Subject: روش‌های مقداری در بازرگانی　　　　　　　　روشناس
Year. ۹۵ Month. ۱۱ Date. ۲۵

درس روش‌های مقداری در بازرگانی معادل عنوان درسی برنامه‌ریزی خطی رشته‌های فنی و عنوان درسی پژوهش در عملیات رشته‌های مدیریت و حسابداری است.
در ۲ بررسی سابقه این درس از دو دسته بررسی استفاده می‌کنیم: ① سابقه درسی ② سابقه محتوایی

سابقه درسی روش‌های مقداری در بازرگانی: ما قبلاً در مبحث مدیریت بنگاه اقتصادی، کوتاه‌مدت هدف حداکثرسازی سود را عنوان کرده بودیم.
مثلاً یک قنادی که انواع شیرینی را تولید و توزیع می‌کند در سال فرضی ۹۳، مبلغ ۱۷۰ م ت سود داده است و در سال ۹۴، مبلغ ۲۱۵ م ت و در سال ۹۵، ۲۶۰ م ت سود داده است.
بدین ترتیب روند رشد سودآوری از قرار زیر است:

۹۳ : ۱

۹۴ : $(\frac{215}{170} - 1) \times 100 \simeq 26\%$

۹۵ : $(\frac{260}{215} - 1) \times 100 \simeq 21\%$

اگر نرخ تورم ۱۰٪ باشد، یک فرد عادی می‌گوید در سال ۹۵، ۲۱٪ سود در مقابل ۱۰٪ تورم؛ حدود ۱۱٪ سود داده، پس مطلوب است.
اما از دیدگاه یک اقتصاددان باید شرط حداکثر کردن سود (MC = MR) اعمال شود تا مقدار بهینه (Q) بدست آمده، تولید و فروش حداکثر را مشخص کند. و به ازای این مقدار، حداکثر سود یا حداقل زیان مشخص شده و قضاوت شود.
در سال ۹۳
لذا اگر شیرینی فروشی با شرط حداکثر سود می‌بایست مثلاً ۲۵۰ م ت سود می‌کرد با این سود ۱۷۰ م ت، حدود ۸۰ م ت سود بالقوه‌ای به عنوان هزینه فرصت به شیرینی فروشی تحمیل شده است.
لذا باید حداکثر میزان سود امکان‌پذیر را به دست آورد سپس با سود حاصله مقایسه کرد.
نکته: شرط تفاوت حاشیه سود محصولات شیرینی‌پزی / رستوران مفروض است.

یک مفهوم رسیدن به شرایط حداکثر سود، آن است که محصولی که حاشیه سود بیشتری دارد را تولید کنیم و بقیه را از خط تولید خارج کنیم.
دراینصورت سهم از بازار و سلیقه مشتری تامین نمی‌شود و مشتریان به مرور کم شده و محصولات به فروش نمی‌روند. لذا نباید محصولی را از لیست تولیدات حذف نمود. (می‌توان درصورت درخواست مشتری از عبارت "به تازگی تمامی محصولات این قلم فروش رفته" استفاده کرد.)

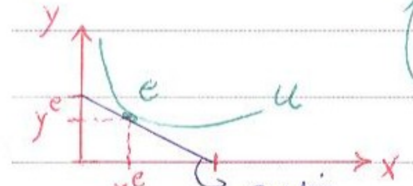
Subject: روش‌های مقداری — روش‌شناسی
Year. 95 Month. 11 Date. 25

شرط حداکثر کننده سود یا **مقدار تولید حداکثر کننده سود**؛ ایجاب می‌کند مقدار تولید و فروش حداکثر کننده سود عملاً محقق شود، که منوط به مشتری مداری و تولید ترکیبی از محصولات مورد نظر می‌باشد.

پس هدف رسیدن به بهترین ترکیب تولید و فروش محصولات با حاشیه سودهای مختلف است.

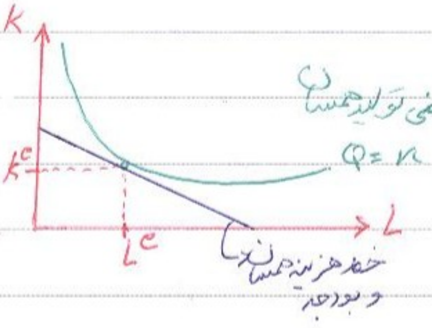
تولید بهینه: وجود ترکیب بهینه از تولید محصولات که می‌تواند هدف بنگاه را تامین کند.

