www.Aimiging.ir

① میرمیک گستار

فیزیک هسته ای ۲

مراجع - آشنایی با فیزیک هسته ای، کنت کرین، مرکز نشر دانشگاهی تهران

- مبانی فیزیک هسته ای، والتر جی برهوف، انتشارات دانشگاه فردوسی

سرفصل سئوالات

واحد - مقدمه ای بر فیزیک هسته ای

- واکنش های هسته ای

- کاربرد قوانین بقا

- مقطع متوسط ها

- واکنش های هسته یرک

- واکنش های مستقیم

- مدل قطره ای

- شکافت هسته ای

- مساله دو بدن

تعیین ۲ نمره

حضور در کلاس ۴ نمره

پایان ترم ۱۴ نمره

موضوع سمینار ← رآکتورهای سریع

www.Aiming.ir



مقدمه :

$${}^{A}_{Z}X_{N}$$

ایزوتوپ ← Isotope : نوکلئیدهایی با Z یکسان و N متفاوت

ایزوتون ← Isotone : " N یکسان و Z متفاوت

ایزوبار ← Isobar : " A یکسان ( N و Z متفاوت )

Nucleon : نوترون یا پروتون

مزون ← Meson : ذراتی با جرم بین الکترون و پروتون مانند { مزون پی یون $\pi$ ( ۲۷۰ برابر جرم الکترون ) یا (مزون حامل نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها می‌باشد) / مزون میون $\mu$ ( ~ ~ ۲۰۷ ) }

کوارک : ذرات تشکیل دهنده نوکلئون ( هر سه کوارک حدوداً یک نوکلئون را می‌سازد )

✱ قوانین بقاء : ۱- بقاء ممان خطی

ممان خطی $\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i$

$$\vec{F} = \sum m_i \vec{a}_i = \frac{d}{dt}\vec{P} = \sum \frac{d}{dt} m_i v_i$$

در صورتیکه نیروی خارجی به سیستم اعمال نشود ممان خطی ثابت است:

$$F = 0 \rightarrow \sum \frac{d}{dt}\vec{P} = 0 \rightarrow \vec{P} = cte$$

۲- بقای انرژی :

$$E = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum u_i$$

۳- بقای تکانه زاویه‌ای

$$\vec{L} = \sum m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i = \sum \vec{r}_i \times \vec{P}_i$$

تکانه زاویه‌ای برای ذره‌ای که در خط مستقیم حرکت می‌کند صفر است.

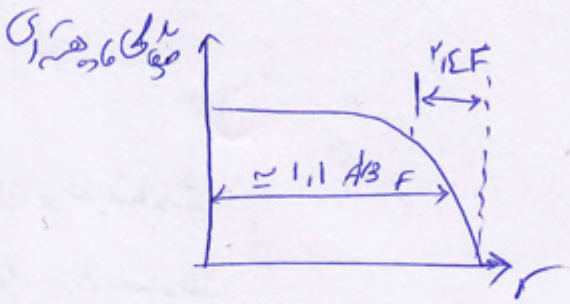
در صورتیکه گشتاور خارجی به سیستم اعمال نشود تکانه زاویه‌ای سیستم ثابت خواهد ماند.

گشتاور $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$

$\tau = 0 \Rightarrow L = cte$

www.Aiming.ir

خواص
- مستقل از زمان: جسم، اندازه، بار یا کمانه زاویه‌ای
- مستقل به زمان: واپاشی پرتوزا، شبه‌ذرات تکه‌ای




$1F = 10^{-13}\,cm = 10^{-15}\,m$

www.Aiming.ir



اصل طرد پائولی : دو فرمیون از یک نوع (مثلاً دو پروتون) نمی‌توانند حالتهای (ترازهای) انرژی یا اعداد کوانتومی یکسان را اشغال کنند .

برای ذرات زیراتمی دوگانگی

| جرم | انرژی |
|---|---|
| Mass | ⟷ Energy |
| Particle | ⟷ wave |
| ذره | موج |

وجود دارد.

طبق نظریه کوانتوم امواج الکترومغناطیس از ذرات (بسته ها) انرژی تشکیل شده اند که در فضا با سرعت $3\times10^{8}\ m/s$ حرکت می‌کنند. هریک از این بسته‌ها یک کوانتوم نام دارند و انرژی هر کوانتوم وابسته به بسامد آن است $E=h\nu$

$$h = 6.6\times10^{-34}\ J.s$$

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

یک کوانتوم از انرژی الکترومغناطیس فوتون نام دارد.

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$\rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$$

تکانه خطی فوتون $P = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ $\rightarrow E = P.c$

www.Aiming.ir



★ طول موج دوبروی : ( De Broglie )

در سال ۱۹۲٤ دوبروی فیزیکدان فرانسوی پیشنهاد داد تا به ذرات در حال حرکت خواص موج نسبت داده شود.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

طول موج دوبروی ← بیانگر خاصیت موجی

↓ بیانگر خاصیت ذره‌ای

معمولاً جهت کسب اطلاعات در مورد یک سیستم به آن موجی تابیده، و سپس با تحلیل اصول پراکندگی اطلاعاتی را در مورد آن سیستم بدست می‌آوریم. در میکروسکوپ‌ها هرچه موج تابیده شده طول موج کمتری داشته باشد قابلیت رویت ذرات ریزتر وجود دارد. مثلاً در میکروسکوپ نوری از نورآبی که طول موج کوتاهتری دارد استفاده می‌شود.

$\simeq 1.\text{mm}$

★ اصل عدم قطعیت : طبق فیزیک کلاسیک در صد در صد موفقیت، جرم، سرعت و نیروهای خارجی روی یک ذره مشخص باشد، تمامی دینامیک‌های سیستم مشخص می‌باشد. براساس مدل مکانیک موجی پیش‌بینی رفتار سیستم بصورت دقیق امکان‌پذیر نیست و احتمال، جایگزین قطعیت می‌شود

در سال ۱۹۲۷ هایزنبرگ اصل عدم قطعیت را ارائه داد که براساس آن نمی‌توان موفقیت دقیق و تکانه یک ذره در حال حرکت را در یک زمان خاص بصورت قطعی تعیین نمود. بالابردن دقت یک پارامتر، دقت پارامتر دیگر را کاهش خواهد داد طوریکه

$$\Delta x \cdot \Delta P \geq \frac{h}{2\pi} \quad \hbar$$

این عدم دقت ناشی از وسایل اندازه‌گیری نیست بلکه یک خاصیت ذاتی در طبیعت است.

— در سایر اندازه‌گیری‌ها هم این بحث وجود دارد. مثلاً در رابطه $E = h\nu$، برای تعیین دقیق $E$ باید (مقدار $\nu$) مشاهده سیستم را در مدت زمان طولانی $\Delta t$ انجام داد:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

— یا در اندازه‌گیری تکانه زاویه‌ای، با اندازه‌گیری یکی مولفه آن، مقدار دقیق سایر مولفه‌های تکانه زاویه‌ای را نمی‌توان تعیین کرد. یعنی

$$\Delta L_z \cdot \Delta \phi \geq \frac{\hbar}{2}$$

www.Aiming.ir

تأیید تجربی فرضیه دوبروی در سال ۱۹۲۷ در آزمایش‌های تامسون و دیویسون انجام شد. آنها ثابت کردند که الکترون‌ها (که ذره تلقی می‌شوند) رفتار موجی داشته و با طول موج دوبروی پراکنده می‌شوند.

★ نقص‌های نظریه دوبروی:

- نمی‌داند ذرات به مدت ثابت می‌مانند و با اعمال میدان خارجی تغییر می‌کند لذا طول موج آن هم تغییر می‌کند. لذا رابطه دوبروی فاقد توانایی لازم برای محاسبه رفتار دینامیکی امواج است.
- استفاده از مفاهیم کلاسیک: ذره کلاسیک با تکانه کاملاً مشخص و موج کلاسیک با طول موج کاملاً معین.

اما در مفهوم کوانتومی ذره را با موجی نشان می‌دهیم که در فضا گسترده است و معرف خاصی را نمی‌توان برای آن قائل شد. ذره کلاسیک در تمام آزمایش‌ها اندازه یکسان دارد ولی ذره کوانتومی نه؛ آزمایشی که انجام می‌دهیم اندازه متفاوتی خواهد داشت.

در مکانیک کوانتومی ذره به مجموعه‌ای از امواج با تکانه‌های حول مقدار $p_x$ (با عدم قطعیت $\Delta p_x$) اطلاق می‌گردد که فقط در ناحیه $\Delta x$ حول $x$ دامنه معقول و بزرگی دارد.

www.Aiming.ir



موج دوبروی یک تابع سینوسی است که اطلاعاتی را در مورد حرکت ذره به ما می‌دهد. اما شرودینگر شکل موج جامعتری راست: شکل سینوسی در قالب معادله شرودینگر ارائه داد.

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

$\psi = \psi(x,y,z,t)$ تابع موج ذره

$V = V(x,y,z,t)$ انرژی پتانسیل ذره

اگر $V$ مستقل از زمان باشد می‌توان متغیر فضا و زمان را از هم جدا کرد:

$$\psi = \psi(x,y,z)\,\tau(t)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\nabla^2\psi}{\psi} + V = \frac{i\hbar}{\tau}\frac{d\tau}{dt} = E$$ انرژی کل سیستم

$$\tau(t) = C e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$ معادله مستقل از زمان شرودینگر

معادله فوق در یک بعد بصورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi \\ k^2 = \dfrac{2m_0}{\hbar^2}(E - V(x)) \end{cases} \longrightarrow \psi = a e^{ikx} + b e^{-ikx}$$

ثابتهای $a$ و $b$ از شرایط مرزی بدست می‌آیند.

معادله شرودینگر یک معادله مقدار غیربستی است.

در سال ۱۹۲۶ بورن پیشنهاد داد که $\psi$ به عنوان یک موج ریاضی است و برای تعبیر فیزیکی آن از معادله زیر استفاده کرد:

$$\psi^*\psi\,dx\,dy\,dz = |\psi|^2\,dx\,dy\,dz$$

که $\psi^*$ مزدوج مختلط موج $\psi$ است. (یعنی $\psi = a+ib$ و $\psi^* = a-ib$ است.)

($|\psi|^2 dx$) احتمال حضور ذره در فاصله $x$ تا $x+dx$ عبارتست از: ($P(x)dx = \psi^*(x,t)\psi(x,t)\,dx$)

$P(x)$ تابع چگالی احتمال است. احتمال حضور ذره در فاصله $x_1$ و $x_2$ برابر: $\int_{x_1}^{x_2}\psi^*\psi\,dx$

www.Aiming.ir



عبارت فوق مبین احتمال پیدا کردن ذره در یک عنصر حجم $dxdydz$ است. بنابراین

- $\Psi$ باید تک مقداری و در همه جا پیوسته باشد و متناهی باشد.

- $\frac{d\Psi}{dx}$ باید پیوسته باشد. — اگر $V \to \infty$ ، $\Psi \to 0$

(دیگر)

(مشتق $\Psi$)

$$\int_{\text{تمام فضا}} |\Psi|^2 dxdydz = 1 \quad \rightarrow \text{Normalization condition}$$

www.Aiming.ir



* مقدار انتظاری (expected value) برای پارامترهای کوانتومی با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

مقدار حیشعد انتی

$$\langle f \rangle = \int \psi^* f \psi \, dx$$

از آنجا که در مکانیک کوانتومی با مقادیر آماری سروکار داریم، منابع در واقع با بیضی‌های آماری هستند. یکی از خبرهای ناخوشایند نظریه کوانتومی ناتوانی آن در پیش‌بینی قطعی نتیجه یک آزمایش است.

همچنین

همراه با هر تابع موج $\psi$ مفهوم چگالی جریان ذره را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right)$$

نکته‌ای که در رابطه بالا باید به آن اشاره کرد این است که اگر تابع موج بصورت

$$\begin{cases} \psi(x,t) = \psi(x) e^{-i\omega t} \\ \omega = \frac{E}{\hbar} \end{cases}$$

باشد در ضرب $\psi^* \psi$ عامل وابسته به زمان ($e^{i\omega t}$) حذف می‌شود

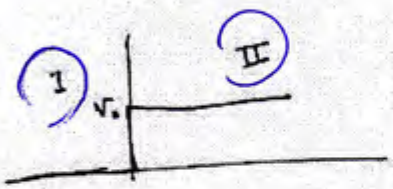
لذا هیچیک از پارامترهای حاصل شده وابستگی زمانی ندارد.

www.Aiming.ir



## ★ پتانسیل پله‌ای : $(E > V_0)$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & x > 0 \end{cases} \quad , V_0 > 0$$




ناحیه I برای $\frac{d^2\psi_1}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi_1$

$$\rightarrow \begin{cases} \psi_1(x) = \underbrace{Ae^{ik_1x}}_{\text{موج تابشی}} + \underbrace{Be^{-ik_1x}}_{\text{موج بازتابیده}} \\ k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \end{cases}$$

ناحیه II برای $\frac{d^2\psi_2}{dx^2} = -\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_2$

چون $E > V_0 \Rightarrow$ موج برگشتی ندارد

$$\begin{cases} \psi_2(x) = \underbrace{Ce^{ik_2x}}_{\text{موج عبوری}} + \cancel{De^{-ik_2x}} \\ k_2 = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}} \end{cases}$$

شرایط مرزی

$$\begin{cases} \psi_I(0) = \psi_{II}(0) \longrightarrow A + B = C + D \\ \frac{d\psi_I}{dx}(0) = \frac{d\psi_{II}}{dx}(0) \longrightarrow k_1(A-B) = k_2(C-D) \end{cases}$$

چون در ناحیه II جمله $D$ تغییر فیزیکی ندارد $\leftarrow D = 0$

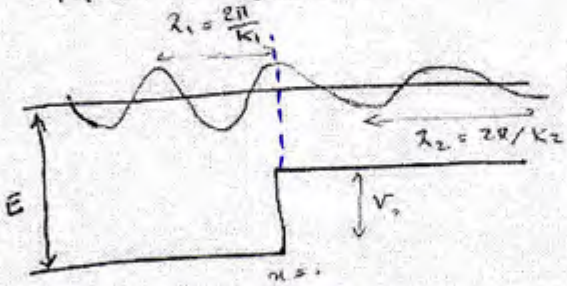
$$B = A\frac{1-\frac{k_2}{k_1}}{1+\frac{k_2}{k_1}} \quad , \quad C = A\frac{2}{1+k_2/k_1}$$

ضریب بازتاب $R$ ← تکلیف

$$= \frac{\text{جریان موج بازتابیده}}{\text{جریان موج تابشی}} = \frac{|J_{\text{بازتابیده}}|}{|J_{\text{تابشی}}|} = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{1-k_2/k_1}{1+k_2/k_1}\right)^2$$

ضریب عبور $T$

$$= \frac{k_2|C|^2}{k_1|A|^2} = \frac{4k_2/k_1}{(1+k_2/k_1)^2} \rightarrow \text{تمرین کوتاه بدهید}$$




جواب‌های نوسانی ← $E > V_0$

جواب نمایی ← $E < V_0$

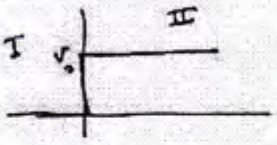
① فعالی جریان $j = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right)$

www.Aiming.ir



## پتانسیل پله‌ای ($E<V_0$)

$$V(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ V_0 & x>0\end{cases} \qquad V_0>0$$




ناحیه I
$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi_1$$

$$\begin{cases}\psi_1(x)=Ae^{ik_1x}+Be^{-ik_1x}\\ k_1=\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\end{cases}$$

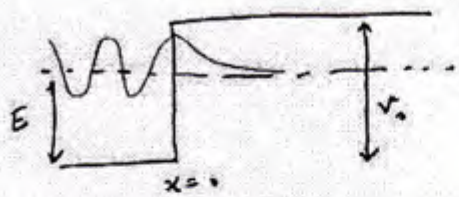
ناحیه II
$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}=\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)\psi_2$$

$$\begin{cases}\psi_2(x)=Ce^{k_2x}+De^{-k_2x}\\ k_2=\sqrt{\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}}\end{cases}$$

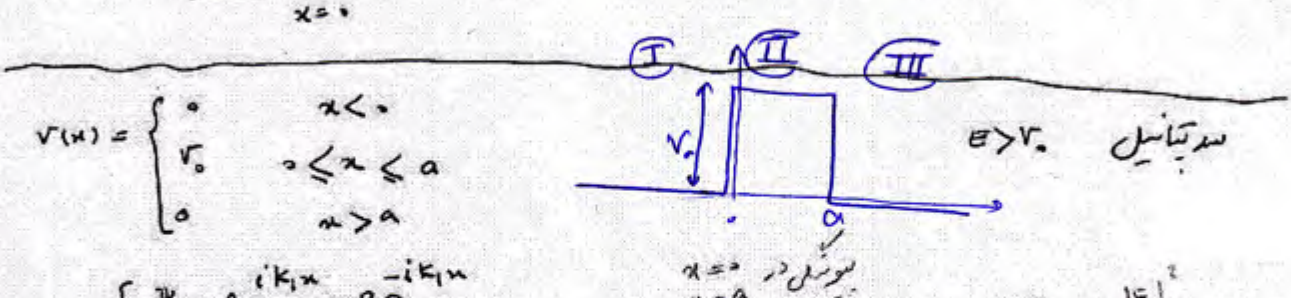
اگر $E>V_0$ جوابها نوسانی است
اگر $E<V_0$ جوابها نمایی است.

$x\to\infty \Rightarrow C=0$

جمله D نشانگر نفوذ تابع موج به ناحیه‌ای است که از دیدگاه کلاسیک ممنوع الورود است. بنابراین کوانتومی می‌تواند با تونل‌زنی مرز تا حدودی در ناحیه ممنوع پیشروی کند.




## سد پتانسیل $E>V_0$




$$V(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ V_0 & 0\le x\le a\\ 0 & x>a\end{cases}$$

$$\begin{cases}\psi_1=Ae^{ik_1x}+Be^{-ik_1x}\\ \psi_2=Ce^{ik_2x}+De^{-ik_2x}\\ \psi_3=Fe^{ik_3x}+Ge^{-ik_3x}\\ k_1=k_3=\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\\ k_2=\sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}\end{cases}$$

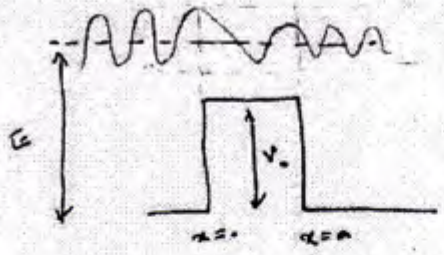
$$T=\frac{|F|^2}{|A|^2}$$

ضریب عبور $T=\dfrac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(E-V_0)}\sin^2 k_2a}$

تألیف

www.Aiming.ir






$\lambda_I = \lambda_{III}$

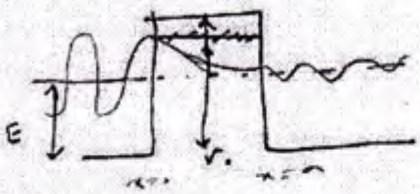
---

سد پتانسیل: $E < V_0$

$$\begin{cases} \psi_2 = Ce^{K_2 x} + De^{-K_2 x} \\ K_2 = \sqrt{\dfrac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \end{cases}$$

ضریب عبور $T = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{4}\dfrac{V_0^2}{E(V_0 - E)} \sinh^2 K_2 a}$

از نظر کلاسیک ضریب عبور باید صفر شود ولی به سوی می‌تواند در سد نفوذ کند و احتمال حضور ذره در آن سوی سد غیر صفر می‌شود. این پدیده را تونل در سد یا تونل زنی کوانتوم مکانیکی می‌گویند.




$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_1 = Ae^{iK_1 x} + Be^{-iK_1 x} \\ \psi_2 = Ce^{K_2 x} + De^{-K_2 x} \\ \psi_3 = Fe^{iK_3 x} + Ge^{-iK_3 x} \end{cases}$$

$$K_1 = K_3 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

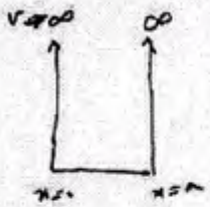
$$K_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

www.Aiming.ir



## ★ چاه پتانسیل نامتناهی:

$$V(x)=\begin{cases}\infty & x<0,\ x>a\\ 0 & 0\le x\le a\end{cases}$$




چون در دیواره‌ها ذره نمی‌تواند نفوذ کند

$$\begin{cases}\psi(x)=0\\ x>a,\ x<0\end{cases}$$

جواب معادله شرودینگر در داخل چاه، را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\psi = A\sin kx + B\cos kx$$

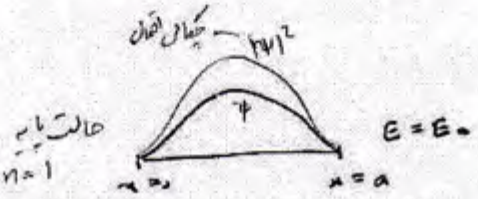
شرط پیوستگی
$$\begin{cases} x=0 \longrightarrow \psi=0 \Rightarrow B=0\\ x=a \longrightarrow \psi=0 \Rightarrow Ka=n\pi,\ n=1,2,\dots \end{cases}$$

مشخصه چاه نامتناهی تعداد حالتها (تراز‌ها) را نهایی است

از قبل می‌دانیم که $K=\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

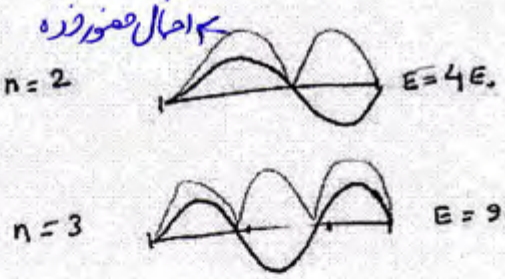
$$\Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2}a^2=n^2\pi^2 \Rightarrow E_n=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$$

لذا فقط مقادیر معینی از انرژی مجاز است یعنی انرژی کوانتیده است.




$$E_0=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$

احتمال حضور ذره ←




توابع موج متناظر حالتها (تراز‌ها) انرژی بصورت زیر است:

$$\psi_n=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a}$$

$$\int_0^a \psi\psi^* dx=1$$

پس همانگونه که دیدیم یک ذره با وسیله یک پتانسیل دره‌ای از فضا محبوس می‌شود، تابع موج آن حالتهای مقید دارد. برای این ذره فقط مجموعه‌ای از مقادیر گسسته انرژی مجاز است و تعداد این مقادیر مجاز انرژی را عمق چاه پتانسیل تعیین می‌کند.

