فصل نهم

آزمونهای ناپارامتری

آزمونهای ناپارامتری

در این قسمت به بررسی روشهای ناپارامتری خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است که تفاوت اصلی بین آزمونهای پارامتری و ناپارامتری این است که در آزمونهای ناپارامتری ما فرض نرمال بودن داده‌ها را حذف می‌کنیم. امروزه استفاده از این روشها به سرعت گسترش پیدا کرده است و علت اصلی گسترش این آزمونها از آنجا حاصل می‌شود که در بسیاری موارد آزمونگر در مورد نوع توزیع جامعه مورد بررسی خود، اطلاع دقیقی ندارد. در ادامه به بررسی این آزمونها که در نرم‌افزارMinitab بخوبی می‌توان از آنها استفاده نمود می‌پردازیم.

آزمون علامت U

به منظور آشنائی با نحوهٔ انجام این آزمون مثالی را بصورت زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.
مثال: می‌خواهیم ببینیم آیا میانهٔ نمرات دانشجویان آمار از 60 بزرگتر است یا خیر؟
نمرات دانشجویان در جدول 9-1 آمده است:

جدول 9-1

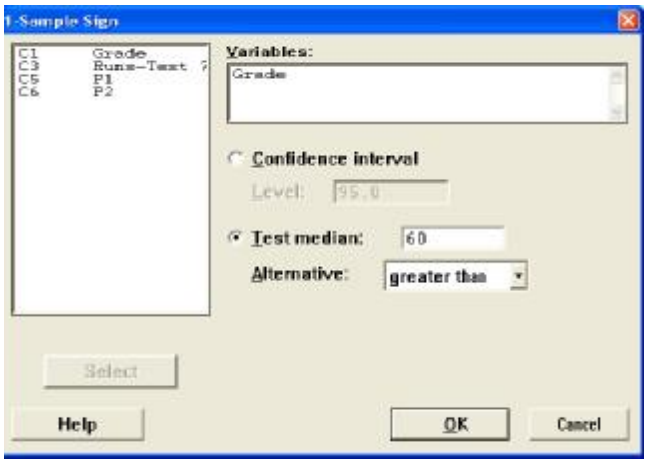
داده‌های مربوط به نمرات دانشجویان آمار

نمرات	35	91	64	24	71	75	61	33	34	47	37	37	88	47	60	84	50	60
دانشجو	67	70	73	80	77	93	90	57	58	30	35	38	60	95	83	87	95	

ابتدا فایل Nonpar-1.MTW را باز نمائید و بصورت زیر عمل کنید:

Stat † Nonparametrics † 1-Sample Sign

ستون Grade (شکل 9–1) را در قسمت Variables وارد نمائید سپس قسمت Test Median را انتخاب کرده، عدد 60 را تایپ نمائید و قسمت Alternative را به greater than تغییر دهید سپس بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل9–2 خواهد بود.



شکل 9–1

تنظیم گزینه‌های آزمون علامت

Sign Test for Median: Grade

```
Sign test of median =  60.00 versus > 60.00

        N  Below  Equal  Above       P  Median
Grade  35     14      3     18  0.2983   61.00
```

شکل 9–2

خروجی آزمون علامت

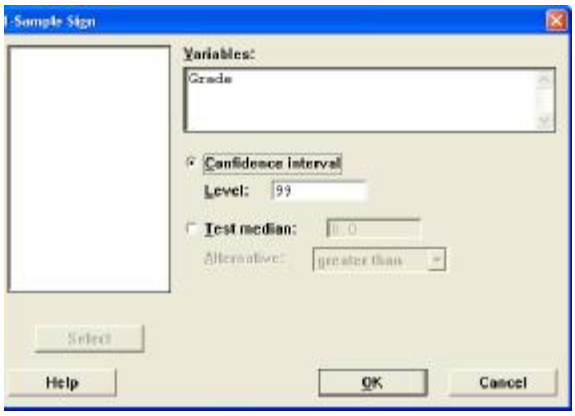
چون مقدار Pvalue بزرگتر از مقدار0.05 شده است بنابراین فرض $H_0 : Median = 60$ رد نمی‌شود.

بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان

برای یادگیری نحوهٔ بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان مثال زیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم داده‌های مسئله قبل را در نظر گرفته و برای میانهٔ آنها یک فاصله اطمینان با 99% بدست آورید. برای بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان فوق باید بصورت زیر عمل نمود:

Stat † NonParametrics † 1- Sample Sign

در قسمت Variables (شکل 9-3) ستون Grade را وارد کنید سپس Confidence interval را انتخاب نمائید و در قسمت Level عدد 99 را تایپ کنید سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل9–4 خواهد بود.



شکل 9–3
تنظیمات مربوط به محاسبه فاصله اطمینان به وسیلهٔ آزمون علامت

Sign CI: Grade

```
Sign confidence interval for median

                                  Confidence
                                    Interval
                    Achieved
        N  Median  Confidence  Lower  Upper  Position
Grade  35   61.00      0.9833  47.00  77.00        11
                      0.9900  47.00  78.20       NLI
                      0.9940  47.00  80.00        10
```

شکل 9–4
خروجی مربوط به محاسبه فاصله اطمینان به وسیلهٔ آزمون علامت

آزمون ویلکاکسون

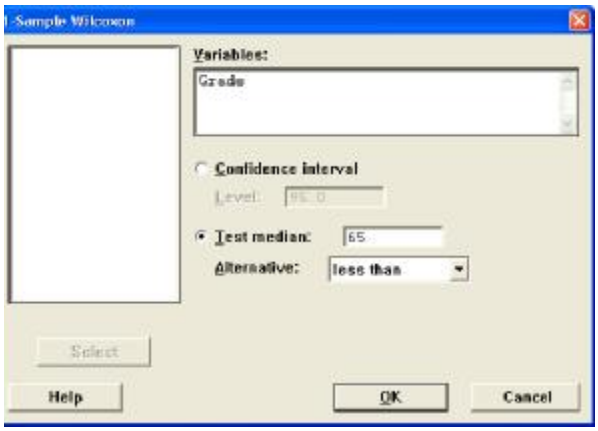
در آزمون علامت تنها علائم مثبت و منفی به کار گرفته می‌شود در حالی که یک داده ممکن است یک واحد اختلاف داشته باشد و داده دیگری 10 واحد، آزمون ویلکاکسون علاوه بر در نظر گرفتن مثبت یا منفی بودن داده‌ها مقدار تفاوت آنها را نیز در نظر می‌گیرد و چون اطلاعات بیشتری را مورد استفاده قرار می‌دهد بنابراین دارای جواب دقیقتری نیز نسبت به آزمون علامت می‌باشد.

برای یادگیری این تست داده‌های مثال قبل را مورد استفاده قرار می‌دهیم، حال این تست را مورد آزمون قرار دهید که آیا مقدار میانه از 65 کمتر است یا خیر؟

فایل NonPar-1.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل نمائید:

Stat † NonParametrics † 1-Sample Wilcoxon Test

اکنون درقسمت Variables (شکل9–5) متغیر Grade را وارد نمائید وقسمت Test Median را انتخاب نمائید سپس قسمت Alternative را به Less Than تبدیل کرده و در قسمت Test Median عدد 65 را تایپ نمائید، بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9–6 خواهد بود.



شکل 9–5
تنظیمات مربوط به آزمون ویلکاکسون

Wilcoxon Signed Rank Test: Grade

```
Test of median = 65.00 versus median < 65.00

                N
                for    Wilcoxon          Estimated
         N   Test   Statistic      P      Median
Grade   35     35       272.5  0.246       62.50
```

