q به سطح خارجی پوسته منتقل می‌شود و بار گلوله صفر می‌شود.

۲. میدان الکتریکی در حالت تعادل الکترواستاتیکی درون رسانا همواره صفر است.

۳. در فاصله $R_1 \le r \le R_2$ که رسانا داریم میدان الکتریکی صفر می‌باشد در بقیه نقاط فضا میدان یک بار نقطه‌ای را داریم.

۴. چون فاصله بار $q_\circ$ از هر یک از صفحات خازن d است پس فاصله بین دو صفحه 2d است پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} E=\frac{V}{2d} \\ F=q_\circ.E \end{matrix}\right\} \Rightarrow F=\frac{q_\circ.V}{2d}$$

۵. بارهای غیر هم‌نام تمایل به جذب یکدیگر دارند پس اگر اجازه دهیم بارها به هم نزدیک شوند برای این عمل نیازی نداریم که کار انجام دهیم بلکه میدان الکتریکی حاصل از بارها این کار را انجام می‌دهد و بارها انرژی جنبشی پیدا می‌کنند پس انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه بارها کاهش می‌یابد.

۶. با وصل کلید در ابتدا جریان مدار زیاد است و به مرور که به سمت شارژ کامل خازن می‌رویم جریان کاهش یافته و به صفر می‌رسد پس نمودار ۱ مربوط به جریان است از طرفی اختلاف پتانسیل خازن از صفر شروع شده و با شارژ شدن به سمت E می‌رود پس نمودار ۲ مربوط به اختلاف پتانسیل دو سر خازن است.

۷. طبق قاعده تقسیم ولتاژ داریم:

$$V_1=\frac{C_2}{C_1+C_2}V=\frac{6}{3+6}\times 9=6(V)$$

$$V_2=\frac{C_1}{C_1+C_2}V=\frac{3}{3+6}\times 9=3(V)$$

ولتاژ مشترک پس از اتصال $V'=\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}$

$$=\frac{3\times 6+6\times 3}{3+6}=\frac{36}{9}=4(V)$$

۸. فرض کنیم در خازن C بار q ذخیره شده باشد پس داریم:

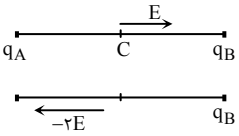
$$U=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

پس از اتصال این خازن با خازن 4C بار کل مجموعه همان q می‌ماند ولی ظرفیت معادل برابر 5C می‌شود پس داریم:

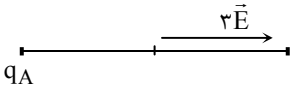
$$U'=\frac{1}{2}\frac{q^2}{5C}$$

پس انرژی مجموعه $\frac{1}{5}U$ می‌شود.

۹.



از شکل‌های فوق شکل زیر نتیجه‌گیری می‌شود:



با توجه به شکل‌های فوق می‌توان گفت اگر q_B مثبت فرض شود q_A نیز مثبت خواهد بود همچنین داریم:

$$\frac{q_A}{q_B}=\frac{|E_A|}{|E_B|}=\frac{3}{2}$$

۱۰. $q_1=c_1\varepsilon=2\times 10=20\mu c$: کلید در وضع ۱

پس از قرار دادن کلید در وضع ۲ خواهیم داشت:

ولتاژ مشترک $v'=\frac{20}{2+3}=4(v)$

$$q_1=c_1v'=2\times 4=8\mu c$$

$$q_2=c_2v'=3\times 4=12\mu c$$

۱۱. میدان در قسمتی از فضا که پوسته کروی وجود دارد صفر است از طرفی بار $+q$ قرار گرفته در مرکز پوسته باعث حرکت الکترون‌های آزاد پوسته به سمت جدار درونی پوسته شده و در سطح خارجی پوسته بار مثبت باقی می‌ماند که با وصل کردن سطح خارجی به زمین، بار سطح خارجی خنثی می‌شود پس خطوط میدان مطابق شکل گزینه ۴ خواهد بود.

۱۲.

$$v'=\frac{c_1v_1+c_2v_2}{c_1+c_2}\Rightarrow 250=\frac{300c_1+100c_2}{c_1+c_2}$$

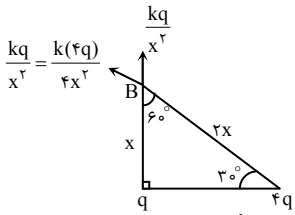
$$\Rightarrow 300c_1+100c_2=250c_1+250c_2$$

$$\Rightarrow 50c_1=150c_2\Rightarrow \frac{c_1}{c_2}=3$$

۱۳. در حالت اولیه داریم:

$$E_T=2(\frac{kq}{x^2})\cos\frac{60}{2}=\sqrt{3}\frac{kq}{x^2}$$

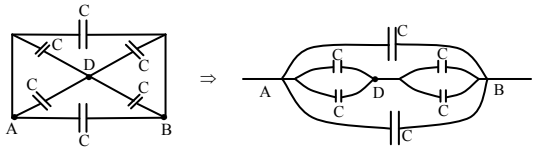
در حالت ثانویه با حذف بار q خواهیم داشت:



$$E'=k(\frac{4q}{4x^2})=k\frac{q}{x^2}$$

پس مشاهده می‌شود میدان در رأس B با حذف بار q، $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر می‌شود.

۱۴. با روش نقطه‌گذاری مسأله به راحتی حل می‌شود:



در شاخه وسطی ۲c با ۲c متوالی می‌شود که معادل آنها c می‌شود پس داریم:

$$c_T = c + c + c = 3c = 3 \times 2 = 6\mu f$$

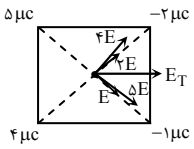
۱۵. در الکتریسیته ساکن تمام نقاط سطح یک فلز پتانسیل یکسانی دارند پس اختلاف پتانسیلی بین دو سر فلز وجود نخواهد داشت و در نتیجه ولت‌سنج هیچ اختلاف پتانسیلی نشان نمی‌دهد.

۱۶. چون بار منفی را در جهت خطوط میدان حرکت داده‌ایم پس انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و داریم:

$$\Delta U = |q|Ed = (2\mu c)(\frac{20}{0/04})(0/02) = 20\mu j$$

۱۷. اگر میدان حاصل از بار $-1\mu c$ را در مرکز مربع با E نشان دهیم داریم:

$$E_T = \sqrt{(6E)^2 + (6E)^2} = 6\sqrt{2}E$$



چون جهت E_T به سمت راست می‌باشد پس نیروی کل وارد بر بار $-2\mu c$ به سمت چپ است و داریم:

$$F = |q|E_T = \left|-2\times10^{-6}\right| \times 6\sqrt{2} \times \frac{9\times10^9 \times (1\times10^{-6})}{(\frac{\sqrt{2}}{100})^2}$$

$$F = \frac{108\sqrt{2}\times10^{-3}}{2\times10^{-4}} \Rightarrow F = 540\sqrt{2}(N)$$

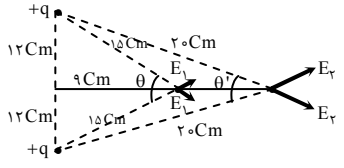
۱۸.

$$E_A = 2E_1 \cos\frac{\theta}{2} = 2\frac{kq}{(0/15)^2} \times \frac{9}{15}$$

$$E_B = 2E_2 \cos\frac{\theta'}{2} = 2\frac{kq}{(0/2)^2} \times \frac{16}{20}$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{(0/15)^2 \frac{16}{20}}{(0/20)^2 \frac{9}{15}} = \frac{\frac{225}{10000} \times \frac{16}{20}}{\frac{400}{10000} \times \frac{9}{15}} = \frac{225 \times \frac{16}{20}}{400 \times \frac{9}{15}}$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{180}{240} = \frac{3}{4}$$



۱۹. طبق رابطه $U_T = \frac{1}{2}c_T v^2$ داریم:

$$c_T = \frac{\frac{c}{2}\times 2c}{\frac{c}{2}+2c} = \frac{c^2}{\frac{5c}{2}} = \frac{2}{5}c$$: در حالت باز بودن کلید

$$U_T = \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}c\times v^2 = \frac{1}{5}cv^2$$ اولیه

پس از بسته شدن کلید دو خازن موازی c و c از مدار خارج می‌شوند و خواهیم داشت:

$$c'_T = \frac{c}{2}$$

$$U'_T = \frac{1}{2}\times\frac{c}{2}v^2 = \frac{1}{4}cv^2$$

$$\frac{U'_T}{U_T} = \frac{\frac{1}{4}cv^2}{\frac{1}{5}cv^2} = \frac{5}{4}$$

۲۰.

$$U_1 = \frac{1}{2}cv^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2}c(v')^2 = \frac{1}{2}c(\frac{v}{2})^2 = \frac{1}{8}cv^2$$

پس مشاهده می‌شود که انرژی در حالت دوم ۲۵٪ انرژی در حالت اول می‌باشد پس باید ۷۵٪ انرژی خازن تخلیه شده باشد.

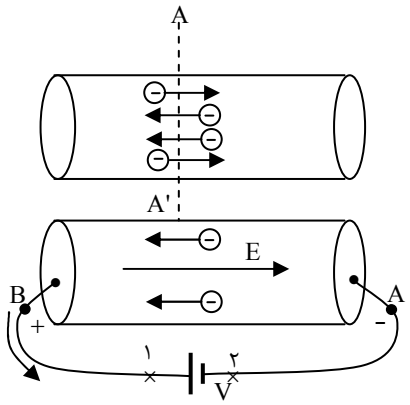
فصل نهم

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

جلسه‌ی پانزدهم

در فصل قبل فرض می‌کردیم بارهای الکتریکی در مکان‌هایی ثابت هستند و یا اگر حرکت بار الکتریکی داشتیم به‌طور موقتی بود. در این فصل اساس مطلب حرکت بارهای الکتریکی است.

اگر بار الکتریکی حرکت کند، جریان الکتریکی خواهیم داشت و چون در رسانا الکترون‌های آزاد می‌توانند به راحتی و با اعمال نیروی نه چندان زیاد حرکت کنند در این مبحث رساناها اهمیت زیادی دارند.



رسانای شکل روبرو را در نظر بگیرید مقطع مشخصی مانند AA' را در نظر می‌گیریم، می‌دانیم حرکت الکترون‌های آزاد در حالت عادی به صورت تصادفی (کاتوره‌ای) می‌باشد، اگر در یک لحظه‌ی مشخص تعدادی الکترون آزاد از سمت چپ به راست حرکت کند؛ می‌توان گفت همان تعداد الکترون از راست به چپ از مقطع AA' عبور می‌کنند. به همین دلیل می‌توان گفت در حالت عادی بار خالص شارش شده از هر مقطع دلخواه رسانا صفر است. حال اگر دو سر رسانا به وسیله‌ی یک باتری اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمال کنیم درون رسانا میدان الکتریکی ایجاد می‌شود.

این میدان الکتریکی بر الکترون‌های آزاد نیرویی به سمت چپ وارد می‌کند و در این حالت حرکت الکترون‌ها منظم می‌شود، نیروی وارد بر الکترون‌ها به آن‌ها شتاب می‌دهد و الکترون‌ها با شتاب به اتم‌های رسانا برخورد می‌کنند و انرژی خود را به اتم‌های رسانا می دهند و باعث گرم شدن رسانا می شوند. (اساس کار اتو، بخاری برقی و ...). الکترون‌ها در مدار می‌چرخند هنگام عبور از باتری انرژی الکتریکی دریافت می‌کنند و هنگام عبور از رسانا انرژی خود را به اتم‌های رسانا می‌دهند و موجب گرم شدن رسانا می‌شوند.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U = (\text{بار حرکت کرده})(\Delta V) \\ \Delta U \text{ هنگام عبور از باتری} = (\text{الکترون})\underbrace{(V_2 - V_1)}_{\text{منفی}} > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow U \uparrow \quad (I)$$

یعنی انرژی بارهای الکتریکی هنگام عبور از باتری زیاد می‌شود. (یعنی باتری مصرف می‌شود.)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U = (\text{بار حرکت کرده})(\Delta V) \\ \Delta U \text{ هنگام عبور از رسانا} = (\text{الکترون})\underbrace{(V_B - V_A)}_{\text{مثبت}} < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow U \downarrow \quad (II)$$

یعنی الکترون‌ها انرژی کسب شده از باتری را به اتم‌های رسانا می‌دهند. و انرژی خودشان کم می‌شود.

$\xrightarrow{I,II}$ الکترون‌ها در مدارهای الکتریکی حامل انرژی هستند

اگر در مدت زمان Δt بار Δq از مقطع مشخصی از رسانا عبور کند، نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ را شدت جریان متوسط عبور کرده از رسانا در بازه‌ی زمانی Δt می‌گوییم و داریم:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{کولن} \\ \text{ثانیه} \end{array} \quad \text{آمپر } (A)$$

این رابطه نشان می‌دهد که اگر در یک مدت زمان مشخص بار زیادی از مقطع رسانا بگذرد، شدت جریان زیاد خواهد بود (مانند شدت جریان آبی که از یک شیلنگ خارج می‌شود).

علت این‌که در رابطه‌ی فوق جریان متوسط تعریف گردید آن است که در بعضی مواقع (مثلاً وقتی که اختلاف پتانسیل اعمالی بـه دو سر رسانا متغیر باشد) جریان نیز مقدار ثابتی نخواهد داشت و باید برای آن مقدار متوسط تعریف کنیم، حال اگر جریان گذرنده از رسـانا در تمام لحظات مقدار ثابتی باشد و جهت جریان نیز تغییر نکند به آن جریان مستقیم گفته می شود که در این فصل مدارهای الکتریکی جریان مستقیم بررسی می‌شود. در این صورت رابطه‌ی زیر را داریم:

$I = \frac{q}{t}$ شدت جریان عبور کرده از رسانا t بار عبور کرده از یک مقطع رسانا (دلخواه) در مدت زمان q :

تست ۱. **شدت جریان متوسط گذرنده از یک رسانا برابر ۱۲A است در مدت یک دقیقه از مقطع ایـن رسـانا چنـد الکترون عبور می‌کند؟** $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ (C)$

۱) $۴/۵ \times ۱۰^{۲۰}$ ۲) $۴/۵ \times ۱۰^{۲۱}$ ۳) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۰}$ ۴) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۱}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

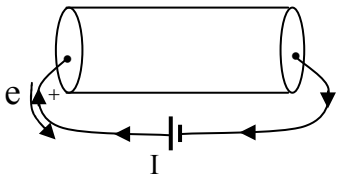
$$\left.\begin{matrix} q = \bar{I}t \\ q = ne \end{matrix}\right\} \Rightarrow ne = \bar{I}t \Rightarrow n = \frac{\bar{I}t}{e} = \frac{۱۲ \times ۶۰}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}}$$

$$\Rightarrow n = ۴/۵ \times ۱۰^{۲۱}$$

قرار داد

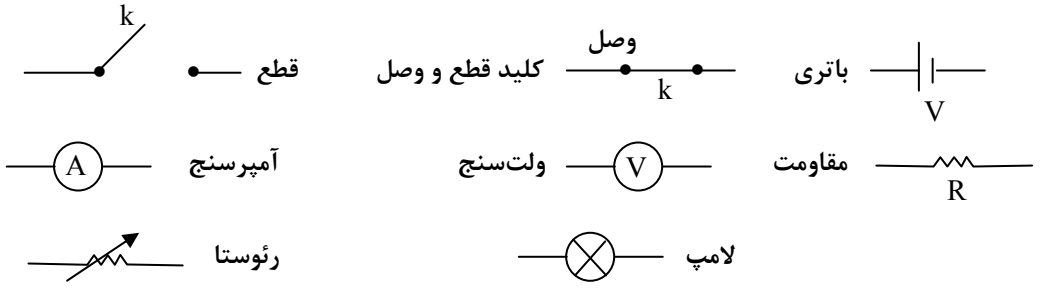
در شکل‌های فوق فرض بر این بود که می‌خواهیم حرکت الکترون‌ها را بررسی کنیم که واقعیت همین است ولی می‌توانیم این قرارداد فرضی را در نظر بگیریم که اگر تعدادی الکترون از راست به چپ حرکت کنند معادل آن است که تعدادی بار مثبـت از چـپ بـه راسـت حرکت کنند. به همین خاطر جهت قرار دادی جریان الکتریکی را خلاف جهت حرکت الکترون‌ها می‌گیرند و شکل زیر را داریم:

جهت قراردادی جریان (که خلاف جهت حرکت الکترون‌های آزاد هست).



جهت قراردادی جریان
(که خلاف جهت حرکت الکترون‌های آزاد است).

برای این‌که جریان بتواند در مدار برقرار شود باید یک مسیر بسته وجود داشته باشد، این مسیر بسته را مدار الکتریکی می‌گوییم، در مدارهای الکتریکی قطعات زیر را داریم:



همان‌طور که گفتیم هنگامی که الکترون‌های آزاد به وسیله‌ی میدان الکتریکی ایجاد شده توسط باتری درون رسانا شتاب می‌گیرنـد، در مسیر حرکت خود با اتم‌های رسانا برخورد می‌کنند و انرژی خود را به اتم‌های رسانا می‌دهند. پس می‌تـوان گفـت: «الکتـرون آزاد در مسیر حرکت خود با موانعی مواجه است که در برابر حرکت آن مقاومت ایجاد می‌کنند.»

☜ قانون اهم

واضح است که هر چقدر اختلاف پتانسیل دو سر رسانا بیشتر باشد (باتری قوی‌تر باشد) میدان ایجاد شده درون رسانا قوی‌تر است؛ پس نیروی وارد بر الکترون‌های آزاد بیشتر بوده و شتاب حرکت آن‌ها بیشتر است، یعنی شدت جریان بیشتر است. پس شدت جریان متناسب با اختلاف پتانسیل تغییر می کند و نسبت آن‌ها مقدار ثابتی است که به آن مقاومت رسانا می‌گویند و آن را با علامت **R** نشان می دهند. پس داریم:

$$R=\frac{V}{I}$$ (V: اختلاف پتانسیل (ولت)، I: آمپر، شدت جریان رسانا)

$$\text{اهم}=\frac{\text{ولت}}{\text{آمپر}}=\Omega$$

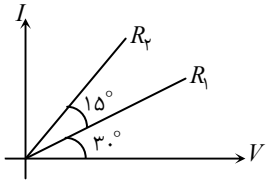
R: مقاومت رسانا که مقدار ثابتی است و بستگی به I و V ندارد.

علت اینکه به R مقاومت رسانا گفته می‌شود آن است که رابطه‌ی $R=\frac{V}{I}$ در اصل باید به صورت $I=\frac{V}{R}$ نوشته شود. این رابطه نشان می‌دهد که شدت جریان عبوری از یک رسانا به ۲ عامل بستگی دارد:

۱) اختلاف پتانسیل دو سر رسانا (V) که هر چقدر بیشتر باشد میدان داخل رسانا قوی‌تر است پس شدت جریان بیشتر می‌شود.

۲) مقاومت رسانا (R) که رابطه نشان می‌دهد هر چقدر R بیشتر باشد، شدت جریان کمتر است، به همین خاطر R را مقاومت می‌گویند. (R=Resistance)

تست ۲. در شکل زیر نمودار I-V برای دو مقاومت R_1, R_2 داده شده است چه رابطه‌ای بین R_1, R_2 وجود دارد؟



۱) $R_2=\sqrt{3}R_1$ ۲) $R_2=\frac{\sqrt{3}}{3}R_1$

۳) $R_2=\sqrt{2}R_1$ ۴) $R_2=\frac{\sqrt{2}}{2}R_1$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه‌ی $I=\frac{1}{R}V$ می‌توان گفت نمودار I برحسب V خط راستی است که شیب آن برابر $\frac{1}{R}$ است پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{R_1}=\text{tg}30^\circ \Rightarrow R_1=\sqrt{3}\\ \frac{1}{R_2}=\text{tg}45^\circ \Rightarrow R_2=1\end{array}\right\}\Rightarrow R_2=\frac{\sqrt{3}}{3}R_1$$

☜ عوامل مؤثر بر مقاومت رسانای فلزی

همان‌طورکه گفتیم $\frac{V}{I}$ مقدار ثابتی است یعنی R ربطی به I و V ندارد. بلکه مقاومت به مشخصات خود رسانا بستگی دارد. این مشخصات را به‌صورت زیر بررسی می‌کنیم:

۱) مقاومت رسانا با طول آن نسبت مستقیم دارد: $R \propto \ell$ (I) (مقاومت رسانا، طول رسانا)

(هر چقدر طول رسانا بیشتر باشد، الکترون هنگام حرکت در مسیر طولانی‌تری با اتم‌های رسانا درگیر است.)

۲) مقاومت رسانا با سطح مقطع آن نسبت عکس دارد.

(هنگامی که سطح مقطع زیاد باشد، الکترون راحت‌تر حرکت می‌کند.) $R \propto \frac{1}{A}$ (II) (سطح مقطع رسانا)

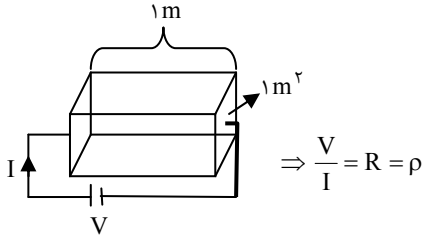
$$\xrightarrow{I,II} R \propto \frac{\ell}{A}$$

برای تبدیل تناسب فوق به تساوی نیاز به ضریبی داریم که این ضریب به جنس رسانا بستگی دارد و این ضریب را با علامت ρ نشان می‌دهیم و به آن مقاومت ویژه‌ی رسانا می‌گوییم.

$R = \rho \frac{\ell}{A}$ ← مقاومت رسانا (Ω)؛ ℓ → طول رسانا (m)؛ A → مساحت سطح مقطع رسانا (m^2)؛ ρ → مقاومت ویژه رسانا

پس مقاومت ویژه‌ی یک رسانا برابر مقاومت قطعه‌ای از آن رسانا است که طول آن ۱ متر و سطح مقطع آن ۱ متر مربع باشد.

$$\left.\begin{matrix}\ell = 1m \\ A = 1m^2\end{matrix}\right\} \rightarrow \rho = R$$



$$\Rightarrow \frac{V}{I} = R = \rho$$

معمولاً رساناها به شکل استوانه هستند، اگر شعاع مقطع آن‌ها r و یا قطر مقطع آن‌ها D باشد، می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = \rho \frac{\ell}{\pi r^2} = \frac{\rho \ell}{\pi D^2 / 4} = \frac{4\rho\ell}{\pi D^2}$$

☜ مقایسه مقاومت دو رسانا

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

همانطور که گفتیم ρ به جنس رسانا بستگی دارد، هر چقدر ρ کمتر باشد رسانایی جسم بیشتر است. در بین رساناها داریم:

$\rho_{\text{طلا}} < \rho_{\text{نقره}}$ ← به علت گرانی استفاده نمی‌شوند

$\rho_{\text{مس}} < \rho_{\text{آلمینیوم}}$ ← به تناسب فراوانی در هر کشور استفاده می‌شود.

تست ۳. دو سیم مسی به طول l داریم اگر قطر مقطع سیم (۱) دو برابر قطر مقطع سیم (۲) باشد نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ کدام است؟

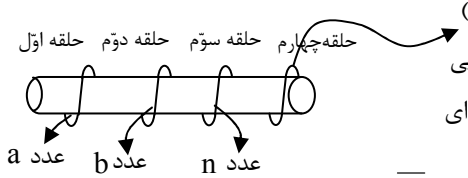
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 1 \times 1 \times (2)^2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 4$$

☜ کدگذاری مقاومت‌ها

مقاومت‌ها را در اندازه‌های استاندارد می‌سازند و برای مشخص کردن مقدار آنها از حلقه‌های رنگی استفاده می‌کنند.



$$R = \overline{ab} \times 10^n$$

در مقاومت‌های رنگی از کربن نیز استفاده می‌شود، به همین دلیل به آنها مقاومت کربنی می‌گویند. مقاومت‌های کربنی دارای توان‌های حدود ۱ تا ۲ وات می‌باشند و مقادیر استاندارد مقاومت آنها عمدتاً به‌صورت زیر است:

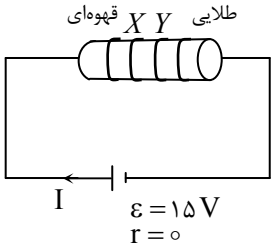
$$R = (۱/۷, ۲/۷, ۳/۹, ۴/۷, ۵/۶, ۶/۸, ۸/۲, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۲) \times ۱۰^{n} \quad (n = ۰, ۱, ۲, \ldots, ۷)$$

تست ۶. در مدار شکل زیر جریان عبوری از مقاومت برابر ۱mA است رنگ‌های X و Y به ترتیب کدامند؟

۱) سبز – نارنجی
۲) قهوه‌ای – نارنجی
۳) نارنجی – قهوه‌ای
۴) بنفش – سبز

پاسخ : گزینه‌ی ۱

رنگ حلقه	قهوه‌ای	قرمز	نارنجی	سبز	بنفش
رقم حلقه	۱	۲	۳	۵	۷



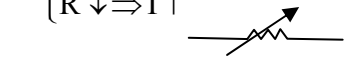
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \frac{۱}{۱۰۰۰} = \frac{۱۵}{R + ۰} \Rightarrow R = ۱۵۰۰۰\Omega$$

$$R = \overline{ab} \times ۱۰^{n} \Rightarrow ۱۵۰۰۰ = \overline{ab} \times ۱۰^{n} \Rightarrow \begin{cases} b = ۵ & \text{سبز} \\ n = ۳ & \text{نارنجی} \end{cases}$$

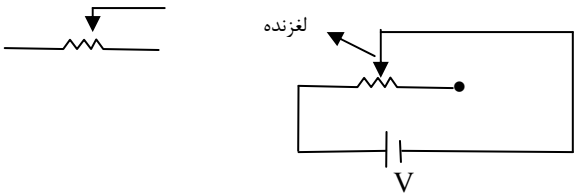
☜ استفاده از مقاومت متغیّر برای کنترل جریان: (رئوستا)

در رابطه‌ی $I = \frac{V}{R}$ مقدار V توسط باتری معلوم می‌شود و مقدار R بستگی به مقاومت دارد. ولی I مستقل نیست. یعنی به خودی خود مشخص نمی‌شود، بلکه مقدار آن را V و R تعیین می‌کنند. حال اگر بتوانیم یک مقاومت متغیر بسازیم که مقدار R آن را بتوانیم تغییر دهیم، می‌توانیم جریان را کنترل کرده و بدلخواه آن را تغییر دهیم.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} R \uparrow \Rightarrow I \downarrow \\ R \downarrow \Rightarrow I \uparrow \end{cases}$$



چنین وسیله‌ای رئوستا نام دارد که در مدار به شکل زیر نمایش می دهند:



اساس کار رئوستا به این صورت است که با حرکت لغزنده به سمت چپ ℓ کم شده و در نتیجه R کم می‌شود و با حرکت به سمت راست ℓ زیاد شده و در نتیجه R زیاد می‌شود.

از آن‌جا که در صورت کوچک بودن R جریان زیاد می‌شود، ممکن است قطعاتی از مدار صدمه ببینند به همین دلیل در مدارهایی که رئوستا وجود دارد، در شروع کار رئوستا را روی بیشترین مقدار مقاومت آن تنظیم می‌کنند تا جریان کم باشد و قطعه‌ای صدمه نبینند سپس با احتیاط R را کم می‌کنند.

☜ اثر دما بر مقاومت رساناهای فلزی

همان‌طور که گفتیم، الکترون‌های آزاد هنگام عبور از رسانا اتم‌های رسانا را به عنوان مانع در برابر حرکت خود می‌بینند. حال اگر دمای رسانا زیاد شود جنبش اتم‌های آن زیاد می شود و الکترون آزاد مانع بیشتری بر سر راه خود می‌بیند پس می‌توان گفت با افزایش دما مقاومت رساناها زیاد می‌شود. برای بدست آوردن رابطه‌ی آن می‌توان نوشت: تغییر مقاومت در اثر = ΔR

تغییر دما

$$\left.\begin{array}{l} \Delta R \propto \Delta T \\ \Delta R \propto R_{۱} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta R \propto R_{۱} \Delta T \overset{\Omega}{\Rightarrow} \Delta R = \underset{\uparrow}{R_{۱}} \underset{\uparrow}{\alpha} \Delta T \rightarrow K$$

$R_{۱}$: مقاومت اولیه

α : ضریب دمایی مقاومت که به جنس رسانا بستگی دارد

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta T \qquad \Delta\rho = \rho_1 \ \alpha \ \Delta T$$
$$\Rightarrow R_2 - R_1 = R_1 \ \alpha \ \Delta T \quad \Rightarrow \quad R_2 = R_1 \ (1+\alpha \ \Delta T)$$

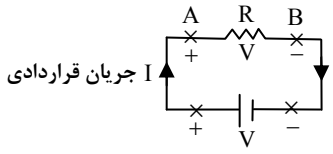
تست ۵. در چه دمایی برحسب درجه سلسیوس مقاومت یک سیم فلزی نسبت به دمای صفر درجه‌ی سلسیوس دو برابر می شود؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه سیم $۰/۰۰۴\frac{۱}{^\circ C}$ است)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$R_2 = R_1(1+\alpha\Delta\theta) \Rightarrow 2R_1 = R_1(1+0/004\Delta\theta)$$
$$\Rightarrow 0/004\Delta\theta = 1 \Rightarrow \Delta\theta = 250^\circ C \Rightarrow \theta_2 - 0 = 250 \Rightarrow \theta_2 = 250^\circ C$$

افت پتانسیل در مقاومت



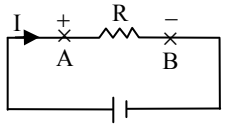
$$V_A - V_B = V = RI \ \rightarrow \ V_B = V_A - RI$$

یعنی اگر درجهت جریان از مقاومت عبور کنیم پتانسیل به‌اندازه‌ی RI کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B + RI$$

یعنی اگر درخلاف جهت جریان از مقاومت عبور کنیم پتانسیل به اندازه‌ی RI افزایش می‌یابد.

محاسبه‌ی انرژی الکتریکی مصرف شده در مقاومت



حرکت بارهای مثبت در جهت عقربه‌های ساعت $\equiv$ حرکت الکترون‌ها در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت = حرکت واقعی بارهای الکتریکی در شکل

باری که در مدت زمان t از رسانا می‌گذرد برابر $q = I\,t$ است، این بار الکتریکی هنگام عبور از مقاومت از نقطه A به نقطه‌ی B می‌رود.

$$\Delta U = q\Delta V = q\,(V_B - V_A) = q(-V) = \underline{\underline{-qV}}$$

یعنی انرژی پتانسیل بار هنگام عبور از مقاومت به‌اندازه‌ی qV کاهش می‌یابد این مقدار، انرژی مصرف شده در مقاومت است.

قانون ژول: انرژی مصرفی در مقاومت $W = qV = VIt = RI^2t = \frac{V^2}{R}\ t$

تست ۶. به دو سر یک سیم نیکروم به طول ۵ متر و سطح مقطع ۰/۴ میلی‌متر مربع، اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت را برقرار کرده‌ایم در مدت نیم ساعت چند کیلو ژول انرژی الکتریکی در این سیم به انرژی درونی تبدیل می‌شود؟ مقاومت ویژه‌ی نیکروم $10^{-6}\,\Omega.m$ است.

۱) $5/76\times10^6$ ۲) $5/76\times10^3$ ۳) $2/83\times10^3$ ۴) $2/83\times10^6$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$U=\frac{V^2}{R}t=\frac{V^2}{\rho\frac{\ell}{A}}t=\frac{V^2At}{\rho\ell}=\frac{(200)^2\times 0/4\times10^{-6}\times1800}{10^{-6}\times5}$$

$$\Rightarrow U=40000\times144=5760000J \Rightarrow U=5/76\times10^6\ J=5/76\times10^3\ kJ$$

تست ۷. یک لامپ ۱۰۰ واتی ۲۲۰ ولتی در هر شبانه روز ۱۰ ساعت روشن است بهای برق مصرفی آن در یک ماه چند ریال است؟ بهای 1kwh انرژی مصرفی ۱۰۰ ریال است.

۱) ۶۶۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۲۲۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$w=Pt=(0/1kw)(30\times10)=30kwh$$

حال چون بهای 1kwh انرژی مصرفی ۱۰۰ ریال است بهای 30kwh انرژی مصرفی ۳۰۰۰ ریال می شود.

توان الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت

همان‌طور که می‌دانیم توان، انرژی مصرفی در واحد زمان است، اگر در مدت زمان t انرژی w در مقاومت مصرف شود، می‌توان نوشت:

انرژی مصرفی	زمان
W	t
توان P	۱

$$\Rightarrow Pt=W\rightarrow P=\frac{W}{t}$$

$$W=VIt \rightarrow P=VI$$
$$W=RI^2t \rightarrow P=RI^2$$
$$W=\frac{V^2}{R}t \rightarrow P=\frac{V^2}{R}$$

ولتاژ اسمی و توان اسمی

روی وسایل برقی دو عدد تحت عنوان ولتاژ اسمی (نامی) و توان اسمی (نامی) نوشته می‌شود، ولتاژ اسمی، ولتاژی است که وسیله ساخته شده‌است که به آن ولتاژ وصل شود و اگر وسیله را به ولتاژ اسمی وصل کنیم، توان مصرفی آن توان اسمی خواهد بود.

نکته. اگر P , V ولتاژ و توان اسمی وسیله‌ای باشند و وسیله را به ولتاژ V' وصل کنیم توان مصرفی آن P' خواهد شد که داریم:

$$\left.\begin{aligned}P'=\frac{V'^2}{R}\\ P=\frac{V^2}{R}\end{aligned}\right\}\longrightarrow\frac{P'}{P}=(\frac{V'}{V})^2$$

مثال ۱. آشنایی با لامپ $\begin{cases}220\ V\\ 100\ W\end{cases}$

مقاومت این لامپ ۴۸۴ اهم است.

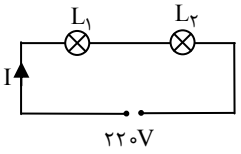
$$P=\frac{V^2}{R}\ \rightarrow\ R=\frac{V^2}{P}=\frac{(220)^2}{100}=\frac{48400}{100}=484\ \Omega$$

جریان گذرنده از این لامپ ۰/۴۵ آمپر است.

$$I=\frac{V}{R}\ \rightarrow\ I=\frac{220}{484}=\frac{10}{22}\cong 0/45\ A$$

مثال ۲. دو لامپ $L_1\{60w\ ,\ 220v$, $L_2\{40w\ ,\ 220v$ را به‌طور متوالی به یکدیگر بسته و دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل $220V$ وصل می‌کنیم، مطلوب‌است : توان مصرفی کل مجموعه و توان مصرفی تک تک لامپ‌ها؟

حل:



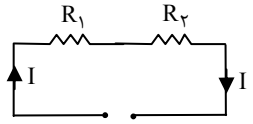
$$P_{\text{مصرفی کل}}=\frac{(220)^2}{R_{\text{کل}}}=\frac{(220)^2}{R_1+R_2}=\frac{(220)^2}{\frac{(220)^2}{60}+\frac{(220)^2}{40}}=\frac{1}{\frac{1}{60}+\frac{1}{40}}=\frac{120}{2+3}=24\ W$$

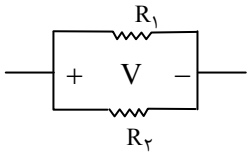
$$P_{L_1\text{ مصرفی}}+P_{L_2\text{ مصرفی}}=24\,(w)(I)$$

$$\left.\begin{aligned}P_{L_1\text{ مصرفی}}&=R_1\ I^2\\ P_{L_2\text{ مصرفی}}&=R_2\ I^2\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{P_{L_1\text{ مصرفی}}}{P_{L_2\text{ مصرفی}}}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{\frac{(220)^2}{60}}{\frac{(220)^2}{40}}=\frac{2}{3}\ (II)$$

$$\xrightarrow{I\ و\ II}\quad P_{1\text{ مصرفی}}=9/6\ (w)\qquad P_{2\text{ مصرفی}}=14/4\ (w)$$

مقایسه‌ی توان‌های مصرفی دو مقاومت در حالت‌های سری و موازی





$$P=R\ I^2\ \rightarrow\ \text{اگر}\ R_1<R_2\ \rightarrow\ P_{1\text{ مصرفی}}<P_{2\text{ مصرفی}}\qquad P=\frac{V^2}{R}\ \text{اگر}\ R_1<R_2\ \rightarrow\ P_{1\text{ مصرفی}}>P_{2\text{ مصرفی}}$$

برای مقایسه‌ی توان مصرفی دو مقاومت باید توجه داشت اگر دو مقاومت متوالی باشند جریان‌های آن‌ها برابر است و طبق رابطه‌ی $P=R\ I^2$ هر مقاومتی که اندازه بیش‌تری داشته‌باشد توان مصرفی آن بیش‌تر است ولی برای دو مقاومت موازی چون ولتاژ یکسانی دارند طبق رابطه‌ی $P=\frac{V^2}{R}$ هر مقاومتی که اندازه مقاومت آن کم‌تر باشد توان مصرفی آن بیش‌تر خواهد بود.

تست ۸. یک گرمکن الکتریکی ۵/۲۵ کیلو واتی در مدت ۱۰ دقیقه چند کیلوگرم آب را از دمای $20^\circ C$ به $70^\circ C$ می‌رساند در صورتی که ۸۰ درصد انرژی خود را به آب بدهد؟ (آب $C=4200\ J/kg.^\circ C$)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱/۲ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\frac{80}{100}Pt=mc\Delta\theta\ \Rightarrow\ \frac{80}{100}\times5250\times600=m\times4200\times50\Rightarrow m=\frac{80\times5250\times6}{4200\times50}\Rightarrow m=12kg$$

تست ۹. اگر یک لامپ با مشخصات ۲۲۰V و ۱۰۰w را به جای برق ۲۲۰V به برق ۱۱۰V ببندیم توان مصرفی آن چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) صفر ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\frac{P'}{P}=(\frac{V'}{V})^2\ \Rightarrow\ \frac{P'}{100}=(\frac{110}{220})^2\Rightarrow P'=25(w)$$

پس ۷۵٪ کاهش در توان مصرفی داریم.

تست ۱۰. یکای معادل $\frac{\text{ولت مربع}}{\text{اهم}}$ معادل با کدام گزینه است؟

۱) ژول ۲) $\frac{\text{ژول} \times \text{کولن}}{\text{آمپر}}$ ۳) آمپر × اهم ۴) $\frac{\text{ژول} \times \text{آمپر}}{\text{کولن}}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$\frac{\text{ولت مربع}}{\text{اهم}}$ یکای توان می‌باشد از طرفی $\frac{\text{ژول} \times \text{آمپر}}{\text{کولن}}$ معادل $\frac{\text{ژول}}{\text{ثانیه}}$ می‌باشد. که یکای آن هم‌یکای توان است.

نیروی محرکه‌ی مولد

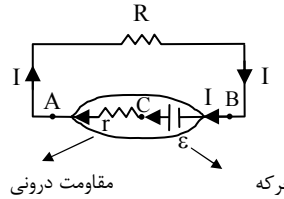
همان‌طور که اشاره گردید بارهای الکتریکی هنگام عبور از مولد انرژی می‌گیرند، مقدار انرژی که مولد به واحد بار الکتریکی می‌دهد تا در مدار گردش کند، نیروی محرکه مولد گفته می‌شود که آن‌را با ε نشان می‌دهیم و واحد آن ولت است.

$$\Delta U = q\ \Delta V \Rightarrow \Delta U = \Delta V = \varepsilon \quad (q = +1c)$$

تغییر انرژی بار = مقدار انرژی که باتری به بار داده است.

انرژی داده شده به بار

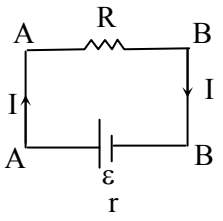
هر باتری علاوه بر نیروی محرکه‌ای که برای تأمین انرژی دارد دارای مقاومت درونی r نیز می‌باشد، چرا که کربن و روی مورد استفاده در باتری خودشان در برابر عبور جریان مقاومت از خود نشان می‌دهند، پس می‌توان یک باتری را به‌صورت زیر مدل کرد.



مقاومت درونی — نیروی محرکه

$$\left.\begin{aligned} V_C - V_B &= \varepsilon \\ V_C - V_A &= rI \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{\text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری که دو سر مصرف کننده هم می‌افتد.}} = \varepsilon - \underbrace{rI}_{\text{افت پتانسیل در باتری}}$$

در دو سر مصرف کننده **R** اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ می‌افتد.



$$\left.\begin{aligned} V_A - V_B &= \varepsilon - rI \\ V_A - V_B &= RI \end{aligned}\right\} \rightarrow RI = \varepsilon - rI \Rightarrow I(R+r) = \varepsilon$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

شدت جریان مدار

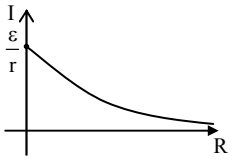
$V = RI \rightarrow V = \frac{R\varepsilon}{R+r} \rightarrow V < \varepsilon$ اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت

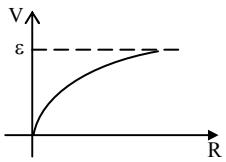
یا اختلاف پتانسیل دوسر باتری

پس اختلاف پتانسیل دوسر باتری به R بستگی دارد.

از روابط فوق می‌توان نمودارهای زیر را رسم کرد:

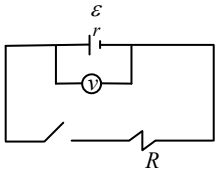
$$R \to \infty \Rightarrow \begin{cases} I \to 0 \\ V \to \varepsilon \end{cases}$$





پس نیروی محرکه باتری برابر اختلاف پتانسیل دوسر باتری است، هنگامی از آن جریانی عبور نکند.

تست ۱۱. در مدار شکل زیر وقتی کلید باز است ولت‌متر ۱۰ ولت و وقتی کلید بسته است ۸ ولت را نشان می‌دهد نسبت $\frac{R}{r}$ کدام است؟



۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵
۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

وقتی کلید باز است ولتمتر ε را نشان می‌دهد و وقتی کلید بسته می‌شود ولتمتر $\frac{R\varepsilon}{R+r}$ را نشان می‌دهد پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \varepsilon = 10\,(V) \\ \dfrac{R\varepsilon}{R+r} = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{10R}{R+r} = 8 \Rightarrow 10R = 8R + 8r \Rightarrow 2R = 8r \Rightarrow \frac{R}{r} = 4$$

تست ۱۲. مولدی را یک بار به مقاومت ۹ اهمی و بار دیگر به یک مقاومت ٤ اهمی متصل می‌کنیم در هر دو حالت در یک مدت معین به یک اندازه گرما در آن‌ها تولید می شود مقاومت درونی مولد چند اهم است؟

۱) ۲/۲۵ ۲) ۶ ۳) ۴/۵ ۴) ۶/۷۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$w_1 = w_2 \Rightarrow R_1 I_1^2 t = R_2 I_2^2 t \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2$$

$$\Rightarrow 9\left(\frac{\varepsilon}{9+r}\right)^2 = 4\left(\frac{\varepsilon}{4+r}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{(9+r)^2} = \frac{4}{(4+r)^2} \Rightarrow \frac{3}{9+r} = \frac{2}{4+r} \Rightarrow 3r + 12 = 18 + 2r \Rightarrow r = 6(\Omega)$$

تست ۱۳. اگر افت پتانسیل در یک پیل، $\frac{1}{3}$ نیروی محرکه پیل باشد مقاومت خارجی مدار چند برابر مقاومت درونی پیل است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$e = rI = \frac{1}{3}\varepsilon \Rightarrow r\frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{1}{3}\varepsilon \Rightarrow \frac{r}{R+r} = \frac{1}{3} \Rightarrow R + r = 3r \Rightarrow R = 2r$$

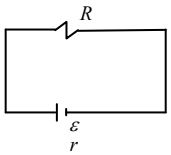
توان مولد

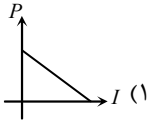
$$P = VI = (\varepsilon - rI)\, I = \underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان تولیدی باتری}} - \underbrace{rI^2}_{\text{توان تلف شده در باتری به صورت گرما}}$$

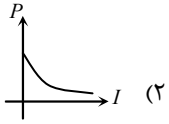
مصرفی در مقاومت خارجی یا توان مفید باتری

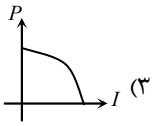
بازده مولد $Ra = \dfrac{\text{توان مفید}}{\text{توان تولیدی}} = \dfrac{\varepsilon I - rI^2}{\varepsilon I} = \dfrac{\varepsilon - rI}{\varepsilon} = \dfrac{V}{\varepsilon} = \dfrac{RI}{(R+r)I} = \dfrac{R}{R+r}$

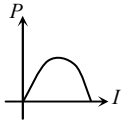
تست ۱۴. کدام گزینه نمودار توان مفید مولد را برحسب شدت جریان مدار شکل زیر درست نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

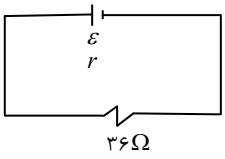
پاسخ: گزینه‌ی ۴

طبق رابطه‌ی $P = \varepsilon I - r I^{۲}$ واضح است که نمودار P برحسب I یک سهمی می‌باشد که چون ضریب درجه ۲ منفی است این سهمی ماکزیمم دارد از طرفی چون به ازاء $I = ۰$ داریم: $P = ۰$ پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

تست ۱۵. اگر بازده باتری در مدار مقابل ۹۰ درصد باشد مقاومت درونی آن چند اهم است؟

۱) ۲ ۲) ۴

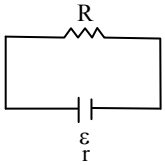
۳) ۶ ۴) ۸



پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\text{بازده باتری} = \frac{R}{R+r} \Rightarrow \frac{۹۰}{۱۰۰} = \frac{۳۶}{۳۶+r}$$
$$\Rightarrow r = ۴(\Omega)$$

مثال ۳. در مدار شکل زیر ثابت کنید توان مصرفی در مقاومت R هنگامی ماکزیمم است که $R = r$ باشد. در این حالت توان مصرفی را محاسبه کنید و هم‌چنین نشان دهید. در این حالت بازده ماکزیمم نیست بلکه ۵۰٪ است؟



حل:

$$\underset{\text{مصرفی در } R}{P} = \underset{\text{مفید باتری}}{P} = \underset{\text{مقادیر ثابت}}{\varepsilon I - r I^{۲}}$$

رابطه‌ی فوق نشان می‌دهد که توان مصرفی تابعی درجه دوم از I است، که ضریب جمله درجه دوم آن منفی است، پس ماکزیمم دارد:

$$\left.\begin{array}{l} \text{شرط ماکزیمم شدن } P: \dfrac{dP}{dI} = ۰ \rightarrow \varepsilon - ۲rI = ۰ \rightarrow I = \dfrac{\varepsilon}{۲r} \\ \text{از طرفی داشتیم } I = \dfrac{\varepsilon}{r+R} \end{array}\right\} \Rightarrow R = r$$

$$P_{max} = \varepsilon\left(\frac{\varepsilon}{۲r}\right) - r\left(\frac{\varepsilon}{۲r}\right)^{۲} \rightarrow P_{max} = \frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$$

$$Ra = \frac{R}{r+R} \xrightarrow{\text{در این حالت}} Ra = \frac{r}{r+r} = \frac{۱}{۲} \rightarrow Ra\% = ۵۰\%$$

تمرین ۱– ۹

۱. اگر ابعاد یک رسانای فلزی مکعب شکل ۵ برابر شود مقاومت الکتریکی آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۵ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) ۲۵ ۴) $\frac{۱}{۲۵}$

۲. دمای یک مقاومت فلزی را چند درجه‌ی سلسیوس کاهش دهیم تا مقاومت آن نسبت به حالت قبل ۰/۵ درصد کاهش یابد؟ (ضریب دمایی مقاومت $\alpha = ۴\times ۱۰^{-۴}\frac{۱}{^\circ C}$ است)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

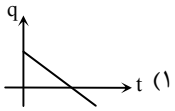
۳. اگر سیمی را از حدیده عبور دهیم طوری که شعاع سطح مقطع آن **n** برابر شود در این صورت مقاومت الکتریکی آن چند برابر می‌شود؟

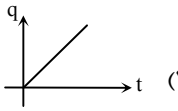
۱) n ۲) $n^۲$ ۳) $\frac{۱}{n^۲}$ ۴) $\frac{۱}{n^۴}$

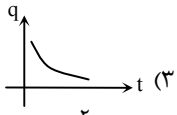
۴. کیلو آمپر ساعت یکای چه کمیتی است؟

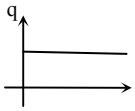
۱) انرژی الکتریکی مصرفی ۲) توان الکتریکی مصرفی ۳) شدت جریان الکتریکی ۴) بار الکتریکی

۵. کدام‌یک از نمودارهای زیر، نمودار بار الکتریکی شارش شده از یک مقطع رسانا برحسب زمان در جریان الکتریکی مستقیم است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶. معادله‌ی بار الکتریکی برحسب زمان در یک رسانا در SI به صورت $q = ۲t^۲ + ۳$ است شدت جریان الکتریکی متوسط گذرنده از رسانا در ثانیه‌ی چهارم چند آمپر است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

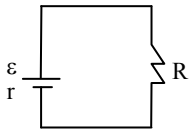
۷. توان یک بخاری برقی با اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۰۰ ولت برابر ۱/۵ کیلو وات است اگر این بخاری به مدت ۲ ساعت به اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت وصل شود چند کولن بار الکتریکی در آن شارش می‌کند؟

۱) $۵/۴\times ۱۰^۳$ ۲) $۵/۴\times ۱۰^۴$ ۳) $۱/۰۸\times ۱۰^۶$ ۴) $۱/۰۸\times ۱۰^۵$

۸. اگر دو لامپ مشابه ۲۰۰V و ۱۰۰w را سری کرده و به ولتاژ ۲۰۰V متصل کنیم توان مجموع آنها چند وات خواهد شد؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۹. در شکل زیر توان تولیدی مولد ۲ برابر توان مصرفی مقاومت خارجی **R** است در این صورت $\frac{R}{r}$ کدام است؟

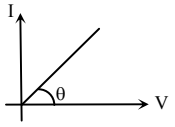


۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۰. نسبت مقاومت یک لامپ ۱۰۰ وات ۲۲۰ ولتی به مقاومت یک لامپ ۶۰ وات ۲۲۰ ولتی کدام است؟

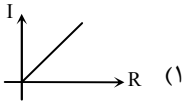
۱) $\frac{۹}{۲۵}$ ۲) $\frac{۲۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

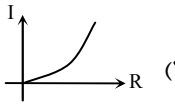
۱۱. نمودار $I-V$ قطعه سیم فلزی در دمای ثابت به صورت شکل زیر است با چه تغییری در مدار می‌توان زاویه‌ی θ را زیاد کرد؟

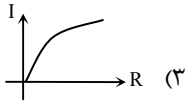


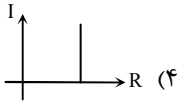
۱) اختلاف پتانسیل دو سر سیم را افزایش دهیم. ۲) طول سیم را زیاد کنیم.
۳) طول سیم را کم کنیم ۴) سطح مقطع سیم را کم کنیم..

۱۲. مقاومتی را در نظر بگیرید که از قانون اهم پیروی می‌کند کدام نمودار درست است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۳. دمای سیمی با مقاومت ویژه‌ی $۱۰^{-۶}\Omega.m$ و ضریب دمای $\frac{۱}{۲۵۰}k^{-۱}$ را **۱۰۰k** افزایش می‌دهیم مقاومت ویژه‌ی سیم در دمای جدید چند اهم – متر است؟

۱) $۰/۴\times۱۰^{-۶}$ ۲) $۰/۶\times۱۰^{-۶}$ ۳) $۱/۴\times۱۰^{-۶}$ ۴) $۱/۶\times۱۰^{-۶}$

۱۴. ضریب دمای مقاومت ویژه‌ی آلیاژ نیکروم $۴\times۱۰^{-۴}k^{-۱}$ است دمای سیمی از جنس نیکروم را از $۲۲^{\circ}C$ به چند کلوین برسانیم تا مقاومت آن ۱۰ درصد افزایش یابد؟

۱) ۵۲۳ ۲) ۵۴۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۲۷۲

۱۵. دو رشته سیم A و B با طول‌های مساوی داریم که مقاومت الکتریکی آنها نیز با هم برابر است اگر مقاومت ویژه سیم A دو برابر مقاومت ویژه سیم B باشد نسبت قطر سیم A به قطر سیم B برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۱۶. توان مفید مولدی به مشخصات $\begin{vmatrix}\varepsilon=۱۰V\\ r=۲\Omega\end{vmatrix}$ وقتی که به دو سر یک مقاومت ۸Ω بسته می‌شود چقدر است؟

۱) ۸w ۲) ۱۰w ۳) ۲w ۴) صفر

۱۷. جرم یک سیم چهار برابر جرم سیم دیگری از همان جنس است اگر قطر سیم اول نصف قطر سیم دوم باشد مقاومت الکتریکی آن چند برابر مقاومت الکتریکی سیم دوم است؟

۱) ۶۴ ۲) ۱۶ ۳) ۸ ۴) ۴

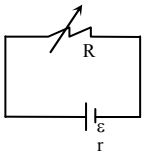
۱۸. معادله‌ی بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع مداری برحسب زمان در دستگاه **SI** به صورت $q=۰/۱\sin(۱۰۰t+\frac{\pi}{۳})$ است بیشینه شدت جریان عبوری از مدار چند آمپر است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۱ ۴) ۱۰

۱۹. حلقه‌های رنگی یک مقاومت الکتریکی کربنی از چپ به راست به ترتیب نارنجی، سیاه و قهوه‌ای می‌باشند اندازه‌ی این مقاومت چقدر است؟ (کد مربوط به رنگ‌های نارنجی، سیاه و قهوه‌ای به ترتیب ۳ و ۰ و ۱ می‌باشد)

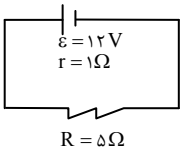
۱) ۱۳۰Ω ۲) ۳۱Ω ۳) ۳۰۱Ω ۴) ۳۰۰Ω

۲۰. در مدار شکل زیر، ماکزیمم توان گرمایی مصرفی مقاومت **R** برابر است با:



۱) $\frac{\varepsilon^{۲}}{r}$ ۲) $\frac{۲\varepsilon^{۲}}{r}$ ۳) $\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$ ۴) $\frac{\varepsilon^{۲}}{۲r}$

۲۱. در مدار زیر آهنگ تولید انرژی الکتریکی توسط مولد و آهنگ اتلاف انرژی در مولد برحسب وات به ترتیب از راست به چپ عبارتند از:

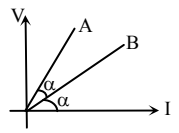


۱) ۱۲ و ۲ ۲) ۱۲ و ۱۰
۳) ۲۴ و ۴ ۴) ۲۴ و ۲۰

۲۲. یک لامپ ۱۲ ولتی با توان ۶۰ وات، ۲ ساعت روشن است بار الکتریکی شارش شده در آن در مدت ۲ ساعت چند آمپر ساعت است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۲۳. شکل زیر نمودار ولتاژ دو مقاومت را برحسب جریان آنها نشان می‌دهد کدام رابطه در مورد مقاومت‌ها صحیح است؟

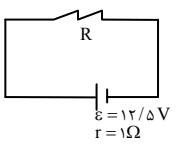


۱) $R_A<R_B$ ۲) $۲R_B>R_A>R_B$
۳) $R_A>۲R_B$ ۴) $R_A=۲R_B$

۲۴. هنگامی‌که از یک باتری جریان **۵(A)** می‌گذرد توان خروجی آن ۱۰w و وقتی جریان **۱۰A** می‌گذرد توان خروجی آن **۱۵w** می‌شود نیروی محرکه‌ی باتری چند ولت است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

۲۵. در مدار روبرو بازده مولد ۸۰ درصد است توان مفید مولد چند وات است؟

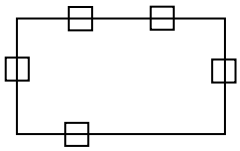


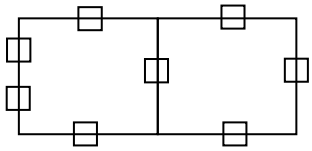
۱) ۲۵ ۲) ۲۰
۳) ۱۵ ۴) ۱۰

جلسه‌ی شانزدهم

☜ مدارهای تک‌حلقه

هر مسیر بسته در مدارهای الکتریکی را یک حلقه می‌گوییم، حال اگر مدار فقط یک مسیر بسته داشته‌باشد، به آن مدار تک‌حلقه و اگر شامل چند مسیر بسته باشد به آن مدار چندحلقه گفته می‌شود.


مدار تک حلقه

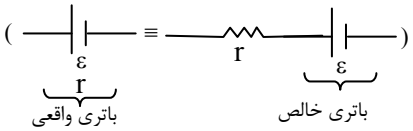

مدار چند (۳) حلقه

حال به بررسی مدار تک‌حلقه می‌پردازیم:

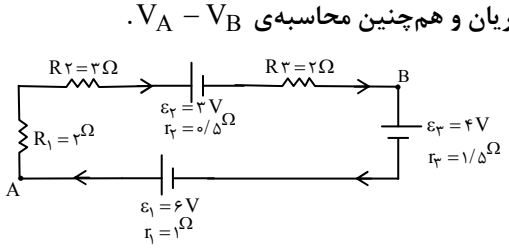
در هر مدار هدف به‌دست‌آوردن جریان گذرنده از عناصر مختلف و اختلاف پتانسیل بین نقاط دلخواه می‌باشد. در مدار تک‌حلقه شدت جریان تمام عناصر با هم برابر است چون به صورت متوالی بسته شده‌اند برای محاسبه‌ی شدت جریان در یک مدار تک‌حلقه از قواعد زیر کمک می‌گیریم:

۱- ابتدا تعیین جهت جریان: هر باتری تمایل دارد جریان از قطب مثبتش خارج شود، به همین دلیل ε مربوط به باتری‌هایی که تمایل دارند جریان در مدار ساعت‌گرد باشد را با هم جمع می‌کنیم، همچنین ε مربوط به باتری‌هایی را که تمایل دارند جریان در مدار پاد ساعت‌گرد باشد را نیز با هم جمع می‌کنیم هرکدام بیش‌تر بود، جهت جریان را تعیین می‌کند.

۲- برای محاسبه‌ی مقدار جریان: از یک نقطه‌ی دلخواه مدار شروع می‌کنیم و درجهت جریان حرکت می‌کنیم، تا به همان نقطه برگردیم، هنگام عبور از مقاومت R پتانسیل به‌اندازه‌ی RI کاهش می‌یابد و هنگام عبور از مقاومت r پتانسیل به‌اندازه‌ی rI کم می‌شود. هم‌چنین هنگام عبور از باتری خالص اگر از قطب مثبت به طرف قطب منفی برویم، پتانسیل به اندازه‌ی ε کم می‌شود و بالعکس اگر از قطب منفی به طرف قطب مثبت حرکت کنیم پتانسیل به‌اندازه ε زیاد می‌شود.



مثال ۴. در مدار تک‌حلقه‌ی شکل زیر مطلوب است مقدار شدت جریان و هم‌چنین محاسبه‌ی $V_A - V_B$.



حل:

$$V_A - ۲I - ۳I + ۳ - ۰/۵I - ۲I - ۱/۵I - ۴ - ۱I + ۶ = V_A \Rightarrow ۱۰I = ۵ \Rightarrow I = ۰/۵A$$

$$V_A - ۲I - ۳I + ۳ - ۰/۵I - ۲I = V_B$$

$$V_A - V_B = ۷/۵I - ۳ \Rightarrow V_A - V_B = ۰/۷۵V$$

نکته‌ی ۱.

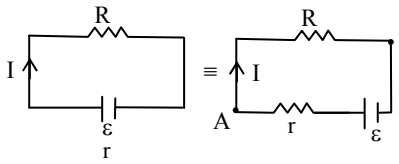
در مدار تک‌حلقه: اگر جریان ساعت‌گرد باشد:

$$I = \frac{\overset{\curvearrowright}{\sum \varepsilon} - \overset{\curvearrowleft}{\sum \varepsilon}}{\sum R + \sum r}$$

و اگر پاد ساعت‌گرد باشد:

$$I = \frac{\sum \varepsilon \text{ (ساعت‌گرد)} - \sum \varepsilon \text{ (پاد ساعت‌گرد)}}{\sum R + \sum r}$$

حالت خاص: بررسی مدار ساده‌ی شکل زیر:



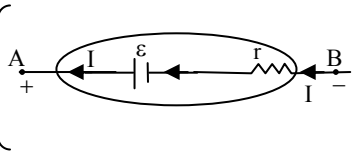
$$V_A - RI + \varepsilon - rI = V_A$$

$$\left.\begin{matrix} V = \varepsilon - rI \\ V = RI \end{matrix}\right\} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$(R+r)\,I = \varepsilon \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

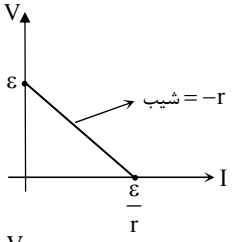
در مداری که حل کردیم (مثال ۴) مشاهده می‌شود که جریان از قطب مثبت باتری‌های ۱ و ۲ خارج می‌شود و به قطب مثبت بـاتری ۳ وارد می‌شود، در این‌گونه موارد می‌توان نوشت:

اگر جریان از قطب مثبت باتری خارج شود

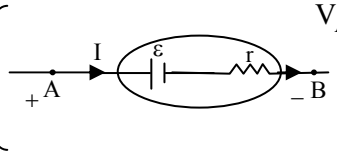


قبلا داشتیم $V_A - V_B = \varepsilon - rI$:

دوسر باتری $V = \varepsilon - rI$

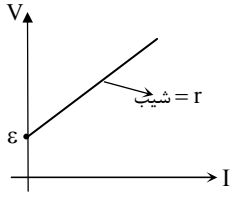


اگر جریان به قطب مثبت باتری وارد شود

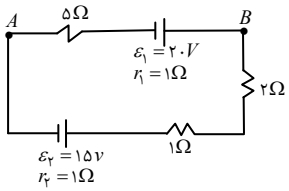


$$V_A - \varepsilon - rI = V_B \Rightarrow V_A - V_B = \varepsilon + rI$$

$\Rightarrow$ **دوسر باتری** $V = \varepsilon + rI$



تست ۱۶. در مدار شکل زیر $V_A - V_B$ چند ولت است.