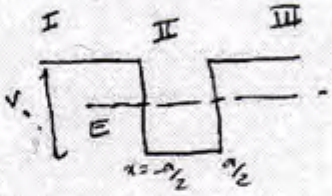
www.Aiming.ir



## ★ چاه پتانسیل متناهی:

$$V(x)=\begin{cases} V_0 & |x|>a/2 \\ 0 & |x|<a/2 \end{cases}$$

$E<V_0$




$$\begin{cases} \psi_1 = Ae^{k_1 x} + Be^{-k_1 x} & x<-a/2 \\ \psi_2 = Ce^{ik_2 x} + De^{-ik_2 x} & -a/2 \le x \le a/2 \\ \psi_3 = Fe^{k_1 x} + Ge^{-k_1 x} & x>a/2 \end{cases}$$

$$k_1=\sqrt{\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}}\ ,\ k_2=\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

شرایط مرزی: $x\to-\infty \Rightarrow B=0$ ، $x\to\infty \Rightarrow F=0$

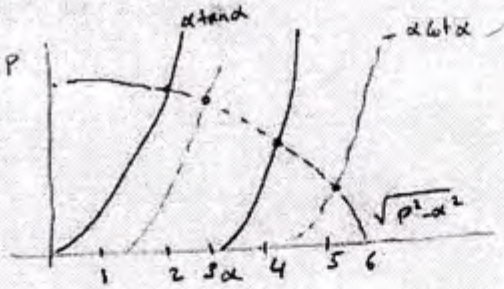
شرایط پیوستگی در $-a/2$ و $a/2$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_2 \tan\frac{k_2 a}{2} = k_1 \\ -k_2 \cot\frac{k_2 a}{2} = k_1 \end{cases}$$

$$\alpha=\frac{k_2 a}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha\tan\alpha=\sqrt{P^2-\alpha^2} \\ -\alpha\cot\alpha=\sqrt{P^2-\alpha^2} \end{cases}$$

$$P=\sqrt{\frac{mV_0 a^2}{2\hbar^2}}$$



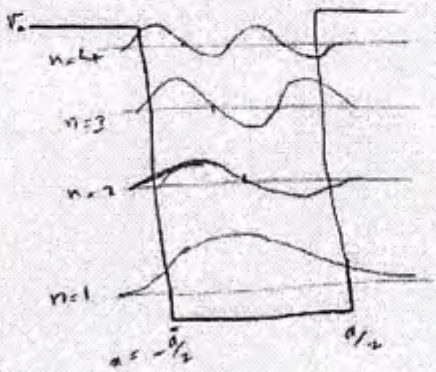

حل از طریق ترسیم:

مقدار جواب اشعاع P در نتیجه عمق $V_0$ تعیین می‌کند (برخلاف حالت چاه نامتناهی که در آن مقدار حالتها مقید بی‌نهایت بود).

لذا اگر $P<\pi/2$ باشد فقط یک حالت مقید داریم.

$\pi/2<P<\pi$ دو حالت مقید داریم. به همین ترتیب.

از مقدار حالتهای مقید می‌توانیم P و عمق چاه پتانسیل را بیابیم.




$$\begin{cases} E=\frac{k_2^2\hbar^2}{2m} \\ k_2=\frac{2\alpha}{a} \end{cases} \Rightarrow E=\frac{2\alpha^2\hbar^2}{ma^2}$$

$$V_0=\frac{2\hbar^2 P^2}{ma^2}$$

www.Aiming.ir



حل معادله شرودینگر در قسمت گردی (اگر پتانسیل فقط تابع r باشد) منجر به ظهور اعدادی صحیح به عنوان توابع موج نوکلئون حتماً می‌گردد. لذا به هر تابع موج یک عدد کوانتومی مبین تکانه زاویه‌ای o نسبت داد.

در فیزیک کلاسیک تکانه زاویه‌ای L ذره‌ای که با تکانه خطی P در مکان r نسبت به یک مبدأ در حال حرکت است چنین تعریف می‌شود:

$$L = r \times P$$

در مکانیک کوانتومی، $L^2$ expected value به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle L^2 \rangle = \hbar^2 l(l+1)$$

همانطور که گفته شد به هر تابع موج یک مقدار l اختصاص داده می‌شود که به ازای آن یک نماد تعریف می‌گردد:

| l | نماد |
|---|---|
| ۰ | s |
| ۱ | p |
| ۲ | d |
| ۳ | f |
| ۴ | g |
| ۵ | h |
| ۶ | i |

می‌توانیم جهت L را به درستی تعیین کنیم زیرا طبق اصل عدم قطعیت در هر لحظه فقط یکی از مولفه‌های L را می‌توان تعیین کرد. لذا فقط مولفه z تکانه زاویه‌ای L را انتخاب می‌کنیم.

$$\begin{cases} \langle L_z \rangle = \hbar m_l \\ m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l \end{cases}$$

برای توصیف کامل حالت یک الکترون (نوکلئون) یک عدد کوانتومی اسپین به آن نسبت می‌دهیم:

$$\begin{cases} \langle S^2 \rangle = \hbar^2 s(s+1) \\ \langle S_z \rangle = \hbar m_s \\ m_s = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

تکانه زاویه‌ای کل $j = l + s$ $\rightarrow$

$$\begin{cases} \langle j^2 \rangle = \hbar^2 j(j+1) \\ \langle j_z \rangle = \langle l_z + s_z \rangle = \hbar m_j \\ m_j = m_l + m_s = m_l \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

www.Aiming.ir

★ عدد کوانتومی اصلی تراز انرژی را مشخص می کند. بنابراین انرژی تراز فقط تابع $n$ و بسیار

اعداد کوانتومی دیگر $l$ و $m_l$ بستگی ندارد. تعداد حالتهای هر تراز $n^2$ است (بدون در نظر گرفتن اسپین)

مثلاً برای تراز $n=1$ فقط $\begin{cases} n=1 \\ l=0 \\ m_l=0 \end{cases}$

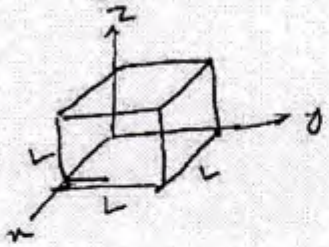
www.Aiming.ir



$\int_{\text{تمام فضا}} |\psi|^2 \, dx\,dy\,dz = 1$ → Normalization condition

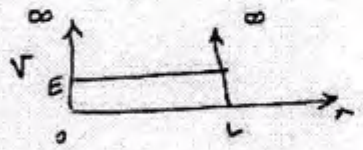
مثال ۱ از حل معادله شرودینگر:

* ذره در جعبه مکعبی شکل




پتانسیل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < L \\ \infty & x \geq L \end{cases}$$




جداسازی متغیرها در مختصات کارتزین

$$\psi(x,y,z) = X(x)\,Y(y)\,Z(z)$$

با جایگذاری معادله شرودینگر، فرم زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + \frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = -k^2$$

که ثابت $k^2$ با توجه به صفر بودن پتانسیل و ثابت بودن انرژی $E$ در داخل:

$$k^2 = \frac{2m_0 E}{\hbar^2}$$

هر یک از جملات سمت چپ معادله فوق می‌توانند یک مقدار ثابت مثبت دار:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -k_x^2 \longrightarrow k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$$

$\Longrightarrow$ جواب معادله دیفرانسیل فوق به صورت $X = a_x e^{ik_x x} + b_x e^{-ik_x x}$

شرایط مرزی $\begin{cases} X(0) = 0 \\ X(L) = 0 \end{cases}$ با توجه به $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$X(0) = 0$ → حذف کسینوس‌های موجود $\Longrightarrow X = A_x \sin k_x x$

$X(L) = 0 \longrightarrow k_x = n_x \frac{\pi}{L}$

www.Aiming.ir



بنابراین با روش جداسازی متغیرها برای x و y و z

$$\psi = A \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z$$

لذا در هر جهت یک موج ساده دوگردی با طول موج زیر خواهیم داشت:

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} \longrightarrow \lambda_x = \frac{2\pi}{k_x} \longrightarrow \lambda_x = \frac{2L}{n_x}$$ ثابت موج

شکل موج فوق نشاندهنده امواج ایستاده در جعبه است که گره (صفرهای) بر روی دیواره جعبه دارد.

ثابت A از شرط زیر بدست می‌آید:

$$\int_{\text{جعبه}} |\psi|^2 dx dy dz = 1$$

$$A^2 \int_0^L \sin^2 \frac{n_x \pi x}{L} dx \int_0^L \sin^2 \frac{n_y \pi y}{L} dy \int_0^L \sin^2 \frac{n_z \pi z}{L} dz = A^2 \left(\frac{L}{2}\right)^3 = 1$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2}$$

بنابراین $$\psi = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin \frac{n_x \pi x}{L} \sin \frac{n_y \pi y}{L} \sin \frac{n_z \pi z}{L}$$

$n_x, n_y, n_z \neq 0$

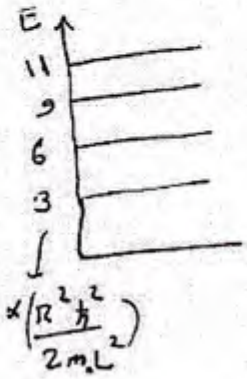
روابط قبلی

$$\begin{cases} K^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \\ K_x^2 = \dfrac{n_x^2 \pi^2}{L^2} \\ K^2 = \dfrac{2m_0 E}{\hbar^2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{E = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 L^2}}$$

بنابراین ذره درون جعبه بر روی ترازهای انرژی اجازه حرکت دارد.

همچنین نگاه نزدیک به ساختار ذره هم مقادیر گسسته‌ای دارد.

| تعداد تراز | $n_x^2+n_y^2+n_z^2$ | $n_x$ $n_y$ $n_z$ |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 1 1 |
| 3 | 6 | 1 1 2 |
| 3 | 9 | 1 2 2 |
| 3 | 11 | 1 1 3 |
| 1 | 12 | 2 2 2 |




$\left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_0L^2}\right) = \begin{cases} 30\,eV & \text{برای الکترون نشان داده شده} \\ 6\,MeV & \text{برای نوکلئون داخل هسته} \end{cases}$

www.Aiming.ir



★ سؤال: آیا با دانستن کامل ریاضی تابع موج ذره، می‌توان به موقعیت ذره دقیق حتمی رسید؟

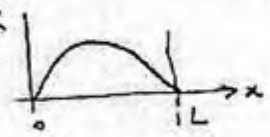
اگر مولفه $x$ تکانه خطی ذره $P_x$ باشد، به علت عدم شخص بودن جهت حرکت ذره:

$$\Delta P_x \simeq 2P_x$$

$$K_x = \frac{P_x}{\hbar} \rightarrow P_x = K_x \hbar$$

در پائین‌ترین تراز انرژی: $n_x = n_y = n_z = 1$

$$\Delta x \leq L$$




$$\rightarrow \Delta P_x \cdot \Delta x = 2K_x \hbar L$$

$$= 2\left(\frac{\pi}{L}\right)\hbar L = \hbar \times 2\pi = h \Rightarrow \Delta P_x \cdot \Delta x \simeq h$$

بانترپت

---

★ معادله شرودینگر در مختصات کروی به صورت زیر در می‌آید:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}\right]$$

$$+U(r,\theta,\phi)\psi = E\psi$$

اگر متغیرهای تابع موج را جدا شدنی و به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\psi(r,\theta,\phi) = R(r)\,\Theta(\theta)\,\Phi(\phi)$$

$R(r)$: تابع شعاعی، $\Theta(\theta)$: تابع قطبی، $\Phi(\phi)$: تابع سمتی

همانطور که در حالت یک بعدی معادله موج تابعی از عدد کوانتومی $n$ بود، در حالت ۳ بعدی معادله موج تابع ~ عدد کوانتومی به صورت زیر خواهد بود.

$$\psi_{n,l,m_l}(r,\theta,\phi) = R_{n,l}(r)\,\Theta_{l,m_l}(\theta)\,\Phi_{m_l}(\phi)$$

★ اعداد کوانتومی و مقادیر مجاز آن‌ها به صورت زیر هستند:

$n \leftarrow$ عدد کوانتومی اصلی: ۱ و ۲ و ۳ و ...

$l \leftarrow$ عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای: ۰ و ۱ و ۲ و ... $(n-1)$

$m_l \leftarrow$ عدد کوانتومی مغناطیسی: ۰ و $\pm 1$ و $\pm 2$ و ... $\pm l$

www.Aiming.ir



★ پاریته: عمل پاریته نسبت به مبدأ ایجاد انعکاس می‌کند. $r \to -r$

مختصات دکارتی
$\begin{cases} x \to -x \\ y \to -y \\ z \to -z \end{cases}$

مختصات کروی
$\begin{cases} r \to r \\ \theta \to \pi - \theta \\ \phi \to \phi + \pi \end{cases}$

اگر سیستمی تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند در اینصورت هیچ یک از خواص قابل مشاهده، آن در اثر انعکاس تغییر نمی‌کند. مقادیری که برای کمیتهای قابل مشاهده، اندازه‌گیری می‌کنیم با $|\psi|^2$ سنجیده دارد.

اگر $|\psi(r)|^2 = |\psi(-r)|^2 \iff V(r) = V(-r)$

— اگر $|\psi(r)|^2 = |\psi(-r)|^2$ آنگاه $\psi(-r) = \pm \psi(r)$

پاریته توابع موج یکی از دو اثر زیر را خواهد داشت:

$\begin{cases} \psi(-r) = \psi(r) & \text{پاریته زوج یا مثبت} \\ \psi(-r) = -\psi(r) & \text{پاریته فرد یا منفی} \end{cases}$

اگر $V(r)$ تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند آنگاه، تابع موجها یا حالت مانا یا زوج یا فرد باشند. حالت آمیخته مجاز نیست.

تابع موج سیستمی که از تعدادی ذره تشکیل شده باشد، از حاصلضرب تابع موجهای تک تک ذرات آن بدست می‌آید.

به هر حالت هسته‌ای می‌توان یک پاریته اختصاص داد. علامت پاریته را معمولاً همراه انگار زاویه‌ای کل حالت مورد نظر نشان می‌دهند. (ترازها) (تابع موج با اعداد کوانتومی مشخص) $(\frac{5}{2})^+$ یا $(\frac{3}{2})^-$

— اگر $|\psi(r)|^2 \neq |\psi(-r)|^2$ باشد آنگاه، $V(r) \neq V(-r)$ و سیستم نسبت به پاریته ناوردا نیست.

در برخی از واپاشی‌ها، واکنش‌ها و فرایندها پاریته حفظ نمی‌شود و پاریته کسری است.

در عمل به هر هسته یک عدد زاویه‌ای کل و یک پاریته کل نسبت می‌دهیم.

www.Aiming.ir

a. Emadi1110@gmail.com عماد عمادی

m. altaha@srbiau.ac.ir طاها علی

www.Aiming.ir

(14)



- واکنش های هسته ای

هرگاه ذرات انرژی دار حاصل از یک راکتور یا شتابدهنده (یا یک چشمه رادیواکتیو) به توده ای از ماده برخورد کند، این امکان وجود دارد که واکنش هسته ای صورت گیرد.

- اولین واکنش هسته ای اولین بار توسط رادرفورد در سال ۱۹۱۹ مشاهده گردید:

$$\alpha + {}^{14}N \rightarrow {}^{17}O + p$$

- همچنین اولین واکنشی که توسط شتابدهنده انجام گرفت:

$$p + {}^{7}Li \rightarrow {}^{4}He + \alpha$$

1

- در بیشتر واکنشهای هسته ای با پرتابه سبک $A \leq 4$ سروکار داریم. واکنش هایی نیز با یونهای سنگین شتابدار $A \leq 40$ انجام می شود. برخی از واکنشها نیز با باریکه ذرات سنگین نظیر اورانیوم انجام می پذیرد.
- از نظر انرژی با واکنشهایی سروکار داریم که انرژی پایین هستند یعنی کمتر از 10MeV به ازای هر نوکلئون هستند. در گستره 100MeV تا 1GeV (گستره انرژی میانی) تولید مزون اتفاق می افتد و پروتونها و نوترونها می توانند به یکدیگر تبدیل شوند. در انرژی های بالاتر حتی می توان آرایش کوارکها که اجزای تشکیل دهنده نوکلئونها هستند را تغییر داد.

2

www.Aiming.ir



- انواع واکنش های هسته ای
- یک واکنش هسته ای معمولا به شکل زیر نوشته می شود:
- $a + X \rightarrow Y + b$
- یا
- $X\,(a, b)\,Y$
- که در آن a پرتابه شتابدار، X هسته هدف (معمولا ساکن در آزمایشگاه)، و b و Y ، محصولات شکافت هستند.
- عموما a و b را نوکلئونها یا هسته های سبک تشکیل می دهند.
- معمولا Y محصول سنگینی است که در هدف متوقف می شود و قابل آشکارسازی نیست ولی b ذره سبکی است که می تواند آشکارسازی شود.
- هرگاه b یک پرتو گاما باشد، واکنش را گیراندازی تابشی می نامند.
- هرگاه a یک پرتو گاما باشد، واکنش را فوتونی هسته می نامند



- **طبقه بندی واکنشها از لحاظ نوع ذرات**
- **الف- واکنش پراکندگی** : ذرات فرودی و خروجی یکسان هستند، که در این صورت X و Y نیز هسته های یکسانند. خود واکنش پراکندگی به دو نوع تقسیم می شود:
- **پراکندگی کشسان** : Y و b در حالتهای پایه خود قرار دارند.
- **پراکندگی ناکشسان**: Y و b در حالتهای برانگیخته قرار دارند.
- **ب- واکنش اخراجی** : a و b ذراتی یکسان هستند، اما نوکلئون دیگری نیز جداگانه پرتاب می شود ( در حالت نهایی سه ذره وجود دارند).
- **ج – واکنش انتقالی** : یک یا دو نوکلئون بین پرتابه و هدف مبادله می شود. مثلا دوترون ورودی به پروتون یا نوترون خروجی تبدیل می شود، لذا نوکلئونی به هدف X اضافه شده و Y راتشکیل می دهد.

www.Aiming.ir



- **طبقه بندی واکنشها بر اساس سازوکار حاکم بر فرایند:**

**الف- واکنشهای مستقیم** : تعداد خیلی کمی از نوکلئونها در واکنش شرکت دارند و سایر نوکلئونها در واکنش شرکت نمی کنند. (در واقع واکنشهای انتقالی زیر گروه مهمی از این دسته هستند). از این واکنش ها می توان برای بررسی ساختار پوسته ای هسته ها استفاده کرد.

**ب- واکنشهای هسته مرکب** : هسته های ورودی و هدف موقتا در هم ادغام می شوند و تقسیم کامل انرژی انجام می شود.

**مشاهده پذیرها**

- تکنیکهایی هستند که می توان:

انرژی ذرات خروجی را با دقت زیاد اندازه گیری کرد

راستای گسیل ذره خروجی را می توان تعیین کرد و با شمارش تعداد ذرات گسیل شده در زوایای مختلف، توزیع زاویه ای آنرا بدست آورد.

با تعیین احتمال مشاهده ذره b با انرژی مشخص و در زاویه معین، سطح مقطع جزیی بدست می آید. با انتگرال گیری از این سطح مقطع روی تمام زوایا سطح مقطع گسیل ذره در انرژی معین بدست می آید و با انتگرال گیری از آن روی تمام انرژی های b سطح مقطع کل که همان احتمال تشکیل هسته Y در واکنش است، حاصل می شود.

با انجام آزمایش های قطبش، اسپین هسته محصول Y و وابستگی اسپینی سطح مقطع واکنش را استنباط نمود.

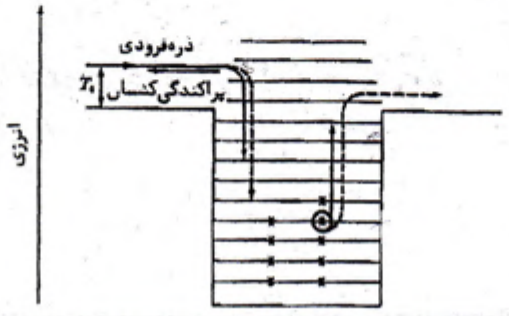
تابشهای گاما یا الکترونهای تبدیل (حاصل از واپاشی حالتهای برانگیخته Y) و توزیع زاویه ای آنها را آشکارسازی نمود. با استفاده از این اطلاعات می توان پی برد این تابشها از کدام حالت برانگیخته ناشی شده است.

www.Aiming.ir



★ نظریه وایسکوف (weisskopf)

- وقتی ذره فرودی به لبه پتانسیل هسته ای می رسد:
- ① انعکاس جزیی تابع موج (پراکندگی کشسان)
- ② بخشی از تابع موج که وارد هسته می شود دستخوش جذب می شود. اولین مرحله در فرآیند جذب مشتمل بر برخورد دو جسم است. اگر ذره فرودی یک نوکلئون منفرد باشد، با یک نوکلئون هسته بر هم کنش کرده و آنرا به یک تراز انرژی پر نشده می برد. اگر نوکلئون مورد اصابت هسته را ترک کند یک واکنش مستقیم رخ می دهد. (احتمال رخداد در انرژی های زیاد است)



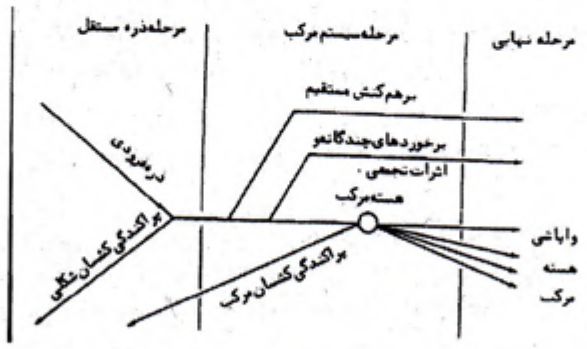

7

- ③ برخوردهای چندگانه و بردن هسته به حالت تجمعی برانگیخته (تقسیم انرژی بین نوکلئون های هسته و بردن آنها به ترازهای برانگیخته )
- ④ تشکیل هسته مرکب که واپاشی آن مستقل از نحوه تشکیل آن باشد. در اینصورت ممکن است ذره فرودی یا ذره ای از همان نوع با همان انرژی از هسته مرکب گسیل شود. (پراکندگی کشسان مرکب)

8

www.Aiming.ir

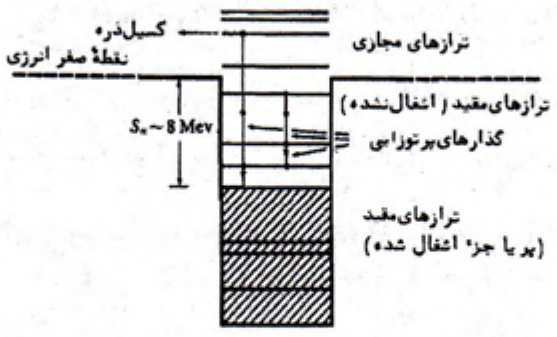





رشته مراحل یک واکنش هسته ای بر طبق نظریه وایسکوف

9

- با تغییر انرژی ذره فرودی، امکان تناظر آن با یک تراز مجازی از پتانسیل هسته ای وجود دارد. در اینصورت احتمال واکنش هسته ای دارای یک تشدید پتانسیلی است.