شکل 9–6
خروجی نرم‌افزار برای آزمون ویلکاکسون

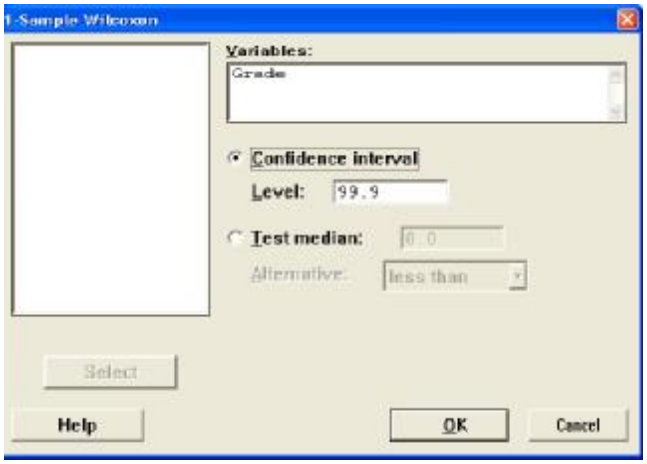
چون مقدار Pvalue=0.246 شده است و از 0.05 کوچکتر نیست بنابراین Median=65: H_0 رد نمی‌شود.

بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان

برای میانهٔ داده‌های قسمت قبل یک فاصلهٔ اطمینان 99,9 بدست آورید برای انجام این کار بصورت زیر عمل نمائید:

Stat † NonParametrics † 1-Sample Wilcoxon

در قسمت Variable (شکل9–7) ستون Grade را وارد نمائید سپس قسمت Confidence interval را انتخاب نمائید و در قسمت Level عدد 99,9 را تایپ کنید، با روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9–8 خواهد بود.



شکل 9–7
تنظیمات مربوط به بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان با استفاده از آمارهٔ ویلکاکسون

Wilcoxon Signed Rank CI: Grade

	N	Estimated Median	Achieved Confidence	Confidence Interval Lower	Confidence Interval Upper
Grade	35	62.5	99.9	47.5	77.5

شکل 9–8
خروجی نرم‌افزار برای بدست آوردن فاصلهٔ اطمینان با استفاده از آمارهٔ ویلکاکسون

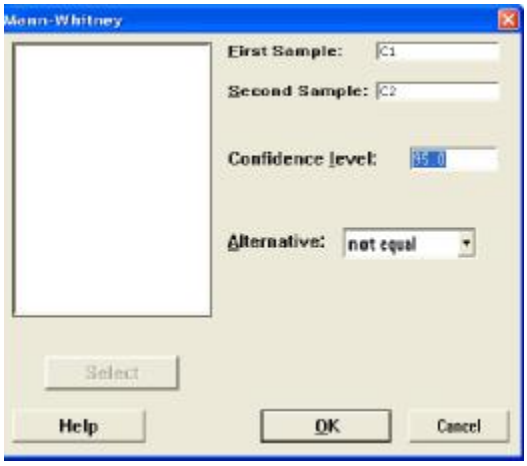
آزمون مان ویتنی

این آزمون در واقع معادل آزمون مجموع رتبه‌ای ویلکاکسون برای دو نمونه مستقل می‌باشد. د
این آزمون فرض صفر، یکی بودن توزیع دو نمونه مستقل است و فرض مقابل رد یکی بودن
توزیع دو نمونه می‌باشد.

مثال: مثال زیر را در نظر بگیرید این بار می‌خواهیم آن آزمون را با تست مان ویتنی انجام دهیم
فایل BasicSta.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل نمائید:

Stat † NonParametrics † Mann - Whitney

در قسمت First Sample (شکل9–9) ستون C1 را وارد نمائید. در قسمت Second Sample نیز ستون C2 را وارد نمائید و Alternative not equal را انتخاب کرده و ب
روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9–10 خواهد بود.



شکل 9-9
تنظیمات مربوط به آزمون مان – ویتنی

Mann-Whitney Test and CI: C1; C2

```
    N  Median
C1  7  16.000
C2  8  15.500

Point estimate for ETA1-ETA2 is 0.500
95.7 Percent CI for ETA1-ETA2 is (-1.499;2.499)
W = 61.0
Test of ETA1 = ETA2 vs ETA1 not = ETA2 is significant at 0.6025
The test is significant at 0.6002 (adjusted for ties)
```