- یافتن بهترین ترکیب تولیدات و فروش
- تولید متضمن حداکثر سود
- ★ یافتن بهترین ترکیب مصرف کالا توسط مصرف کننده، متضمن حداکثر مطلوبیت:



(x^e و y^e): مقادیر مصرف بهینه دو کالا

- ▲ بدست آوردن مقدار مشخصی از تولید محصول براساس (متضمن) حداقل هزینه
- ● تعیین بهترین ترکیب عوامل تولید L و K که متضمن حداکثر تولید باشد:



(L^e و K^e) ترکیب بهینه عوامل تولید متضمن حداکثر سود

نکته: همانطور که مشاهده می‌شود در پی یک واقعیت، دو گفتار به ظاهر متضاد عنوان شده است.
درجایی گفته شده تولید بهینه همان حداکثر تولید است.
در جایی دیگر گفته شده تولید بهینه همان حداقل هزینه است.

فرمت کلی: تابع هدف: ~ ~ ~
تابع محدودیت‌ها: ~ ~ ~

طبق فرصت کلی در ★ داریم:

خط بودجه : $100 = 2x + y$　　تابع محدودیت

U : $U = x^2 y$　　تابع هدف

و یا در ● داریم:　$Q = 0/6\, k^2 L^3$　　تابع هدف

$260 = 3k + 2L$　　تابع محدودیت

همچنین در ▲ داریم:　$\min TC = 3k + 2L$　　تابع هدف

$760 = 0/6\, k^2 L^3$　　تابع محدودیت (قید)

تاکنون ما با مدل‌ها برنامه‌ریزی خطی مواجه بوده‌ایم که شامل یک تابع هدف و یک محدودیت بوده‌اند؛ مانند مثال‌ها بالا؛ که این مدل‌ها به روش‌ها ساده ریاضی و در نهایت به روش لاگرانژ قابل حل‌اند.

به طور مثال اگر داشته باشیم:　$U = x^2 y$: هدف　　به دو روش زیر قابل حل است:

$100 = 2x + y$: قید

$\boxed{1}$ max U　شرط :　$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$

$MU_x = \frac{dU}{dx} = 2xy$　و　$MU_y = \frac{dU}{dy} = x^2$

$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2xy}{x^2} \Rightarrow \boxed{y = x}$　و　قید: $100 = 2x + (y = x)$

$100 = 2x + x \Rightarrow x = y = 33/3$

$\boxed{2}$ تابع لاگرانژ :　$L =$ تابع هدف $- \lambda$ (قید)

$L = x^2 y - \lambda(-100 + 2x + y)$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow 2xy - 2\lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow x^2 - \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 2x + y - 100 = 0 \quad (3)$$

Subject: روش های مقداری
Year. 95 Month. 11 Date. 25

روشناس

① $2xy = 2\lambda \Rightarrow \lambda = xy$

② $x^2 = \lambda$

$\Rightarrow xy = x^2 \Rightarrow \boxed{x = y}$

③ $2x + y - 100 = 0 \Rightarrow 3x - 100 = 0 \Rightarrow x = y = \frac{100}{3}$

ما در شرایط واقعی با مدل های برنامه ریزی روبرو هستیم که به جای یک قید، شامل چند قید می باشند در اینصورت به روش های قبلی قابل حل نخواهند بود.

مثلاً اگر در مثال بالا به علت بیماری محدودیت دیگری مثل $x \le 10$ هم وجود داشته باشد:

$$\begin{cases} U = x^2 y \\ 100 = 2x + y \\ x \le 10 \end{cases}$$

و همچنین چون x- ، x بی معنی است داریم:

$$\begin{cases} U = x^2 y \\ 100 = 2x + y \\ x \le 10 \\ x > 0 \end{cases}$$

این مدل ریاضی برنامه ریزی شامل یک هدف و چندین قیدها شد که ما در این درس به آن می پردازیم:
در این درس می خواهیم مدل های برنامه ریزی خطی را مطرح کنیم که تعداد محدودیت ها یا قیدهای آن بیش از یک محدودیت، مثلاً شامل ۳ یا بیشتر از آن باشد.
برای حل چنین مدل هایی دیگر نمی توان از روش هایی مانند تشکیل تابع لاگرانژ و ... استفاده کرد.
بلکه می بایست مبتنی بر جبر ماتریسی و استفاده از خواص ماتریس ها و دترمینان ها، و نیز روش هایی که برای حل چندین معادله و چندین مجهول در مباحث ریاضی ۲ مطرح شده است استفاده کنیم.