10

www.Aiming.ir



## قوانین پایستگی

- در واکنشهای هسته ای این قوانین پایستگی کاربرد دارند:
- ۱- انرژی کل (می توان با اندازه گیری انرژی b انرژی برانگیختگی حالتهای Y یا اختلاف جرم X و Y رابدست آورد)
- ۲- تکانه خطی
- ۳- تکانه زاویه ای (می توان اسپین حالتهای هسته ای را از آن نتیجه گرفت)
- ۴- عد پروتونی و عدد نوترونی (در انرژی های بالاتر که مزون تولید می شود عدد نوکلئونی کل پایسته است ولی در انرژی های پایین پایستگی عدد نوترونی و عدد پروتونی را بطور همزمان وجود دارد)
- ۵- پاریته (پاریته خالص قبل از واکنش باید با پاریته خالص بعد از آن مساوی باشد، لذا می توان پاریته نامعلوم حالتهای برانگیخته را بدست آورد)

11

## انرژی واکنشهای هسته ای

- طبق پایستگی انرژی نسبیتی کل، برای واکنش X (a, b) Y ، خواهیم داشت:

$$a + X \rightarrow b + Y$$

- $M_x c^2 + T_x + m_a c^2 + T_a = m_Y c^2 + T_Y + m_b c^2 + T_b$

- در رابطه فوق، Tها انرژیهای جنبشی و mها جرمهای سکون اند.
- مقدار Q واکنش برابر است با:

- $Q = (m_i - m_f) = (m_x + m_a - m_Y - m_b)\, c^2$

$$Q = (T_f + T_i) = T_Y + T_b - T_X - T_a$$

12

www.Aiming.ir



- مقدار Q ممکن است مثبت ، منفی یا صفر باشد.

- **اگر $Q>0$ ، یعنی $(m_i > m_f)$ یا $(T_f > T_i)$ در اینصورت واکنش گرما زا است.** در این حالت جرم هسته ای یا انرژی بستگی بصورت انرژی جنبشی محصولات نهایی آزاد می شود.

- **اگر $Q<0$ ، یعنی $(m_i < m_f)$ یا $(T_f < T_i)$ واکنش گرما گیر است.** در این حالت انرژی جنبشی اولیه در شکل جرم هسته ای یا انرژی بستگی ظاهر می شود.

13

- **مثال**
- مقدار Q واکنش زیر را به دست آورید
- $P + {}^7Li \rightarrow {}^4He + {}^4He$
- و نوع واکنش از لحاظ گرمازا یا گرماگیر بودن را بیان کنید.
- **جواب**
- با توجه به جرمهای اتمی ، جرم کل اولیه ذرات برابر است با:
- $m_i = 1.007825\ u + 7.016003\ u = 8.023828\ u$
- و جرم کل نهایی برابر است با:
- $m_f = 2(4.002602\ u) = 8.005204\ u$
- مقدار Q واکنش برابر است با:

- $\Delta m = m_i - m_f = 8.023828 - 8.005204 = 0.018624\ u$
- $Q = (\Delta m)\, c^2 = 0.018624 \times 931.5 = 17.35\ MeV$
- چون $Q>0$، واکنش گرما زا است.

14

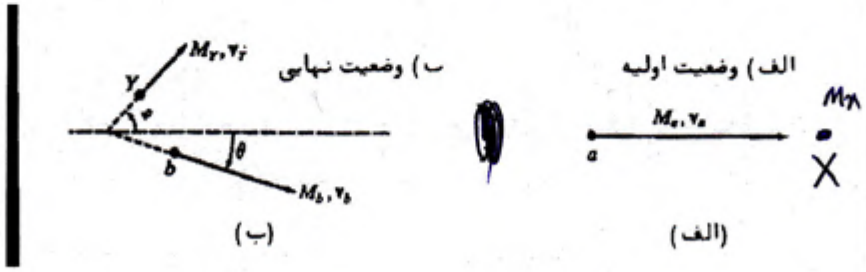
www.Aiming.ir



- در مختصات آزمایشگاه
- پایستگی انرژی

$$M_a C^2 + T_a + M_X C^2 = M_b C^2 + T_b + M_Y C^2 + T_Y$$
$$Q = T_b + T_Y - T_a = [M_a + M_X - (M_b + M_Y)]C^2$$

- شرط لازم برای انجام واکنش $T_b + T_Y \geq 0$ یا $Q + T_a \geq 0$




(ب) (الف)

15

- مقدار Q را می توان از طیف نمایی جرمی یا با اندازه گیری انرژی های جنبشی تعیین کرد.
- بنابراین با فرض معلوم بودن Q می خواهیم رابطه ای را بین سایر پارامترها (TY, Tb, φ, θ) برقرار کنیم. بدین منظور از پایستگی تکانه خطی داریم:

$$M_a v_a = M_Y v_Y \cos\phi + M_b v_b \cos\theta$$
$$0 = M_Y v_Y \sin\phi - M_b v_b \sin\theta$$

- با توجه به اینکه $Mv = \sqrt{2MT}$
- روابط فوق بصورت زیر بازنویسی می شوند:

$$(M_a T_a)^{\frac{1}{2}} - (M_b T_b)^{\frac{1}{2}} \cos\theta = (M_Y T_Y)^{\frac{1}{2}} \cos\phi$$
$$(M_b T_b)^{\frac{1}{2}} \sin\theta = (M_Y T_Y)^{\frac{1}{2}} \sin\phi$$

- با مربع کردن دو معادله و جمع آنها داریم:

$$M_a T_a - 2\sqrt{M_a T_a M_b T_b}\cos\theta + M_b T_b = M_Y T_Y$$

- با حذف $T_Y$ داریم:

$$Q = T_b(1 + \frac{M_b}{M_Y}) - T_a(1 - \frac{M_a}{M_Y}) - \frac{2}{M_Y}\sqrt{M_a T_a M_b T_b}\cos\theta$$

16

www.Aiming.ir





- رابطه فوق را می توان به صورت زیر نوشت:

$$T_b^{\frac{1}{2}} = \frac{(M_a M_b T_a)^{\frac{1}{2}} \cos\theta \pm \{M_a M_b T_a \cos^2\theta + (M_Y + M_b)[M_Y Q + (M_Y - M_a)T_a]\}^{\frac{1}{2}}}{M_Y + M_b}$$

- در شکل زیر این رابطه برای واکنش $^3H(p,n)^3He$
- که در آن Q=-763.75KeV است رسم شده است. بجز برای ناحیه انرژی کوچک بین 1.019 تا 1.147 مگا الکترون ولت، بین θ و $T_b$ تناظر یک به یک وجود دارد. یعنی با ثابت نگه داشتن انرژی فرودی و انتخاب مقدار θ برای مشاهده ذرات خروجی، انرژی آن هم انتخاب می شود.
- یک مقدار کمینه برای $T_a$ وجود دارد که کمتر از آن واکنش غیر ممکن است (این موضوع فقط برای Q<0 رخ می دهد.) به این مقدار انرژی آستانه $T_{th}$ می گویند. مقدار آستانه به ازای θ=0 در نتیجه φ=0 رخ می دهد.
-

$$T_{th} = (-Q)\frac{M_Y + M_b}{M_Y + M_b - M_a}$$

17

$^3H + p \rightarrow {}^3He + n \qquad Q = -۷۶۳٫۷۵ \text{ KeV}$

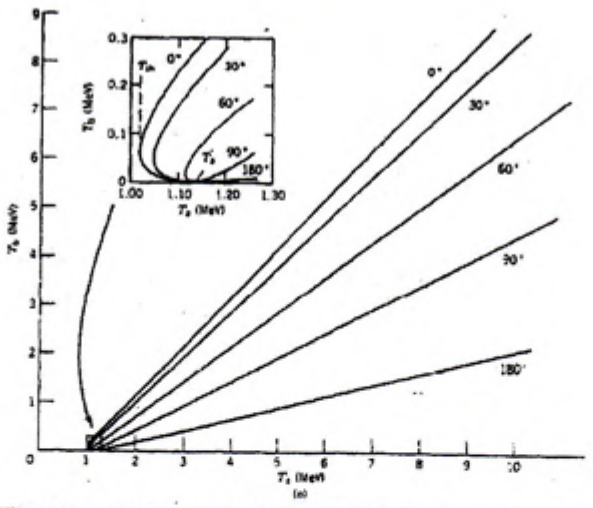



**Figure 11.2** (a) $T_b$ vs $T_a$ for the reaction $^3H(p,n)^3He$. The inset shows the region of double-valued behavior near 1.0 MeV.

18

www.Aiming.ir



- اگر $Q>0$ باشد، شرط آستانه ای وجود ندارد و برای انرژی های بسیار کوچک نیز واکنش انجام می شود. (مقداری انرژی برای غلبه بر سد کولنی لازم است.)
- برای انرژی های تابشی بین $T_{th}$ و حد فوقانی $T'_a$ دو مقدار برای $T_b$ خواهیم داشت.

$$T'_a = (-Q)\frac{M_Y}{M_Y - M_a}$$

- این فرآیند نیز فقط برای واکنش های با $Q<0$ می باشد.
- یک زاویه بیشینه $\theta_m$ وجود دارد که به ازای آن، این رفتار دو مقداره قابل مشاهده است. این زاویه با صفر کردن عبارت زیر رادیکال در رابطه مربوط به $T_a$ بدست می آید.
- $$\cos^2\theta_m = \frac{(M_Y + M_b)[M_Y Q + (M_Y - M_a)T_a]}{M_a M_b T_a}$$

19

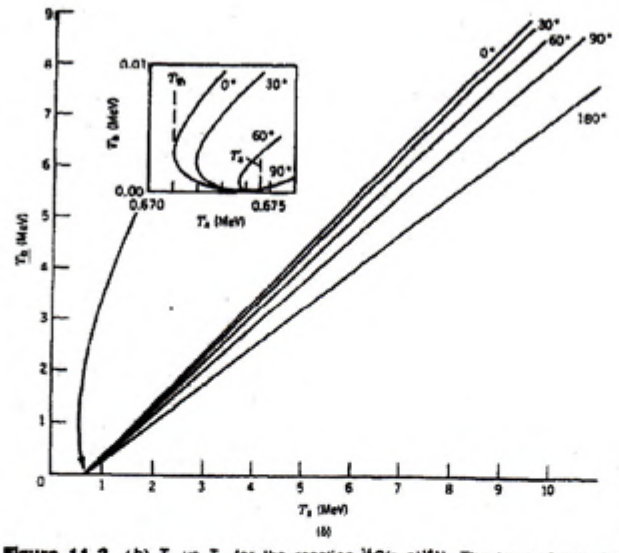



**Figure 11.2** (*b*) $T_a$ vs $T_b$ for the reaction $^{14}C(p,n)^{14}N$. The inset shows the double-valued region.

20

www.Aiming.ir



- همانگونه که گفته شد واکنشهای با $Q>0$ نه دارای آستانه هستند نه رفتار دو مقداره. این مطلب را می توان با معکوس کردن واکنش های $Q<0$ و رسم منحنی آنها درک کرد.

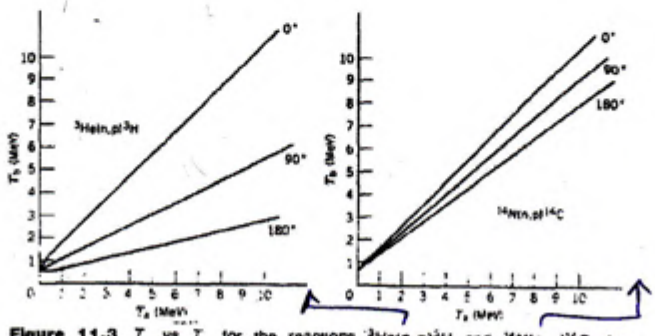



**Figure 11.3** $T_a$ vs $T_b$ for the reactions $^3$He(n, p)$^3$H and $^{14}$N(n, p)$^{14}$C. No double-valued behavior occurs.

21

- هر گاه واکنش به حالتهای برانگیخته $Y$ منجر شود، معادله مقدار $Q$ جرم-انرژی حالت برانگیخته را نیز شامل می شود:

$$Q_{ex} = (M_X + M_a - M_Y^* - M_b)c^2 = Q_0 - E_{ex}$$

- که در آن $Q_0$ مقدار $Q$ مربوط به حالت پایه $Y$ است و

$$M_Y^* c^2 = M_Y c^2 + E_{ex}$$

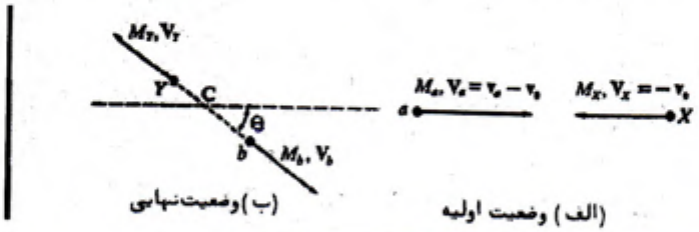
- را به عنوان جرم-انرژی حالت برانگیخته می باشد. $E_{ex}$ انرژی برانگیختگی بالاتر از حالت پایه است. بزرگترین مقدار مشاهده شده $T_b$ معمولاً برای واکنش هایی است که به حالت پایه منجر می شوند.مقادیر کوچکتر $T_b$ به حالتهای برانگیخته بالاتر مربوط می شوند.

www.Aiming.ir



سیستم مرکز جرم (Center of Mass)

در سیستم آزمایشگاه، ذره هدف ساکن فرض شد ولی در سیستم مرکز جرم، مرکز جرم ساکن فرض می شود.




(ب) وضعیت نهایی

(الف) وضعیت اولیه

انرژی جنبشی مرکز جرم برابر است با:

$$T_{C.M.} = \frac{1}{2}(M_a + M_X)v_0^2$$

که در آن v0 سرعت مرکز جرم است و از رابطه زیر بدست می آید:

$$M_a V_a = (M_a + M_X)v_0 \rightarrow v_0 = \frac{M_a}{M_a + M_X}v_a$$

همچنین بر اساس پایستگی تکانه خطی داریم:

$$M_b V_b = M_Y V_Y$$

انرژی جنبشی ذرات اولیه T0 را می توان به دو روش زیر بدست آورد:

$$\begin{cases} T_0 = T_a - T_{C.M} \\ T_0 = \frac{1}{2}M_a V_a^2 + \frac{1}{2}M_X V_X^2 \end{cases}$$

23

از روابط بالا می توان انرژی جنبشی ذرات اولیه را بصورت زیر بدست آورد:

$$T_0 = \frac{M_X}{M_a + M_X}T_a$$

انرژی حاصل از واکنش بصورت زیر بدست می آید:

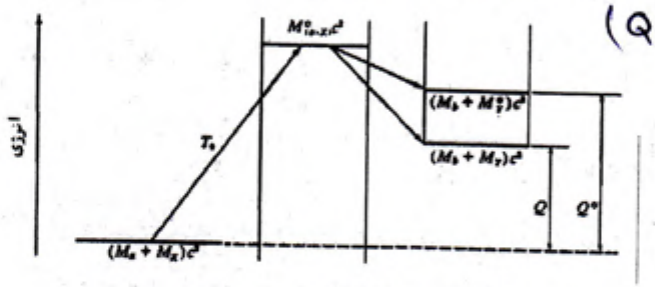
$$Q + T_0 = \frac{1}{2}M_b V_b^2 + \frac{1}{2}M_Y V_Y^2$$

شرط لازم و کافی برای انجام واکنش بصورت زیر می باشد:

$$Q + T_0 \geq 0 \rightarrow T_a \geq \frac{-Q(M_a + M_X)}{M_X}$$

در مورد یک واکنش گرماگیر، این معادله انرژی آستانه واکنش را می دهد.

(Q<0)




یک واکنش هسته ای گرماگیر در سیستم مرکز جرم

24

www.Aiming.ir



$X + a \rightarrow Y + b$

پایستگی تکانه زاویه ای در واکنش X(a,b)Y

$$I_a + I_X + \ell_{a,X} = I_b + I_Y + \ell_{b,Y}$$

تکانه زاویه‌ای مداری — تکانه زاویه‌ای کل در ابتدا

که در آن I تکانه زاویه ای کل هر هسته (به واحد ħ) و ℓ تکانه زاویه ای مداری هر زوج از ذرات حول مرکز جرم است. از نقطه نظر کلاسیک برای یک سیستم دو ذره ای این تکانه برابر است با

$$M_0 v \times r$$

تکانه سیستم دو ذره‌ای

که در آن V سرعت نسبی ذرات، r بردار مکان نسبی یک ذره نسبت به دیگری و M0 جرم کاهش یافته است.

$$M_0 = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$$

جرم کاهش یافته

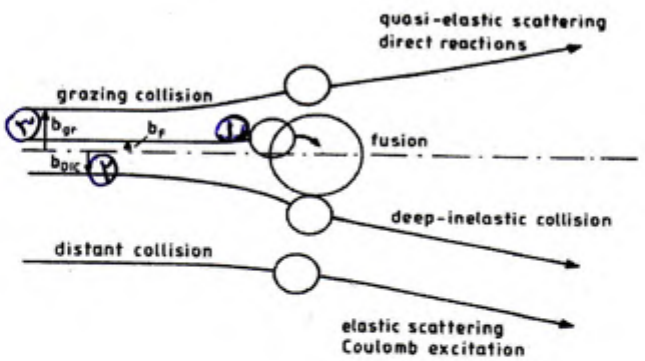
پایستگی پاریته ایجاب می کند تا:

$$\pi_a \pi_X (-1)^{\ell_{a,X}} = \pi_b \pi_Y (-1)^{\ell_{b,Y}}$$

که در آن π پاریته هر تراز هسته ای موجود در واکنش است.
قوانین پایستگی فوق محدودیتهایی را بر احتمال انجام واکنش اعمال می کند.

25

- نوع واکنش به جرم هسته‌های پرتابه و هدف و نیز انرژی پرتابه بستگی دارد.
- شکل زیرخلاصه‌ای از طبقه‌بندی واکنشها را برحسب پارامتر برخورد (b) نشان می‌دهد.




26

پارامترهای برخورد

کوتاه ① ← $b_F$ ← تشکیل هسته مرکب یا همجوشی

متوسط ② ← $b_{DIC}$ ← واکنش های ناکشسان شدید

بزرگ ③ ← $b_{gr}$ ← واکنش های کمی ناکشسان (شبه کشسان یا واکنش های سطحی)

خیلی بزرگ ← برخوردهای کشسان یا برانگیختگی های کولنی

www.Aiming.ir



- پارامترهای برخورد کوچک ($b_f$) به تشکیل هسته مرکب یا همجوشی منجر می‌شود.
- در پارامترهای برخورد متوسط ($b_{Dic}$)، واکنشهای ناکشسان شدید (DIC) اتفاق می‌افتد.
- در پارامترهای برخورد بزرگتر ($b_{gr}$)، واکنشهای
- اصطلاحاً خراشان انجام می‌شود که منجر به واکنشهای شبه کشسان یا واکنشهای مستقیم می‌شود.
- سرانجام پارامترهای برخورد خیلی بزرگ به برخوردهای کشسان یا برانگیختگیهای کولنی منجر می‌شوند.

27

**انواع واکنش های هسته ای**

از نظر نوع پرتابه:

واکنش های ذره باردار، شامل P، d، α، C-12، O-16

واکنش های نوترونی

واکنش های فوتو هسته ای که توسط پرتو های گاما ایجاد می شود.

از نظر هسته هدف: هسته های سبک A≤40

هسته های متوسط 40<A<150

هسته های سنگین A≥150

| | |
|---|---|
| $N^{14}(p,p)N^{14}$ | ـ پراکندگی کشسان پروتون |
| $N^{14}(p,p')N^{14*}$ | ـ پراکندگی ناکشسان پروتون |
| $N^{14}(p,\alpha)C^{12}$ or $C^{12*}$ | ـ واکنش $(p,\alpha)$ |
| $N^{14}(p,\gamma)O^{15}$ or $O^{15*}$ | ـ واکنش گیراندازی پروتون |
| $N^{14}(\gamma,p)C^{13}$ or $C^{13*}$ | ـ واکنش فوتو هسته‌ای |
| $N^{14}(n,Li^{8})Be^{9}$ or $Be^{9*}$ | ـ واکنش اسپلاشی |
| $Be^{9}(Li^{8},n)N^{14}$ or $N^{14*}$ | ـ واکنش یون سنگین |

28

www.Aiming.ir

۲۹



**۱- طبقه بندی واکنشها از لحاظ انرژی**

- **الف-انرژی پایین** : از مرتبه ۱۰ MeV به ازای هر نوکلئون
- **ب- انرژی میانی** : در گستره ۱GeV- ۱۰۰ MeV، تولید مزونی، تبدیل پروتونها و نوترونها به یکدیگر
- **ج- انرژی بالا** : ۱GeV < ، تولید انواع ذرات بنیادی، تغییر آرایش کوارکها



| نوع هسته | هسته‌های متوسط | | | | هسته‌های سنگین | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| انرژی ذره فرودی / ذره فرودی | n | p | α | d | n | p | α | d |
| کم 0 - 1 MeV | (el) (inel) | (el) | (el) (inel) | (el) | (el) (inel) | (el) | (el) | (el) |
| میانی 1-500 MeV | (el) (inel) | (el) (inel) | (el) (inel) | (el) | (el) (inel) | (el) (inel) | (el) (inel) | (el) |
| بالا 0.1-10 MeV | تشدید برای انرژیهای کمتر | تشدید برای انرژیهای کمتر | تشدید برای انرژیهای کمتر | (el) (inel) | تشدید برای انرژیهای کمتر | (el) (inel) | (el) (inel) | (el) (inel) |
| بسیار بالا 10-30 MeV | سه ذره یا بیشتر | سه ذره یا بیشتر | سه ذره یا بیشتر | تریتون سه ذره یا بیشتر | سه ذره یا بیشتر | سه ذره یا بیشتر | سه ذره یا بیشتر | تریتون سه ذره یا بیشتر |

el: Elastic Scattering
Inel: Inelastic Scattering
res: Resonance
C: برانگیختگی کولنی
res: تشدی و تکش ها

(el) (inel) = احتمال وقوع واکنش محسوس نیست

(el) : = احتمال واکنش بسیار ضعیف است

www.Aiming.ir



- **ایزواسپین**

- مفهوم ایزواسپین در سال ۱۹۳۲ توسط هایزنبرگ برای توصیف تقارن ذرات مشابه معرفی گردید. استقلال از بار نیروهای هسته ای بدان معنی است که در اکثر حالات نیازی نداریم در فرمول بندی بین نوترونها و پروتونها تمایزی قائل شویم.
- این امر موجب می شود که آنها را به صورت اعضای یک خانواده مشترک به نام نوکلئونها، گروه بندی کنیم.
- اگر نیروی هسته ای قوی را به تنهایی در نظر گیریم، تقارن بین پروتونها و نوترونها معتبر باقی می ماند.
- این واگنی دو حالتی به فرمول بندیی منجر می شود که قابل مقایسه با فرمول بندی بر هم کنش مغناطیسی یک ذره با اسپین 1/2 است.
- نوترونها و پروتونها را به صورت دو حالت متفاوت از یک ذره منفرد، یعنی نوکلئون، در نظر می گیریم.