شکل 9–10
خروجی نرم‌افزار برای
آزمون فرض بوسیلهٔ
آمارهٔ من – ویتنی

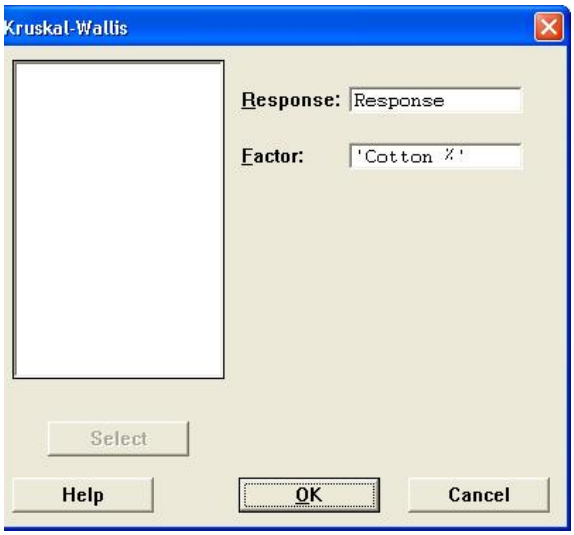
آزمون کروسکال - والیس

این آزمون معادل آنالیز واریانس یک‌طرفه در آزمونهای پارامتری می‌باشد. برای یادگیری نحو کار با این آزمون مثال زیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مثال: مسئلهٔ قدرت کششی پنبه را در فصل آنالیز واریانس را در نظر گرفته و فایل Anova1-1.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل کنید:

Stat † Nonparametrics † Kruskal-Wallis

در قسمت Response (شکل9–11) ستون Response را وارد نمائید و در قسمت Factor ستون Cotton% را وارد کنید، سپس بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9–12 خواهد بود.



شکل 9–11
تنظیمات مربوط به آزمون کروسکال-والیس

Kruskal-Wallis Test: Response versus Cotton %

```
Kruskal-Wallis Test on Response

Cotton %   N  Median  Ave Rank      Z
15%        5   9.000       5.5  -2.55
20%        5  17.000      13.2   0.07
25%        5  18.000      17.0   1.36
30%        5  22.000      22.6   3.26
35%        5  11.000       6.7  -2.14
Overall   25              13.0

H = 18.84  DF = 4  P = 0.001
H = 19.06  DF = 4  P = 0.001  (adjusted for ties)
```

شکل 9–12
خروجی نرم‌افزار برای آزمون ناپارامتری کروسکال – والیس

همانطور که از خروجی مشخص است چون مقدار Pvalue کمتر از0.05 شده است بنابراین فرض برابر بودن میانگینها رد می‌شود.

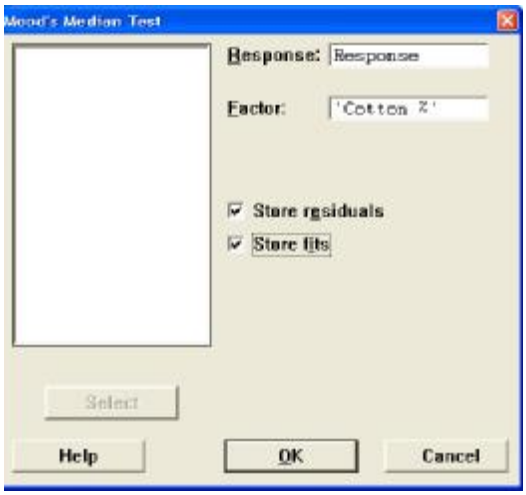
تست برابری میانه‌ها Median Test

این آزمون مانند آزمون کروکسال والیس می‌باشد با این تفاوت که برای میانه‌ها انجام می‌شود این آزمون از آزمون کروکسال والیس قوی‌تر است ولی در مواقعی که داده‌ها از توزیعهای مختلفی بوجود آمده باشند تست کروکسال والیس کارائی بیشتری را نسبت به این تست خواهد

داشت. در این تست فرض H_0، برابری میانهٔ تمام داده‌ها و فرض H_1، عدم برابری حداقل د
میانه‌ها با هم است. برای انجام این آزمون مثال قبلی را در نظر گرفته و بصورت زیر عمل
نمائید:

Stat † Nonparametric † Moods Median Test

در قسمت Response (شکل9–13) ستون Response را وارد نمائید و در قسمت Factor
ستون Cotton% را وارد کنید. به منظور ذخیرهٔ باقیمانده‌ها و مقادیر پیش‌بینی شده مدل بـ
ترتیب Store residuals و Store fits را انتخاب نمائید و بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائیـد
خروجی نرم‌افزار بصورت شکل9–14خواهد بود.