۱) ۰/۷۵ ۲) -۰/۷۵

۳) -۱۷ ۴) ۱۷

پاسخ : گزینه‌ی ۳

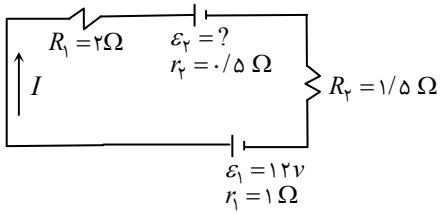
با توجه به مقدار $\varepsilon_2, \varepsilon_1$ مشخص می شود که جریان در مدار ساعتگرد است و داریم:

$$I = \frac{۲۰-۱۵}{۵+۱+۲+۱+۱} = \frac{۵}{۱۰} = ۰/۵(A)$$

حال می‌توان نوشت:

$$V_A - (۵\times ۰/۵) + ۲۰ - (۱\times ۰/۵) = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -۱۷$$

تست ۱۷. در شکل زیر توان مصرفی مقاومت R_1 برابر ۸ وات است با توجه به جهت جریان الکتریکی مدار، نیـروی محرکه باتری ε_2 و اختلاف پتانسیل دو سر آن به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟



۱) ۲ و ۳

۲) ۲ و ۱

۳) ۴ و ۲

۴) ۴ و ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۱

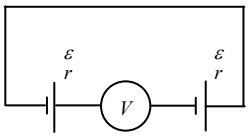
با توجه به جهت جریان داریم:

$$\left.\begin{matrix} I = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{۱+۲+۰/۵+۱/۵} \\ \text{از طرفی } ۸ = ۲I^2 \Rightarrow I = ۲(A) \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۲-\varepsilon_2}{۵} \Rightarrow \varepsilon_2 = ۲(v)$$

از طرفی چون جریان از قطب مثبت باتری $\varepsilon_۲$ وارد باتری می‌شود خواهیم داشت:

$$V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲I_۲ = ۲ + (۰/۵)(۲) \Rightarrow v_۲ = ۳(v)$$

تست ۱۸. در مدار شکل زیر ولت‌سنج ایده‌آل چه عددی را نشان می‌دهد.

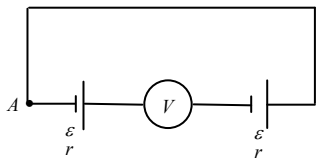


۱) صفر ۲) ۲ε

۳) ε ۴) $\frac{\varepsilon}{۲}$

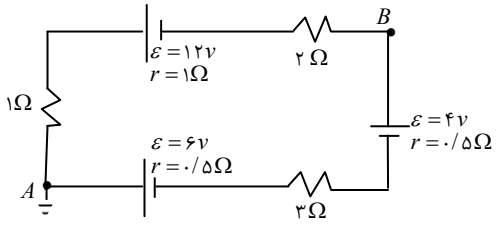
پاسخ: گزینه‌ی ۲

چون ولت‌سنج ایده‌آل است پس جریان مدار صفر می‌شود حال با نوشتن یک معادله حلقه داریم:



$$V_A - \varepsilon + V - \varepsilon = V_A \Rightarrow V = ۲\varepsilon$$

تست ۱۹. در مدار شکل زیر پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی B چند ولت است؟



۱) ۷-

۲) ۵-

۳) ۵

۴) ۷

پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به جهت قطب‌های باتری‌ها و اندازه نیروی محرکه آن‌ها واضح است که جریان در مدار پادساعتگرد است و داریم:

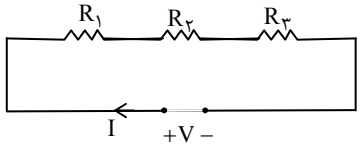
$$I = \frac{۴ + ۱۲ - ۶}{۰/۵ + ۲ + ۱ + ۱ + ۰/۵ + ۳} = \frac{۱۰}{۸} = ۱/۲۵\ (A)$$

$$V_B - (۲ \times ۱/۲۵) + ۱۲ - (۱ \times ۱/۲۵) - (۱ \times ۱/۲۵) = V_A$$

$$V_B + ۱۲ - ۵ = ۰ \Rightarrow V_B = -۷(V)$$

به‌هم بستن مقاومت‌ها

۱- به‌هم بستن سری یا متوالی:



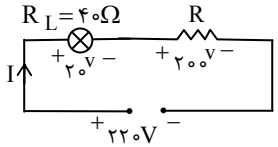
$$I_۱ = I_۲ = I_۳ = I \rightarrow \begin{cases} V_۱ = R_۱ I \\ V_۲ = R_۲ I \\ V_۳ = R_۳ I \end{cases} +$$

$$V = V_۱ + V_۲ + V_۳ = I\,(R_۱ + R_۲ + R_۳)$$

$$\frac{V}{I} = R_۱ + R_۲ + R_۳ \qquad R_{eq} \text{ یا } R_T = R_۱ + R_۲ + R_۳$$

مثال ۵. می‌خواهیم یک لامپ ۱۰w , ۲۰v را با استفاده از برق ۲۲۰v روشن کنیم برای این کار مقاومتی را با لامپ به‌طور متوالی در مدار قرار می‌دهیم. اندازه‌ی این مقاومت برحسب اهم و توانی که در آن مصرف می‌شود، برحسب وات چقدر می‌باشد؟

حل:

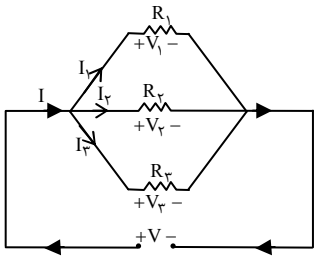


مقاومت لامپ $R_L = \frac{V^2}{P} = ۴۰\Omega$

$$\left.\begin{matrix} R_L \ \ I=۲۰ \\ R \ \ I=۲۰۰ \end{matrix}\right\} \ \frac{R_L}{R} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۴۰}{R} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow R = ۴۰۰\ \Omega$$

$$P_R = \frac{V^2}{R} = \frac{(۲۰۰)^2}{۴۰۰} \Rightarrow \ P_R = ۱۰۰w$$

۲- به‌هم بستن موازی یا انشعابی:



$$V_۱ = V_۲ = V_۳ = V$$

$$\left.\begin{matrix} I_۱ = \frac{V_۱}{R_۱} \\ I_۲ = \frac{V_۲}{R_۲} \\ I_۳ = \frac{V_۳}{R_۳} \end{matrix}\right. \Rightarrow \left\{\begin{matrix} I_۱ = \frac{V}{R_۱} \\ I_۲ = \frac{V}{R_۲} \\ I_۳ = \frac{V}{R_۳} \end{matrix}\right.$$

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ \ \rightarrow I = \frac{V}{R_۱} + \frac{V}{R_۲} + \frac{V}{R_۳} \ \rightarrow I = V\ (\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳})$$

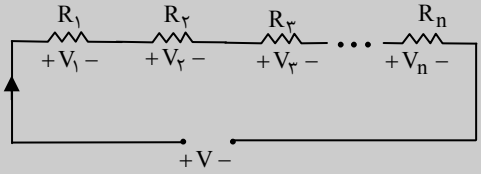
$$\Rightarrow \frac{I}{V} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} \Rightarrow \boxed{\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}}$$

نکته‌ی ۲. در اتصال متوالی n مقاومت داریم: $R_T = R_۱ + R_۲ + ...R_n$

یعنی هرچه تعداد مقاومت‌های متوالی بیش‌تر شود، مقاومت کل افزایش می‌یابد. علاوه بر آن داریم:

$R_T > R_i \qquad i = ۱,۲,...,n$

نکته‌ی ۳. تقسیم ولتاژ در به‌هم بستن متوالی:



$$I_۱ = I_۲ = ... = I_n = I$$

$$\frac{V_۱}{R_۱} = \frac{V_۲}{R_۲} = ... = \frac{V_n}{R_n} = \frac{V}{R_T} \Rightarrow V_i = \frac{R_i}{R_T}\ V \Rightarrow \boxed{V_i = \frac{R_i}{R_۱ + R_۲ + ... + R_n} V}$$

نکته‌ی ۴. در اتصال موازی مقاومت‌ها: $\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + ... + \frac{۱}{R_n}$

پس هرچقدر تعداد مقاومت‌ها زیاد شود $\frac{۱}{R_T}$ زیاد شده و درنتیجه R_T کم می‌شود، علاوه بر آن داریم:

$$\frac{۱}{R_T} > \frac{۱}{R_i} \quad i = ۱,۲,...n \ \rightarrow \ \boxed{R_T < R_i \quad i = ۱,۲,...n}$$

تست ۲۰. مداری شامل چند لامپ موازی و یک باتری است، هرچقدر تعداد لامپ‌ها زیاد می‌شود کدام کمیت افزایش می‌یابد؟

۱) افت پتانسیل در باتری ۲) اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۳) نیروی محرکه مولد ۴) توان مصرفی هر لامپ

پاسخ: گزینه‌ی ۱

نیروی محرکه مولد (ε) **مقدار ثابتی است با افزایش تعداد لامپ‌ها، تعداد مقاومت‌های موازی افزایش می‌یابد پس طبق نکته فوق** R_T **کاهش می‌یابد و داریم:**

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T\downarrow+r}\quad\Rightarrow\quad I\uparrow$$

افت پتانسیل باتری افزایش می‌یابد.

$$e=rI\uparrow\rightarrow e\uparrow$$

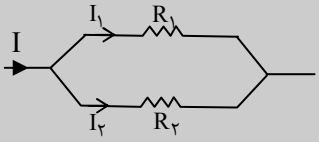
اختلاف پتانسیل دوسر باتری کاهش می‌یابد.

$$V=\varepsilon-rI\uparrow\Rightarrow V\downarrow$$

توان مصرفی هر لامپ کاهش می‌یابد.

توان لامپ i ام $P_i=\frac{V^2\downarrow}{R_i}\Rightarrow P_i\downarrow$

نکته‌ی ۵. تقسیم جریان بین مقاومت‌های موازی:

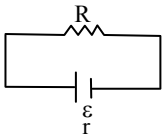


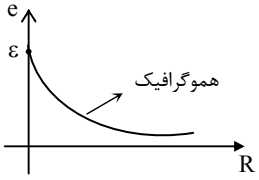
$$\boxed{I_1+I_2=I}\qquad(I)$$

$$V_1=V_2\rightarrow\boxed{R_1\ I_1=R_2\ I_2}\qquad(II)$$

$$\xrightarrow{I\ ,\ II}\boxed{I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I}\quad,\quad\boxed{I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I}$$

مثال ۶. در مدار شکل زیر نمودار تغییرات افت پتانسیل در باتری نسبت به تغییرات R **را رسم کنید؟**

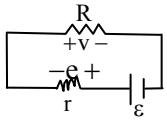




$$\left.\begin{aligned}e&=rI\\I&=\frac{\varepsilon}{r+R}\end{aligned}\right\}\Rightarrow e=\frac{r\varepsilon}{R+r}\quad\begin{cases}R=0\rightarrow e=\varepsilon\\R\rightarrow\infty\rightarrow e=0\end{cases}$$

حل:

e **برحسب** R **هموگرافیک است.**

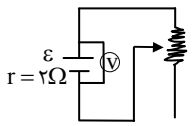


$$\left.\begin{aligned}e=rI&\rightarrow e=r\frac{\varepsilon}{R+r}\\V=RI&\rightarrow V=R\frac{\varepsilon}{R+r}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\boxed{\frac{e}{V}=\frac{r}{R}}\quad,\quad\boxed{e+V=\varepsilon}$$

$$\begin{cases}R=0\Rightarrow\dfrac{e}{V}=\infty\Rightarrow V=0\Rightarrow e=\varepsilon\\R\rightarrow\infty\Rightarrow\dfrac{e}{V}=0\Rightarrow e=0\Rightarrow V=\varepsilon\end{cases}$$

مثال ۷. در مدار شکل زیر مقاومتی از رئوستا که در مدار است 20Ω **است. مقاومت رئوستا را به چند اهم کاهش دهیم تا ولت متر** $\frac{1}{2}$ **مقدار اولیه را نشان دهد؟**

حل:



$$V=RI\rightarrow\boxed{V=\frac{\varepsilon R}{r+R}}$$

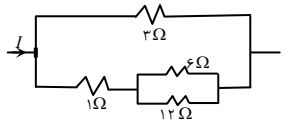
حالت اول $V=\frac{20\varepsilon}{20+2}=\frac{20\varepsilon}{22}$

حالت دوم $V=\frac{x\ \varepsilon}{x+2}$

$$\left.\begin{aligned}V=\frac{20\varepsilon}{22}\\V=\frac{x\ \varepsilon}{x+2}\end{aligned}\right\}\frac{x\varepsilon}{x+2}=\frac{1}{2}\times\frac{20\varepsilon}{22}\Rightarrow\frac{x}{x+2}=\frac{10}{22}\Rightarrow10x+20=22x\Rightarrow\boxed{x=\frac{5}{3}\ \Omega}$$

x = مقاومت رئوستا در حالت دوم

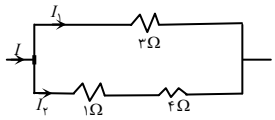
تست ۲۱. اگر در مدار شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱ اهمی برابر ۳ ولت باشد I چند آمپر است؟



۱) ۳ ۲) ۵
۳) ۸ ۴) ۱۲

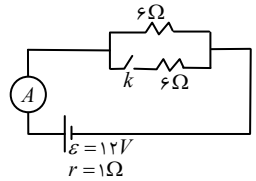
پاسخ: گزینه‌ی ۳

مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



$$۱\times I_۲ = ۳ \Rightarrow I_۲ = ۳(A)$$
$$۵I_۲ = ۳I_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳I_۱ \Rightarrow I_۱ = ۵(A)$$
$$I = I_۱ + I_۲ = ۵ + ۳ \Rightarrow I = ۸(A)$$

تست ۲۲. در شکل زیر وقتی کلید k باز است آمپرسنج مقدار $I_۱$ و وقتی کلید بسته می‌شود $I_۲$ را نشان می‌دهد نسبت $\frac{I_۱}{I_۲}$ کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$
۳) $\frac{۳۶}{۷}$ ۴) $\frac{۷}{۳۶}$

پاسخ : گزینه‌ی ۲

هنگام باز بودن کلید مقاومت معادل مدار ۶Ω است و داریم:

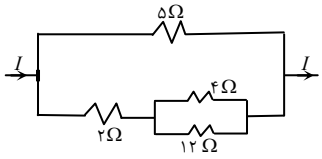
$$I_۱ = \frac{۱۲}{۶+۱} \Rightarrow I_۱ = \frac{۱۲}{۷}$$

هنگام بسته شدن کلید مقاومت معادل برابر $۶\Omega \| ۶\Omega = ۳\Omega$ می‌شود پس:

$$I_۲ = \frac{۱۲}{۳+۱} = ۳$$

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{\frac{۱۲}{۷}}{۳} = \frac{۱۲}{۲۱} = \frac{۴}{۷}$$

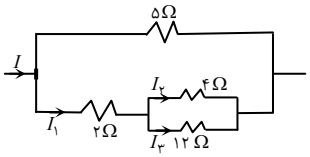
تست ۲۳. در شکل زیر اگر از مقاومت ٤Ω شدت جریان ۱/۵ آمپر عبور کند شدت جریان در مقاومت ۵Ω چند آمپر خواهد بود؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۰/۸ ۴) ۱/۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

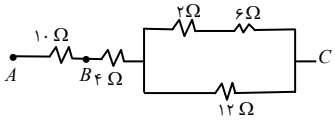
مقاومت شاخه بالایی برابر ۵Ω و مقاومت شاخه پائینی $۵\Omega = (۴ \| ۱۲) + ۲$ می‌باشد پس جریان شاخه بالایی یعنی مقاومت ۵ اهمی برابر جریان شاخه پائینی است که داریم:



$$۴I_۲ = ۱۲I_۳ \Rightarrow ۱۲I_۳ = ۶ \Rightarrow I_۳ = ۰/۵(A)$$
$$I_۱ = I_۲ + I_۳ = ۱/۵ + ۰/۵ \Rightarrow I_۱ = ۲(A)$$

پس جریان شاخه بالایی نیز $۲(A)$ می باشد.

تست ۲٤. در مدار شکل زیر توان مصرفی مقاومت ۲ اهمی برابر ۱۸ وات است اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی B و C چند ولت است؟

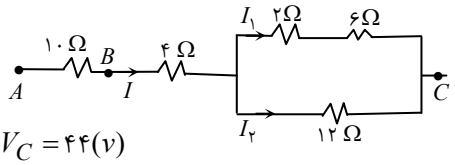


۱) ۲۲ ۲) ۴۴
۳) ۳۳ ۴) ۵۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

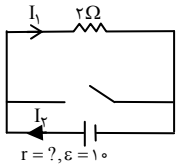
جریان‌ها را روی شکل مشخص می‌کنیم:

$$۲I_۱^۲ = ۱۸ \Rightarrow I_۱ = ۳(A)$$
$$۸I_۱ = ۱۲I_۲ \Rightarrow ۲۴ = ۱۲I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۲(A)$$
$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow I = ۵(A)$$
$$V_B - V_C = (۴\times۵) + (۱۲\times۲) = ۲۰ + ۲۴ \Rightarrow V_B - V_C = ۴۴(v)$$



مثال ۸. در مدار شکل زیر قبل از بستن کلید K، $I_۱ = I_۲ = ۴^{A}$ است، اگر کلید K را ببندیم، $I_۱$, $I_۲$ چند آمپر می‌شود؟

حل:



کلید باز $\Leftarrow$ $I_۱ = I_۲ = \dfrac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۴ = \dfrac{۱۰}{۲+r} \rightarrow r = ۰/۵^{\Omega}$

کلید بسته $\Leftarrow$ $V_{۲\Omega} = ۰ \Rightarrow I_۱ = ۰$

دو سر باتری $V = ۰ \Rightarrow \varepsilon - r\,I_۲ = ۰ \Rightarrow ۱۰ - ۰/۵\,I_۲ = ۰ \Rightarrow I_۲ = ۲۰^{A}$

آمپرسنج و ولت‌سنج

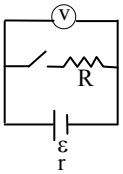
آمپرسنج و ولت‌سنج برای نشان دادن شدت جریان یک شاخه و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در مدار استفاده می‌شوند. بنابراین درحالت ایده‌آل نباید تأثیری روی مدار بگذارند بلکه فقط باید نقش نمایش‌گر داشته‌باشند، بنابراین باید

(**به‌صورت متوالی بسته می‌شود**) $R = ۰$ **آمپرسنج در حالت ایده‌آل**

(**به‌صورت موازی بسته می‌شود**) $R = ۰$ **ولت‌سنج در حالت ایده‌آل**

اگر ایده‌آل هم نباشند باز هم R آمپرسنج خیلی کم و R ولت‌سنج خیلی زیاد است.

تست ۲۵. اگر در مدار شکل زیر با باز و بسته شدن کلید K در مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر محسوسی حاصل نشود کدام‌یک از مطالب زیر درست خواهد بود.



۱) مقاومت درونی مولد ناچیز است
۲) مقاومت خارجی R ناچیز است
۳) مقاومت درونی مولد بسیار زیاد است
۴) مقاومت درونی مولد برابر R است.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

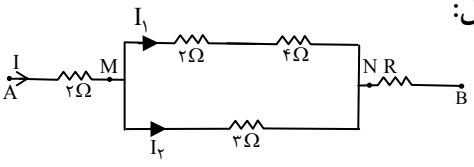
کلید باز $\Leftarrow$ $I = ۰ \Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow V_{باز} = \varepsilon$

کلید بسته $\Leftarrow$ $V = RI \Rightarrow V_{بسته} = \dfrac{R\,\varepsilon}{R+r}$

r **خیلی کوچک یا** R **خیلی بزرگ** $\rightarrow$ $V_{باز} \cong V_{بسته} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{R\,\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \dfrac{R}{R+r} \simeq ۱$

مثال ۹. در مدار شکل زیر اگر توان گرمایی در مقاومت ۴Ω برابر ۱۶w و اختلاف پتانسیل A , B برابر ۳۰(v) باشد، مقاومت R چند اهم است؟

حل:

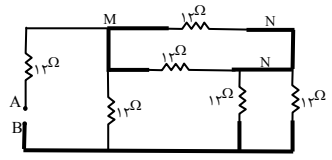


$$\left.\begin{array}{l} P = ۱۶w \Rightarrow ۴I_۱^۲ = ۱۶ \Rightarrow I_۱ = ۲A \\ V_{MN} = V_{\text{شاخه بالایی}} = ۶\times۲ = ۱۲\,V \qquad I_۲ = \dfrac{۱۲}{۳} = ۴A \end{array}\right\} \Rightarrow I = ۶A \quad \text{(۴ اهمی)}$$

$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB} \Rightarrow ۳۰ = (۶\times۲) + ۱۲ + ۶\times R \Rightarrow R = ۱^{\Omega}$$

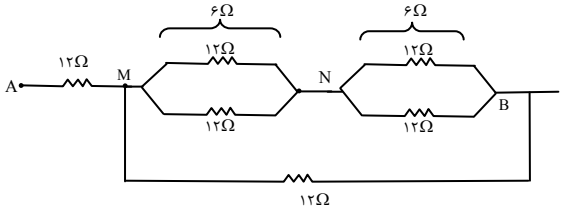
☜ روش نقطه‌گذاری در بررسی مدارها

مثال ۱۰. در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه A , B را به‌دست آورید؟



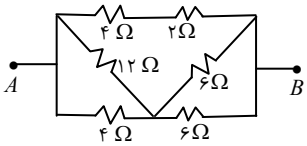
حل:

با نقطه‌گذاری انجام شده روی شکل می‌توان مدار را به‌صورت زیر نمایش داد.



$$R_T = ۱۲ + \frac{۱۲\times ۱۲}{۱۲+۱۲} = ۱۲ + ۶ \longrightarrow R_T = ۱۸\,\Omega$$

تست ۲۶. در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چند اهم است؟

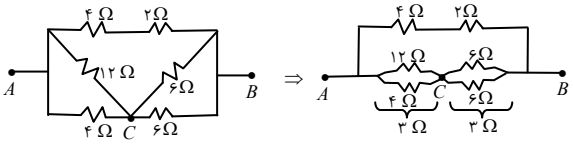


۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۸

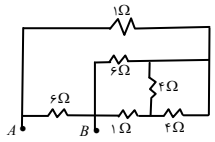
پاسخ: گزینه‌ی ۱

از روش نقطه‌گذاری می‌توان مدار را به شکل زیر ساده کرد:



$$R = (۳\Omega + ۳\Omega) \,||\, (۴\Omega + ۲\Omega) = ۶\Omega \,||\, ۶\Omega$$
$$\Rightarrow R = ۳(\Omega)$$

تست ۲۷. در مدار شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چند اهم است؟

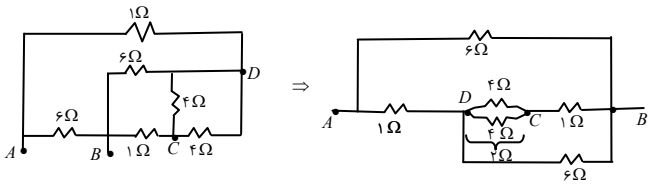


۱) $\frac{۶}{۷}$ ۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۲

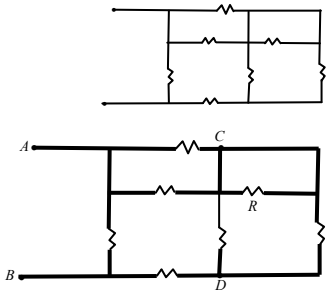
با روش نقطه‌گذاری می‌توان مدار را به شکل زیر درآورد؟



پس می‌توان نوشت:

$$R = ۶ \,||\, (۱ + ۳ \,||\, ۶) = ۶ \,||\, ۳ = \frac{۶\times ۳}{۶+۳} = \frac{۱۸}{۹} = ۲\Omega$$

تست ۲۸. در شکل مقابل همه مقاومت‌ها ۳۰ اهم هستند مقاومت معادل دو سر مدار چند اهم می باشد؟

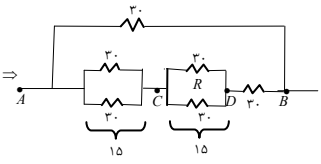


۱) ۱۰ ۲) ۱۵

۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با روش نقطه‌گذاری می‌توان مدار را ساده کرد داریم:

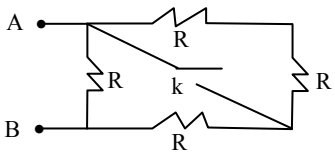


در شکل دو سر R به هم وصل هستند پس از مدار خارج می‌شود چون اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است.

$$R_T = \frac{۳۰\times ۶۰}{۳۰+۶۰} \Rightarrow R_T = ۲۰(\Omega)$$

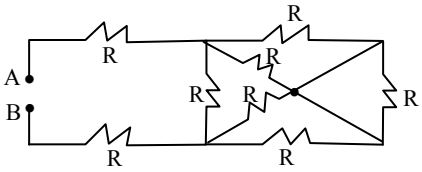
تمرین ۲– ۹

۲۶. در شکل زیر هنگامی که کلید بسته است مقاومت معادل بین نقاط A و B برابر R_1 و هنگامی که کلید باز است مقاومت معادل R_2 است در این صورت نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۲۷. مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B در شکل زیر چقدر است؟

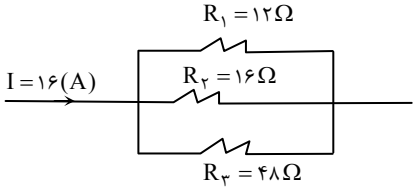


۱) R
۲) $۱/۵R$
۳) $۲R$
۴) $۲/۵R$

۲۸. سه مقاومت مشابه ۱۲Ω داریم از به هم بستن آنها کدام مقاومت معادل را نمی‌توان بدست آورد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۲۹. در مدار شکل زیر، از مقاومت R_2 چند آمپر جریان می‌گذرد؟

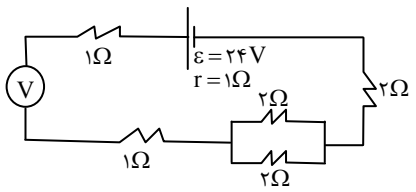


۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۶

۳۰. اگر مقاومت ۲Ω به یک مولد وصل شود جریان $۰/۵(A)$ از آن عبور می‌کند و هنگامی که مقاومت ۵Ω به همان مولد وصل شود جریان $۰/۲۵(A)$ در مدار جاری خواهد شد در این صورت مقاومت درونی مولد چند اهم است؟

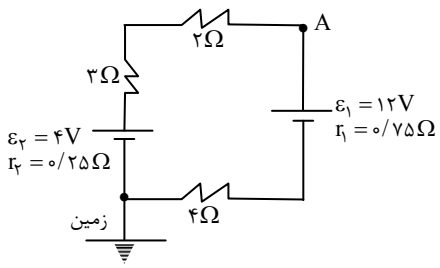
۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۳۱. در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان می‌دهد؟



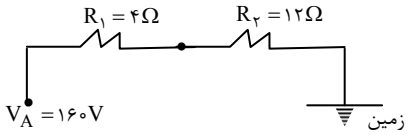
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۲۴
۴) ۲۶

۳۲. پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A در مدار شکل زیر چند ولت است؟



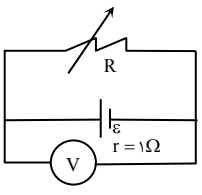
۱) ۸/۲-
۲) ۸/۲
۳) ۱۰/۲
۴) ۱۰/۲-

۳۳. پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی B در شکل زیر چند ولت است؟



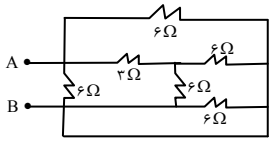
۱) صفر
۲) ۴۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۶۰

۳۴. در مدار شکل زیر مقاومت رئوستا را افزایش می‌دهیم تا به ۳Ω برسد در این صورت ولت‌سنج $۶V$ را نشان می‌دهد نیروی محرکه‌ی مولد چند ولت است؟



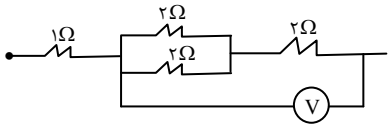
۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۵. مقاومت معادل بین نقاط A و B چند اهم است؟



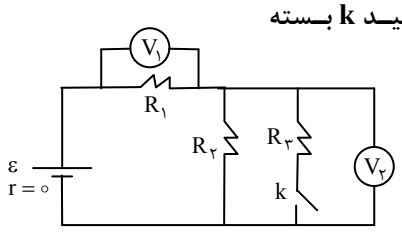
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۶

۳۶. شکل زیر قسمتی از یک مدار است اگر ولت‌سنج ۶ ولت را نشان دهد توان مصرفی مقاومت ۱Ω چند وات است؟



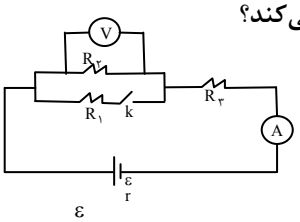
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۷. در شکل زیر همه‌ی مقاومت‌ها مشابه هستند و کلید k در ابتدا باز است اگر کلید k بسته شود مقادیر ولت‌سنج‌های V_1, V_2 چگونه تغییر می‌کند؟



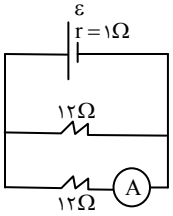
۱) کاهش - افزایش
۲) افزایش - ثابت
۳) افزایش - کاهش
۴) افزایش - افزایش

۳۸. در مدار شکل زیر در اثر بستن کلید k عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟



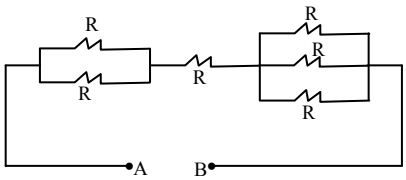
۱) تغییری نمی‌کند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) به مقدار R_3 بستگی دارد.

۳۹. در مدار شکل زیر اگر جریان آمپرسنج (A)۱ باشد نیروی محرکه‌ی مولد چند ولت است؟



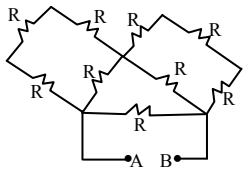
۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۷

۴۰. در مدار شکل زیر $R = 18\Omega$ است اگر توان قابل تحمل برای هر یک از مقاومت‌ها ۷۲ وات باشد حداکثر توانی که می‌توان بین دو نقطه‌ی A و B اعمال کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند چند وات است؟



۱) ۶۶ ۲) ۱۵۲
۳) ۱۳۲ ۴) ۱۰۸

۴۱. در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چقدر است؟

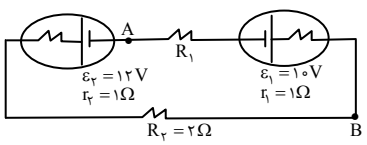


۱) $\frac{5}{3}R$ ۲) $\frac{3}{2}R$
۳) $\frac{3}{5}R$ ۴) $\frac{3}{4}R$

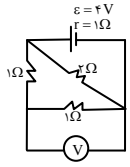
۴۲. پایانه‌های مولدی به نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت درونی r را یک بار با دو رشته سیم متوالی به مقاومت‌های R و ۲R و بار دیگر با سه رشته سیم متوالی به مقاومت‌های R و ۲R و ۳R به هم وصل می‌کنیم اگر $r = 0/2R$ باشد افت پتانسیل مولد در حالت اول چند برابر افت پتانسیل مولد در حالت دوم است؟

۱) $\frac{16}{31}$ ۲) $\frac{31}{16}$ ۳) ۲ ۴) برای محاسبه باید ε معلوم باشد.

۴۳. در مدار شکل زیر اگر $V_A - V_B = -11/25$ ولت باشد مقاومت R_1 چند اهم است؟

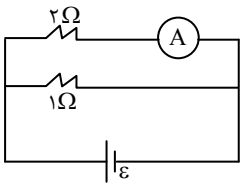


۱) ۵
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۴



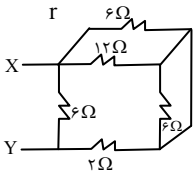
۴۴. در مدار شکل زیر ولت‌متر چند ولت را نشان می‌دهد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴



۴۵. در مدار شکل زیر اگر مقاومت درونی مولد ۰/۵ اهم باشد و آمپرسنج جریان (A)۱ را نشان دهد نیروی محرکه مولد چند ولت است؟

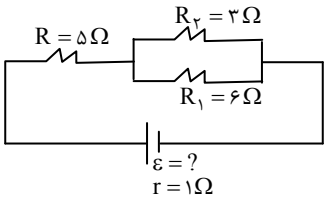
۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵



۴۶. در شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه X و Y چند اهم است؟

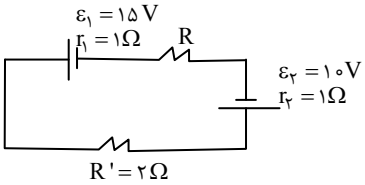
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۴۷. در مدار شکل زیر، اگر انرژی مصرف شده در هر دقیقه در مقاومت R_1 برابر ۳۶۰J باشد نیروی محرکه‌ی مولد چند ولت است؟



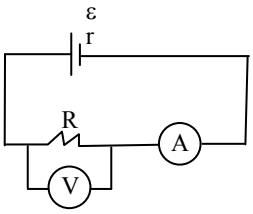
۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۱
۴) ۲۴

۴۸. مقدار R در شکل زیر چند اهم باشد تا جریان مدار (A)۱ شود؟



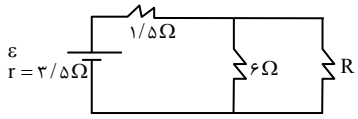
۱) ۲۱
۲) ۶/۲۵
۳) ۲
۴) ۱

۴۹. در شکل زیر عدد ولت‌سنج و آمپرسنج که هر دو ایده‌آل هستند به ترتیب V و I می‌باشد کدام گزینه درست است؟



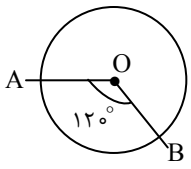
۱) $R > \frac{\varepsilon}{I}$
۲) $R = \frac{\varepsilon - V}{I}$
۳) $R < \frac{\varepsilon}{I}$
۴) $R = \frac{V}{I} - r$

۵۰. در مدار شکل زیر مقاومت R چند اهم باشد تا توان مفید مولد بیشینه شود؟



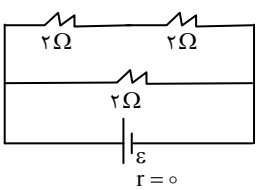
۱) ۶
۲) ۳
۳) ۳/۵
۴) ۱۲

۵۱. سیمی به طول L و مقاومت R را مطابق شکل به صورت یک حلقه‌ی دایره‌ای به مرکز o در می‌آوریم مقاومت بین نقاط A و B چقدر است؟



۱) R
۲) $\frac{۱}{۹}R$
۳) $\frac{۲}{۹}R$
۴) $\frac{۷}{۹}R$

۵۲. در مدار روبرو بیشینه‌ی توان قابل تحمل هر مقاومت ۵۰w است نیروی محرکه مولد چند ولت باشد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟

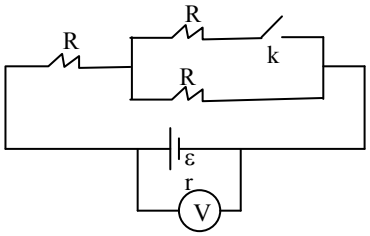


۱) ۱۰
۲) ۷/۵
۳) ۱۲
۴) ۵

۵۳. مولدی با نیروی محرکه‌ی ۱۲V و مقاومت درونی r را به لامپی به مقاومت R می‌بندیم جریان (A)۲ در مدار برقرار می‌شود اگر افت پتانسیل در مولد $\frac{۱}{۱۱}$ افت پتانسیل در لامپ باشد R و r به ترتیب چند اهم می‌باشند؟

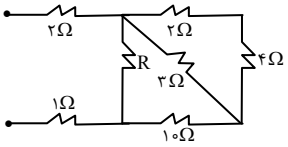
۱) ۵/۵ و ۰/۵ ۲) ۶ و ۰/۵ ۳) ۵/۵ و ۲ ۴) ۶ و صفر

۵۴. در شکل زیر هنگامی که کلید k باز است ولت‌سنج مقدار ۱۲V و هنگامی که کلید بسته است مقدار ۱۰V را نشان می‌دهد نسبت $\frac{r}{R}$ کدام است؟



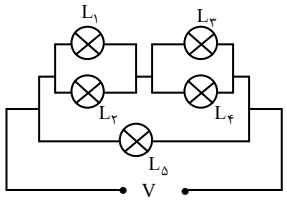
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) ۳ ۴) ۴

۵۵. در مدار شکل زیر مقاومت معادل مدار ۷Ω است مقاومت R چند اهم است؟



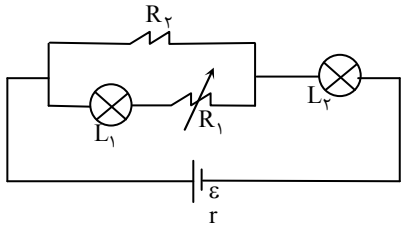
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۵۶. پنج لامپ مشابه را مطابق شکل به هم می‌بندیم توان کل مصرفی در مدار ۲۰۰w می‌شود توان مصرفی در $L_۵$ چند وات است؟



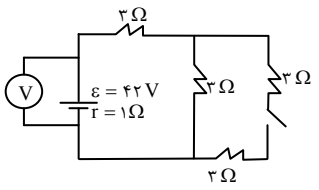
۱) ۴۰
۲) ۱۰۰
۳) ۴۰۰
۴) باید اندازه‌ی V معلوم باشد.

۵۷. در شکل زیر اگر مقاومت $R_۱$ را به تدریج افزایش دهیم نور لامپ‌های $L_۱, L_۲$ به ترتیب چه تغییری می‌کنند؟



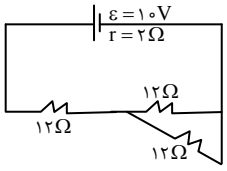
۱) افزایش - افزایش
۲) افزایش - کاهش
۳) کاهش - افزایش
۴) کاهش - کاهش

۵۸. در شکل زیر با بستن کلید، عددی که ولت‌متر نشان می‌دهد:



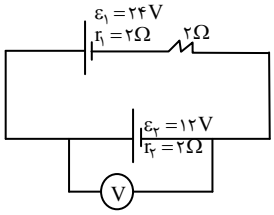
۱) یک ولت کم می‌شود.
۲) ۵ ولت کم می‌شود.
۳) ۵ ولت زیاد می‌شود.
۴) تغییر نمی‌کند.

۵۹. بازده‌ی مولد در مدار شکل زیر کدام است؟



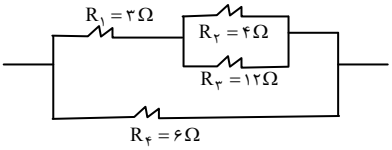
۱) ۰/۹
۲) ۰/۸
۳) ۰/۷۵
۴) ۰/۶۶

۶۰. در مدار شکل زیر ولت‌متر ایده‌آل چه عددی را نشان می‌دهد؟



۱) ۸V
۲) ۲۰V
۳) ۱۶V
۴) ۱۲V

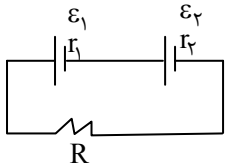
۶۱. در کدام‌یک از مقاومت‌های مدار شکل زیر در مدت معین گرمای بیشتری ایجاد می‌شود؟



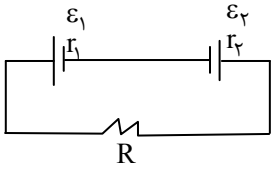
۱) R_1
۲) R_2
۳) R_3
۴) R_4

۶۲. دو پیل به نیروی محرکه‌ی $\varepsilon_1, \varepsilon_2 (\varepsilon_1 > \varepsilon_2)$ و مقاومت درونی r_1, r_2 را به دو شکل زیر می‌بندیم اگر جریان در مدار ۱ دو برابر جریان در مدار ۲ باشد $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ کدام است؟

مدار (۱)

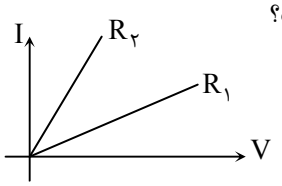


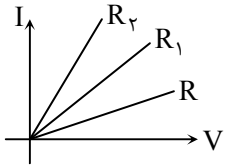
مدار (۲)

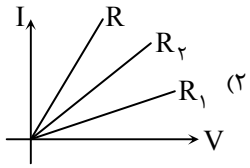


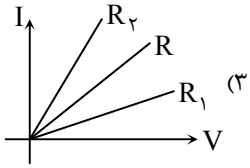
۱) ۲
۲) ۳
۳) بین ۲ و ۳
۴) بستگی به مقدار R دارد.

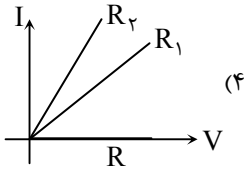
۶۳. نمودار تغییرات جریان عبوری از مقاومت برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن برای دو مقاومت R_1, R_2 به صورت زیر است اگر اندازه حاصل از اتصال موازی این دو مقاومت را R بنامیم نمودار $I-V$ مربوط به آن کدام است؟



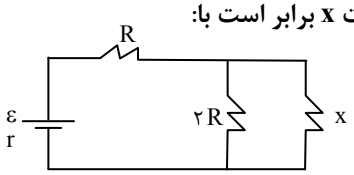
۱)


۲)


۳)


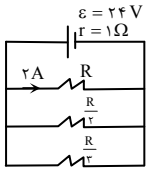
۴)


۶۴. در شکل زیر توان مصرفی در مقاومت x نصف توان مصرفی مقاومت R است در این صورت مقاومت x برابر است با:



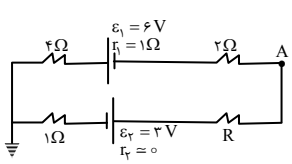
۱) $\frac{2}{3}R$
۲) R
۳) $2R$
۴) $3R$

۶۵. در شکل زیر مقاومت R چند اهم است؟



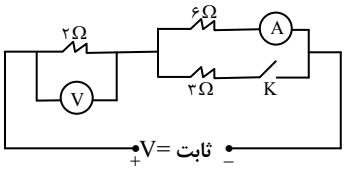
۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۱
۴) ۱۲

۶۶. در مدار زیر اگر $V_A = -2/5$ ولت باشد مقاومت R چند اهم است؟ (پتانسیل الکتریکی زمین صفر فرض شود)



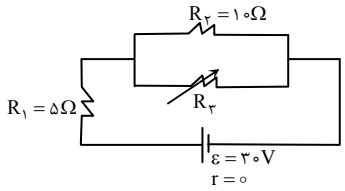
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۶۷. در مدار زیر آمپرسنج (A)۱ را نشان می‌دهد اگر کلید k بسته شود ولت‌سنج چه عددی را نشان خواهد داد؟



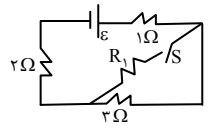
۱) ۲
۲) ۱
۳) ۸
۴) ۴

۶۸. در مدار شکل زیر $R_۳$ را از صفر تا بی‌نهایت افزایش می‌دهیم جریان الکتریکی عبوری از $R_۲$ از ..... تغییر می‌کند.



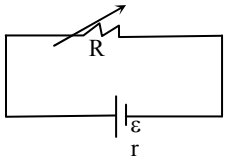
۱) ۲ آمپر تا ۴ آمپر
۲) ۴ آمپر تا صفر
۳) صفر تا ۲ آمپر
۴) صفر تا ۴ آمپر

۶۹. در مدار شکل زیر اگر کلید S باز باشد شدت جریان ۵ آمپر و اگر بسته باشد شدت جریان ۶ آمپر خواهد شد مقدار مقاومت $R_۱$ چند اهم است؟ (مقاومت درونی مولد ناچیز است)



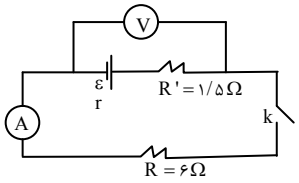
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۶

۷۰. اگر در مدار شکل زیر، R را از ۲r تا r کاهش دهیم افت پتانسیل در باتری چند برابر می‌شود؟



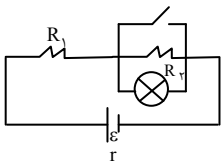
۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۷۱. در مدار شکل زیر ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل هستند هنگام باز بودن کلید ولت‌سنج عدد ۱۰V و هنگام بسته بودن کلید آمپرسنج عدد (A)۱ را نشان می‌دهد در این صورت بازده مولد چند درصد است؟



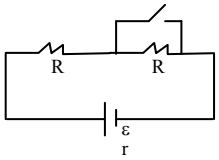
۱) ۷۵
۲) ۶۰
۳) ۲۵
۴) ۱۵

۷۲. در شکل زیر با بستن کلید k نور لامپ چه تغییری می‌کند؟



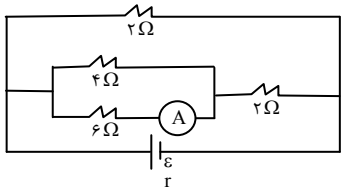
۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) لامپ خاموش می‌شود.

۷۳. در شکل زیر هنگامی که کلید باز است بازده مولد ۷۵ درصد است اگر کلید را ببندیم بازده مولد چند درصد خواهد شد؟



۱) ۹۰
۲) ۶۰
۳) ۳۷/۵
۴) بستگی به مقاومت r دارد.

۷۴. در مدار شکل زیر شدت جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد یک آمپر است اگر مقاومت درونی مولد ۰/۵Ω باشد نیروی محرکه‌ی آن چند ولت است؟



۱) ۱۱
۲) ۱۵
۳) ۱۹
۴) ۲۵

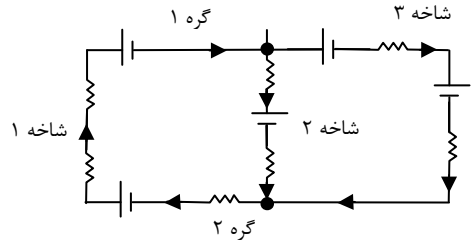
۷۵. یک ولت‌سنج به مقاومت ۳۰۰Ω حداکثر تا ۲V را اندازه می‌گیرد مقاومت چند اهمی را چگونه به آن ببندیم تا بتواند حداکثر ۱۰V را اندازه بگیرد؟

۱) ۱۵۰۰ – متوالی ۲) ۱۲۰۰ – متوالی ۳) ۱۵۰۰ – موازی ۴) ۱۲۰۰ - موازی

جلسه‌ی هفدهم

☜ مدارهای چند حلقه

در این مدارها چند مسیر بسته وجود دارد. در مدارهای چندحلقه، عناصری که به‌طور متوالی قرار گرفته‌اند و جریان گذرنده از آن‌ها یکی است، تشکیل شاخه می‌دهند.محل برخورد چند شاخه را «گره» می‌نامند.



شکل روبه رو را درنظر بگیرید.

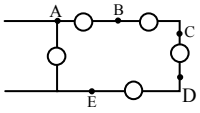
در مدارهای چندحلقه‌ای لازم است شدت جریان همه‌ی شاخه‌ها را به‌دست آوریم، برای این منظور نیاز به قوانینی داریم که عبارتند از:

☜ قانون گره

مجموع شدت جریان‌هایی که به هر گره وارد می‌شوند برابر است با مجموع شدت جریان‌هایی که از آن گره خارج می‌شوند.

☜ قانون حلقه

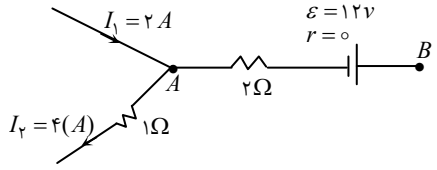
در هر حلقه مجموع اختلاف پتانسیل‌های دوسر اجزای یک حلقه به‌شرطی که از یک نقطه شروع کنیم و در یک جهت حرکت کرده و به همان نقطه برگردیم برابر صفر است.



$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE} + V_{EA} = ۰$$
$$[V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_E + V_E - V_A = ۰]$$

قوانین فوق به قوانین کیرشهف معروف‌اند.

تست ۲۹. در شکل زیر پتانسیل نقطه A برابر ۵ ولت است پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟



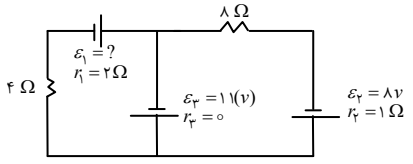
۱) ۳-
۲) ۱۷
۳) ۱۳
۴) ۲۱

پاسخ : گزینه‌ی

طبق قانون گره باید جریان $۲(A)$ از B به طرف A جاری باشد حال می‌توان نوشت:

$$V_A + (۲\times۲) + ۱۲ = V_B \Rightarrow ۵ + ۴ + ۱۲ = V_B \;\Rightarrow\; V_B = ۲۱(v)$$

تست ۳۰. در مدار شکل زیر $\varepsilon_۱$ چند ولت باشد تا از مقاومت ٤ اهمی جریان (A)۳ بگذرد؟

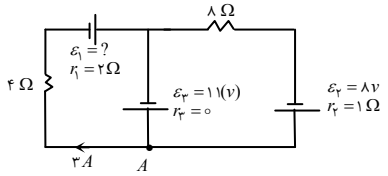


۱) ۱۲
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ : گزینه‌ی ۲

با توجه به جهت قطب‌های باتری‌های ε_3 و ε_1 واضح است که جریان در حلقه سمت چپ ساعتگرد است و داریم:

$$V_A-(3\times4)-(3\times2)+\varepsilon_1+11=V_A$$
$$\Rightarrow \varepsilon_1+11=18\Rightarrow \varepsilon_1=7(v)$$

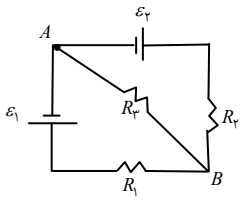


تست ۳۱. در شکل مقابل $\varepsilon_1+\varepsilon_2=6(v)$, $R_1=R_2=R_3=10\Omega$ و مقاومت درونی مولدها ناچیز است شدت جریانی که از شاخه وسطی AB می‌گذرد چقدر است؟

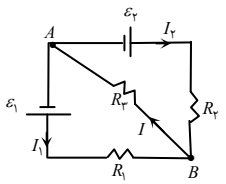
۱) ۰/۲ آمپر ۲) ۰/۸ آمپر

۳) صفر ۴) ۳/۶ آمپر

پاسخ: گزینه‌ی ۱

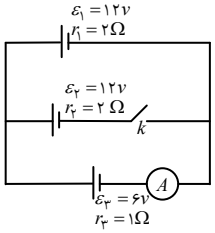


معادلات حلقه را می‌نویسیم:



$$\varepsilon_2=R_2I_2+R_3I+$$
$$\varepsilon_1=R_1I_1+R_3I$$
$$\varepsilon_2+\varepsilon_1=R_2I_2+R_1I_1+2R_3I$$
$$\Rightarrow 6=10I_2+10I_1+20I$$
$$\Rightarrow 6=10\underbrace{(I_2+I_1)}_{I}+20I$$
$$\Rightarrow 30I=6\Rightarrow I=0/2(A)$$

تست ۳۲. در مدار شکل زیر هرگاه کلید k باز باشد آمپرسنج جریان I_1 و هرگاه کلید k بسته باشد آمپرسنج جریان I_2 را نشان می‌دهد $\frac{I_1}{I_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{9}{16}$ ۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{16}{9}$

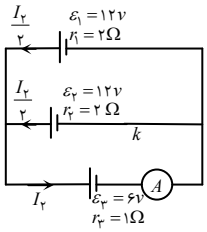
پاسخ: گزینه‌ی ۲

هنگامی که کلید k باز است داریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{r_1+r_3}=\frac{12-6}{2+1}=\frac{6}{3}\Rightarrow I_1=2(A)$$

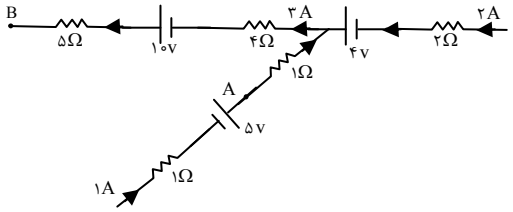
هنگامی که کلید k بسته می‌شود خواهیم داشت:

به علت تقارن جریان شاخه‌های بالا برابر است و چون جریان شاخه پائینی را I_2 گرفته‌ایم جریان در هر کدام از شاخه‌های بالایی $\frac{I_2}{2}$ می شود حال داریم:



$$\varepsilon_2-\varepsilon_3=2\times\frac{I_2}{2}+1\times I_2$$
$$\Rightarrow 2I_2=6\Rightarrow I_2=3(A)$$
$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{2}{3}$$

مثال ۱۱. در شکل زیر $V_A - V_B$ را به‌دست آورید؟

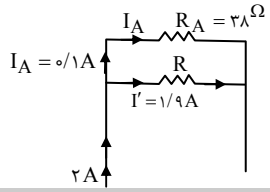


حل:

$$V_A - (۱\times۱) - (۴\times۳) + ۱۰ - (۵\times۳) = V_B$$
$$\Rightarrow V_A - V_B = ۱۸\,(V)$$

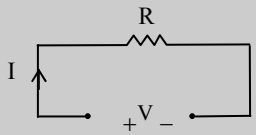
مثال ۱۲. آمپرسنجی با مقاومت ۳۸^{Ω} حداکثر تا $۰/۱\,A$ را می‌سنجد چه مقاومتی با آن موازی کنیم تا حداکثر $۲A$ را بسنجد؟

حل:



$$V_A = V_R \Rightarrow R_A\ I_A = R\ I'$$
$$\Rightarrow ۳۸\times۰/۱ = R\times۱/۹ \quad \Rightarrow \quad R = ۲\ \Omega$$

نکته‌ی ۶. اگر حداکثر جریان قابل تحمل یک مقاومت I_{max} باشد خواهیم داشت:

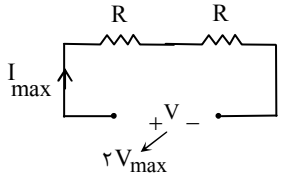


$$V = R\ I \longrightarrow \boxed{V_{max} = R\ I_{max}}$$

$$P = V\ I \longrightarrow \boxed{P_{max} = V_{max}\ I_{max} = R\ I^{۲}_{max} = \frac{V^{۲}_{max}}{R}}$$

مثال ۱۳. حداکثر توان قابل تحمل هریک از مقاومت‌های یکسان در شکل‌های زیر P_{max} است حداکثر توانی که مجموعه می‌تواند مصرف کند بدون این‌که هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب ببینند چقدر است؟

شکل ۱

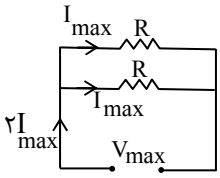


حل:

در اینجا چون دو مقاومت متوالی هستند پس جریان قابل قبول از آن‌ها I_{max} می‌باشد پس خواهیم داشت: $P_{\text{مصرفی کل}} = R\,I^{۲}_{max} + R\,I^{۲}_{max} = ۲\,P_{max}$

و ولتاژ قابل اعمال به دوسر مجموعه $۲V_{max}$ می‌باشد.

شکل ۲

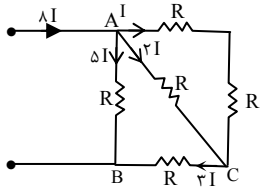


در این شکل چون دو مقاومت موازی هستند. پس V می‌تواند V_{max} باشد و خواهیم داشت:

$$P_{\text{مصرفی کل}} = \frac{V^{۲}_{max}}{R} + \frac{V^{۲}_{max}}{R} = ۲\,P_{max}$$

یعنی در این مجموعه نیز حداکثر $۲P_{max}$ می‌توان مصرف کرد بدون این‌که هیچ مقاومتی صدمه ببیند فقط در اینجا ولتاژ اعمالی به دوسر مجموعه V_{max} می‌باشد و جریان گذرنده از هر مقاومت I_{max} می‌باشد و درنتیجه جریان گذرنده از مولد $۲I_{max}$ می‌باشد.

مثال ۱۴. حداکثر توان قابل تحمل هریک از مقاومت‌های یکسان در شکل زیر $۱۲۰W$ است. حداکثر توانی را که می‌توان در این مدار مصرف کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند چقدر است؟



حل:

طبق قوانین گره و حلقه جریان شاخه‌های مختلف را تعیین می‌کنیم اگر جریان در شاخه‌ای که شامل دو مقاومت R می‌باشد را I فرض کنیم $V_{AC} = ۲R\,I$ شده درنتیجه جریان در شاخه AC که یک مقاومت R دارد برابر $۲I$ می‌شود و طبق قانون گره جریان در شاخه CB برابر $۳I$ می‌شود حال داریم:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} = (R\times۲I) + (R\times۳I) = ۵R\,I$$

پس جریان در مقاومت قرار گرفته بین A , B برابر $۵I$ می‌شود حال بیش‌ترین جریان در شاخه AB است، پس داریم:

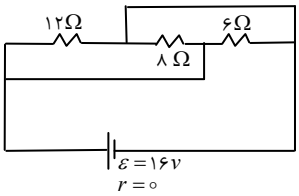
$$۵I = I_{max} \rightarrow \boxed{I = \frac{۱}{۵}\ I_{max}}$$

حال می‌توان توان مصرفی را به‌صورت زیر حساب کرد:

$$P = RI^2 + RI^2 + R(2I)^2 + R(3I)^2 + R(5I)^2 \Rightarrow P = 40\ RI^2 \longrightarrow P = \frac{40}{25}\ P_{max} = \frac{40}{25}\times 120 = 192\,W$$

$$\frac{1}{5}\ I_{max}$$

تست ۳۳. در مدار شکل زیر توان مصرفی مقاومت ۸ اهمی چند وات است؟

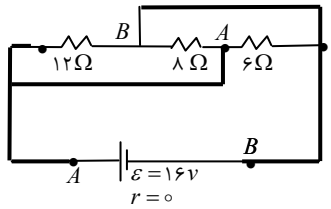


۱) ۱۶ ۲) ۳۲

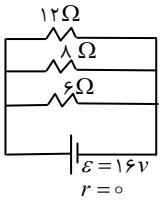
۳) ۷۲ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی ۲

از روش نقطه گذاری مدار را ساده می‌کنیم.



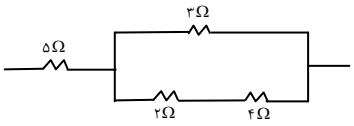
$\Rightarrow$



پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸ اهمی برابر ۱۶ ولت است و داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(16)^2}{8} = \frac{256}{8} \Rightarrow P = 32(w)$$

تست ۳۴. در شکل زیر توان مصرفی در مقاومت ٤ اهمی برابر ۱۶(w) است توان مصرفی در مقاومت ۵ اهمی چند وات است؟



۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰

۳) ۱۵۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

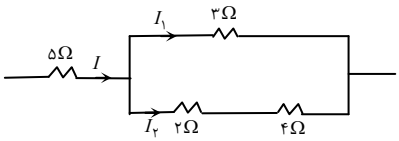
طبق رابطه $P = RI^2$ **داریم:**

$$4I_2^2 = 16 \Rightarrow I_2 = 2(A)$$

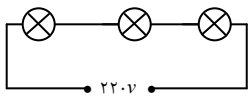
$$6I_2 = 3I_1 \Rightarrow 3I_1 = 12 \Rightarrow I_1 = 4(A)$$

$$I = I_1 + I_2 = 4 + 2 \Rightarrow I = 6(A)$$

در مقاومت ۵ اهمی $P = 5\times(6)^2 = 180(w)$



تست ۳۵. اگر سه لامپ ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۶۰۰ واتی را که با برق شهر کار می‌کنند به طور متوالی به هم بسته و به برق شهر وصل کنیم توان مصرفی مجموع آن‌ها چقدر می شود؟



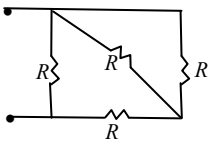
۱) ۹۰۰ وات ۲) ۶۰ وات

۳) ۳۰۰ وات ۴) ۲۰ وات

$$P_{\text{کل}} = \frac{(220)^2}{R} = \frac{(220)^2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{(220)^2}{\frac{(220)^2}{100} + \frac{(220)^2}{200} + \frac{(220)^2}{600}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{600}} = \frac{600}{6+3+1} = \frac{600}{10} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 60(w)$$

تست ۳۶. حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های یکسان در شکل مقابل ۱۲۰ وات است حداکثر توانی که می‌توان در این مدار مصرف کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند چقدر است؟



۱) ۷۵ ۲) ۱۵۰
۳) ۱۹۲ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

اگر به دو سر مدار V_{max} اعمال کنیم هیچ‌یک از مقاومت‌ها صدمه نمی‌بینند از طرفی بیشتر از V_{max} نیز نمی‌توان اعمال کرد حال داریم:

$$P_{max}^{کل}=\frac{V_{max}^{۲}}{R^{کل}}=\frac{V_{max}^{۲}}{R\parallel[(R\parallel R)+R]}$$

$$P_{max}^{کل}=\frac{V_{max}^{۲}}{R}=\frac{V_{max}^{۲}}{R\parallel\left[\frac{۳R}{۲}\right]}=\frac{V_{max}^{۲}}{\frac{R\times\frac{۳R}{۲}}{R+\frac{۳R}{۲}}}$$

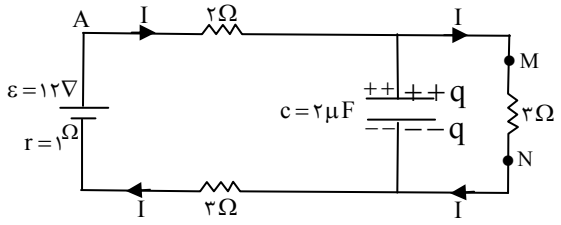
$$P_{max}^{کل}=\frac{۵}{۳}\frac{V_{max}^{۲}}{R}=\frac{۵}{۳}\times۱۲۰$$

$$P_{max}^{کل}=۲۰۰(w)$$

مدارهای RC

این مدارها شامل مقاومت و خازن به‌طور هم‌زمان می‌باشند، برای بررسی این مدارها در این کتاب حالت نهایی را درنظر می‌گیریم، یعنی پس از گذشت مدت زمان لازم برای این که خازن کاملا شارژ شود، مدار بررسی می‌شود که در این حالت دیگر در شاخه‌های شامل خازن حرکت بار الکتریکی وجود ندارد.

در شارژ کامل در شاخه شامل خازن حرکت بار الکتریکی نداریم. مدار زیر را بررسی می‌کنیم.