31

- به هر نوکلئون یک بردار اسپین فرضی به نام **ایزواسپین** نسبت می دهیم.
- در غیاب یک میدان مغناطیسی، دو حالت واگن هسته ای نوکلئون به صورت ایزواسپین بالا و ایزواسپین پایین هستند که به ترتیب آنها را به دلخواه به پروتون و نوترون نسبت می دهیم.
- اگر عدد کوانتومی ایزواسپین یک نوکلئون به صورت $t = 1/2$ باشد، برای پروتون و نوترون به ترتیب خواهیم داشت:

- $m_t = +1/2$ عدد کوانتومی ایزواسپین برای پروتون
- $m_t = -1/2$ برای نوترون " " "

32

www.Aiming.ir



- برای دستگاهی متشکل از چند نوکلئون، ایزواسپین از قواعد جفت شدگی مشابه با قواعد بردارهای تکانه زاویه ای معمولی پیروی می کند.
- مثلا هر دستگاه دو نوکلئونی می تواند ایزواسپین کل T مساوی با صفر یا یک را دارا باشد.
- مولفه محور ۳ بردار ایزواسپین کل برابر است با :
- $T_3 = (1/2)\,(Z - N)$
- این حاصل جمع با یکای $\hbar$ بیان می شود.

33

- به عنوان یک مثال، یک دستگاه دو نوکلئونی را در نظر می گیریم که در آن T می تواند صفر یا یک باشد.
- بنابراین چهار مقدار برای مولفه محور ۳ ممکن خواهند بود:
- $T_3 = +1$ (دو پروتون)،
- $T_3 = -1$ (دو نوترون)،
- و دو ترکیب با $T_3 = 0$ (یک پروتون و یک نوترون).
- در دو حالت اول باید $T = 1$ شود ، د رحالی که دو حالت بعدی می توانند به صورت $T = 0$ یا $T = 1$ مطرح باشند.
- استفاده از مفهوم ایزواسپین در واکنش نوکلئون-مزون و پس از کشف پیون ها (در سال ۱۹۴۷) مفید واقع شد و به پیونهای مختلف در یک دسته ایزواسپین های متفاوت نسبت داده شد، به عنوان مثال:
- $\pi^+$ایزواسپین ۱+، $\pi^-$ایزواسپین ۱- و $\pi^0$ایزواسپین 0 (سه قلوها)
- به تدریج مزونهای دوقلو، سه قلو و... دیگر هم کشف شدند.
- این کشفیات نهایتاً به مدل کوارک و نظریه کرومودینامیک کوانتومی (که برهم کنش کوارکها و تبادل گلوئونها را توصیف می کند) منجر گردید.

34

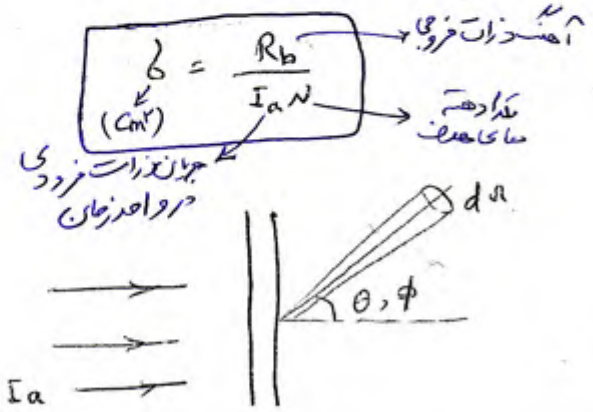
www.Aiming.ir



جلسه 5 بعد از یادداشت

**سطح مقطع واکنش:** به زبان ساده سطح تصویر هدفی است که احتمال برخورد واکنش را نشان می‌دهد.

هرگاه، برای تک ذره فرودی b در راستای $(\theta, \phi)$ نسبت به راستای باریکه از یک آشکارساز استفاده شود (آشکارساز از اندازه هدف در زاویه فضایی کوچک $d\Omega$ قرار دارد). اگر جریان ذرات فرودی شامل $I_a$ ذره در واحد زمان و هدف شامل $N$ هسته هدف در واحد سطح باشد و ذرات خروجی نیز با آهنگ $R_b$ ظاهر شوند




در این صورت سطح مقطع واکنش برابر است با:

$R_b \left(\frac{\#}{sec}\right)$ $\quad N \left(\frac{\#}{cm^2}\right)$

$I_a \left(\frac{\#}{sec}\right)$

لذا $\sigma$ دارای بعد سطح بر ازای هر هسته است

---

ورقه نازکی از هسته‌های هدف را به مساحت A و ضخامت $\Delta x$ که در آن $n$ تعداد هسته‌های هدف بر $cm^3$ است را در نظر می‌گیریم که با یک ای تک انرژی شامل I ذره در ثانیه به آن برخورد می‌کند. اگر N تعداد ذرات فرورده شمرده شده در ثانیه باشد، احتمال آنکه هریک از ذرات هدف یک برخورد داشته باشد برابر است با $\frac{N}{I}$ یا برابر تصویر سطح مقطع کل تمام هسته‌های هدف واقع در مساحت A تقسیم بر سطح A

$$\frac{N}{I} = \frac{n(A\,\Delta x)\,\sigma}{A}$$

این رابطه را می‌توان به دو طریق نوشت:

روش اول:

$$\sigma = \frac{N}{\left(\frac{I}{A}\right)(nA\,\Delta x)}$$

$$= \frac{\text{تعداد ذرات فرآورده شمرده شده در واحد زمان}}{\text{شار فرودی} \times \text{واحد هسته هدف}}$$

www.Aiming.ir



واحد سطح مقطع همانطور که گفته شد $cm^2$ یا بارن است $1\ barn = 10^{-24}\ cm^2$

همچنین در محاسبات $nA\Delta x = 1$ در نظر گرفته می‌شود، در اینصورت شمار ذرات بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{I}{A} = \frac{N}{\delta} = n_a V_a$$

$n_a$: تعداد ذرات پرتابه در واحد حجم باریکه

$V_a$: سرعت نسبی بین ذرات پرتابه و هسته‌های هدف

شکل دوم رابطه را چنین بصورت زیر نشان داد:

$N = n\delta\,\Delta x\, I$ ← تعداد فرآورده‌های واکنش در واحد زمان

رابطه فوق زمانی اعتبار دارد که ورقه آنقدر نازک باشد تا تضعیف در باریکه انجام نشود.

در صورتیکه باریکه از ورقه تضعیف شود:

چون هر واکنش یک ذره از باریکه کم می‌کند، برای ضخامت $dx$ داریم:

$$dN = -dI$$

$$= n\delta\, dx\, I$$

اگر ضخامت ورقه $t$ باشد باید از رابطه فوق بر روی $x$ (برای تمام ضخامت $t$) انتگرال گرفت:

$$I_t = I_0 e^{-n\delta t}$$

$n\delta$ ضریب تضعیف خطی باریکه است.

$\frac{I_t}{I_0}$ ضریب عبور از ورقه با ضخامت $t$ است

سطح مقطع تعریف شده فوق برای یک نوع واکنش ذرات پرتابه بر روی هسته‌های هدف بود، ولی در عمل واکنش‌های مختلفی بین ذرات هدف و پرتابه صورت می‌گیرد که منجر به تولید فرآورده‌های $N_1, N_2, \ldots$ می‌گردد. در اینصورت سطح مقطع کل بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{tot} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + \cdots}{\left(\frac{I}{A}\right)(nA\Delta x)}$$

بنابراین احتمال انجام واکنش یک ذره تابشی با هدف بطور یک ذره از باریکه ذرات تابشی حذف شود

$\delta_{tot} = \sum_i \delta_i$ ← واکنش‌های جزیی

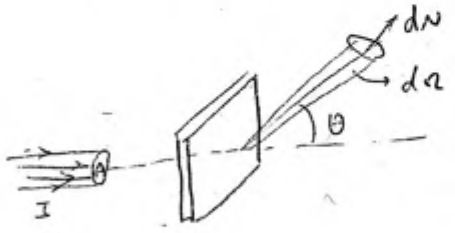
بنابراین

www.Aiming.ir



سطح مقطع دیفرانسیلی : برسار از واکنش ها بصورت همسانگرد (نسبت به راستای باریکه تولید نمی شوند یعنی از نوع زاویه ای توزیع دارند) به بیان دیگر آشکارساز فقط زاویه فضایی کوچک $d\Omega$ را اشغال می کند ولذا تمام ذرات خروجی را آشکارسازی نخواهد کرد. لذا سطح مقطع دیفرانسیلی $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ برحسب تعداد ذرات وارد شده

سنگ گیل شده واکنش $dN$ در واحد زمان در زاویه کوچک فضایی $d\Omega$ حول زاویه $\theta$ تعریف می کنیم.




$$\frac{1}{I}\frac{dN}{d\Omega} = \frac{nA\,\Delta x\,\frac{d\sigma}{d\Omega}}{A}$$

بجز یک سطح مقطع دیفرانسیلی (برازاء هر هسته هدف) توسط رابطه زیر داده می شود:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\frac{dN}{d\Omega}}{\left(\frac{I}{A}\right)(nA\,\Delta x)}$$

واحد زاویه فضایی استرادیان است لذا

$$\sigma = \int_{\text{تمام فضا}} \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega \qquad 4\pi$$

کلی سطح مقطع جزیی بار بر استرادیان است

با توجه به اینکه $d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi$ داریم:

$$\sigma = \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$$

در کاربردهای فیزیک هسته ای، ما تمایل احتمال وجود ذره را با انرژی معین نیز بیابیم. بنابراین سطح مقطع جزیی دوبعضی را تعریف می کنیم که $\frac{d^2\sigma}{dE_b\, d\Omega}$ بیانگر احتمال وجود ذره حاصل از واکنش در انرژی حول $dE_b$ و در بسترا زاویه $d\Omega$ است.

در جدول صفحه بعد سطح مقطع های مختلف و کاربرد هر یک آمده است.

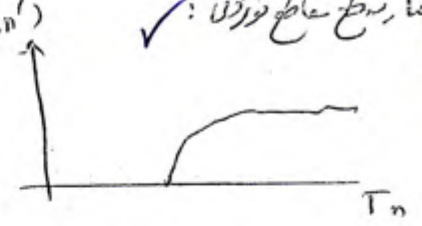
www.Arming.ir

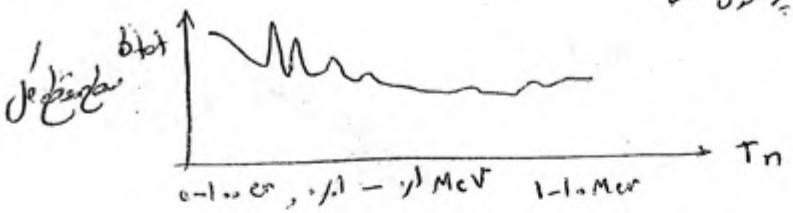


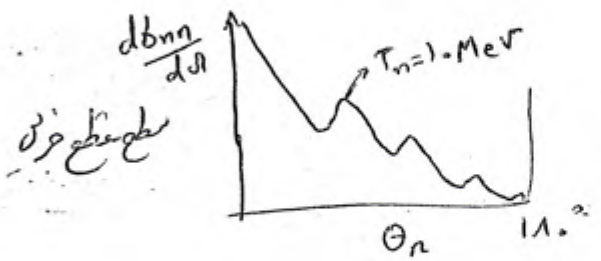
$$a + X \xrightarrow[X(a,b)Y]{} b + Y$$

| | سطح مقطع | نماد | روش | کاربرد |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | کل ✓ | $\sigma_t$ | تضعیف باریکه | حفاظ‌گذاری |
| ۲ | واکنش ✓ | $\sigma$ | اندازه‌گیری روی تمام زوایا و انرژی‌های $b$ (تمام حالت‌های برانگیخته $Y$) | تولید انرژی و تولید پرتوزای $Y$ در یک واکنش هسته‌ای |
| ۳ | جزئی (زاویه‌ای) ✓ | $d\sigma/d\Omega$ | مشاهده $b$ در جهت $(\theta,\phi)$ و انتگرال‌گیری روی تمام انرژی‌ها | تفکیک باریکه ذرات $b$ در جهت مشخص (یا پس‌زنی $Y$ در جهت مشخص) |
| ۴ | جزئی (انرژی) ✓ | $d\sigma/dE$ | عدم مشاهده $b$ ولی مشاهده برانگیختگی $Y$ که تفکیک را امکان‌پذیر دارد. | مطالعه واپاشی حالت‌های برانگیخته $Y$ |
| ۵ | جزئی (دوشعبه) ✓ | $\frac{d^2\sigma}{dE_b\,d\Omega}$ | مشاهده $b$ در جهت $(\theta,\phi)$ در یک انرژی مشخص | اطلاعات بیشتر حالت‌های برانگیختگی $Y$ با توجه به توزیع زاویه‌ای $b$ |

۶) وضعیت سطح مقطع نوترون: ✓



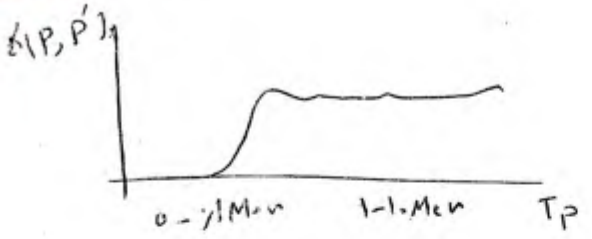



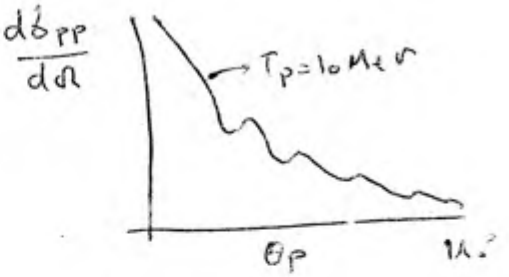




Porn
sexy

www.Aiming.ir






روشهای تجربی برای مطالعه واکنش هسته‌ای :

نیاز به باریکه ذرات { شتاب‌دهنده — هدف و دستگاه آشکارسازی دارد.
الکترون هسته‌ای

باریکه باید : ۱- به شدت کانونی و موازی شده باشد تا در راستای دقیق توان آن را به هدف تابانید.

۲- انرژی کاملاً معینی داشته باشد. در غیر اینصورت در مشاهده یک حالت برانگیخته با استفاده از تعیین $E_{ex}$ و $Q_{ex}$ ممکن است با تغییرات $T_0$ آرودرسیوم که دو یا چند مقدار $E_{ex}$ برای $T_b$ یکسان مشهود شود.

۳- باید شدت زیادی داشته باشد تا توان آشکارسازی برای آزمایش را جمع‌آوری کرد.

۴- در اندازه‌گیری‌های زمان‌گیری (نظیر اندازه‌گیری طول عمرهای حالتهای برانگیخته) باید باریکه بصورت تپ تیز درآید. تپها باید در فواصل زمانی مساوی (با تنظیک زمانی دستگاه اندازه‌گیری) از هم جدا شده باشند

۵- باریکه باید به آسانی قابل کنترل باشد تا بتوان انرژی تابشی $T_0$ یا حتی نوع ذره تابشی را در یک زمان معقول تغییر داد.

۶- شدت باریکه باید ثابت و به سادگی قابل اندازه‌گیری باشد. زیرا برای اندازه‌گیری سطح مقطع باید بدانیم شیر آهنگ آشکارسازی ذره b از وابستگی زاویه‌ای سطح مقطع جزیی است یا ناشی از تغییر شدت باریکه تابشی است.

۷- باریکه باید قطبیده (اسپین ذرات تابشی در جهت مشخصی همراستا باشد) یا ناقطبیده باشد (بسته به نیاز)

۸- باریکه باید از طریق کانالهای خلاء کامل به ناحیه هدف انتقال یابد تا از تضعیف باریکه و تولید محصولات ناخواسته در اثر برخورد با مولکول‌های هوا جلوگیری شود.

www.Aiming.ir

سوار مهم در تعیین هدف عبارتند از:

- سه نوع آزمایش اگر بخواهیم بهره‌ی واکنش ( a یا $a^2$ ) را از طریق مشاهده تضعیف بکنیم یا واپاشی از دو توزیع 2 اندازه‌گیری کنیم هدف باید ضعیفی را انتخاب می‌کنیم. اگر بخواهیم ذرات محصول واکنش را مشاهده کنیم که تحت تأثیر هم‌کنش در هدف قرار نگرفته باشند. هدف نازک انتخاب می‌کنیم.
- باریکه های کانونی شده گرمای زیادی را در هدف ایجاد می‌کنند که راهی برای برداشت حرارت و جلوگیری از سوختن هدف باید بیابیم
- تعمیر هدف ها باید به آسانی صورت گیرد.
- گاهی نیاز است تا لایه‌های هدف قطبیده باشند.

در آزمایشات ممکن است از آشکارهای ذره، تلسکوپ برای تعیین انرژی و نوع ذرات خروجی، اصف سنج های مغناطیسی برای تفکیک انرژی ذرات، آشکارسازهای تماسی برای تعیین توزیع زاویه‌ای و آشکارسازهای گاما برای تعیین حالتهای برانگیخته و قطب سنج ها برای اندازه‌گیری قطبیدگی ذرات b استفاده می‌شود.
از آنجا که زمان تابش باریکه اهمیت زیادی دارد معمولاً سعی می‌شود در کوتاهترین زمان بیشترین داده‌ها را فراهم کرد
لذا از چندین آشکارساز مختلف به طور همزمان استفاده می‌شود.

www.Aiming.ir



پراکندگی کولنی: همان نقطه دلخواه مدرج بار الکتریکی است. از طریق پراکندگی الکتریکی باریکه ذرات باردار آنرا بررسی کنیم

پراکندگی کولنی ← کشسان / ناکشسان

پراکندگی کولنی کشسان (رادرفورد)

$$\begin{cases} L = mv_{min} r_{min} \\ v_2 = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_{min}} \\ T = \frac{1}{2}mv_{min}^2 \end{cases}$$

پتانسیل

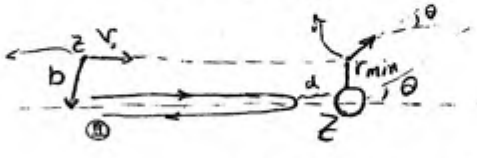
$v = 0$

$T = \frac{1}{2}mv_0^2$

$L = mv_0 b$ تکانه زاویه‌ای

b پارامتر برخورد

$\theta$ زاویه پراکندگی




در فواصل دور از هسته پتانسیل کولنی قابل اغماض است. بنابراین انرژی کل برابر انرژی جنبشی ذره $T_{\infty} = \frac{1}{2}mv_0^2$ است.

در این فواصل تکانه زاویه‌ای نسبت به هسته هدف برابر $r \times mv = mv_0 b$ هنگام عبور از نزدیکی هسته هدف ذره به کمترین فاصله جدایی $r_{min}$ می‌رسد (که مقدار آن به b وابسته است) و حداقل آن $b = 0$ آنگاه می‌افتد

در این حالت پرتابه به هسته نزدیک شده، متوقف می‌شود و سپس روی همان مسیر برمی‌گردد. (مسیر III)

در مسیر III: $\begin{cases} v = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d} \\ T = 0 \end{cases}$

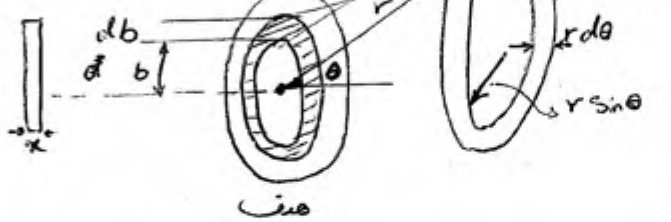
از بقای انرژی جنبشی و پتانسیل داریم:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{d}$$

$2e$ بار ذره فرودی

$Ze$ بار هدف

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r}$$




پراکندگی حول باریکه تقارن استوانه‌ای دارد (بدلیل تقارن انیوی کولنی)

لذا سطح مقطع مستقل از زاویه سمتی $\phi$ است.

ذرات با پارامتر برخورد بین b و $b+db$ در داخل حلقه‌ای تخت زوایای بین $\theta$ و $\theta+d\theta$ پراکنده می‌شوند.

اگر هدف شامل n هسته در واحد حجم باشد و به ضخامت dx باشد، تعداد هسته‌های هدف در واحد سطح برابر $ndx$ است. کسر df از ذرات فرودی که از میان حلقه شکل به مساحت $(2\pi b \times db)$ عبور می‌کند برابر است با:

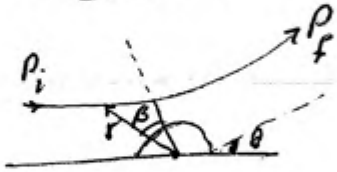
$$df = ndx(2\pi b\,.\,db)$$

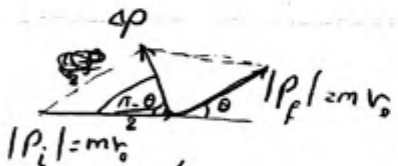
www.Aiming.ir

اگر ذرات با پارامتر برخورد $b$ وارد ناحیه‌ی دهانه‌ی زاویه‌ی $\theta$ بیرون می‌آید. لذا کسر ذراتی است که در زوایای بزرگتر از $\theta$ پراکنده می‌شوند.