شکل 9 - 13
تنظیمات مربوط به آزمون میانه‌ها

Mood Median Test: Response versus Cotton %

```
Mood median test for Response
Chi-Square = 16.99    DF = 4    P = 0.002

                                    Individual 95.0% CIs
Cotton %  N<=  N>  Median  Q3-Q1  ------+---------+---------+---------+
15%          5   0     9.0    6.0  (---*-----------)
20%          2   3    17.0    6.0            (---------*-)
25%          1   4    18.0    3.0                (-------*-)
30%          0   5    22.0    5.0                        (-----*-----)
35%          5   0    11.0    4.5  (-------*-------)
                                    ------+---------+---------+---------+
                                       10.0      15.0      20.0      25.0

Overall median = 15.0
* NOTE * Levels with < 6 observations have confidence < 95.0%
```

شکل 9–14

خروجی مربوط به آزمون برابری میانه‌ها

لازم به ذکر است چون مقدار Pvalue= 0.002 شده است و مقدار آن کمتر از 0.05 می‌باشد بنابراین فرض H_0 یعنی برابری همهٔ میانه‌ها با هم رد می‌شود.

آنالیز واریانس دوطرفه

در آزمون‌های ناپارامتری می‌توان از تست فریدمن[1] بهره جست. این آزمون برای طرح‌های بلوک‌بندی شده کاربرد دارد. دقت داشته باشید این آزمون حالت عمومی از تست‌های جفتی می‌باشد. در این آزمون فرض بر این است که آزمونگر در هر بلوک آزمایش تنها یک مشاهده انجام داده است. در ادامه مثالی در مورد ارزیابی اثر سه داروی جدید بر فعالیت‌های آنزیمی بررسی شده است. اثر درمانی سه داروی مختلف بر روی چهار موش آزمایشگاهی (هر موش در مکانی جداگانه قرار دارد) مورد ارزیابی قرار گرفته است. می‌خواهیم بدانیم تفاوتی بین داروهای مختلف وجود دارد یا خیر؟

فایل Exh_stat.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل کنید:

Stat † Nonparametric † Friedman

آزمون تصادفی بودن داده‌ها RUNS TEST

این آزمون به منظور تعیین تصادفی بودن یکسری داده به کار می‌رود. به این نوع آزمون، آزمون گشت نیز گفته می‌شود. در این آزمون نرم‌افزار، میانگین داده‌ها را حساب می‌کند و تصادفی بودن داده‌ها را با توجه به تعداد گشتها بررسی می‌کند. لازم به ذکر است که یک گشت در واقع وقتی حاصل می‌شود که دو دادهٔ متوالی یکی بالای مقدار میانگین(k) و دیگری پایین‌تر از آن باشد. برای یادگیری، مثال زیر را بررسی می‌کنیم.

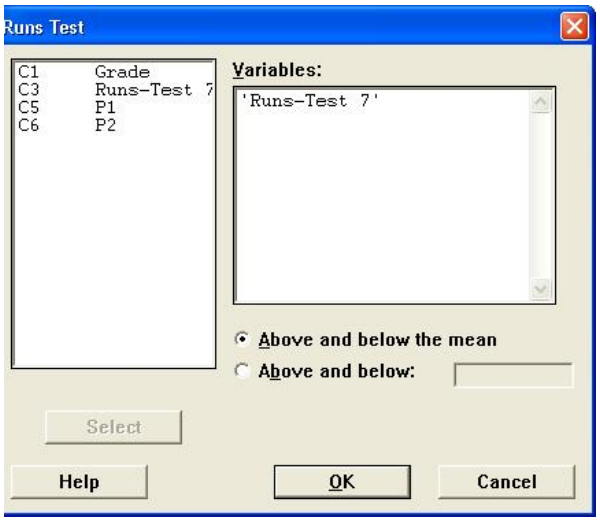
مثال: آزمونگری برای بررسی یک موضوع خاص سئوالاتی را مطرح می‌کند و با توجه به نوع سئوال از بین صفر، یک، دو و سه یک عدد انتخاب می‌کند، حال تصادفی بودن این سری از اعداد را بررسی کنید. این مثال در فایل Nonparametrics.MTW آمده است، برای بررسی تصادفی بودن این داده‌ها بصورت زیر عمل نمائید:

Stat † Nonparametrics † Runs Test

در قسمت Variables (شکل 9–15) ستون Runs-Test 7 را وارد نمائید و گزینهٔ Above and below the mean را انتخاب نمائید. سپس بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9–16 خواهد بود.

---

[1] Friedman



شکل 9–15
تنظیمات مربوط به آزمون تصادفی بودن

Runs Test: Runs-Test 7

```
Runs test for Runs-Test 7

Runs above and below K = 1.32

The observed number of runs = 12
The expected number of runs = 25.36
21 observations above K; 29 below
P-value = 0.000
```

شکل 9–16
خروجی مربوط به آزمون تصادفی بودن داده‌ها

همانطور که از جواب مسئله مشخص است فرض H_0 یعنی تصادفی بودن داده‌ها رد می‌شود لازم به ذکر است در صورتی که بخواهید آزمون تصادفی بودن نسبت به یک عدد خاصی حساب شود، باید در قسمت Runs Test گزینهٔ Above and below را انتخاب نموده و عددی که می‌خواهید آزمون تصادفی بودن نسبت به آن انجام شود را در آن قسمت تایپ نمائید و سپس بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید. اگر مثال قبلی را دوباره با مقدار2، تست نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل9–17خواهد بود.

Runs Test: Runs-Test 7

```
Runs test for Runs-Test 7

Runs above and below K = 2

The observed number of runs = 13
The expected number of runs = 11.56
6 observations above K; 44 below
* N is small, so the following approximation may be invalid.
P-value = 0.316
```

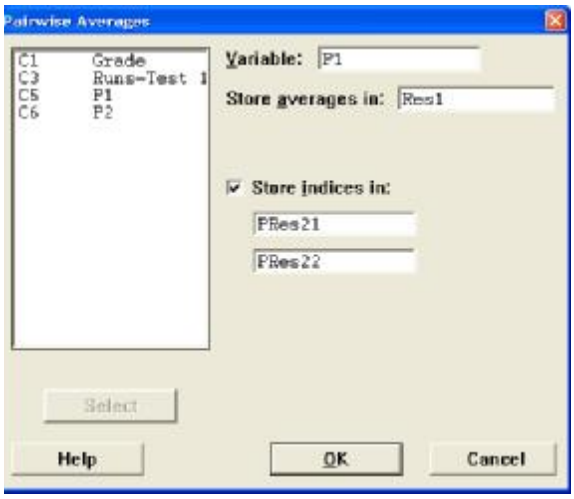
شکل 9 – 17

خروجی نرم‌افزار برای بررسی آزمون تصادفی بودن داده‌ها

همانطور که از خروجی مسئله مشخص است، فرض H_0 را نمی‌توان رد کرد یعنی اعداد تصادفی هستند.

محاسبهٔ تمام میانگینهای ممکن یک ستون

شما با استفاده ازMinitab می‌توانید تمام میانگین‌های دو تائی ممکن یک ستون از اعداد خود را محاسبه نمائید. برای آشنائی بهتر مثالی را بصورت زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.
فایل Nonparametrics.MTW را باز نموده سپس بصورت زیر عمل نمائید:
Stat † Nonparametrics † Pairwise Average
در قسمت Variable (شکل9–18) ستونی که می‌خواهید محاسبات برای آن ستون انجام شود را انتخاب نمائید، در اینجا ستون P1 را انتخاب نمائید سپس در قسمت Store average in ستونی که می‌خواهید جواب در آن ذخیره شود را انتخاب نمائید. در صورتی که مایلید در کنار ستون جواب ستونهائی را داشته باشید که نشان دهد میانگین از حاصل کدام دو عدد بوجود آمده است، قسمت Store indices in را انتخاب کرده و ستونهائی که می‌خواهید اعداد در آن نوشته شود را وارد نمائید سپس بر روی دکمهٔ Ok کلیک نمائید، خروجی نرم‌افزار بصورت شکل9–19خواهد بود.