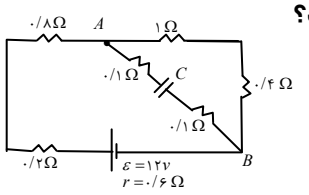
$$V_A-۲I-۳I-۳I-۱I+۱۲=V_A\rightarrow I=\frac{۴}{۳}A$$

اختلاف پتانسیل دوسر خازن $V_C=V_{MN}=۳\times\frac{۴}{۳}=۴V$

بار دخیره شده در خازن $q=CV=۲\times۴=۸\ \mu_C$

انرژی ذخیره شده در خازن $U=\frac{۱}{۲}qV=\frac{۱}{۲}\times۸\times۴=۱۶\mu j$

تست ۳۷. در مدار شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر خازن چند ولت است؟



۱) ۵/۶ ۲) ۲/۸
۳) ۸/۴ ۴) صفر

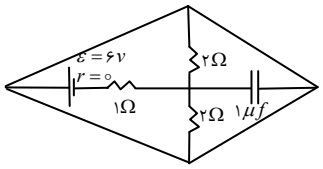
پاسخ: گزینه‌ی ۱

در شارژ کامل خازن جریان از شاخه‌ای که در آن خازن وجود دارد نمی‌گذرد و جریان در حلقه بیرونی داریم و می‌توان نوشت:

$$\text{باتری}\ I=\frac{۱۲}{۰/۶+۰/۲+۰/۸+۱+۰/۴}=\frac{۱۲}{۳}=۴(A)$$

$$V_{AB}=(۱+۰/۴)\times۴=۵/۶(v)\Rightarrow V_C=۵/۶(v)$$

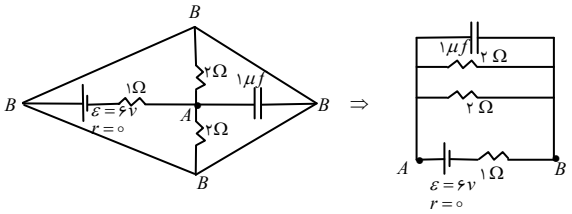
تست ۳۸. در مدار شکل زیر بار ذخیره شده روی خازن چند میکروکولن است؟



۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۲

با روش نقطه‌گذاری مدار ساده می‌شود:



$$R = ۱ + (۲ \| ۲) = ۱ + ۱ = ۲\Omega$$

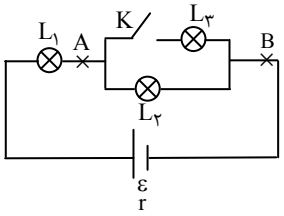
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{۶}{۲ + ۰} \Rightarrow I = ۳(A)$$

$$V_{AB} = ۶ - (۱ \times ۳) = ۳(v)$$

$$q = CV = ۱ \times ۳ \Rightarrow q = ۳\mu f$$

مثال ۱۵. در مدار شکل زیر با بستن کلید K نور لامپ‌های $L_۱$, $L_۲$ چه تغییری می‌کند؟

حل:



$$\text{با بستن کلید} \longrightarrow R_{AB} \downarrow \rightarrow R_T \downarrow$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T \downarrow + r} \rightarrow I \uparrow$$

نور $L_۱$ زیاد می‌شود. $P_{L_۱} = R_{L_۱} \ I^۲ \uparrow \Rightarrow P_{L_۱} \uparrow$

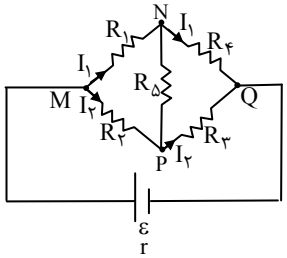
$$V_{AB} = \varepsilon - rI\uparrow - R_{L_۱} \ I\uparrow$$

$$\rightarrow V_{AB} \downarrow$$

نور $L_۲$ کم می‌شود. $P_{L_۲} = \frac{V^۲_{AB} \downarrow}{R_{L_۲}} \Rightarrow P_{L_۲} \downarrow$

(پل و تستون): **در مدار شکل زیر نشان دهید که اگر از مقاومت $R_۵$ جریانی نگذرد، خواهیم داشت:**

$$R_۱ \ R_۳ = R_۲ \ R_۴$$



اگر از $R_۵$ جریانی نگذرد داریم:

$$V_{NP} = ۰ \rightarrow V_n = V_P \Rightarrow \begin{cases} V_M - V_N = V_M - V_P \\ V_N - V_Q = V_P - V_Q \end{cases}$$

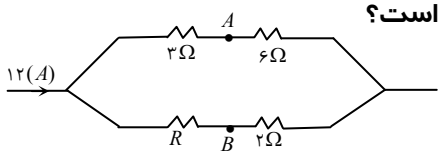
$$\rightarrow \begin{cases} R_۱ \ I_۱ = R_۲ \ I_۲ \\ R_۴ \ I_۱ = R_۳ \ I_۲ \end{cases} \div \Rightarrow \frac{R_۱}{R_۴} = \frac{R_۲}{R_۳} \Rightarrow R_۱ \ R_۳ = R_۲ \ R_۴$$

در این حالت می‌توان مقاومت معادل مجموعه را از دو راه زیر حساب کرد:

۱) **$R_۵$ کنار گذاشتن** $R_T = (R_۱ + R_۴) \| (R_۲ + R_۳)$

۲) **$R_۵$ قراردادن یک تکه سیم به‌جای** $R_T = (R_۱ \| R_۲) + (R_۴ \| R_۳)$

تست ۳۹. در شکل زیر $V_A - V_B = ۰$ است مقاومت R چند اهم است؟



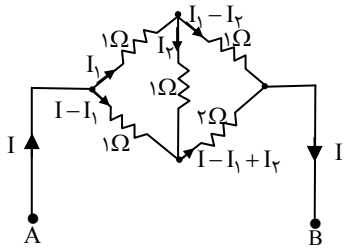
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه‌ی

چون $V_A = V_B$ است می‌توان نوشت:

$$۶ \times R = ۳ \times ۲ \ \Rightarrow \ ۶R = ۶ \Rightarrow R = ۱(\Omega)$$

مثال ۱۶. مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A , B را در شکل زیر حساب کنید.



حل:

$$\equiv \quad I \uparrow \; \underset{V_{AB}}{+\;-} \; R_T$$

$$V_{AB} = R_T\, I \rightarrow R_T = \frac{V_{AB}}{I}$$

پس کافی است در این شکل $\frac{V_{AB}}{I}$ را به‌دست آوریم.

سه مجهول $I_۱ , I_۲ , I$ را داریم. با نوشتن ۳ عدد معادله حلقه می‌توان $I_۱ , I_۲ , I$ را برحسب V_{AB} به‌دست آورد:

$$\begin{cases} I_۱ + I_۲ - (I - I_۱) = ۰ \quad \Rightarrow \quad ۲I_۱ + I_۲ - I = ۰ & (۱ \\ I_۲ + ۲(I - I_۱ + I_۲) - (I_۱ + I_۲) = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۳I_۱ + ۴I_۲ + ۲I = ۰ & (۲ \\ V_{AB} = (I - I_۱) + ۲(I - I_۱ + I_۲) & (۳ \end{cases}$$

از حل معادلات ۱ و ۲ خواهیم داشت:

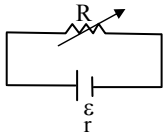
$$I_۲ = \frac{-I}{۱۱} \qquad I_۱ = \frac{۶I}{۱۱}$$

با قراردادن این مقادیر در رابطه ۳ خواهیم داشت:

$$V_{AB} = \frac{۱۳}{۱۱} I \rightarrow \frac{V_{AB}}{I} = R_T = \frac{۱۳}{۱۱}\,\Omega$$

مثال ۱۷. در شکل زیر اگر $R > r$ و R را افزایش دهیم، اختلاف پتانسیل دوسر باتری و توان مصرفی R چگونه تغییر می‌کند؟

حل:



$$I = \frac{\varepsilon}{R\uparrow + r} \rightarrow I\downarrow$$

اختلاف پتانسیل دوسر باتری زیاد می شود. $\qquad V = \varepsilon - rI\downarrow \rightarrow V\uparrow$

این رابطه نشان می‌دهد P مصرفی تابعی از R است. $P = RI^۲ \rightarrow P = \frac{R\,\varepsilon^۲}{(R+r)^۲} \Rightarrow$

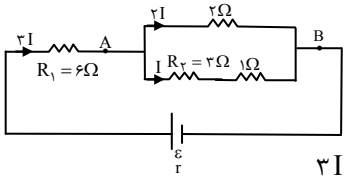
حال می‌خواهیم نحوه‌ی تغییرات P را برحسب تغییرات R بررسی کنیم.

$$P' = \varepsilon^۲\left[\frac{(R+r)^۲ - ۲(R+r)R}{(R+r)^۴}\right] \rightarrow P' = \frac{\varepsilon^۲\left[r^۲ - R^۲\right]}{(R+r)^۲}$$

$$R > r \rightarrow P' < ۰ \rightarrow \text{نزولی } P \Rightarrow \boxed{R\uparrow \Rightarrow\; P\downarrow}$$

یعنی با افزایش R توان مصرفی در R کم می‌شود.

مثال ۱۸. در شکل زیر توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ چند برابر توان مصرفی در مقاومت $R_۲$ است؟



حل:

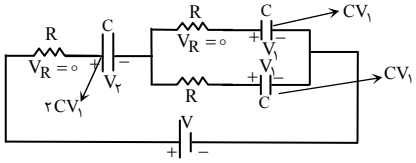
اگر جریان $R_۲$ را برابر I بگیریم، جریان مقاومت ۲ اهمی برابر ۲I و جریان $R_۱$ برابر ۳I خواهد بود، پس:

$$\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{۶ \times ۹\, I^۲}{۳ \times I^۲} = ۱۸$$

مثال ۱۹. در شکل بار هر خازن را بیابید.

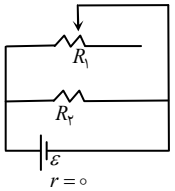
حل:

$$\left.\begin{aligned} V_۲ &= ۲V_۱ \\ V &= V_۲ + V_۱ \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} V_۱ &= \frac{۱}{۳}\,V \\ V_۲ &= \frac{۲}{۳}\,V \end{aligned}$$



پس بار هریک از خازن‌های موازی برابر $\frac{۱}{۳}$ CV و بار خازن سمت چپی برابر $\frac{۲}{۳}$ CV خواهد بود.

تست ۴۰. در مدار شکل زیر اگر اندازه ی مقاومت R_1 را افزایش دهیم در این صورت:

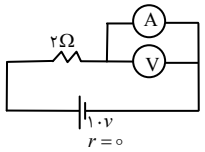


۱) شدت جریان در R_2 کاهش می‌یابد. ۲) شدت جریان در R_1 افزایش می‌یابد.
۳) توان مصرفی R_1 افزایش می یابد. ۴) توان مصرفی R_2 ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون مقاومت درونی باتری صفر است پس $V_1 = V_2 = \varepsilon$ می‌باشد و طبق رابطه‌ی $P_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی R_2 ثابت می‌ماند.

تست ۴۱. در مدار شکل زیر آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل به ترتیب چه جریان و ولتاژی را نشان می‌دهند؟



۱) ۵A و صفر ۲) صفر و ۱۰V
۳) ۵A و ۱۰V ۴) صفر و صفر

پاسخ: گزینه‌ی ۱

چون آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل هستند پس:

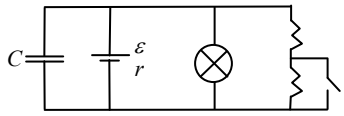
$$\begin{cases} R_A = 0 \\ R_V = \infty \end{cases}$$

پس جریان باتری از مقاومت ۲Ω و آمپرسنج می‌گذرد و جریانی از ولت‌سنج نمی‌گذرد و داریم:

عدد آمپرسنج $I = \frac{10}{2+0} = \frac{10}{2} \Rightarrow I = 5(A)$

چون ولت‌سنج و آمپرسنج موازی بسته شده‌اند $0 \times 5 = 0$ **= آمپرسنج** $V = V$ **ولت‌سنج**

تست ۴۲. در مدار شکل زیر اگر کلید k را ببندیم در نور لامپ و انرژی خازن به ترتیب چه تغییری حاصل می‌شود؟



۱) کاهش – کاهش ۲) افزایش – کاهش
۳) کاهش – افزایش ۴) افزایش - افزایش

پاسخ: گزینه‌ی ۱

با بستن کلید مقاومتی که با آن موازی است از مدار خارج می شود در نتیجه مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد و خواهیم داشت:

باتری $I = \frac{\varepsilon}{R \downarrow + r} \Rightarrow I \uparrow$

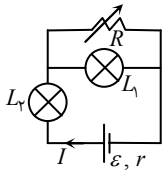
دو سر باتری $V = \varepsilon - rI \uparrow \Rightarrow V \downarrow$

پس اختلاف پتانسیل دو سر لامپ و خازن نیز کاهش می‌یابد و داریم:

$$q = CV \downarrow \Rightarrow q \downarrow$$

$$P_{\text{لامپ}} = \frac{V^2 \downarrow}{R_L \text{ لامپ}} \Rightarrow P \downarrow$$

تست ۴۳. در شکل زیر با کاهش مقاومت R نور لامپ‌ها چه تغییری می‌کند؟



۱) L_2 پر نورتر و L_1 کم‌نورتر می‌شود. ۲) هر دو پر نورتر می‌شوند.
۳) هر دو کم‌نورتر می شوند. ۴) L_2 کم نورتر و L_1 پرنورتر می‌شود.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

با کاهش مقاومت R مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R \downarrow + r} \Rightarrow I \uparrow$$

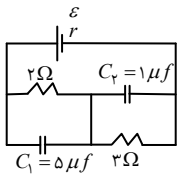
با افزایش جریان نور L_2 بیشتر می شود از طرفی داریم:

$$V_{L_1} = \varepsilon - rI \uparrow - R_L I \uparrow \Rightarrow V_{L_1} \downarrow$$

$$P_{L_1} = \frac{V_{L_1}^2 \downarrow}{R_{L_1}} \Rightarrow P_{L_1} \downarrow$$

یعنی L_1 کم نورتر می‌شود.

تست ۴۴. در شکل زیر بار ذخیره شده در خازن C_1 چند برابر بار ذخیره شده در خازن C_2 است؟



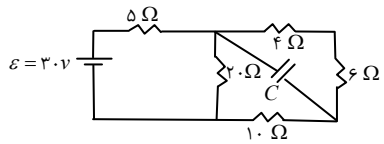
۱) ۵
۲) $\frac{۱۵}{۲}$
۳) $\frac{۱۰}{۳}$
۴) باید مقدار ε و r معلوم باشد.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

در حالتی که خازن‌ها شارژ کامل شده‌اند جریانی از آنها نخواهد گذشت و جریان باتری (I) از مقاومت ۲ اهمی و ۳ اهمی می‌گـذرد و داریم:

$$V_1 = ۲\times I \qquad q_1 = C_1 V_1 \Rightarrow q_1 = ۱۰I$$
$$V_2 = ۳\times I \qquad q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q_2 = ۳I$$
$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{۱۰}{۳}$$

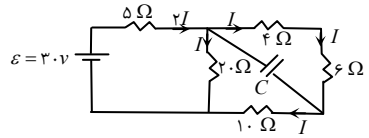
تست ۴۵. در شکل زیر بار خازن $C = ۳\mu f$ چند میکروکولن است؟



۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) ۱۵
۴) ۹۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

در شارژ کامل جریانی از خازن نمی‌گذرد و می‌توان تقسیم جریان در مدار را به شکل زیر گرفت:



چون مقاومت شاخه سمت راستی با در نظر گرفتن عدم عبور جریان از خازن برابر با $۲۰\Omega = ۱۰+۶+۴$ می‌شود پس جریان در شاخه سمت راست با جریان در مقاومت ۲۰ اهمی برابر می‌شود و طبق قانون گره جریان باتری 2I می شود حال داریم:

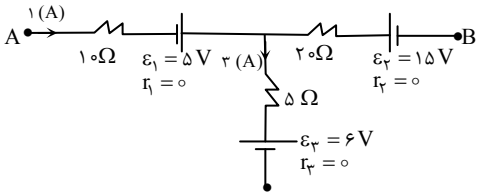
$$۳۰ = (۵\times ۲I) + ۲۰\times I \Rightarrow ۳۰I = ۳۰ \Rightarrow I = ۱(A)$$

دو سر خازن $V = ۴I + ۶I = ۴ + ۶ \Rightarrow V = ۱۰(V)$

$$q = CV = ۳\times ۱۰ = ۳۰\mu C$$

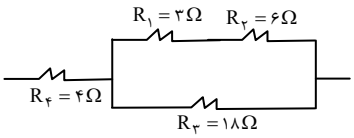
تمرین ۳– ۹

۷۶. در شکل زیر اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B $(V_A - V_B)$ چند ولت است؟



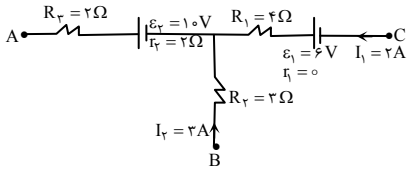
۱) ۱۰
۲) -۱۰
۳) -۲۰
۴) ۲۰

۷۷. در شکل زیر اگر توان مصرفی مقاومت ۶Ω برابر ۲۴w باشد توان مصرفی مقاومت ۴Ω چند وات است؟



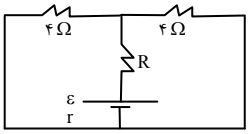
۱) ۴۸
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۳۶

۷۸. در مدار شکل زیر $V_B - V_A$ چند ولت است؟



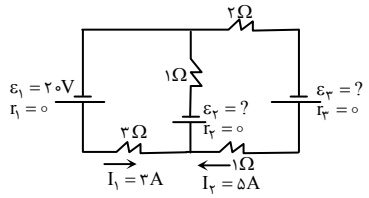
۱) ۱۸
۲) -۱۹
۳) ۱۹
۴) -۱۸

۷۹. در مدار شکل زیر در صورتی که توان مصرفی مقاومت‌ها یکسان باشد، مقاومت R چند اهم است؟



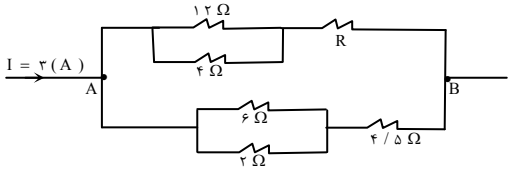
۱) ۱
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۸۰. در مدار شکل زیر، $\varepsilon_3, \varepsilon_2$ به ترتیب و از راست به چپ هر کدام چند ولت هستند؟



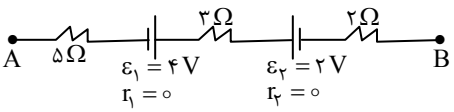
۱) ۳ و ۱۸
۲) ۳ و ۱۵
۳) ۲۶ و ۳
۴) ۳ و ۲۶

۸۱. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است اگر $V_A - V_B = ۱۲(V)$ باشد توان مصرفی در R چند وات است؟



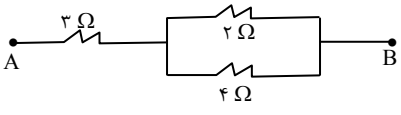
۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۶
۴) ۱۸

۸۲. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است انرژی پتانسیل بار $-۵\mu c$ هنگام عبور از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B به مقدار $+۴۰\mu j$ تغییر می‌کند شدت جریان بین دو نقطه‌ی A و B چند آمپر و در چه جهتی است؟



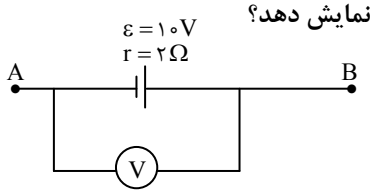
۱) ۱، از A به سمت B
۲) ۱، از B به سمت A
۳) ۱/۲۵، از A به سمت B
۴) ۱/۲۵، از B به سمت A

۸۳. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است اگر توان مصرفی در مقاومت ۲ اهمی برابر ۱۸ وات باشد اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B چند ولت است؟



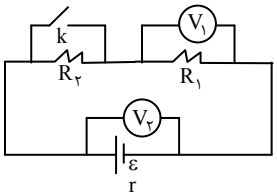
۱) ۱۰/۵
۲) ۱۵
۳) ۱۸
۴) ۱۹/۵

۸۴. در شکل زیر، شدت جریان مدار چند آمپر و در چه سویی باشد تا ولت‌سنج عدد صفر را نمایش دهد؟



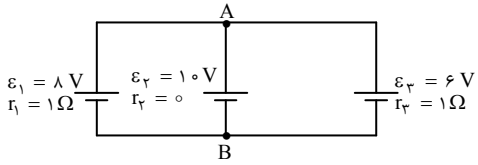
۱) ۵ آمپر از A به B
۲) ۵ آمپر از B به A
۳) ۱۰ آمپر از A به B
۴) ۱۰ آمپر از B به A

۸۵. در شکل زیر اگر کلید k بسته شود $V_۲ , V_۱$ به ترتیب چه تغییری می‌کنند؟



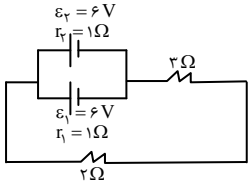
۱) کاهش - کاهش
۲) افزایش - کاهش
۳) کاهش – افزایش
۴) افزایش – افزایش

۸۶. در شکل زیر شدت جریان در شاخه وسط، چند آمپر و جهت آن در کدام سو است؟



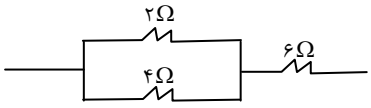
۱) ۶ آمپر، از A به B
۲) ۶ آمپر، از B به A
۳) ۲ آمپر از، A به B
۴) ۲ آمپر از، B به A

۸۷. در مدار زیر افت پتانسیل در مولد $ε_۱$ چند ولت است؟



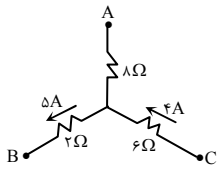
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۱۱}{۶}$
۴) $\frac{۶}{۱۱}$

۸۸. حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های زیر برابر ۱۰ وات است حداکثر توان مدار برای آنکه هیچ‌کدام آسیب نبینند چند وات است؟



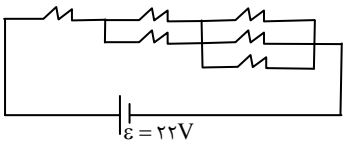
۱) $\frac{۱۱۰}{۳}$
۲) $\frac{۱۱۰}{۹}$
۳) $\frac{۲۲}{۳}$
۴) $\frac{۲۲}{۹}$

۸۹. در شکل زیر با فرض صفر بودن پتانسیل نقطه A، پتانسیل نقطه C چند ولت است؟



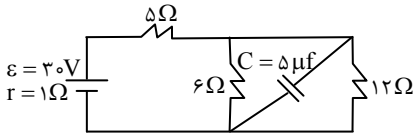
۱) ۳۲
۲) ۲۴
۳) ۱۶
۴) ۸

۹۰. در شکل زیر تمام مقاومت‌ها $۶Ω$ هستند توان مصرفی مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد چند وات است؟



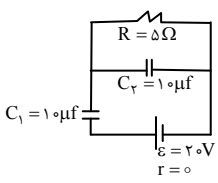
۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۲۴

۹۱. در شکل زیر بار ذخیره شده روی خازن چند میکروفاراد است؟



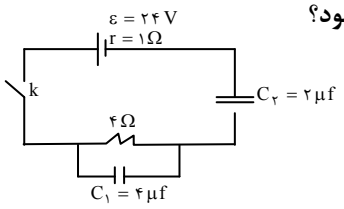
۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۶۰

۹۲. در شکل زیر بار ذخیره شده در خازن‌های $C_۲ , C_۱$ به ترتیب از راست به چپ چند میکروکولن است؟



۱) ۱۰۰ و ۱۰۰
۲) ۲۰۰ و صفر
۳) صفر و ۱۰۰
۴) صفر و ۲۰۰

۹۳. در مدار شکل زیر بعد از بستن کلید k بار الکتریکی ذخیره شده در هر خازن چقدر می‌شود؟



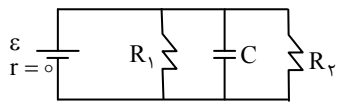
۱) $q_1 = ۶\mu c \quad q_2 = ۱۲\mu c$

۲) $q_1 = ۲۴\mu c \quad q_2 = ۰$

۳) $q_1 = ۰ \quad q_2 = ۴۸\mu c$

۴) $q_1 = ۱۶\mu c \quad q_2 = ۸\mu c$

۹۴. در مدار شکل زیر، مقدار مقاومت R_2 را افزایش می‌دهیم کدام گزینه درست است؟



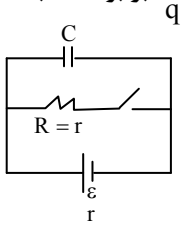
۱) جریان مقاومت R_1 کاهش می‌یابد.

۲) جریان مقاومت R_2 افزایش می‌یابد.

۳) بار خازن تغییر نمی‌کند.

۴) انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.

۹۵. در مدار شکل زیر اگر بار خازن قبل از بستن کلید q و بعد از بسته شدن کلید q' باشد نسبت $\frac{q'}{q}$ برابر است با:



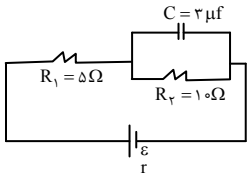
۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۰

۴) بستگی به مقدار ε دارد.

۹۶. در مدار شکل زیر بار ذخیره شده در خازن C چند میکروکولن است در صورتی که توان R_1 برابر ۲۰w باشد؟



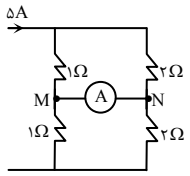
۱) ۳۰

۲) ۶۰

۳) ۹۰

۴) r, ε باید معلوم باشند.

۹۷. در مدار شکل زیر شدت جریان اصلی ۵ آمپر است آمپرسنج A که بین دو نقطه M و N بسته شده است چند آمپر را نشان می‌دهد؟



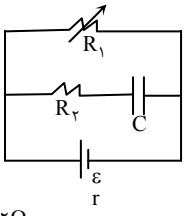
۱) صفر

۲) $\frac{۵}{۶}$

۳) ۲/۵

۴) ۵

۹۸. در مدار شکل زیر با کاهش مقاومت R_1 بار ذخیره شده در خازن چه تغییری می‌کند؟



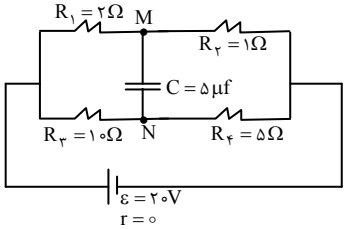
۱) زیاد می‌شود.

۲) کم می‌شود.

۳) ثابت می‌ماند.

۴) هر یک از سه حالت ممکن است رخ دهد.

۹۹. در مدار شکل زیر بار ذخیره شده روی خازن چند میکروکولن است؟



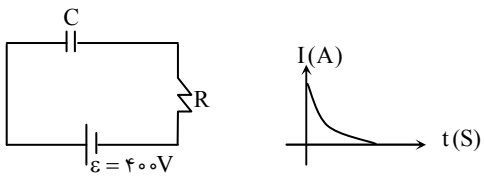
۱) ۱۰۰

۲) ۵۰

۳) ۳۰

۴) صفر

۱۰۰. در مدار شکل زیر نمودار $I-t$ مطابق شکل داده شده است اگر سطح زیر نمودار برابر ۰/۲ کولن باشد ظرفیت خازن چند فاراد است؟



۱) ۵×۱۰^{-۴}

۲) ۵×۱۰^{-۵}

۳) ۵×۱۰^{-۶}

۴) ۲×۱۰^{-۴}

پاسخ کلیدی تمرینات فصل نهم

۱. ۱ ○ ● ○ ○
۲. ● ○ ○ ○
۳. ○ ○ ○ ●
۴. ○ ○ ○ ●
۵. ○ ● ○ ○
۶. ○ ○ ● ○
۷. ○ ● ○ ○
۸. ○ ○ ● ○
۹. ● ○ ○ ○
۱۰. ○ ○ ○ ●
۱۱. ○ ○ ● ○
۱۲. ○ ○ ○ ●
۱۳. ○ ○ ● ○
۱۴. ○ ● ○ ○
۱۵. ○ ○ ● ○
۱۶. ● ○ ○ ○
۱۷. ● ○ ○ ○
۱۸. ○ ○ ○ ●
۱۹. ○ ○ ○ ●
۲۰. ○ ○ ● ○
۲۱. ○ ○ ● ○
۲۲. ○ ○ ○ ●
۲۳. ○ ○ ● ○
۲۴. ○ ● ○ ○
۲۵. ● ○ ○ ○
۲۶. ○ ● ○ ○
۲۷. ○ ○ ○ ●
۲۸. ○ ● ○ ○
۲۹. ○ ● ○ ○
۳۰. ○ ● ○ ○
۳۱. ○ ○ ● ○
۳۲. ○ ● ○ ○
۳۳. ○ ○ ● ○
۳۴. ○ ○ ● ○
۳۵. ○ ● ○ ○
۳۶. ○ ○ ○ ●

۳۷. ۱ ○ ○ ● ○
۳۸. ○ ○ ● ○
۳۹. ○ ● ○ ○
۴۰. ○ ○ ● ○
۴۱. ○ ○ ● ○
۴۲. ○ ● ○ ○
۴۳. ○ ○ ○ ●
۴۴. ● ○ ○ ○
۴۵. ○ ○ ● ○
۴۶. ○ ● ○ ○
۴۷. ○ ○ ○ ●
۴۸. ○ ○ ○ ●
۴۹. ○ ○ ● ○
۵۰. ○ ● ○ ○
۵۱. ○ ○ ● ○
۵۲. ● ○ ○ ○
۵۳. ● ○ ○ ○
۵۴. ○ ○ ● ○
۵۵. ○ ○ ● ○
۵۶. ○ ● ○ ○
۵۷. ○ ○ ○ ●
۵۸. ● ○ ○ ○
۵۹. ● ○ ○ ○
۶۰. ○ ○ ● ○
۶۱. ○ ○ ○ ●
۶۲. ○ ● ○ ○
۶۳. ○ ● ○ ○
۶۴. ○ ○ ● ○
۶۵. ● ○ ○ ○
۶۶. ○ ○ ● ○
۶۷. ○ ○ ○ ●
۶۸. ○ ○ ● ○
۶۹. ○ ○ ○ ●
۷۰. ○ ○ ○ ●
۷۱. ● ○ ○ ○
۷۲. ○ ○ ○ ●

۷۳. ۱ ○ ● ○ ○
۷۴. ○ ● ○ ○
۷۵. ○ ● ○ ○
۷۶. ○ ○ ● ○
۷۷. ○ ○ ○ ●
۷۸. ○ ● ○ ○
۷۹. ● ○ ○ ○
۸۰. ○ ○ ○ ●
۸۱. ● ○ ○ ○
۸۲. ● ○ ○ ○
۸۳. ○ ○ ○ ●
۸۴. ● ○ ○ ○
۸۵. ○ ● ○ ○
۸۶. ○ ● ○ ○
۸۷. ○ ○ ○ ●
۸۸. ○ ● ○ ○
۸۹. ○ ○ ● ○
۹۰. ○ ○ ○ ●
۹۱. ○ ○ ○ ●
۹۲. ○ ● ○ ○
۹۳. ○ ○ ● ○
۹۴. ○ ○ ● ○
۹۵. ○ ● ○ ○
۹۶. ○ ● ○ ○
۹۷. ● ○ ○ ○
۹۸. ○ ● ○ ○
۹۹. ○ ○ ○ ●
۱۰۰. ● ○ ○ ○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل نهم

پاسخ تمرین ۱–۹

۱.

$$R=\rho\frac{L\to \text{۵ برابر}}{A\to \text{۲۵ برابر}}$$

طبق رابطه فوق مقاومت رسانا $\frac{۱}{۵}$ برابر می‌شود.

۲.

$$\Delta R=R_{\circ}\alpha\Delta\theta$$
$$\Rightarrow -۰/۵\times\frac{۱}{۱۰۰}R_{\circ}=R_{\circ}\times۴\times۱۰^{-۴}\Delta\theta$$
$$\Rightarrow \Delta\theta=-۱۲/۵^{\circ}C$$

پس دما باید ۱۲/۵ درجه سانتی‌گراد کاهش یابد.

۳.

سطح مقطع رسانا $n^{۲}$ برابر می‌شود $\to A=\pi r^{۲}_{\downarrow \text{n برابر}}$

هنگام عبور از حدیده حجم سیم ثابت می‌ماند

طول رسانا $\frac{۱}{n^{۲}}$ برابر می‌شود $\to \underset{\text{ثابت}}{V}=\underset{\text{برابر } n^{۲}}{A}L$

مقاومت رسانا $\frac{۱}{n^{۴}}$ برابر می‌شود $\Rightarrow R=\rho\frac{L\nearrow \text{برابر } \frac{۱}{n^{۲}}}{A\to \text{برابر } n^{۲}}$

۴.

$$\underset{kAh}{q}=\underset{kA}{I}.\underset{h}{t}$$

طبق رابطه فوق کیلو آمپر ساعت واحد بار الکتریکی است.

۵.

$$q=\underset{\text{ثابت}}{I}\,t$$

طبق رابطه فوق q برحسب t خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن مقدار ثابت I است.

۶. ثانیه چهارم یعنی از لحظه‌ی $t_۱=۳$ تا لحظه‌ی $t_۲=۴$ و داریم:

$$t_۱=۳\to q_۱=۲۱$$
$$t_۲=۴\to q_۲=۳۵$$
$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q_۲-q_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۳۵-۲۱}{۴-۳}=۱۴(A)$$

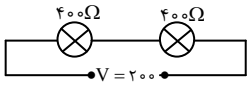
۷.

$$q=It=(\frac{P}{V})t=(\frac{۱۵۰۰}{۲۰۰})(۷۲۰۰s)$$
$$\to q=۵/۴\times۱۰^{۴}(c)$$

۸.

$$P=\frac{V^{۲}}{R}\Rightarrow R=\frac{V^{۲}}{P}=\frac{(۲۰۰)^{۲}}{۱۰۰}=۴۰۰(\Omega)$$

در اتصال سری شکل زیر را داریم:



$$P_{\text{کل}}=\frac{V^{۲}}{R_{\text{کل}}}=\frac{(۲۰۰)^{۲}}{۴۰۰+۴۰۰}=\frac{۴۰۰۰۰}{۸۰۰}=۵۰(w)$$

۹.

$$\varepsilon I=۲RI^{۲}\Rightarrow (R+r)I^{۲}=۲RI^{۲}\Rightarrow R+r=۲R$$
$$\Rightarrow R=r$$
$$\Rightarrow \frac{R}{r}=۱$$

۱۰. طبق رابطه $P=\frac{V^{۲}}{R}$ و در نتیجه $R=\frac{V^{۲}}{P}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\frac{(۲۲۰)^{۲}}{۱۰۰}}{\frac{(۲۲۰)^{۲}}{۶۰}}=\frac{۶۰}{۱۰۰}=\frac{۳}{۵}$$

۱۱.

$$V=RI\Rightarrow I=\frac{۱}{R}V\Rightarrow tg\theta=\frac{۱}{R}$$

برای افزایش θ باید R کم شود که طبق رابطه $R=\rho\frac{\ell}{A}$ با کاهش L می‌توان این کار را انجام داد.

۱۲. چون مقاومت مقدار ثابتی است و جریان تـأثیری روی آن ندارد پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۳.

$$\rho_۲=\rho_۱(۱+\alpha\Delta\theta)=۱۰^{-۶}(۱+\frac{۱}{۲۵۰}\times۱۰۰)=۱۰^{-۶}(۱/۴)$$
$$=۱/۴\times۱۰^{-۶}\,\Omega.m$$

۱۴.

$$\Delta R=R_{\circ}\alpha\Delta\theta\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}R_{\circ}=R_{\circ}(۴\times۱۰^{-۴})(\theta_۲-۲۲)$$
$$\Rightarrow\theta_۲=۲۷۲^{\circ}C\Rightarrow T_۲=۵۴۵k$$

۱۵.

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\frac{L_B}{L_A}(\frac{D_A}{D_B})^{۲}$$
$$\Rightarrow ۱=\frac{۱}{۲}\times۱(\frac{D_A}{D_B})^{۲}\Rightarrow\frac{D_A}{D_B}=\sqrt{۲}$$

۱۶.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۰}{۸+۲}=۱(A)$$

توان مفید $=\varepsilon I-rI^{۲}=(۱۰)(۱)-(۲)(۱)^{۲}=۸(w)$

۱۷.

$$\left.\begin{array}{l} m_۱=۴m_۲\Rightarrow V_۱=۴V_۲\Rightarrow A_۱L_۱=۴A_۲L_۲ \\ D_۱=\frac{۱}{۲}D_۲\Rightarrow D_۲=۲D_۱\Rightarrow A_۲=۴A_۱ \end{array}\right\}\Rightarrow ۱۶L_۲=L_۱$$

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\frac{L_۱}{L_۲}\frac{A_۲}{A_۱}=۱۶\times ۴=۶۴$$

۱۸.

$$I=\frac{dq}{dt}\Rightarrow I=۱۰\cos(۱۰۰t+\frac{\pi}{۳})\Rightarrow I_{max}=۱۰(A)$$

۱۹.

$$R=\overline{ab}\times ۱۰^{n}\Rightarrow R=۳۰\times ۱۰^{۱}=۳۰۰\Omega$$

۲۰. توان مفید مولد (توان مصرفی) هنگامی ماکزیمم است که $R=r$ **باشد پس خواهیم داشت:**

$$I=\frac{\varepsilon}{۲r}$$

$$P_{max}=R(\frac{\varepsilon}{۲r})^{۲}=r(\frac{\varepsilon}{۲r})^{۲}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$$

۲۱. آهنگ تولید انرژی همان توان تولیدی و آهنگ اتلاف انرژی همان توان تلف شده می‌باشد که داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲(A)$$

آهنگ تولید انرژی $=\varepsilon I=۱۲\times ۲=۲۴(w)$

آهنگ اتلاف انرژی $=rI^{۲}=(۱)(۲)^{۲}=۴(w)$

۲۲.

$$q=It=(\frac{P}{V})t=(\frac{۶۰}{۱۲})(۲h)=۱۰Ah$$

۲۳.

$$\left.\begin{array}{l} R_A=tg۲\alpha \\ R_B=tg\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow R_A>R_B \qquad (۱)$$

$$R_A=tg۲\alpha=\frac{۲tg\alpha}{۱-tg^{۲}\alpha}>۲tg\alpha\Rightarrow R_A>۲R_B \qquad (۲)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت گزینه ۳ صحیح است.

۲۴.

$$P=\varepsilon I-rI^{۲}\Rightarrow\begin{cases} ۱۰=۵\varepsilon-۲۵r \\ ۱۵=۱۰\varepsilon-۱۰۰r \end{cases}\Rightarrow \varepsilon=۲/۵(V)$$

۲۵.

$$\text{بازده}=\frac{R}{R+r}\Rightarrow\frac{۸}{۱۰}=\frac{R}{R+۱}\Rightarrow R=۴(\Omega)$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۲/۵}{۴+۱}=\frac{۱۲/۵}{۵}=۲/۵(A)$$

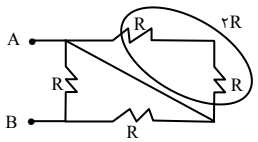
مفید $P=RI^{۲}=(۴)(۲/۵)^{۲}=۴\times ۶/۲۵=۲۵(w)$

پاسخ تمرین ۲– ۹

۲۶. در حالت کلید بسته داریم:

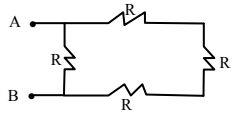
مقاومت $۲R$ **نشان داده شده توسط قطعه سیم اتصال کوتاه شده و از دور خارج می‌شود پس داریم:**

$$R_۱=R\,\|\,R=\frac{R}{۲}$$



در حالت کلید باز داریم:

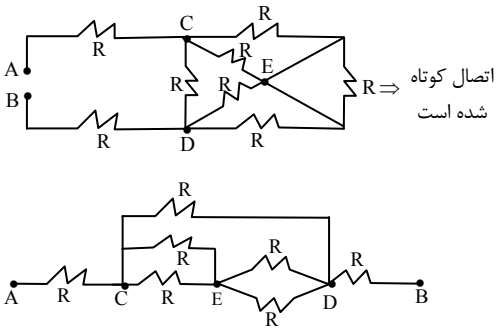
$$R_۲=R\,\|\,۳R=\frac{۳R^{۲}}{۴R}=\frac{۳}{۴}R$$



پس می‌توان نوشت:

$$\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{\frac{R}{۲}}{\frac{۳R}{۴}}=\frac{۴R}{۶R}=\frac{۲}{۳}$$

۲۷. با روش نقطه‌گذاری مسئله به سادگی حل می‌شود.

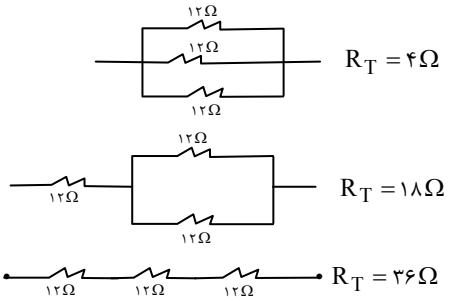


ابتدا مقاومت معادل بین C **و** D **را در شکل فوق بدست می‌آوریم:**

$$R_{CD}=[\underbrace{(R\,\|\,R)}_{\frac{R}{۲}}+\underbrace{(R\,\|\,R)}_{\frac{R}{۲}}]\,\|\,R=R\,\|\,R=\frac{R}{۲}$$

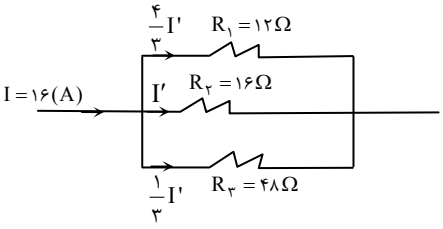
$$R_T=R+\frac{R}{۲}+R=\frac{۵}{۲}R$$

۲۸.



پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۹. اگر جریان مقاومت $R_۲$ را برابر I' فرض کنیم شکل زیر خواهیم داشت:



(جریان در شاخه‌های دیگر از برابری اختلاف پتانسیل‌های دو سر $R_۳, R_۲, R_۱$ به دست آمده‌اند)

پس می‌توان نوشت:

$$I = \frac{۴}{۳}I' + I' + \frac{۱}{۳}I'$$

$$\Rightarrow ۱۶ = \frac{۸}{۳}I' \Rightarrow I' = ۶(A)$$

۳۰.

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۰/۵ = \dfrac{\varepsilon}{۲ + r} \\ ۰/۲۵ = \dfrac{\varepsilon}{۵ + r} \end{cases} \Rightarrow ۵ + r = ۲(۲ + r)$$

$$\Rightarrow ۵ + r = ۴ + ۲r$$

$$\Rightarrow r = ۱(\Omega)$$

۳۱. چون مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است پس در مدار داده شده جریانی برقرار نخواهد شد و در نتیجه ولت‌سنج نیروی محرکه مولد یعنی ۲۴ ولت را نشان می‌دهد.

۳۲. چون $\varepsilon_۱$ بزرگتر از $\varepsilon_۲$ است پس جریان در مدار پادساعتگرد می‌باشد:

$$I = \frac{۱۲ - ۴}{۰/۷۵ + ۲ + ۳ + ۰/۲۵ + ۴} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸(A)$$

حال داریم:

$$V_E - (۴ \times ۰/۸) - (۰/۷۵ \times ۰/۸) + ۱۲ = V_A$$

$$\Rightarrow ۰ - ۳/۲ - ۰/۶ + ۱۲ = V_A \Rightarrow V_A = ۸/۲(V)$$

۳۳. طبق رابطه تقسیم ولتاژ بین دو مقاومت متوالی می‌توان نوشت:

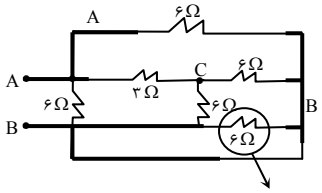
$$V_B = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} V_A \Rightarrow V_B = \frac{۱۲}{۱۲ + ۴} \times ۱۶۰$$

$$\Rightarrow V_B = ۱۲۰(V)$$

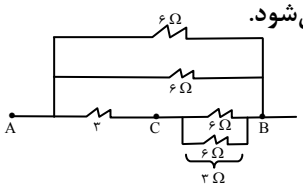
۳۴.

$$V = \frac{R\varepsilon}{R + r} \Rightarrow ۶ = \frac{۳\varepsilon}{۳ + ۱} \Rightarrow ۳\varepsilon = ۲۴ \Rightarrow \varepsilon = ۸(V)$$

۳۵. از روش نقطه گذاری مسئله را حل می‌کنیم:

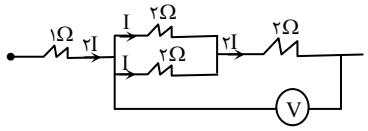


دو سر این مقاومت نقطه B است پس این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود.



$$R_T = ۶ \| ۶ \| ۶ = ۲\Omega$$

۳۶.



$$V = ۲ \times I + ۲ \times ۲I \Rightarrow ۶ = ۶I \Rightarrow I = ۱(A)$$

مقاومت ۱ اهمی $P = (۱)(۲I)^۲ = ۴I^۲ = ۴ \times ۱ = ۴(w)$

۳۷. اگر کلید k بسته شود مقاومت کل مدار از $R_۱ + R_۲$ به $R_۱ + (R_۲ \| R_۳)$ تغییر می‌کند پس مقاومت کل کاهش می‌یابد حال داریم:

$I = \dfrac{\varepsilon}{R_T \downarrow + r} \Rightarrow$ **گذرنده از باتری** $I \uparrow$

$V_۱ = R_۱ I \uparrow \Rightarrow$ **افزایش می‌یابد** $V_۱$

$V_۲ = \varepsilon - V_۱ \uparrow \Rightarrow$ **کاهش می‌یابد** $V_۲$

۳۸. با بستن کلید مقاومت مدار از $R_۲ + R_۳$ به $(R_۱ \| R_۲) + R_۳$ تغییر می‌کند پس R_T کاهش می‌یابد حال داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T \downarrow + r} \Rightarrow I \uparrow$$

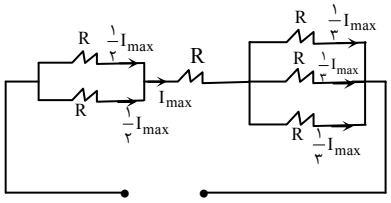
$V = \varepsilon - rI \uparrow - R_۳ I \uparrow \Rightarrow$ V کاهش می‌یابد اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد

۳۹.

$I = ۱ + ۱ = ۲(A)$ **گذرنده از باتری**

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow ۲ = \frac{\varepsilon}{۶ + ۱} \Rightarrow \varepsilon = ۱۴(V)$$

۴۰. در مدار داده شده حداکثر جریان از مقاومت R که با هیچ مقاومتی موازی نیست می‌گذرد پس داریم:



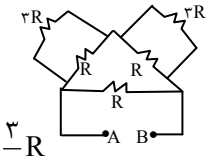
$$P_{کل} = ۲R(\frac{۱}{۲}I_{max})^۲ + R I_{max}^۲ + ۳R(\frac{۱}{۳}I_{max}^۲)$$

$$P_{کل} = \frac{۱}{۲}P_{max} + P_{max} + \frac{۱}{۳}P_{max}$$

$$P_{کل} = ۳۶ + ۷۲ + ۲۴ = ۱۳۲(w)$$

۴۱. مدار داده شده را می‌توان به شکل زیر درآورد.

$$R_{AB} = R \,\|\, [\underbrace{(R \,\|\, 3R)}_{\frac{3R}{4}} + \underbrace{(R \,\|\, 3R)}_{\frac{3R}{4}}]$$



$$R_{AB} = R \,\|\, \frac{3R}{2} = \frac{\frac{3R^2}{2}}{\frac{5R}{2}} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3}{5}R$$

۴۲.

$R_{T_1} = R + 2R = 3R$ **مقاومت معادل در حال اول**

$R_{T_2} = R + 2R + 3R = 6R$ **مقاومت معادل در حال دوم**

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{r\frac{\varepsilon}{3R+r}}{r\frac{\varepsilon}{6R+r}} = \frac{6R+r}{3R+r} = \frac{6/2R}{3/2R} = \frac{31}{16}$$

۴۳. طبق مقادیر $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ و جهت قطب‌های باتری‌ها مشخص می‌شود جهت جریان پادساعتگرد است و داریم:

$$I = \frac{12-10}{1+2+1+R_1} \Rightarrow I = \frac{2}{4+R_1}$$

حال داریم:

$$V_A + R_1 I + r_1 I + 10 = V_B \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{-11/25} = -10 - (R_1 + r_1)I$$

$$\Rightarrow (R_1 + r_1)I = 1/25 \Rightarrow (R_1 + 1)\frac{2}{4+R_1} = 1/25$$

$$\Rightarrow 2R_1 + 2 = 1/25R_1 + 5$$

$$\Rightarrow 0/75R_1 = 3 \Rightarrow R_1 = 4(\Omega)$$

۴۴.

$$R_T = (1+1) \,\|\, 2\Omega = 2 \,\|\, 2 = 1\Omega$$

باتری $I = \frac{4}{1+1} = 2(A)$

پس جریان گذرنده از مقاومت‌های ۱ اهمی برابر $1(A)$ **خواهد بود**

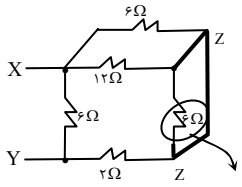
ولت‌سنج $V = (1\Omega)(1A) = 1(V)$

۴۵. اگر جریان آمپرسنج $1(A)$ **باشد جریان مقاومت ۱ اهمی برابر** $2(A)$ **و در نتیجه جریان گذرنده از باتری** $3(A)$ **خواهد بود و داریم:**

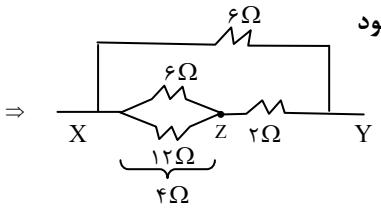
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{(2 \,\|\, 1) + 0/5} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{\frac{2}{3} + 0/5}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 2 + 1/5 \Rightarrow \varepsilon = 3/5(V)$$

۴۶. از روش نقطه‌گذاری مقاومت معادل را تعیین می‌کنیم:



دو سر این مقاومت به Z وصل است پس اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود



$$R_T = (4+2) \,\|\, 6 = 6 \,\|\, 6 = 3\Omega$$

۴۷. اگر جریان در مقاومت R_1 را برابر I_1 در نظر بگیریم داریم:

$$U_1 = 360J \Rightarrow R_1 I_1^2 t = 360 \Rightarrow 6I_1^2 \times 60 = 360$$

$$\Rightarrow I_1 = 1(A)$$

پس جریان در مقاومت R_2 برابر $2(A)$ و جریان گذرنده از مولد برابر $3(A)$ می‌شود.

$$R_T = (5) + (3 \,\|\, 6) = 5 + 2 = 7\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{7+1} \Rightarrow \varepsilon = 24(V)$$

۴۸. جریان در مدار پادساعتگرد است و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R + R'} \Rightarrow 1 = \frac{15-10}{1+1+2+R} \Rightarrow 4 + R = 5$$

$$R = 1\Omega$$

۴۹.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{I} = R + r \Rightarrow \frac{\varepsilon}{I} > R$$

۵۰. شرط این‌که توان مفید مولد بیشینه شود آن است که $R_T = r$ شود پس:

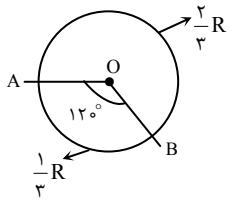
$$1/5 + (6 \,\|\, R) = 3/5 \Rightarrow 6 \,\|\, R = 2 \Rightarrow \frac{6R}{6+R} = 2$$

$$\Rightarrow 6R = 12 + 2R \Rightarrow 4R = 12$$

$$\Rightarrow R = 3(\Omega)$$

۵۱.

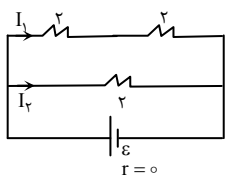
$$R_T = (\frac{2}{3}R) \,\|\, (\frac{1}{3}R)$$



$$\Rightarrow R_T = \frac{\frac{2}{3}R \times \frac{1}{3}R}{\frac{2}{3}R + \frac{1}{3}R} = \frac{\frac{2}{9}R^2}{R}$$

$$\Rightarrow R_T = \frac{2}{9}R$$

۵۲. در شکل زیر داریم:



$$2I_2 = 4I_1 \Rightarrow I_2 = 2I_1$$

پس اگر مقاومت ۲ اهمی شاخه پائینی آسیب نبیند مقاومت‌های بالایی نیز آسیب نخواهند دید پس داریم:

$$۲I_۲^۲ = ۵۰ \Rightarrow I_۲ = ۵(A) \Rightarrow I_۱ = ۲/۵(A)$$

گذرنده از باتری $I = ۷/۵(A)$

$$R_T = ۴ \| ۲ = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow ۷/۵ = \frac{\varepsilon}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \varepsilon = ۱۰(V)$$

.۵۳

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۲}{r+R} \Rightarrow R + r = ۶(\Omega) \quad (۱)$$

$$e = \frac{۱}{۱۱}V \Rightarrow rI = \frac{۱}{۱۱}RI \Rightarrow R = ۱۱r \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} R = ۵/۵(\Omega) \quad r = ۰/۵(\Omega)$$

.۵۴

$V = R_T I = R_T \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ دو سر باتری

پس در دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

$$۱۲ = \frac{۲R\varepsilon}{r+۲R} \quad (۱)$$

$$۱۰ = \frac{\frac{۳R}{۲}\varepsilon}{\frac{۳R}{۲}+r} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow[(۲)]{(۱)} \frac{۶}{۵} = \frac{۴(r+\frac{۳}{۲}R)}{۳(r+۲R)}$$

$$\Rightarrow ۲۰r + ۳۰R = ۱۸r + ۳۶R \Rightarrow ۶R = ۲r$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = ۳$$

.۵۵

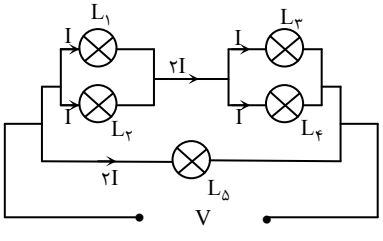
$$(۲+۴) \| ۳ = ۶ \| ۳ = ۲\Omega$$

$$۲ + ۱۰ = ۱۲\Omega$$

$$(۱۲ \| R) + ۲ + ۱ = ۷ \Rightarrow ۱۲ \| R = ۴ \Rightarrow \frac{۱۲R}{۱۲+R} = ۴$$

$$\Rightarrow ۱۲R = ۴۸ + ۴R \Rightarrow ۸R = ۴۸ \Rightarrow R = ۶(\Omega)$$

.۵۶ اگر جریان در لامپ $L_۱$ را برابر I در نظر بگیریم جریان در بقیه لامپ‌ها به شرح شکل زیر می‌باشد.



حال اگر توان مصرفی لامپ $L_۵$ را برابر P بگیریم توان مصرفی هر یک از لامپ‌های دیگر $\frac{P}{۴}$ خواهد بود چون مقاومت همه لامپ‌ها یکسان است ولی جریان لامپ‌های $L_۱, L_۲, L_۳, L_۴$ نصف جریان لامپ $L_۵$ است پس توان مصرفی آنها $\frac{۱}{۴}$ توان مصرفی $L_۵$ می‌باشد حال داریم:

$$\text{کل}P = ۲۰۰W \Rightarrow P + \frac{P}{۴} + \frac{P}{۴} + \frac{P}{۴} + \frac{P}{۴} = ۲۰۰$$

$$\Rightarrow ۲P = ۲۰۰ \Rightarrow P = ۱۰۰W$$

.۵۷

$R_۱ \uparrow \Rightarrow R_T \uparrow$ مقاومت کل مدار زیاد می‌شود

$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T \uparrow} \Rightarrow I \downarrow$ جریان گذرنده از باتری یا لامپ $L_۲$

$\Rightarrow$ نور لامپ $L_۲$ کاهش می‌یابد

همچنین با کاهش I جریان گذرنده از لامپ $L_۱$ نیز نسبت به حالت قبل کم می‌شود چون مقاومت کل شاخه‌ای که لامپ $L_۱$ در آن قرار دارد زیاد شده است پس جریان آن نیز کم می‌شود و نور لامپ $L_۱$ نیز کم می‌شود.

.۵۸

$R_T = ۳ + ۳ = ۶\Omega$: در حالت باز بودن کلید

$$I = \frac{۴۲}{۱+۶} = \frac{۴۲}{۷} = ۶(A)$$

$V = ۴۲ - (۱ \times ۶) = ۳۶(V)$ ولت‌متر

$R_T = ۳ + (۳ \| ۶) = ۳ + ۲ = ۵$: در حالت بسته بودن کلید

$$I = \frac{۴۲}{۱+۵} = \frac{۴۲}{۶} = ۷(A)$$

$V = ۴۲ - (۱ \times ۷) = ۳۵(V)$ ولت‌متر

پس با بسته شدن کلید عدد ولت‌متر ۱ ولت کم می‌شود.

.۵۹

$$R_T = ۱۲ + (۱۲ \| ۱۲) = ۱۲ + ۶ = ۱۸$$

$$Ra = \frac{R}{R+r} = \frac{۱۸}{۱۸+۲} = \frac{۱۸}{۲۰} = ۰/۹$$ بازده

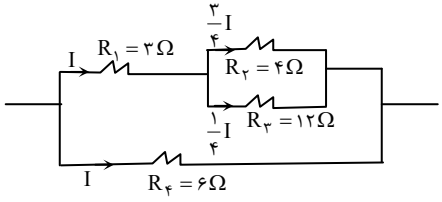
.۶۰ جریان در مدار پادساعتگرد است و داریم:

$$I = \frac{۲۴ - ۱۲}{۲+۲+۲} = \frac{۱۲}{۶} = ۲(A)$$

چون جریان به قطب مثبت باتری $\varepsilon_۲$ وارد می‌شود پس:

$$V = \varepsilon_۲ + r_۲I_۲ \Rightarrow V = ۱۲ + ۲ \times ۲ = ۱۶(V)$$

.۶۱ اگر جریان مقاومت $R_۱$ را برابر I فرض کنیم خواهیم داشت:



چون مقاومت کل شاخه بالایی ۶Ω می‌شود پس جریان شاخه بالایی با جریان شاخه پایینی برابر می‌شود حال طبق رابطه‌ی $U = RI^۲t$ مشخص است که در مدت زمان مشخص در مقاومت $R_۴$ گرمای بیشتری تولید می‌شود چون $RI^۲t$ آن از بقیه مقاومت‌ها بیشتر است.

.۶۲

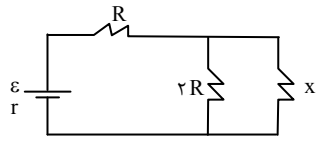
جریان مدار (۱) $I_۱ = \frac{\varepsilon_۱ + \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R}$

جریان مدار (۲) $I_۲ = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R}$

$$I_۱ = ۲I_۲ \Rightarrow \varepsilon_۱ + \varepsilon_۲ = ۲(\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲)$$
$$\Rightarrow \varepsilon_۱ + \varepsilon_۲ = ۲\varepsilon_۱ - ۲\varepsilon_۲$$
$$\Rightarrow \varepsilon_۱ = ۳\varepsilon_۲ \Rightarrow \frac{\varepsilon_۱}{\varepsilon_۲} = ۳$$

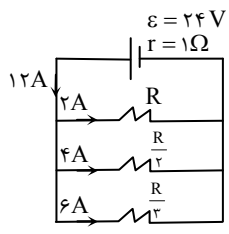
.۶۳ می‌دانیم $I = \frac{۱}{R}V$ پس در نمودار I برحسب V شیب خط برابر $\frac{۱}{R}$ است و چون مقاومت حاصل از اتصال موازی $R_۱, R_۲$ از تک تک مقاومت‌ها کوچکتر است پس $\frac{۱}{R}$ آن بیشتر خواهد بود پس شکل ۲ جواب مسئله است.

.۶۴ اگر جریان مقاومت x را برابر I بگیریم جریان در مقاومت $۲R$ برابر $\frac{x}{۲R}I$ می‌باشد حال داریم:



$$P_x = \frac{۱}{۲}P_R$$
$$\Rightarrow xI^۲ = \frac{۱}{۲}R(I + \frac{x}{۲R}I)^۲$$
$$\Rightarrow ۲x = R(۱ + \frac{x}{۲R})^۲$$
$$\Rightarrow ۲x = R(۱ + \frac{x^۲}{۴R^۲} + \frac{x}{R}) \Rightarrow ۲x = R + \frac{x^۲}{۴R} + x$$
$$\Rightarrow \frac{x^۲}{۴R} + R = x$$
$$\Rightarrow x^۲ + ۴R^۲ = ۴Rx \Rightarrow x^۲ - ۴Rx + ۴R^۲ = ۰$$
$$(x - ۲R)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲R$$

.۶۵



$$\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{\frac{R}{۲}} + \frac{۱}{\frac{R}{۳}}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{R_T} = \frac{۶}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{۶}$$
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow ۱۲ = \frac{۲۴}{۱ + \frac{R}{۶}}$$
$$\Rightarrow ۱ + \frac{R}{۶} = ۲ \Rightarrow R = ۶(\Omega)$$

.۶۶ جریان در مدار پادساعتگرد است و داریم:

$$I = \frac{۶ + ۳}{۴ + ۱ + R + ۲ + ۱} \Rightarrow I = \frac{۹}{۸ + R}$$
$$\underbrace{V_A}_{-۲/۵} - ۲I - I + ۶ - ۴I = \underbrace{V_G}_{\text{پتانسیل زمین}} = ۰$$
$$\Rightarrow ۷I = ۳/۵ \Rightarrow I = ۰/۵ \Rightarrow \frac{۹}{۸ + R} = ۰/۵$$
$$\Rightarrow ۸ + R = ۱۸ \Rightarrow R = ۱۰\Omega$$

.۶۷

در حالت کلید باز (دو سر مدار): $V = (۲ \times ۱) + (۶ \times ۱) = ۸V$

پس ولتاژ منبع $۸V$ است حال اگر کلید k بسته شود مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω موازی می‌شوند که معادل آنها ۲Ω می‌شود پس $۸V$ بین ۲Ω و ۲Ω نصف می‌شود و ولت‌سنج $۴V$ را نشان می‌دهد.