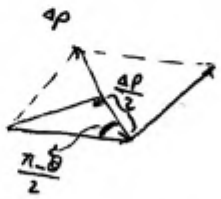
بدست آوردن رابطه بین $b$ و $\theta$:

تکانه خطی خالص ذرات پراکنده شده فقط از لحاظ جهت تغییر می‌کند. لذا در فواصل دور مقدار تکانه خطی ذره فرودی و خروجی برابر $mv_0$ است.




$\Delta p$ تغییر تکانه




راستای بردار تغییر تکانه ($\Delta p$) در راستای نیمساز زاویه $\pi-\theta$ است.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\left(\frac{\Delta p}{2}\right)}{mv_0}$$

بردار تغییر تکانه $\Rightarrow \Delta p = 2mv_0 \sin\frac{\theta}{2}$

طبق قانون دوم نیوتن: $F = \frac{dp}{dt}$

$$\Delta p = \int dp = \int F\,dt = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dt}{r^2}\cos\beta$$

$\beta$ و $\cos\beta$ به دلیل تقدیر کردن نیروی وارده در راستای نیمساز است.

با توجه به شکل $\beta$ زاویه بین نیمساز و بردار لحظه‌ای $r$ است که مکان ذره را مشخص می‌کند. در وضعیت اولیه دور از پراکندگی ($t=-\infty$) زاویه $\beta = -(\frac{\pi-\theta}{2})$ و در وضعیت نهایی ($t=\infty$) زاویه $\beta$ برابر $\beta = (\frac{\pi-\theta}{2})$ است.

سرعت لحظه‌ای $v$ را می‌توان برحسب مولفه‌های شعاعی (در راستای $r$) و مماس (در راستای $\beta$) نوشت:

$$v = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\beta}{dt}\hat{\beta}$$

که در آن $\hat{r}$ و $\hat{\beta}$ معرف بردارهای یکه شعاعی و مماسی‌اند.

تنها مولفه مماسی در تکانه زاویه‌ای حول دستگاه سهم دارد.

تکانه زاویه‌ای $L = |mr \times v| = mr^2\frac{d\beta}{dt}$

www.Aming.ir



در نواحی دور از هسته هدف تکانه زاویه‌ای برابر $mv_0 b$

از پایستگی تکانه زاویه‌ای:

$$mv_0 b = mr^2 \frac{d\beta}{dt} \qquad \frac{dt}{r^2} = \frac{d\beta}{v_0 b}$$

$$\Delta p = \int dp = \int F\,dt = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dt}{r^2} \cos\beta = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 v_0 b} \int_{-(\frac{\pi-\theta}{2})}^{(\frac{\pi-\theta}{2})} \cos\beta\, d\beta = \frac{zZe^2}{2\pi\varepsilon_0 v_0 b} \cos\frac{\theta}{2}$$

$$\Delta p = 2mv_0 \sin\frac{\theta}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{zZe^2}{2\pi\varepsilon_0 b v_0} \cos\frac{\theta}{2} &= 2mv_0 \sin\frac{\theta}{2} \\ \rightarrow\ b &= \frac{d}{2}\cot\frac{\theta}{2} \end{aligned}\right\}$$

با توجه به اینکه کمترین فاصله نزدیکی $d = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{zZe^2}{mv_0^2}$

کسر $f$ از ذرات فرودی که از میان حلقه بین شعاع $b$ و $b+db$ عبور می‌کند.

$$df = \pi n_A \frac{d^2}{4} \cot\frac{\theta}{2} \csc^2\frac{\theta}{2}\, d\theta$$

آهنگ پراکندگی یا تعداد ذراتی که در زاویه فضایی واحد به حلقه می‌رسند برابر است با:

$$r(\theta,\phi) = \frac{I_a |df|}{\frac{d\sigma}{4\pi}}$$

$I_a$ آهنگ برخورد ذرات فرودی روی هدف است لذا $I_a |df|$ تعداد ذراتی است که با پارامتر برخورد بین $b$ و $b+db$ روی آن فرود می‌آیند.

با توجه به تقارن استوانه‌ای $d\sigma = 2\pi \sin\theta\, d\theta$

با توجه به تعریف سطح مقطع جزیی:

$$\frac{d\sigma}{d\sigma} = \frac{r(\theta,\phi)}{4\pi I_a N}$$

✓ سطح مقطع جزیی پراکندگی رادرفورد

$$\frac{d\sigma}{d\sigma} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{1}{4T_a}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}\right)$$

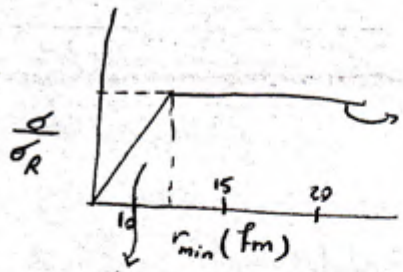
با توجه به اینکه سطح مقطع $\propto$ سطح مقطع هسته‌ای

$\theta \to 0 \Rightarrow d \to \infty$



۲۳۴ Fissil Th

www.Aiming.ir




در این ناحیه سطح مقطع همان سطح مقطع رادرفورد است.

ناحیه قابل قبول برای سطح مقطع رادرفورد

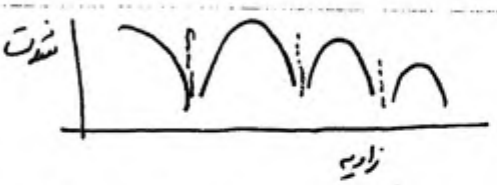
برای اتم‌های سنگین‌تر، هسته هدف در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند پس با تشکیل پرتوهای گاما واپاشیده می‌شوند.

www.Aming.ir



پراکندگی هسته ای:

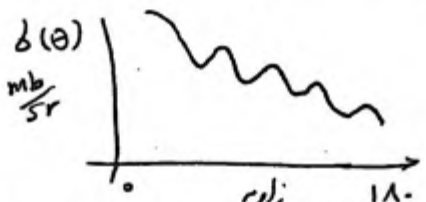
پراکندگی هسته ای کشسان ذرات با سپین پراش نور توسط قرص کدر در اپتیک تشابه زیادی دارد.




پراش حاصل از نور پاشیده شده از یک روزنه یا قرص کدر

در اپتیک، پراش نور در لبه تیز قرص منجر به تشکیل یک رشته ماکزیمم و مینیم در شدت نور می گردد. هسته یک مرکز جذب قوی برای نوکلئون هاست (که قابل مقایسه با همان قرص کدر است).

اگر بخواهیم پراکندگی کشسان نوکلئون ها را (به شکلی مشابه پراش نور) ببینیم باید اثرات پراکندگی کولنی را حذف کنیم. در اینصورت باید از نوترون بعنوان ذرات پراکنده شونده استفاده کنیم. یک اختلاف خاص بین پراکندگی هسته ای و پراش اپتیکی اینست که کمینه ها به صفر نمی رسد که نتیجه مستقیم پخش بودن سطح هسته ای است یعنی هسته ها فاقد لبه تیز هستند.




پراکندگی کشسان نوترون های ۱۴ MeV توسط سرب

در مورد ذرات باردار، به منظور کاهش اثر تداخل با پراکندگی کولنی باید:

- در انرژی های بالا کار کنیم که سطح مقطع رادرفورد (کولنی) کوچک باشد و پراکندگی به خوبی در هسته نفوذ کند.
- آزمایش را در زوایای بزرگ تر (که سطح مقطع کولنی کوچک است) و یا با راستر پرتو کوچک انجام دهیم.

پراکندگی هسته ای ناکشسان، مانند پراکندگی کولنی ناکشسان هنگامی نتیجه می شود که هسته هدف از کنش به حالتهای برانگیخته برود.

www.Aming.ir



یک بار یکنواخت در جهت $x+$ را می‌توان توسط یک تابع موج (در حال حرکت) نشان داد:

$$\psi_{\text{بار یکنواخت}} = ae^{ikx}$$

که طول موج آن $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{1}{k}$ است.

برای نوترون یا پروتون رابطه طول موج دوبروی غیرنسبیتی بصورت:

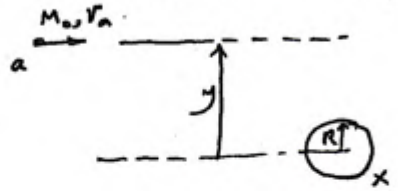
$$\lambda(\text{in F}) = \frac{۴۱۵۵}{\left(T_{(\text{MeV})}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

| $T$ | $\lambda$ (F) |
|---|---|
| ۱ eV | ۴۵۵۰ |
| ۱۰۰ eV | ۴۵۵ |
| ۱۰ keV | ۴۵۱۵ |
| ۱ MeV | ۴۱۵۵ |
| ۱۰۰ MeV | ۰/۴۴ |

با توجه به شعاع هسته‌ای (حدود ۵ تا ۸ فرمی برای هسته‌های متوسط) برای انرژی‌های بیش از ۱MeV داریم $\lambda < R$ است. لذا خواص ذره‌ای نوترون‌ها برای انرژی‌های زیر ۱MeV در واکنش‌های هسته‌ای اهمیت زیادی ندارد و در این انرژی‌ها طبیعت موجی نوترون‌ها اهمیت می‌یابد.

---

اثر گذاره‌ای در برخورد: اگر $b$ پرتابه دارای پارامتر برخورد $b$ نسبت به هسته باشد تکانه زاویه‌ای مداری در CM برابر $M_a v_a b$ ← جرم کاهش یافته × سرعت نسبی دو ذره




اما در کوانتوم تکانه زاویه‌ای مداری کوانتیده، و برابر

$$l_a \hbar \quad \text{یا} \quad l_{a,x} \hbar$$

است. لذا

$$l_a \hbar \simeq M_a v_a b$$

$$l_a \simeq \frac{b M_a v_a}{\hbar} \Rightarrow l_a \simeq \frac{b}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}$$

برای انجام یک برخورد مؤثر، تکانه زاویه‌ای حداکثر باید $\frac{R}{\lambda}$ باشد

www.Aiming.ir



## واکنش های مستقیم :

ذره تابشی عمدتاً در سطح هسته هدف برهم کنش انجام می دهد. با افزایش انرژی ذره تابشی طول موج دوبروی آن کاهش می یابد و احتمال انجام اندرکنش آن با نوکلئون های داخل هسته بجای اندرکنش با خود هسته افزایش می یابد. بعنوان مثال یک نوکلئون ۱MeV دارای $\lambda_d = 4fm$ است لذا نوکلئون منفرد را نمی بیند و احتمال دارد تا از طریق یک واکنش هسته مرکب برهم کنش کند. اما طول موج دوبروی یک نوکلئون ۲۰MeV حدود ۱fm است لذا می تواند در واکنش های مستقیم شرکت کند. واکنش های مستقیم با احتمال زیاد با یک یا چند نوکلئون نزدیک سطح هسته هدف انجام می شوند. در یک واکنش ممکن است دو فرآیند هسته مرکب و مستقیم مهم داشته باشند، این فرآیند ها را می توان با روش های زیر تمایز داد:

۱- فرآیندهای مستقیم خیلی سریع و از زمانی از مرتبه $10^{-22}$ s روی می دهند در حالیکه واکنش های هسته مرکب در زمان های طولانی تر حدود $10^{-16}$ تا $10^{-18}$ ثانیه صورت می گیرند. (این زمان برای توزیع و تمرکز مجدد انرژی لازم است).

واکنش ها: مستقیم: $10^{-22}$ : توزیع زاویه ای دارای قله
واکنش تشکیل هسته مرکب: $10^{-16} - 10^{-18}$ : همسانگرد

۲- توزیع های زاویه ای ذرات خروجی در واکنش های مستقیم تمایل دارند نسبت به واکنش های هسته مرکب قله تیزتری داشته باشند

واکنش های مستقیم را می توان در سه دسته تقسیم بندی کرد.

- مدل اپتیکی
- مدل برهم کنش سطحی
- واکنش های کندن

www.Aiming.ir

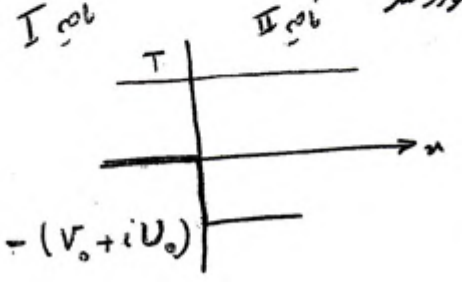


## مدل اپتیکی:

در این مدل برهم‌کنش ذره فرودی را با هسته می‌توان توسط یک پتانسیل مختلط نشان داد:

$$V_{eff} = V + iU$$

اگر با یک‌بعدی از ذرات با جرم $M_0$ به پتانسیل پله‌ای مختلط فوق برخورد کند




$$\psi_I = a e^{ikx} \quad , \quad T = \frac{\hbar^2 k^2}{2M_0}$$

$$\psi_{II} = a' e^{ik'x} \quad (1)$$

$$\frac{\hbar^2 k'^2}{2M_0} = T + V_0 + iU_0 \quad (2)$$

از رابطه ۲ می‌توان گفت که $k'$ باید عدد مختلط باشد پس:

$$k' = K + \frac{i}{L} \quad (3)$$

قسمت موهومی قسمت حقیقی

پس رابطه ۱ را می‌توان به این صورت نوشت $\psi_{II} = a' e^{-x/L} e^{ikx}$

ترکیب تضعیف دامنه موج

با جایگذاری معادله ③ در ② داریم:

$$L = \frac{\hbar^2 K}{U_0 M_0} \quad , \quad K = \left( \frac{2M_0 (T + V_0)}{\hbar^2} \right)^{1/2}$$

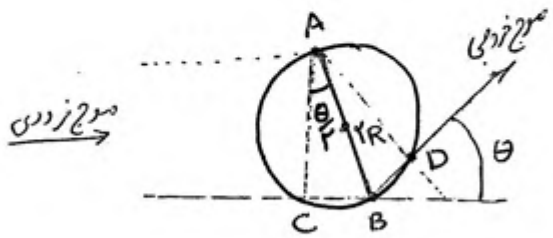
مدل اپتیکی در تشریح سطح مقطع های کل و کشسان در انرژی های بالا کاربرد دارد. با مقایسه با سطح مقاطع تجربی پارامتر های مدل اپتیکی ($V_0$ ، $U_0$ و $K$، $L$) حاصل می‌شود. این مدل تشدید های پهنی را در سطح مقطع پیش بینی می‌کند.

www.Aiming.ir



## مدل برهم کنش سطحی :

در انرژی های فرودی زیاد، برهم کنش فقط در سطح هسته انجام می شود. در شکل زیر بصورت شماتیک موج فرودی و موج حاصل از برخورد نشان داده شده است :




اگر تنها نقاط A و B باعث به پراکندگی موج فرودی با زاویه θ شوند (در سایر نقاط موج (ذرات) جذب می شوند).

لذا تفاوت مسیر طی شده توسط دو موج برای رسیدن به آشکارساز برابر است با :

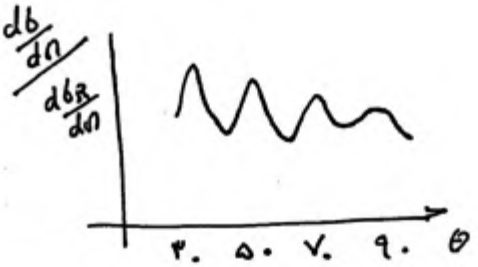
$$CB + BD = n\lambda$$

لذا قله های سطح مقطع پراکندگی وقتی اتفاق می افتد که :

$$2 \times 2R \sin\frac{\theta}{2} = n\lambda$$

$n$ : عدد صحیح

$\lambda$ : طول موج تابش فرودی

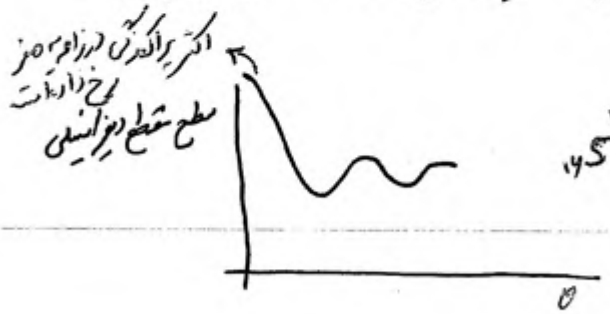



لذا در زوایایی که رابطه فوق برقرار باشد شدت سطح مقطع دیفرانسیلی پیک دارد .

---

واکنش های گذرنده :

اگر یک هسته فرودی مرکب (پرتابه) با یک هسته برخورد کند ممکن است حین برخورد طوری شکسته شود که یک قسمت از آن با هسته برهم کنش کند و قسمت دیگر بدون برهم کنش با هسته آنرا ترک کند. برای دوترون و سایر ذراتی که پیوستگی نسبتاً ضعیف دارند این پدیده مشاهده شده است. از ویژگی های این واکنش آن است که قسمتی که برهم کنش انجام می دهد در امتداد بار یک فرودی حرکت می کند.




$$^{42}S(d,p)^{43}S^{*}$$

www.Aiming.ir



## واکنش های هسته مرکب :

در واکنش هسته مرکب، پرتابه وارد هسته هدف شده و پس از برخوردهای متوالی با نوکلئون ها انرژی خود را بین آنها تقسیم می کند. افزایش میانگین انرژی هر نوکلئون منفرد، تا آن حد نخواهد بود که آن را از هسته آزاد سازد، اما از آنجائیکه تعداد زیادی برخوردهای کاتوره ای رخ می دهد، با توزیع آماری انرژی روبرو هستیم. در انتها با هسته ای روبرو هستیم که انرژی نوکلئون هایش افزایش یافته و اصطلاحاً برانگیخته شده است. مدت زمان این واکنش ها در حدود $10^{-16} - 10^{-18}$ s می باشد.

فرض اساسی در مدل هسته مرکب آن است که هسته چگونگی تشکیل خود را فراموش می کند لذا سطح مقطع واکنش $X(a,b)Y$ را می توان به یک سطح مقطع تشکیل هسته مرکب $c^*$ بصورت

$$a + X \longrightarrow c^*$$

(هسته مرکب برانگیخته)

و یک احتمال نسبی که $c^*$ به ذرات $(b + Y)$ تبدیل، تقسیم کرد.

$$a + X \longrightarrow c^* \longrightarrow b + Y$$

$$\delta(a,b) = \delta_{a,c}(T_0)\, P_b(E)$$

- $\delta_{a,c}$: سطح مقطع تشکیل تیری هسته مرکب
- $T_0$: انرژی ذره فرودی
- $P_b(E)$: احتمال تولید ذره نوع $b$ با انرژی داده شده بسیستم $E$ است.

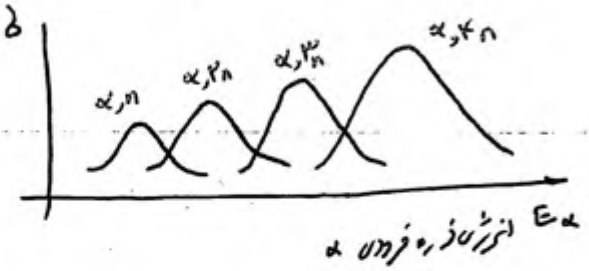
اگر انرژی ذره فرودی را به تدریج افزایش دهیم، انرژی بیشتری به نوکلئون ها داده خواهد شد و این احتمال وجود دارد که یک نوکلئون منفرد موفق به فرار از هسته شود، که این عمل شبیه تبخیر مولکول ها از مایع داغ است.

یکی از معروفترین فرآیندها برای تبخیر، فرآیند $(\alpha, xn)$ است که

$$x = 1, 2, 3, \ldots$$

www.Aiming.ir






هرچه انرژی داده شده به هسته مرکب بیشتر باشد، احتمال تبخیر ذرات بیشتر می‌شود. برای هر واکنش سطح مقطع تا مقدار بیشینه‌ای افزایش می‌یابد، پس در انرژی‌های بالاتر که هسته را برای تبخیل یک نوترون اضافی آماده می‌سازد، سطح مقطع آن واکنش (قبلی) کاهش می‌یابد. (یک شکل شبه گوسی برای هر واکنش $\alpha,xn$ داریم.)

---

همانطور که گفته شد واکنش هسته مرکب دو مرحله‌ای است: مرحله اول تشکیل هسته مرکب و مرحله دوم واپاشی هسته مرکب. احتمال نسبی واپاشی به هر مجموعه خاصی از محصولات نهایی مستقل از طرز تشکیل هسته مرکب است و احتمال واپاشی فقط به انرژی کل داده شده به سیستم بستگی دارد. یعنی هسته مرکب فراموش می‌کند که چگونه تشکیل خود را فراموش می‌کند و واپاشی براساس قواعد آماری انجام می‌شود. به عنوان نمونه واکنش‌های زیر را که ایزوتوپ تشکیل هسته مرکب و واپاشی آن انجام می‌شود را در نظر بگیرید:

$$p + {}^{63}Cu \rightarrow {}^{64}Zn^* \rightarrow {}^{63}Zn + n$$
$$\rightarrow {}^{62}Cu + n + p$$
$$\rightarrow {}^{62}Zn + 2n$$
$$\alpha + {}^{60}Ni \rightarrow {}^{64}Zn^*$$

طبق فرض فوق، انتظار می‌رود سطح مقطع‌های ${}^{63}Cu(p,n){}^{63}Zn$ و ${}^{60}Ni(\alpha,n){}^{63}Zn$ در انرژی‌هایی که برانگیختگی یکسانی را به ${}^{64}Zn^*$ می‌دهد، یکسان باشند، که این مطلب در آزمایش‌های اندازه‌گیری سطح مقطع تأیید شده است.

در انرژی‌های تابشی پایین ($2.0 - 10.0$ MeV) هسته مرکب کارایی خوبی دارد. همچنین برای هسته‌های متوسط و سنگین که فضای داخل هسته برای جذب انرژی به قدر کافی بزرگ است این مدل کارا است. ...

www.Aiming.ir



مشخصه دیگر واکنش های هسته ای، توزیع زاویه ای محصولات است. در هسته مرکب بخاطر برهم کنش های متوالی نوکلئون ها، ذره خروجی با توزیع زاویه ای تقریباً همسانگرد گسیل می شود. (در حالیکه در واکنش های مستقیم محصول واکنش تمایل شدید زاویه ای دارد). اگر پرتابه بوزون باشد، به علت تقارن زاویه ای زیاد، محصول واکنش در زوایای صفر و ۱۸۰° گسیل می شود.