شکل 9–18
تنظیمات مربوط به محاسبهٔ تمام میانگینهای ممکن یک ستون

C7	C8	C9
Res1	PRes21	PRes22
1.0	1	1
1.5	1	2
2.0	2	2
2.0	1	3
2.5	2	3
3.0	3	3
2.5	1	4
3.0	2	4
3.5	3	4
4.0	4	4
3.0	1	5
3.5	2	5
4.0	3	5
4.5	4	5
5.0	5	5

شکل 9–19
خروجی مربوط به محاسبهٔ تمام میانگینهای یک ستون

تذکر1: لازم به یادآوری است کهMinitab برای n ، به تعداد $\frac{n(n+1)}{2}$میانگین حساب می‌کند بطور مثال اگر در قسمت Store indices in دو ستون x وy را تایپ نمائید، میانگین آنها بصورت $\frac{(x+y)}{2}$حساب می‌شود.

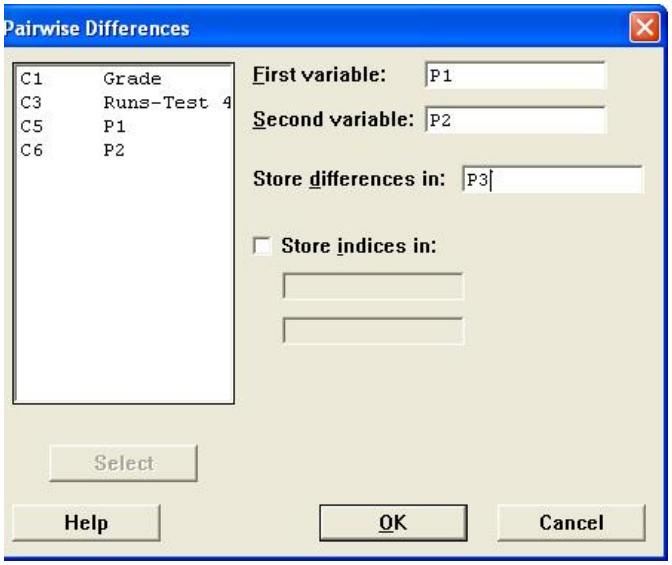
تذکر2:لازم به ذکر است که دو ستون x و y در واقع شماره ردیف اعداد را نشان می‌دهد نه خود اعداد را.

محاسبهٔ تفاوت بین اعداد

برای آشنائی با این قسمت مثال قبل را در نظر گرفته و این بار بصورت زیر عمل نمائید:

Stat † Nonparametrics † Pairwise Differences

حال در قسمت First variable (شکل9–20) ستون P1 را وارد نمائید و در قسمت Second variable ستون P2 را وارد کنید سپس در قسمت Store differences in ستونی که می‌خواهید تفاضل اعداد در آن ذخیره شود را انتخاب نمائید، در صورتی که می‌خواهید شمارهٔ اعداد نیز نشان داده شود قسمت Store indices in را انتخاب نمائید و ستونهائی که می‌خواهید جوابتان در آنها ذخیره شوند را تایپ نمائید. خروجی نرم‌افزار بصورت شکل 9-21 خواهد بود.



شکل 9–20
شکل مربوط به محاسبهٔ تفاضل اعداد یک ستون

C5	C6	C7
P1	P2	P3
1	0.5	0.5
2	1.5	-0.5
3	2.0	-1.0
4	2.5	-1.5
5	4.0	-3.0
		1.5
		0.5
		0.0
		-0.5
		-2.0
		2.5
		1.5
		1.0
		0.5
		-1.0
		3.5
		2.5
		2.0
		1.5
		0.0
		4.5
		3.5
		3.0
		2.5
		1.0

شکل 9–21
خروجی مربوط به محاسبهٔ تفاضل اعداد یک ستون