.۶۸

جریانی از $R_۲$ نخواهد گذشت $\Rightarrow R_۳ = ۰\ \Omega$

جریانی از $R_۳$ نمی‌گذرد و جریان گذرنده از باتری از $R_۲$ خواهد گذشت: $\Rightarrow R_۳ = \infty$

$$I = \frac{۳۰}{۵ + ۱۰} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲(A)$$

.۶۹

کلید باز : $۵ = \frac{\varepsilon}{۱ + ۳ + ۲} \Rightarrow \varepsilon = ۳۰(V)$

کلید بسته : $۶ = \frac{۳۰}{۱ + (R_۱ \| ۳) + ۲} \Rightarrow R_۱ \| ۳ = ۲$

$$\Rightarrow \frac{۳R_۱}{۳ + R_۱} = ۲$$
$$\Rightarrow R_۱ = ۶\Omega$$

.۷۰

$$R = ۲r \Rightarrow e_۱ = \frac{r\varepsilon}{r + ۲r} = \frac{\varepsilon}{۳}$$
$$R = r \Rightarrow e_۲ = \frac{r\varepsilon}{r + r} = \frac{\varepsilon}{۲}$$
$$\frac{e_۲}{e_۱} = \frac{\frac{\varepsilon}{۲}}{\frac{\varepsilon}{۳}} = \frac{۳}{۲}$$

پس افت پتانسیل $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود.

.۷۱

کلید باز $\Rightarrow V = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = ۱۰V$

کلید بسته $I = \frac{\varepsilon}{r + R + R'} \Rightarrow ۱ = \frac{۱۰}{r + ۱/۵ + ۶} \Rightarrow r = ۲/۵\Omega$

$$Ra = \frac{R_T}{R_T + r} = \frac{۶ + ۱/۵}{۶ + ۱/۵ + ۲/۵} = \frac{۷/۵}{۱۰} \Rightarrow R_a\,\% = ۷۵\%$$

.۷۲ با بستن کلید چون دو سر لامپ اتصال کوتاه می‌شود پس لامپ خاموش می‌شود.

۷۳.

$$\text{کلید باز}: \frac{2R}{2R+r}=\frac{75}{100}\Rightarrow\frac{2R+r}{2R}=\frac{100}{75}$$

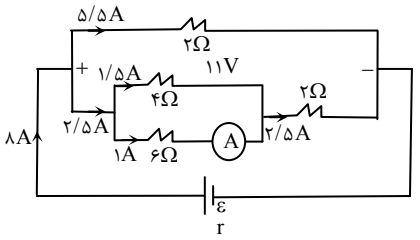
$$\Rightarrow 1+\frac{r}{2R}=\frac{100}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{2R}=\frac{25}{75}\Rightarrow\frac{r}{2R}=\frac{1}{3}\quad\Rightarrow R=\frac{3}{2}r$$

$$\text{کلید بسته}: Ra=\frac{R}{R+r}=\frac{\frac{3}{2}r}{\frac{3}{2}r+r}=\frac{\frac{3}{2}r}{\frac{5}{2}r}=\frac{3}{5}=0/6$$

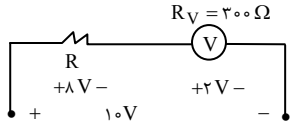
$$\Rightarrow Ra\,\%=60\%$$

۷۴. با توجه به جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد جریان در تمام شاخه‌ها را بدست آورده‌ایم حال داریم:



$$\varepsilon=V+rI\Rightarrow\varepsilon=11+(0/5)(8)\Rightarrow\varepsilon=15(V)$$

۷۵. با توجه به شکل روبه‌رو باید مقاومت 1200Ω را با آن متوالی ببندیم تا $2V$ روی ولت‌سنج و $8V$ روی مقاومت ۱۲۰۰ اهمی بیفتد.



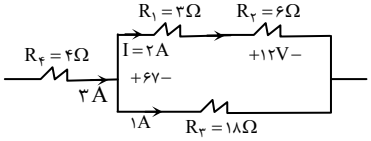
پاسخ تمرین ۳ – ۹

۷۶. جریان گذرنده از باتری ε_2 برابر $2A$ به سمت چپ می‌باشد (طبق قانون گره) پس:

$$V_A-(10\times1)+5+(20\times2)-15=V_B$$

$$\Rightarrow V_A-10+45-15=V_B\Rightarrow V_A-V_B=-20(V)$$

۷۷.



$$P_2=24\Rightarrow 6I^2=24\Rightarrow I=2(A)$$

طبق شکل جریان شاخه‌ها بدست می‌آیند:

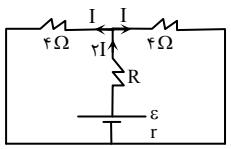
$$P_4=(4)(3)^2=36(w)$$

۷۸. جریان در شاخه سمت چپی برابر $5(A)$ خواهد بود:

$$V_B-(3\times3)+10-(2\times5)-(2\times5)=V_A$$

$$V_B-V_A=9-10+10+10\Rightarrow V_B-V_A=19(V)$$

۷۹. جریان در مقاومت‌های 4Ω طبق تقارن شکل با هم برابر و مساوی I و در نتیجه جریان گذرنده از مقاومت R برابر $2I$ می‌باشد پس:



$$R(2I)^2=4(I)^2$$

$$\Rightarrow 4RI^2=4I^2\Rightarrow R=1\Omega$$

۸۰.

$$\text{در حلقه سمت چپ}: 20-\varepsilon_2=(3\times3)+(1\times8)$$

$$\Rightarrow 20-\varepsilon_2=17\Rightarrow\varepsilon_2=3(V)$$

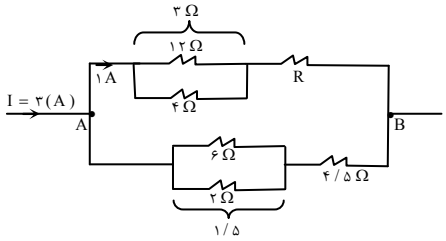
$$\text{در حلقه سمت راست}: \varepsilon_3-\varepsilon_2=(1\times8)+2\times5+1\times5$$

$$\Rightarrow \varepsilon_3-3=23\Rightarrow\varepsilon_3=26(V)$$

۸۱. چون $V_A-V_B=12V$ است پس جریان در شاخه پائینی $2(A)$ و در نتیجه در شاخه بالایی $1(A)$ می‌شود پس مقاومت شاخه بالایی دو برابر مقاومت شاخه پائینی باید باشد یعنی:

$$3+R=2(1/5+4/5)\Rightarrow R=9\Omega$$

$$P_R=(9)(1)^2=9(w)$$



۸۲.

$$\Delta U=q\,\Delta V\Rightarrow+40\mu j=(-5\mu c)(V_B-V_A)$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-8\,V$$

فرض کنیم جریان I از سمت B به A برقرار باشد پس:

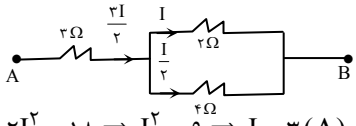
$$V_B-(2I)+2-3I-4-5I=V_A$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=10I+2\Rightarrow-8=10I+2$$

$$\Rightarrow 10I=-10\Rightarrow I=-1$$

پس جریان باید $1(A)$ از A به B باشد.

۸۳.



$$2I^2=18\Rightarrow I^2=9\Rightarrow I=3(A)$$

$$V_{AB}=3\times(\frac{3}{2}I)+2I=\frac{9}{2}I+2I=\frac{13}{2}I$$

$$V_{AB}=\frac{13}{2}\times3\Rightarrow V_{AB}=19/5(V)$$

۸۴.

$$V=\varepsilon-rI=0\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{10}{2}=5(A)$$

جریان باید از قطب مثبت باتری خارج شود یعنی از A به طرف B باشد.

۸۵.

باز بودن کلید $\Rightarrow R_T = R_۲ + R_۱$

با بستن کلید $\Rightarrow R_T = R_۱$

پس با بستن کلید R_T کم می‌شود حال داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T \downarrow + r} \Rightarrow I \uparrow$$

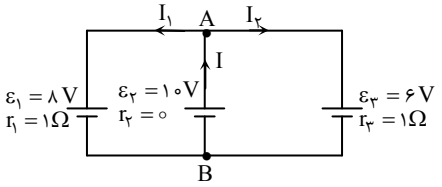
با زیاد شدن I ولت‌سنج $V_۱$ عدد بیشتری نشان می‌دهد:

$$V_۱ = R_۱ I \uparrow \Rightarrow V_۱ \uparrow$$

ولت‌سنج $V_۲$ عدد کمتری نشان می‌دهد.

$$V_۲ = \varepsilon - rI \uparrow \Rightarrow V_۲ \downarrow$$

۸۶.



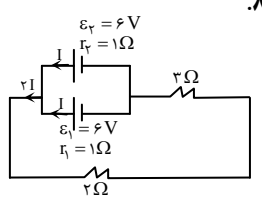
در حلقه سمت چپ : $\varepsilon_۲ - \varepsilon_۱ = r_۱ I_۱ \Rightarrow I_۱ = ۲(A)$

در حلقه سمت راست : $\varepsilon_۲ - \varepsilon_۳ = r_۳ I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۴(A)$

$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow I = ۶(A)$$

پس جریان در شاخه وسطی $۶(A)$ و از B به طرف A خواهد بود.

۸۷.

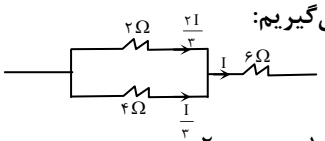


$$۶ = (۱ \times I) + ۲ \times ۲I + ۳ \times ۲I$$

$$\Rightarrow ۱۱I = ۶ \Rightarrow I = \frac{۶}{۱۱}(A)$$

$$e_۱ = r_۱ I = ۱ \times \frac{۶}{۱۱} = \frac{۶}{۱۱}(V)$$

۸۸. حداکثر توان مصرفی در مقاومت ۶ اهمی مصرف می‌شود پس جریان آن را I می‌گیریم:



$$۶I^۲ = ۱۰$$

مصرف کل مدار $P = ۲(\frac{۲}{۳}I)^۲ + ۴(\frac{۱}{۳}I)^۲ + ۶I^۲$

$$= \frac{۸}{۹}I^۲ + \frac{۴}{۹}I^۲ + ۶I^۲ = \frac{۲۲}{۳}I^۲ = \frac{۲۲}{۳} \times \frac{۱۰}{۶} = \frac{۲۲۰}{۱۸} = \frac{۱۱۰}{۹}(w)$$

۸۹. جریان در شاخه بالایی $۱(A)$ به طرف پائین است.

$$V_A = ۰$$

$$V_A - (۸ \times ۱) + (۶ \times ۴) = V_C$$

$$\Rightarrow ۰ - ۸ + ۲۴ = V_C \Rightarrow V_C = ۱۶(V)$$

۹۰.

$$R_T = ۶ + (۶ \| ۶) + (۶ \| ۶ \| ۶) = ۶ + ۳ + ۲ = ۱۱\Omega$$

$$I = \frac{۲۲}{۱۱} \Rightarrow I = ۲(A)$$

$$P_{max} = ۶ \times (۲)^۲ = ۲۴(w)$$

مقاومتی که تنها است و با هیچ مقاومتی موازی نشده است بیشترین جریان و در نتیجه بیشترین توان مصرفی را دارد.

۹۱. در شارژ کامل جریانی از خازن نمی‌گذرد و داریم:

$$I = \frac{۳۰}{۵ + (۶ \| ۱۲) + ۱} = \frac{۳۰}{۵ + ۴ + ۱} = ۳(A)$$ گذرنده از باتری

پس جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر $۲(A)$ و جریان گذرنده از مقاومت ۱۲ اهمی برابر $۱(A)$ می‌باشد و داریم:

$$V_C = ۱۲ \times ۱ = ۱۲V$$

$$q = CV_C = ۵ \times ۱۲ = ۶۰\mu c$$

۹۲. در شارژ کامل چون جریانی از خازن‌ها نمی‌گذرد پس جریانی از مقاومت R نمی‌گذرد پس V دو سر آن و در نتیجه V دو سر خازن $C_۲$ صفر است پس: $q_۲ = ۰$

همچنین $V_۱ = \varepsilon = ۲۰V$ می‌شود پس:

$$q_۱ = C_۱ V_۱ = ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰\mu c$$

۹۳. پس از شارژ کامل جریان مدار قطع می‌شود پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۴ اهم و در نتیجه خازن $C_۱$ صفر می‌شود پس: $q_۱ = ۰$

$$V_۲ = \varepsilon = ۲۴V \qquad q_۲ = C_۲ V_۲ = ۲ \times ۲۴ = ۴۸\mu c$$

۹۴. چون $r = ۰$ است پس $V = \varepsilon$ می‌باشد پس

$$V_c = \varepsilon \quad q = C\varepsilon$$

با تغییر دادن مقاومت‌ها بار خازن C تغییری نمی‌کند.

۹۵.

کلید باز : $V = \varepsilon \Rightarrow q = C\varepsilon$

کلید بسته : $V = \frac{R\varepsilon}{R + r} = \frac{r\varepsilon}{r + r} = \frac{\varepsilon}{۲} \Rightarrow q' = \frac{c\varepsilon}{۲}$

$$\frac{q'}{q} = \frac{۱}{۲}$$

۹۶.

$$P_۱ = R_۱ I^۲ \Rightarrow ۲۰ = ۵I^۲ \Rightarrow I = ۲(A)$$

$$V_C = R_۲ I = ۱۰ \times ۲ = ۲۰(V)$$

$$q = CV = ۳ \times ۲۰ = ۶۰\mu c$$

۹۷. مدار پل و تستون می‌باشد (چون حاصل‌ضرب مقاومت‌های روبرو یکسان است) $۱ \times ۲ = ۲ \times ۱$

پس جریانی از آمپرسنج نمی‌گذرد.

۹۸. در شارژ کامل از شاخه شامل خازن جریانی نمی‌گذرد پس:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_۱ \downarrow} \Rightarrow I \uparrow$$

$$V = \varepsilon - rI \uparrow \Rightarrow V \downarrow$$

با کاهش V دو سر باتری بار ذخیره شده در خازن C نیز کم می‌شود.

۹۹. مدار پل وتستون می‌باشد چون $۱۰ \times ۱ = ۲ \times ۵$ پس $V_M = V_N$ یعنی اختلاف پتانسیل دو سر خازن صفر و در نتیجه بار ذخیره شده در آن صفر می‌باشد.

۱۰۰. سطح زیر نمودار $I - t$ برابر q است پس:

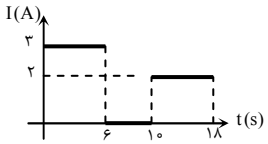
$$q = ۰/۲(C) = ۲ \times ۱۰^{-۵}\ \mu c$$

$$q = CV \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{+۵} = C \times ۴۰۰ \Rightarrow C = ۵۰۰\ \mu f$$

$$C = ۵ \times ۱۰^{-۴} f$$

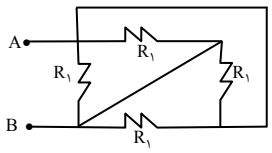
پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل نهم

۱. **نمودار شدت جریان الکتریکی یک مدار بر حسب زمان به صورت زیر است از لحظه‌ی شروع تا پایان ثانیه‌ی دوازدهم چند کولن بار الکتریکی از یک مقطع مدار می‌گذرد؟**



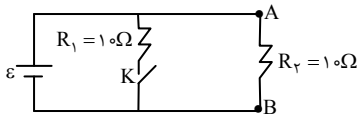
۱) ۵۴ ۲) ۳۴
۳) ۳۶ ۴) ۲۲

۲. **در مدار شکل زیر مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B برابر است با:**



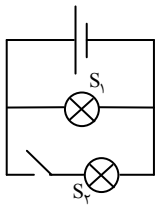
۱) $\frac{۱}{۲}R_۱$ ۲) $\frac{۱}{۴}R_۱$
۳) $R_۱$ ۴) $۴R_۱$

۳. **در شکل زیر با بستن کلید k اختلاف پتانسیل بین A و B چند برابر می‌شود؟**



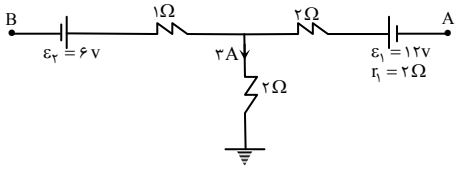
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۸}{۱۵}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

۴. **در شکل زیر لامپ‌ها مشابه بوده و مقاومت آنها از مقاومت درونی مولد کمتر است هنگامی که کلید باز است لامپ $S_۱$ روشنایی عادی خود را دارد اگر کلید را ببندیم شدت جریان این لامپ ($S_۱$):**



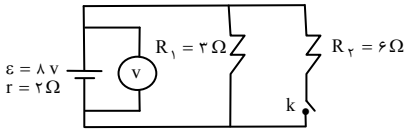
۱) ۲ برابر می‌شود.
۲) افزایش می‌یابد اما به ۲ برابر نمی‌رسد.
۳) $\frac{۱}{۲}$ برابر می‌شود.
۴) کاهش می‌یابد اما به نصف نمی‌رسد.

۵. **اگر پتانسیل نقطه‌ی (A) در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد ۱۰ ولت باشد و زمین را مبدأ پتانسیل فرض کنیم پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت خواهد بود؟**



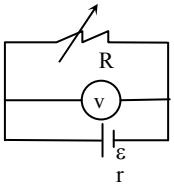
۱) -۱ ۲) ۱
۳) -۳ ۴) ۳

۶. **در مدار شکل زیر بعد از بستن کلید عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نسبت به عدد ولت‌سنج قبل از بستن کلید تقریباً ..... درصد .....**



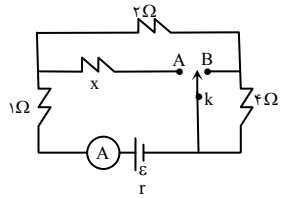
۱) $۱/۶\,(V)$ – افزایش
۲) $۱/۶\,(V)$ – کاهش
۳) $۸/۳\,(V)$ – افزایش
۴) $۸/۳\,(V)$ – کاهش

۷. **اگر در مدار شکل زیر، R را از صفر تا بی‌نهایت تغییر دهیم، v چگونه تغییر می‌کند؟**



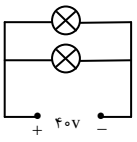
۱) از صفر تا ε
۲) از ε تا صفر
۳) پیوسته ثابت و برابر با ε
۴) پیوسته ثابت و کوچک‌تر از ε

۸. **در مدار شکل زیر اگر کلید k به نقطه A یا B وصل شود آمپرسنج A، یک اندازه ثابت را نشان می‌دهد مقاومت x چند اهم است؟**



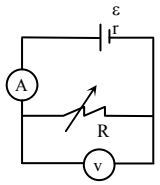
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۶

۹. یک لامپ $\begin{cases}۲۰۰V\\۲۰۰W\end{cases}$ را با یک لامپ $\begin{cases}۱۰۰V\\۵۰W\end{cases}$ را به طور موازی بـه اخـتلاف پتانـسیل ۴۰ ولـت وصـل می‌کنیم توان مصرفی کل مجموعه چند وات است؟



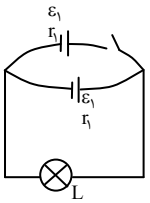
۱) ۳۰۰ ۲) ۱۶۰
۳) ۱۶ ۴) ۳۰

۱۰. در مدار شکل زیر، مقاومت متغیر R را به تدریج تا بی‌نهایت (مقاومت بسیار زیاد) افزایش می‌دهیم در این‌صورت:



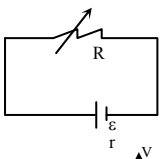
۱) عددی که آمپرسنج می‌خواند به سمت $\frac{\varepsilon}{r}$ میل می‌کند.
۲) عددی که ولت‌سنج می‌خواند به سمت صفر میل می‌کند.
۳) انرژی تلف شده در مولد به سمت $\frac{\varepsilon^۲}{۲r}$ میل می‌کند.
۴) انرژی تلف شده در مولد به سمت صفر میل می‌کند.

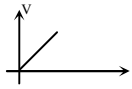
۱۱. در مدار شکل زیر پیل‌ها مشابه بوده و مقاومت درونی هر یک از دو پیل نیز $r_۱$ است اگـر کلیـد k بسته شود روشنایی لامپ L چه تغییری می‌کند؟

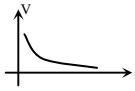


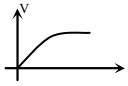
۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد.
۳) بدون تغییر می‌ماند. ۴) برحسب شرایط هر یک از گزینه‌ها ممکن است.

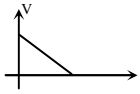
۱۲. پیلی با نیروی محرکه ε و مقاومت درونی r مطابق شکل به یک مقاومت متغیر متصل شده اسـت مقاومـت خارجی را تغییر می‌دهیم کدام نمودار تغییرات ولتاژ دو سر پیل را برحسب جریان مدار (I) نشان می‌دهد؟



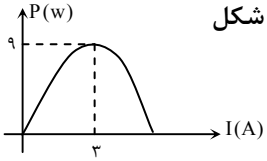
۱) 

۲) 

۳) 

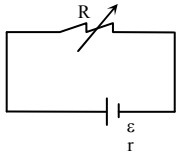
۴) 

۱۳. نمودار تغییرات توان مفید خروجی از مولد ε و r برحسب شدت جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



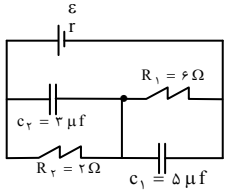
۱) ۶ ۲) ۳
۳) ۱ ۴) بایستی ε معلوم باشد.

۱۴. اگر در مدار شکل زیر، R را به تدریج از ۶Ω تا ۴Ω کاهش دهیم توان مصرف شده در R پیوسته افزایش می‌یابد کدام رابطه برای r درست است؟



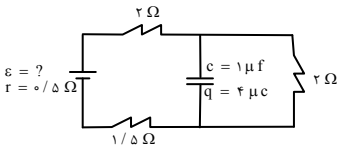
۱) $۴\Omega < r \le ۶\Omega$ ۲) $۶\Omega \le r$
۳) $۴\Omega \le r < ۶\Omega$ ۴) $r \le ۴\Omega$

۱۵. در شکل زیر نسبت بار خازن $c_۱$ به خازن $c_۲$ چیست؟



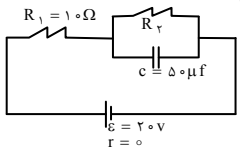
۱) ۵
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) ۳
۴) ۶

۱۶. در شکل زیر نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



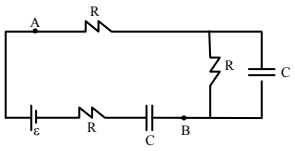
۱) ۱۴ ۲) ۷
۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۷. اگر در مدار شکل زیر $R_۲$ را از صفر تا بی‌نهایت افزایش دهیم انرژی خازن c چگونه تغییر می‌کند؟



۱) از صفر تا j ۰/۰۱ ۲) از صفر تا j ۰/۰۲
۳) از j ۰/۰۱ تا j ۰/۰۲ ۴) از j ۰/۰۱۵ تا صفر

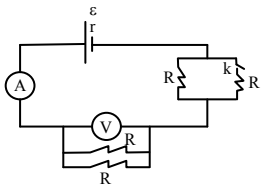
۱۸. در مدار شکل زیر اگر بین دو نقطه A و B ولت‌سنج وصل کنیم چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱) صفر ۲) $\frac{\varepsilon}{۲}$

۳) $\frac{\varepsilon}{۳}$ ۴) ε

۱۹. در شکل زیر با بستن کلید k چه تغییری در اعدادی که آمپرسنج A و ولت‌سنج v نشان می‌دهند حاصل می‌شود؟



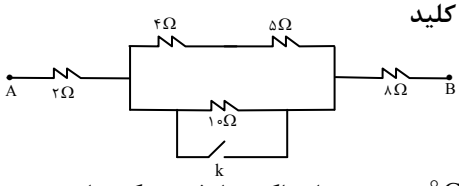
۱) هر دو کم می‌شوند. ۲) هر دو زیاد می‌شوند.

۳) A زیاد و v ثابت می‌ماند. ۴) A زیاد و v کم می‌شود.

۲۰. اگر از یک باتری جریان‌های ۵A و ۱۰A بگذرد توان مفید آن ۱۰ وات خواهد بود نیروی محرکه مولد چند ولت است؟

۱) غیر ممکن است. ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱. در مدار شکل زیر دو نقطه A و B به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل شده‌اند اگر کلید k بسته شود توان مصرفی در مقاومت ۸ اهمی:



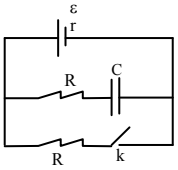
۱) ثابت می‌ماند. ۲) کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد. ۴) قطعاً نمی‌توان تعیین کرد.

۲۲. یک سماور برقی دمای ۵ لیتر آب ۱۰ درجه سلسیوس را در مدت ۴۰ دقیقه به $۹۰^{\circ}C$ می‌رساند اگر ظرفیت گرمایی ویژه آب $۴۲۰۰\frac{j}{kg.^{\circ}C}$ باشد و توان مصرفی سماور ۸۰۰ وات باشد راندمان آن چند درصد است؟

۱) ٪۵۰ ۲) ٪۷۵ ۳) ٪۸۷/۵ ۴) ٪۹۰

۲۳. در شکل زیر اگر کلید k بسته شود بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن c چه تغییری می‌کنند؟



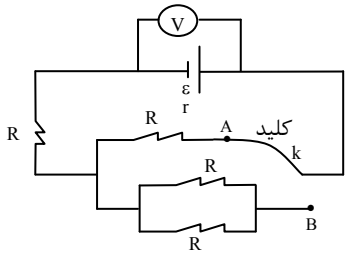
۱) بار الکتریکی کم و انرژی زیاد می‌شود.

۲) بار الکتریکی زیاد و انرژی کم می‌شود.

۳) هر دو زیاد می‌شوند.

۴) هر دو کم می‌شوند.

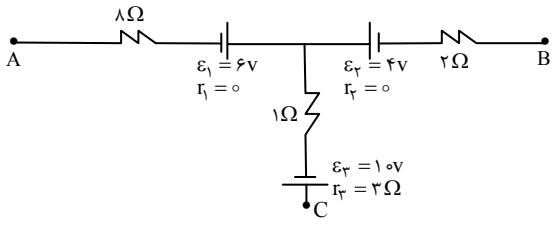
۲۴. در مدار شکل زیر مقاومت‌ها مشابه می‌باشند و مقاومت درونی مولد نیز برابر اندازه یکی از مقاومت‌ها می‌باشد اگر کلید را از نقطه A به B وصل کنیم عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۹}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۱۰}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۵. در قسمتی از یک مدار مطابق شکل زیر $v_A - v_B = ۱۲v$ و $v_A - v_C = ۱۶v$ است اندازه و جهت شدت جریانی که از مقاومت ۲ اهمی می‌گذرد کدام است؟



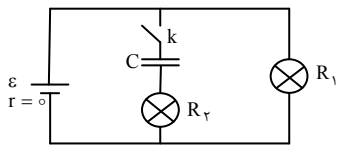
۱) ۱/۵ آمپر به طرف چپ

۲) ۱/۵ آمپر به طرف راست

۳) $\frac{۱۱}{۷}$ آمپر به طرف چپ

۴) $\frac{۱۱}{۷}$ آمپر به طرف راست.

۲۶. لامپ‌های $R_۱$ و $R_۲$ مقاومت‌های مساوی دارند با بستن کلید k:



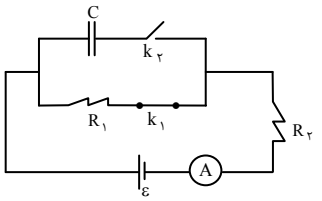
۱) لامپ $R_۲$ مثل $R_۱$ روشن می‌شود و در همان حال می‌ماند.

۲) لامپ $R_۱$ خاموش و $R_۲$ روشن می‌شود.

۳) لامپ $R_۱$ روشن مانده و $R_۲$ در یک چشمک خاموش می‌شود.

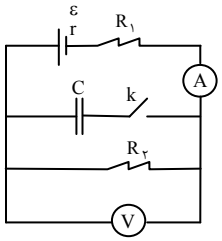
۴) لامپ $R_۲$ یک چشمک زده ولی $R_۱$ در هنگام این پدیده کم نور می‌شود.

۲۷. در مدار شکل زیر ابتدا کلید $k_۲$ باز و کلید $k_۱$ بسته است هرگاه کلید $k_۱$ را باز و کلید $k_۲$ را ببندیم بلافاصله پس از این عمل آمپرسنج A چه عددی را نشان می‌دهد؟



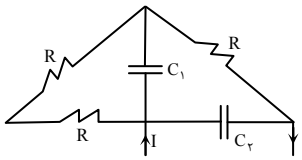
۱) $\frac{\varepsilon}{R_۱}$
۲) $\frac{\varepsilon}{R_۲}$
۳) $\frac{\varepsilon}{R_۱+R_۲}$
۴) $\frac{۲\varepsilon}{R_۲}$

۲۸. در مدار شکل زیر ابتدا کلید k باز است اگر k بسته شود بلافاصله پس از بسته شدن کلید خوانده‌های ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب چگونه می‌شوند؟



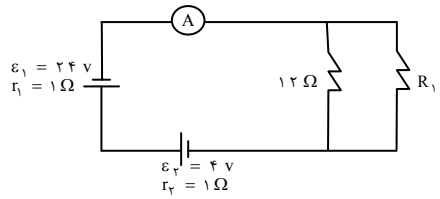
۱) صفر – کاهش می‌یابد.
۲) صفر – افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد – صفر
۴) افزایش می‌یابد – صفر

۲۹. اگر $c_۱ = c_۲$ باشد بار خازن $c_۲$ چند برابر بار خازن $c_۱$ خواهد بود؟



۱) ۱/۵
۲) ۱
۳) ۰/۵
۴) ۳

۳۰. در مدار شکل زیر شدت جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر ۴ آمپر است مقاومت $R_۱$ چند اهم است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۹

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای تکمیلی فصل نهم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	○	●
۲.	○	●	○	○
۳.	●	○	○	○
۴.	○	○	○	●
۵.	●	○	○	○
۶.	○	●	○	○
۷.	●	○	○	○
۸.	○	●	○	○
۹.	○	○	●	○
۱۰.	○	○	○	●

	۱	۲	۳	۴
۱۱.	●	○	○	○
۱۲.	○	○	○	●
۱۳.	○	○	●	○
۱۴.	○	○	○	●
۱۵.	●	○	○	○
۱۶.	○	○	○	●
۱۷.	●	○	○	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۲۱.	○	○	●	○
۲۲.	○	○	●	○
۲۳.	○	○	○	●
۲۴.	●	○	○	○
۲۵.	○	○	●	○
۲۶.	○	○	●	○
۲۷.	○	●	○	○
۲۸.	○	●	○	○
۲۹.	●	○	○	○
۳۰.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسشهای چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل نهم

۱. بار عبور کرده از مقطع رسانا سطح زیر نمودار جریان برحسب زمان می‌باشد پس:

$q = (۳\times۶)+(۲\times۲) = ۱۸+۴ = ۲۲(c)$ تا پایان ثانیه دوازدهم

۲. با کمی دقت در شکل متوجه می‌شویم که هر چهار مقاومت به طور موازی به هم وصل شده‌اند چون ابتدای تمام آنها به A و انتهای تمام آنها به B وصل است پس:

$$R_T = R_۱ \| R_۱ \| R_۱ \| R_۱ \Rightarrow R_T = \frac{۱}{۴}R_۱$$

۳. کلید k چه باز باشد چه بسته باشد اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر ε می‌باشد چون نقاط A و B مستقیماً به دو سر باتری وصل هستند.

۴.

کلید باز: $I_۱ = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$

کلید بسته: $I = \dfrac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}$ باتری

چون جریان باتری بین دو لامپ به طور مساوی تقسیم می‌شود $\Rightarrow I_۱' = \frac{۱}{۲}\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}$

$$\frac{I_۱'}{I_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲}+r}}{\frac{\varepsilon}{R+r}} = \frac{R+r}{R+۲r} < ۱$$

پس جریان لامپ $S_۱$ کاهش می‌یابد ولی به نصف نمی‌رسد.

۵. فرض کنیم از A جریان $I_۱$ به سمت چپ در جریان باشد داریم:

$$v_A + ۱۲ - ۲I_۱ - ۲I_۱ - ۶ = ۰$$

$$۱۰ + ۱۲ - ۴I_۱ - ۶ = ۰ \Rightarrow ۴I_۱ = ۱۶ \Rightarrow I_۱ = ۴(A)$$

پس جریان در شاخه سمت چپ برابر $۱(A)$ به طرف B می‌باشد حال داریم:

$$v_B + ۶ + (۱\times۱) - ۳\times۲ = ۰ \Rightarrow v_B = -۱(v)$$

۶. قبل از بستن کلید داریم:

$$R_T = ۳\Omega \quad v = \frac{۳\varepsilon}{۳+۲} = \frac{۳}{۵}\times۸ = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸(v)$$

پس از بستن کلید داریم:

$$R_T' = ۳\|۶ = ۲\Omega \quad v' = \frac{۲\varepsilon}{۳+۲} = \frac{۲\times۸}{۵} = \frac{۱۶}{۵} = ۳/۲(v)$$

پس ۱/۶ ولت کاهش داریم.

۷.

$$v = \frac{R\varepsilon}{R+r}\begin{cases} R\to۰ \Rightarrow v\to۰ \\ R\to\infty \Rightarrow v\to\varepsilon \end{cases}$$

۸.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$$

اگر جریان در هر دو حالت یکسان باشد پس داریم:

$$R_{TA} = R_{TB}$$

$$R_{TA} = ۱ + (x \| ۶) = ۱ + \frac{۶x}{۶+x}$$

$$R_{TB} = ۱ + ۲ = ۳\Omega$$

$$۱ + \frac{۶x}{۶+x} = ۳ \to \frac{۶x}{۶+x} = ۲ \to ۶x = ۱۲ + ۲x \Rightarrow ۴x = ۱۲$$

$$\to x = ۳(\Omega)$$

۹.

$$R = \frac{v^۲}{P} \Rightarrow \begin{cases} R_۱ = \frac{(۲۰۰)^۲}{۲۰۰} = ۲۰۰\Omega \\ R_۲ = \frac{(۱۰۰)^۲}{۵۰} = ۲۰۰\Omega \end{cases}$$

$$R_T = ۲۰۰ \| ۲۰۰ = ۱۰۰\Omega$$

کل مصرف $P = \frac{(۴۰)^۲}{۱۰۰} = ۱۶(w)$

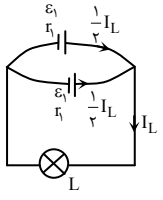
۱۰.

$$R\to\infty \Rightarrow I\to۰ \Rightarrow \underset{\text{توان تلف‌شده در مولد}}{P' = rI^۲ \to ۰} \Rightarrow \underset{\text{انرژی تلف‌شده در مولد}}{w' \to ۰}$$

۱۱.

$I = \dfrac{\varepsilon_۱}{r_۱ + R_L}$: در حالت باز بودن کلید داریم — جریان لامپ

در حالت بسته بودن کلید شکل زیر را داریم:



$$\varepsilon_۱ = \frac{۱}{۲}I_L r_۱ + R_L I_L$$

$$\Rightarrow I_L = \frac{\varepsilon_۱}{\frac{۱}{۲}r_۱ + R_L}$$

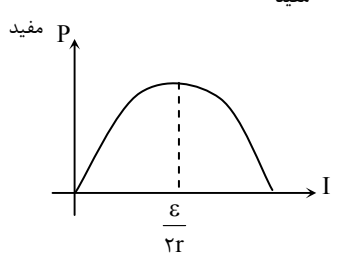
مشاهده می‌شود که با بستن کلید جریان لامپ و در نتیجه روشنایی لامپ افزایش می‌یابد.

۱۲. طبق رابطه $v = \varepsilon - rI$ مشاهده می‌شود که v برحسب I خط راستی با شیب $-r$ و عرض از مبدأ ε است.

۱۳. می‌دانیم در حالت $R = r$ توان مفید ماکزیمم است و داریم:

$$\begin{cases} I = \dfrac{\varepsilon}{۲r} \\ P_{\underset{\text{مفید}}{max}} = \dfrac{\varepsilon^۲}{۴r} \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{\varepsilon}{۲r} = ۳ \\ \dfrac{\varepsilon^۲}{۴r} = ۹ \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = ۶(v) \quad , \quad r = ۱(\Omega)$$

۱۴. طبق رابطه‌ی $P = \varepsilon I - rI^2$ نمودار زیر را خواهیم داشت:



پس اگر بخواهیم با کاهش R توان مفید رو به افزایش باشد پس باید $I \le \frac{\varepsilon}{2r}$ باشد یعنی

$$\frac{\varepsilon}{R+r} \le \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow R_{+}r \ge 2r \Rightarrow R \ge r$$

و چون با کاهش R تا مقدار 4Ω توان در حال افزایش بوده است پس:

$$4\Omega \ge r \Rightarrow r \le 4\Omega$$

۱۵.

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{c_1 v_1}{c_2 v_2} = \frac{c_1 R_1 I}{c_2 R_2 I} = \frac{c_1 R_1}{c_2 R_2} = \frac{5\times 6}{3\times 2} = 5$$

۱۶.

$$q = cv \Rightarrow 4 = 1v \Rightarrow v = 4 \text{ ولت}$$
$$\Rightarrow 2I = 4 \Rightarrow I = 2(A)$$
$$\frac{\varepsilon}{0/5+2+2+1/5} = 2 \Rightarrow \varepsilon = 12(v)$$

۱۷.

$$R_2 = 0 \Rightarrow v_2 = 0 \Rightarrow U = 0$$
$$R_2 \to \infty \Rightarrow v_2 \to \varepsilon \Rightarrow v_2 = 20v$$
$$U = \frac{1}{2}\times 50\times 10^{-6}\times (20)^2 = 25\times 400\times 10^{-6}$$
$$= 10^{-2} = 0/01J$$

۱۸. در شارژ کامل خازن‌ها چون جریان مدار قطع می‌شود پس از مقاومت‌های R جریانی عبور نکرده و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها صفر بوده و در نتیجه ولت‌سنج صفر ولت را نشان می‌دهد.

۱۹.

قبل از بستن کلید: $R_T = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$

پس از بستن کلید: $R_T = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R$

چون مقاومت کل کاهش می‌یابد پس جریان مدار افزایش می‌یابد و آمپرسنج عدد بیشتری نشان می‌دهد از طرفی عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر $\frac{R}{2}I$ می‌باشد که با افزایش جریان مدار ولت‌سنج نیز عدد بیشتری نشان خواهد داد.

۲۰.

$$P = \varepsilon I - r^2 \Rightarrow \begin{cases} 10 = 5\varepsilon - 25r \\ 10 = 10\varepsilon - 100r \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = 3(v)$$

مفید

$$r = 0/2(\Omega)$$

۲۱. با بستن کلید k مقاومت‌های 4Ω و 5Ω و 10Ω از مدار خارج می‌شوند پس مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد پس جریان مدار افزایش یافته در نتیجه توان مصرفی در مقاومت ۸ اهمی نیز افزایش می‌یابد.

۲۲.

$$Ra = \frac{Q}{E} = \frac{mc\Delta\theta}{p.t} = \frac{5\times 4200\times 80}{800\times 2400}$$
$$\Rightarrow Ra = \frac{42}{48} = \frac{7}{8}$$
$$\Rightarrow Ra\% = \frac{700}{8} = 87/5\%$$

۲۳.

$$\text{در حالت باز بودن کلید} \begin{cases} q = c\varepsilon \\ \underset{\text{خازن}}{U} = \frac{1}{2}c\varepsilon^2 \end{cases}$$

$$\text{در حالت بسته بودن کلید } \underset{\text{خازن}}{v} = \frac{R\varepsilon}{R+r} < \varepsilon \begin{cases} q = cv \\ U = \frac{1}{2}cv^2 \end{cases}$$

چون $v < \varepsilon$ می‌باشد پس با بستن کلید q و U هر دو کاهش می‌یابند.

۲۴.

در حالت اول $v_1 = \frac{R_{T_1}\varepsilon}{R_{T_1}+r} = \frac{2R\varepsilon}{2R+R} = \frac{2}{3}\varepsilon$

در حالت دوم $v_2 = \frac{R_{T_2}\varepsilon}{R_{T_2}+r} = \frac{\frac{3}{2}R\varepsilon}{\frac{3}{2}R+R} = \frac{3}{5}\varepsilon$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{3}{5}\varepsilon}{\frac{2}{3}\varepsilon} = \frac{9}{10}$$

۲۵. فرض کنیم جریان I_1 از A به سمت راست و جریان I_2 از B به چپ در جریان باشد داریم:

$$v_A - 8I_1 + 6 - 4 + 2I_2 = v_B$$
$$\Rightarrow v_A - v_B = 8I_1 - 2I_2 - 2$$
$$\Rightarrow 12 = 8I_1 - 2I_2 - 2$$

$$۴I_۱ - I_۲ = ۷ \qquad (۱)$$

$$v_A - ۸I_۱ + ۶ - ۱(I_۱ + I_۲) + ۱۰ - ۳(I_۱ + I_۲) = v_C$$

$$\Rightarrow v_A - v_C = ۱۲I_۱ + ۴I_۲ - ۱۶$$

$$۱۶ = ۱۲I_۱ + ۴I_۲ - ۱۶ \Rightarrow ۱۲I_۱ + ۴I_۲ = ۳۲$$

$$\Rightarrow ۳I_۱ + I_۲ = ۸ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} I_۱ = \frac{۱۵}{۷}$$

$$I_۲ = \frac{۱۱}{۷}$$

۲۶. با بستن کلید نور لامپ $R_۱$ تغییری نمی‌کند چون در هر دو حالت باز بودن و بسته بودن کلید اختلاف پتانسیل دو سر آن ε می‌باشد ولی با بستن کلید خازن C شارژ شده و لامپ $R_۲$ چشمکی زده و خاموش می‌شود.

۲۷. چون در ابتدا $k_۲$ باز بوده است پس v دو سر خازن صفر می‌باشد حال اگر $k_۱$ را باز و $k_۲$ را ببندیم چون ولتاژ دو سر خازن نمی‌تواند تغییر ناگهانی داشته باشد درست در لحظه قطع و وصل کلیدهای $k_۱$ و $k_۲$ ولتاژ دو سر خازن صفر بوده و ε دو سر $R_۲$ می‌افتد و جریان آمپرسنج $\frac{\varepsilon}{R_۲}$ می‌شود.

۲۸. در ابتدا چون کلید k باز است v دو سر خازن صفر و جریان مدار $\frac{\varepsilon}{R_۱ + R_۲ + r}$ می‌باشد بلافاصله پس از بستن کلید چون ولتاژ دو سر خازن نمی‌تواند تغییر ناگهانی داشته باشد پس v دو سر خازن در آن لحظه صفر می‌ماند پس ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد و ε روی r و $R_۱$ می‌افتد یعنی جریان $\frac{\varepsilon}{R_۱ + r}$ می‌شود یعنی افزایش می‌یابد.

۲۹.

$$\begin{cases} q_۲ = c_۲ v_۲ \Rightarrow q_۲ = c_۲(۳RI) \\ q_۱ = c_۱ v_۱ \Rightarrow q_۱ = c_۱(۲RI) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{۳}{۲}\frac{c_۲}{c_۱} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

۳۰.

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R_T} \Rightarrow ۴ = \frac{۲۴ - ۴}{۱ + ۱ + R_T} \Rightarrow R_T = ۳\Omega$$

$$\frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} = ۳ \Rightarrow ۱۲R_۱ = ۳۶ + ۳R_۱ \Rightarrow ۹R_۱ = ۳۶$$

$$\Rightarrow R_۱ = ۴\Omega$$

فصل دهم

مغناطیس

جلسه‌ی هجدهم

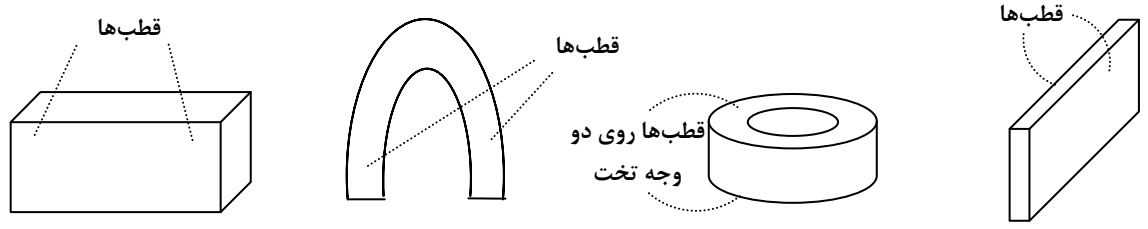
☜ مغناطیس

واژه مغناطیس از کلمه Magnesia که نام محلی بوده‌است گرفته شده‌است ماده کانی مگنتیت (اکسید مغناطیسی آهن با فرمول Fe_3O_4) که آهن را می‌رباید برای اولین بار در این محل یافت شده‌است ماده‌های دارای این ویژگی را آهنربا می‌نامند در این فصل خاصیت مغناطیسی مواد و آثار آن‌ها بررسی خواهد گردید و مشاهده خواهیم کرد که آهنربا کاربردهای بسیاری دارد همچنین خواهیم دید جریان‌های الکتریکی از خود آثار مغناطیسی نشان می‌دهند که این آثار را به طور کامل در این فصل بررسی خواهیم کرد.

☜ قطب‌های آهنربا

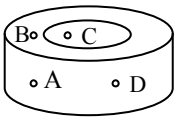
در آهنربا مکان‌هایی وجود دارد که خاصیت مغناطیسی در آن جا بیش‌تر از جاهای دیگر است؛ یعنی اگر آهنربا را نزدیک مقداری براده‌ی آهن کنیم در آن نقاط براده بیش‌تر جذب می‌شود. به این نقاط قطب‌های آهنربا گوییم.

آهنرباها را با توجه به نوع کاربردی که دارند به شکل‌های مختلف میله‌ای، نعلی شکل، تیغه‌ای و ... می‌سازند.



آهنربای تیغه‌ای — آهنربای حلقه‌ای — آهنربای نعلی شکل — آهنربای میله‌ای

تست ۱. در یک آهنربای حلقه‌ای مانند شکل زیر، در کدام‌یک از نقاط نشان داده شده، شدت میدان مغناطیسی بیش‌تر است؟



۱) A ۲) B

۳) C ۴) D

پاسخ: گزینه‌ی ۲

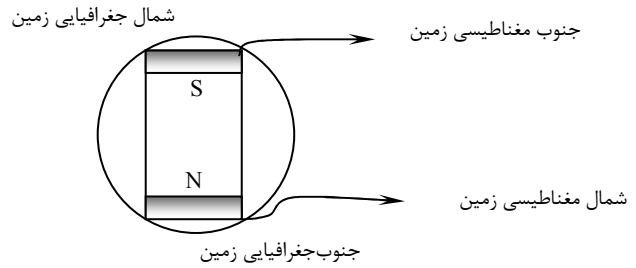
در آهنربای حلقه‌ای قطب N و S دو قاعده آن می‌باشد و چون قدرت آهنربایی در دو قطب آهنربا بیش‌تر است نقطه B بیش‌ترین شدت میدان مغناطیسی را داراست.

☜ نام‌گذاری قطب‌های آهنربا

هر گاه آهنربایی را در یک محل از سقف آویزان کنیم، همواره در یک جهت مشخص می‌ایستد طوری که در راستای تقریبی شمال جنوب جغرافیایی محل می‌ایستد در این صورت قطبی که به سمت شمال جغرافیایی متمایل است قطب شمال یاب یا N و قطبی از آهنربا که به سمت جنوب جغرافیایی متمایل است قطب جنوب یاب یا S نام دارد.

☜ اثر قطب‌های آهنربا بر هم

هر گاه دو آهنربا که قطبهای آنها شناسایی شده‌است را به هم نزدیک کنیم مشاهده می‌شود که قطب‌های نا همنام همدیگر را جـذب کرده و قطب‌های همنام همدیگر را دفع می‌کنند.



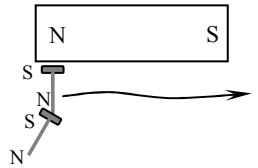
نتیجه: کره‌ی زمین خود مانند یک آهنربا عمل می‌کند که قطب S آن در شمال جغرافیایی و قطـب N آن در جنـوب جغرافیـایی است. به همین دلیل است که قطب N آهنربای آویخته شده از یک محل به سمت شمال جغرافیایی زمین (جنوب مغناطیسی زمـین S) متمایل می‌شود و قطب S آن به طرف جنوب جغرافیایی (شمال مغناطیسی زمین N) متمایل می‌گردد.

چون کره زمین مانند آهنربا عمل می‌کند، از این خاصیت در جهت‌یابی (کشتیرانی، هواپیمایی و ...) استفاده می‌شود.

قطب‌نماهایی که دریانوردان و کوهنوردان برای تعیین جهت حرکت به کار می‌برند در واقع یک آهنربای میله‌ای نازک است که بر روی پایه ای سوار است و می‌تواند آزادانه بر روی آن بچرخد و جهت تقریبی شمال را نشان دهد قطب‌نما را عقربه‌ی مغناطیسی نیز می‌نامند.

☜ القای خاصیت مغناطیسی

اگر آهنربایی میخ آهنی را جذب کند در حالی‌که میخ به آهنربا چسبیده‌است خودش می‌تواند میخ دیگری را جذب کند در این‌صورت می‌گوییم میخ اول خودآهنربا شده‌است به این پدیده القای خاصیت مغناطیسی گویند.



این میخ توسط آهنربا خودش آهنربا شده‌است
(القای خاصیت مغناطیسی)

هنگامی‌که آهنربایی یک قطعه‌ی آهنی را آهنربا می‌کند، سری از قطعه آهنی که نزدیک به آهنربا است، قطبی مخالف آن سر آهنربـا می‌شود تا توسط آن جذب شود.

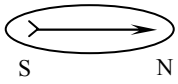
☜ مواد مغناطیس

علاوه بر آهن، نیکل و کبالت نیز جذب آهنربا می‌شوند این سه عنصر و آلیاژهای آن‌ها مانند: فولاد و چدن و . . . کـه جـذب آهنربـا می‌شوند را مواد مغناطیسی گوییم.

☜ میدان مغناطیسی

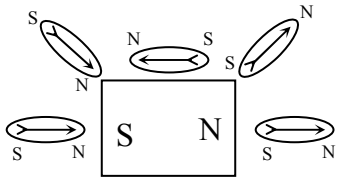
در فضای اطراف هر آهنربا خاصیتی وجود دارد که طبق آن خاصیت اگر آهنربا یا ماده‌ی مغناطیسی در آن فضا قرار گیرد به آن نیـرو وارد می‌شود، به این خاصیت میدان مغناطیسی گفته می‌شود. میدان مغناطیسی را توسط یـک کمیـت بـرداری بـا علامـت $\vec{B}$ نمـایش می‌دهیم. واضح است که برای بیان میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا باید اندازه و جهت را تعریف کنیم. در باره‌ی اندازه می‌توان گفت هر چه از آهنربا دور می‌شویم، میدان ضعیف‌تر می‌شود و در مورد جهت میدان مغناطیسی باید قراردادی را در نظر بگیریم.

برای تعیین جهت میدان مغناطیسی از عقربه مغناطیسی که آهنربای کوچک و سبکی است استفاده می‌شود که به صورت شکل زیـر است:



عقربه مغناطیسی

طبق قرار داد جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه‌ی مغناطیسی قرار گرفته در آن نقطه است



طبق شکل خطوط میدان از N آهنربا خارج می‌شوند و به S آهنربا وارد می‌شوند.

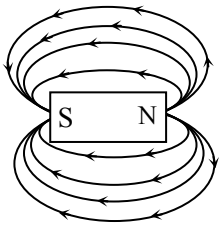
☜ خط‌های میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی در فضا را می‌توان توسط خطوطی جهت‌دار به نام خطوط میدان مغناطیسی نشان داد این خطوط دارای این ویژگی هستند که:

(۱) خط مماس بر این خطوط در هر نقطه راستای میدان مغناطیسی را در آن نقطه نشان می‌دهد.

(۲) جهت خطوط، جهت میدان را نشان می‌دهند.

(۳) تراکم خطوط در هر ناحیه نشانگر بزرگی میدان مغناطیسی در آن محدوده می‌باشد. تراکم بیش‌تر خطوط نشان‌گر قوی بودن میدان می‌باشد.



شکل روبه رو را در نظر بگیرید:

(۱) خطوط از N خارج و به S وارد می‌شوند.

(۲) هر چه از آهنربا دور می‌شویم تراکم خطوط کم می‌شود؛ یعنی میدان ضعیف‌تر می‌شود.

(۳) نزدیک قطب‌های آهنربا تراکم خطوط زیاد است.

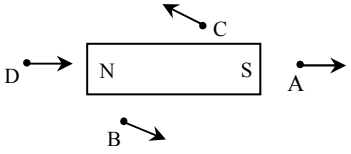
** برای مشخص کردن خطوط میدان مغناطیسی اطراف یک آهنربا بهترین کار استفاده از مقداری براده‌ی آهن است به این صورت که روی آهنربا کاغذ می‌گذاریم و روی کاغذ براده‌ی آهن می‌ریزیم، سپس چند ضربه‌ی ملایم به کاغذ می‌زنیم تا براده‌ها برای لحظه‌ای کوتاه از کاغذ جدا شوند و اصطکاک صفر شود در این صورت آهنربا براده‌ها را به شکل خاصی در می‌آورد.

واضح است که در نزدیکی قطب‌های آهنربا براده بیش‌تری جمع می‌شود. علاوه بر این هر براده در نزدیکی آهنربا خودش آهنربا می‌شود و می‌تواند نقش یک عقربه مغناطیسی را بازی کند پس جهت براده در هر نقطه جهت عقربه مغناطیسی قرار گرفته در آن نقطه می‌باشد یعنی جهت میدان در آن نقطه می‌باشد.

☜ میدان مغناطیسی یکنواخت

اگر در محدوده‌ای از فضا در تمام نقاطش اندازه و جهت میدان مغناطیسی ثابت باشد می‌گوییم در آن محدوده میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد.

تست ۲. چهار نقطه A و B و C و D روی یک صفحه قرار دارند و آهنربای تیغه‌ای نیز در همین صفحه است در کدام نقطه میدان مغناطیسی حاصل از آهنربا درست نشان داده شده‌است؟



۱) D ۲) C

۳) B ۴) A

پاسخ: گزینه‌ی ۳

چون در اطراف آهنربا جهت میدان مغناطیسی از قطب N به سمت قطب S می‌باشد جهت میدان مغناطیسی در نقطه B فقط درست نشان داده شده‌است.

☜ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

همانطور که اشاره کردیم بر عقربه مغناطیسی یا آهنربای قرار گرفته در معرض یک میدان مغناطیسی از طرف میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود اورستد دانشمند دانمارکی طی آزمایشاتی که انجام داد به این نتیجه رسید که هرگاه یک سیم حامل جریان در معرض میدان مغناطیسی حاصل از آهنربایی قرار گیرد به آن نیرویی وارد شده و به حرکت در می‌آید.

با تعیین جهت نیرو در حالت‌های مختلف اورستد دریافت که نیرویی که بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی وارد می‌شود بر راستای جریان و نیز بر میدان مغناطیسی عمود است. جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی را می‌توان از قاعده‌ای به نام قاعده دست راست به صورت زیر تعیین کرد:

۱) چهار انگشت دست راست در حالت باز: جهت جریان I

۲) چهار انگشت دست راست در حالت بسته: جهت میدان $\vec{B}$

۳) انگشت شست دست راست در حالت باز: جهت نیرو $\vec{F}$

همچنین بزرگی نیروی $\vec{F}$ که در میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان الکتریکی وارد می‌شود به عوامل زیر بستگی دارد:

۱) جریان گذرنده از سیم: $F \propto I$

۲) طول قسمتی از سیم که در میدان قرار می‌گیرد: $F \propto L$

۳) میدان مغناطیسی $\vec{B}$ $F \propto B$

۴) سینوس زاویه‌ای که جریان با میدان مغناطیسی می‌سازد (θ) $F \propto \sin\theta$

با توجه به مطالب فوق می‌توان رابطه زیر را برای نیرو در نظر گرفت

$$\boxed{F = I\,L\,B\sin\theta}$$

نکته‌ی ۱. باتوجه به رابطه به دست آمده برای اندازه نیرو و با توجه به جهت $\vec{F}$ که توسط قاعده دست راست تعیین می‌شود می‌توان رابطه‌ی برداری زیر را در نظر گرفت

$$\boxed{\vec{F} = I\,\vec{L}\times\vec{B}}$$

که در آن $\times$ علامت ضرب خارجی دو بردار $\vec{L}$ و $\vec{B}$ و بردار $\vec{L}$ برداری است که اندازه آن طول قرار گرفته از سیم در معرض میدان مغناطیسی و جهت آن جهت جریان گذرنده از سیم می‌باشد.

نکته‌ی ۲. از رابطه $F = I\,L\,B\sin\theta$ نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱) اگر سیم حامل جریان در راستای میدان مغناطیسی قرار گیرد. $\theta = ۰$ یا $\theta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \sin\theta = ۰ \Rightarrow F = ۰$

۲) اگر سیم حامل جریان عمود بر راستای میدان مغناطیسی قرار گیرد. $\theta = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta = ۱ \Rightarrow F = F_{max} = I\,L\,B$

$$\frac{N}{A.m} = T_{\text{تسلا}}$$

یکای میدان مغناطیسی در SI برابر $\frac{N}{A.m}$ می‌باشد که به آن تسلا (T) گفته می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

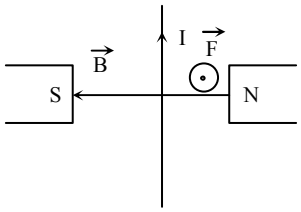
تسلا: تسلا شدت میدان مغناطیسی است که اگر سیمی به طول ۱ متر حامل جریان ۱ آمپر عمود بر آن میدان قرار گیرد بر آن نیروی ۱ نیوتنی وارد می‌شود.

$$۱T = \frac{۱\,N}{(۱A)(۱m)}$$

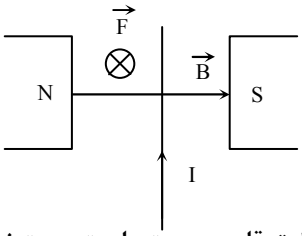
تسلا واحد بزرگی می‌باشد به همین دلیل برای B واحد کوچک‌تری به نام گوس با علامت G در نظر گرفته می‌شود که داریم:

$$۱\,T = ۱۰^{۴}\,G$$

مثال ۱. در شکل‌های زیر جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان را تعیین کنید؟

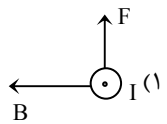


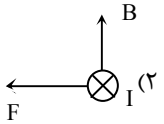
طبق قاعده دست راست جهت نیرو به سمت خارج صفحه می‌باشد

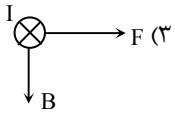


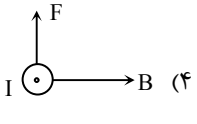
طبق قاعده دست راست جهت نیرو به سمت داخل صفحه می‌باشد.

تست ۳. **در شکل‌های زیر کدام‌یک جهت نیرو ی الکترومغناطیسی بر سیم حامل جریان را درست نشان می‌دهد.**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینه‌ی ۴

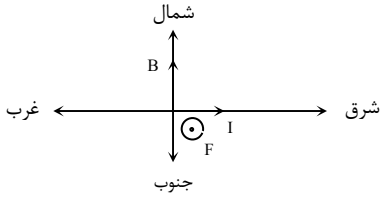
با توجه به قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان مشاهده می‌شود فقط گزینه ۴ در قاعده صدق می‌کند

تست ۴. **سیم راستی به طول ۰/۵ متر که از آن جریان ۱۰ A می‌گذرد عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۰/۰۱ تسلا قرار دارد اگر جهت میدان رو به شمال و جهت جریان رو به شرق باشد نیروی وارد بر سیم چند نیوتن و در چه جهتی خواهد بود؟**

۱) ۰/۲۵ – بالا ۲) ۰/۲۵ - پایین ۳) ۰/۰۵ – پایین ۴) ۰/۰۵ - بالا

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$F = ILB\sin\theta = ۱۰ \times ۰/۵ \times ۰/۰۱ \times \sin ۹۰ \Rightarrow F = ۰/۰۵\ (N)$$

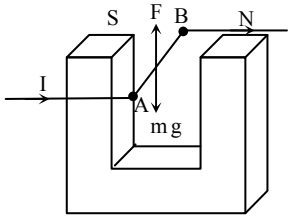


طبق قاعده دست راست جهت نیرو به سمت بالا می‌باشد.

تست ۵. **در شکل زیر طول سیم AB برابر ۳۰ Cm و جریانی به شدت ۵ A از آن می‌گذرد اگر سیم به حالت تعادل قرار گرفته‌باشد و بزرگی میدان مغناطیسی بین دو قطب آهنربا ۰/۲ تسلا باشد جرم سیم چند گرم است؟**

۱) ۵ ۲) ۱۵

۳) ۳۰ ۴) سیم نمی‌تواند به حالت تعادل بماند.



پاسخ: گزینه‌ی ۳

چون سیم در حال تعادل است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است پس:

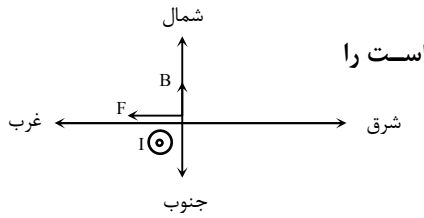
$$F = ILB\sin\theta = mg \Rightarrow m = \frac{ILB\sin\theta}{g} = \frac{۵ \times ۰/۳ \times ۰/۲ \times ۱}{۱۰} = ۰/۰۳\ kg$$

$$\Rightarrow m = ۳۰\,g$$

تست۶. سیمی در امتداد قائم آویخته شده‌است و از آن جریانی از پائین به طرف بالا عبور می‌دهیم نیروی وارد بر این سیم از طرف میدان مغناطیسی زمین چگونه است؟

۱) به سمت جنوب ۲) به سمت شمال ۳) به سمت مشرق ۴) به سمت مغرب

پاسخ: گزینه‌ی ۴

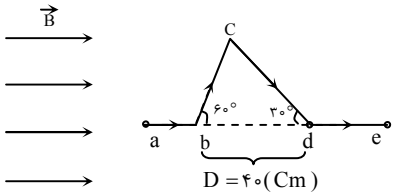


می‌دانیم میدان مغناطیسی زمین از جنوب به طرف شمال می‌باشد پس قانون دست راست را برای تعیین جهت نیرو به کار می‌بریم:

طبق قاعده دست راست جهت نیرو به سمت مغرب می‌باشد

تست۷. مطابق شکل زیر قطعه سیم ae که حامل جریان $I=۲(A)$ است در میدان مغناطیسی $B=۰/٤\ T$ قرار دارد کدام گزینه در مورد اندازه و جهت برآیند نیروی وارد بر قطعه سیم صحیح است؟

(کل سیم در معرض میدان مغناطیسی است) $(\sqrt{۳} \simeq \frac{۷}{٤})$



۱) $\otimes$ ۰/۱۴ N

۲) برآیند نیروهای وارد بر قطعه سیم صفر است.