---

واکنش های تشدیدی (رزونانس)

همانگونه که گفته شد، در هسته مرکب هسته به حالت برانگیخته می رود و نهایتاً با واپاشی به حالت پایه برمی گردد. اما هسته ممکن است در این گذار، در حالت های برانگیخته مختلفی قرار گیرد. حالاتی که واپاشی ها اتفاق نیافتد تا هسته به حالت پایدار برسد، هریک یک حالت کوانتومی برای هسته برانگیخته می باشند. عدت زمانی که هسته در هریک از این حالتها قرار می گیرد در بحث واکنش های تشدیدی مورد توجه است. اگر حالتی طول عمر $\Delta t$ داشته باشد، طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ ممکن نیست توان انرژی آن حالت را با دقتی بیش از $\Delta E \simeq \frac{\hbar}{\Delta t}$ بدست آورد. زیرا $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$

دقت در هریک از پارامترها، عدم دقت در دیگری را بدنبال دارد. مثلاً اگر کمیت زمان را متناهی و در بازه مشخصی در نظر بگیریم، عدم دقت در انرژی را بدنبال دارد. حال اگر حالتی را در نظر بگیریم که $\Delta t$ متناهی و مشخص باشد، لذا عدم قطعیت در انرژی بوجود می آید، در اینصورت نمی توان برای انرژی محدوده و بازه مشخصی را در نظر گرفت که به این پدیده اصطلاحاً پاشیدگی انرژی می گویند. همانگونه که گفته شد برعکس این پدیده نیز وجود دارد یعنی در صورتیکه زمان نامتناهی باشد انرژی مقدار مشخصی اختیار می کند.

www.Aiming.ir



در اکثر هسته‌ها، واپاشی به سرعت و در زمان کوتاهی واقع می‌شود که این باعث رخ دادن پاشیدگی انرژی در این هسته‌ها می‌شود. برای اندازه‌گیری پاشیدگی انرژی از کمیتی بنام پهنای انرژی استفاده می‌کنیم حالتی با طول عمر محدود پهنای انرژی‌ای برابر $\Gamma = \frac{\hbar}{\Delta t}$ خواهد داشت.

طول عمر یک حالت، عکس احتمال واپاشی $\lambda$ است.

$$\Gamma = \hbar\lambda = \frac{\hbar}{\tau}$$

طول عمر متوسط $\tau = \frac{1}{\lambda}$ ، $T_{\frac{1}{2}} = \frac{1/693}{\lambda} \Rightarrow \tau = 1/45\, T_{\frac{1}{2}}$

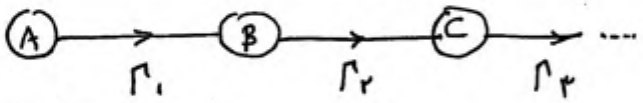
پس در واکنش هسته مرکب، حالتهای ناپیوسته‌ای فرضی‌ای وجود دارد که این حالتها در هسته‌های مرکب تعداد زیادی دارند و ناپایدار می‌باشند. بعد از آنها، واپاشی‌های دیگری اتفاق می‌افتد و نتیجه واپاشی ادامه می‌یابد. طول عمر هریک از این حالتها کوتاه است لذا پاشیدگی انرژی در آنها زیاد است. لذا طیف انرژی این حالتها پیوسته است. (به علت زیاد بودن تعداد حالتهای ناپایدار و نزدیک بودن آنها به هم پهنای انرژی حالتها زیاد است و در هم رفتگی این حالتها باعث پیوسته شدن طیف انرژی می‌گردد)

اما در واکنش‌های مستقیم، تعداد این حالتهای برانگیخته و ناپایدار کمتر است، طول عمرها بیشتر است لذا پاشیدگی (پهنای) انرژی آنها کمتر است. بین حالتها فاصله نسبتاً زیادی وجود دارد، پس در واکنش‌های مستقیم حالتها کمتر در هم فرو می‌روند و طیف انرژی حاصله گسسته خواهد بود.

www.Aiming.ir



حد فاصل بین این دو نوع واکنش (واکنش هسته مرکب و واکنش مستقیم)، واکنش تشدیدی رخ می‌دهد.
یعنی حالتی که طیف انرژی مابین پیوسته و گسسته است (جایی که تقریباً حالت پیوستگی بگسستگی رخ می‌دهد)
این حالتی است که رزونانس رخ می‌دهد.




پهنای انرژی هر حالت

$\Gamma$ پهنای کل انرژی $= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots$

پس پهنای کل انرژی، برابر مجموع پهنای حالتهای مختلف از ابتدا تا انتهای رزونانس، وابسته می‌باشد.
پهنای کل همچنین برابر مجموع پهنای کانالهای مختلف وابسته نیز می‌باشد.

$$\Gamma_t = \Gamma_k + \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \Gamma_\gamma + \cdots$$

اگر $\Gamma_n \gg \Gamma_k$ باشد، احتمال واپاشی، شدن از طریق کانال $n$ بیشتر از $k$ است.
در واقع برداشتن پهنای انرژی هر کانال می‌توان به احتمال وقوع واکنش پی برد که کدام یک محتمل‌تر است.

---

همانگونه که گفته شد،

$$\sigma(a,b) = \sigma_{a,c}(T_0)\, P_{b|E}$$

$\sigma_{a,c}$: سطح مقطع تشکیل گیری هسته مرکب
$T_0$: انرژی ذره فرودی
$P_{b|E}$: احتمال واپاشی به b

اگر پرتابه ذره‌ای بدون اسپین و خنثی باشد و انرژی فرودی $T_0$ طوری باشد که c در یک حالت برانگیخته $E_R$ تشکیل شود. (البته این حالت مجازی است زیرا می‌تواند باواپاشی به $a+x$ تبدیل شود)

سطح مقطع تشکیل گیری هسته مرکب برابر است با:

$$\sigma_{a,c} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

www.Aiming.ir



که در آن $\Gamma$ پهنای کل حالت‌ها (همان $\Gamma_t$) است.

$\Gamma_a$ پهنای جزیی برای واپاشی به حالت $a+x$ است.

$\lambda\!\!\!^{-}$ طول موج کاهش یافته دوبروی پرتابه $a$ در سیستم مرکز جرم است ($\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\lambda}{2\pi}$).

$E_R$ انرژی رزونانس است.

اگر اثرات اسپین ذره فرودی را هم در نظر بگیریم در اینصورت سطح مقطع تشکیل هسته مرکب بصورت زیر خواهد بود.

$$\sigma_{a,c} = g_J (\pi \lambda\!\!\!^{-2}) \cdot \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$g_J = \frac{2J+1}{(2I_a+1)(2I_x+1)}$$

که $J$ تکانه زاویه‌ای کل هسته مرکب

$I_a$ تکانه زاویه‌ای ذره $a$

$I_x$ تکانه زاویه‌ای ذره $x$ است.

از سوی دیگر احتمال واپاشی هسته مرکب به کانال $b+y$ برابر است با

$$P_b = \frac{\Gamma_b}{\Gamma}$$

$$\sigma_{(a,b)} = g_J \, \pi \lambda\!\!\!^{-2} \, \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

سطح مقطع واکنش $a+x \to b+y$

رابطه فوق موسوم به رابطه برایت ویگنر جهت محاسبه سطح مقطع واکنش هسته مرکب است.

www.Aiming.ir

۵۲

برهم کنش یونهای سنگین :

یون سنگین پرتابه ای با $A > 4$ است که توانایی ایجاد یک واکنش یون سنگین را خواهد داشت .

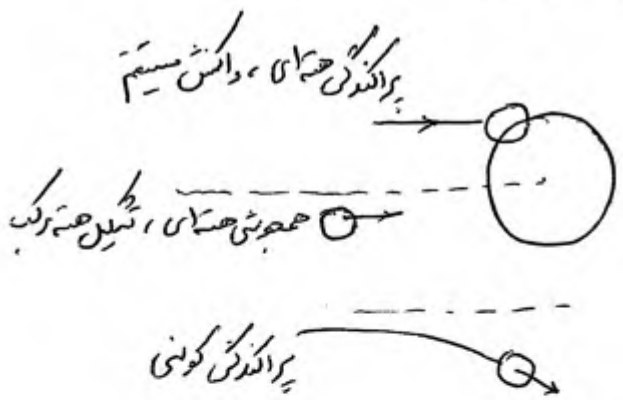
درصورتیکه یون سنگین انرژی کافی برای عبور از سد کولنی هسته را نداشته باشد ، یا اینکه پارامتر برخورد بزرگ باشد ، در این حالت اثرات کولنی حاکم است و ممکن است پراکندگی کشسان را در خورد یا برانگیختگی کولنی ( ناکشسان ) ها اتفاق بیفتد .

اگر یون سنگین انرژی لازم جهت عبور از سد کولنی هسته را داشته باشد ممکن است موارد زیر اتفاق بیفتد :

الف - پرتابه همچنان به هسته نرسیده باشد ، در این حالت امکان پراکندگی وجود دارد ، که پراکندگی شامل پراکندگی کولنی ( بدلیل وجود بار الکتریکی ) و پراکندگی هسته ای ( بدلیل برآیند نیروی قوی در برد هسته ) خواهد بود .

ب - پرتابه به هسته برسد و هسته مرکب تشکیل شود یا دچار همجوشی شود .

از نظر پارامتر برخورد :




- در پارامترهای برخورد بزرگ : پراکندگی کولنی

- در هم پوشی های کوچک ( پارامتر برخورد متوسط ) پراکندگی کشسان یا ناکشسان و انتقال چندنوکلون از طریق واکنش های مستقیم

- در پارامترهای برخورد بزرگ : تشکیل هسته مرکب و همجوشی هسته ای

در برهم کنش یونهای سنگین بیشترین احتمال ، تشکیل هسته مرکب و پس و پیش آن است ، گسیل ذرات باردار ( پروتون یا $\alpha$ ) به علت سد کولنی انجام نمی شود . سد واپاش ترجیحی در این حالت گسیل نوترون است ( حتی برای هسته های با عدد نوترونی کم پروتون ) . پس مکانیزم واکنش در این حالت بصورت :

( HI , $x$ n )

HI : heavy Ion ، n : نوترون ، $x$ : تعداد

$x = 5$ تا $10$

www.Aiming.ir

۵۳

۹۲/۹/۱۳

فیزیک نوترون :

نوترون حتی با انرژی های کم می‌تواند بدون آنکه مثل ذرات باردار مستقیماً از الکترون عبور کرده و با هسته برهم‌کنش انجام دهد. از سوی دیگر بدون بار بودن نوترون باعث می‌شود تا ① نرسیدن انرژی و ② خاموش کردن یک باریکه نوترون کار شکل باشد. همچنین از آنجا که بطور مستقیم باعث یونیزاسیون نمی‌شود ③ برای آشکارسازی آن باید از واکنش‌های هسته‌ای محصولات ثانویه واکنش نوترون بهره برد.

نوترون آزاد واپاشی بتا را دارد و نیمه‌عمری در حدود ۱۰/۶ دقیقه دارد، اما نوترون‌های مقید طول عمر متفاوت دارند.

چشمه‌های نوترون :

نوترون‌ها را نمی‌توان مانند ذرات باردار شتاب داد ولی می‌توان انرژی آنها را با برخورد با مواد مختلف کاهش داد. به آن کندسازی نوترون می‌گویند. که در محدوده‌های انرژی زیر اسامی مختلفی می‌توان به آنها نسبت داد:

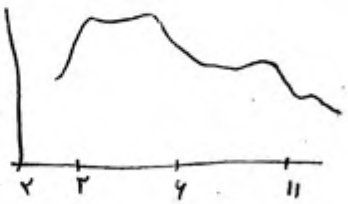
کندساز نوترون ⟶ □

| | |
|---|---|
| $E \simeq 0.25\,eV$ | گرمایی |
| $E \sim 1\,eV$ | فوق گرمایی |
| $E \sim 1\,keV$ | کند |
| $E = 100\,keV - 10\,MeV$ | سریع |

الف) چشمه $\alpha$-Be : ایزوتوپ پایدار $^{9}Be$ یک نوترون مقید دارد (با انرژی بستگی ۱۷MeV) دارد. درصورتیکه یک ذره‌ٔ آلفا (ناشی از واپاشی با انرژی حدود ۵-۶MeV) به آن برخورد کند، نوترون آن آزاد می‌شود:

$$^{4}He + {}^{9}Be \longrightarrow {}^{12}C + n \qquad (Q = 5.17\,MeV)$$

اگر از $^{226}Ra$ که ساطع کننده ذرات آلفا با انرژی ۵ تا ۸MeV است استفاده شود. طیف انرژی نوترون‌های تولیدی شبیه تا حدود ۱۲MeV خواهد بود.




محتمل‌ترین انرژی = ۵MeV

آهنگ تولید = $10^{7}\ n/sec/1\,Ci\ ^{226}Ra$

www.Aiming.ir

عیبی که ~~پلوتونیوم~~ ۲۲۶ دارد گسیل بالای ۷ ازآن است لذا معمولاً به‌عنوان چشمه گسیل‌زا از $^{241}Am$ (۴۵۸۷) استفاده می‌شود که آهنگ تولید نوترون از برلیم در این صورت برابر $2-3\times10^{6}\ n/sec$ است.

ب) چشمه فوتونوترون: در این چشمه‌ها از واکنش $(\gamma,n)$ نوترون تولید می‌گردد. مزیت این چشمه‌ها آنست که می‌توان نوترون‌های تک انرژی‌ای را در اختیار داشت. مثلاً $^{24}Na$ یک پرتو گاما با انرژی ۲٫۷۶ Mev گسیل می‌کند که:

$$\gamma + {}^{9}Be \longrightarrow {}^{8}Be + n$$

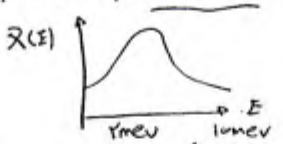
قدرت این چشمه در حدود $2\times10^{4}\ n/s$ و انرژی نوترون‌ها حدود ۰٫۸ Mev است.

ج) شکافت خودبخود: برخی از ترکیبات مانند $^{252}Cf$ (۲٫۶۵۷) بدلیل شکافت خودبخودی با آهنگ $4\times10^{9}\ n/s/Ci$ و با طیف انرژی شکافت از خود نوترون ساطع می‌کند.

د) واکنش‌های هسته‌ای: در برخی واکنش‌های هسته‌ای (برخورد) نوترون تولید می‌شود. اما عیب عمده این نوع چشمه‌ها نیاز به شتابدهنده برای ایجاد باریکه ذرات فرودی است. (در مقایسه با چشمه‌های نامبرده پرتوزایی)

$$^{3}H + d \longrightarrow {}^{4}He + n \qquad Q = 17.6\ Mev$$

$$^{7}Li + P \longrightarrow {}^{7}Be + n \qquad Q = -1.6\ Mev$$




ه) چشمه راکتور: شار نوترون‌های حاصل از شکافت در راکتور در حدود $10^{14}\ n/cm^2.sec$ است که با طیف انرژی شکافت نوترون‌ها را گسیل می‌کند.

---

جذب و کندسازی نوترون‌ها: با عبور باریکه نوترون از ماده، نوترون‌های سریع واکنش‌هایی نظیر $(n,p)$ و $(n,\alpha)$ یا $(n,2n)$ انجام می‌دهند اما نوترون‌های کند واکنش گیراندازی $(n,\gamma)$ انجام داده و جذب می‌شوند. برخی از نوترون‌ها با انجام واکنش‌های پراکندگی کشسان و ناکشسان، انرژی‌شان کم می‌شود. از آنجائیکه سطح مقاطع نوترون با کاهش انرژی افزایش می‌یابد لذا احتمال جذب آنها در انرژی‌های پائین بیشتر است. همچنین با کاهش تدریجی انرژی نوترون‌ها احتمال گیراندازی آنها در رزونانس‌ها نیز وجود دارد.

www.Aiming.ir



نوترون ها با عبور از ضخامت $dx$ ماده با $ndx$ اتم در واحد حجم ماده مواجه می شوند. کاهش شدت $I$ باریکه برابر است با:

$$dI = -I\sigma_t n dx$$

$$\Rightarrow I = I_0 e^{-\sigma_t n x} \Rightarrow$$ تضعیف شدت نوترون های تک انرژی

در اثر برخورد نوترونی با انرژی $E$ به هدفی به جرم $A$ که در حال سکون است، انرژی پس از برخورد از رابطه زیر بدست می آید:

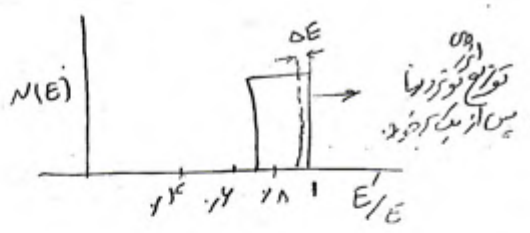
$$\frac{E'}{E} = \frac{A^2+1+2A\cos\theta}{(A+1)^2} \rightarrow \text{زاویه پراکندگی در CM}$$

$E'$ ← انرژی پس از برخورد

بیشترین انتقال انرژی در برخورد روبرو $\theta = 180^\circ$ اتفاق می افتد

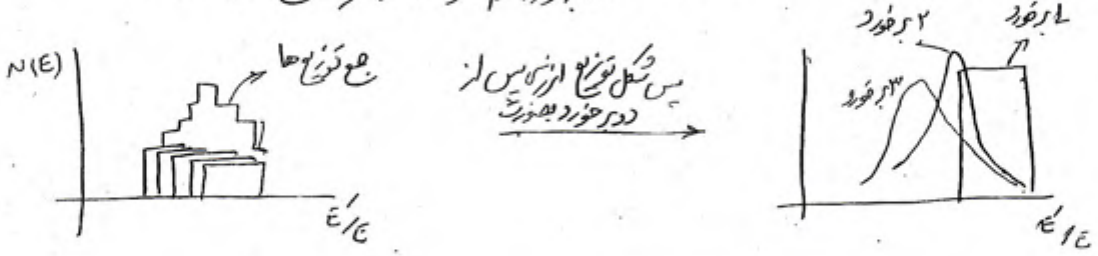
$$\left(\frac{E'}{E}\right)_{min} = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$$

در پراکندگی حاصل از هیدروژن ($A=1$) نوترون در تولید تمام انرژی خود را به پروتون منتقل کند. پس از برخورد کسان نوترون ها دیگر تک انرژی نخواهند بود بلکه یک توزیع انرژی خواهند داشت:




در برخورد نوترون ها با $^{12}C$

اگر شکل توزیع را به ۵ قسمت با عرض $\Delta E$ تقسیم کنیم و (نوترون ها را تقریباً تک انرژی فرض کنیم). در برخورد دوم هر دسته خود یک توزیع انرژی خواهد داشت



www.Aiming.ir

برای اینکه محاسبات فیزیکی را بصورت کسی در آوریم پارامتر $\xi$ یا تاثیر را تعریف می‌کنیم.

$$\xi = \left[\log \frac{E}{E'}\right]_{avg} = 1 - \frac{(A-1)^2}{2A} \log \frac{A-1}{A+1}$$

$$\log E_n' = \log E - n\xi$$

انرژی نوترون پس از n برخورد ← ، ← انرژی اولیه

برای کاهش انرژی نوترون از ۲MeV به $0.025\ eV$ تعداد دفعات برخورد برای کند کننده‌های مختلف در جدول زیر درج شده است:

| | $\xi$ | n تعداد برخورد مورد نیاز |
|---|---|---|
| $^1H$ | ۱ | ۱۸ |
| $^2H$ | ۰/۷۲۵ | ۲۵ |
| $^4He$ | ۰/۴۲۵ | ۴۳ |
| $^{12}C$ | ۰/۱۵۸ | ۱۱۰ |
| $^{238}U$ | ۰/۰۰۸۴ | ۲۲۰۰ |

---

آشکارسازی نوترون‌ها: نوترون یونش مستقیم ایجاد نمی‌کند، آشکارسازهای نوترون بر اساس آشکارسازی رویدادهای ثانویه نظیر $(n,p)$، $(n,\alpha)$، $(n,\gamma)$ یا $(n,fission)$ انجام می‌گیرد.

برای نوترون‌های کند و حرارتی از واکنش‌های $(n,p)$ و $(n,\alpha)$ استفاده می‌شود. در این حالت معمولاً از $^{10}B$ استفاده می‌شود.

$$^{10}B + n \longrightarrow {}^{7}Li^{*} + \alpha$$

سطح مقطع جذب نوترون‌های حرارتی در بور بسیار بالا است ($3840\ barn$) و تا $10^{4}\ keV$ نیز بصورت $\frac{1}{v}$ تغییر می‌کند. اگر $n(v)dv$ توزیع سرعت نوترون‌ها باشد، شار نوترون‌ها $n(v)\,v\,dv$ است.

اگر آشکارساز شامل N هسته بور با سطح مقطع $\delta$ باشد، نرخ انجام واکنش برای نوترون‌های با توزیع سرعت فوق برابر

$$dR = N\,\delta\,n(v)\,v\,dv$$

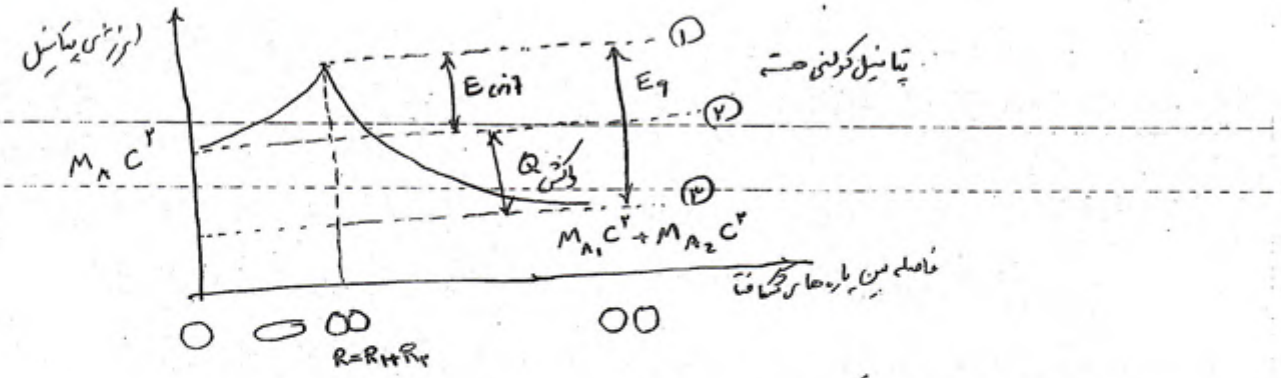
$$R = \int N\,\delta\,n(v)\,v\,dv \xrightarrow{\delta \propto \frac{1}{v},\ \delta = \frac{c}{v}} R = NC\int n(v)\,dv = NCn$$

نرخ انجام واکنش

پس عملکرد این بازه انرژی R با چگالی نوترون متناسب است.

www.Aiming.ir






در عنوان فوق فرض می‌شود که هسته مادر در حال سکون است. سطح انرژی اولیه سیستم $M_A c^2$ است بالاترین سطح انرژی پتانسیل زمانی است که دو پاره شکافت در کنار هم قرار می‌گیرند. در حالت نهایی دو پاره شکافت از هم کاملاً جدا می‌شوند. (سطح ۳)

انرژی مساوی کاهش جرم

$$Q_{واکنش} = M_A c^2 - (M_{A_1} c^2 + M_{A_2} c^2)$$

$$E_{crit} = E_q - Q$$

Q واکنش برحسب نوع هسته شکافتی متغیر است و با توجه به واکنش‌های ذرات مقدار مشخصی ندارد و بهترین روش محاسبه آن از طریق آزمایش است و در نهایت از Q های مختلف میانگین گرفته می‌شود.