به طور کلی روش حل چنین مدل هایی به عنوان روش سیمپلکس شناخته می شود.
البته خواهیم دید که برای حل آنها از روش های ترسیمی نیز می توان استفاده نمود. ولی کماکان این مشکل وجود دارد که در روش حل ترسیمی تعداد متغیرهای مدل نباید بیشتر از ۲ متغیر باشد. البته این بدان معنا

نیست که تعداد محدودیت‌ها بایستی مثل دو رابطه بالا کم باشد؛ بلکه اگر تعداد محدودیت‌ها مثلاً ۵ محدودیت باشد ولی تعداد متغیرها از ۲ متغیر تجاوز نکند می‌توان از روش ترسیمی نیز استفاده نمود.

به بیان دیگر اگر تعداد متغیرهای اصلی در مدل برنامه‌ریزی خطی بیش از ۲ متغیر باشد باید از روش سیمپلکس استفاده شود.

مدل‌های چند قید
- ۲ متغیر : روش ترسیمی
- بیش از ۲ متغیر : روش سیمپلکس

95/12/2 →

سابقه تاریخی و چگونگی پیدایش مباحث برنامه‌ریزی خطی:
در اثناء جنگ جهانی دوم، قوای متفقین به سرکردگی انگلستان، ایده‌ای را برای دستیابی حداکثر پیروزی در جبهه‌های مختلف جنگ با متحدین از طریق هم اندیشی با خبرگان علوم مختلف نظامی، سیاسی، اجتماعی، ریاضیات، اقتصاد و ... (تمام ظرفیت علمی و فکری) را طلب کردند. البته این اتاق فکر عملاً برای حداکثر مقاومت تشکیل شد.

در اینجا مسئله اصلی محدود بودن سرباز، ادوات جنگی، لجستیک و ... بود. و به طور همزمان نیز متفقین در چندین جبهه درگیر جنگ بودند. نحوه تخصیص بهینه این لوازم برای جلوگیری از پیشروی متحدین در جبهه‌های مختلف برای نیل به حداکثر مقاومت و پیروزی هدف بود.

این‌ها تخصیص بهینه بودجه معین و ثابت بنگاه برای خرید بهترین ترکیب عوامل تولید، بطوریکه بتوانند بیشترین مقدار تولید را به همراه داشته باشند؛ می‌باشد.

همانطور که گفتیم هدف در این جنگ حداکثر کردن پیروزی‌ها در جبهه‌های مختلف بود، توام با محدودیت‌هایی نظیر تعداد سربازان، تعداد تانک‌ها، تعداد توپ‌ها، وضعیت آب و هوایی، وضعیت جغرافیایی جبهه‌ها و ....

متخصصین با استفاده از گزارش واقعی و دقیق از اهداف و محدودیت‌ها در اتاق فکرشان، به الگوی ریاضی مناسب شامل تعدادی از روابط معادلات و نامعادلات دست یافتند؛ و با استفاده

از این الگو، نحوه بهینه تخصیص امکانات نظامی مشخص شد.
نتیجه این روش فکری توسط متخصصین به حوزه تخصصی خودشان انتقال یافت. مثلاً در رشته ریاضی و فنی، درس برنامه ریزی خطی بودجه بوجود آمد و ....
در مسائل اقتصادی نیز مبحث برنامه ریزی خطی یا روش های مقداری در بازرگانی نام گرفت.
تحقیق در عملیات، بهینه یابی، پژوهش در عملیات و ... همگی نام های دیگر همین فن هستند.