۳) $\odot$ ۰/۲۸ (N)

۴) $\otimes$ ۰/۲۸ N

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\vec{F}=\vec{F}_{ab}+\vec{F}_{bc}+\vec{F}_{cd}+\vec{F}_{de}$$
$$\Rightarrow \vec{F}=I\,\overrightarrow{ab}\times\vec{B}+I\overrightarrow{bc}\times\vec{B}+I\overrightarrow{cd}\times\vec{B}+I\overrightarrow{de}\times\vec{B}$$
$$\Rightarrow \vec{F}=I(\overrightarrow{ab}+\overrightarrow{bc}+\overrightarrow{cd}+\overrightarrow{de})\times\vec{B}$$
$$\Rightarrow \vec{F}=I\,\overrightarrow{ae}\times\vec{B}$$

پس $\vec{F}$ کل برابر $I\,\overrightarrow{ae}\times\vec{B}$ می‌باشد و چون $\overrightarrow{ae}$ با $\vec{B}$ هم جهت است ضرب خارجی آن صفر می‌شود پس: $\vec{F}=۰$

نیروی وارد بر ذره‌ی باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

همان‌طور که گفتیم بر سیم حامل جریان قرار گرفته در معرض میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود در صورتی که اگر از سیم جریانی نگذرد بر آن نیرویی وارد نمی‌شود بنابراین عبور جریان باعث وارد آمدن نیرو به سیم می‌شود و می‌دانیم عبور جریان همان حرکت بار الکتریکی می‌باشد، پس اگر بار الکتریکی در میدان مغناطیسی حرکت کند بر آن نیرو وارد می‌شود که آزمایش‌ها نشان می‌دهند اندازه این نیرو به عوامل زیر بستگی دارد.

۱) اندازه بار الکتریکی : $F \propto q$

۲) سرعت حرکت بار الکتریکی $F \propto V$

۳) میدان مغناطیسی $F \propto B$

۴) سینوس زاویه‌ای که جهت حرکت بار الکتریکی $(\vec{V})$ با میدان مغناطیسی می‌سازد.

θ : زاویه بین $\vec{V}$ و $\vec{B}$ $F \propto \sin\theta$

از رابطه فوق می‌توان نتیجه گرفت:

$$F = qVB\sin\theta$$

نکته‌ی۳. از رابطه $F = qVB\sin\theta$ نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱) $V=۰ \Rightarrow F=۰$ **یعنی میدان مغناطیسی بر ذره باردار ساکن نیرویی وارد نمی‌کند.**

۲) $\left.\begin{matrix}\theta=۰\\ \theta=۱۸۰\end{matrix}\right\} \Rightarrow \sin\theta=۰ \Rightarrow F=۰$

یعنی اگر ذره باردار به موازات خطوط میدان حرکت کند (در جهت خطوط میدان یا در خلاف جهت خطوط میدان) بر آن نیرویی وارد نمی‌شود. به عبارتی هنگامی بر ذره باردار نیرو وارد می‌شود که ضمن حرکت خطوط میدان را قطع کند

۳) $\theta = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta = ۱ \Rightarrow F = F_{max} = qVB$

یعنی اگر ذره باردار عمود برخطوط میدان حرکت کند بر آن ماکزیمم نیروی ممکن از طرف میدان وارد می‌شود.

در اینجا نیز نیروی وارد بر ذره باردار متحرک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$$

قاعده دست راست برای تعیین جهت نیرو:

I) $q > ۰ \Rightarrow \vec{V} \times \vec{B}$ هم جهت با $\vec{F}$

چهار انگشت دست راست در حالت باز : $\vec{V}$

چهار انگشت دست راست در حالت بسته : $\vec{B}$

انگشت شست دست راست در حالت باز : $\vec{F}$

II) $q < ۰ \Rightarrow \vec{V} \times \vec{B}$ در خلاف جهت $\vec{F}$

چهار انگشت دست راست در حالت باز : $\vec{V}$

چهار انگشت دست راست در حالت بسته : $\vec{B}$

خلاف جهت انگشت شست دست راست در حالت باز : $\vec{F}$

تست ۸. ذرات α (آلفا)، پروتون و الکترون با سرعت‌های مساوی و به طور عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت وارد می‌شوند و نیروهای F_α و F_p و F_e به آن‌ها اثر می‌کند کدام گزینه صحیح است؟

۱) $F_\alpha > F_p > F_e$ ۲) $F_\alpha > (F_p = F_e)$ ۳) $F_\alpha < F_p < F_e$ ۴) $(F_\alpha = F_p) > F_e$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه $F = qVB\sin\theta$ چون $\theta = ۹۰^\circ$ است پس $F = qVB$ می‌شود و چون میدان یکنواخت است و سرعت ذرات یکسان است، پس نیروی وارد بر ذرات با q آن‌ها متناسب است و چون داریم:

$$\left.\begin{array}{l} |q_p| = |q_e| \\ |q_\alpha| = ۲|q_p| \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} F_p = F_e \\ F_\alpha = ۲F_p \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{F_\alpha > (F_p = F_e)}$$

ذره آلفا شامل دو پروتون و دو نوترون است

تست ۹. گلوله‌ای به جرم ۱ گرم و بار الکتریکی $q = ٤\ \mu c$ داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت افقی به شدت $۲T$ با سرعت ثابت V حرکت می‌کند اگر زاویه بین حرکت گلوله با خطوط میدان ۳۰° باشد V کدام است؟

$$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$$

۱) $۱۰۰۰\ (\frac{m}{s})$ ۲) $۲۵۰۰\ (\frac{m}{s})$ ۳) $۵۰۰۰\ (\frac{m}{s})$ ۴) $۵۵۰۰\ (\frac{m}{s})$

پاسخ: گزینه‌ی ۲

چون سرعت حرکت گلوله ثابت است پس شتاب حرکت آن صفر است در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است پس $qVB\sin\theta$ و mg باید هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند تا برآیند آن‌ها صفر شود پس:

$$qVB\sin\theta = mg \Rightarrow V = \frac{mg}{qB\sin\theta} = \frac{۰/۰۰۱ \times ۱۰}{۴\times۱۰^{-۶} \times ۲ \times \frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۰/۰۱}{۴\times۱۰^{-۶}} = \frac{۱۰^۴}{۴} \Rightarrow V = ۲۵۰۰\ (\frac{m}{s})$$

تست ۱۰. بار الکتریکی $2\mu c$ به جرم $5(g)$ و سرعت $2\times10^{4}(\frac{m}{s})$ موازی سطح زمین شلیک می‌شود میدان مغناطیسی چند تسلایی در محیط وجود داشته‌باشد تا بار سقوط نکند؟ $(\theta=90^{\circ})$

۱) ۲/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲

نیروی $F=qVB\,Sin\,\theta$ باید mg را خنثی کند تا جسم سقوط نکند:

$$qVB\,Sin\,\theta=mg\Rightarrow B=\frac{mg}{qV\,Sin\,\theta}=\frac{0/005\times10}{2\times10^{-6}\times2\times10^{4}\times1}$$

$$\Rightarrow B=\frac{0/05}{0/04}\Rightarrow B=1/25\,(T)$$

تست ۱۱. اگر الکترونی با سرعت ثابت و در امتداد عمود بر میدان الکتریکی E و مغناطیسی B که بر هم عمودند وارد شود و بدون انحراف از آن عبور کند در این صورت سرعت الکترون کدام است؟

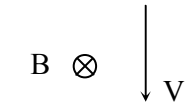
۱) $\frac{E}{B}$ ۲) $\frac{B}{E}$ ۳) EB ۴) $(\frac{E}{B})^{2}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

چون ذره منحرف نشده‌است پس برآیند نیروهای وارد بر آن باید صفر باشد پس F_E باید برابر F_B و در خلاف جهت یکدیگر باشند پس:

$$F_E=F_B\Rightarrow qE=qVB\underbrace{Sin\,\theta}_{1}\Rightarrow E=VB\Rightarrow V=\frac{E}{B}$$

تست ۱۲. باریکه‌ای از الکترون در جهتی که در شکل نشان داده شده‌است با سرعت V در میدان مغناطیسی یکنواخت B حرکت می‌کند می‌خواهیم با برقراری میدان الکتریکی یکنواخت E مانع از انحراف الکترون از مسیر مستقیم شویم جهت E کدام است؟



۱) ← ۲) ↓ ۳) → ۴) ↑

پاسخ: گزینه‌ی ۱

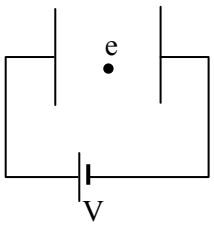
طبق قاعده دست راست برای الکترون که بار منفی دارد و با توجه به جهت‌های V و B نتیجه می‌گیریم نیروی میدان مغناطیسی وارد بر الکترون متحرک به سمت چپ می‌باشد

$\xleftarrow{F_B}$

حال برای اینکه باریکه منحرف نشود باید F_E به سمت راست باشد تا F_B را خنثی کند. $\xrightarrow{F_E}$

و چون نیرویی که میدان الکتریکی بر بار منفی وارد می‌کند در خلاف جهت E است پس باید E به سمت چپ باشد.

تست ۱۳. مطابق شکل زیر یک الکترون عمود بر صفحه کاغذ و به طرف داخل آن میان صفحات خازن شلیک می‌شود می‌خواهیم با یک آهنربای نعلی شکل مانع انحراف الکترون از مسیر مستقیم شویم قطب N آهنربا نسبت به مسیر ذره چگونه باید قرار گیرد؟

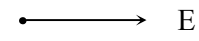


۱) بالا ۲) پایین
۳) راست ۴) چپ

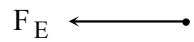
پاسخ: گزینه‌ی ۱

طبق نحوه اتصال خازن به مولد میدان بین صفحات از چپ به راست است پس مراحل زیر را طی می‌کنیم:

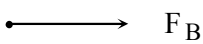
جهت میدان الکتریکی



① جهت نیروی میدان الکتریکی وارد بر الکترون



② جهت نیروی میدان مغناطیسی وارد بر الکترون



③ برای خنثی کردن F_E برای عدم انحراف الکترون

④ با توجه به جهت حرکت الکترون داخل صفحه برای اینکه F_B به سمت راست باشد

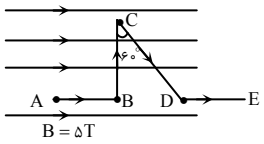
طبق قاعده دست راست B باید به سمت پائین باشد $(\downarrow B)$ پس قطب N آهنربا باید بالا باشد.

تمرین ۱– ۱۰

۱. مطابق شکل زیر اگر جریانی به شدت I در امتداد شرق غرب و در جهت غرب از سیم مستقیمی عبور کند جهت نیروی وارد بر سیم از طرف میدان مغناطیسی زمین به کدام سمت است؟

۱) شمال ۲) جنوب
۳) درون‌سو ۴) برون‌سو

۲. در شکل زیر برآیند نیروهای وارد بر سیم حامل جریان ABCDE از سوی میدان B چند نیوتن است؟ $(BC = ۱۰\,cm)$

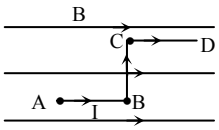


۱) ۵ ۲) ۰/۵
۳) ۲/۵ ۴) صفر

۳. کدام گزینه معادل واحد تسلا نیست؟

۱) $\frac{kg}{c.S}$ ۲) $\frac{N}{c.m}$ ۳) $\frac{kg}{A.S^۲}$ ۴) $\frac{N}{A.m}$

۴. در شکل زیر سیم ABCD در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۴۰۰G$ قرار گرفته است نیروی کل وارد بر سیم ABCD که حامل جریان الکتریکی $۲۰(A)$ است چند نیوتن است؟



$AB = ۱۰Cm$ $BC = ۱۰Cm$ $CD = ۲۰Cm$

۱) صفر ۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۲

۵. دو بار الکتریکی $q_۲ = ۲q_۱, q_۱$ با جرمهای $m_۲ = ۲m_۱, m_۱$ با سرعت‌های $V_۲ = ۲V_۱, V_۱$ وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شوند به طوری‌که راستای سرعت آنها بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است اگر شتاب حرکت آنها در اثر اعمال نیروی مغناطیسی به ترتیب $a_۲, a_۱$ باشد نسبت $\frac{a_۲}{a_۱}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴

۶. ذره‌ای با بار الکتریکی $۱۰^{-۵}$ کولن با سرعت ۴۰۰ متر بر ثانیه در جهت میدان مغناطیسی در حرکت است اگر میدان مغناطیسی ۰/۲۵ تسلا باشد نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتن است؟

۱) صفر ۲) $۱۰^{-۳}$ ۳) ۵×۱۰^{-۴} ۴) $۲/۵\times۱۰^{-۵}$

۷. در میدان مغناطیسی یکنواختی بر یک ذره‌ی باردار که در راستای حرکتش با خطوط میدان زاویه‌ی ۴۵° می‌سازد نیروی F وارد می‌شود اگر راستای حرکت این ذره با میدان زاویه‌ی ۶۰° بسازد نیروی وارد بر آن چند F خواهد شد؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

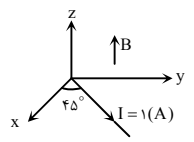
۸. بیشینه‌ی نیروی وارد بر سیمی به طول ۴ متر که حامل جریان الکتریکی است در میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۰۸ تسلایی، ۱/۲ نیوتن است جریانی که از سیم می‌گذرد چند آمپر است؟

۱) ۸/۵ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۳/۷۵

۹. سیمی عمود بر میدان مغناطیسی $\vec{B} = ۰/۸\vec{i} + ۰/۶\vec{j}$ برحسب گاوس قرار دارد اگر از سیم جریان $۴(A)$ عبور کند نیروی وارد بر نیم‌متر آن چند نیوتن است؟

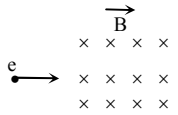
۱) ۱ ۲) $۱۰^{-۴}$ ۳) ۲ ۴) ۲×۱۰^{-۴}

۱۰. در شکل زیر بر سیم حامل جریان I که طول آن ۲ متر است، در میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $B = ۰/۱T$ چند نیوتن نیرو وارد می‌شود؟ (میدان در جهت محور z و سیم در صفحه‌ی xy است)



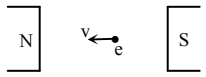
۱) ۰/۲ ۲) $۰/۲\sqrt{۲}$
۳) $۰/۱\sqrt{۲}$ ۴) ۰/۱

۱۱. مطابق شکل، الکترونی در جهت نشان داده شده وارد یک میدان مغناطیسی می‌شود برای جلوگیری از تغییر مسیر این ذره، یک میدان الکتریکی در فضا ایجاد کرده‌ایم، جهت میدان الکتریکی کدام است؟ (از جرم الکترون صرف‌نظر شود)



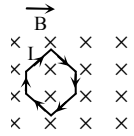
۱) $\rightarrow$ ۲) $\leftarrow$
۳) $\downarrow$ ۴) $\uparrow$

۱۲. در شکل زیر یک الکترون در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند جهت انحراف این الکترون در کدام سو است؟



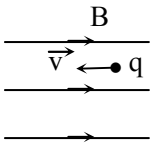
۱) عمود بر صفحه به سمت داخل ۲) عمود بر صفحه به سمت خارج
۳) به سمت بالا ۴) منحرف نمی‌شود

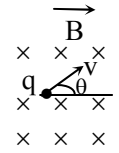
۱۳. سیمی مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار گرفته و از آن جریان الکتریکی عبور می‌کند. جهت انحراف سیم در چه جهتی است؟

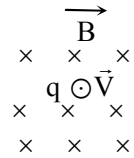


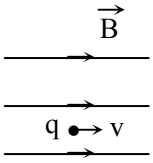
۱) به سمت بالا ۲) به سمت پائین
۳) به سمت چپ ۴) سیم منحرف نمی‌شود.

۱۴. در کدام گزینه اندازه‌ی نیروی وارد بر ذره‌ی باردار از طرف میدان مغناطیسی بیشتر است؟

۱) 

۲) 

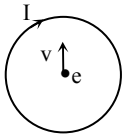
۳) 

۴) 

۱۵. الکترونی با سرعت $(\frac{m}{s})$ ۲×۱۰^{۵} در یک میدان مغناطیسی در حرکت است نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی بر این الکترون وارد می‌شود هنگامی حداکثر است که الکترون به سمت جنوب حرکت کند اگر نیروی حداکثر بالاسو و برابر $۳/۲\times۱۰^{-۱۴}$ نیوتن باشد بزرگی میدان مغناطیسی برحسب تسلا و جهت آن برابر است با: $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}(c))$

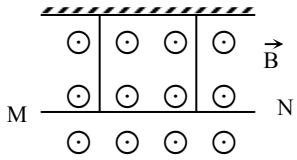
۱) ۱ – شرق ۲) ۱ – غرب ۳) ۲ – شرق ۴) ۲ - غرب

۱۶. در شکل زیر یک دسته الکترون از مرکز پیچه که حامل جریان I است با سرعت V روی صفحه و به طرف بالا پرتاب می‌شوند جهت نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی پیچه کدام است؟



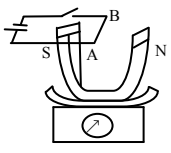
۱) راست ۲) چپ
۳) درون‌سو ۴) برون‌سو

۱۷. مطابق شکل سیم مستقیمی به جرم ۱۰ گرم و به طول ۱ متر توسط دو نخ از سقف آویزان بوده و در میدان ۰/۰۵ تسلا که عمود بر سیم و برون‌سو است قرار دارد اندازه و سوی جریان چگونه باشد تا نیروی کشش نخ‌ها صفر شود؟



۱) ۰/۲A و از N به M ۲) ۰/۲A و از M به N
۳) ۲A و از N به M ۴) ۲A و از M به N

۱۸. یک آهنربای نعلی شکل بر کفه ترازویی تکیه دارد و سیم AB در نیمه راه بین دو قطب به باتری وصل است پس از بستن کلید، نیروی وارد بر سیم از سوی آهنربا به طرف ..... بوده و عددی که ترازو نشان می‌دهد نسبت به قبل از وصل کلید ..... خواهد شد؟



۱) بالا، بدون تغییر
۲) بالا، بیشتر
۳) پائین، بدون تغییر
۴) بالا – کمتر

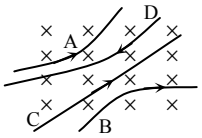
۱۹. گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم دارای بار $+۴\mu c$ و با سرعت افقی $(\frac{m}{S})$ ۲×۱۰^{۶} عمود بر راستای میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی ۱۰۰ گوس در حرکت است اگر جهت میدان مغناطیسی درون‌سو و گلوله به سمت راست در حرکت باشد بزرگی و جهت میدان الکتریکی لازم برای ثابت ماندن بردار سرعت چیست؟

۱) $۲۷\times۱۰^{۴}\frac{N}{c}$، رو به بالا ۲) $۲۳\times۱۰^{۴}\frac{N}{c}$، رو به پایین ۳) $۲۷\times۱۰^{۴}\frac{N}{c}$، رو به پایین ۴) $۲۳\times۱۰^{۴}\frac{N}{c}$، رو به بالا

۲۰. سیمی به جرم ۲g و طول ۲۰Cm حامل جریان ۲(A) در جهت شرق به غرب است این سیم عمود بر میدانی به بزرگی B در حال تعادل است $\vec{B}$ کدام است؟

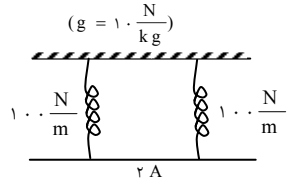
۱) ۰/۰۵T، جنوب به شمال ۲) ۰/۲T، شمال به جنوب ۳) ۰/۰۵T، شمال به جنوب ۴) ۰/۲T، جنوب به شمال

۲۱. چهار ذره هنگام عبور از میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو مطابق شکل مسیرهایی را می‌پیمایند کدام ذره دارای بار منفی است؟



۱) B ۲) A و B
۳) B و D ۴) B و A و D

۲۲. مطابق شکل، سیم راستی حامل جریان ۲(A) توسط دو فنر سبک از سقف آویزان است و سیم در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو قرار دارد و جرم هر متر سیم ۲۰g است بزرگی میدان مغناطیسی چقدر باشد تا تغییر طول فنرها صفر شود؟



۱) ۰/۰۱T ۲) ۰/۱T
۳) ۰/۰۵T ۴) ۰/۰۰۵T

۲۳. سرعت الکترونی برحسب متر بر ثانیه، $\vec{V}=۲\times۱۰^{۶}\vec{i}+۷\times۱۰^{۶}\vec{j}$ است این الکترون وارد یک میدان مغناطیسی $\vec{B}=۰/۲\vec{i}-۰/۳\vec{j}$ برحسب تسلا می‌شود بزرگی نیروی وارد بر الکترون برحسب نیوتن کدام است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}(c))$

۱) $۱/۶\times۱۰^{-۱۲}$ ۲) $۳/۲\times۱۰^{-۱۳}$ ۳) $۶/۲\times۱۰^{-۱۴}$ ۴) ۸×۱۰^{-۱۴}

۲۴. معادله میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B}=۰/۲\vec{i}+۰/۳\vec{j}$ است در این میدان یکنواخت از سیم راست و بلندی که منطبق بر محور xها است جریان الکتریکی ثابت ۲۰ آمپر می‌گذرد اندازه نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی بر هر متر از سیم وارد می‌شود چند نیوتن است؟

۱) $۳\sqrt{۵}$ ۲) $۲\sqrt{۱۳}$ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۵. میله‌ای به جرم m و طول L حامل جریان I است نیروی مغناطیسی وارد بر آن با وزن میله خنثی شده است حداقل اندازه میدان مغناطیسی چقدر است؟

۱) $\frac{LI}{mg}$ ۲) $\frac{mgI}{L}$ ۳) $\frac{mgL}{I}$ ۴) $\frac{mg}{LI}$

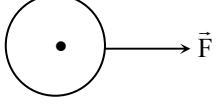
۲۶. ذره‌ای به جرم ۲ گرم و بار $-۲۰\mu c$ با سرعت اولیه $۱۰^{۵}(\frac{m}{S})$ به طور افقی به طرف مشرق پرتاب می‌شود جهت و حداقل اندازه میدان $\vec{B}$ برای ثابت ماندن بردار سرعت ذره کدام است؟

۱) ۱۰، شمال‌سو ۲) $۱۰^{-۲}$، شمال‌سو ۳) $۱۰^{-۳}$، جنوب‌سو ۴) $۱۰^{-۲}$، جنوب‌سو

۲۷. ذره‌ای به جرم ۲ میلی گرم و بار $+۵\mu c$ با سرعت $۴۰۰\frac{m}{S}$ در جهت مثبت محور x وارد میدان یکنواخت به اندازه‌ی ۰/۵ تسلا که در سوی مثبت محور yها است می‌شود اندازه شتاب ذره در اثر نیروی میدان چند متر بر مجذور ثانیه و در چه جهتی است؟

۱) ۰/۵ در جهت محور z ۲) ۵۰۰ در جهت محور z
۳) ۵۰۰ در خلاف جهت محور z ۴) ۲۰۰ در جهت محور z

۲۸. نیروی $\vec{F}$ وارد بر یک بار منفی با سرعت $\vec{V}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در حال حرکت است در شکل نشان داده شده است جهت $\vec{V}$ کدام است؟



۱) ↑ ۲) ←
۳) ↓ ۴) →

۲۹. جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت که به صورت افقی از غرب به شرق وارد میدان مغناطیسی زمین می‌شود به کدام سمت است؟

۱) قائم رو به بالا ۲) رو به شمال ۳) قائم رو به پائین ۴) رو به جنوب

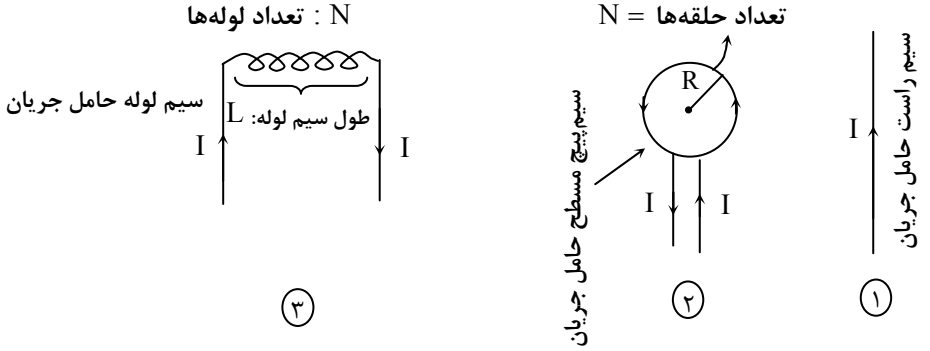
۳۰. یک سیم افقی به طول ۲۰Cm و به جرم ۶۰ گرم در راستای شرق به غرب درون میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۰/۲T که جهت آن از شمال به جنوب می‌باشد معلّق است چه جریانی و در چه جهتی از سیم عبور می‌کند؟

۱) ۱۵A و از شرق به غرب ۲) ۱۵A و از غرب به شرق ۳) ۱۰A و از شرق به غرب ۴) ۱۰A و از غرب به شرق

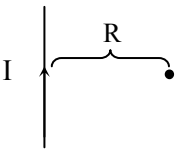
جلسه‌ی نوزدهم

☜ آثار مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

قبلاً دیدیم که هرگاه یک سیم حامل جریان نزدیک یک آهنربا قرار گیرد بر آن نیرو وارد می‌شود که راجع به این نیرو به طور مفصل صحبت کردیم طبق قانون سوم نیوتن می‌توان گفت سیم حامل جریان نیز بر آهنربا نیرو وارد می‌کند یعنی سیم حامل جریان آثار مغناطیسی دارد و خودش مانند یک آهنربا عمل می‌کند حال برای مشاهده بهتر این اثر می‌توان در اطراف یک سیم حامل جریان عقربه‌ی مغناطیسی قرار داد مشاهده می‌شود که عقربه منحرف می‌شود پس نتیجه فوق تأیید می‌گردد یعنی سیم حامل جریان در اطراف خود میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که در سه حالت زیر این مسأله را بررسی می‌کنیم:



I) میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان



برای تعیین میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان در هر نقطه باید اندازه و جهت میدان مغناطیسی را تعیین کنیم آزمایش نشان می‌دهد که اندازه میدان با مقدار جریان رابطه مستقیم و با فاصله تا سیم نسبت عکس دارد و می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} B \propto I \\ B \propto \frac{1}{R} \end{matrix}\right\} \Rightarrow B \propto \frac{I}{R} \Rightarrow B = 2\times10^{-7}\ \frac{I}{R} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ \frac{I}{R}$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \ \frac{T.m}{A}$: قابلیت نفوذ مغناطیسی خلأ

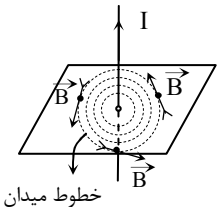
برای تعیین جهت میدان از براده‌های آهن کمک می‌گیریم به این صورت که مقوایی را سوراخ کرده و سیم حامل جریان را از آن سوراخ رد می‌کنیم، سپس روی مقوا براده‌ی آهن می‌ریزیم، مشاهده می‌شود که براده‌ها به شکل دوایر متحدالمرکزی درمی‌آیند که مرکز همه‌ی آن‌ها همان سوراخ می‌باشد.

قاعده دست راست برای تعیین جهت $\vec{B}$ در هر نقطه :

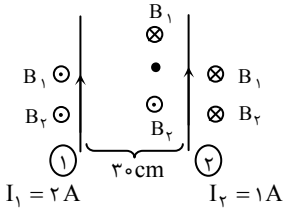
انگشت شست دست راست در حالت باز: جهت جریان

نوک انگشتان دیگر در حالت باز: در نقطه مورد نظر

جهت بسته شدن انگشتان: جهت $\vec{B}$



مثال ۲. در شکل زیر در چه نقطه‌ای میدان مغناطیسی برآیند حاصل از دو سیم برابر است؟



حل:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow 2\times10^{-7}\ \frac{I_1}{R_1} = 2\times10^{-7}\ \frac{I_2}{R_2} \Rightarrow \frac{2}{R_1} = \frac{1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 2R_2 \\ R_1 + R_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow R_2 = 10\,cm \ \text{ و } \ R_1 = 20\,cm$$

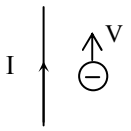
یعنی نقطه مورد نظر به سیم حامل جریان کوچک‌تر، نزدیک‌تر است. $\frac{I_1}{R_1}=\frac{I_2}{R_2} \Rightarrow \overset{\text{اگـــر}}{I_1>I_2} \Rightarrow R_1>R_2 \Rightarrow$

برای پیدا کردن نقطه‌ای در اطراف دو سیم راست حامل جریان که میدان مغناطیسی برآیند در آن جا صفر باشد، قواعد زیر را رعایت می‌کنیم:

۱) نقطه‌ی مورد نظر به سیم حامل جریان کم‌تر نزدیک‌تر است و رابطه‌ی $\frac{I_1}{R_1}=\frac{I_2}{R_2}$ باید برقرار باشد.

۲) اگر جریان‌ها هم جهت باشند نقطه‌ی مورد نظر بین دو سیم و اگر جریان‌ها مختلف‌الجهت باشند نقطه‌ی مورد نظر خارج فاصـله‌ی دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر است.

تست ۱۴. ذره‌ای با بار منفی به موازات یک سیم حامل جریان و در جهت جریان درحرکت است کدام‌یک از بردارهای زیر جهت نیروی وارد بر ذره، حاصل از میدان مغناطیسی سیم را نشان می‌دهد؟

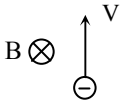


۱) ⟶ ۲) ⟵
۳) ↑ ۴) ↓

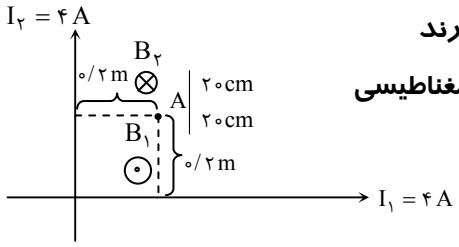
پاسخ: گزینه‌ی ۱

طبق قاعده دست راست برای سیم راست، میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست در محلی که بار در حال حرکت اسـت بـه سـمت داخل صفحه می‌باشد.

و با توجه به قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار منفی، جهت نیرو به سمت راست می‌باشد.



تست ۱۵. دو سیم بلند و باریک روی محورهای مختصات x و y قرار دارند و از هر کدام جریان ٤ آمپر در جهت مثبت محورها می‌گذرد میدان مغناطیسی در نقطه‌ای به مختصات (۲۰ Cm و ۲۰ Cm) چند تسلا است؟

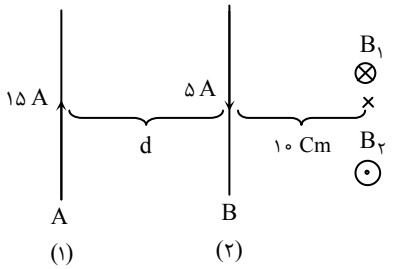


۱) صفر ۲) ۲×۱۰^{-۶}
۳) ۴×۱۰^{-۶} ۴) ۸×۱۰^{-۶}

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$B_A=B_2-B_1=۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۴}{۰/۲}-۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۴}{۰/۲}\Rightarrow B_A=۰$$

تست ۱۶. از دو سیم مستقیم و موازی A و B به ترتیب جریـان‌هـای ۱۵A و ۵A در دو جهت مخالف عبور می‌کند اگر بزرگی میدان مغناطیسی برآیند حاصل از دو جریان در نقطه‌ای واقع در صفحه دو سیم و به فاصله ۱۰ Cm از سیم B برابر صفر باشد فاصله دو سیم از هم چند سانتی‌متر است؟



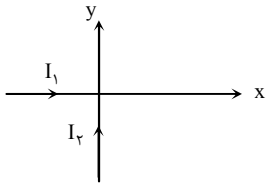
۱) ۴۰ ۲) ۳۰
۳) ۳۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

چون جریان‌ها مختلف‌الجهت هستند نقطه‌ای که در آن‌جا میدان برآیند صفر است خارج فاصله دو سیم و نزدیک به سیم بـا جریـان کوچک‌تر است و داریم:

$$B_1=B_2 \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{۱۵}{d+۱۰}=۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{۵}{۱۰}$$
$$\Rightarrow d+۱۰=۳۰\Rightarrow d=۲۰(Cm)$$

تست ۱۷. **مطابق شکل زیر، دو سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های $I_1 = 4(A)$ و $I_2 = 3\ (A)$ به ترتیب بر محورهای x و y منطبق هستند میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم در نقاط واقع بر کدام خط صفر است؟**

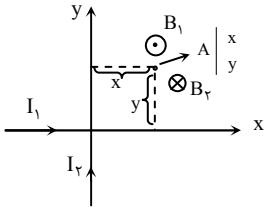


۱) $y = \frac{4}{3}x$ ۲) $y = \frac{-3}{4}x$

۳) $y = \frac{-4}{3}x$ ۴) $y = \frac{3}{4}x$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

طبق قاعده دست راست، مشاهده می‌شود که در ناحیه اول و سوم میدان‌های دو سیم در خلاف جهت یکدیگر می‌باشند و همدیگر را می‌توانند خنثی کنند حال نقاطی که در آن‌ها میدان برآیند صفر است را بدست می‌آوریم نقطه دلخواه $A\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right.$ را در نظر می‌گیریم:



$$B_1 = B_2 \Rightarrow 2\times10^{-7}\frac{I_1}{y} = 2\times10^{-7}\frac{I_2}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{3}{x} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x$$

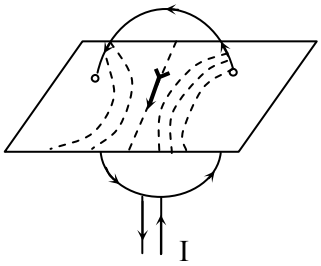
II) میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌پیچ مسطح حامل جریان

میدان حاصل از پیچه‌ی مسطح را در سطح دبیرستان فقط در یک نقطه تعیین می‌کنند و آن نقطه مرکز پیچه می‌باشد چون در نقاط دیگر رابطه‌ای پیچیده دارد. میدان در مرکز پیچه از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$B = 2\pi\times10^{-7}\ \frac{NI}{R} = \frac{\mu_0}{2}\ \frac{NI}{R}$$

در مرکز پیچه ← | → تعداد حلقه‌های پیچه / شعاع پیچه

برای تعیین جهت میدان در این جا نیز از مقوا کمک می‌گیریم:



قاعده دست راست برای تعیین جهت $\vec{B}$:

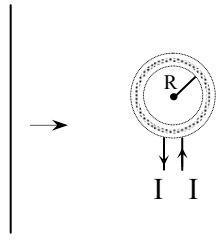
شست دست راست در حالت باز: جهت جریان

نوک انگشتان دیگر دست راست در حالت باز: در مرکز حلقه

جهت بسته شدن انگشتان: جهت $\vec{B}$

مثال ۲. **سیمی به طول ℓ را به صورت پیچه‌ای مسطح به شعاع R در آورده و از آن جریان I عبور می‌دهیم میدان در مرکز پیچه را بر حسب پارامترهای فوق بدست آورید.**

حل:



$$B = \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{NI}{R} \quad (1)$$

طول پیچه $N\times 2\pi R = \ell \Rightarrow N = \frac{\ell}{2\pi R}$ (۲)

$$\xrightarrow[(1),(2)]{\ell} B = \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{\frac{\ell}{2\pi R}\cdot I}{R} = \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\ell I}{R^2}$$

تست ۱۸. سیمی به طول (Cm) ۱۵۷ را به صورت سیم‌پیچ مسطح به شعاع (Cm) ۵ در می‌آوریم اگر از این سیم جریان (A) ۲ عبور دهیم میدان مغناطیسی در مرکز سیم‌پیچ مسطح چند تسلا است؟

۱) $۶/۳\times۱۰^{-۷}$ ۲) $۱۲/۵\times۱۰^{-۵}$ ۳) $۱۲/۵\times۱۰^{-۷}$ ۴) $۶/۳\times۱۰^{-۵}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\left.\begin{array}{l} B=\dfrac{\mu_\circ}{۲}\dfrac{NI}{R} \\ \ell = N\times ۲\pi R \end{array}\right\} \Rightarrow B=\frac{\mu_\circ}{۲}\frac{\frac{\ell}{۲\pi R}\times I}{R} \Rightarrow B=\frac{\mu_\circ \ell I}{۴\pi R^۲}=\frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times ۱/۵۷\times ۲}{۴\pi\times(۰/۰۵)^۲}$$

$$\Rightarrow B=\frac{۳/۱۴\times۱۰^{-۷}}{۲۵\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow B=۱۲/۵\times۱۰^{-۷}(T)$$

تست ۱۹. پیچه مسطحی به شعاع (Cm) ۵ که ۱۰۰ حلقه دارد حامل جریان I است اگر جریان را (A) ۲ افزایش دهیم بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند میلی تسلا افزایش می‌یابد؟

$(\mu_\circ \simeq ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۰/۰۰۲۴ mT ۲) ۰/۰۲۴ mT ۳) ۰/۲۴ mT ۴) ۲/۴ mT

پاسخ: گزینه‌ی ۴

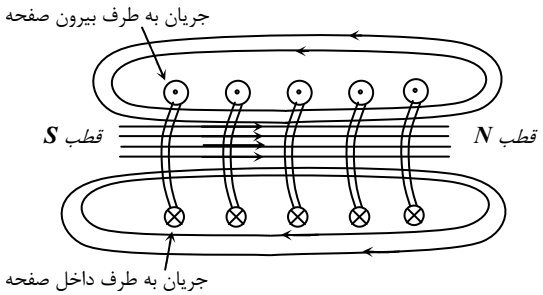
$$\left.\begin{array}{l} B_۲=\dfrac{\mu_\circ}{۲}\dfrac{NI_۲}{R} \\ B_۲=\dfrac{\mu_\circ}{۲}\dfrac{NI_۱}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta B = B_۲-B_۱=\frac{\mu_\circ}{۲}\frac{N}{R}\underbrace{(I_۲-I_۱)}_{\Delta I}$$

$$\Rightarrow \Delta B=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{۲}\frac{۱۰۰}{۰/۰۵}\times(۲)$$

$$\Rightarrow \Delta B=۲/۴\times۱۰^{-۳}(T)=۲/۴\ mT$$

III) میدان مغناطیسی حاصل از سیم لوله (سولنوئید) حامل جریان

سیم لوله از چند دور سیم تشکیل شده‌است که مانند یک فنر پیچیده شده‌است اگر جریان الکتریکی از سیم لوله عبور کند در فضای اطراف سیم لوله میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود خطوط میدان حاصل از یک سیم لوله حامل جریان الکتریکی در شکل زیر نشان داده شده‌است.



همانطور که در شکل مشاهده می‌شود میدان مغناطیسی داخل سیم لوله قوی‌تر از میدان بیرون سیم لوله است علاوه بر این به جز لبه‌های سیم لوله در نقاط دیگر درون سیم لوله خطوط میدان موازی و هم فاصله هستند و این نشان می‌دهد که میدان را می‌توان در آن‌جا یکنواخت در نظر گرفت و میدان درون سیم لوله در خلاف جهت میدان بیرون سیم لوله می‌باشد به عبارتی مانند یک آهنربا می‌توان میدان درون سیم لوله را از S به N و در بیرون سیم لوله از N به S در نظر گرفت.

اگر قطر سیم لوله در مقایسه با طول آن کوچک باشد می‌توان میدان مغناطیسی را درون سیم لوله یکنواخت در نظر گرفت که از رابطه زیر بدست می‌آید:

میدان درون سیم لوله $B=\mu_\circ nI$

در رابطه فوق I جریان گذرنده از سیم لوله و n تعداد حلقه‌ها در واحد طول سیم لوله می‌باشد که رابطه $n=\frac{N}{\ell}$ را داریم و می‌توان نوشت:

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}I$$

(N: تعداد کل حلقه‌های سیم لوله، ℓ: طول سیم لوله)

برای تعیین جهت خطوط میدان درون سیم لوله می‌توان از مقوا و براده‌های آهن کمک گرفت که با توجه به جهت خطوط و با قرار دادن یک عقربه مغناطیسی که جهت را به ما نشان دهد قاعده دست راست به صورت زیر را برای تعیین جهت $\vec{B}$ خواهیم داشت:

انگشت شست دست راست : در جهت جریان

نوک انگشتان دیگر دست راست در حالت باز : در دهانه سیم لوله

بسته شدن انگشتان به جهت داخل سیم لوله : جهت $\vec{B}$

سیم لوله با هسته‌ی آهنی – آهنربای الکتریکی

اگر یک میله آهنی را درون یک سیم لوله حامل جریان که میدان در آن‌جا از هر جای دیگر در اطراف سیم لوله قوی‌تر است جای دهیم در این‌صورت این میله آهنی را هسته‌ی سیم لوله می‌نامند که چون درون سیم لوله میدان مغناطیسی وجود دارد خاصیت مغناطیسی در هسته آهنی القاء خواهد شد.

قبل از آنکه جریان از سیم لوله عبور کند سیم لوله و هسته آهنی خاصیت مغناطیسی ندارند ولی در اثر برقراری جریان در سیم لوله، میدان مغناطیسی سیم لوله، خاصیت مغناطیسی در هسته آهنی القاء می‌کند و هسته‌ی آهنی آهنربا می‌شود. این آهنربا را آهنربای الکتریکی می‌نامند که خاصیت آهنربایی آن بستگی به n (تعداد حلقه‌ها در واحد طول سیم لوله) و جریان گذرنده از سیم لوله (I) دارد همچنین خاصیت آهنربایی آهنربای الکتریکی را می‌توان با قطع و وصل کردن جریان سیم لوله قطع و وصل کرد که از این مسئله در کلیدهای قطع و وصل در زنگ اخبار استفاده می‌شود.

وجود هسته‌های آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیم لوله می‌گردد و این کاربرد آهنربای الکتریکی را بیش‌تر می‌کند.

تست ۲۰. جریان تقریباً چند آمپری از سیم لوله‌ای که در هر سانتی‌متر طولش ۱۲ حلقه دارد عبور کند تا میدان مغناطیسی داخل آن (T) ۳×۱۰^{-۳} شود؟

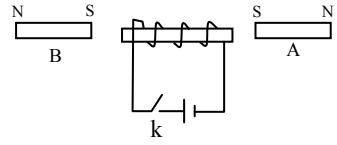
۱) ۰/۴ ۲) ۰/۲ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$B=\mu_{\circ}nI \Rightarrow I=\frac{B}{\mu_{\circ}n} \Rightarrow I=\frac{۳\times۱۰^{-۳}}{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۲۰۰}=\frac{۳\times۱۰^{۲}}{۴۸\pi}=\frac{۳۰۰}{۴۸\pi}=\frac{۲۵}{۴\pi}$$

$$\Rightarrow I\simeq ۲(A)$$

تست ۲۱. در شکل زیر بعد از وصل کردن کلید k چگونه نیرویی از طرف سیم‌پیچ به ترتیب بر آهنربای A و B وارد می‌شود؟

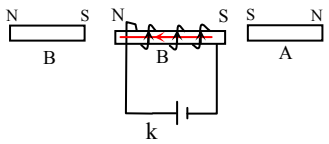


۱) جاذبه – جاذبه ۲) جاذبه – دافعه

۳) دافعه – دافعه ۴) دافعه - جاذبه

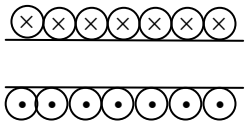
پاسخ: گزینه‌ی ۴

با بستن کلید جهت جریان در سیم لوله مطابق شکل می‌باشد.



و میدان درون سیم لوله طبق قاعده دست راست از سمت راست به سمت چپ می‌باشد پس سمت راست سیم لوله S و سمت چپ سیم لوله N می‌شود (چون میدان داخل سیم لوله از S به N است) پس آهنربای A دفع و آهنربای B جذب می‌شود.

تست۲۲. شکل زیر مقطع قسمتی از یک سیم لوله فاقد هسته‌ی آهنی به طول ۱۰ سانتی‌متر را نشان می‌دهد اگر قطر مفتول مسی عایق شده به کار رفته در سیم لوله ۰/۵ میلیمتر باشد و جریانی به شدت (A)۵ در جهت مشخص شده از مفتول بگذرد کدام گزینه جهت و اندازه‌ی میدان مغناطیسی در نقاط داخل سیم لوله را به درستی نشان می‌دهد (فرض شود که سیم‌ها کاملاً به هم چسبیده‌اند) $\mu_\circ \simeq ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$



۱) $\leftarrow$ و $۰/۰۱۲T$ ۲) $\leftarrow$ و $۰/۱۲T$

۳) $\rightarrow$ و $۰/۰۱۲T$ ۴) $\rightarrow$ و $۰/۱۲T$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

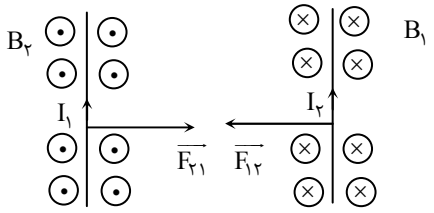
طبق قاعده‌ی دست راست جهت میدان از راست به چپ یعنی به صورت $\leftarrow$ می‌باشد. از طرفی داریم:

$$\left.\begin{matrix} B=\mu_\circ \frac{N}{\ell} I \\ \ell = N.D \end{matrix}\right\} \Rightarrow B=\mu_\circ \frac{I}{D}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۵}{۰/۵\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow B=۰/۰۱۲T$$

نیروی بین سیم‌های موازی حامل جریان

همانطور که قبلاً مشاهده کردیم سیم حامل جریان در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند از طرفی اگر سیم حامل جریانی در معرض میدان مغناطیسی قرار گیرد بر آن نیرو وارد می‌شود بنابراین می‌توان گفت اگر دو سیم حامل جریان در نزدیکی یکدیگر قرار داشته باشند میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم بر سیم دیگر نیرو وارد می‌کند که در شکل‌های زیر این مسئله را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۱) دو سیم موازی حامل جریان‌های هم جهت



میدان حاصل از سیم ۱ در محل قرار گرفتن سیم ۲: $B_۱$

میدان حاصل از سیم ۲ در محل قرار گرفتن سیم ۱: $B_۲$

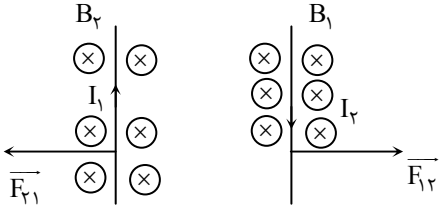
نیرویی که میدان حاصل از سیم ۱ بر سیم ۲ وارد می‌کند : $F_{۱۲}$

نیرویی که میدان حاصل از سیم ۲ بر سیم ۱ وارد می‌کند : $F_{۲۱}$

جهت $\overrightarrow{F_{۱۲}}$ و $\overrightarrow{F_{۲۱}}$ با استفاده از قانون دست راست (در تعین جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان) مشخص گردیده است که در این‌جا $\overrightarrow{F_{۱۲}}$ و $\overrightarrow{F_{۲۱}}$ نیروهای عمل و عکس العمل می‌باشند و مشاهده می‌شود که سیمها همدیگر را جذب می‌کنند.

۲) دو سیم موازی حامل جریان‌های مختلف الجهت

مشابه حالت (۱) می‌توان نشان داد در این حالت سیم‌ها یکدیگر را می‌رانند.



برای تعیین اندازه نیرو فرض می‌کنیم فاصله‌ی دو سیم از یکدیگر d بوده و بخواهیم نیروی وارد بر L متر از هر سیم را محاسبه کنیم داریم:

$$\left.\begin{matrix} B_۱=۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{I_۱}{d} \\ F_{۱۲}=I_۲ L B_۱ \sin ۹۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow F_{۱۲}=۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۱ I_۲}{d}L$$

طبق قانون سوم نیوتن $F_{۲۱}=F_{۱۲}$ می‌باشد پس می‌توان نوشت:

$$F_{۱۲}=F_{۲۱}=۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۱ I_۲}{d}L$$

از رابطه‌ی فوق برای تعریف آمپر استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\text{اگر : } \left.\begin{array}{l} I_1 = I_2 = 1(A) \\ d = 1(m) \\ L = 1(m) \end{array}\right\} \Rightarrow F = 2\times10^{-7}\ (N)$$

پس یک آمپر جریانی است که اگر از دو سیم راست و موازی به طول بی‌نهایت که در خلأ به فاصله‌ی ۱ متر از یکدیگر قرار دارند عبور کند بر هر ۱ متر از آن‌ها نیرویی برابر $2\times10^{-7}(N)$ وارد می‌شود.

تعریف فوق تعریف عملیاتی آمپر نامیده می‌شود.

تست ۲۳. از دو سیم موازی و طویل جریان‌های $2/5(A)$ و $10(A)$ می‌گذرد. اگر فاصله‌ی دو سیم از یکدیگر ۰/۵ متر باشد نیرویی که یک سیم بر ۱ سانتی‌متر از سیم دیگر وارد می‌کند چند نیوتن است؟

۱) 2×10^{-3} ۲) 10^{-5} ۳) 10^{-7} ۴) 5×10^{-8}

پاسخ : گزینه‌ی ۳

$$F = 2\times10^{-7}\frac{I_1 I_2}{d}L = 2\times10^{-7}\frac{2/5\times10}{0/5}\times0/01 \Rightarrow \boxed{F = 10^{-7}(N)}$$

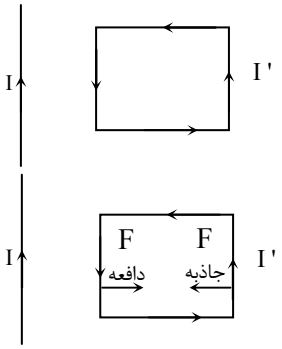
تست ۲۴. از دو سیم بلند و موازی A و B جریان‌های I_A و $I_B = 0/2I_A$ می‌گذرد. اندازه‌ی نیرویی که سیم A بر هر متر از سیم B وارد می‌کند چند برابر نیرویی است که سیم B بر هر متر از سیم A وارد می‌کند؟

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۵

پاسخ : گزینه‌ی ۲

طبق قانون سوم نیوتن گزینه‌ی ۲ صحیح است.

تست ۲۵. در شکل زیر یک قاب حامل جریان I' در مجاورت سیم حامل جریان I قرار دارد. در این صورت:



۱) قاب به سمت راست کشیده می‌شود.
۲) قاب به سمت چپ کشیده می شود.
۳) بر قاب نیرویی وارد نمی‌شود.
۴) نیروی وارد بر قاب کمتر از نیرویی است که قاب بر سیم حامل جریان I وارد می‌کند.

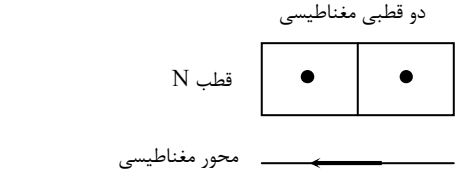
پاسخ: گزینه‌ی ۱

سیم حامل جریان I به سیم سمت چپی نیروی دافعه و به سیم سمت راستی نیروی جاذبه وارد می‌کند ولی چون نیروی دافعه از نیروی جاذبه بیشتر است (به علت کمتر بودن فاصله‌ی سیم‌ها) پس قاب به سمت راست حرکت خواهد کرد.

خاصیت مغناطیسی مواد

همانطور که قبلاً دیدیم برخی مواد خاصیت آهنربایی دارند و برخی مواد در حضور میدان مغناطیسی آهن‌ربا می‌شوند و بعضی مواد نیز در حضور آهنربا باز خاصیت آهنربایی پیدا نمی‌کنند در این قسمت به بررسی این موضوع می‌پردازیم.

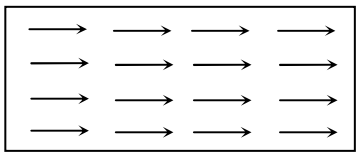
اگر آهنربایی را به دو قطعه بشکنیم هر قطعه خود یک آهنربا با دو قطب N و S است اگر عمل شکستن را ادامه دهیم باز هم قطعه‌های حاصل دارای دو قطب N و S خواهند بود تا جایی که به کوچکترین آهنربای ممکن برسیم که اتم‌ها یا مولکول‌ها می‌باشند که دیگر قابل تقسیم نیستند. این آهنرباهای کوچک را دوقطبی مغناطیسی می‌نامند چون دارای دو قطب N و S هستند. خطی که دو قطب یک دو قطبی مغناطیسی را به هم وصل می‌کند محور مغناطیسی نامیده می‌شود و شکل زیر را داریم:



در اصل گردش الکترون به دور هسته ایجاد میدان مغناطیسی می‌کند که گردش الکترون مشابه جریان الکتریکی می‌باشد که می‌دانیم جریان الکتریکی خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

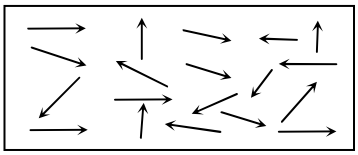
نحوه‌ی جهت‌گیری دو قطب‌های مغناطیسی کوچک در مواد مغناطیسی مختلف، متفاوت است به همین دلیل مواد از لحاظ ویژگی های مغناطیسی با هم تفاوت دارند که در ادامه به این بحث می‌پردازیم.

۱) آهن‌ربا: در آهنربا دو قطبی‌ها با یکدیگر هم‌جهت می‌باشند طوری که میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها یکدیگر را تقویت می‌کند.



نحوه‌ی جهت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی در آهنربا

۲) مواد پارامغناطیس: در یک ماده‌ی پارامغناطیس دو قطبی‌های مغناطیسی دارای سمت گیری مشخص و منظم نمی‌باشند و جهت‌های تصادفی (کاتوره‌ای) دارند در نتیجه این مواد از خود خاصیت مغناطیسی نشان نمی‌دهند.

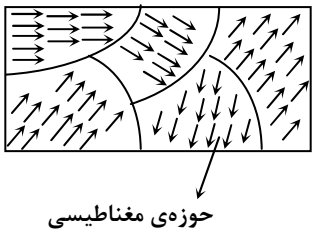


جهت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی در یک ماده‌ی پارامغناطیس

اگر این‌گونه مواد در معرض یک میدان مغناطیسی قوی قرار گیرند دوقطبی‌های آن‌ها تا حدودی منظم شده و خاصیت مغناطیسی کمی از خود نشان می‌دهند و اگر میدان مغناطیسی را دور کنیم خاصیت خود را از دست می‌دهند.

منگنز ، پلاتین ، آلومینیوم، فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی ، اکسیژن و اکسید ازت از جمله مواد پارامغناطیس هستند.

۳) مواد فرومغناطیس : در برخی از مواد مغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی کوچک به طور خود به خود با دو قطبی‌های مجاور خود هم‌خط می‌شوند این گونه مواد را فرومغناطیس می‌گویند. در عمل همه‌ی بخش‌های مغناطیسی در یک ماده‌ی فرومغناطیس در یک راستا قرار ندارند بلکه این مواد از بخش‌های کوچکی که هر بخش را یک حوزه‌ی مغناطیسی می‌نامیم تشکیل شده‌اند که دو قطبی‌های قرار گرفته در هر حوزه‌ی مغناطیسی با یکدیگر هم‌جهت هستند ولی جهت دو قطبی‌های هر حوزه با حوزه‌های دیگر متفاوت است.



جهت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی در یک ماده فرومغناطیس

این گونه مواد رامی‌توان با قرار دادن در یک میدان مغناطیسی آهنربا کرد. میدان مغناطیسی خارجی جهت حوزه‌های مغناطیسی را با یکدیگر یکسان کرده و ماده‌ی فرومغناطیس تبدیل به آهنربا می‌شود.

هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد حوزه‌ها بیشتر با آن هم جهت می‌شوند و دامنه‌ی حوزه‌های هم‌جهت با میدان خارجی گسترش می‌یابد.

☜ مواد فرومغناطیس نرم و سخت

در برخی از مواد فرومغناطیس مانند آهن، نیکل و کبالت در صورتی که خالص باشند حجم حوزه‌ها به سهولت تغییر می‌کند ودر نتیجه به راحتی آهنربا می‌شوند و خاصیت آهنربایی خود را نیز به راحتی از دست می‌دهند این مواد را فرومغناطیس نرم می‌نامند از این مواد در هسته‌ی سیم لوله‌ها استفاده می‌شود.

برخی از مواد فرومغناطیس مانند فولاد، آلیاژهای آهن و نیکل وکبالت به سختی آهنربا می‌شوند یعنی حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند این مواد را فرومغناطیس سخت می‌نامند. در این مواد برای افزایش حجم حوزه‌ها به میدان مغناطیسی خارجی قوی‌تری نیاز می باشد همچنین این مواد پس از آهنربا شدن به سختی خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند به همین دلیل این مواد برای ساختن آهنرباهای دائمی مناسب هستند.