محاسبه دقیق $E_q$ نیز ممکن نیست. روشی ساده برای محاسبه $E_q$ به صورت زیر است.

$$E_q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{cases} R = \frac{r_e}{2} A^{1/3} \\ r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \end{cases}$$

$$E_q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \times 2 m_e c^2$$

$$2 m_e c^2 \simeq 1 \text{Mev}$$

$Z_1 = Z_2 = \frac{Z}{2}$ و $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$ ⟹

$$E_q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1/16 Z^2}{A^{1/3}}$$

www.Aiming.ir

شکافت هسته ای :

در سال ۱۹۳۲ نوترون توسط چادویک کشف گردید. پس از آن عناصر مختلفی را در معرض بمباران نوترون قرار دادند که نتیجه آن در اغلب موارد گسیل ذرات $\beta$ و متعاقباً تبدیل نوترون به پروتون و بالارفتن عدد اتمی بود. در مرحله بعد سعی شد تا با گسیل ذرات $\alpha$ از عناصر فرا اورانیوم (با بالارفتن عدد اتمی) ایجاد کنند اما در آزمایش روی اورانیوم نتیجه آزمایش بسیار گیج کننده بود: از جمله آزاد شدن زیاد انرژی ($Q \simeq 200\ MeV$) که با انرژی های واپاشی تطابق نداشت و تولید عناصری که عدد اتمی آنها در حدود نصف اورانیوم بود نظر باریم. بدین ترتیب در سال ۱۹۳۹ شکافت هسته کشف گردید.

شکافت علت اصلی دو نوع شکافت هسته ای در هسته های سنگین رقابت بین نیروهای هسته ای و کولنی در هسته می باشد. دافعه کولنی با شتاب $Z^2$ رشد می کند در حالیکه انرژی بستگی هسته ای کل تقریباً متناسب با $A$ افزایش می یابد. پس در هسته های سنگین نیروی کولنی در مقابل نیروهای هسته ای می تواند پیروز شود که نتیجه آن شکافت هسته خواهد بود.

در شکافت، هسته مادر در اثر وارد شدن انرژی به آن از حالت دایره ای ○ به حالت بیضوی تغییر شکل می دهد (در این حالت با کاهش نیروهای هسته ای، نیروی دافعه کولنی باعث تغییر شکل هسته بصورت دمبلی شکل می شود. و پس از آن هسته به دو هسته کوچکتر تقسیم می شود.

(A) → ⬭ → ⧖ → ○○

انرژی که به هسته داده می شود، انرژی آستانه، فعال سازی یا مجازی نامیده می شود. بنابراین تا انرژی فعال سازی ($E_{crit}$) فراهم نشود، واکنش رخ نمی دهد.

www.Aiming.ir



برای هسته‌های سبک‌تر نظیر $^{208}Pb$ ، $E_{crit} \simeq 20\ MeV$ است. ملاحظه می‌شود انرژی مورد نیاز برای شکافت این هسته‌ها بسیار بالاست. بنابراین شکافت فقط برای هسته‌های سنگین جنبه عملی و کاربردی دارد.

البته شکافت ممکن است بدون انفرود انرژی $E_{crit}$ هم رخ بدهد. این نوع شکافت، شکافت خودبخودی نام دارد که احتمال آن بسیار پائین می‌باشد. به‌عنوان مثال برای $^{238}U$ فقط یک شکافت خودبخودی (Spontaneous Fission) در هر ۱۰۰ ثانیه انجام می‌شود.

زمانیکه یک نوترون جذب هسته می‌شود، یک هسته مرکب با انرژی برابر مجموع انرژی جنبشی نوترون جذب شده و انرژی بستگی (انیشتنی) نوترون در هسته مرکب، تشکیل می‌گردد. اگر این انرژی از $E_{crit}$ هسته مرکب بیشتر باشد شکافت رخ می‌دهد.

به‌عنوان مثال هنگام جذب نوترون توسط $^{235}U$، هسته $^{236}U$ تشکیل می‌شود که انرژی بستگی نوترون آخر در $^{236}U$ برابر $6,4\ MeV$ است. از سوی دیگر $E_{crit}^{236U} = 5,3\ MeV$ است.

پس اگر انرژی جنبشی نوترون جذب شده صفر هم باشد، هسته مرکب $^{236}U$ با انرژی حدود $1,1\ MeV$ بالاتر از $E_{crit}$ تشکیل می‌گردد، پس بلافاصله شکافت رخ می‌دهد.

هسته‌هایی مانند $^{235}U$ که می‌توانند با جذب یک نوترون (با انرژی صفر) شکافت پیدا کنند، Fissile گفته می‌شوند. باید توجه نمود که اگرچه در حقیقت اتفاق می‌افتد شکافت $^{236}U$ است. هسته‌های $^{233}U$، $^{239}Pu$ و نیز $^{241}Pu$ Fissile هستند.

برای برخی دیگر از هسته‌های سنگین، انرژی بستگی آخرین نوترون برای غلبه بر $E_{crit}$ و القای شکافت کفایت نمی‌کند و باید خود نوترون نیز دارای انرژی جنبشی باشد. این موضوع برای حالتی که هسته دارای

www.Aiming.ir



- تعداد زوج نوکلئون ( A زوج ) باشد بروز می‌کند زیرا انرژی بستگی نوترون آخر در هسته‌های با A فرد کمتر از هسته‌های با A زوج است. (اثر تزویج). به‌عنوان مثال انرژی بستگی آخرین نوترون برای $U^{239}$ تنها $4.9\ MeV$ است در حالیکه $E_{cnt}^{^{239}U} = 5.15\ MeV$ است. لذا شکافت تنها زمانی رخ می‌دهد که انرژی جنبشی نوترون بزرگتر مساوی $6\ MeV$ باشد. به این گونه هسته‌ها نظیر $U^{238}$ هسته‌های fissionable گفته می‌شود. بطور کلی اینا اصطلاح به هسته‌هایی اطلاق می‌شود که حداکثر انرژی نوترون برخوردی به آنها حداکثر $1.0\ MeV$ باشد تا شکافت القا گردد. به هسته‌هایی نظیر $Pb^{208}$ ~~که حداکثر $2.0\ MeV$ برای شکافت~~ که نیاز دارند تا نوترون با انرژی بیش از $1.0\ MeV$ به آنها برخورد کند تا شکافت رخ دهد را هسته fissionable می‌گویند.

- ممکن است شکافت از طریق برخورد اشعه گاما به هسته نیز القا گردد که به آن Photo fission گفته می‌شود. با توجه به اینکه انرژی گاما برای القای شکافت باید بسیار بالا باشد لذا این نوع واکنش در مباحث عملی راکتورها چندان مورد توجه نیست.

- بطور خلاصه شرط انجام شکافت را می‌توان بصورت زیر بیان نمود.

شرط انجام شکافت $E_{cnt} \geq S_n + \frac{A}{A+1} T_n$

$S_n$: انرژی جدایی آخرین نوترون

$\frac{A}{A+1} T_n$: انرژی منتقل شده به هسته (انرژی نوترون)

یادآوری:

انرژی منتقل شده به هسته ساکن $T_a = \frac{M_x}{M_x + M_a} T_n$

$M_x$: جرم هسته ساکن

$M_a$: جرم پرتابه

$T_n$: انرژی پرتابه

www.Aiming.ir



فیزیک هسته ای (یک جلسه مانده به آخر)

هسته هایی مانند $^{238}U$ که $E_{n1}$ بیار بالایی دارند به تنهایی به عنوان سوخت در راکتور قرار نمی گیرند.

معمولاً درصدی از سوخت‌های fissile (نظیر $^{233}U$ ، $^{235}U$ ، $^{239}Pu$) نیز به سوخت افزوده می‌شود. از میان این سوخت‌ها تنها $^{235}U$ در طبیعت (با عنایت ٪۷/۰) یافت می‌شود.

هسته‌هایی نظیر $^{232}Th$ خود fissile نیستند اما از طریق جذب نوترون می‌توانند به هسته fissile تبدیل شوند هسته fertile نام دارند.

$$^{232}Th\,(n,\gamma)\,^{233}Th \xrightarrow[22m]{\bar{\beta}} {}^{233}Pa \xrightarrow[27.4d]{\bar{\beta}} {}^{233}U$$

($^{232}Th$: Fertile)

در راکتورهای شکافت مقداری پلوتونیم در اثر جذب نوترون توسط $^{238}U$ تولید می‌شود:

$$^{238}U\,(n,\gamma)\,^{239}U \xrightarrow[23\,min]{\bar{\beta}} {}^{239}Np \xrightarrow[2.3d]{\bar{\beta}} {}^{239}Pu$$

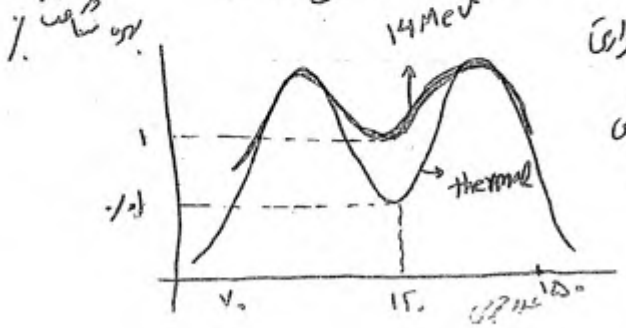
مقداری از پلوتونیم ۲۳۹ تولیدشده شکافت می‌شود و مقداری دیگر به سایر ایزوتوپ‌های پلوتونیم تبدیل می‌شود:

$$^{239}Pu + n \begin{cases} \nearrow \text{fission} \\ \searrow\ ^{240}Pu\,(n,\gamma)\,^{241}Pu \end{cases}$$

---

پس از شکافت فرآیندهای شکافت: - توزیع جرم پاره‌های شکافت:

پس از شکافت محصولات مختلفی تولید می‌شود اما معمولاً شکافت بصورت نامتقارن رخ می‌دهد




مثلاً برای $^{235}U$ احتمال شکافت متقارن با برخورد نوترون حرارتی حدود ٪۰/۰۱ است یعنی از هر ۲۰۰۰ شکافت فقط یکی منجر به محصولات شکافت متقارن می‌گردد. (احتمال برای هر پاره شکافت ٪۰/۰۱ است) اما با بالا رفتن انرژی تمایل به شکافت متقارن افزایش می‌یابد.

www.Aiming.ir



## تعداد نوترون های گسیل شده :

در لحظه شکافت ( در خلال $10^{-16}$ ثانیه پس از آن ) یک یا چند نوترون آزاد می شود که به نوترون های آنی (Prompt neutrons) موسوم هستند. میانگین تعداد نوترون های آزاد شده در شکافت ($\nu$) برای هسته های مختلف و برای نوترون های با انرژی مختلف متفاوت است.

$$\nu_{U-233} = 2{,}48 \quad , \quad \nu_{U-235} = 2{,}42 \quad , \quad \nu_{Pu-239} = 2{,}86$$

علاوه بر نوترون های آنی، بدنبال واپاشی بتا از پاره های شکافت، نوترون های تأخیری (با زمان تأخیر از مرتبه ثانیه) نیز گسیل می شوند.

$$^{235}U + n \xrightarrow{\text{شکافت}} {}^{93}Rb + {}^{141}Cs + \underbrace{(2n)}_{\text{نوترون های آنی}}$$

$$^{93}_{37}Rb_{56} \xrightarrow[4\,sec]{1{,}4\,\%} \bar{\beta} + {}^{93}_{38}Sr_{55} \longrightarrow (n) + {}^{92}_{38}Sr_{54}$$

نوترون تأخیری

تعداد نوترون های تأخیری در حدود یک نوترون در هر ۱۰۰ شکافت می باشد و می تواند نقش مهمی در کنترل راکتورهای هسته ای داشته باشد.

---

فرآیندهای واپاشی رادیواکتیو : محصولات شکافت به سمت پرتو زا هستند و با گسیل تابش های متعدد $\beta$ و $\gamma$ به سوی ایزوبارهای پایدار نزدیک می شوند.

$$^{93}Rb \xrightarrow{4\,sec} {}^{93}Sr \xrightarrow{7\,min} {}^{93}Y \xrightarrow{10\,h} {}^{93}Zr \xrightarrow{10^{6}} {}^{93}Nb\ (stable)$$

Yttrium — Zirconium — Niobium

$$^{141}Cs \xrightarrow{25\,Sec} {}^{141}Ba \xrightarrow{18\,min} {}^{141}La \xrightarrow{4\,h} {}^{141}Ce \xrightarrow{32\,d} {}^{141}Pr\ (stable)$$

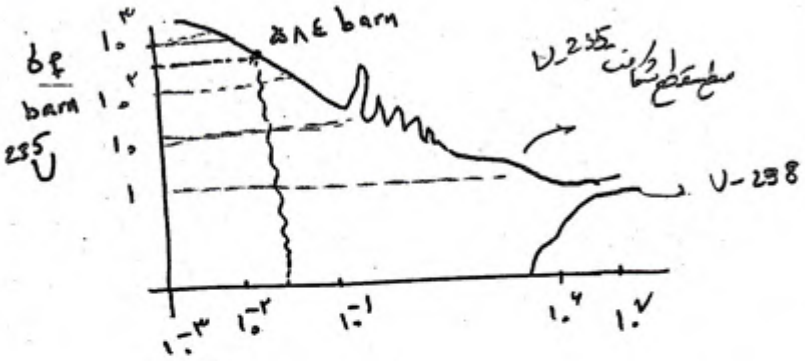
لانتانیم — Cerium — Praseodymium

این محصولات پرتو زا، محصولات پسماند راکتورهای هسته ای هستند.

www.Aiming.ir



## سطح مقطع شکافت :




سطح مقطع شکافت برای نوترون های کند در $^{235}U$ بسیار بیشتر از نوترون های سریع است.

پس راه موثر برای شکافتن هسته های $U_{235}$ کند کردن نوترون ها است.

## انرژی حاصل از شکافت

بصورت انرژی جنبشی

در حدود $^{Mev}$۱۶۸ از انرژی شکافت که پاره های شکافت در آمده و در فاصله حدود $10^{-3}$ سانتی متری به گرما تبدیل می شود.

جدول زیر انرژی را که توسط هر قسمت حمل می شود و مقدار قابل استحصال (Recoverable) آنرا نشان می دهد.

| شکل | انرژی ساطع شده (Mev) | انرژی قابل استحصال (Mev) |
|---|---|---|
| پاره های شکافت | ۱۶۸ | ۱۶۸ |
| واپاشی پاره های شکافت: | | |
| $\beta$ decay | ۸ | ۸ |
| $\gamma$ ها | ۷ | ۷ |
| نوترینو | ۱۲ | — |
| گاماهای آنی | ۷ | ۷ |
| نوترون های حاصل از شکافت (انرژی جنبشی) | ۵ | ۵ |
| گاماهای ناشی از گیراندازی نوترون | — | ۳-۱۲ |
| جمع | ۲۰۷ | ۱۹۸-۲۰۷ |

$\beta$ ها فاصله کمی را طی می کنند و قابل استحصال هستند. $\gamma$ ها با توجه به ابعاد راکتور قابل استحصال هستند اما نوترینوها بدون هیچ واکنشی از راکتور خارج می شوند.

www.Aiming.ir



## واکنش های شکافت کنترل شده

اگر حجم بزرگی از اورانیوم با ترکیب ٪ ۰/۷۲ اورانیوم ۲۳۵ و ٪ ۹۹/۲۸ اورانیوم ۲۳۸ داشته باشیم، بطور میانگین هر شکافت ۲/۵ نوترون ایجاد میکند. هریک از این نوترون های نسل دوم قادرند شکافت دیگری را بوجود آورند و الی آخر... که به این فرآیند واکنش زنجیره ای میگویند

اگر محیط را بی نهایت در نظر بگیریم (امکان نوترون نباشی از نشت نداشته باشیم)

$$K_\infty = \frac{\text{تعداد نوترون های نسل بعد}}{\text{تعداد نوترون های نسل قبل}}$$

در محیطی نهایت شرط ادامه واکنش زنجیره ای $K_\infty \gg 1$

با توجه به اینکه سطح مقطع شکافت نوترون های حرارتی کوچک است تمایل داریم تا نوترون ها را کند کنیم.

اگر فرض کنیم $N$ نوترون گرمایی در نسل قبلی وجود دارد، برخی از آنها توسط واکنش $(n,\gamma)$ جذب خواهند شد. پارامتر $\eta$ را به عنوان متوسط نوترون های شکافت ایجاد شده به ازای هر نوترون گرمایی اولیه تعریف می کنیم.

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$$

$\sigma_f$ ← سطح مقطع شکافت

$\sigma_f + \sigma_a$ ← سطح مقطع جذب

لذا در نسل بعدی تعداد $\eta N$ نوترون سریع داریم. این نوترون های تند می توانند با اورانیوم ۲۳۸ موجود در محیط برخورد شکافت دهند لذا تعداد نوترون های تند افزایش می یابد. $(\varepsilon > 1)$

$\varepsilon \eta N$

↓ فاکتور شکافت سریع

این تعداد نوترون تند برای کند شدن باید از رزونانس های جذب (گیراندازی) عبور کنند که احتمال عبور از این رزونانس ها را برابر $p$ در نظر می گیریم.

www.Aiming.ir



لذا تعداد نوترون‌های گرمایی نسل بعد برابر است با : $\eta \varepsilon P N$

اما همه این نوترون‌های گرمایی جذب سوخت نخواهند شد و بخشی از آن‌ها جذب مواد غیر سوخت می‌شوند (f)

لذا تعداد خالص نوترون‌های گرمایی که جذب مواد سوختی خواهند شد برابر $\eta \varepsilon P f N$ می‌باشد

بنابراین: $K_\infty = \frac{\eta \varepsilon P f N}{N} = \eta \varepsilon P f$ ✓

اگر نشت نوترون‌های سریع و حرارتی را هم در نظر بگیریم تعداد نوترون‌های نسل بعد برابر است با

$$\eta \varepsilon P f N (1-L_f)(1-L_t)$$

✓ کسر نوترون‌های انتقالی بر اثر نشت نوترون‌های سریع

کسر نوترون‌های انتقالی در اثر نشت نوترون‌های حرارتی.

اگر زمان هر نسل را $\tau$ در نظر بگیریم. در پایان نسل اول (زمان $\tau$) $KN$ نوترون

" " دوم ($2\tau$) " $K^2N$ "

" " سوم ($3\tau$) " $K^3N$ " خواهیم داشت.

تغییرات تعداد نوترون در بازه $dt$ $= dN = \frac{(KN-N)\,dt}{\tau} \Rightarrow N(t) = N_0 e^{\frac{(K-1)t}{\tau}}$

---

راکتور بحرانی $K=1$

راکتور فوق بحرانی $K>1$

راکتور زیر بحرانی $K<1$

www.Aiming.ir



تقسیم بندی راکتورها از نظر کاربرد:

- راکتورهای قدرت مانند PWR ، BWR

- راکتورهای تحقیقاتی: (با حدود قدرت $1-10^{MW}$) جهت استفاده از شار نوترون

- راکتورهای مبدل: جهت تبدیل مواد fertile (مثل $^{238}U$) به مواد fissile (مانند $^{239}Pu$)

$$^{238}U + n \longrightarrow {}^{239}U \xrightarrow{۲۳\ min} {}^{239}Np + \bar{\beta} + \bar{\nu}$$

$$\xrightarrow{۲,۳\ d} {}^{239}Pu + \bar{\beta} + \bar{\nu}$$

---

کندسازهای متداول: - آب $H_2O$

- آب سنگین $D_2O$

- برلیم

- کربن (گرافیت)

خنک کننده ها - آب / آب سنگین

- گاز $CO_2$ ، هوا، هلیم

- سدیم - فلزات مایع

---

تغییرات سطح مقطع در نواحی مختلف انرژی،

www.Aiming.ir



# حل تمرین سری اول و دوم و شصت هندسی

فیزیک هسته‌ای ۲ — حل تمرین سری اول

(۳) مثال: انرژی آستانه را برای واکنش $C^{12} + \alpha \rightarrow 3He^4$ حساب کنید.