فرآیند تدوین و حل مدل های برنامه ریزی خطی در مباحث اقتصادی

امروزه از روش برنامه ریزی خطی به طور گسترده ای در بنگاه های کشورهای توسعه یافته برای شناسایی وضعیت بهینگی تولید استفاده می شود.
بدین منظور از این روش مطابق فرآیند زیر استفاده می شود:

- **شروع:** یک تیم پژوهشی مرکب از کارشناسان اقتصادی، فنی و علوم ریاضی تشکیل می شود.

- **مطالعه و بررسی واقع بینانه وضعیت موجود:** این وظیفه تیم تشکیل شده شامل بررسی: مالی، مدیریتی، بازاریابی، نیروی انسانی، تکنولوژی، سرمایه گذاری و ... می باشد و در نهایت نتایج این مطالعات در سندی خلاصه می شود.

- **سند خلاصه مطالعات:** براساس مطالعات واقع بینانه تیم کاری سندی به فرم زیر تهیه می شود:

سند خلاصه ترسیم وضعیت موجود شامل: تشریح اهداف یا اهداف بنگاه محدودیت هایی که بنگاه با آن روبرو است

- **الگوسازی و مدل سازی:** براساس سند تنظیم شده، متخصصین تیم الگوی ریاضی ارائه می دهند.

سند خلاصه → الگوی ریاضی برنامه ریزی خطی (X^1)

• حل الگو و ارائه راهکار: بعد از تهیه الگو با توجه روش های ترسیمی یا سیمپلکس مقدار بهینه تولید و راهکارهای ممکن واضح و پیشنهاد می شوند.

الگوسازی ← حل مدل
- روش هندسی / ترسیمی
- روش سیمپلکس

روش هندسی / ترسیمی: این روش دارای محدودیت است و اگر تعداد متغیرها بیش از ۲ متغیر باشد نمی توان از این روش استفاده نمود.

روش سیمپلکس: روشی مبتنی بر جبر ماتریسی و نیز خواص ماتریس ها و دترمینان هاست. همچنین این روش بسیار طولانی و مشروط به محاسبات زیادی است.

نکته: بهینگی تولید در بلندمدت
- Max Q
- min TC

مزدوج یکدیگر

با توجه به اینکه مدل های ریاضی دارای حالت مزدوج یا دوگان می باشند طوریکه هر دو این مدل ها علیرغم تفاوت در شکل و نوع تابع هدف؛ هر دو یک واقعیت بهینه یابی را به روش و زبان متفاوت بیان می کنند.
بطوریکه حل کردن یکی از مدل های مزدوج همواره ساده و مدل دیگر مشکل و طولانی است. لذا می توان مدل مزدوج با راه حل ساده را حل کرد، آنگونه که پاسخ مدل مزدوج را بدون حل کردن از روی جواب مدل ساده ی حل شده بدست آورد.

مثال: مدل ریاضی زیر مفروض است. مطلوب است حل آن:

$$\begin{cases} 3X_1 + 14X_2 \\ X_1 \geq 5 \\ 2X_2 = 3 \end{cases}$$

یا $\max(3X_1 + 14X_2)$ یا $\min(5X_1 + 3X_2)$

الگو/مدل سازی موضوع بهینه یابی بنگاه‌های تولیدی

به طور کلی در این درس اصول و قواعد مورد نظر، مانند: اصول و قواعد مدل سازی را مشابه سایر موضوعات در قالب یک نمونه مثال موردی بیان می‌کنیم. طوری که باید اصول مورد نظر از چارچوب مثال حل شده استخراج شود:

مثال: یک بنگاه اقتصادی است که تولید کننده انواع درب‌ها و پنجره‌های چوبی و فلزی است. در این بنگاه یا کارخانه ۳ سالن تولید/سوله تولید وجود دارد، به طوری که این ۳ سوله در کنار یکدیگر کانون تولید کارخانه محسوب می‌شوند. یکی از این سالن‌ها، سالن تولید چارچوب‌های فلزی (سالن فلزکاری)، سالن شماره ۱)، سالن دیگر سالن تولید چارچوب‌های چوبی (سالن نجاری، سالن ۲) و سالن آخر، سالن مونتاژ و بسته بندی محصولات درب و پنجره چوبی و فلزی (سالن ۳) می‌باشد.