تمرین ۲– ۱۰

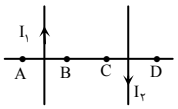
۳۱. میدان مغناطیسی در فاصله‌ی ۰/۵ متری سیم راست و بلندی که از آن جریان ۱۰ آمپر می‌گذرد چند میکروگاوس است؟ $(\mu_\circ = 4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$

۱) 4×10^{4} ۲) 4×10^{-2} ۳) ۴ ۴) 4×10^{-6}

۳۲. از سیم مستقیمی شدت جریان I عبور می‌کند و میدان مغناطیسی حاصل از آن در نقطه‌ای به فاصله‌ی ۲ متر از سیم برابر 5×10^{-7} تسلا می‌باشد، I چند آمپر است؟ $(\mu_\circ = 4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۲/۷۵

۳۳. جریان‌های I_1 و I_2 از دو سیم مستقیم و موازی مطابق شکل زیر عبور می‌کند اگر $I_1 > I_2$ باشد میدان مغناطیسی در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟



۱) A ۲) B ۳) C ۴) D

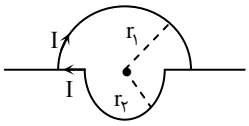
۳۴. میدان مغناطیسی در مرکز یک مدار دایره‌ای به قطر ۸Cm که از آن جریان ۲(A) می‌گذرد چند تسلا است؟

۱) 10^{-5} ۲) 4×10^{-5} ۳) $10^{-5}\pi$ ۴) $4\pi\times10^{-5}$

۳۵. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ای به شعاع ۶۰Cm که از آن جریان ۵ آمپر می‌گذرد چند برابر میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیم لوله‌ای به طول ۲ متر و دارای ۲۰۰ حلقه که از آن جریان ۵ آمپر می‌گذرد می‌باشد؟

۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{1}{30}$ ۳) $\frac{1}{60}$ ۴) $\frac{1}{120}$

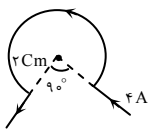
۳۶. در شکل زیر میدان مغناطیسی در نقطه‌ی O (مرکز نیم حلقه‌ها) برابر کدام گزینه است؟



۱) $2\mu_\circ I r_1 r_2$ ۲) $4\mu_\circ I(\frac{2\pi}{r_1 r_2})$

۳) $\frac{\mu_\circ I(r_1+r_2)}{4r_1r_2}$ ۴) $\mu_\circ I(r_1+r_2)$

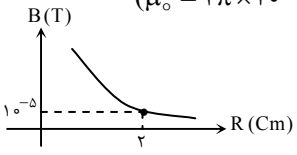
۳۷. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ی شکل روبرو چند تسلا است؟ $(\mu_\circ = 12\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$



۱) $1/8\times10^{-5}$ ۲) 9×10^{-5}

۳) $1/8\times10^{-4}$ ۴) 9×10^{-4}

۳۸. از سیم راست و طویلی جریانی به شدت I می‌گذرد اگر نمودار اندازه‌ی میدان مغناطیسی در اطراف سیم برحسب فاصله‌ی عمودی از آن مطابق شکل زیر باشد شدت جریان گذرنده از سیم چند آمپر است؟ $(\mu_\circ = 4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$



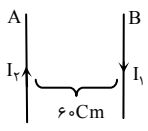
۱) $\frac{1}{\pi}$ ۲) ۱۰۰

۳) $\frac{100}{\pi}$ ۴) ۱

۳۹. سیم لوله‌ای که دارای ۲۰۰ حلقه است حامل شدت جریان ۱(A) است اگر میدان مغناطیسی درون این سیم لوله π برحسب گوس باشد طول این سیم لوله چند سانتی‌متر است؟ $(\mu_\circ = 4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۴۰. در شکل زیر از دو سیم راست و نامتناهی جریان‌های $I_1 = 2(A)$ و $I_2 = 8(A)$ عبور می‌کند در چه فاصله‌ای از سیم A اندازه‌ی میدان مغناطیسی صفر می‌شود؟



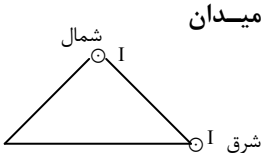
۱) ۲۰cm ۲) ۸۰cm

۳) ۱۲cm ۴) ۷۲cm

۴۱. سیمی به طول ۳۰Cm را به صورت یک حلقه در می‌آوریم و از آن شدت جریان الکتریکی ۶۰ آمپر عبور می‌دهیم اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چند گوس است؟ $(\pi^۲ = ۱۰ \ ، \ \mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$

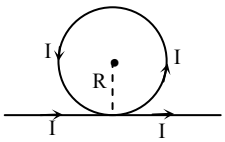
۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $\frac{۸}{\pi}$ ۴) $\frac{۴}{\pi}$

۴۲. مطابق شکل دو سیم حامل جریان I در دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارند جهت میدان مغناطیسی برآیند در رأس دیگر مثلث به کدام سو است؟



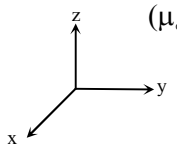
۱) شمال غربی ۲) شمال شرقی
۳) جنوب غربی ۴) جنوب شرقی

۴۳. با یک سیم روکش‌دار حامل جریان I مطابق شکل حلقه‌ای ساخته‌ایم میدان مغناطیسی در مرکز حلقه کدام است؟



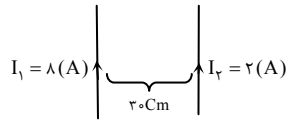
۱) $\frac{\mu_۰ I}{۲R}$ ۲) $\frac{\mu_۰ I}{۲R}(۱+\frac{۱}{\pi})$
۳) $\frac{\mu_۰ I}{۲R}(۱-\frac{۱}{\pi})$ ۴) $\frac{\mu_۰ I}{۲\pi R}$

۴۴. دو سیم راست و بلند، یکی بر محور x و دیگری بر محور y منطبقند اگر جریان عبوری از هر کدام ۲۰A و در جهت مثبت محورها باشد میدان مغناطیسی برآیند در نقطه‌ی $A(۰,۰,۴Cm)$ **چند تسلا است؟** $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$



۱) صفر ۲) $\sqrt{۲} \times ۱۰^{-۴}$
۳) $\sqrt{۲}\pi \times ۱۰^{-۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۱۰^{-۶}$

۴۵. در شکل زیر در فاصله‌ی چند سانتی‌متری از سیم حامل جریان ۸ آمپری، میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم هم اندازه و هم‌جهت هستند؟



۱) ۶ ۲) ۱۰
۳) ۲۴ ۴) ۴۰

۴۶. از یک سیم لوله جریان ۱۰ آمپر عبور می‌کند اگر میدان مغناطیسی درون سیم لوله $\frac{\pi}{۱۰}(T)$ **باشد در ۱۰ سانتی‌متر از طول سیم لوله چند حلقه وجود دارد؟** $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) ۲۵۰

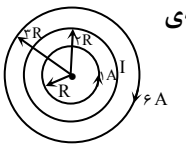
۴۷. طول مشخصی از یک سیم را به شکل پیچه‌ای مسطح یک بار به شعاع R و بار دیگر به شعاع 2R در می‌آوریم اگر در هر دو حالت شدت جریان یکسانی در پیچه‌ها برقرار کنیم اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه‌ها در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۴۸. از سیمی به طول ۱۰m و به مقاومت الکتریکی ۲Ω پیچه‌ی مسطحی به شعاع ۵Cm ساخته و آن را به اختلاف پتانسیل ۱۰V وصل می‌کنیم اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس خواهد شد؟ $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$

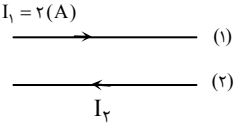
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

۴۹. در شکل زیر، برآیند میدان‌های مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها صفر است، I (شدت جریان در حلقه‌ی وسط) کدام است؟



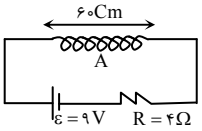
۱) ۲A، پادساعتگرد ۲) ۲A، ساعتگرد
۳) ۶A، پادساعتگرد ۴) ۶A، ساعتگرد

۵۰. دو سیم مطابق شکل در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند اگر در فاصله‌ی (۵(Cm از سیم (۱) برآیند میدان‌های مغناطیسی صفر باشد $I_۲$ چند آمپر است؟



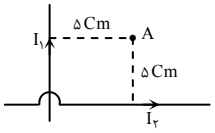
۱) ۱۰ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۲

۵۱. سیم لوله‌ای ۱۰۰ حلقه‌ای را مطابق شکل به مداری بسته‌ایم اگر میدان مغناطیسی در نقطه‌ی A (روی محور سیم لوله) ۴ گاوس باشد مقاومت درونی مولد چند اهم است؟ (از مقاومت سیم لوله صرف‌نظر شود و $\mu_\circ = ۱۲\times ۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}$)



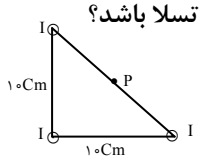
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۵ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۵۲. دو سیم راست و موازی با طول نامحدود مطابق شکل دارای شدت جریان‌های $I_۱ = ۸(A)$ و $I_۲ = ۲(A)$ می‌باشند اندازه‌ی میدان مغناطیسی در نقطه‌ی A چند گوس است؟ $(\mu_\circ = ۴\pi\times ۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})$



۱) ۰/۲۴π ۲) ۰/۴π
۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۴

۵۳. با توجه به شکل، جریان I چند آمپر باشد تا بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه P (وسط وتر) برابر $۱۰^{-۵}$ تسلا باشد؟

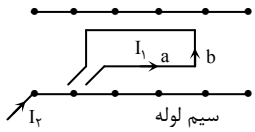


۱) $۵\sqrt{۱۰}$ ۲) $۲\sqrt{۱۰}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵۰}}{۲}$

۵۴. در یک سیم لوله که قطر مقطع سیم آن 1mm و حلقه‌های آن به طور مرتب فقط در یک ردیف کاملاً به هم چسبیده‌اند (سیم روکش‌دار است) جریان $۲(A)$ برقرار می‌کنیم بزرگی میدان مغناطیسی روی محور سیم لوله چند تسلا است؟

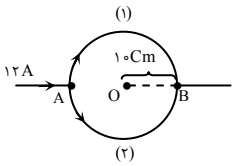
۱) $۸\pi\times ۱۰^{-۴}$ ۲) $۲\pi\times ۱۰^{-۶}$ ۳) $۴\pi\times ۱۰^{-۴}$ ۴) $۴\pi\times ۱۰^{-۶}$

۵۵. مدار بسته‌ی مستطیل شکلی که جریان $I_۱$ از آن می‌گذرد مطابق شکل در داخل سیم لوله بلندی قرار دارد سیم لوله دارای n دور سیم در واحد طول است و از آن جریان $I_۲$ می‌گذرد چه نیرویی به ضلع b مستطیل وارد می‌شود؟



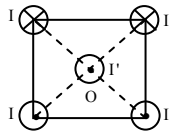
۱) $\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ n}{b}$ ۲) $\frac{\mu_\circ I_۱ I_۲ na}{b}$
۳) $\mu_\circ I_۱ I_۲ nb$ ۴) $\mu_\circ I_۱ I_۲ nab$

۵۶. جریان $۱۲(A)$ در نقطه‌ی A وارد مداری مطابق شکل می‌شود و از نقطه‌ی B خارج می‌شود بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز O چقدر است؟ (مقاومت نیم‌دایره‌ی ۱ نصف مقاومت نیم‌دایره‌ی ۲ است)



۱) $۸\pi\times ۱۰^{-۸}T$ ۲) $۸\pi\times ۱۰^{-۶}T$
۳) $۴\pi\times ۱۰^{-۶}T$ ۴) $۴\pi\times ۱۰^{-۸}T$

۵۷. در شکل زیر چهار سیم حامل جریان I عمود بر صفحه‌ی کاغذ در چهار رأس مربعی قرار دارند جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان 'I در نقطه‌ی O (مرکز مربع) کدام است؟



۱) ↓ ۲) ↑
۳) ← ۴) →

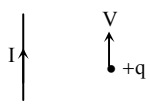
۵۸. سیمی به طول L را که از آن جریان I می‌گذرد به صورت یک حلقه در می‌آوریم در این حالت بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز آن B می‌شود اگر همین سیم را به صورت یک پیچه‌ی مسطح با ۴ حلقه درآوریم چه شدت جریانی برحسب I باید از آن بگذرد تا بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز آن B شود؟

۱) I ۲) $\frac{I}{۴}$ ۳) $\frac{I}{۸}$ ۴) $\frac{I}{۱۶}$

۵۹. یک پیچه‌ی مسطح به قطر 4Cm و یک سیم لوله به طول 4Cm به طور متوالی در یک مدار قرار دارند اگر تعداد حلقه‌های پیچه و سیم لوله برابر باشند در صورت عبور جریان الکتریکی، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سیم لوله چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه است؟

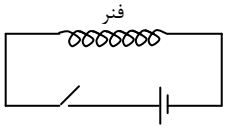
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) بستگی به تعداد دورهای پیچه دارد.

۶۰. مطابق شکل زیر، اگر ذره‌ای با بار مثبت q و با سرعت V به موازات سیم و در جهت جریان حرکت کند، .....



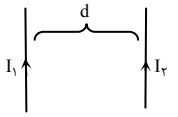
۱) منحرف نمی‌شود. ۲) از سیم دور می‌شود.
۳) به سیم نزدیک می‌شود. ۴) عمود بر سیم و برون‌سو منحرف می‌شود.

۶۱. در شکل زیر اگر کلید k بسته شود در این صورت حلقه‌های فنر در اثر اعمال نیروی ..... یکدیگر را ..... می‌کنند؟



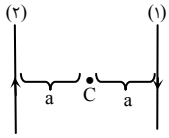
۱) مغناطیسی – جذب ۲) مغناطیسی – دفع
۳) الکتریکی – جذب ۴) الکتریکی – دفع

۶۲. در شکل زیر جریان سیم I_1 را دو برابر می‌کنیم نیروی وارد بر هر متر از سیم‌های I_1 و I_2 به ترتیب چند برابر می‌شود؟



۱) ۲ و ۱
۲) ۱ و ۲
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

۶۳. در شکل زیر دو سیم راست، طویل با سطح مقطع کوچک رسم شده که از هر دو شدت جریان I در خلاف جهت هم می‌گذرد اگر سیم (۱) را $\frac{a}{2}$ به دیگری نزدیک کنیم میدان مغناطیسی در نقطه‌ی C چند برابر حالت اول می‌شود؟

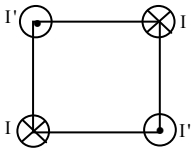


۱) ۲ ۲) ۱/۵
۳) ۲/۵ ۴) ۳

۶۴. در فاصله‌ی d از یک سیم مستقیم بلند حامل جریان، میدان مغناطیسی B است اگر ۲۰Cm از سیم دور شویم میدان مغناطیسی $\frac{B}{3}$ می‌شود d چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۶۵. مطابق شکل سطح مقطع چهار سیم موازی که حامل جریان‌های I' و I می‌باشند نشان داده شده است اگر به سیم‌های حامل جریان I' نیرویی وارد نشود $\frac{I'}{I}$ چند است؟



۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲
۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

۶۶. کدام ماده فاقد خاصیت مغناطیسی است؟

۱) نیکل ۲) کبالت ۳) مس ۴) فولاد

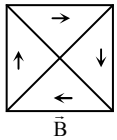
۶۷. کدام‌یک از مواد زیر پارامغناطیس نمی‌باشد؟

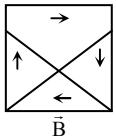
۱) اکسیژن ۲) منگنز ۳) پلاتین ۴) آهن به اضافه‌ی دو درصد کربن

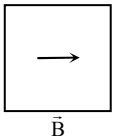
۶۸. کدام مقایسه درباره‌ی خواص مغناطیسی آهن و فولاد درست می‌باشد؟

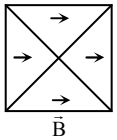
۱) آهن فرومغناطیس سخت و فولاد فرومغناطیس نرم می‌باشد.
۲) خاصیت مغناطیسی در آهن دائمی و در فولاد موقتی می‌باشد.
۳) آهن و فولاد هر دو پارامغناطیس هستند.
۴) فولاد قابلیت تبدیل به آهنربای دائمی و آهن قابلیت تبدیل به آهنربای موقت را دارد.

۶۹. کدام‌یک از شکل‌های زیر نمایش‌گر یک ماده‌ی فرومغناطیسی در حضور میدان خارجی ضعیف است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷۰. کدام‌یک از مواد مغناطیسی زیر در ساختن آهنرباهای موقت کاربرد دارد؟

۱) فرومغناطیس ۲) فرومغناطیس نرم ۳) فرومغناطیس سخت ۴) کلیه‌ی مواد مغناطیسی

پاسخ کلیدی تمرینات فصل دهم

۱. ○ ○ ● ○
۲. ○ ○ ○ ●
۳. ○ ● ○ ○
۴. ○ ● ○ ○
۵. ○ ● ○ ○
۶. ● ○ ○ ○
۷. ○ ● ○ ○
۸. ○ ○ ○ ●
۹. ○ ○ ○ ●
۱۰. ● ○ ○ ○
۱۱. ○ ○ ● ○
۱۲. ○ ○ ○ ●
۱۳. ○ ○ ○ ●
۱۴. ○ ○ ● ○
۱۵. ○ ● ○ ○
۱۶. ● ○ ○ ○
۱۷. ○ ○ ● ○
۱۸. ○ ● ○ ○
۱۹. ○ ○ ○ ●
۲۰. ● ○ ○ ○
۲۱. ○ ○ ● ○
۲۲. ○ ● ○ ○
۲۳. ○ ● ○ ○
۲۴. ○ ○ ○ ●

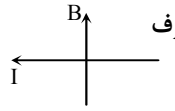
۲۵. ○ ○ ○ ●
۲۶. ○ ● ○ ○
۲۷. ○ ● ○ ○
۲۸. ○ ○ ● ○
۲۹. ● ○ ○ ○
۳۰. ○ ● ○ ○
۳۱. ● ○ ○ ○
۳۲. ○ ● ○ ○
۳۳. ○ ○ ○ ●
۳۴. ○ ○ ● ○
۳۵. ○ ○ ○ ●
۳۶. ○ ○ ● ○
۳۷. ○ ● ○ ○
۳۸. ○ ○ ○ ●
۳۹. ○ ○ ○ ●
۴۰. ○ ● ○ ○
۴۱. ○ ● ○ ○
۴۲. ○ ○ ○ ●
۴۳. ○ ● ○ ○
۴۴. ○ ● ○ ○
۴۵. ○ ○ ○ ●
۴۶. ○ ○ ● ○
۴۷. ○ ○ ● ○
۴۸. ○ ○ ● ○

۴۹. ● ○ ○ ○
۵۰. ● ○ ○ ○
۵۱. ○ ○ ○ ●
۵۲. ○ ○ ● ○
۵۳. ○ ○ ○ ●
۵۴. ● ○ ○ ○
۵۵. ○ ○ ● ○
۵۶. ○ ○ ● ○
۵۷. ● ○ ○ ○
۵۸. ○ ○ ○ ●
۵۹. ● ○ ○ ○
۶۰. ○ ○ ● ○
۶۱. ● ○ ○ ○
۶۲. ○ ○ ○ ●
۶۳. ○ ● ○ ○
۶۴. ● ○ ○ ○
۶۵. ○ ● ○ ○
۶۶. ○ ○ ● ○
۶۷. ○ ○ ○ ●
۶۸. ○ ○ ○ ●
۶۹. ○ ● ○ ○
۷۰. ○ ● ○ ○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل دهم

پاسخ تمرین ۱–۱۰

۱. میدان مغناطیسی زمین از جنوب به طرف شمال می‌باشد پس داریم:



طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم درون‌سو می‌باشد.

۲.
$$\vec{F}=\vec{F}_{AB}+\vec{F}_{BC}+\vec{F}_{CD}+\vec{F}_{DE}$$
$$=I\overrightarrow{AB}\times\vec{B}+I\overrightarrow{BC}\times\vec{B}+I\overrightarrow{CD}\times\vec{B}+I\overrightarrow{DE}\times\vec{B}$$
$$\Rightarrow\vec{F}=I(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE})\times\vec{B}$$
$$\Rightarrow\vec{F}=I\overrightarrow{AE}\times\vec{B}$$

چون بردار $\overrightarrow{AE}$ در امتداد $\vec{B}$ می‌باشد پس $\overrightarrow{AE}\times\vec{B}=0$ می‌باشد برآیند نیروها صفر می‌شود.

۳.
$$T=\frac{N}{A.m}=\frac{kg.\frac{m}{S^2}}{A.m}=\frac{kg}{A.S^2}=\frac{kg}{(A.S).(S)}=\frac{kg}{c.S}$$

پس فقط گزینه ۲ در حالات فوق نمی‌باشد.

۴.
$$F=F_{AB}+F_{BC}+F_{CD}=0+I\times BC\times B+0$$
$$=20\times0/1\times400\times10^{-4}=0/08(N)$$

۵.
$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{\frac{F_2}{m_2}}{\frac{F_1}{m_1}}=\frac{F_2}{F_1}\frac{m_1}{m_2}=\frac{q_2V_2B}{q_1V_1B}\frac{m_1}{m_2}$$
$$\Rightarrow\frac{a_2}{a_1}=2\times2\times\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{a_2}{a_1}=2$$

۶. چون ذره در جهت میدان مغناطیسی در حال حرکت است نیروی وارد بر آن صفر است.

۷.
$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{qVB\sin\theta_2}{qVB\sin\theta_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

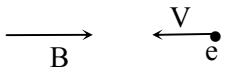
۸.
$$F_{max}=ILB\Rightarrow I=\frac{F_{max}}{LB}=\frac{1/2}{4\times0/08}=\frac{120}{32}$$
$$\Rightarrow I=3/75(A)$$

۹.
$$\theta=90^\circ\qquad B=\sqrt{(0/8)^2+(0/6)^2}=1G$$
$$F=ILB\Rightarrow F=4\times0/5\times10^{-4}\Rightarrow F=2\times10^{-4}(N)$$

۱۰. طبق شکل میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان عمود است $\theta=90^\circ$ پس:
$$F=ILB\Rightarrow F=1\times2\times0/1\Rightarrow F=0/2(N)$$

۱۱. طبق قاعده دست راست برای الکترون (بار منفی) نیرویی که میدان مغناطیسی بر الکترون وارد می‌کند به صورت ↓ می‌باشد پس برای عدم انحراف باید نیروی میدان الکتریکی بر الکترون به صورت ↑ باشد پس جهت میدان الکتریکی ↓ می‌باشد.

۱۲. جهت میدان از N به S می‌باشد:
طبق شکل $\theta=180^\circ$ می‌باشد پس نیرویی از طرف میدان برالکترون وارد نمی‌شود و الکترون منحرف نمی‌شود.

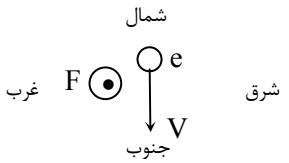


۱۳. چون سیم مدار بسته می‌باشد که در یک میدان یکنواخت قرار گرفته است برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و سیم منحرف نمی‌شود.

۱۴. طبق رابطه $F=qVB\sin\theta$ به ازاء $\theta=90^\circ$ اندازه نیرو ماکزیمم می‌شود.

۱۵.
$$F_{max}=qVB\Rightarrow B=\frac{F_{max}}{qV}=\frac{3/2\times10^{-14}}{1/6\times10^{-19}\times2\times10^5}$$
$$\Rightarrow B=1(T)$$

حال برای تعیین جهت B از قاعده دست راست و شکل زیر کمک می‌گیریم:



طبق قاعده دست راست میدان $\vec{B}$ باید به سمت غرب باشد.

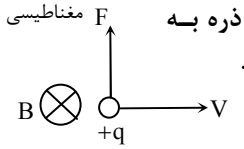
۱۶. طبق قاعده دست راست برای پیچه میدان در مرکز پیچه به سمت داخل صفحه می‌باشد و طبق قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر الکترون جهت نیرو به سمت راست می‌باشد.

۱۷. اگر نیروی کشش نخ‌ها صفر شود باید $ILB\sin\theta$ نیروی mg را خنثی کند پس:
$$ILB\sin\theta=mg\Rightarrow I=\frac{mg}{BL\sin\theta}=\frac{0/01\times10}{0/05\times1\times1}$$
$$\Rightarrow I=\frac{0/1}{0/05}\Rightarrow I=2(A)$$

طبق قاعده دست راست چون جهت F باید به سمت بالا باشد تا mg را خنثی کند پس جریان باید از N به طرف M باشد.

۱۸. جریان در سیم طبق جهت باتری از A به B می‌باشد و چون $\vec{B}$ از N به S است طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم از طرف آهنربا به سمت بالا می‌باشد.
همچنین نیروی وارد بر آهنربا از طرف سیم به طرف پائین می‌باشد (طبق قانون سوم نیوتن) پس ترازو عدد بیشتری نشان می‌دهد.

۱۹. باید $q\vec{E}$ برآیند نیروهای $q\vec{V}\times\vec{B}$ و $m\vec{g}$ را خنثی کند پس:
نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالا می‌باشد و داریم.

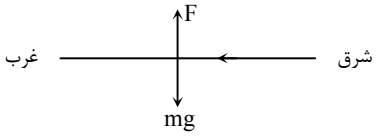


$$F = qVB\sin\theta = ۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۶}\times۱۰^{-۲}\times۱$$
$$\Rightarrow F = ۰/۰۸(N)$$
$$mg = ۰/۱\times۱۰ = ۱(N)$$

پس باید نیروی qE هم به سمت بالا باشد تا با F مغناطیسی بتوانند mg را خنثی کنند.

$$qE + ۰/۰۸ = ۱ \Rightarrow qE = ۰/۹۲ \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۶}E = ۰/۹۲$$
$$\Rightarrow E = ۲۳\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}$$

۲۰.
$$ILB\sin\theta = mg \quad \text{شرط تعادل}$$
$$\Rightarrow ۲\times۰/۲\times B\times۱ = ۰/۰۰۲\times۱۰ \Rightarrow B = \frac{۰/۰۲}{۰/۴}$$
$$\Rightarrow B = ۰/۰۵T$$



طبق قاعده دست راست B باید به سمت بیرون صفحه یعنی به طرف شمال باشد.

۲۱. طبق قاعده دست راست و با توجه به جهت انحراف بارها واضح است که ذرات B و D منفی هستند.

۲۲. اگر تغییر طول فنرها صفر باشد باید $ILB\sin\theta$ نیروی mg را خنثی کند پس:

$$ILB\sin\theta = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{IL\sin\theta} = \frac{mg}{IL}$$
$$\Rightarrow B = \frac{m}{L}\frac{g}{I} = \frac{\mu g}{I}$$
$$\mu = \frac{m}{L} \text{ جرم واحد طول} = ۰/۰۲\frac{Kg}{m}$$
$$\Rightarrow B = ۰/۰۲\times\frac{۱۰}{۲} \Rightarrow B = ۰/۱(T)$$

۲۳.
$$\vec{F} = q\vec{V}\times\vec{B}$$
$$= (-۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(۲\times۱۰^{۶}\vec{i} + ۷\times۱۰^{۶}\vec{j})\times(۰/۲\vec{i} - ۰/۳\vec{j})$$
$$\vec{F} = (-۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(-۰/۶\times۱۰^{۶}\hat{k} - ۱/۴\times۱۰^{۶}\hat{k})$$
$$\vec{F} = (-۱/۶\times۱۰^{-۱۹})(-۲\times۱۰^{۶}\hat{k})$$
$$\vec{F} = ۳/۲\times۱۰^{-۱۳} \Rightarrow |\vec{F}| = ۳/۲\times۱۰^{-۱۳}(N)$$

۲۴.
$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B} = ۲۰(۱\vec{i})\times(۰/۲\vec{i} + ۰/۳\vec{j})$$
$$\Rightarrow \vec{F} = ۲۰(۰/۳\hat{k}) \Rightarrow \vec{F} = ۶\hat{k}$$
$$\Rightarrow |\vec{F}| = ۶(N)$$

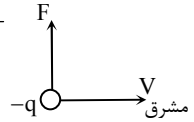
۲۵.
$$ILB\sin\theta = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{IL\sin\theta}$$

B هنگامی حداقل است که $\sin\theta = ۱$ باشد پس:

$$B_{min} = \frac{mg}{IL}$$

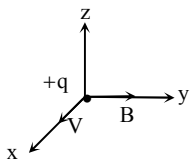
۲۶. شرط عدم انحراف خنثی شدن نیروی $qVB\sin\theta$ با mg است:

$$qVB\sin\theta = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{qV\sin\theta}$$
$$\Rightarrow B_{min} = \frac{mg}{qV} = \frac{۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}}$$
$$\Rightarrow B_{min} = ۰/۰۱(T)$$



طبق قاعده دست راست برای ذره با بار منفی جهت B باید به طرف بیرون صفحه یعنی شمال‌سو باشد.

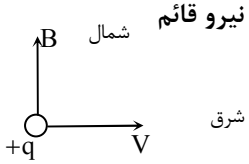
۲۷.
$$a = \frac{F}{m} = \frac{qVB\sin\theta}{m} = \frac{۵\times۱۰^{-۶}\times۴۰۰\times۰/۵\times۱}{۲\times۱۰^{-۶}}$$
$$\Rightarrow a = ۵۰۰\frac{m}{S^{۲}}$$



طبق قاعده دست راست جهت نیرو در جهت مثبت محور zها می‌باشد پس جهت شتاب نیز در جهت مثبت محور zها است.

۲۸. طبق قاعده دست راست برای ذرات با بار منفی جهت $\vec{V}$ به صورت ↓ می‌باشد.

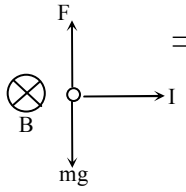
۲۹. طبق قاعده دست راست نیرو قائم رو به بالا می‌باشد.



۳۰. چون سیم معلق است برآیند نیروهای وارد بـر آن صـفر است پس:

$$ILB\sin\theta = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{LB\sin\theta} = \frac{۰/۰۶\times۱۰}{۰/۲\times۰/۲\times۱}$$

$$\Rightarrow I = \frac{۰/۶}{۰/۰۴} \Rightarrow I = ۱۵(A)$$



طبق قاعده دست راست جهت جریان به سمت راسـت یعنی به طرف مشرق می‌باشد.

پاسخ تمرین ۲– ۱۰

۳۱.

$$B = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{d} = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{۱۰}{۰/۵} = ۴\times۱۰^{-۶}T$$
$$= ۴\mu T = ۴\times۱۰^{۴}\mu G$$

۳۲.

$$B = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{d} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۷} = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{۲}$$
$$\Rightarrow I = ۵(A)$$

۳۳. چون جریان‌ها مختلف‌الجهت هـستند نقطـه مـورد نظـر خارج دو سیم و نزدیک به سیم حامـل جریـان کـوچکتر است یعنی نقطه D جواب مسئله است.

۳۴.

$$B = ۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{NI}{R} \Rightarrow ۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۱\times۲}{۰/۰۴}$$
$$\Rightarrow B = \pi\times۱۰^{-۵}(T)$$

۳۵.

$$\frac{B_۱}{B_۲} = \frac{\frac{\mu_۰}{۲}\frac{N_۱I_۱}{R_۱}}{\mu_۰\frac{N_۲}{\ell_۲}I_۲} = \frac{\frac{N_۱I_۱}{۲R_۱}}{\frac{N_۲I_۲}{\ell_۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{B_۱}{B_۲} = \frac{\frac{۱\times۵}{۲\times۰/۶}}{\frac{۲۰۰\times۵}{۲}} = \frac{\frac{۵}{۱/۲}}{\frac{۵}{۶۰۰}} = \frac{۱}{۱۲۰}$$

۳۶. برای هر کدام از نیم‌حلقه‌ها $N = \frac{۱}{۲}$ در نظر گرفته می‌شود.

$$B = B_۱ + B_۲ = \frac{\mu_۰}{۲}\frac{\frac{۱}{۲}I}{r_۱} + \frac{\mu_۰}{۲}\frac{\frac{۱}{۲}I}{r_۲}$$
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_۰I}{۴r_۱} + \frac{\mu_۰I}{۴r_۲} = \frac{\mu_۰I(r_۱+r_۲)}{۴r_۱r_۲}$$

۳۷. برای حلقه مورد نظر $N = \frac{۳}{۴}$ در نظر می‌گیریم چـون $\frac{۳}{۴}$ یک دور کامل است.

$$B = \frac{\mu_۰}{۲}\frac{NI}{R} = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۳}{۴}\times۴}{۲\times۰/۰۲} \Rightarrow B = ۹\times۱۰^{-۵}(T)$$

۳۸.

$$R = ۰/۰۲(m)$$
$$B = ۱۰^{-۵}T$$
$$B = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{R} \Rightarrow ۱۰^{-۵} = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{۰/۰۲} \Rightarrow I = ۱(A)$$

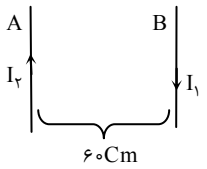
۳۹.

$$B = \mu_۰\frac{N}{\ell}I \Rightarrow \ell = \frac{\mu_۰NI}{B} = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times۱}{\pi\times۱۰^{-۴}}$$
$$\Rightarrow \ell = ۰/۸(m) = ۸۰Cm$$

۴۰. نقطه مورد نظر خارج فاصله دو سیم و نزدیک به سـیم B است.

$$\frac{I_۱}{R_۱} = \frac{I_۲}{R_۲}$$
$$\Rightarrow \frac{۲}{R_۱} = \frac{۸}{R_۲}$$
$$\Rightarrow R_۲ = ۴R_۱$$
$$R_۲ = R_۱ + ۶۰cm \Rightarrow R_۲ = ۸۰cm$$

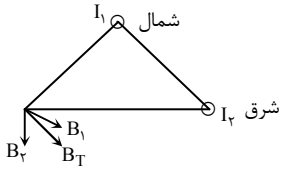
از طرفی



۴۱.

$$B = \frac{\mu_۰LI}{۴\pi R^۲} = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۰/۳\times۶۰}{۴\pi\times(\frac{L}{۲\pi})^۲}$$
$$\Rightarrow B = \frac{۱۸\times۱۰^{-۷}\times۴\pi^۲}{L^۲} = \frac{۱۸\times۱۰^{-۷}\times۴۰}{(۰/۳)^۲}$$
$$B = \frac{۷۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}} = ۸\times۱۰^{-۴}T = ۸G$$

۴۲. طبق قاعده دست راست برای سیم‌هـای حامـل جریـان داریم:



پس میدان برآیند به سمت جنوب شرقی است.

۴۳.

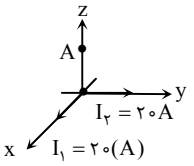
$$B = \underset{\text{سیم}}{B} + \underset{\text{حلقه}}{B} = \frac{\mu_۰I}{۲R} + \frac{\mu_۰I}{۲\pi R} = \frac{\mu_۰I}{۲R}(۱+\frac{۱}{\pi})$$

۴۴. میدان حاصل از $I_۱$ در نقطه A در جهت منفی محور yها و برابر است با:

$$B_۱ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{۲۰}{۰/۰۴} = ۱۰^{-۴}(T)$$

میدان حاصل از سیم ۲ در جهت مثبت محـور xهـا و برابـر است با:

$$B_۲ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{۲۰}{۰/۰۴} \Rightarrow B_۲ = ۱۰^{-۴}(T)$$



چون $B_۱$ و $B_۲$ بر هم عمودند پس:

$$B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲} \Rightarrow B_T = \sqrt{۲}\times۱۰^{-۴}(T)$$

۴۵. میدان‌های حاصل از دو سیم در خـارج فاصـله دو سـیم هم‌جهت می‌شوند و چون قرار است $B_۱ = B_۲$ شود پس:

$$۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۱}{d_۱} = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۲}{d_۲} \Rightarrow \frac{I_۱}{d_۱} = \frac{I_۲}{d_۲} \Rightarrow \frac{۸}{d_۱} = \frac{۲}{d_۲}$$

$$\Rightarrow d_۱ = ۴d_۲$$

پس نقطه مورد نظر سمت راست سیم (۲) است پس:

$$\begin{cases} d_۱ = ۴d_۲ \\ d_۱ = d_۲ + ۳۰Cm \end{cases} \Rightarrow d_۱ = ۴۰(Cm)$$

۴۶.

$$B = \mu_۰ nI \Rightarrow \frac{\pi}{۱۰} = ۴\pi\times۱۰^{-۷}n\times۱۰$$

$$\Rightarrow n = \frac{۱۰^۷}{۴۰۰} \Rightarrow n = ۲۵۰۰۰$$

$$\begin{matrix} \text{متر} & \text{حلقه} \\ ۱ & ۲۵۰۰۰ \\ ۰/۱ & x \end{matrix} \Rightarrow x = ۲۵۰۰$$

۴۷. طبق رابطه $B = \frac{\mu_۰ LI}{۴\pi R^۲}$ که برای پیچه بدست آورده‌ایـم می‌توان نوشت:

$$\frac{B_۲}{B_۱} = (\frac{R}{۲R})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

۴۸.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{۱۰}{۲} \Rightarrow I = ۵(A)$$

$$B = \frac{\mu_۰ LI}{۴\pi R^۲} = \frac{۱۰^{-۷}LI}{R^۲} = \frac{۱۰^{-۷}\times۱۰\times۵}{(۵\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۵\times۱۰^{-۶}}{۲۵\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow B = ۰/۲\times۱۰^{-۲} = ۲\times۱۰^{-۳}T = ۲۰G$$

۴۹. میدان سیم حامل جریان ۱(A) به طرف بیرون و میـدان حاصل از سیم حامل جریان ۶ آمپری به سمت درون است پس:

$$B_۱ = ۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۱}{R} = \frac{۲\pi\times۱۰^{-۷}}{R} \quad \odot$$

$$B_۳ = ۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۶}{۳R} = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}}{R} \quad \otimes$$

پس برای اینکه برآیند میدان‌ها صفر شود میدان حاصل از سیم وسطی باید به سمت بیرون و برابـر $\frac{۲\pi\times۱۰^{-۷}}{R}$ باشد پس:

$$۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{I}{۲R} = \frac{۲\pi\times۱۰^{-۷}}{R} \Rightarrow I = ۲(A)$$

همچنین جریان حلقه وسطی باید پادساعتگرد باشد.

۵۰. چون جریان‌ها مختلف‌الجهت هستند نقطه‌ای که میـدان در آنجا صفر است خارج فاصله دو سیم می‌باشد و داریم:

$$\frac{I_۱}{R_۱} = \frac{I_۲}{R_۲} \Rightarrow \frac{۲}{۵} = \frac{I_۲}{۲۵} \Rightarrow I_۲ = ۱۰(A)$$

۵۱.

$$B = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{N}{\ell}I \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۴} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{۱۰۰I}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow I = ۲(A)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۲ = \frac{۹}{۴+r} \Rightarrow r = ۰/۵\Omega$$

۵۲.

$$B_۱ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{۸}{۰/۰۵} = ۳/۲\times۱۰^{-۵}T \quad \otimes$$

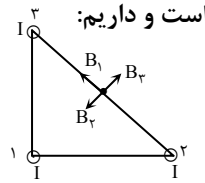
$$B_۲ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{۲}{۰/۰۵} = ۰/۸\times۱۰^{-۵}T \quad \odot$$

چون میدان‌ها در خلاف جهت هم هستند اندازه برآیند آنها برابر تفاضل آنها است.

$$B_T = B_۱ - B_۲ = ۲/۴\times۱۰^{-۵}T = ۰/۲۴G$$

۵۳. $B_۲$ و $B_۳$ همدیگر را خنثی می‌کنند پس میدان در نقطه P برابر $B_۱$ است و داریم:

$$B_۱ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{R_۱}$$



$R_۱$ ارتفاع وارد بر وتر می‌باشد که داریم:

$$۱۰\times۱۰ = (۱۰\sqrt{۲})R_۱ \Rightarrow R_۱ = ۵\sqrt{۲}\,cm = ۰/۰۵\sqrt{۲}\,(m)$$

پس:

$$B_۱ = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{۰/۰۵\sqrt{۲}} = ۱۰^{-۵}$$

$$\Rightarrow I = \frac{۵\sqrt{۲}}{۲}(A) \;\; = \frac{\sqrt{۵۰}}{۲}(A)$$

۵۴.

$$B = \mu_۰\frac{I}{D} = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{۲}{۰/۰۰۱} \Rightarrow B = ۸\pi\times۱۰^{-۴}(T)$$

۵۵.

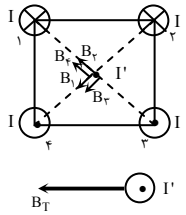
$B = \mu_۰ nI_۲$ میدان حاصل از سیم لوله

$$F = I_۱bB \Rightarrow F = \mu_۰ nI_۱I_۲b$$

۵۶. چون مقاومت نیم‌دایره (۱) نصف مقاومت نیم‌دایره (۲) است پس ۸ آمپر جریان وارد نیم‌دایره (۱) و ۴ آمپر وارد نیم‌دایره (۲) می‌شود.

$$B = B_1 - B_2 = 2\pi\times10^{-7}\frac{\frac{1}{2}\times8}{0/1} - 2\pi\times10^{-7}\frac{\frac{1}{2}\times4}{0/1}$$
$$\Rightarrow B = 8\pi\times10^{-6} - 4\pi\times10^{-6}$$
$$B = 4\pi\times10^{-6}(T)$$

۵۷. ابتدا باید جهت میدان برآیند را در مرکز بدست آوریم: طبق قاعده دست راست میدان حاصل از هر سیم را بدست می‌آوریم



پس داریم:

پس میدان در مرکز مربع افقی به سمت چپ می‌باشد حال با توجه به قاعده دست راست برای تعیین جهت نیرو، جهت نیرو ↓ خواهد شد.

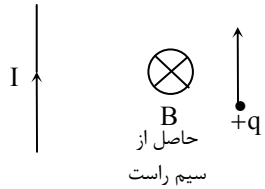
۵۸. در حالتی که سیم را به صورت چهار حلقه در می‌آوریم شعاع حلقه‌ها $\frac{1}{4}$ حالتی است که به صورت تک حلقه در آورده‌ایم حال می‌توان نوشت:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow 2\pi\times10^{-7}\frac{1\times I}{R} = 2\pi\times10^{-7}\frac{4I'}{\frac{R}{4}}$$
$$\Rightarrow \frac{I}{R} = \frac{16I'}{R} \Rightarrow I' = \frac{1}{16}I$$

۵۹. چون پیچه و سیم لوله با هم متوالی هستند پس جریان‌های آنها یکسان است و داریم:

$$\frac{B_{\text{سیم لوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = \frac{4\pi\times10^{-7}\frac{N}{\ell}I}{2\pi\times10^{-7}\frac{NI}{R}} = \frac{\frac{2}{L}}{\frac{1}{R}} = \frac{2\times0/02}{0/04}$$
$$\Rightarrow \frac{B_{\text{سیم لوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = 1$$

۶۰. طبق قاعده دست راست به ذره باردار نیرویی به طرف چپ وارد می‌شود پس ذره به سیم نزدیک می‌شود.



۶۱. جریان‌های گذرنده از حلقه‌ها هم‌جهت می‌باشند پس نیروی جاذبه مغناطیسی بین آنها به وجود می‌آید.

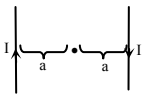
۶۲.

$$F_{12} = F_{21} = 2\times10^{-7}\frac{I_1I_2}{d}L$$

با دو برابر شدن I_1 نیرویی که هر دو سیم به هم وارد می‌کنند دو برابر می‌شود.

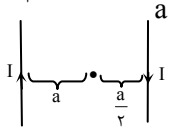
۶۳. در حالت اول داریم:

$$B_1 = 2\times10^{-7}\frac{I}{a} + 2\times10^{-7}\frac{I}{a} = 4\times10^{-7}\frac{I}{a}$$



در حالت دوم خواهیم داشت:

$$B_2 = 2\times10^{-7}\frac{I}{a} + 2\times10^{-7}\frac{I}{\frac{a}{2}} = 6\times10^{-7}\frac{I}{a}$$

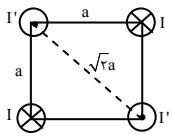


پس میدان در حالت دوم ۱/۵ برابر حالت اول است.

۶۴.

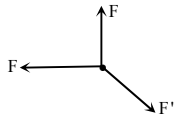
$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{\frac{B}{3}}{B} = \frac{d}{d+20} \Rightarrow 3d = d+20$$
$$\Rightarrow 2d = 20 \Rightarrow d = 10(cm)$$

۶۵. سیم‌های حامل جریان I' همدیگر را جذب می‌کنند (چون جریان‌های آنها هم‌جهت است)



و سیم‌های حامل جریان I سیم‌های حامل جریان I' را دفع می‌کنند (به علت مختلف‌الجهت بودن جریان‌های آنها با هم) پس نیروهای وارد بر یکی از سیم‌های حامل جریان I' را رسم می‌کنیم:

$$F = 2\times10^{-7}\frac{II'}{a}L$$
$$F' = 2\times10^{-7}\frac{I'I'}{a\sqrt{2}}L$$



چون برآیند نیروها صفر است پس:

$$F' = F\sqrt{2} \Rightarrow 2\times10^{-7}\frac{I'I'}{a\sqrt{2}}L = \sqrt{2}\times2\times10^{-7}\frac{II'}{a}L$$
$$\Rightarrow I' = 2I$$

۶۶. مس فاقد خاصیت مغناطیسی است.

۶۷. اکسیژن، منگنز و پلاتین ماده پارامغناطیس هستند ولی آهن به اضافه‌ی دو درصد کربن فرومغناطیس سخت است.

۶۸. گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۶۹. در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف مرز حوزه‌ها تا حدودی جابجا می‌شود.

۷۰. برای ساختن آهنرباهای موقتی مواد فرومغناطیس نرم استفاده می‌شوند.

پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل دهم

۱. **ذره بارداری چنان به میدان مغناطیسی یکنواختی وارد می‌شود که بردار سرعت آن بر بردار میدان مغناطیسی عمود است اگر فقط نیروی میدان مغناطیسی بر این ذره اثر کند ذره .....**

۱) در خط مستقیم حرکت می‌کنـــد. ۲) یک مسیر مارپیچی را می‌پیماید.
۳) یک مسیر سهموی را طی می‌کند. ۴) مسیری دایره‌ای را می‌پیماید.

۲. **مشاهده می‌شود که ذره بارداری در میدان مغناطیسی یکنواخت در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند اگر سرعت ذره دو برابر شود شعاع مسیر دایره‌ای:**

۱) دو برابر شعاع اولیه می‌شود. ۲) چهار برابر شعاع اولیه می‌شود.
۳) نصف شعاع اولیه می‌شود. ۴) یک‌چهارم شعاع اولیه می‌شود.

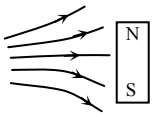
۳. **یونی با دو بار مثبت با سرعت $۵\times۱۰^{۶}(\frac{m}{S})$ در مسیری دایره‌ای $r=۰/۲۵m$ در میـــدان مغناطیـــسی یکنواخـــت $۰/۷۵T$ حرکـــت می‌کند جرم این یون چقدر است؟ $e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}(c)$**

۱) $۰/۶\times۱۰^{-۲۶}kg$ ۲) $۲/۴\times۱۰^{-۲۶}kg$ ۳) $۱/۲\times۱۰^{-۲۶}kg$ ۴) $۲/۴\times۱۰^{-۲۱}kg$

۴. **میله فلزی راستی را از یک سر آویخته‌ایم به طوری که بر میدان مغناطیسی زمین عمود است برای اینکه بر اثـــر حرکـــت میلـــه در میدان مغناطیسی زمین انتهای بالایی میله نسبت به انتهای پائینی آن پتانسیل الکتریکی کمتری پیدا کند باید میلـــه را بـــه کـــدام سمت حرکت دهیم؟**

۱) جنوب ۲) شمال ۳) مشرق ۴) مغرب

۵. **یک آهنربا را مطابق شکل در میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم اگـــر آهنربـــا بتوانـــد آزادانـــه حرکت کند در این‌صورت:**

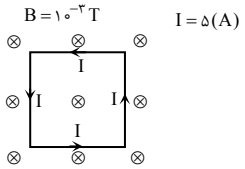


۱) به سمت راست حرکت می‌کند. ۲) به سمت چپ حرکت می‌کند.
۳) در جهت ساعتگرد می‌چرخد. ۴) در جهت پادساعتگرد می‌چرخد.

۶. **ذره‌ای دارای بار q با سرعت V وارد میدان مغناطیسی B می‌شود کار انجام شده توسط میدان بر این ذره کدام است؟**

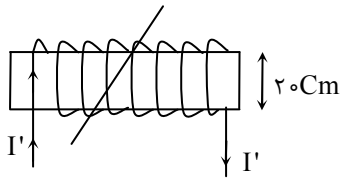
۱) $w=\Delta k$ ۲) $w=qVBd\sin\alpha$ ۳) $w=qVBd\sin\alpha\cos\theta$ ۴) صفر

۷. **مطابق شکل قاب مربع شکل به ضلع ۱۰ سانتی‌متر عمود بر خطوط میدان یکنواخت B قـــرار دارد برآیند نیروهای وارد بر قاب چند نیوتن است؟**



۱) ۵×۱۰^{-۴} ۲) $۱/۲۵\times۱۰^{-۴}$
۳) ۲×۱۰^{-۳} ۴) صفر

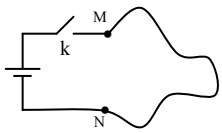
۸. **در شکل زیر سیم راست حامل جریان $۱۰A$ از درون سیم لوله‌ای به طول یک متر که حامل جریان ۵ آمپر است عبور می‌نماید نیروی وارد بر سیم چند نیوتن است؟**



($N=۱۰۰$ تعداد حلقه‌های سیم لوله و زاویه‌ی سیم راست و سیم لوله ۳۰ درجه است)

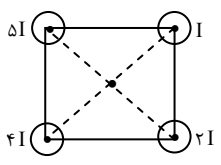
۱) صفر ۲) $۲\pi\times۱۰^{-۴}$
۳) $۴\pi\times۱۰^{-۴}$ ۴) $۸\pi\times۱۰^{-۴}$

۹. **سیم نازک و قابل انعطافی مطابق شکل روی میز بدون اصطکاکی قرار دارد و در نقاط M و N محکم بسته شده است با وصل کلیـــد سیم به چه صورت در می‌آید؟**



۱) به شکل تقریبی دایره در می‌آید. ۲) مچاله می‌شود.
۳) تغییر نمی‌کند. ۴) به صورت دو رشته‌ی موازی هم در می‌آید.

۱۰. **در شکل زیر چهار سیم راست، موازی و طویل از رئوس مربعی می‌گذرند اگر اندازه‌ی میـــدان مغناطیسی سیم I در مرکز مربع B باشد اندازه‌ی میدان مغناطیسی ناشی از چهار ســـیم در مرکز مربع چند برابر B است؟**

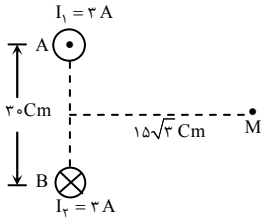


۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۴ ۴) صفر

۱۱. از یک بسته سیم نازک مستقیم و منطبق بر هم که با یکدیگر تماس الکتریکی ندارند جریان‌های هم‌جهت و با شدت یکسان عبور می‌کنند اگر جهت جریان در یکی از سیم‌ها تغییر کند اندازه میدان مجموعه در یک فاصله معین از آنها ۰/۹ اندازه میدان اولیه می‌شود مجموعه‌ی تعداد سیم‌ها چندتایی بوده است؟

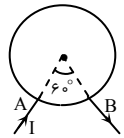
۱) ۱۸ تایی ۲) ۱۹ تایی ۳) ۱۰ تایی ۴) ۲۰ تایی

۱۲. در شکل زیر مقطع دو سیم راست و طویل نشان داده شده است و جریان‌های I_1 و I_2 در جهت‌های نشان داده شده از آنها عبور می‌کند شدت میدان مغناطیسی در نقطه M روی عمودمنصف خط AB چقدر است؟



۱) $۲\times۱۰^{-۶}T$ ۲) $۴\times۱۰^{-۶}T$
۳) $۲\sqrt{۳}\times۱۰^{-۶}T$ ۴) صفر

۱۳. در شکل زیر جریان الکتریکی I از نقطه A وارد حلقه رسانا می‌شود و از نقطه B خارج می‌شود اگر شعاع حلقه r فرض شود اندازه میدان در مرکز حلقه چقدر است؟

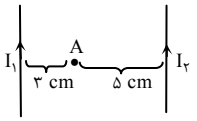


۱) $\frac{\mu_\circ I}{۲\pi r}$ ۲) $\frac{۵\mu_\circ I}{۲\pi r}$
۳) $\frac{۷\mu_\circ I}{۲\pi r}$ ۴) صفر

۱۴. از سیمی به طول $۳۱۴(m)$ پیچه‌ای مسطح به شعاع ۱۰Cm ساخته‌ایم ۱۰۰ حلقه از این پیچه در جهت عکس حلقه‌های دیگر پیچیده شده است اگر جریان $۲(A)$ از این پیچه عبور کند شدت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چند گوس می‌باشد؟

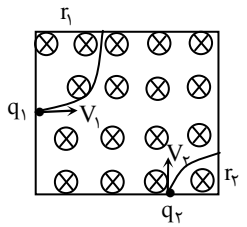
۱) ۱۲π ۲) $۱۲\pi\times۱۰^{-۴}$ ۳) ۱۶π ۴) $۱۶\pi\times۱۰^{-۴}$

۱۵. اگر میدان مغناطیسی حاصل از شکل روبرو در نقطه A عمود بر کاغذ به طرف داخل باشد نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ ..... می‌باشد.



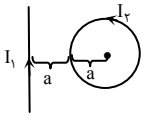
۱) بزرگتر از $\frac{۵}{۳}$ ۲) کوچکتر از $\frac{۵}{۳}$
۳) برابر $\frac{۵}{۳}$ ۴) کوچکتر از $\frac{۳}{۵}$

۱۶. مطابق شکل تکانه دو ذره که با سرعت‌های V_1 و V_2 در میدان مغناطیسی درون‌سو B پرتاب می‌شوند برابر است نسبت بار ذره q_1 به q_2 کدام است به شرطی که $r_1 = \frac{۳}{۲}r_2$ باشد؟



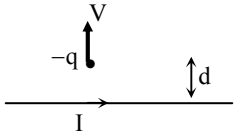
۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{-۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{-۴}{۳}$

۱۷. در شکل زیر میدان مغناطیسی برآیند در مرکز حلقه صفر است نسبت $\frac{I_1}{I_2}$ کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۲π
۳) π ۴) ۴π

۱۸. مطابق شکل بار q- در مجاورت سیم حامل جریان و عمود بر آن با سرعت V پرتاب می‌شود جهت و مقدار نیروی وارد بر آن کدام است؟

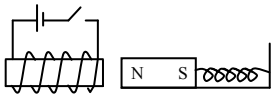


۱) $F = \mu_\circ \frac{I}{d}$ ← ۲) $F = \frac{\mu_\circ I}{d}$ →
۳) $F = \frac{\mu_\circ}{۲\pi}\frac{qVI}{d}$ ← ۴) $F = \frac{\mu_\circ}{۲\pi}\frac{qVI}{d}$ →

۱۹. جریانی به شدت ۲ آمپر از سیم AB (جهت جریان از A به B است) که در میدان $\vec{B} = \vec{i} - ۲\vec{j}$ قرار دارد می‌گذرد اگر $\begin{vmatrix}۲\\۱\end{vmatrix}A$ و $B\begin{vmatrix}۱\\۲\end{vmatrix}$ در SI باشد بر سیم AB نیروی چند نیوتن وارد می‌شود؟

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۲

۲۰. در شکل زیر چنانچه کلید را ببندیم فنر چه تغییری می‌کند؟



۱) فشرده می‌شود.
۲) کشیده می‌شود.
۳) ابتدا فشرده و سپس کشیده می‌شود.
۴) ابتدا کشیده و سپس فشرده می‌شود.

پاسخ کلیدی پرسشهای چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل دهم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	○	●
۲.	●	○	○	○
۳.	○	○	●	○
۴.	○	○	○	●
۵.	○	○	●	○
۶.	○	○	○	●
۷.	○	○	○	●
۸.	○	○	●	○
۹.	●	○	○	○
۱۰.	●	○	○	○

	۱	۲	۳	۴
۱۱.	○	○	○	●
۱۲.	●	○	○	○
۱۳.	○	○	○	●
۱۴.	●	○	○	○
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	●	○	○
۱۸.	○	○	●	○
۱۹.	○	○	○	●
۲۰.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل دهم

۱. چون نیروی مغناطیسی بر $\vec{B}$ و $\vec{V}$ عمود است پس باید جهت نیرو همواره بر مسیر عمود باشد پس حرکت جسم دایره‌ای یکنواخت است.

۲. در اینجا qVB نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند پس:

$$m\frac{V^2}{R}=qVB \Rightarrow m\frac{V}{R}=qB \Rightarrow R=\frac{mV}{qB}$$

طبق رابطه فوق اگر سرعت ذره دو برابر شود شعاع مسیر دایره‌ای نیز دو برابر می‌شود.

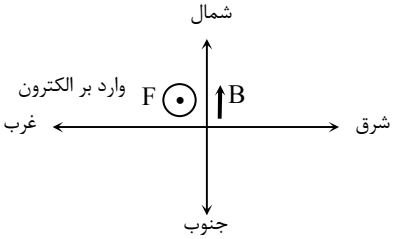
۳.

$$m\frac{V^2}{R}=qVB \Rightarrow m=\frac{qRB}{V}$$

$$=\frac{2\times 1/6\times 10^{-19}\times 0/25\times 0/75}{5\times 10^6}$$

$$\Rightarrow m=\frac{6\times 10^{-20}}{5\times 10^6} \Rightarrow m=1/2\times 10^{-26}\,kg$$

۴. همزمان با حرکت میله، الکترون‌های آزاد میله نیز در جهت حرکت میله به همراه میله حرکت می‌کند و بر این الکترون‌های متحرک از طرف میدان مغناطیسی زمین نیرو واد می‌شود و آنها را حرکت می‌دهد پس برای اینکه انتهای بالایی میله پتانسیل کمتری نسبت به انتهای پائینی پیدا کند باید به الکترون‌ها نیرویی به سمت بالا وارد شود میدان مغناطیسی زمین به سمت شمال است پس طبق قاعده دست راست برای الکترون (بار منفی) جهت حرکت باید به طرف غرب باشد.

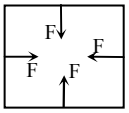


۵. آهنربا در جهت ساعتگرد می‌چرخد تا در راستای خطوط میدان قرار گیرد (آهنربا را مانند عقربه مغناطیسی تصور می‌کنیم).

۶. چون $F\perp V$ پس نیروی مغناطیسی بر جهت حرکت ذره عمود است در نتیجه کار انجام شده برابر صفر است.

$$w=Fd\cos\theta \underset{90^\circ}{\searrow} \Rightarrow w=0$$

۷. طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر هر ضلع مربع در شکل نشان داده شده است پس برآیند نیروهای وارد بر قاب صفر است.



۸.

$$B=\mu_0\frac{N}{\ell}I'=4\pi\times 10^{-7}\frac{100}{1}\times 5=2\pi\times 10^{-4}\,(T)$$

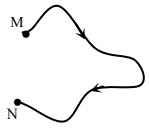
$$\sin 30^\circ=\frac{20Cm}{L}\Rightarrow L=40Cm=0/4(m)$$

طول قرار گرفته در معرض میدان

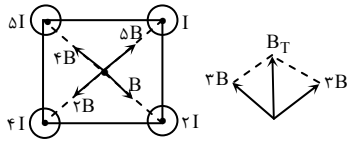
$$F=ILB\sin\theta=10\times 0/4\times 2\pi\times 10^{-4}\times\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow F=4\pi\times 10^{-4}\,(N)$$

۹. جریان پس از بستن کلید ساعتگرد از M به طرف N است پس در قسمت بالایی سیم جهت جریان با قسمت پائینی سیم متفاوت است. پس دو سیم یکدیگر را دفع می‌کنند تا بیشترین فاصله را از یکدیگر پیدا کنند پس سیم به شکل تقریبی دایره در می‌آید.



۱۰. جهت میدان حاصل از سیم‌ها در مرکز مربع طبق قاعده دست راست نشان داده شده است پس داریم:



$$B_T=\sqrt{(3B)^2+(3B)^2}\ \Rightarrow\ B_T=3\sqrt{2}B$$

۱۱. اگر فرض کنیم بسته Nتایی بوده است داریم:

$$B_1=N\times 2\times 10^{-7}\frac{I}{d}$$

حال اگر جریان یکی از سیم‌ها برعکس شود میدان حاصل از آن با میدان حاصل از یکی از سیم‌ها خنثی می‌شود پس $N-2$ سیم اثر مغناطیسی خواهند داشت پس:

$$B_2=(N-2)\times 2\times 10^{-7}\frac{I}{d}$$

$$B_2=0/9B_1\Rightarrow(N-2)=0/9N\ \Rightarrow\ 0/1N=2$$

$$\Rightarrow N=20$$

۱۲.

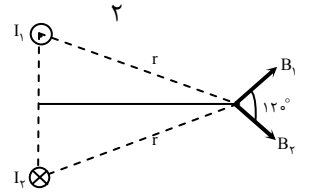
$$r=\sqrt{(15)^2+(15\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow r=30Cm=0/3(m)$$

$$B_1=B_2=2\times 10^{-7}\frac{3}{0/3}$$

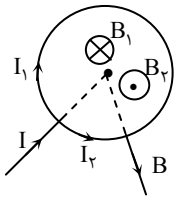
$$\Rightarrow B_1=B_2=2\times 10^{-6}T$$

$$B_T = 2B_1\cos\frac{120^\circ}{2} = 2\times 2\times 10^{-6}\times\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow B_T = 2\times 10^{-6}(T)$$



۱۳. مقاومت مسیری که جریان I_1 از آن می‌گذرد ۵ برابر مقاومت مسیری است که از آن جریان I_2 می‌گذرد ($\frac{300^\circ}{60^\circ}$) پس $I_1 = \frac{1}{5}I_2$ از طرفی $N_1 = 5N_2$ (تعداد حلقه‌های مسیر ۱ برابر $\frac{5}{6}$ دور کامل و تعداد حلقه‌های مسیر ۲ برابر $\frac{1}{6}$ دور کامل است) پس طبق رابطه‌ی:

$$B = 2\pi\times 10^{-7}\frac{NI}{R}$$



نتیجه می‌گیریم $B_1 = B_2$ و چون جهت B_1 و B_2 در مرکز حلقه خلاف جهت یکدیگر است همدیگر را خنثی کرده و B کل در مرکز حلقه صفر می‌شود.

۱۴.

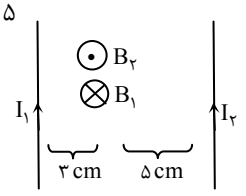
$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{314}{2\pi\times 0/1} = \frac{100}{0/2} = 500$$

چون ۱۰۰ حلقه در خلاف جهت حلقه‌های دیگر پیچیده شده است پس میدان این ۱۰۰ حلقه، میدان ۱۰۰ حلقه از چهارصد حلقه باقیمانده را خنثی می‌کند پس $N_{\text{مؤثر}} = 300$ خواهد بود حال داریم:

$$B = 2\pi\times 10^{-7}\frac{N_{\text{مؤثر}}I}{R} = 2\pi\times 10^{-7}\frac{300\times 2}{0/1}$$
$$\Rightarrow B = 12\pi\times 10^{-4}T \Rightarrow B = 12\pi \text{ گاوس}$$

۱۵. چون میدان به طرف داخل می‌باشد پس:

$$B_1 > B_2$$
$$\Rightarrow 2\times 10^{-7}\frac{I_1}{0/03} > 2\times 10^{-7}\frac{I_2}{0/05}$$
$$\Rightarrow \frac{I_1}{3} > \frac{I_2}{5} \Rightarrow \frac{5}{3} > \frac{I_2}{I_1}$$



۱۶.

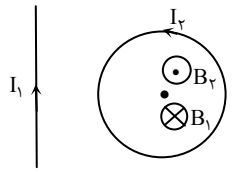
$$m_1v_1 = m_2v_2 \qquad (1)$$

$$|q|VB = m\frac{V^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV}{|q|B}$$
$$r_1 = \frac{3}{2}r_2 \Rightarrow \frac{m_1V_1}{|q_1|B} = \frac{3}{2}\frac{m_2V_2}{|q_2|B} \qquad (2)$$
$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{|q_1|B} = \frac{3}{2}\frac{1}{|q_2|B} \Rightarrow |q_1| = \frac{2}{3}|q_2|$$

از طرفی با توجه به جهت انحراف ذرات q_1 و q_2 طبق قاعده دست راست نتیجه می‌گیریم q_1 مثبت و q_2 منفی است پس:

$$q_1 = \frac{-2}{3}q_2$$

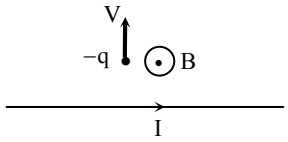
۱۷.



$$B_1 = B_2$$
$$\Rightarrow 2\times 10^{-7}\frac{I_1}{2a} = 2\pi\times 10^{-7}\frac{I_2}{a}$$
$$\Rightarrow \frac{I_1}{2} = \pi I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 2\pi$$

۱۸. طبق قاعده دست راست برای ذره با بار منفی جهت نیرو به سمت چپ ← می‌باشد و داریم:

$$F = qVB\sin\theta = qV\times\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}\times 1$$
$$\Rightarrow F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{qVI}{d}$$

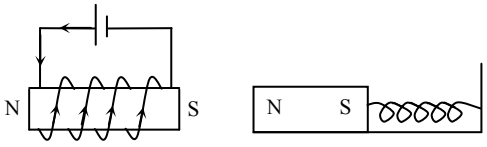


۱۹.

$$\vec{L} = \overrightarrow{AB} = -\vec{i} + \vec{j}$$
$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B} = 2(-\vec{i} + \vec{j})\times(-\vec{i} - 2\vec{j})$$
$$\Rightarrow \vec{F} = 2(2\hat{k} - k) = 2\hat{k}$$
$$|F| = 2(N)$$

گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۰.



با بستن کلید سیم لوله آهنربا شده طوری که سمت راست آن قطب S و سمت چپ قطب N می‌شود حال قطب S آن، آهنربا را جذب کرده و فنر کشیده می‌شود.

فصل یازدهم

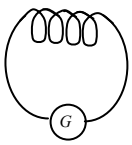
القای الکترومغناطیسی

جلسه‌ی بیستم

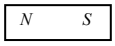
قبلاً با القای الکتریکی و القای مغناطیسی آشنا شده‌اید با روش القای الکتریکی می‌توان در اجسام رسانا بار الکتریکی القا کرد همچنین با روش القای مغناطیسی می‌توان در ماده‌ی فرومغناطیسی خاصیت مغناطیسی ایجاد کرد در این فصل با القای الکترومغناطیسی آشنا خواهید شد که در آن می‌توان با استفاده از میدان مغناطیسی در یک رسانا جریان الکتریسیته القا کرد.

همانطور که در فصل مغناطیس بررسی کردیم جریان‌های الکتریکی آثار مغناطیسی دارند یعنی اگر از سیمی جریان الکتریسیته عبور کند در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند حال می‌خواهیم ببینیم آیا عکس این مسئله نیز برقرار است یا خیر؟ یا به عبارتی آیا می‌توان با داشتن آهنربا و مغناطیس در یک مدار بسته جریان الکتریکی ایجاد کرد.

شکل زیر را در نظر بگیرید:



گالوانومتر حساس



با انجام آزمایش مشاهده می شود هنگامی که آهنربا را به پیچه نزدیک یا از آن دور می کنیم عقربه گالوانومتر منحرف شده و عبور جریان را نشان می‌دهد ولی وقتی آهنربا را نسبت به پیچه ساکن نگاه می‌داریم عقربه گالوانومتر روی صفر می‌ایستد و جریانی در مدار برقرار نیست به عبارتی می‌توان گفت با حرکت آهنربا نسبت به پیچه، یک جریان الکتریکی در مدار القا می شود این پدیده را القای الکترومغناطیسی و جریان تولید شده را جریان الکتریکی القایی می نامند. القای الکترومغناطیسی اساس کار مولدهای جریان متناوب، دینام و بسیاری از وسیله‌های الکتریکی است.

مایکل فارادی دانشمند انگلیسی و همزمان با او جوزف هانری دانشمند آمریکایی با انجام آزمایش‌های مطابق آزمایش فوق القای الکترومغناطیسی را در حالت‌های مختلف مورد مطالعه قرار دادند و فارادی در نهایت قانون القای الکترومغناطیسی را به صورت مدون ارائه نمود.

دور و نزدیک کردن آهنربا به پیچه باعث تغییر میدان مغناطیسی در محل پیچه می شود. و همین مسئله جریان الکتریکی را در پیچه القا می‌کند پس می توان گفت:

تغییر اندازه‌ی میدان مغناطیسی در محل یک مدار بسته، باعث القای جریان الکتریکی در آن مدار می‌شود.

آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد علاوه بر روش فوق‌الذکر روش‌های دیگری نیز برای القای جریان الکتریکی در یک مدار بسته وجود دارد. به عنوان مثال اگر پیچه‌ای از یک سیم انعطاف‌پذیر را در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار داده و سپس شکل پیچه را تغییر دهیم به گونه‌ای که مساحت حلقه‌ی پیچه تغییر کند مشاهده می شود که در حین تغییر مساحت جریان الکتریکی در مدار بسته القا می‌شود پس:

تغییر مساحت مدار بسته قرار گرفته در معرض میدان مغناطیسی نیز می‌تواند عامل ایجاد جریان القایی شود.

همچنین در آزمایش دیگری مشاهده گردید هرگاه پیچه‌ای را در میدان مغناطیسی یکنواخت بچرخانیم طوری که زاویه بین خطوط میدان و سطح پیچه تغییر کند باز هم در مدار بسته جریان الکتریکی القا می شود یعنی می‌توان گفت:

تغییر زاویه‌ی بین حلقه و راستای میدان مغناطیسی نیز می تواند عامل ایجاد جریان الکتریکی القایی در پیچه باشد.

نتیجه گیری که فارادی از آزمایش‌های فوق انجام داد این بود که در هر سه حالت فوق اتفاق مشابهی می‌افتد و آن این است که تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از مدار بسته تغییر می‌کند بنابراین می‌توان گفت:

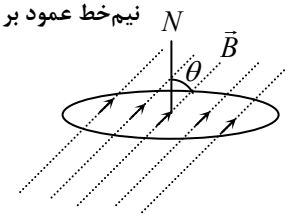
هرگاه تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از یک مدار بسته با گذشت زمان تغییر کند در آن مدار بسته جریان الکتریکی القا می‌شود.

حال برای اینکه مفاهیم فوق را به صورت رابطه ریاضی در آوریم کمیتی به نام شار مغناطیسی را تعریف می‌کنیم.

شار مغناطیسی

همانطور که دیدیم تغییر میدان مغناطیسی، تغییر مساحت حلقه و تغییر زاویه بین خطوط میدان و سطح حلقه بسته باعث ایجاد جریان الکتریکی در حلقه می‌شود کمیت شار مغناطیسی دربرگیرنده هر سه کمیت فوق می‌باشد.

فرض کنید حلقه‌ای به مساحت A در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به گونه‌ای قرار گرفته است که زاویه‌ی بین نیم خط عمود بر صفحه و خطوط میدان مغناطیسی θ باشد در این صورت شار مغناطیسی گذرنده از سطح حلقه که آنرا با علامت φ نشان می‌دهیم به صورت زیر تعریف می‌شود:



زاویه‌ی بین $\vec{B}$ و خط عمود بر سطح حلقه: θ

$$\varphi = BA\cos\theta$$

قابل توجه اینکه نیم‌خط عمود بر صفحه را می‌توان به طور اختیاری در هر یک از دو طرف سطح حلقه در نظر گرفت ولی در هر مورد پس از انتخاب دیگر جهت آن را نباید تغییر داد.

طبق تعریف فوق φ (شار مغناطیسی) معرف تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از سطح بسته می‌باشد چرا که:

۱) هر چقدر B بیشتر باشد خطوط به هم فشرده‌تر هستند پس تعداد خطوط بیشتری از سطح می‌گذرد و φ زیاد می‌شود.

۲) هر چقدر A بیشتر باشد تعداد خطوط بیشتری از سطح می‌گذرد و φ زیاد می شود.

۳) اگر $\theta = ۹۰^\circ$ باشد $\cos\theta = ۰$ و $\varphi = ۰$ خواهد شد یعنی در حالتی که خطوط میدان مغناطیسی بر خط عمود بر صفحه، عمود باشند با سطح حلقه موازی خواهند بود و خطی از داخل سطح بسته عبور نخواهد کرد و $\varphi = ۰$ می‌شود.

۴) اگر $\theta = ۰$ باشد خطوط میدان با خط عمود بر صفحه موازی و در نتیجه بر سطح حلقه عمود می‌باشند و شار گذرنده از حلقه ماکزیمم خواهد بود.

در رابطه فوق واحد B تسلا و واحد A متر مربع، در نتیجه واحد شار مغناطیسی $T.m^۲$ می‌باشد که به آن وِبر با علامت Wb گفته می شود و داریم: $۱Wb = (۱T)(۱m^۲)$

اگر میدان مغناطیسی به بزرگی $۱T$ عمود بر سطح مدار بسته‌ای به مساحت $۱m^۲$ وارد شود شار مغناطیسی گذرنده از سطح مدار بسته ۱ وبر می‌باشد.

آزمایش‌های انجام گرفته نشان می‌دهد که تغییر هر یک از کمیت‌های B، A و θ باعث تغییر شار مغناطیسی می شود و تغییر شار مغناطیسی باعث ایجاد جریان الکتریکی القایی در مدار می شود درست مانند حالتی که مولد در مدار وجود داشته باشد و نیروی محرکه آن، جریان در مدار ایجاد کرده باشد همچنین آزمایشات نشان می‌دهد هر چقدر تغییر شار مغناطیسی سریعتر و در مدت زمان کمتری اتفاق افتد جریان القایی و نیروی محرکه القایی مقادیر بزرگتری خواهند داشت و عقربه گالوانومتر بیشتر منحرف می شود.

لنز دانشمند روسی و فارادی پدیده القای الکترومغناطیسی را به طور مفصل بررسی کرده و آن را فرمول‌بندی کردند و قوانین القای الکترومغناطیسی را بنا نهادند.

مثال ۱. از حلقه‌ای به مساحت A که درون یک میدان مغناطیسی به اندازه B قرار گرفته و خطوط میدان با سطح قاب زاویه ۳۰° می‌سازد چه شاری عبور می‌کند؟

حل:

چون خطوط میدان با سطح قاب زاویه ۳۰° می‌سازد پس با خط عمود بر قاب زاویه ۶۰° خواهند ساخت یعنی $\theta = ۶۰^\circ$

$$\varphi = BA\cos\theta = BA\cos ۶۰ \Rightarrow \varphi = \frac{۱}{۲}BA$$

تست ۱. بیشینه‌ی شاری که از حلقه‌ی مربع شکلی به ضلع ۰/۱ متر می‌گذرد در یک میدان مغناطیسی یکنواخت ۱۰۰ گاوسی چند وبر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱ ۳) $۱۰^{-۳}$ ۴) $۱۰^{-۴}$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\varphi = BA\cos\theta \Rightarrow \varphi_{max} = BA = (۱۰۰\times۱۰^{-۴})(۰/۱)^۲ \Rightarrow \varphi_{max} = ۱۰^{-۴}\ (Wb)$$

تست ۲. از یک سیم لوله ۵۰ حلقه‌ای به طول ۶/۲۸cm جریان الکتریکی (A)۵ می‌گذرد اگر مساحت هر حلقه‌ی آن $8cm^2$ باشد شار مغناطیسی گذرنده از سیم لوله چند وبر است؟

۱) 4×10^{-4} ۲) 2×10^{-6} ۳) 4×10^{-6} ۴) 2×10^{-4}

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\varphi = BA\cos\theta$$

چون خطوط میدان درون سیم لوله بر سطح حلقه‌های آن عمود است پس $\theta = 0$ و در نتیجه $\cos\theta = 1$ می‌باشد پس:

$$\varphi = BA = \mu_0 \frac{N}{l} IA$$

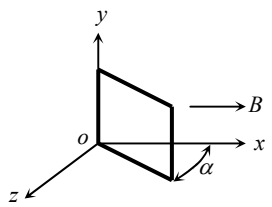
$$\Rightarrow \varphi = 4\pi\times10^{-7}\times\frac{50}{6/28\times10^{-2}}\times5\times8\times10^{-4} \Rightarrow \varphi = 4\times10^{-6}\,(Wb)$$

مثال ۲. پیچه‌ای به شکل مربع به ضلع ۲۰Cm را مطابق شکل در امتداد محور y لولا کرده و آن را در میدان مغناطیسی خارجی $B = 0/05$ تسلا که در راستای محور x است قرار می‌دهیم پیچه حول محور y می‌چرخد به طوری که زاویه α که با صفحه xy می‌سازد از 37° به 53° می‌رسد در این چرخش، شار مغناطیسی چقدر تغییر می‌کند؟

حل:

شار مغناطیسی برابر $\varphi = BA\cos\theta$ است که $\theta = 90 - \alpha$ می‌باشد تغییر شار برابر است با:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = BA\cos\theta_2 - BA\cos\theta_1$$
$$\Rightarrow \Delta\varphi = BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = BA(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$
$$\Rightarrow \Delta\varphi = 0/005\times(0/2)^2(0/8 - 0/6)$$
$$\Rightarrow \Delta\varphi = 4\times10^{-5}\,(Wb)$$



قانون القای الکترومغناطیسی فارادی

هرگاه شار مغناطیسی گذرنده از سطح یک مدار بسته با گذشت زمان تغییر کند در آن مدار بسته نیروی محرکه‌ای القاء می‌شود که اندازه آن متناسب با آهنگ تغییر شار مغناطیسی است به عبارت دیگر:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \leftarrow \text{نیروی محرکه القایی لحظه‌ای}$$

در رابطه فوق علامت منفی بیانگر قانون لنز است که بعداً به طور مفصل راجع به آن بحث خواهیم کرد.

رابطه فوق نیروی محرکه القایی لحظه‌ای را بیان می‌کند حال اگر بخواهیم نیروی محرکه القایی متوسط تولید شده در یک مدار را در بازه‌ی زمانی Δt تعیین کنیم خواهیم داشت:

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \leftarrow \text{نیروی محرکه القایی متوسط در بازه زمانی } \Delta t$$

نیروی محرکه القایی در پیچه

اگر مدار بسته ما شامل N حلقه باشد و شار گذرنده از مدار تغییر کند در هر حلقه نیروی محرکه $-\frac{d\varphi}{dt}$ تولید می‌شود و نیروی محرکه القایی کل برابر $-N\frac{d\varphi}{dt}$ خواهد بود یعنی:

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} \leftarrow \text{نیروی محرکه القایی در پیچه N حلقه‌ای}$$

نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه N حلقه‌ای در بازه زمانی Δt در اثر تغییر شار به میزان $\Delta\varphi$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

☜ حالت‌های خاص تغییر شار

۱) اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر B باشد می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -N\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta t} = -N\frac{B_2 A\cos\theta - B_1 A\cos\theta}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{A\cos\theta\Delta B}{\Delta t}$$

در رابطه‌ی فوق $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ آهنگ تغییر میدان مغناطیسی نامیده می شود. برای محاسبه نیروی محرکه القایی لحظه‌ای در این حالت داریم:

$$\varepsilon = -NA\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

۲) اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر A باشد به روش مشابه می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -NB\cos\theta\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

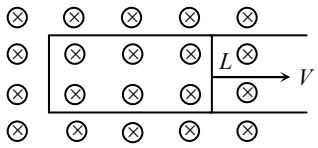
لحظه‌ای $\varepsilon = -NB\cos\theta\frac{dA}{dt}$

۳) اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر θ باشد می‌توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -N\frac{BA\cos\theta_2 - BA\cos\theta_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}$$

مثال ۳. **قاب مستطیل شکلی که از سیم بدون روکش ساخته شده است مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد سطح حلقه بر میدان مغناطیسی عمود است اگر ضلع L با سرعت V در جهت نشان داده شده حرکت کند بزرگی نیروی محرکه القایی را محاسبه کنید؟**



حل:

اگر ضلع افقی مستطیل (مدار بسته) را x در نظر بگیریم با حرکت میله به سمت راست x تغییر کرده و در نتیجه A تغییر می‌کند پس تغییر شار خواهیم داشت حال داریم:

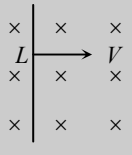
$$\left.\begin{array}{l}\varphi = BA\cos\theta \\ A = Lx \\ \theta = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\varphi = BLx \\ \varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}\end{array}\right\} \Rightarrow \varepsilon = -BLV$$

اندازه نیروی محرکه القایی در مدار بسته $\leftarrow |\varepsilon| = BLV$

واضح است که $\frac{dx}{dt}$ برابر سرعت حرکت میله می‌باشد.

بدیهی است که اگر زاویه بین خطوط میدان و خط عمود بر صفحه θ باشد خواهیم داشت: $|\varepsilon| = BLV\cos\theta$

نکته‌ی ۱. اگر سیم راستی به طول L را با سرعت V در میدان مغناطیسی B به حرکت درآوریم (مطابق شکل رو به رو) در این صورت نیروی محرکه القایی دو سر سیم برابر BLV خواهد بود.



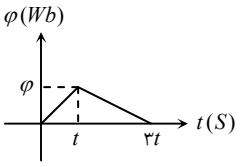
تست ۳. سیم راستی به طول ۴۰ سانتی‌متر عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/005\,T$ قرار دارد سیم را با چه سرعتی برحسب m/S عمود بر خطوط میدان حرکت دهیم تا اختلاف پتانسیل بین دو سر آن ۰/۰۲ ولت شود؟

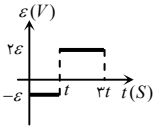
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

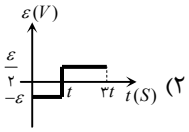
پاسخ: گزینه‌ی ۲

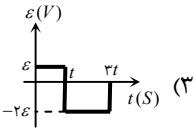
$$\varepsilon = BLV \Rightarrow V = \frac{\varepsilon}{BL} = \frac{0/02}{0/005\times 0/4} = \frac{0/02}{0/002} = 10(\frac{m}{S})$$

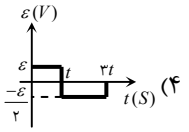
تست ٤. نمودار شار عبوری از یک مدار برحسب زمان مطابق شکل است نمودار نیروی محرکه‌ی القا شده در آن با در نظر گرفتن قانون لنز کدام‌یک از نمودارهای زیر است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

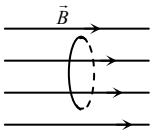
پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه‌ی $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$ واضح است که نیروی محرکه قرینه شیب نمودار شار برحسب زمان است در بازه ۰ تا t شیب مثبت پس ε منفی و در بازه t تا $2t$ شیب منفی پس ε مثبت است همچنین شیب نمودار در بازه ۰ تا t دو برابر شیب نمودار در بازه t تا $3t$ است.

تست ۵. پیچه‌ای شامل ۱۰۰ دور سیم با سطح مقطع $2Cm^2$ مطابق شکل زیر در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دارد و خطوط میدان بر سطح آن عمود است اگر در بازه‌ی زمانی ۲ میلی ثانیه اندازه میدان از $0/5T$ به صفر و از صفر به $0/5T$ در خلاف جهت قبل برسد نیروی محرکه‌ی القا شده در پیچه چند ولت است؟

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) 10^{-2} ۴) ۲۰

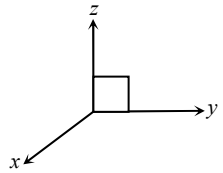
پاسخ: گزینه‌ی ۲



$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| = \left|-N\frac{BA(\cos 180 - \cos 0)}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = \left|-100\times\frac{0/5\times 2\times 10^{-4}\times(-2)}{0/002}\right| \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 10(v)$$

تست ۶. یک پیچه مسطح مربعی مطابق شکل شامل ۱۰۰ دور سیم و به ابعاد $10Cm$ است این پیچه در مدت ۰/۱ ثانیه 90° حول محور z می‌چرخد اگر میدان مغناطیسی $0/2T$ در جهت محور yها وجود داشته باشد نیروی محرکه القایی که در پیچه به وجود می‌آید چند ولت است؟



۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۲۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

در حالت اول $\theta_1 = 90^\circ$ و در حالت دوم $\theta_2 = 0^\circ$ می‌شود و داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-N\frac{BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{100\times 0/2\times(0/1)^2(1-0)}{0/1}\right| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 2(v)$$

تست ۷. حلقه‌ای به مساحت ۰/۲ متر مربع عمود بر میدان مغناطیسی ۰/۵ تسلا قرار دارد در مدت $\frac{1}{10}$ ثانیه حلقه به وضعی در می‌آید که خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 30° می‌سازند نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه چند ولت است؟

۱) ۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۱

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\theta_1 = 0^\circ$$

$$\theta_2 = 90 - 30 = 60^\circ \quad \bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{BA\cos\theta_2 - BA\cos\theta_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{BA(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{0/5\times 0/2(1-\frac{1}{2})}{0/1} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 0/5 \text{ ولت}$$

تست ۸. حلقه فلزی و مسدود در میدان مغناطیسی قرار دارد و معادله شار مغناطیسی گذرنده از آن در سیستم SI به صورت $\varphi = ۶t^۲ + ۷t + ۱$ می‌باشد اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در این حلقه در بازه‌ی زمانی $[۰,۲]$ ثانیه چند ولت است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۹ ۳) ۱۸ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\bar{\varepsilon} = \left| -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{\varphi_۲ - \varphi_۱}{t_۲ - t_۱} \right| = \left| -\frac{۳۹ - ۱}{۲ - ۰} \right| = ۱۹v$$

$$\varphi_۲ = \varphi(t_۲) = \varphi(۲) = ۳۹$$

$$\varphi_۱ = \varphi(t_۱) = \varphi(۰) = ۱$$

محاسبه‌ی جریان القایی

همانطور که دیدیم نیروی محرکه القایی در حلقه یا پیچه جریانی تولید می‌کند که به آن جریان القایی گفته می‌شود اگر مقاومت پیچه برابر R باشد داریم:

$$\left.\begin{array}{l} I = \dfrac{\varepsilon}{R} \\ \varepsilon = -N\dfrac{d\varphi}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{\text{جریان القایی لحظه ای}}{I} = -\frac{N}{R}\frac{d\varphi}{dt} \qquad \underset{\text{جریان القایی متوسط}}{\bar{I}} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

در رابطه فوق علامت منفی بیانگر قانون لنز است که به صورت زیر بیان می شود:

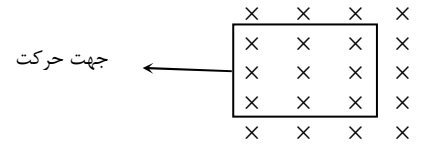
جهت جریان القایی در مدار در جهتی است که با آثار مغناطیسی که از خود نشان می دهد با عامل به وجود آورنده خودش یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند.

علامت منفی قرار گرفته در فرمول نیز بیانگر مخالفت جریان I با تغییرات شار یعنی $\frac{d\varphi}{dt}$ می‌باشد.

قانون لنز در اصل معرف اصل پایستگی انرژی می‌باشد چراکه در اثر ایجاد جریان الکتریکی القایی در مدار بسته، انرژی الکتریکی در R تولید می‌شود و این انرژی الکتریکی خود به خود نمی‌تواند به وجود آید مگر اینکه انرژی دیگری به آن تبدیل شده باشد و این انرژی در اصل همان کاری است که ما انجام می‌دهیم به عبارتی اگر جریان القایی با تغییر شار مخالفت کند (به عنوان مثال با نزدیک کردن آهنربا به حلقه یا دور کردن آهنربا از حلقه) ما برای انجام عمل مربوطه بر این مخالفت باید غلبه کنیم یعنی باید کار انجام دهیم که قانون پایستگی انرژی رعایت می‌شود.

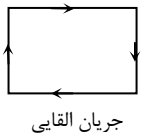
در عمل برای بدست آوردن جهت جریان القایی در یک مدار از قانون لنز استفاده می‌شود.

مثال ۴. **پیچه مستطیلی را که در شکل نشان داده شده است به طرف چپ کشیده و از میدان مغناطیسی درون سو خارج می‌کنیم جریان القایی ایجاد شده در پیچه در چه سویی است؟**

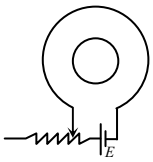


حل:

تنها از قسمتی از پیچه که در معرض خطوط میدان قرار دارد شار مغناطیسی عبور می‌کند پس با حرکت پیچه به سمت چپ سطح مؤثر پیچه کاهش یافته در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می‌یابد پس باید جریان القایی به گونه‌ای باشد تا مخالفت خود را با تغییر شار نشان دهد یعنی میدانی به سمت داخل تولید نماید پس جهت جریان در پیچه ساعتگرد می‌باشد.


جریان القایی

مثال ۵. **اگر مقاومت رئوستای مدار مقابل به آرامی افزایش یابد جریان القا شده در حلقه دایره‌ای در چه جهتی خواهد بود؟**

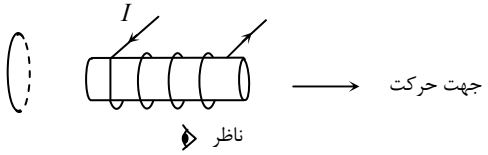


حل:

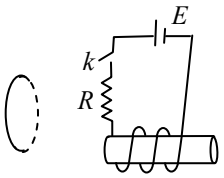
چون جریان در حلقه خارجی ساعتگرد می باشد (به علت نحوه قرار گرفتن قطب مثبت باتری) با افزایش مقاومت رئوستا جریـان در حلقه خارجی کاهش می یابد در نتیجه میدان مغناطیسی حاصل از آن در حلقه کوچک کاهش می‌یابد و چون این میدان درون سو اسـت پس شار گذرنده از حلقه دایره‌ای به سمت داخل کاهش می‌یابد پس در حلقه دایره‌ای جریان القایی تولید می‌شود که میدان حاصل از آن باید به سمت داخل باشد تا با کاهش شار مخالفت کند در نتیجه جهت جریان القایی در حلقه باید ساعتگرد باشد.

مثال ۶. در شکل زیر اگر سیم لوله را در جهت نشان داده شده از حلقه دور کنیم جریان القایی از دید ناظر نشان داده شده در چه جهتی خواهد بود؟

حل:



با توجه به جهت جریان در سیم لوله و استفاده از قاعده دست راست جهت میدان روی محور سیم لوله از چپ به راست می‌باشد پس با حرکت سیم لوله به سمت راست شار مغناطیسی گذرنده از حلقه به سمت راست کاهش می‌یابد پس جریان القایی تولید شده در حلقه باید میدانی به سمت راست ایجاد نماید تا با تغییرات شار مخالفت کند پس از دید ناظر جهت جریان در حلقه پادساعتگرد خواهد بود.



مثال ۷. در شکل رو به رو با بستن کلید k جهت جریان القایی در حلقه را بیابید؟

حل:

با بستن کلید جریانی در سیم لوله برقرار می شود که طبق قاعده دست راست میدان حاصل از آن روی محور سیم لوله به سمت چپ می‌باشد پس شار مغناطیسی گذرنده از حلقه به سمت چپ افزایش می‌یابد پس جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشد که میـدانی بـه سمت راست تولید کند تا مخالفت خود را با تغییر شار نشان دهد پس جهت جریان القایی در حلقه باید به شکل زیر باشد.

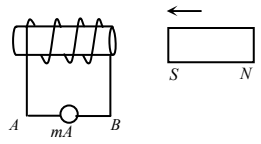
تست ۹. شار عبوری از یک سیم لوله در مدت ۰/۰۱ ثانیه، 5×10^{-3} وبر تغییر می‌کند اگر این سیم لولـه شـامل ۱۰۰ حلقه بوده و مقاومت الکتریکی آن 50Ω باشد اندازه جریان القایی متوسط در آن برابر است با:

۱) ۱ آمپر ۲) ۰/۰۱ آمپر ۳) ۰/۱ آمپر ۴) ۵۰ آمپر

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\bar{i}=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}-\frac{\left|N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|}{R}\Rightarrow i=\frac{\left|100\times\frac{5\times10^{-3}}{0/01}\right|}{50}\quad\Rightarrow i=1(A)$$

تست ۱۰. در شکل زیر هنگام نزدیک کردن آهنربا به سیم‌پیچ، جهت جریـان القـایی در میلـی آمپرسـنج چگونـه است؟

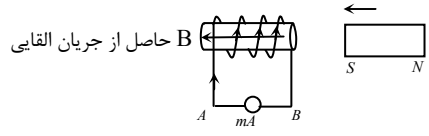


۱) از A به طرف B ۲) متناوباً از A به B و بالعکس

۳) از B به طرف A ۴) بستگی به شتاب حرکت دارد.

پاسخ: گزینه‌ی ۳

با نزدیک کردن آهنربا به سیم‌پیچ، شار گذرنده از سیم‌پیچ تغییر می‌کند و طبق قانون لنز جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشد که با تغییرات شار مخالفت کند بنابراین باید با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند پس سری از سیم‌پیچ که نزدیک آهنربا است باید S شود و شکل رو به رو را خواهیم داشت:

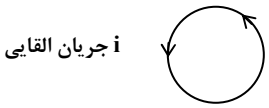


پس با توجه به جهت B القایی باید I القایی مطابق شکل باشد در نتیجه جریان در میله آمپرسنج از B به طرف A خواهد بود.

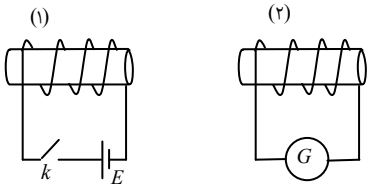
مثال ۸. **جریان القا شده در حلقه دایره‌ای نشان داده شده در شکل زیر در چه جهتی است؟**

حل:

میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست در حلقه درون سو می‌باشد و چون جریان سیم در حال افزایش است این میدان نیز به سمت درون در حال افزایش است بنابراین در حلقه تغییرات شار داریم و در آن جریان القایی برقرار می‌گردد و جهت جریان القایی به گونه‌ای است که با تغییرات شار مخالفت می‌کند یعنی باید با افزایش میدان به سمت درون مخالفت می‌کند پس باید میدان حاصل از جریان القایی به سمت بیرون باشد پس جریان القایی باید پادساعتگرد باشد.



تست ۱۱. در شکل زیر که دو سیم‌پیچ مقابل هم قرار دارند و نسبت به هم جابجا نمی شوند گالوانومتر در کدام مورد عبور جریان الکتریسیته را نشان می‌دهد؟

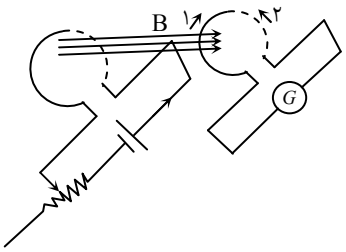


۱) از لحظه وصل تا لحظه قطع کلید.
۲) در لحظه قطع و یا وصل کلید.
۳) فقط در لحظه وصل کلید.
۴) فقط در لحظه قطع کلید.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

وقتی کلید k قطع است هیچ میدان مغناطیسی در اطراف سیم‌پیچ (۱) وجود ندارد و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌پیچ (۲) نیز صفر خواهد بود حال به محض وصل کلید جریان در سیم‌پیچ (۱) برقرار شده و در نتیجه میدان حاصل از آن از درون سیم لوله (۲) خواهد گذشت در نتیجه شار گذرنده از سیم لوله (۲) تغییر کرده و در نتیجه در آن جریان القایی تولید می‌شود و گالوانومتر عبور جریان را نشان می‌دهد حال هنگامی که جریان گذرنده از سیم لوله (۱) به مقدار ثابتی برسد در این صورت شار گذرنده از سیم لوله (۲) مقدار ثابتی شده و در نتیجه دیگر تغییر شار نداریم پس جریان القایی صفر می شود حال اگر کلید را قطع کنیم مجدداً میدان و در نتیجه شار گذرنده از سیم لوله (۲) صفر می‌شود پس تغییر شار و در نتیجه جریان القایی خواهیم داشت بنابراین هنگام وصل و قطع کلید گالوانومتر منحرف شده و عبور جریان را نشان می‌دهد.

تست ۱۲. در شکل زیر ابتدا مقاومت رئوستا را زیاد و سپس کم می‌کنیم جهت جریان القایی در حلقه دوم به ترتیب با کدام‌یک از دو جهت مشخص شده مطابقت دارد؟



۱) ۱ و ۱
۲) ۱ و ۲
۳) ۲ و ۱
۴) ۲ و ۲

پاسخ: گزینه‌ی ۳

وقتی مقاومت رئوستا را زیاد کنیم شدت جریان در مدار سمت چپ کم می شود در نتیجه شدت میدان مغناطیسی B نیز کم شده پس شار گذرنده از مدار سمت راست کاهش می‌یابد طبق قانون لنز جهت جریان القایی در حلقه سمت راست باید به گونه‌ای باشد که با تغییر شار یعنی در اینجا کاهش شار مخالفت کند پس باید جریان القایی در جهت ۲ باشد تا خطوط میدانی به سمت راست تولید نماید در حالت کاهش مقاومت رئوستا عکس این حالت رخ می‌دهد یعنی جریان القایی در جهت ۱ باید باشد.

تمرین ۱– ۱۱

۱. سیمی به طول ۲۰Cm را به صورت یک حلقه‌ی دایره‌ای شکل در می‌آوریم و آن را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۰/۴T قرار می‌دهیم به طوری که سطح حلقه با خطوط میدان زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازد شار گذرنده از این حلقه چند وبر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰۰۰\pi}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰۰۰\pi}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۵۰۰\pi}$ ۴) $\frac{۱}{۵۰۰\pi}$

۲. شار عبوری از یک قاب که در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد ماکزیمم است اگر قاب را به اندازه‌ای بچرخانیم که زاویه‌ی بین خطوط میدان با سطح قاب ۳۷° گردد شار عبوری چند درصد کاهش می‌یابد؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

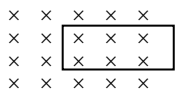
۳. شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه در SI به صورت $\varphi = ۲۵ - ۰/۱\cos ۲۵۰t$ می‌باشد بیشینه‌ی نیروی محرکه القایی آن چند ولت است؟

۱) صفر ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵۵

۴. پیچه‌ای به مساحت $۱۰۰Cm^۲$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۱T قرار دارد اگر پیچه در مدت ۰/۵ ثانیه به اندازه‌ی ۹۰° بچرخد به طوری که سطح آن موازی خطوط میدان شود و جریانی به شدت ۰/۰۶ آمپر در آن القا شود تعداد حلقه‌های پیچه کدام است؟ مقاومت الکتریکی پیچه ۳Ω است.

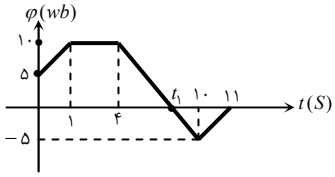
۱) ۹۰ ۲) ۴۵ ۳) ۹۰۰ ۴) ۴۵۰

۵. در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی مطابق شکل، قاب مستطیل شکلی قرار دارد قاب را به کدام سمت حرکت دهیم تا جریان القایی حاصل در قاب ساعتگرد باشد؟



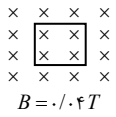
۱) راست ۲) چپ
۳) بالا ۴) پائین

۶. شکل زیر نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه را برحسب زمان نشان می‌دهد در لحظه‌ای که شار مغناطیسی صفر می‌شود $(t_۱)$ نیروی محرکه‌ی القا شده در حلقه چند ولت است؟



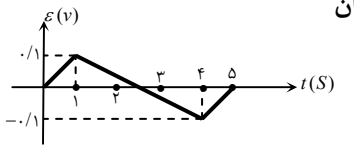
۱) ۵ ۲) -۵
۳) ۲/۵ ۴) -۲/۵

۷. در شکل زیر قاب مربع شکل به ضلع ۵۰Cm عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به شدت ۰/۰۴T قرار دارد اگر در مدت ۲۰۰ میلی ثانیه قاب به طور کامل از میدان خارج شود اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در قاب چند ولت است؟



۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۱
۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۰۴

۸. شکل زیر نمودار تغییرات نیروی محرکه القایی یک حلقه‌ی فلزی را نسبت به زمان نشان می‌دهد تغییرات شار مغناطیسی عبوری از این حلقه در مدت (S)۵ چند وبر است؟



۱) صفر ۲) ۰/۱۲۵
۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۵

۹. سیمی به طول ۱۰Cm در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه ی ۱۰۰G با سرعت ثابت $۱۸۰km/h$ حرکت می‌کند بیشینه‌ی نیروی محرکه‌ی القا شده در آن چند ولت است؟

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۵ ۴) ۱۸

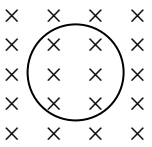
۱۰. معادله‌ی شار مغناطیسی که از یک مدار می‌گذرد به صورت $\varphi = ۰/۴\cos ۲۰۰t$ در SI می باشد اگر مقاومت الکتریکی این مدار ۴Ω باشد ماکزیمم شدت جریان در آن چند آمپر است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۴۰

۱۱. یک قاب مستطیل شکل به مساحت $۴۰۰Cm^۲$ و مقاومت ۸۰Ω دارای ۲۰۰ حلقه بوده و عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد اگر اندازه‌ی میدان مغناطیسی با آهنگ $۵۰\frac{T}{S}$ افزایش یابد اندازه‌ی شدت جریان القایی در این قاب چند آمپر است؟

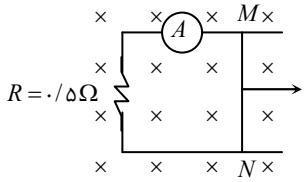
۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

۱۲. حلقه‌ای مطابق شکل زیر داخل یک میدان مغناطیسی درون سو قرار دارد اگر بزرگی میدان مغناطیسی رفته‌رفته کاهش یابد تا به صفر برسد و سپس به صورت برون‌سو شروع به افزایش کند جهت جریان القایی در این حلقه چگونه خواهد بود؟



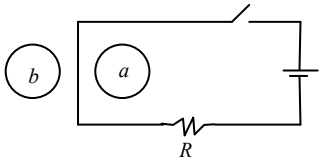
۱) همواره ساعتگرد
۲) همواره پادساعتگرد
۳) ابتدا ساعتگرد، سپس پادساعتگرد
۴) ابتدا پادساعتگرد، سپس ساعتگرد

۱۳. میله‌ی فلزی MN را با سرعت $۲(m/S)$ روی سیم U شکل و بدون روکش در جهت نشان داده شده در شکل حرکت می‌دهیم اگر طول میله ۰/۵ متر و بزرگی میدان مغناطیسی ۰/۲T باشد جریانی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد چند آمپر و در چه جهتی است؟ (از مقاومت میله‌ی MN چشم‌پوشی کنید)



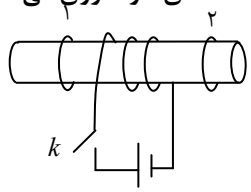
۱) ۰/۲، ساعتگرد
۲) ۰/۲، پادساعتگرد
۳) ۰/۴، ساعتگرد
۴) ۰/۴، پادساعتگرد

۱۴. در مدار شکل زیر بلافاصله پس از بستن کلید جهت جریان القایی در حلقه‌های a و b به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ساعتگرد - پادساعتگرد
۲) پادساعتگرد – ساعتگرد
۳) ساعتگرد – ساعتگرد
۴) پادساعتگرد - پادساعتگرد

۱۵. در شکل زیر حلقه ها فاقد جریان هستند بلافاصله پس از بسته شدن کلید k چه اتفاقی برای حلقه‌های ۱ و ۲ روی می‌دهد؟

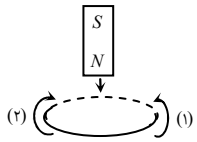


۱) هر دو حلقه به سیم لوله نزدیک می‌شوند.
۲) هر دو حلقه از سیم لوله دور می‌شوند.
۳) حلقه (۲) به سیم لوله نزدیک و حلقه‌ی (۱) از آن دور می‌شود.
۴) حلقه (۱) به سیم لوله نزدیک و حلقه‌ی (۲) از آن دور می‌شود.

۱۶. مولفه‌ی عمودی میدان مغناطیسی خارجی گذرنده از یک سیم‌پیچ شامل ۱۰ دور و به شعاع ۱ سانتی‌متر در مدت π ثانیه از صفر به ۲۰ تسلا می‌رسد اگر مقاومت سیم‌پیچ ۲Ω باشد بزرگی جریان القایی چند آمپر است؟

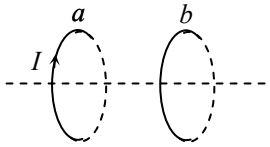
۱) ۰/۱ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۰/۲

۱۷. در شکل زیر، در لحظه‌ی ورود و خروج آهنربا به حلقه، جهت جریان القایی در حلقه به ترتیب در کدام جهت است؟



۱) (۲) و (۱)
۲) (۱) و (۲)
۳) (۲) و (۲)
۴) (۱) و (۱)

۱۸. دو حلقه‌ی رسانای دایره‌ای شکل به صورت هم محور در مجاورت هم قرار دارند و از حلقه‌ی a مطابق شکل جریان I می‌گذرد اگر این جریان کاهش یابد نیروی بین دو حلقه چگونه خواهد شد؟



۱) جاذبه
۲) دافعه
۳) صفر
۴) بسته به شرایط هر سه حالت ممکن است.

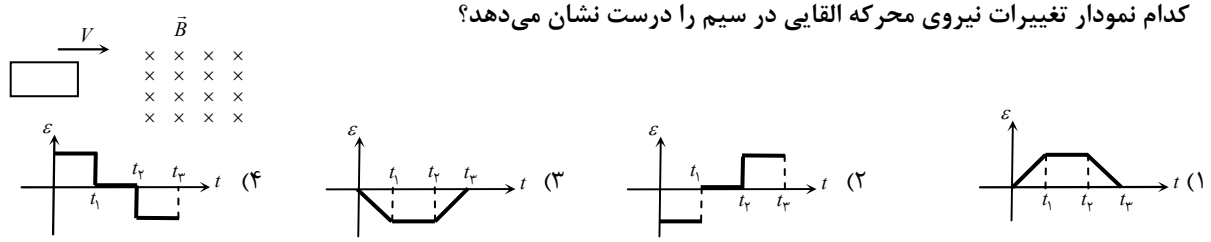
۱۹. پیچه‌ای به مساحت $۵۰Cm^۲$ شامل ۱۰۰ دور سیم در میدان مغناطیسی واقع است اگر میدان مغناطیسی با آهنگ ۰/۲ تسلا بر ثانیه تغییر کند نیروی محرکه ی القایی متوسط در پیچه چند ولت است؟ (میدان بر سطح قاب عمود است)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۰۰۱ ۴) ۱

۲۰. علامت منفی در رابطه‌ی $\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}$ با کدام‌یک از قانون‌های زیر به طور مستقیم نتیجه می شود؟

۱) قانون بقای بار الکتریکی ۲) قانون بقای انرژی ۳) قانون بقای تکانه ۴) قانون بقای جریان الکتریکی

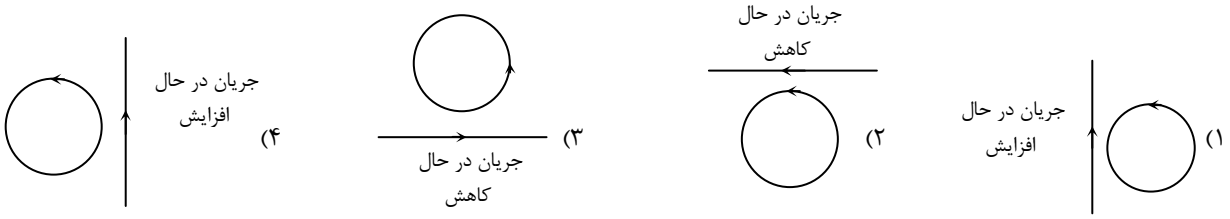
۲۱. در شکل زیر سیمی به شکل مربع با سرعت ثابت V وارد میدان مغناطیسی B درون‌سو شده و از طرف دیگر میدان خارج می شود کدام نمودار تغییرات نیروی محرکه القایی در سیم را درست نشان می‌دهد؟



۲۲. در یک پیچه‌ی تک حلقه‌ای در اثر کاهش شار مغناطیسی در مدت (S)۰/۲ به طور متوسط نیروی محرکه‌ی ۱mv القا می شود اگر در لحظه ی $t=0$ شار عبوری از پیچه $3\times10^{-4}\ wb$ باشد در لحظه‌ی $t=0/2(S)$ شار عبوری از حلقه چند وبر است؟

۱) صفر ۲) 1×10^{-4} ۳) 2×10^{-4} ۴) 5×10^{-4}

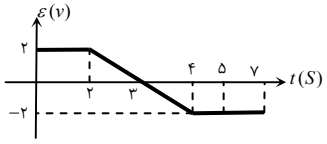
۲۳. در شکل‌های زیر جهت و نحوه‌ی تغییرات جریان I در سیم مستقیم حامل جریان نشان داده شده است در کدام گزینه جهت جریان القایی در حلقه‌ی مجاور سیم درست نمایش داده نشده است؟



۲۴. معادله‌ی شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ی مسدودی به مقاومت ۱۹ اهم در SI به صورت $\varphi=6t^2+2t+1$ می‌باشد شدت جریان حلقه در لحظه‌ی $t=3(S)$ چند آمپر است؟

۱) ۱۹ ۲) ۳۸ ۳) ۲ ۴) $\frac{61}{19}$

۲۵. نمودار تغییرات نیروی محرکه‌ی القایی در مداری برحسب زمان به صورت زیر است اگر شار اولیه مدار ۵wb- باشد شار گذرنده از مدار در لحظه‌ی $t=5(S)$ چند وبر است؟

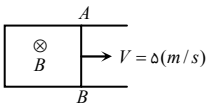


۱) -۵ ۲) -۳
۳) -۹ ۴) -۷

۲۶. قابی شامل ۲۰۰ دور به شکل مستطیل به ابعاد $10Cm\times20Cm$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 2×10^{-3} تسلا قرار دارد اگر در مدت (S)۰/۰۱ قاب 60° بچرخد اندازه نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در قاب در این مدت چند ولت است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۶۰ ۴) ۴۰

۲۷. مطابق شکل رسانای AB به طول ۰/۶ متر و مقاومت 2Ω با سرعت ثابت در حالی که با سیم U شکلی تماس الکتریکی دارد عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 1T حرکت می‌کند اگر سیم‌های رابط بدون مقاومت باشند جریان مدار چند آمپر است؟



۱) ۰/۶ ۲) ۳
۳) ۱/۵ ۴) ۴/۱۵

۲۸. معادله‌ی شار مغناطیسی که از یک مدار عبور می‌کند $\varphi=2\cos100\pi t$ است حداکثر نیروی محرکه‌ی القایی در این مدار چند ولت است؟

۱) 100π ۲) 200π ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۲۹. نیروی محرکه‌ی القایی در یک پیچه با ..... و ..... متناسب است.

۱) آهنگ تغییر شار مغناطیسی، تعداد دورهای پیچه ۲) زمان عبور شار، بزرگی شار مغناطیسی.
۳) بزرگی شار مغناطیسی، تعداد دورهای پیچه ۴) بزرگی شار مغناطیسی، مجذور تعداد دورهای پیچه

۳۰. در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، سطح حلقه‌ای مسی را که عمود بر میدان است با سرعت ثابت در جهت میدان به حرکت در می‌آوریم کدام گزینه درست است؟

۱) نیروی محرکه‌ای در آن القا نمی‌شود.
۲) نیروی محرکه‌ی القایی متناسب با سرعت حرکت حلقه است.
۳) نیروی محرکه القایی متناسب با سرعت حرکت حلقه و مساحت حلقه است.
۴) نیروی محرکه القایی متناسب با سرعت حرکت حلقه و شدت میدان است.

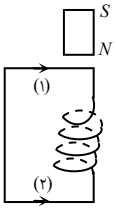
۳۱. قابی به مقاومت ۱ اهم از ۵۰ حلقه که سطح هر حلقه $۱۰۰Cm^۲$ است تشکیل شده است این قاب عمود بر میدان یک گاوسی قرار دارد اگر قاب را به اندازه‌ی ۱۸۰° بچرخانیم مقدار بار الکتریکی القا شده در قاب چند کولن است؟

۱) $۱۰^{-۳}$ ۲) $۱۰^{-۴}$ ۳) $۱۰^{-۵}$ ۴) $۱۰^{-۲}$

۳۲. معادله‌ی شار گذرنده از مداری به صورت $\varphi = t^۲ + ۸t - ۴$ است نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در دومین ثانیه چند برابر نیروی محرکه‌ی القایی در لحظه‌ی $t = ۲(S)$ است؟ $(N = ۱۰)$

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱۱}{۱۲}$

۳۳. مطابق شکل آهنربا به درون سیم لوله سقوط می‌کند اگر جریان القایی را هنگام ورود آهنربا $I_۱$ و هنگام خروج آهنربا $I_۲$ بنامیم کدام مورد درست است؟

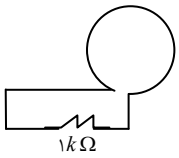


۱) $I_۱$ در جهت (۱) و $I_۲$ در جهت (۱)
۲) $I_۱$ در جهت (۲) و $I_۲$ در جهت (۱)
۳) $I_۱$ در جهت (۲) و $I_۲$ در جهت (۲)
۴) $I_۱$ در جهت (۱) و $I_۲$ در جهت (۲)

۳۴. یکای اهم آمپر ثانیه معادل یکای چه کمیت فیزیکی است؟

۱) توان الکتریکی ۲) نیروی محرکه‌ی القایی ۳) شار مغناطیسی ۴) انرژی الکتریکی

۳۵. از حلقه‌ای مطابق شکل، شار مغناطیسی $\varphi = \frac{t^۳}{۳} - t^۲ + ۲t + ۱$ می‌گذرد کمترین مقدار ممکن جریان عبوری از مقاومت چقدر است؟



۱) $۰/۵\,mA$ ۲) $۱\,mA$
۳) $۲\,mA$ ۴) $۴\,mA$

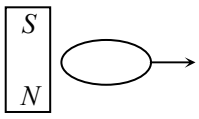
۳۶. شار عبوری از مداری برحسب زمان در دستگاه SI به صورت $\varphi = -t^۲ + ۲t + ۳$ می‌باشد نیروی محرکه‌ی القایی متوسط از لحظه $t = ۰$ تا $t = T$ برابر صفر است T چند ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۰/۵

۳۷. شار عبوری از مداری برحسب زمان در دستگاه SI به صورت $\varphi = -t^۲ + ۱۰t - ۲۱$ است در لحظه‌ای که شاری از مدار عبور نمی‌کند نیروی محرکه‌ی القایی در مدار چند ولت است؟

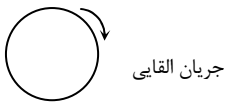
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۸. در شکل زیر حلقه رسانا که محور آن با محور آهن‌ربا موازی است از آهنربا دور می‌شود شار عبوری از حلقه ..... می‌یابد و جریان القایی در آن هنگامی که از بالا به آن نگاه می‌کنیم ..... است.



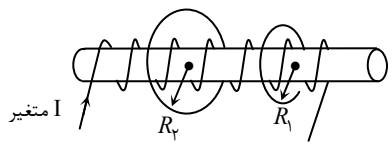
۱) کاهش – ساعتگرد ۲) افزایش – ساعتگرد
۳) کاهش – پادساعتگرد ۴) افزایش - پادساعتگرد

۳۹. در شکل زیر جریان القایی در حلقه نشان داده شده است کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد میدان مغناطیسی در سطح پیچه نمی‌تواند صحیح باشد؟



۱) درون‌سو است و کاهش می‌یابد. ۲) برون‌سو است و افزایش می‌یابد.
۳) درون‌سو است و قرینه می شود. ۴) برون‌سو است و قرینه می شود.

۴۰. سیم لوله‌ای طویل با جریان متغیری در اختیار است دو حلقه با شعاع‌های $R_۱$ و $R_۲$ که مراکزشان منطبق بر محور سیم لوله و صفحه‌های آنها عمود بر محور سیم لوله است مطابق شکل در نظر می‌گیریم اگر نسبت شعاعها $\frac{R_۲}{R_۱} = ۲$ باشد نسبت نیروی محرکه‌ی القایی $\frac{\varepsilon_۲}{\varepsilon_۱}$ در هر لحظه برابر است با:



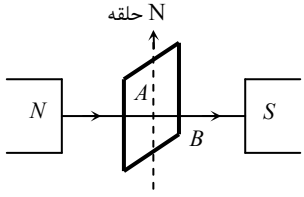
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) ۲ ۴) ۴

جلسه‌ی بیست و یکم

☜ مولد جریان متناوب

یکی از کاربردهای بسیار مهم القای الکترومغناطیسی، تولید جریان متناوب می باشد همانطور که اشاره گردید بـرای تولیـد نیـروی محرکه باید شار عبوری از مدار بسته را تغییر دهیم و می‌دانیم شار از رابطه‌ی $\varphi = BA\cos\theta$ تعیین می‌گردد که در آن θ زاویـه بـین نیم‌خط عمود بر صفحه و خطوط میدان می‌باشد ساده‌ترین روش برای تغییر شار تغییر θ می‌باشد به همین دلیل متداول‌ترین روش برای تولید جریان القایی تغییر θ می‌باشد.

فرض کنید قابی مستطیل شکل شامل N حلقه و به مساحت A در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل زیر قرار گیرد.



واضح است که اگر قاب مستطیلی با سرعت زاویه‌ای ω حول محورش به گردش درآید خط عمود بر قاب نیز به همراه قاب می‌چرخد و در نتیجه با گذشت زمان زاویه بین $\vec{B}$ و خط عمود بر قاب تغییر می‌کند اگر در لحظه‌ی $t = 0$ زاویه بین $\vec{B}$ و خط عمود بر قاب یعنی θ_0 برابر صفر باشد و قاب با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد خواهیم داشت:

$$\theta = \omega t \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

دوره چرخش قاب

که در آن T مدت زمان یک دور کامل چرخش قاب و ω سرعت زاویه‌ای چرخش قاب می‌باشد پس می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}\varphi = BA\cos\theta \\ \theta = \omega t\end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi = BA\cos\omega t$$

پس شار گذرنده از قاب طبق یک تابع کسینوسی با گذشت زمان تغییر می‌کند برای محاسبه نیروی محرکه القایی تولید شده در قاب می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} \\ \varphi = BA\cos\omega t\end{matrix}\right\} \Rightarrow \varepsilon = NBA\omega\sin\omega t$$

بنابراین نیروی محرکه القایی نیز به صورت یک تابع سینوسی با گذشت زمان تغییر می کند و داریم:

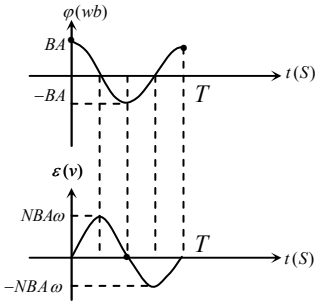
اگر $\sin\omega t = 1 \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{max} = NBA\omega$

یعنی بیشترین مقدار نیروی محرکه القایی $NBA\omega$ می‌باشد پس داریم:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\omega t$$

$$\varepsilon_{max} = NBA\omega$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که نیروی محرکه القایی به طور دوره‌ای تغییر می‌کند به همین دلیل به آن نیروی محرکه القایی متناوب گفته می‌شود نمودارهای تغییرات شار مغناطیسی و نیروی محرکه القایی تولید شده در قاب در مدت یک دوره به شکل زیر می‌باشند:

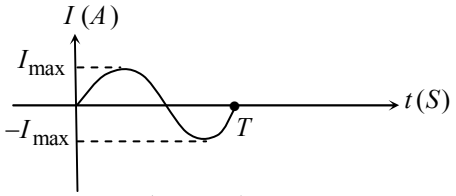


مشاهده می‌شود در لحظاتی که شار ماکزیمم می‌باشد نیروی محرکه القایی صفر است همچنین واضح است که ε_{max} بستگی به N و B و A و ω دارد و با تغییر هر یک از کمیت‌های فوق می‌توان مقدار ε_{max} را روی مقدار دلخواه تنظیم کرد.

اگر مقاومت مدار R باشد خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix} I=\dfrac{\varepsilon}{R} \\ \varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\omega t \end{matrix}\right\} \Rightarrow I=\frac{\varepsilon_{max}}{R}\sin\omega t = I_{max}\sin\omega t$$

در رابطه فوق نیز جریان القایی تابعی سینوسی از زمان است پس به آن جریان متناوب گفته می‌شود که نمودار آن در یک دوره به شکل زیر است:



مشاهده می شود که در نیم‌دوره جریان مثبت و در نیم‌دوره بعدی جریان منفی است یعنی جهت جریان عوض می‌شود همچنین مقدار جریان با گذشت زمان تغییر می کند.

در صنعت برای ایجاد جریان متناوب از مولدهای خاصی استفاده می شود که به آن‌ها مولدهای صنعتی جریان متناوب گفته می‌شود در مولدهای صنعتی پیچه‌ها را ثابت در نظر گرفته و آهنربا را در مقابل آن‌ها به چرخش در می‌آورند.

تست ۱۳. معادله ی جریان متناوب ایجاد شده در یک مدار ساده به مقاومت ۰/۵Ω در SI به صورت $I=۱۰\sin(۱۰\pi t+\frac{\pi}{۶})$ است بیشینه‌ی نیروی محرکه ی القا شده در مولد این جریان چند ولت است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\varepsilon_{max}=RI_{max} \Rightarrow \varepsilon_{max}=۰/۵\times۱۰۰ \Rightarrow \varepsilon_{max}=۵۰(V)$$

تست ۱۴. در یک مولد جریان متناوب بیشینه‌ی شار عبوری از پیچه‌ای که دارای ۱۰۰π حلقه است برابر $۱۰^{-۳}$ وبر است اگر دوره ی چرخش پیچه ۰/۱ ثانیه باشد بیشینه‌ی نیروی محرکه القایی چند ولت است؟ ($\pi^۲=۱۰$)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\varepsilon_{max}=NBA\omega \Rightarrow \varepsilon_{max}=N\varphi_{max}\omega$$
$$\Rightarrow \varepsilon_{max}=N\varphi_{max}\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \varepsilon_{max}=۱۰۰\pi\times۱۰^{-۳}\times\frac{۲\pi}{۰/۱}$$
$$\Rightarrow \varepsilon_{max}=۲۰۰\pi^۲\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \varepsilon_{max}=۲۰(V)$$

خود القایی

تا به حال سه روش زیر را برای تغییر شار مغناطیسی و تولید نیروی محرکه القایی بررسی کرده‌ایم.

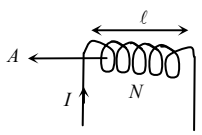
۱) تغییر B با دور و نزدیک کردن آهنربا

۲) تغییر A (رابطه‌ی $\varepsilon=BlV$)

۳) تغییر θ (مولد جریان متناوب)

اکنون می‌خواهیم حالت دیگری از تغییر شار را بررسی کنیم که با سه حالت فوق متفاوت است و به آن خود القایی گفته می‌شود که کاربردهای بسیاری دارد.

سیم لوله‌ای به طول ℓ که شامل N حلقه بوده و سطح مقطع سیم لوله A می‌باشد را در نظر گرفته و از آن جریان I عبور می‌دهیم:



میدان درون سیم لوله از رابطه‌ی $B = \mu_{\circ}\frac{N}{\ell}I$ بدست می‌آید اگر درون سیم لوله هسته‌ی آهنی قرار دهیم در اثر این میدان مغناطیسی دو قطبی‌های آن هم‌جهت شده و میدان بسیار قوی می‌شود در این حالت رابطه‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$B = k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}I$$

ضریب هسته که مقدار بزرگی حدود : k

۱۰۰۰-۲۰۰۰ می‌باشد.

شار مغناطیسی گذرنده از هر یک از حلقه‌ها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\left.\begin{array}{l}\varphi = BA\cos\theta \\ \theta = \circ \text{ چون خط عمود بر حلقه با } \vec{B} \text{ موازی است.}\end{array}\right\} \Rightarrow \varphi = BA$$

$$\Rightarrow \varphi = k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}AI$$

در رابطه فوق $k, \mu_{\circ}, N, \ell, A$ مقادیر ثابتی هستند ولی جریان I را می‌توانیم تغییر دهیم (مثلاً استفاده از جریان متناوب یا قطع و وصل کردن کلید یا استفاده از رئوستا در مدار برای تغییر جریان). با تغییر جریان شار مغناطیسی تغییر می‌کند و در اثر تغییر شار مغناطیسی، دو سر سیم لوله نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که به آن نیروی محرکه‌ی خودالقایی می‌گوئیم و علت آن این است که این خاصیت به دلیل ساختمان خود سیم لوله به وجود می‌آید برای محاسبه نیروی محرکه خودالقایی خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l}|\varepsilon_L| = \left|-N\frac{d\varphi}{dt}\right| \\ \varphi = k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}AI\end{array}\right\} \Rightarrow |\varepsilon_L| = k\,\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A\frac{dI}{dt}$$

در رابطه فوق $k\,\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A$ ضریب ثابتی است که به مشخصات ساختمانی سیم لوله بستگی دارد و به آن ضریب خودالقایی سیم لوله گفته و آن را با L نمایش می‌دهیم پس داریم:

$$|\varepsilon_L| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| \qquad (۱)$$

$$L = k\,\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A$$

با توجه به رابطه (۱) واضح است که یکای ضریب خودالقایی $\frac{\text{ولت.ثانیه}}{\text{آمپر}}$ می باشد که اصطلاحاً به آن هانری با علامت H گفته می شود که به صورت زیر تعریف می شود.

یک هانری ضریب خودالقایی سیم لوله‌ای است که هرگاه شدت جریان در آن با آهنگ $۱\frac{A}{S}$ تغییر کند نیروی محرکه خودالقایی دو سر آن ۱ ولت باشد.

همچنین برای تعیین نیروی محرکه خودالقایی متوسط رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$|\bar{\varepsilon}_L| = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$$

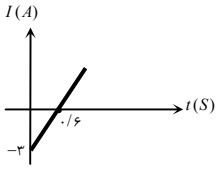
تست ۱۵. از سیم‌پیچی به ضریب خودالقایی ۰/۲H جریانی به معادله‌ی $I = ۵t + ۲$ در سیستم SI عبور می‌کند اندازه نیروی محرکه‌ی القا شده در دو سر آن چند ولت است؟

۱) صفر ۲) ۰/۲ ۳) ۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$|\varepsilon| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| = ۰/۲ \times ۵ = ۱(v)$$

تست ۱۶. تغییرات شدت جریان نسبت به زمان در یک القاگر به ضریب خودالقایی ۰/۲H مطابق شکل زیر است اندازه نیروی محرکه‌ی القا شده دو سر آن چند ولت است؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه‌ی ۱

شیب نمودار $I-t$ همان $\frac{dI}{dt}$ است پس طبق شکل فوق داریم:

$$\frac{dI}{dt}=\frac{۳}{۰/۶}=۵ \qquad |\varepsilon|=L\frac{dI}{dt}=۰/۲\times۵=۱(v)$$

تست ۱۷. سیم لوله‌ای به طول ℓ را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم ضریب خودالقایی هر قسمت چند برابر ضریب خودالقایی سیم لوله‌ی اولیه می شود؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) ۹

پاسخ: گزینه‌ی ۲

در سیم لوله جدید تعداد حلقه‌ها $\frac{۱}{۳}$ تعداد حلقه‌های سیم لوله اولیه و طول آن نیز $\frac{۱}{۳}$ طول سیم لوله اولیه است و داریم:

$$L=k\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A \Rightarrow \text{ضریب خودالقایی } \frac{۱}{۳} \text{ برابر می‌شود}$$

($N^{۲}$: $\frac{۱}{۳}$ برابر، A: $\frac{۱}{۳}$ برابر)

تست ۱۸. مساحت هر حلقه‌ی یک سیم لوله‌ی ۲۰۰ حلقه‌ای، $۱۰Cm^{۲}$ است در اثر $۱A$ تغییر جریان در سیم لوله، میدان مغناطیسی حاصل از آن در درون سیم لوله $۰/۱T$ تغییر می‌کند ضریب خودالقایی سیم لوله چند هانری است؟

۱) ۱ ۲) ۰/۵ ۳) $۱۰^{-۴}$ ۴) ۰/۰۲

پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$B=k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}I \Rightarrow \Delta B=k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}\Delta I \Rightarrow k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}=\frac{\Delta B}{\Delta I}=\frac{۰/۱}{۱}=۰/۱$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow k\,\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}=۰/۱\\ N=۲۰۰\\ A=۱۰Cm^{۲}=۰/۰۰۱m^{۲}\end{array}\right\}\xrightarrow[\text{در هم}]{\text{با ضرب سه رابطه}} k\,\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A=۰/۰۲$$

$$\Rightarrow L=۰/۰۲H$$

مثال ۹. **پیچه‌ای ۲۵۰ حلقه دارد و در آن جریان الکتریکی به شدت ۲ آمپر برقرار است اگر در مدت ۰/۰۰۱ ثانیه جریان به ۲/۰۵ آمپر برسد و در همین مدت شار مغناطیسی پیچه از ۴۰۰۰ میکرو وبر به ۴۱۰۰ میکرو وبر برسد ضریب خودالقایی پیچه را تعیین کرده و مقدار نیروی محرکه القا شده متوسط در آن را بدست آورید؟**

حل:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{\varepsilon}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\\ \overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\end{array}\right\}\Rightarrow -L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow L=\frac{N\,\Delta\varphi}{\Delta I}$$

$$L=\frac{۲۵۰\times(۴۱۰۰\times۱۰^{-۶}-۴۰۰۰\times۱۰^{-۶})}{۲/۰۵-۲}$$

$$L=\frac{۲۵۰\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}{۰/۰۵}\Rightarrow L=\frac{۰/۰۲۵}{۰/۰۵}\Rightarrow L=۰/۵H \qquad |\overline{\varepsilon}|=\left|L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|=\left|۰/۵\times\frac{۰/۰۵}{۰/۰۰۱}\right|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=۲۵(v)$$

تست ۱۹. سیم لوله‌ای ۱۰۰ حلقه دارد و ضریب خودالقایی آن ۱/۵H می‌باشد اگر در مدت (S)۰/۰۰٤ تغییر جریانی به اندازه ۰/۰۸A در مدار ایجاد گردد تغییر شار مغناطیسی در سیم لوله چقدر می‌باشد؟

۱) $10^{-3}\,Wb$ ۲) $1/2\times10^{-3}\,Wb$ ۳) $0/6\times10^{-3}\,Wb$ ۴) $2/4\times10^{-3}\,Wb$

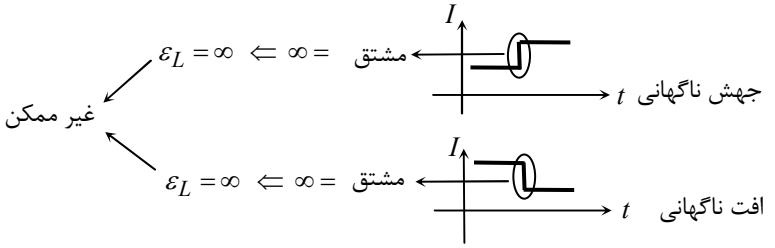
پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق رابطه $L=\dfrac{N\Delta\varphi}{\Delta I}$ **که در مثال قبل بدست آوردیم می‌توان نوشت:**

$$1/5=\frac{100\Delta\varphi}{0/08}\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{1/5\times0/08}{100}=\frac{0/12}{100}\Rightarrow\Delta\varphi=1/2\times10^{-3}\,(wb)$$

حال می‌خواهیم نکات مهمی را در مورد پدیده خودالقایی بررسی کنیم:

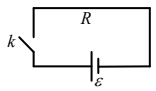
I) **طبق رابطه** $|\varepsilon_L|=\left|-L\dfrac{dI}{dt}\right|$ **جریان گذرنده از سیم لوله نمی تواند جهش ناگهانی یا افت ناگهانی داشته باشد.**

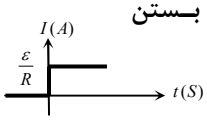


یعنی جریان گذرنده از یک سیم لوله باید به طور تدریجی تغییر کند.