این کارخانه دارای سابقه تولید در سنوات گذشته می‌باشد (۱۰۰٪ از ظرفیت). مدیر فروش و بازاریابی عنوان می‌کند که فروش نوعی درب فلزی و پنجره چوبی در بازار فاقد تقاضا است. و لذا باید تولید آنها متوقف شود و محصولات جدید درب فلزی و پنجره چوبی دیگر تولید شود. لازم به ذکر است که ظرفیت آزاد شده بابت عدم تولید دو محصول قبلی فاقد تقاضا، به صورت زیر بر حسب ساعت است:

ظرفیت آزاد شده (خالی) در طول یک هفته		
سالن شماره ۱	:	۴ ساعت
سالن شماره ۲	:	۱۲ ساعت
سالن شماره ۳	:	۱۸ ساعت

حال با توجه به اینکه قرار است در این ظرفیت‌های خالی شده و از ظرفیت‌های زمانی سالن‌های ۱ و ۲ و ۳ دو محصول جدید، شامل درب فلزی جدید و پنجره چوبی جدید تولید شود؛ سود ناشی از تولید و فروش هر عدد درب فلزی جدید ۳ واحد پولی و سود هر عدد پنجره چوبی ۵ واحد پولی می‌باشد. مسئله اساسی بنگاه عبارت است از:

در ظرفیت‌های خالی شده بنگاه و سالن‌ها، چه تعداد درب فلزی و چند عدد پنجره چوبی باید تولید شود به نحوی که سود بنگاه از محل ظرفیت خالی شده حداکثر شود؟

البته لازم به ذکر است که اطلاعات فنی که به بیان دقیق تر همان ضرایب فنی تولید می باشند (یعنی برای تولید هر یک عدد از محصولات مورد نظر چه مقدار از محدودیت ها مطرح شده باید قرار گیرد) به صورت جدول زیر است:

نوع کالا / محدودیت ها	درب فلزی محصول ①	پنجره چوبی محصول ②	حداکثر موجودی از محدودیت ها
ظرفیت سالن 1	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 0$	۴
ظرفیت سالن 2	$a_{21} = 0$	$a_{22} = 2$	۱۲
ظرفیت سالن 3	$a_{31} = 3$	$a_{32} = 2$	۱۸
بازدهی یا سود به ازای هر واحد محصول	۳	۵	

a_{11}: میزان استفاده از محدودیت 1 (سالن 1) برای تولید یک واحد از کالای ① (درب فلزی)

a_{12}: میزان استفاده از محدودیت 1 (سالن 1) برای تولید یک واحد از کالای ② (پنجره چوبی)

a_{21}: ~ ~ ~ ~ ~ 2 (سالن 2) ~ ~ ~ ~ کالای ① (درب فلزی)

a_{22}: ~ ~ ~ ~ ~ 2 (سالن 2) ~ ~ ~ ~ ~ کالای ② (پنجره چوبی)

a_{31}: ~ ~ ~ ~ ~ 3 (سالن 3) ~ ~ ~ ~ ~ کالای ① (درب فلزی)

a_{32}: ~ ~ ~ ~ ~ 3 (سالن 3) ~ ~ ~ ~ ~ کالای ② (پنجره چوبی)

95/12/9 →

الف) مدل ریاضی مسئله را بنویسید.

$\max Zd = ?$ تابع هدف (سود)

ابتدا باید تابع سود بنگاه را بنویسیم:

سود کارخانه از این ظرفیت خالی شده :آآ

سود ناشی از تولید و فروش پنجره چوبی جدید + سود ناشی از تولید و فروش درب فلزی جدید = آآ

$Zd =$ (مقدار تولید و فروش محصول ① × سود ناشی از یک واحد محصول ①) + (مقدار تولید و فروش محصول ② × سود ناشی از یک واحد محصول ②)

$Zd = 3X_1 + 5X_2 \Rightarrow \max Zd = 3X_1 + 5X_2$: هدف

X_1 و X_2 مقادیر تولید بهینه هر یک از محصولات مورد نظر (درب فلزی، پنجره چوبی) که به آنها متغیرهای اصلی مدل یا متغیرهای تصمیم گیری نیز می گویند.

ب) محدودیت ها را مشخص کنید:

محدودیت اول:

حداکثر زمان سالن 1 در هفته که می تواند برای تولید دو محصول اختصاص داده شود ۴ ساعت است.