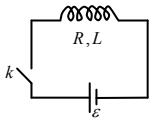
II) **نیروی محرکه‌ی خودالقایی تولید شده طبق قانون لنز باید با تغییر شار مخالفت کند یعنی در این حالت باید با تغییر جریان مخالفت کند چرا که تغییر جریان باعث تغییر شار شده است بنابراین اگر جریان رو به افزایش باشد باید در برابر افزایش جریان مخالفت کند و اگر جریان رو به کاهش باشد باید با کاهش جریان مخالفت کند این مخالفت را در مثال‌های زیر نشان می‌دهیم:**

فرض کنید سیم راستی به مقاومت R را توسط یک کلید به باتری وصل کرده باشیم با بستن کلید جریان بلافاصله از مقدار صفر به $\dfrac{\varepsilon}{R}$ **می‌رسد و نمودار زیر را خواهیم داشت:**

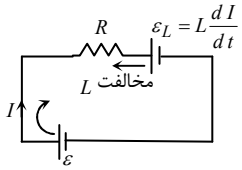




حال اگر سیم فوق را به صورت سیم لوله درآورده و با کلید به باتری وصل نمائیم شکل رو به رو را خواهیم داشت:



در این حالت با بستن کلید جریان در مدار نمی‌تواند از صفر به $\dfrac{\varepsilon}{R}$ **جهش نماید زیرا همانطور که بحث کردیم جریان گذرنده از سیم لوله نمی‌تواند جهش ناگهانی داشته باشد بلکه باید به صورت تدریجی افزایش یابد حال در اینجا چون قبل از بستن کلید جریان سیم لوله و در نتیجه شار گذرنده از آن صفر و پس از بستن کلید جریان و در نتیجه شار مخالف صفر می‌باشد پس با بستن کلید تغییر شار خواهیم داشت و دو سر سیم لوله نیروی محرکه خودالقایی ایجاد می‌شود که این نیروی محرکه‌ی خودالقایی باید با تغییر شار مخالفت کند که این مخالفت را به شکل زیر نشان می‌دهیم:**

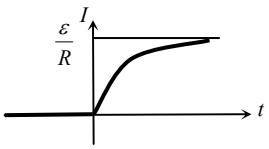


(در این مدار با توجه به جهت در نظر گرفته شده برای ε_L **قانون لنز برقرار می شود)**

در شکل فوق ε_L **با افزایش جریان مخالفت می‌کند و داریم:**

$$-\varepsilon+RI+\varepsilon_L=0\Rightarrow\varepsilon_L+RI=\varepsilon$$

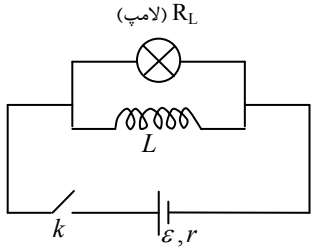
$$\Rightarrow L\frac{dI}{dt}+RI=\varepsilon$$



رابطه فوق معادله لازم برای بدست آوردن جریان I است یعنی تابع جریان برحسب زمان باید در رابطه فوق صدق نماید که در ریاضیات ثابت می‌شود جواب معادله فوق یک تابع نمایی می‌باشد که به شکل روبه‌رو می‌باشد:

شکل فوق نشان می‌دهد که در اینجا نیز جریان سیم لوله به مقدار $\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رسد منتهی این مسئله به صورت تدریجی رخ می‌دهد.

حال مدار شکل زیر را بررسی می‌کنیم:



سیم لوله خالص : L
(مقاومت ناچیز)

در ابتدا که کلید K باز است جریان در تمام شاخه‌ها صفر است پس از بستن کلید مدار بسته می شود و جریان در مدار برقرار می‌شود در ابتدا چون جریان القاگر نمی‌تواند جهش ناگهانی داشته باشد پس جریان گذرنده از باتری از لامپ می‌گذرد و لامپ در ابتدا پرنور می‌باشد پس از گذشت زمانی اثر خودالقایی و نیروی محرکه خودالقایی کاهش یافته و جریان از سیم لوله عبور می‌کند و چون مقاومت سیم لوله نسبت به مقاومت لامپ بسیار کم است جریان گذرنده از لامپ بسیار کم می شود و نور لامپ کم می شود و قسمت عمده جریان باتری از داخل سیم لوله می‌گذرد حال اگر کلید را قطع نمائیم جریان گذرنده از باتری صفر می‌شود ولی واضح است که جریان گذرنده از سیم لوله نمی‌تواند ناگهان صفر شود (چون جریان گذرنده از سیم لوله نمی‌تواند افت ناگهانی داشته باشد) به همین دلیل جریان سیم لوله از لامپ عبور می‌کند و به تدریج کاهش می‌یابد تا به صفر برسد بنابراین بلافاصله پس از قطع کلید لامپ پرنور شده و پس از مدتی خاموش می‌شود.

در اینجا واضح است که پس از قطع کلید جریان سیم لوله از لامپ عبور کرده و لامپ انرژی می‌گیرد که این انرژی را از سیم لوله دریافت می‌کند بنابراین می‌توان گفت در سیم لوله حامل جریان انرژی ذخیره می‌شود که این انرژی تحت عنوان انرژی ذخیره شده در القاگر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

☜ انرژی ذخیره شده در القاگر

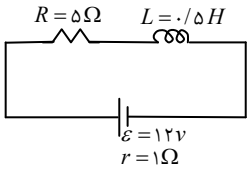
هنگامی که دو سر القاگری اختلاف پتانسیل برقرار شود از طرف مولد به القاگر انرژی داده می‌شود بخشی از این انرژی در مقاومت R تلف می شود و بقیه‌ی آن در میدان مغناطیسی سیم لوله ذخیره می‌شود که این انرژی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

انرژی فوق در میدان مغناطیسی حاصل از عبور جریان در القاگر ذخیره می‌شود. رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$U = \frac{1}{2} k \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A I^2$$

تست ۲۰. در مدار روبرو انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول است؟ (سیم لوله بدون مقاومت است)



۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) صفر

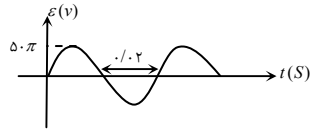
پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times ۰/۵ \times (۲)^2 \Rightarrow U = ۱J$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{۱۲}{۵ + ۱} \Rightarrow I = ۲(A)$$

تمرین ۲– ۱۱

۴۱. شکل زیر نمودار نیروی محرکه‌ی القایی برحسب زمان را برای یک مولد جریان متناوب نشان می‌دهد اگر قاب مستطیل شکل شامل ۱۰۰۰ دور بوده و مساحت آن $۲۰۰Cm^۲$ باشد اندازه ی میدان مغناطیسی چند تسلا است؟



۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱
۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۲

۴۲. در یک مولد جریان متناوب، هنگامی که شار مغناطیسی گذرنده بیشینه است نیروی محرکه القایی چگونه است؟

۱) بیشینه و هم‌علامت با شار ۲) بیشینه و با علامت مخالف شار
۳) صفر است. ۴) هر مقداری از صفر تا بیشینه می‌تواند داشته باشد.

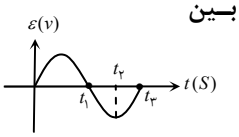
۴۳. یک مولد جریان متناوب از پیچه‌ای با ۵۰ دور حلقه و مساحت $۱۰۰Cm^۲$ تشکیل شده است این پیچه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۱mT با سرعت زاویه‌ای ثابت $۲۰۰\frac{rad}{s}$ در حال چرخش است در لحظه‌ای که راستای میدان مغناطیسی با صفحه‌ی پیچه زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد نیروی محرکه‌ی القا شده چند ولت است؟

۱) $۰/۰۵\sqrt{۳}$ ۲) $۵۰\sqrt{۳}$ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۵۰

۴۴. جریانی به صورت $I=۰/۲\sin ۱۰۰\pi t$ از رسانایی به مقاومت ۵Ω می‌گذرد بیشینه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی چند ولت است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۵. نمودار نیروی محرکه‌ی القایی یک مولد جریان متناوب در یک دوره مطابق شکل زیر است از بین لحظه‌های $t_۱, t_۲, t_۳$ در کدام لحظه شار مغناطیسی عبوری از مولد صفر است؟

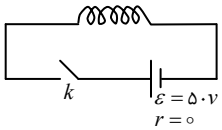


۱) فقط $t_۱$ ۲) فقط $t_۲$
۳) فقط $t_۳$ ۴) $t_۳, t_۱$

۴۶. در یک مولد جریان متناوب حداکثر ولتاژ تولید شده با کدام‌یک از موارد زیر نسبت مستقیم دارد؟

۱) شعاع هر حلقه سیم‌پیچ ۲) حداکثر شار گذرنده از سیم‌پیچ
۳) مربع تعداد دور سیم‌پیچ ۴) مدت زمان هر دور گردش سیم‌پیچ

۴۷. در مدار شکل زیر سیم لوله به مقاومت ۵Ω دارای ضریب خود القایی ۴۰ میلی هانری است اگر کلید k بسته شود بعد از مدت زمان طولانی، انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول خواهد بود؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۴ ۴) ۸

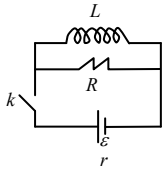
۴۸. جریان گذرنده از یک سیم لوله به ضریب خود القایی ۴۰۰ میلی هانری دارای معادله‌ی $I=t^۳-۳t$ است در لحظه‌ی $t=۲(S)$ نیروی محرکه‌ی القا شده در این سیم لوله چند ولت است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۸ ۳) ۳/۶ ۴) ۵/۴

۴۹. هنگامی که جریان گذرنده از یک سیم لوله‌ی ۲۰ حلقه‌ای با ضریب خود القایی $۰/۵\text{H}$ به اندازه‌ی ۰/۵ میلی آمپر تغییر کند شار مغناطیسی گذرنده از هر حلقه چند وبر تغییر می‌کند؟

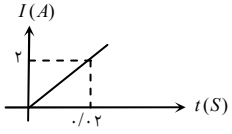
۱) ۰/۲۵ ۲) $۲/۵\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۱/۲۵\times۱۰^{-۵}$ ۴) $۱/۲۵\times۱۰^{-۳}$

۵۰. با بستن کلید k شار مغناطیسی که از حلقه‌های القاگر می‌گذرد چگونه تغییر می‌کند؟ (سیم القاگر بدون مقاومت است)



۱) به طور ناگهانی افزایش می‌یابد.
۲) به طور تدریجی افزایش می یابد.
۳) هیچ تغییری نمی‌کند.
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۵۱. نمودار جریان عبوری از یک القاگر نسبت به زمان مطابق شکل زیر است اگر نیروی محرکه‌ی القا شده در آن ۶ ولت باشد ضریب خود القایی آن چند هانری است؟



۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۰/۰۶ ۴) ۰/۰۴

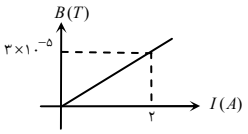
۵۲. انرژی ذخیره شده در یک القاگر به ضریب خود القایی $L=۰/۰۱$ هانری برابر با ۲۰mj است جریان عبوری از آن چند میلی آمپر است؟

۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۵۳. تعداد حلقه‌های القاگری به ضریب خود القایی ۰/۸ هانری برابر ۲۰۰۰ دور است در مدتی که تغییرات جریان عبوری از القاگر ۲۰ آمپر است تغییرات شار عبوری از القاگر چند وبر است؟

۱) ۰/۰۰۸ ۲) ۱۶ ۳) ۰/۰۰۴ ۴) ۰/۰۱۶

۵۴. نمودار تغییرات اندازه‌ی میدان مغناطیسی داخل یک سیم لوله‌ی بدون هسته برحسب جریان گذرنده از آن مطابق شکل زیر است اگر تعداد حلقه‌های این سیم لوله ۲۰۰ دور و سطح مقطع آن $۱۰Cm^۲$ باشد ضریب خود القایی این سیم لوله چقدر است؟

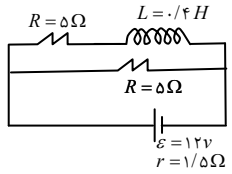


۱) $۲/۵\,mH$
۲) $۰/۶\,mH$
۳) $۲۵\,mH$
۴) $۳\,\mu H$

۵۵. جریان عبوری از یک القاگر در SI به صورت $I=۲t+۲$ و اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی برابر ۱V است در لحظه‌ی $t=۱(S)$ انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱۶ ۴) ۸

۵۶. سیم لوله‌ای با ضریب خود القایی ۰/۴H در مداری مطابق شکل زیر قرار دارد چند ژول انرژی در سیم لوله ذخیره می‌گردد؟



۱) ۱/۸
۲) ۳/۶
۳) ۰/۴۵
۴) ۰/۹

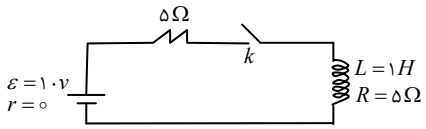
۵۷. از سیم‌پیچی شدت جریان ۵ آمپر عبور می‌کند اگر در مدت $\frac{۱}{۴۰}$ ثانیه شدت جریان به طور یکنواخت کم شود و به صفر برسد نیروی محرکه القایی ۲ ولت تولید می‌شود ضریب خود القایی سیم‌پیچ چند هانری است؟

۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۴ ۴) ۱/۲۵

۵۸. از سیم لوله‌ای به ضریب خود القایی ۰/۳H جریان I می‌گذرد و نیروی محرکه‌ی القایی ۲/۷ ولت در آن برقرار می شود معادله شدت جریان برحسب زمان کدام است؟ (c مقدار ثابت است)

۱) $۰/۱\,t+c$ ۲) $۰/۸۱\,t+c$ ۳) $۰/۹\,t+c$ ۴) $۹\,t+c$

۵۹. در مدار شکل زیر، درست بلافاصله پس از بستن کلید، جریان مدار چند آمپر و اختلاف پتانسیل دو سر سیم‌پیچ چند ولت است؟

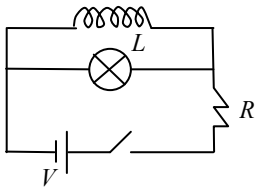


۱) ۱ و ۵
۲) صفر و ۱۰
۳) ۲ و صفر
۴) ۰/۵ و ۵

۶۰. سیم‌پیچی دارای ۲۰۰ حلقه است اگر معادله شدت جریان گذرنده از این سیم‌پیچ $I=۴۰t+۸$ و معادله شار گذرنده از سیم‌پیچ $\varphi=۰/۶t+۱$ باشد ضریب خودالقایی سیم‌پیچ چند هانری است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۶۱. در شکل زیر اگر کلید k بسته شود: (خود القا دارای مقاومت است)



۱) لامپ در لحظه‌ی وصل کلید کم نور و سپس نور آن عادی می‌شود.
۲) لامپ در لحظه‌ی وصل کلید پر نور و سپس نور آن عادی می‌شود.
۳) لامپ به طور عادی روشن می‌شود.
۴) لامپ اصلاً روشن نمی‌شود.

۶۲. از سیم لوله‌ای جریان مستقیم (A)۲ عبور می دهیم انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیم لوله ۰/۲J است اگر از سیم لوله جریانی با معادله $I=۲/۵t+۷$ عبور دهیم نیروی محرکه‌ی القایی در دو سر آن چند ولت می‌گردد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) ۱/۹

پاسخ کلیدی تمرینات فصل یازدهم

	۱	۲	۳	۴
۱.	○	○	○	●
۲.	●	○	○	○
۳.	○	●	○	○
۴.	○	○	●	○
۵.	●	○	○	○
۶.	○	○	●	○
۷.	○	○	●	○
۸.	●	○	○	○
۹.	●	○	○	○
۱۰.	○	●	○	○
۱۱.	●	○	○	○
۱۲.	●	○	○	○
۱۳.	○	○	○	●
۱۴.	●	○	○	○
۱۵.	○	●	○	○
۱۶.	○	●	○	○
۱۷.	○	●	○	○
۱۸.	●	○	○	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	●	○	○
۲۱.	○	●	○	○

	۱	۲	۳	۴
۲۲.	○	●	○	○
۲۳.	○	○	○	●
۲۴.	○	○	●	○
۲۵.	○	○	○	●
۲۶.	●	○	○	○
۲۷.	○	○	●	○
۲۸.	○	●	○	○
۲۹.	●	○	○	○
۳۰.	●	○	○	○
۳۱.	○	●	○	○
۳۲.	○	○	○	●
۳۳.	○	●	○	○
۳۴.	○	○	●	○
۳۵.	○	●	○	○
۳۶.	○	●	○	○
۳۷.	○	○	●	○
۳۸.	○	○	●	○
۳۹.	○	○	○	●
۴۰.	●	○	○	○
۴۱.	●	○	○	○
۴۲.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۴۳.	●	○	○	○
۴۴.	○	●	○	○
۴۵.	○	●	○	○
۴۶.	○	●	○	○
۴۷.	○	●	○	○
۴۸.	○	○	●	○
۴۹.	○	○	●	○
۵۰.	○	●	○	○
۵۱.	○	○	●	○
۵۲.	○	○	○	●
۵۳.	●	○	○	○
۵۴.	○	○	○	●
۵۵.	○	○	○	●
۵۶.	○	○	●	○
۵۷.	●	○	○	○
۵۸.	○	○	○	●
۵۹.	○	●	○	○
۶۰.	○	●	○	○
۶۱.	○	●	○	○
۶۲.	●	○	○	○

پاسخ تشریحی تمرینات فصل یازدهم

پاسخ تمرین ۱–۱۱

۱.

$$۲\pi R = ۰/۲(m) \Rightarrow R = \frac{۰/۲}{۲\pi} \Rightarrow R = \frac{۰/۱}{\pi}$$

$$A = \pi R^۲ \Rightarrow A = \pi(\frac{۰/۱}{\pi})^۲ \Rightarrow A = \frac{۰/۰۱}{\pi}$$

$$\theta = ۹۰ - ۳۰ = ۶۰^\circ$$

$$\varphi = BA\cos\theta \Rightarrow \varphi = ۰/۴ \times \frac{۰/۰۱}{\pi} \times \cos ۶۰$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{۰/۰۰۲}{\pi} = \frac{۱}{۵۰۰\pi}$$

۲.

$$\varphi_۱ = BA$$

$$\theta_۲ = ۹۰ - ۳۷ = ۵۳^\circ$$

$$\varphi_۲ = BA\cos ۵۳^\circ \Rightarrow \varphi_۲ = ۰/۶BA = \frac{۶۰}{۱۰۰}BA$$

$$= \frac{۶۰}{۱۰۰}\varphi_۱$$

پس شار ۴۰ درصد کاهش یافته است.

۳.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -۰/۱ \times ۲۵۰\sin ۲۵۰t$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -۲۵\sin ۲۵۰t$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{max} = ۲۵(v)$$

۴.

$$I = \frac{-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}{R}$$

$$\Rightarrow N = \frac{-RI}{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}} = \frac{-RI\,\Delta t}{BA\cos ۹۰^\circ - BA\cos ۰^\circ}$$

$$\Rightarrow N = \frac{RI\,\Delta t}{BA} = \frac{۳ \times ۰/۰۶ \times ۰/۵}{۰/۰۱ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow N = ۹۰۰$$

۵. **اگر جریان القایی در حلقه ساعتگرد باشد میدان حاصل از آن به سمت داخل صفحه خواهد شد پس باید شار به سمت داخل کم شده باشد تا یک چنین جریان القایی حاصل شده باشد پس حلقه به سمت راست حرکت کرده است.**

۶. **در لحظه $t_۱$ شار صفر شده است و نیروی محرکه القایی قرینه مشتق شار نسبت به زمان است که مشتق شیب نمودار می‌باشد پس:**

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -(\frac{-۵-۱۰}{۱۰-۴}) = \frac{۱۵}{۶}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = ۲/۵(v)$$

۷.

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{(۰ - BA)}{\Delta t}\right| = \frac{BA}{\Delta t} = \frac{۰/۰۴ \times (۰/۵)^۲}{۰/۲}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{۰/۰۴ \times ۰/۲۵}{۰/۲} = \frac{۰/۰۱}{۰/۲} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = ۰/۰۵(v)$$

۸.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow d\varphi = -\varepsilon dt$$

$$\Rightarrow \int_{\varphi_۱}^{\varphi_۲} d\varphi = -\int_{t_۱}^{t_۲} \varepsilon dt \Rightarrow \Delta\varphi = -S$$

S: سطح زیر نمودار ε برحسب t

یعنی تغییر شار برابر قرینه سطح زیر نمودار ε برحسب زمان است. که با توجه به نمودار داده شده سطح زیر نمودار در بازه زمانی $[۰,۵]$ برابر صفر است پس:

$$\Delta\varphi = ۰$$

۹.

$$\varepsilon = BlV\cos\theta \Rightarrow \varepsilon_{max} = BlV$$

$$v = ۱۸۰\frac{Km}{h} = ۵۰(\frac{m}{s})$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{max} = ۰/۰۱ \times ۰/۱ \times ۵۰ \Rightarrow \varepsilon_{max} = ۰/۰۵(v)$$

۱۰.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon = ۰/۴ \times ۲۰۰\sin ۲۰۰t \Rightarrow \varepsilon = ۸۰\sin ۲۰۰t$$

$$I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} \Rightarrow I_{max} = \frac{۸۰}{۴} \Rightarrow I_{max} = ۲۰(A)$$

۱۱.

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{\left|-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|}{R}$$

$$\Rightarrow I = \frac{۲۰۰ \times ۴۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ \times ۵۰}{۸۰} \Rightarrow I = \frac{۴۰۰}{۸۰} \Rightarrow I = ۵(A)$$

۱۲. **در هر دو حالت که شار به سمت داخل کاهش یافته و شار به سمت بیرون افزایش می‌یابد باید جریان القایی میدانی به سمت داخل ایجاد کند تا مخالفت خود را با تغییر شار نشان دهد پس در هر دو حالت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.**

۱۳.

$$I=\frac{BlV}{R}=\frac{۰/۲\times۰/۵\times۲}{۰/۵}\Rightarrow I=۰/۴(A)$$

و چون با حرکت میله به سمت راست مساحت حلقه افزایش یافته و شار به سمت داخل زیاد می‌شود پس جریان القایی باید میدانی به سمت بیرون تولید کند پس جریان القایی باید پادساعتگرد باشد.

۱۴. با بستن کلید جریان در مدار اصلی پاد ساعتگرد خواهد بود (با توجه به قطب‌های باتری) پس طبق قاعده دست راست میدان حاصل از آن در حلقه b به سمت داخل و در حلقه a به سمت بیرون است پس طبق قانون لنز باید جریان القایی در حلقه a میدانی به سمت داخل و جریان القایی در حلقه b میدانی به سمت خارج تولید نمایند پس جریان در حلقه a ساعتگرد و در حلقه b پادساعتگرد می‌باشد.

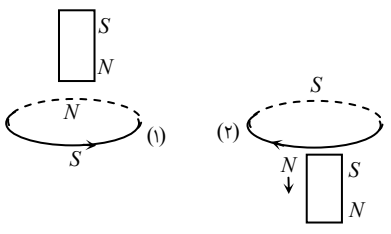
۱۵. وقتی کلید باز است جریانی در سیم لوله نداریم ولی وقتی کلید بسته می‌شود جریان در سیم لوله برقرار می‌شود و سیم لوله میدان ایجاد می‌کند این میدان از حلقه‌های ۱ و ۲ عبور می‌کند پس شار گذرنده از این حلقه‌ها تغییر می‌کند و در آنها جریان القایی تولید می‌شود جهت جریان القایی در حلقه‌ها باید طوری باشد که با تغییر شار مخالفت کند پس حلقه‌ها طوری آهنربا می‌شوند که توسط سیم لوله دفع می شوند تا مخالفت با تغییر شار در آنها صورت گیرد.

۱۶.

$$I=\frac{\left|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|}{R}=\frac{\left|-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|}{R}=\frac{۱۰\times\pi(۰/۰۱)^{۲}\frac{۲۰}{\pi}}{۲}$$

$$\Rightarrow I=\frac{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}{۲}\Rightarrow I=۰/۰۱(A)$$

۱۷. هنگام ورود آهنربا به حلقه قسمت بالای حلقه باید قطب N شود تا با نزدیک شدن آهنربا و در نتیجه تغییر شار مخالفت صورت گیرد پس باید جریان در جهت (1) باشد هنگام خروج آهنربا از حلقه نیز باید پائین حلقه N شود تا از دور شدن S جلوگیری کند پس باید جریان در جهت (۲) باشد.



۱۸. اگر جریان گذرنده از حلقه a کاهش یابد شار عبوری از حلقه b ناشی از میدان حلقه a کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز جریانی در حلقه b تولید می‌شود این جریان به گونه‌ای است که دو حلقه همدیگر را جذب کنند تا حلقه b به a نزدیک شود تا با کاهش شار مخالفت صورت گیرد.

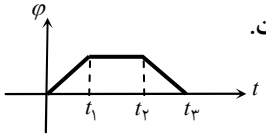
۱۹.

$$\bar{\varepsilon}=\left|-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|=۱۰۰\times۵۰\times۱۰^{-۴}\times۱\times۰/۲$$

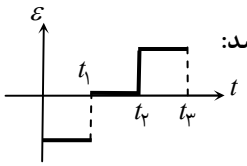
$$\Rightarrow \bar{\varepsilon}=۰/۱(v)$$

۲۰. توضیحات کامل در متن آمده است. گزینه ۲ صحیح است.

۲۱. قبل از اینکه حلقه وارد میدان شود و بعد از اینکه از میدان خارج شود شار صفر است در بازه‌ای که حلقه در حال ورود به میدان است شار شروع به افزایش می‌کند و پس از اینکه کاملاً وارد میدان شود تا هنگامی که شروع به خارج شدن از میدان کند شار ثابت می‌ماند از هنگامی که حلقه شروع به خارج شدن از میدان می‌کند شار کاهش می‌یابد پس نمودار تغییرات شار برحسب زمان به شکل زیر است.



و طبق رابطه $\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}$ واضح است که نمودار ε برحسب t به صورت زیر خواهد شد:



۲۲.

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\Rightarrow ۰/۰۰۱=\frac{-(\varphi_{۲}-۳\times۱۰^{-۴})}{۰/۲}$$

$$\Rightarrow \varphi_{۲}-۳\times۱۰^{-۴}=-۲\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \varphi_{۲}=۱۰^{-۴}\,(wb)$$

۲۳. در گزینه ۴ جهت جریان القایی درست نشان داده نشده است چون جریان سیم در حال افزایش است پس میدان حاصل از آن در محل حلقه به سمت بیرون روبه افزایش است پس باید جریان القایی میدانی به سمت داخل تولید کند تا مخالفت خود را با افزایش شار نشان دهد پس باید جریان القایی ساعتگرد باشد ولی در شکل پادساعتگرد نشان داده شده است.

۲۴.

$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}\Rightarrow\varepsilon=-(۱۲t+۲)$$

$$\varepsilon\big|_{t=۳}=-۳۸\qquad|\varepsilon|=۳۸(v)$$

$$I=\frac{|\varepsilon|}{R}=\frac{۳۸}{۱۹}\Rightarrow I=۲(A)$$

۲۵. همانطور که قبلاً دیدیم:

$$\Delta\varphi = -S \Rightarrow \varphi_۲ - (-۵) = -\left[(۲+۳)\times\frac{۲}{۲} - (۱+۲)\times\frac{۲}{۲} \right]$$

سطح زیر نمودار از $t = ۰$ تا $t = ۵$:S

$$\Rightarrow \varphi_۲ + ۵ = -۲ \Rightarrow \varphi_۲ = -۷\,wb$$

۲۶.

$$\theta_۱ = ۰ \qquad \theta_۲ = ۶۰$$

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| -N\frac{AB(\cos\theta_۲ - \cos\theta_۱)}{\Delta t} \right|$$

$$= -\frac{۲۰۰\times ۰/۰۲\times ۲\times ۱۰^{-۳}(\frac{۱}{۲} - ۱)}{۰/۰۱}$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = \frac{۰/۰۰۴}{۰/۰۱} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = ۰/۴\,(v)$$

۲۷.

$$I = \frac{BlV}{R} = \frac{۱\times ۰/۶\times ۵}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow I = ۱/۵\,(A)$$

۲۸.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon = ۲۰\pi\sin ۱۰\pi t \Rightarrow \varepsilon_{\max} = ۲۰\pi$$

۲۹.

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon \propto N \\ \varepsilon \propto \dfrac{d\varphi}{dt} \end{cases}$$

۳۰. در این حالت شار گذرنده از حلقه تغییر نمی‌کند پس نیروی محرکه‌ای در آن القا نمی‌شود.

۳۱.

$$\Delta q = I\,\Delta t = \frac{\varepsilon}{R}\Delta t = \frac{-N\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}}{R}\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{-N\Delta\varphi}{R} = \frac{-NAB(\cos\theta_۲ - \cos\theta_۱)}{R}$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{-۵۰\times ۱۰^{-۲}\times ۱۰^{-۴}(-۱-۱)}{۱}$$

$$\Rightarrow \Delta q = ۱۰^{-۴}\,(c)$$

۳۲. دومین ثانیه یعنی از $t_۱ = ۱$ تا $t_۲ = ۲$ و داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\varphi_۲ - \varphi_۱}{t_۲ - t_۱} = -N\frac{۱۶ - ۵}{۲ - ۱} = -۱۱ \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = ۱۱N\,(v)$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} = -N(۲t + ۸) \Rightarrow \varepsilon|_{t=۲} = -۱۲N$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = ۱۲N\ (v)$$

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon|_{t=۲}} = \frac{۱۱N}{۱۲N} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

۳۳. هنگام ورود آهنربا به سیم‌پیچ، بالای سیم‌پیچ باید N شود تا مخالفت خود را با ورود آهنربا و تغییر شار نشان دهد پس جریان در سیم لوله (۲) می‌باشد و هنگام خروج آهنربا باید پائین سیم لوله N شود تا مخالفت خود را با خروج آهنربا و تغییر شار نشان دهد پس جریان (۱) خواهد شد.

۳۴. طبق رابطه $\bar{\varepsilon} = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ ولت . ثانیه برابر وبر است

وبر = ثانیه. ولت = ثانیه . آمپر . اهم

۳۵.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -(t^۲ - ۲t + ۲) = -\left[(t-۱)^۲ + ۱ \right]$$

$$|\varepsilon| = (t-۱)^۲ + ۱$$

جریان هنگامی حداقل می‌شود که $|\varepsilon|$ حداقل شود پس داریم:

$$I_{\min} = \frac{|\varepsilon|_{\min}}{R} = \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۱(mA)$$

۳۶.

$$\bar{\varepsilon} = ۰ \Rightarrow \Delta\varphi = ۰ \Rightarrow \varphi(T) = \varphi(۰)$$

$$\Rightarrow -T^۲ + ۲T + ۳ = ۳ \Rightarrow -T^۲ + ۲T = ۰ \Rightarrow T = ۲(s)$$

۳۷. در لحظه‌ای که شار عبور نمی‌کند $\varphi = ۰$ است پس داریم:

$$-t^۲ + ۱۰t - ۲۱ = ۰ \Rightarrow t = ۳\ ,\ t = ۷$$

حال باید نیروی محرکه القایی را در لحظات فوق بدست آوریم:

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = ۲t - ۱۰ \xrightarrow[t=۳]{} \varepsilon = -۴ \xrightarrow[t=۷]{} \varepsilon = ۴$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = ۴\,(v)$$

۳۸. با دور شدن حلقه میدان درون حلقه کاهش یافته در نتیجه شار عبوری از آن نیز کاهش می‌یابد پس جریان القایی باید میدانی به سمت بالا تولید کند تا با کاهش شار مخالفت کند پس از بالا که نگاه کنیم جریان در آن پادساعتگرد خواهد بود.

۳۹. طبق قانون لنز گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۴۰.

$$\frac{\varepsilon_۲}{\varepsilon_۱} = \frac{\left| -A_۲\cos\theta\dfrac{\Delta B}{\Delta t} \right|}{\left| -A_۱\cos\theta\dfrac{\Delta B}{\Delta t} \right|} = \left| \frac{A_۲}{A_۱} \right|$$

پس نسبت نیروی محرکه‌ها برابر نسبت مساحت‌ها می‌باشد منتهی نکته بسیار مهم این است که $A_۱ , A_۲$ مساحت‌های مؤثر حلقه‌ها می‌باشند یعنی قسمت‌هایی که میدان مغناطیسی از آنها می‌گذرد که این مساحت‌های مؤثر برابر هستند پس: $\dfrac{\varepsilon_۲}{\varepsilon_۱} = ۱$

پاسخ تمرین ۲– ۱۱

۴۱. طبق شکل $\frac{T}{۲}=۰/۰۲$ است.

$$\varepsilon_{max}=NBA\omega=NBA\frac{۲\pi}{T}$$
$$\Rightarrow ۵۰\pi=۱۰۰۰\times B\times ۲۰۰\times ۱۰^{-۴}\times\frac{۲\pi}{۲\times ۰/۰۲}$$
$$\Rightarrow B=\frac{۵۰\pi\times ۲\times ۰/۰۲}{۱۰۰۰\times ۲۰۰\times ۱۰^{-۴}\times ۲\pi}=\frac{۲\pi}{۴۰\pi}$$
$$\Rightarrow B=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow B=۰/۰۵T$$

۴۲. طبق رابطه‌ی $\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}$ هنگامی که شار ماکزیمم است $\varepsilon=۰$ خواهد بود.

۴۳.

$$\varepsilon=NBA\omega\sin\omega t=NBA\omega\sin\theta$$
$$\theta=۹۰-۳۰=۶۰$$
$$\varepsilon=۵۰\times ۰/۰۰۱\times ۱۰۰\times ۱۰^{-۴}\times ۲۰۰\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\varepsilon=۰/۰۵\sqrt{۳}\,(v)$$

۴۴.

$$\varepsilon_{max}=RI_{max}=۵\times ۰/۲\Rightarrow\varepsilon_{max}=۱(v)$$

۴۵. در لحظه‌ای که شار صفر است ε ماکزیمم یا مینیمم می‌باشد پس در لحظه $t_۲$ این امر اتفاق می‌افتد:

$$\varphi=NBA\cos\omega t\quad \varphi=۰\Rightarrow\cos\omega t=۰$$
$$\Rightarrow\sin\omega t=\pm ۱\Rightarrow\varepsilon=\pm NBA\omega$$

۴۶.

$$\varepsilon_{max}=NBA\,\omega=N\,\varphi_{max}\omega\Rightarrow\varepsilon_{max}\propto\varphi_{max}$$

۴۷. پس از مدت زمان طولانی جریان $I=\frac{\varepsilon}{R}$ می شود پس:

$$I=\frac{۵۰}{۵}=۱۰(A)$$
$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۰۴\times(۱۰)^{۲}\Rightarrow U=۲j$$

۴۸.

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon=\left|-L\frac{dI}{dt}\right|=\left|-۰/۴(۳t^{۲}-۳)\right|\\ t=۲\end{array}\right\}\Rightarrow\varepsilon=۳/۶(v)$$

۴۹.

$$\left.\begin{array}{l}\bar{\varepsilon}=-L\frac{\Delta I}{dt}\\ \bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\end{array}\right\}\Rightarrow L\Delta I=N\Delta\varphi$$
$$\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{L}{N}\times\Delta I=\frac{۰/۵}{۲۰}(۰/۵\times ۱۰^{-۳})$$
$$\Delta\varphi=۱/۲۵\times ۱۰^{-۵}wb\Rightarrow\Delta\varphi=۱۲/۵\,\mu wb$$

۵۰. جریان گذرنده از القاگر به تدریج افزایش یافته و به مقدار ثابتی می رسد پس طبق رابطه $\varphi=k\,\mu_{۰}\frac{N}{\ell}AI$ شار گذرنده از القاگر نیز به طور تدریجی افزایش می‌یابد.

۵۱.

$$\frac{dI}{dt}=\text{شیب نمودار جریان زمان}=\frac{۲}{۰/۰۲}=۱۰۰$$
$$\varepsilon=\left|-L\frac{dI}{dt}\right|$$
$$\Rightarrow ۶=\left|-L\times ۱۰۰\right|\Rightarrow L=۰/۰۶H$$

۵۲.

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\Rightarrow ۲۰\times ۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۰۱I^{۲}$$
$$\Rightarrow I^{۲}=۴\Rightarrow I=۲(A)=۲۰۰۰mA$$

۵۳.

$$L\Delta I=N\Delta\varphi\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{L\Delta I}{N}$$
$$\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{۰/۸\times ۲۰}{۲۰۰۰}\Rightarrow\Delta\varphi=۰/۰۰۸(wb)$$

۵۴.

$$B=\mu_{۰}\frac{N}{\ell}I\quad(۱)$$

طبق رابطه (۱) نمودار B برحسب I خط راستی با شیب $\mu_{۰}\frac{N}{\ell}$ است پس:

$$\left.\begin{array}{l}\mu_{۰}\frac{N}{\ell}=\frac{۳\times ۱۰^{-۵}}{۲}=۱/۵\times ۱۰^{-۵}\\ \text{از طرفی } N=۲۰۰\\ A=۱۰^{-۳}\end{array}\right\}\xrightarrow[\text{را در هم ضرب می‌کنیم}]{\text{این سه رابطه}}$$
$$\mu_{۰}\frac{N^{۲}}{\ell}A=۳\times ۱۰^{-۶}\Rightarrow L=۳\mu H$$

۵۵.

$$|\varepsilon|=\left|-L\frac{dI}{dt}\right|\Rightarrow ۱=\left|-L\times ۲\right|\Rightarrow L=۰/۵H$$
$$t=۱\Rightarrow I=۴(A)$$
$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵\times(۴)^{۲}\Rightarrow U=۴j$$

۵۶. در حالتی که جریان القاگر به مقدار ثابتی برسد ε_L دو سر آن صفر می شود و در آن لحظه می‌توان مقاومت‌های ۵ اهمی را موازی گرفت و داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+(۵\,\|\,۵)}=\frac{۱۲}{۱/۵+۲/۵}=۴(A)\quad\text{باتری}$$

پس جریان (A)۳ بین شاخه‌های بالا نصف می شود پس جریان گذرنده از القاگر $۱/۵(A)$ می‌گردد.

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۴\times(۱/۵)^{۲}=۰/۲\times ۲/۲۵\Rightarrow U=۰/۴۵J$$

۵۷.

$$\overline{\varepsilon} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = -L\frac{۰-۵}{\frac{۱}{۴۰}} \Rightarrow ۲ = ۲۰۰L \Rightarrow L = ۰/۰۱H$$

۵۸.

$$\varepsilon = \left|-L\frac{dI}{dt}\right| \Rightarrow ۲/۷ = \left|-۰/۳\frac{dI}{dt}\right| \Rightarrow \frac{dI}{dt} = ۹$$

فقط در گزینه ۴ مشتق جریان نسبت به زمان ۹ می شود.

۵۹. چون جریان گذرنده از القاگر نمی‌تواند جهش ناگهانی داشته باشد پس جریان القاگر صفر می‌باشد (درست پس از بستن کلید) و چون اختلاف پتانسیلی دو سر هیچ مقاومت نخواهیم داشت پس اختلاف پتانسیل دو سر باتری یعنی ۱۰ ولت روی القاگر می‌افتد.

۶۰.

$$L\frac{dI}{dt} = N\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow L \times ۴۰ = ۲۰۰ \times ۰/۶$$

$$\Rightarrow ۴۰L = ۱۲۰ \Rightarrow L = ۳(H)$$

۶۱. چون جریان گذرنده از القاگر درست بلافاصله پس از بستن کلید صفر است پس جریان باتری از لامپ می‌گذرد و لامپ در ابتدا پرنور است به مرور زمان جریان القاگر افزایش می‌یابد و در نتیجه نور لامپ به حالت عادی بر می‌گردد.

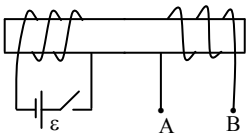
۶۲.

$$U = \frac{۱}{۲}LI^{۲} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{۱}{۲}L \times (۲)^{۲} \Rightarrow L = ۰/۱(H)$$

$$\varepsilon = \left|-L\frac{dI}{dt}\right| = \left|-۰/۱ \times ۲/۵\right| \Rightarrow \varepsilon = ۰/۲۵(v) = \frac{۱}{۴}(v)$$

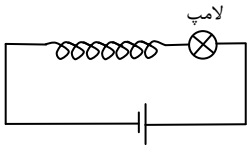
پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم

۱. در شکل زیر هنگام بسته شدن کلید k، کدام‌یک از نقاط A یا B به طور لحظه‌ای دارای پتانسیل بالاتری می‌باشد؟



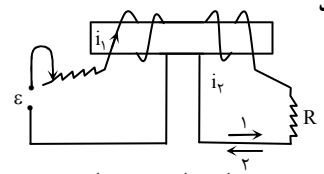
۱) پتانسیل A بیش از پتانسیل B خواهد بود.
۲) پتانسیل B بیش از پتانسیل A خواهد بود.
۳) هر دو نقطه‌ی A و B دارای پتانسیل یکسانی می‌باشند.
۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی نمود زیرا سرهای A و B به هم متصل نیستند.

۲. در شکل زیر اگر یک میله آهنی به تدریج وارد سیم لوله شود نور لامپ چه تغییری می‌کند؟



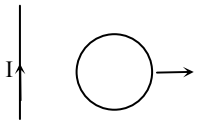
۱) کم می‌شود.
۲) زیاد می‌شود.
۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.
۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۳. اگر در شکل زیر جریان i_1 در SI برابر با $i_1 = ۰/۰۲t$ و در جهت نشان داده شده باشد جریان i_2 در کدام جهت و چگونه خواهد شد؟



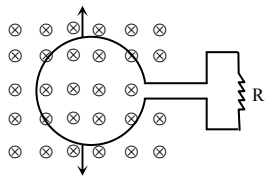
۱) ۱، ثابت ۲) ۱، متغیر
۳) ۲، متغیر ۴) ۲، ثابت

۴. در شکل زیر سیم راست حامل جریان و حلقه در یک صفحه‌اند اگر حلقه با سرعت ثابت در جهت نشان داده شده از سیم دور شود جهت جریان حلقه ..... می‌شود و اندازه شدت جریان با دور شدن حلقه .....



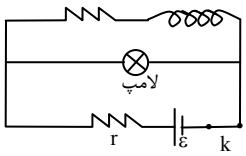
۱) ساعتگرد – ثابت می‌ماند. ۲) پادساعتگرد – ثابت می‌ماند.
۳) ساعتگرد – کم می‌شود. ۴) پادساعتگرد – کم می‌شود.

۵. ده حلقه قابل انعطاف به قطر ۱۰Cm را که در میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۱۲۰۰G عمود بر خطوط میدان قرار دارند از دو طرف می‌کشیم تا در مدت $۰/۱\pi$ ثانیه سطح آن به صفر برسد در صورتی که مجموع مقاومت حلقه‌ها و R برابر ۱۰Ω باشد شدت جریان القایی متوسط چند میلی آمپر است؟



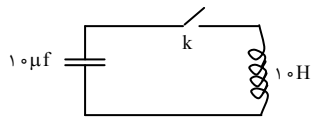
۱) ۳ ۲) ۰/۳
۳) ۳۰ ۴) ۳۰۰

۶. در مدار شکل زیر اگر کلید باز شود نور لامپ چه تغییری می‌کند؟



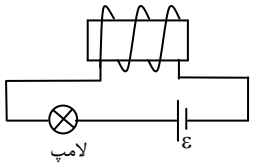
۱) به تدریج خاموش می‌شود.
۲) ابتدا کم و به تدریج زیاد می‌شود تا به مقدار قبلی برسد.
۳) ابتدا زیاد می‌شود و سپس به تدریج به مقدار قبلی برمی‌گردد.
۴) ناگهان خاموش می‌شود.

۷. در مداری که رسم شده است قبل از بستن کلید، خازن دارای بار الکتریکی ۵ میکروکولن است بیشترین جریانی که از سیم‌پیچ می‌گذرد چند میلی آمپر است؟ (مقاومت مدار صفر است)



۱) ۰/۵ ۲) ۰/۰۰۵
۳) ۵×۱۰^{-۶} ۴) ۵۰۰

۸. در شکل روبرو ابتدا لامپ روشن است اگر ناگهان هسته آهنی را از داخل سیم لوله بیرون بیاوریم نور لامپ چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش می‌یابد
۲) ابتدا کاهش یافته و دوباره به مقدار اولیه می‌رسد.
۳) افزایش می‌یابد.
۴) ابتدا افزایش یافته و سپس به مقدار اولیه می‌رسد.

۹. مقدار تغییر شار مغناطیسی در مداری به مقاومت ۱۰Ω در مدت ۰/۰۲ ثانیه ۰/۰۸ وبر است بار خالصی که در این بازه‌ی زمانی در مدار شارش شده چند میکروکولن است؟

۱) ۸۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۸ ۴) ۴

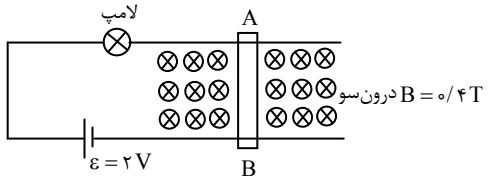
۱۰. جریان متناوبی که بیشینه‌ی آن ۲A و دوره آن ۰/۰۲ ثانیه است از یک رسانای ۵ اهمی می‌گذرد در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۴۰}(S)$ شدت جریان چند آمپر است به شرطی که در لحظه‌ی $t=۰$ شار ماکزیمم باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۱. کدام قانون از لحاظ مفهومی با بقیه متفاوت است؟

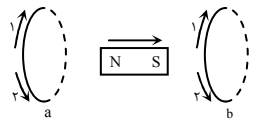
۱) قانون دوم کیرشهف (قانون حلقه‌ها) ۲) قانون لنز
۳) قانون اول کیرشهف (قانون گره‌ها) ۴) قانون پایستگی انرژی

۱۲. در شکل زیر سیم‌ها بدون روپوش و بدون مقاومت الکتریکی هستند سیم $AB=۵۰Cm$ را روی سیم U شکل با چه سرعتی و در کدام جهت حرکت دهیم تا لامپ خاموش شود؟



۱) $۲\frac{m}{S}$ به طرف راست ۲) $۲\frac{m}{S}$ به طرف چپ
۳) $۱۰\frac{m}{S}$ به طرف چپ ۴) $۱۰\frac{m}{S}$ به طرف راست

۱۳. در شکل زیر با حرکت آهنربای دائم به طرف راست جهت جریان القایی در حلقه‌های (a) و (b) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

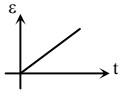


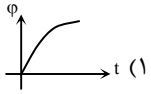
۱) ۱ و ۱ ۲) ۲ و ۱
۳) ۱ و ۲ ۴) ۲ و ۲

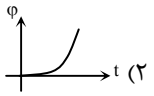
۱۴. $\frac{\text{وبر}}{\text{اهم}}$ واحد چه کمیتی است؟

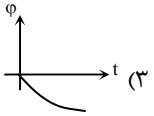
۱) نیروی محرکه القایی ۲) شار مغناطیسی ۳) بار الکتریکی ۴) شدت جریان

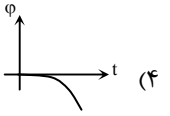
۱۵. نمودار تغییرات نیروی محرکه القایی در یک القاگر مطابق شکل زیر است کدام نمودار تغییرات شار گذرنده از القاگر را درست نشان می‌دهد؟



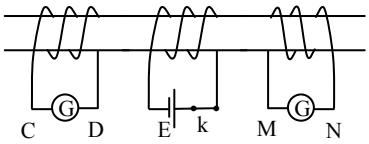
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۶. در شکل زیر هنگام قطع کلید k، جهت جریان القایی در گالوانومتر سیم‌های MN و CD کدام است؟



۱) از M به N و از C به D
۲) از M به N و از D به C
۳) از N به M و از C به D
۴) از N به M و از D به C

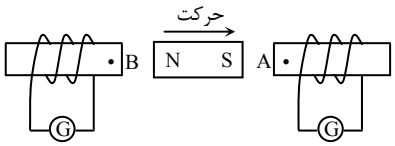
۱۷. یک قاب مربع شکل به ضلع ۱۰ سانتی‌متر عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $B=۱۰^{-۳}T$ قرار گرفته است قاب را حول محوری عمود به خطوط میدان با دوره‌ی ۰/۱ ثانیه می‌چرخانیم بیشینه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در آن چند ولت است؟

۱) ۲×۱۰^{-۴} ۲) $۲\pi\times۱۰^{-۲}$ ۳) $۱۰^{-۴}$ ۴) $۲\pi\times۱۰^{-۴}$

۱۸. معادله‌ی شار مغناطیسی گذرنده از مدار تک حلقه‌ای به صورت $\varphi=۲\cos۱۰\pi t$ است در لحظه‌ی $t=\frac{۱}{۶۰}(S)$ نیروی محرکه‌ی القایی در مدار چند ولت است؟

۱) ۲۰π ۲) $۱۰\pi^{۲}$ ۳) ۱۰π ۴) صفر

۱۹. در شکل زیر اگر آهنربا در جهت نشان داده شده حرکت نماید در نقاط A و B به ترتیب چه قطب‌های مغناطیسی پدید می‌آید؟



۱) S و N
۲) S و S
۳) N و N
۴) N و S

۲۰. شار مغناطیسی درون یک حلقه رسانا تغییر می‌کند کدام کمیت مربوط به آن حلقه، به تغییر شار مغناطیسی بستگی داشته و به مدت زمان بستگی ندارد؟

۱) انرژی الکتریکی ۲) مقدار الکتریسیته القایی جاری شده
۳) شدت جریان القایی ۴) نیروی محرکه القایی

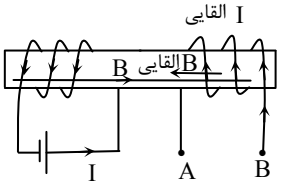
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم

	۱	۲	۳	۴
۱.	●	○	○	○
۲.	○	○	○	●
۳.	○	○	○	●
۴.	○	○	●	○
۵.	●	○	○	○
۶.	●	○	○	○
۷.	●	○	○	○
۸.	○	○	○	●
۹.	●	○	○	○
۱۰.	○	○	●	○

	۱	۲	۳	۴
۱۱.	○	○	●	○
۱۲.	○	○	○	●
۱۳.	○	○	●	○
۱۴.	○	○	●	○
۱۵.	○	○	○	●
۱۶.	○	○	●	○
۱۷.	○	○	○	●
۱۸.	○	○	●	○
۱۹.	○	●	○	○
۲۰.	○	●	○	○

پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای تکمیلی فصل یازدهم

۱. قبل از بستن کلید میدان سیم لوله سمت چپ صفر و در نتیجه شار گذرنده از حلقه سمت راست صفر است با بستن کلید میدانی به سمت چپ تولید می‌شود که از داخل حلقه سمت راستی می‌گذرد پس طبق قانون لنز باید جریان القایی در حلقه سمت راست به صورت شکل زیر باشد:



و چون سیم لوله سمت راستی مانند مولد با نیروی محرکه القایی ε عمل می‌کند می‌دانیم جریان در مولد از پتانسیل کمتر به پتانسیل بیشتر است پس پتانسیل A از پتانسیل B بیشتر خواهد بود.

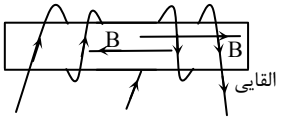
۲. هنگام ورود میله آهنی به داخل سیم لوله میدان و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از سیم لوله زیاد می‌شود پس طبق قانون لنز باید جهت جریان القایی به گونه‌ای باشد که با تغییر شار مخالفت کند پس جریان القایی در خلاف جهت جریان اولیه تولید شده و جریان کل مدار کم می‌شود یعنی نور لامپ کم می‌شود پس از مدتی که تغییر شار از بین رفت جریان به مقدار اولیه برمی‌گردد پس نور لامپ ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۳.

$$i_1 \propto t \Rightarrow B_1 \propto t \Rightarrow \varphi \propto t \Rightarrow \varepsilon = \text{مقدار ثابت}$$

(تولید شده در حلقه سمت راست — گذرنده از حلقه سمت راست)

پس جریان القایی i_2 مقدار ثابتی خواهد شد حال چون i_1 در حال افزایش است (طبق رابطه $i_1 = 0/02t$) پس شار گذرنده از حلقه سمت راست به سمت چپ در حال افزایش است پس باید میدان حاصل از جریان القایی در سیم سمت راست به سمت راست باشد تا مخالفت خود را با افزایش شار نشان دهد پس جهت جریان ۲ خواهد بود.



۴. با حرکت حلقه به سمت راست B گذرنده از حلقه به سمت داخل کم می‌شود پس طبق قانون لنز باید جریان القایی میدانی به سمت داخل تولید کند پس جریان در حلقه باید ساعتگرد باشد از طرفی با دور شدن حلقه از سیم میدان رو به کاهش خواهد بود $B \downarrow$ پس $\Delta B \downarrow$ در نتیجه نیروی محرکه القایی رو به کاهش است پس شدت جریان در حلقه نیز کم می‌شود.

۵.

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{\left|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|}{R} = \frac{|-NB\cos\theta\Delta A|}{R\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{10\times 1200\times 10^{-4}\times 1\times \pi(0/05)^2}{10\times 0/1\pi}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{1/2\pi\times 25\times 10^{-4}}{\pi} \Rightarrow \bar{I} = 3\times 10^{-3}$$

$$\bar{I} = 3(mA)$$

۶. اگر کلید k باز شود چون جریان گذرنده از القاگر نمی‌تواند ناگهان تغییر کند پس جریان گذرنده از القاگر به مرور زمان از لامپ عبور می‌کند تا به صفر برسد پس لامپ به تدریج خاموش می‌شود.

۷. بیشترین جریان هنگامی از القاگر می‌گذرد که تمام انرژی خازن تخلیه شده و به القاگر داده شود پس:

$$\frac{1}{2c}q^2 = \frac{1}{2}LI_{max}^2 \Rightarrow I_{max}^2 = \frac{1}{Lc}q^2$$

$$\Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{1}{Lc}}q$$

$$\Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{1}{10\times 10\times 10^{-6}}}\times 5\times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow I_{max} = 5\times 10^{-4}(A) = 0/5(mA)$$

۸. با خارج کردن هسته آهنی میدان و در نتیجه شار گذرنده از سیم لوله کاهش می‌یابد پس طبق قانون لنز جهت جریان القایی به گونه‌ای خواهد بود تا با تغییر شار مخالفت کند پس جریان در مدار افزایش می‌یابد تا با کاهش شار مخالفت صورت گیرد پس نور لامپ ابتدا افزایش می‌یابد و پس از مدتی به مقدار اولیه برمی‌گردد و این هنگامی رخ می‌دهد که دیگر تغییر شار نداشته باشیم.

۹.

$$\Delta q = \bar{I}\Delta t = \left|\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\right|\Delta t = \left|\frac{\frac{-\Delta\varphi}{\Delta t}}{R}\right|\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{|-\Delta\varphi|}{R} = \frac{0/08}{10} = 8\times 10^{-3}(c) = 8000\mu c$$

۱۰.

$$\left.\begin{array}{l}\varphi = BA\cos(\omega t + \theta_0)\\ t = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_{max}\end{array}\right\} \Rightarrow \theta_0 = 0 \Rightarrow \varphi = BA\cos\omega t$$

$$\Rightarrow I = I_{max}\sin\omega t = I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$I = 2\sin 100\pi t$$

$$t = \frac{1}{400}(S) \Rightarrow I = 2\sin\frac{\pi}{4} = 2\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}(A)$$

۱۱. قانون‌های دوم کیرشهف (قانون حلقه‌ها) و لنز هر دو معرف قانون پایستگی انرژی می‌باشند ولی قانون اول کیرشهف (قانون گره‌ها) معرف اصل پایستگی بار الکتریکی می‌باشد.

۱۲. برای اینکه لامپ خاموش شود باید نیروی محرکه القایی بتواند ε باتری را خنثی نماید تا $\varepsilon_{کل}=0$ شود پس:

$$B\ell V=2 \Rightarrow 0/4\times 0/5\,V=2$$

$$\Rightarrow 0/2\,V=2 \Rightarrow V=10\left(\frac{m}{S}\right)$$

از طرفی چون جریان باتری ساعتگرد است جریان القایی باید پادساعتگرد باشد پس باید میله به سمت راست حرکت کند تا شار به سمت داخل صفحه زیاد شود تا جریان القایی برای مخالفت با تغییر شار پادساعتگرد باشد.

۱۳. با حرکت آهنربا به سمت راست شار گذرنده از حلقه a به سمت چپ کاهش می‌یابد (به علت دور شدن قطب N از آن) پس جریان القایی در حلقه a باید میدانی به سمت چپ تولید کند پس جریان حلقه a در جهت (۱) می‌باشد. همچنین با حرکت آهنربا به سمت راست شار گذرنده از حلقه b به سمت چپ افزایش می‌یابد.(به علت نزدیک شدن قطب S به آن) پس باید جریان القایی در حلقه b نیر میدانی به سمت راست تولید کند. پس جریان در حلقه b در جهت (۲) می‌باشد. گزینه ۳ صحیح است.

۱۴.

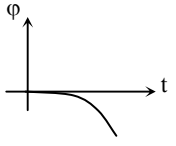
$$\text{کولن}=\text{ثانیه}\times\text{آمپر}=\frac{\text{ثانیه}\times\text{ولت}}{\text{اهم}}=\frac{\text{وبر}}{\text{اهم}}$$

پس $\frac{\text{وبر}}{\text{اهم}}$ واحد بار الکتریکی می‌باشد.

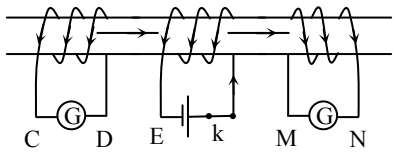
۱۵. فرض کنیم شیب خط ε برحسب t برابر k باشد داریم:

$$\varepsilon=-N\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow kt=-N\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\varphi}{dt}=-\frac{k}{N}t \Rightarrow \varphi=-\frac{k}{2N}t^2$$



۱۶.



با قطع کلید میدان حاصل از سیم لوله وسطی صفر شده و در نتیجه شار گذرنده از سیم لوله‌های سمت راست و چپ کاهش می‌یابد پس جریان القایی باید در این سیم لوله‌ها به گونه‌ای باشد تا میدان به سمت راست در آنها تولید نماید پس جهت جریان القایی در این سیم لوله‌ها در جهتی است که روی شکل نشان داده‌ایم پس جریان از C به D و از N به M خواهد بود.

۱۷.

$$\varepsilon_{max}=NBA\omega=1\times10^{-3}\times(0/1)^2\times\frac{2\pi}{0/1}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{max}=10^{-5}\times20\pi=2\pi\times10^{-4}\ \text{ولت}$$

۱۸.

$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varepsilon=20\pi\sin10\pi t$$

$$t=\frac{1}{60}(S) \Rightarrow \varepsilon=20\pi\sin\frac{\pi}{6}=20\pi\times\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon=10\pi$$

۱۹. با حرکت آهنربا به سمت راست شار گذرنده از سیم لوله‌های سمت راست و چپ تغییر می‌کند و در نتیجه جریان القایی در آنها تولید می‌شود و هر کدام مانند یک آهنربا عمل می‌کنند جهت جریان القایی در سیم لوله‌ها به گونه‌ای است که باید با تغییر شار مخالفت کند پس نقطه A باید قطب S شود تا با نزدیک شدن آهنربا مخالفت صورت گیرد و نقطه B نیز باید قطب S شود تا با دور شدن قطب N آهنربا مخالفت کند.

۲۰.

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$I=\frac{\bar{\varepsilon}}{R}=\frac{-\Delta\varphi}{R\Delta t}$$

$$U=RI^2\Delta t=\frac{\varepsilon^2}{R}\Delta t=\frac{(\frac{-\Delta\varphi}{\Delta t})^2}{R}\Delta t=\frac{(\Delta\varphi)^2}{R\Delta t}$$

$$\Delta q=\bar{I}\Delta t=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}\Delta t=\frac{\left|\frac{-\Delta\varphi}{\Delta t}\right|}{R}\Delta t=\frac{|\Delta\varphi|}{R}$$

مشاهده می‌شود که مقدار الکتریسیته القایی جاری شده به تغییر شار مغناطیسی بستگی داشته و به مدت زمان بستگی ندارد.