زمان واقعی استفاده از سالن 1 در این مسئله باید حداکثر زمان در اختیار آن طی هفته کمتر باشد.

حداکثر زمان در اختیار از سالن 1 طی هفته ≥ زمان واقعی استفاده از سالن شماره 1 در این مسأله

حداکثر زمان در اختیار از سالن 1 در هفته ≥ زمان واقعی از سالن 1 برای تولید محصول ② (پنجره چوبی) + زمان واقعی از سالن 1 برای تولید محصول ① (درب فلزی)

۴ ≥ (تعداد محصول ② تولید شده × زمان واقعی از سالن 1 برای تولید یک عدد محصول ②) + (تعداد محصول ① تولید شده × زمان واقعی از سالن 1 برای تولید یک عدد محصول ①)

$$1X_1 + 0X_2 \le 4$$

$\Rightarrow X_1 \le 4$ اولین محدودیت

محدودیت دوم:

حداکثر زمان در اختیار از سالن ۲ طی هفته ≥ زمان واقعی استفاده از سالن ۲

۱۲ ≥ زمان واقعی مورد استفاده از سالن ۲ برای محصول ② + زمان واقعی مورد استفاده سالن ۲ برای محصول ①

۱۲ ≥ (تعداد محصول ② تولید شده × زمان استفاده از سالن ۲ برای تولید یک عدد محصول ②) + (تعداد محصول ① تولید شده × زمان استفاده از سالن ۲ برای تولید یک عدد محصول ①)

$$0X_1 + 2X_2 \le 12$$

$\Rightarrow 2X_2 \le 12$ دومین محدودیت

محدودیت سوم:

به طریق مشابه داریم:

$$\Rightarrow 3X_1 + 2X_2 \leq 18$$ سومین محدودیت

ج) تشکیل اهداف و قیدها

$$\max Z_d = 3X_1 + 5X_2$$ هدف

قیدها:

$$\begin{cases} \max Z_d = 3X_1 + 5X_2 \\ X_1 \leq 4 \\ 2X_2 \leq 12 \\ 3X_1 + 2X_2 \leq 18 \\ X_1 \geq 0 \\ X_2 \geq 0 \end{cases}$$

X_1 : مقدار بهینه از محصول ①

X_2 : مقدار بهینه از محصول ②

اگر X_1 $\begin{cases} X_1 = 0 & \text{عدم تولید درب فلزی} \\ X_1 > 0 & \text{مقدار مشخص تولید} \\ X_1 < 0 & \text{بی معنی} \end{cases}$

اگر X_2 $\begin{cases} X_2 = 0 & \text{عدم تولید پنجره تولید} \\ X_2 > 0 & \text{مقدار مشخص تولید} \\ X_2 < 0 & \text{بی معنی} \end{cases}$

دو ستون متغیر داریم:

$$\begin{aligned} \max Z_d :\ & 3X_1 + 5X_2 \\ & X_1 \leq 4 \\ & 2X_2 \leq 12 \\ & 3X_1 + 2X_2 \leq 18 \\ & X_1 \geq 0 \\ & X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Subject: روش‌های مقداری در بازرگانی　　　　روشناس
Year.95 Month.12 Date.9

این مسأله یک مدل ریاضی برنامه ریزی خطی (کلیه متغیرها دارای توان یک هستند) شامل یک تابع هدف (ماکزیمم سود) و سه محدودیت با تعیین علامت متغیرهای اصلی است.

مدل ریاضی برنامه ریزی خطی در حالت کلی و عمومی

منظور از مدل عمومی برنامه ریزی خطی، مدلی است که شامل: { تابع هدف　باشد.
علامت محدودیت‌ها (کوچکتر مساوی)
علامت متغیرهای اصلی (بزرگتر از صفر)

این بدان معناست که اگر مدل ریاضی باشد که تابع هدف آن min باشد، از شکل عمومی پیروی نمی‌کند. و یا اگر مدلی داشته باشیم که حداقل یکی از محدودیت‌های آن دارای علامت $\geq$ (بزرگتر مساوی) و یا $=$ باشد، باز هم از شکل عمومی تبعیت نمی‌کند. همچنین اگر علامت حداقل یکی از متغیرهای مدل منفی باشد نیز از شکل عمومی پیروی نمی‌کند.
حل یک مدل عمومی همواره راحت‌تر است.

مدل ریاضی برنامه ریزی خطی در شکل عمومی آن عبارت است از اینکه ما به جای دو متغیر اصلی (X_1 و X_2) تعداد n متغیر اصلی داشته باشیم. یعنی در مسأله مورد مثال به جای تولید ۲ محصول، تولید n محصول مد نظر باشد. و همچنین محدودیت‌های مدل به جای اینکه در مثال ما شامل ۳ محدودیت است شامل m محدودیت باشد. در اینصورت برای نوشتن شکل کلی مدل ابتدا لازم است که ما بردارها و ماتریس‌هایی را که در مدل برنامه ریزی خطی مورد مثال‌مان وجود داشت را شناسایی و آنها را برای n محصول با m محدودیت مورد شناسایی قرار دهیم.

الف) بردار سود که آنرا با C نمایش می‌دهیم؛ برداری است سطری به شکل زیر:

$$C = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad \dots \quad c_n]_{1\times n}$$

بطوریکه c_1 مقدار سود محصول شماره 1 برای تولید یک واحد، که در مثال ما عدد ۳ بود.

همچنین c_2 مقدار سود به ازای یک واحد محصول شماره ۲ (که در مسأله عدد ۵ بود).
و به همین ترتیب منظور از c_n مقدار سود به ازای یک واحد محصول شماره n است.

در مثال بردار سود به صورت: $C=[3 \quad 5]$ می‌باشد.

ب) بردار مقادیر ثابت: یعنی برداری که حداکثر موجودی قابل دسترس از هر یک از محدودیت‌ها را نشان می‌دهد. این بردار را با B نشان می‌دهند. بنابراین B برداری ستونی است.

$$B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

به طوری که b_1، مقدار حداکثر موجودی از محدودیت شماره ۱ (در مثال ۴)
و b_2، مقدار حداکثر موجودی از محدودیت شماره ۲ (در مثال ۱۲)
و b_3، مقدار حداکثر موجودی از محدودیت شماره ۳ (در مثال ۱۸)
و به همین صورت b_m، حداکثر موجودی از محدودیت mام است.
بردار B همواره مثبت است.

ج) بردار متغیرهای اصلی مسأله: برداری است سطری با n ستون به طوری که:

$$X=[x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]_{1\times n}$$

x_1: مقدار تولید بهینه محصول شماره ۱ (مسأله: درب فلزی)
x_2: مقدار تولید بهینه محصول شماره ۲ (مسأله: پنجره چوبی)
x_n: مقدار تولید بهینه محصول n ام.

د) ماتریس ضرایب فنی: ماتریسی است $m\times n$ (سطرهای آن با تعداد محدودیت‌ها برابری می‌کند و تعداد ستون‌های آن با تعداد محصولات برابری می‌کند.) و آن را با A نمایش می‌دهند به نحوی که:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

عنصر a_{ij} در واقع بیانگر میزان استفاده از محدودیت iام برای تولید یک واحد محصول jام است.

به بیانی ماتریس ضرایب فنی ماتریسی است که سطرهای آن با مقدار محدودیت ها و ستون های آن با مقدار محصولات برابری می کند و هر یک از عناصر آن بیانگر میزان استفاده از هر محدودیت برای تولید یک واحد از هر یک از محصولات را نشان می دهد.
مثلاً در مثال مطرح شده کلاس ماتریس ضرایب فنی به صورت:

$$A_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

با توجه به بردارها و ماتریس معرفی شده می توان شکل عمومی مدل برنامه ریزی خطی را به صورت کلی زیر نشان داد:
البته شکل کلی را نیز در حالت عمومی آن (که در بالا توضیح داده شده) نشان می دهیم:

$$Max\ Z = C X'$$

$$Max\ Z = [c_1\ c_2\ \cdots\ c_n] \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$Max\ Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \cdots + c_nX_n$$ شکل کلی و عمومی

$$Max\ Z = 3X_1 + 5X_2$$

$$A.X' \leq B \qquad x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

روش سیمپلکس

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_n$$

در مثال:

$$x_1 \leq 4$$
$$2x_2 \leq 12$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$
$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \longrightarrow [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n] \geq 0$$
$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad \dots \quad x_n \geq 0$$