ب) اگر در این واکنش، دو ذره آلفا در یک جهت و با یک انرژی جنبشی خارج شوند، چه کسری از انرژی قابل دسترس توسط ذرات آلفا مصرف می‌شود؟

حل

$$Q = \left[M(^{12}C) - 3(M(^{4}He))\right]c^2$$

$$= -7,2\ MeV$$

$$T_a \geq -Q\frac{M_a + M_x}{M_x} \Rightarrow T_{th} = -Q = +7,2\ MeV$$

شرط انجام واکنش

$$^{12}C + \alpha \rightarrow {}^{3}He + \gamma \quad \text{یا} \quad X + \alpha \rightarrow Y + \gamma$$

با توجه به اینکه $M_\gamma = 0$ است

ب) از اصل تباه ناشدنی داریم:

$$(MV)_{\text{تک ذره}} = (MV)_{\text{دو ذره}}$$

$$M_\alpha V_{\alpha_1} = (M_\alpha + M_\alpha)V_{\alpha_2} = 2M_\alpha V_{\alpha_2}$$

$$\Rightarrow V_{\alpha_1}^2 = 4V_{\alpha_2}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}M_\alpha V_{\alpha_1}^2 = 4\left(\frac{1}{2}M_\alpha V_{\alpha_2}^2\right) \Rightarrow T_{\alpha_1} = 4T_{\alpha_2} = 2(T_{\alpha_2} + T_{\alpha_2})$$

$$\Rightarrow T_{\alpha_1} = 44,4\ \%\quad T_{\alpha_2} = 16,6\ \%$$

---

(۴) مثال: انرژی مطلوب است محاسبه مقادیر Q در واکنش $H^2 + H^2 \rightarrow He^3 + n$ و واکنش $H^3 + H^2 \rightarrow He^4 + n$

ب) فرض می‌کنیم یک ستاره‌ی انفجار داشته باشد که در هر ثانیه $10^{20}$ ذره با انرژی 4MeV هر ذره، مقدار انرژی تولید شده را که می‌توان با به کار بردن این ستاره جهت دیوتریک از واکنش‌های فوق ایجاد کرد، محاسبه کنید. (جرم $H^3$ برابر $3,016050$ واحد جرم اتمی است).

www.Aiming.ir

حل الف:

$$H^2 + H^2 \longrightarrow He^3 + n$$

$$Q = [2M_D - M_{He^3} - M_n]c^2 = [2 \times 2{,}014\,u - 3{,}016\,u - 1{,}00866\,u] \times 931{,}5\ Mev$$

$$= \boxed{3{,}27\ Mev}$$

ب)

$$^3H + {}^2H \longrightarrow {}^4He + n \Rightarrow Q = 17{,}59\ Mev$$

$$T + D \longrightarrow \alpha + n$$

x a y b

$T_a = 4\ Mev$

$M_a = 2$

$M_y = 4$

$M_b = 1$ $\Rightarrow T_b = ?$

$$Q = T_b\left(1 + \frac{M_b}{M_y}\right) - T_a\left(1 - \frac{M_a}{M_y}\right) - \frac{2}{M_y}\sqrt{M_a T_a M_b T_b}\cos\theta$$

بیشترین انرژی حاصل وقتی زاویه‌ها کمترین باشد: $\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$17{,}59\ Mev = T_b\left(1 + \frac{1}{4}\right) - 4\left(1 - \frac{2}{4}\right) - \frac{2}{4}\sqrt{2 \times 4 \times 1 \times T_b}$$

$$\sqrt{T_b} = x \Rightarrow x^2 - 1{,}41x - 19{,}09 = 0 \Rightarrow \boxed{T_b = 4{,}25\ Mev = T_n}$$

www.Aiming.ir



مسأله ۲۴ ~~در صورت تمرین عدد~~

(۵) واکنش هسته‌ای ${}^{1}_{1}H + {}^{14}_{7}N \longrightarrow X + {}^{4}_{2}He$ در صورت برخورد $\alpha$ ها با انرژی‌های هسته تیتروژن انجام می‌شود.

محصول واکنش $X$ چیست؟ حداقل انرژی ذرات $\alpha$ برای انجام واکنش (در دستگاه آزمایشگاه) چیست؟

$^{1}H = 1{,}0081$

$^{4}He = 4{,}0039$

$^{14}N = 14{,}0075$

$X = 17{,}0045$

حل: با توجه به پایستگی عدد نوکلئون و پروتون در فرایند واکنش:

$$7 + 2 = 1 + Z \longrightarrow Z = 8$$
$$14 + 4 = 1 + A \longrightarrow A = 17$$

لذا محصول واکنش ${}^{17}_{8}O$ می‌باشد.

$$Q = \left[(4{,}0039 + 14{,}0075) - (17{,}0045 + 1{,}0081)\right] \times 931{,}5 = -1{,}1188\ MeV$$

واکنش گرماگیر است که

$$E_{threshold} = |Q|\left(1 + \frac{M_{He}}{M_N}\right) = 1{,}4375\ MeV$$

---

(۶) مسأله: مقدار $Q$ برای واکنش‌های ${}^{2}H(d,n){}^{3}He$ و ${}^{2}H(d,p){}^{3}H$ به ترتیب برابر $3{,}27\ MeV$ و $4{,}03\ MeV$ است. نشان دهید که اختلاف انرژی بستگی ${}^{3}H$ و ${}^{3}He$ برابر $0{,}74\ MeV$ است. ~~و انرژی بستگی~~ ~~این مقدار~~ ~~برابر~~ ~~انرژی~~ ~~کولنی~~ ~~دو پروتون~~ ~~هسته~~ ~~$^{3}He$~~ ~~است.~~ ~~(فاصله بین پروتون‌ها در هسته $r = 1{,}3\ fm \times A^{1/3}$)~~

حل

$${}^{2}H + {}^{2}H \longrightarrow n + {}^{3}He + 3{,}27\ MeV$$
$${}^{2}H + {}^{2}H \longrightarrow p + {}^{3}H + 4{,}03\ MeV$$

$M_n - M_p = 1{,}29$ یا نزدیک ۱!!!

$$\Rightarrow M_n + M_{He^3} + 3{,}27\ MeV = M_p + M_{H^3} + 4{,}03\ MeV$$

$$\Rightarrow M_{H^3} - M_{He^3} = (M_n - M_p) + 3{,}27 - 4{,}03$$
$$= 1{,}29 + 3{,}27 - 4{,}03 = 0{,}53\ MeV$$

---

انرژی بستگی $B(H^3) = m_p + 2m_n - M(H^3)$

$B(He^3) = 2m_p + m_n - M(He^3)$

$$\Rightarrow B(H^3) - B(He^3) = m_n - m_p - \left[M(H^3) - M(He^3)\right] = 1{,}29 - 0{,}53 = 0{,}76\ MeV$$

www.Aiming.ir

$E_c =$ انرژی کولنی بین دو پروتون

---

۷) مسأله: فروپاشی حاصل از جذب نوترون توسط $^{10}_{5}B$ که منجر به تولید $^{11}_{5}B$ می‌شود، این هسته خود به واپاشی $\alpha$ و $^{7}_{3}Li$ تبدیل می‌شود. الف) مقدار Q حاصل واکنش و ب) انرژی جنبشی ذرات $\alpha$ و $^{7}_{3}Li$ را حساب کنید.

جرم‌ها: $^{10}_{5}B = 10.011411\ amu$ ، $^{1}_{0}n = 1.008987\ amu$

$^{7}_{3}Li = 7.018224\ amu$ ، $^{4}_{2}He = 4.003879\ amu$

$1\ amu = 931\ MeV$

حل: الف)

$$n + {}^{10}_{5}B \longrightarrow {}^{11}_{5}B \longrightarrow \alpha + {}^{7}_{3}Li + Q$$

الف) $Q = (M_n + M_{B^{10}} - M_\alpha - M_{Li}) \times 931^{MeV} = 2.79\ MeV$

ب)

$$E_\alpha = \frac{Q\, M_{Li}}{M_\alpha + M_{Li}} = \frac{2.79 \times 7.018}{4.004 + 7.018} = 1.78\ MeV$$

$$E_{Li} = Q - E_\alpha = 2.79 - 1.78 = 1.01\ MeV$$

www.Aiming.ir



(۱) مسأله: هسته $^{12}C$ حالت برانگیخته‌ای در انرژی $4.44\ MeV$ دارد. می‌خواهیم بدانیم آیا این حالت را می‌توان با پراکندگی غیرکشسان پروتون‌ها با زاویه $90^\circ$ با هدف کربنی ایجاد کرد؟ اگر دسترسی به باریکه پروتون‌ها با انرژی $15\ MeV$ داشته باشیم، انرژی جنبشی پروتون‌های پراکنده‌شده چقدر خواهد بود؟

حل: در پراکندگی ناکشسان را می‌توان نظیر یک واکنش گرمایگیر در نظر گرفت که حتماً طی آن تغییری می‌کند. پس:

$$Q = E_b\left(1+\frac{m_b}{m_y}\right) - E_a\left(1-\frac{m_a}{m_y}\right) \quad , \quad \theta = 90^\circ$$

$$Q = -4.44 \ , \ m_a = 1 \ , \ m_b = 1 \ , \ m_y = 12 \ , \ E_a = 15\ MeV$$

$$\Rightarrow E_b = 8.43\ MeV$$

---

(۲) مسأله: پروتون‌ها با انرژی $5\ MeV$ که از $^{10}_{5}B$ تحت زاویه $45^\circ$ پراکنده می‌شوند، مقدار بیکی را در انرژی $3\ MeV$ نشان می‌دهند. الف) این انرژی مطابق کدام انرژی برانگیختگی $^{10}_{5}B$ است؟

ب) انرژی پروتون‌های پراکنده‌شده، اگر پراکندگی کشسان باشد چقدر است؟

حل الف) $$Q = E_b\left(1+\frac{m_b}{m_y}\right) - E_a\left(1-\frac{m_a}{m_y}\right) - \frac{2}{m_y}\sqrt{m_a m_b E_a E_b}\cos\theta$$

در اینجا:

$m_a = m_b = 1$
$m_y = 10$
$E_a = 5$
$E_b = 3$
$\theta = 45^\circ$

پس با جایگذاری در رابطه بالا $Q = -1.75\ MeV$

لذا انرژی تحریک $^{10}B$ برابر $1.75\ MeV$ خواهد بود.

ب) در پراکندگی کشسان $Q = 0$ است. با جایگذاری در رابطه بالا

$$E_b = 4.15\ MeV$$

$$^{10}B + p \longrightarrow {}^{10}B + p$$

www.Aiming.ir

**۱۰** مسأله: مقدار Q واکنش $^{3}H(p,n)^{3}He$ برابر $-0.764\ MeV$ است. الف) مقدار آستانهٔ انرژی انجام واکنش در حالت برخورد جلو ب) در حالت $\theta = 90^\circ$ را حساب کنید.

$$^{3}H + p \rightarrow {}^{3}He + n$$

حل آستانهٔ انرژی برای واکنش در زاویهٔ $\theta = 0$ برابر است با:

$$E_p(threshold) = |Q|\left(1 + \frac{m_p}{m_{H^3}}\right) = 0.764 \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1.019\ MeV$$

ب) آستانهٔ انرژی برای واکنش، در زاویهٔ $\theta = 90^\circ$ برابر است با

$$E_p(threshold) = \frac{|Q|\, m_{He}}{m_{He} - m_p} = 0.764 \times \left(\frac{3}{3-1}\right) = 1.146\ MeV$$

---

**۱۱** مسأله: وقتی $^{30}Si$ با دوترون بمباران شود، $^{31}Si$ در حالت پایه با طلع شدن پروتون ایجاد می‌شود. با استفاده از داده‌های زیر مقدار انرژی آزاد شده، در این واکنش را بدست آورید.

$$^{31}Si \longrightarrow {}^{31}P + \beta^- + 1.51\ MeV$$

$$^{30}Si + d \longrightarrow {}^{31}P + n + 5.1\ MeV$$

$$n \longrightarrow p + \beta^- + \bar{\nu} + 0.78\ MeV$$

حل

$$d + {}^{30}Si \longrightarrow {}^{31}Si + p$$

$$Q = M_d + M_{Si^{30}} - M_{Si^{31}} - M_p$$

$$\begin{cases} M_{Si^{30}} + M_d = M_{P^{31}} + M_n + 5.1 \\ M_{Si^{31}} = M_{P^{31}} + M_e + 1.51 \end{cases} \longrightarrow$$

دستگاه را حل می‌کنیم

$$M_{Si^{30}} + M_d - M_{Si^{31}} = M_n - M_e + 3.59$$

$M_p$

$$\longrightarrow M_n = M_p + M_e + 0 + 0.78$$

$m_n - M_e = 0.78$

دستگاه را با هم جمع می‌کنیم:

$$M_{Si^{30}} + M_d - M_{Si^{31}} - M_p = Q = 3.59 + 0.78 = 4.37\ MeV$$

www.Aiming.ir



**۱۲)** ما آلیم انرژی پروتون‌ها آشکارسازی شده در زاویه ۹۰° وقتی دوترون‌ها با انرژی $^{27}Al$ ۲٫۱Mev برخورد $^{28}Al$ جهت تولید (با فرض $Q = 5.15\ Mev$) را محاسبه کنید:

$$^{27}Al + D \rightarrow {}^{28}Al + p$$

حل

$$Q = E_b\left(1+\frac{m_b}{m_y}\right) - E_a\left(1-\frac{m_a}{m_y}\right) - \frac{2}{m_y}\sqrt{m_a m_b E_a E_b}\cos\theta$$

در اینجا $b = p$ ، $a = d$ ، $y = {}^{28}Al$ ، $\theta = 90^\circ$

$$5.15 = E_p\left(1+\frac{1}{28}\right) - 2.1\left(1-\frac{2}{28}\right) \rightarrow E_p = 7.19\ Mev$$

---

**۱۳)** ما آلیم یک هدف آلومینیوم توسط ذرات $\alpha$ بمباران می‌شود. انرژی ذرات $\alpha$ برابر $7.68\ Mev$ است و پروتون‌های حاصل در زاویه ۹۰° در انرژی‌های $8.43$ ، $4.41$ ، $5.15$ و $3.91\ Mev$ ظاهر می‌شوند.

دیاگرامی را برای سطوح انرژی هسته باقیمانده رسم کنید.

$$\alpha + {}^{27}Al \rightarrow {}^{30}Al + p$$

حل) در واکنش $X(a,b)Y$ در زاویه ۹۰°:

$$Q = E_b\left(1+\frac{m_b}{m_y}\right) - E_a\left(1-\frac{m_a}{m_y}\right)$$

$$= E_p\left(1+\frac{1}{30}\right) - 7.68\left(1-\frac{4}{30}\right)$$

$$Q_0 = -2.26$$

برای $E_p = 4.41\ Mev \rightarrow Q_1 = -1.032$

$E_p = 5.15\ Mev \rightarrow Q_2 = -1.434$

$E_p = 3.91\ Mev \rightarrow Q_3 = -2.054$

سطوح انرژی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$E_0 = Q_0 - Q_0 = 0$ (حالت پایه)

$E_1 = Q_0 - Q_1 = 2.294$

$E_2 = Q_0 - Q_2 = 3.594$

$E_3 = Q_0 - Q_3 = 4.180$

پس سطوح انرژی $^{30}Si$ بصورت زیر است.

$4.180\ Mev$ ———

$3.594$ ———

$2.294$ ———

$0$ ———

$Al\ \alpha\ Al\ p$

$X + a \rightarrow Y + b$

www.Aiming.ir

(۱۴) حالی واکنش $^{3}H(d,n)^{4}He$ دارای Q برابر $17,4Mev$ است. چه بازه‌ای از انرژی‌های نوترون‌های حاصل از این واکنش با بازه‌ای باریکی در حدود $30^{\circ}$ مشاهده خواهد شد؟

$X(a,b)Y$

$$Q = E_b\left(1+\frac{m_b}{m_y}\right) - E_a\left(1-\frac{m_a}{m_y}\right) - \frac{2}{m_y}\sqrt{m_a m_b E_a E_b}\cos\theta$$

$a=d$, $x=^{3}H$, $b=n$, $y=^{4}He$

$E_a = 1/3Mev$

حداکثر انرژی نوترون در $\theta = 0$ و حداقل انرژی نوترون حاصل از $\theta = 180^{\circ}$ درست می‌آید لذا

$$E_{n(max)} = 15,41\ Mev$$

$$E_{n(min)} = 13,08\ Mev$$

www.Aiming.ir



# حل تمرین فیزیک هسته‌ای ۲ سری دوم

(۱۵) مسأله: یک هدف نازک از $^{48}Ca$ با چگالی اتمی $1,3\times10^{19}$ هسته بر $cm^2$ با یک بیم (beam) از ذرات $\alpha$ با جریان $1.0^{nA}$ نانو بمباران می‌گردد. آشکارسازی با زاویه فضایی $2\times10^{-3}$ استرادیان تعداد ۱۵ پروتون در ثانیه را ثبت می‌کند. درصورتیکه توزیع زاویه‌ای محصول واکنش همسانگرد باشد، سطح مقطع کل واکنش $^{48}Ca(\alpha,P)$ را حساب کنید.

$$\sigma_{total} = \frac{\text{تعداد کل ذرات ساطع شده}}{(\text{تعداد هسته های هدف درمعرض بیم}) \times (\text{شدت بیم فرودی})}$$

درصورتیکه توزیع زاویه‌ای همسانگرد باشد:

$$\text{تعداد کل ذرات ساطع شده} = (\text{تعداد ذرات آشکارسازی شده}) \times \left(\frac{4\pi}{d\Omega}\right) = 15 \times \frac{4\pi}{2\times10^{-3}} = 9,42\times10^{4} \text{ بر ثانیه}$$

$$\text{شدت بیم} = \frac{\text{تعداد ذرات فرودی عمودی از سطح واحد در ثانیه}}{} = \frac{10\times10^{-9}\ A}{1,6\times10^{-19}\ C} = 6,25\times10^{10}\ /cm^2.s$$

نانو

$$\Rightarrow \sigma_{total} = \frac{9,42\times10^{4}}{6,25\times10^{10}\times1,3\times10^{19}} = 1,159\times10^{-25}\ cm^2 = 11.6\ mbarn$$

www.Aiming.ir

(۲۶) مسأله: در یک آزمایش پراکندگی یک ورقه آلومینیومی با ضخامت $1.2\,m$ در مقابل یک بیم با شدت $8\times10^{8}$ ذره بر ثانیه بر $cm^2$ قرار می‌گیرد. سطح مقطع دیفرانسیلی بصورت تابع زیر می‌باشد

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B\cos^2\theta$$

که در آن A و B مقادیر ثابت و $\theta$ زاویه پراکندگی است.

با یک آشکارساز به مساحت $0.1\,m^2$ که در فاصله ۶ متری ورقه آلومینیومی قرار می‌گیرد، تعداد ۵۰ ذره ساطع شده در زاویه $30^\circ$ و تعداد ۴۰ ذره ساطع شده در زاویه $60^\circ$ (در ثانیه) اندازه‌گیری می‌شود. مقادیر A و B را بدست آورید. عدد جرمی آلومینیوم ۲۷ و چگالی آن $2.7\,g/cm^2$ است.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{I}{I_0 N d\Omega} = A + B\cos^2\theta$$

$$I_0 = 8\times10^{8}\ /cm^2.S$$

$N$ تعداد ذرات هدف که در برابر بیم قرار می‌گیرد $= \frac{\rho N_a x}{M}$ ← ضخامت، چگالی، عدد آوگادرو، عدد جرمی

$$= \frac{6.02\times10^{23}\times2.7\times10^{-3}}{27} = 6.02\times10^{19}$$

ضخامت بر حسب سانتی‌متر

$$d\Omega = \frac{0.1}{6^2} = 2.78\times10^{-4}$$

$$\begin{cases} A + B\cos^2 30^\circ = \dfrac{50}{8\times10^{8}\times6.02\times10^{19}\times2.78\times10^{-4}} = 3.24\times10^{-24} \\ A + B\cos^2 45^\circ = \dfrac{40}{8\times10^{8}\times6.02\times10^{19}\times2.78\times10^{-4}} = 2.99\times10^{-24} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 1.01\ barn/sr \\ B = 2.96\ barn/sr \end{cases}$$

www.Aiming.ir



**۱۷)** مسأله) ضخامت ورقه‌ای از جنس ایندیوم که $\frac{1}{2}$ از نوترون‌های برخوردی (در انرژی رزونانس ایندیوم $1,44 eV$) با سطح مقطع $\sigma = 28000$ بارن را جذب می‌کند بدست آورید. عدد جرمی ایندیوم $114,7 amu$ و چگالی آن $7,3 \frac{gr}{cm^3}$ است.

$$I = I_0 e^{-\Sigma x}$$

$\Sigma$ = سطح مقطع ماکروسکوپی $= N\sigma = \frac{\rho N_a}{M}\sigma = \frac{7,3 \times 6,02 \times 10^{23}}{114,7} \times 28000 \times 10^{-24}$

سطح مقطع میکروسکوپی

$$\Sigma = 1,073\ cm^{-1}$$

$$\frac{I}{I_0} = 0,99 = e^{-1,073x} \Rightarrow x = 9,37 \times 10^{-4}\ cm$$

---

**۱۸)** مسأله) انرژی جنبشی آستانه برای واکنش

$$P + {}^{3}_{1}H \longrightarrow {}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H$$

را در دو حالت زیر حساب کنید: الف) اگر دوترون بر ${}^{3}_{1}H$ که ساکن است فرود آید. ب) اگر ${}^{3}_{1}H$ بر $P$ که ساکن است فرود آید.

$M_P = 1,00782\ amu$ , $M_{{}^{3}_{1}H} = 3,16049\ amu$ , $M_{{}^{2}_{1}H} = 2,14103\ amu$

حل)

$$T_{th} = -Q\left(1 + \frac{M_a}{M_x}\right)$$

$$Q = T_y + T_b - T_a = \left[(M_a + M_x) - (M_b + M_y)\right]c^2$$

$$= \left[(1,00782 + 3,16049) - (2 \times 2,14103)\right] \times 931,5 = -4,033\ MeV$$

الف)

$$T_{th} = 4,033\left(1 + \frac{1,00782}{3,16049}\right) = 5,311\ MeV$$

ب)

$$T_{th} = 4,033\left(1 + \frac{3,16049}{1,00782}\right) = 16,11\ MeV$$

لذا اگر ذره فرودی سبک باشد و به هدف سنگین برخورد کند، انرژی آستانه کمتری نیاز خواهد داشت.

www.Aiming.ir

(14) مسأله: انرژی آستانه برای وقوع واکنش (p,n) بر روی $^{63}_{29}Cu$ چقدر است؟ فرض کنید از $^{63}_{30}Zn$ پوزیترون با انرژی ماکزیمم 2,13 Mev گسیل می‌شود.

$^{63}_{29}Cu\ (p,n)\ ^{63}_{30}Zn$ واکنش 1

$^{63}_{30}Zn \rightarrow ^{63}_{29}Cu + e^+ + \nu$ واکنش 2

$$T_{th} = (-Q)\frac{m_y + m_b}{m_y + m_b - m_a}$$

پس ابتدا مقدار Q را بدست می‌آوریم.

$$Q = [m_x + m_a - m_y - m_b]c^2 = [M(^{63}_{29}Cu) + M(^1H) - M(^{63}_{30}Zn) - m_n]c^2$$

$$= [M(^{63}_{29}Cu) - M(^{63}_{30}Zn)]c^2 + [M(^1H) - m_n]c^2 \quad \text{(رابطه 1)}$$

از واکنش 2 داریم $Q_{\beta^+} = [M(^{63}_{30}Zn) - M(^{63}Cu) - 2m_e]c^2$

$$\Rightarrow [M(^{63}Cu) - M(^{63}_{30}Zn)]c^2 = -(Q_{\beta^+} + 2m_e c^2) = -(2,13 + 2\times 0,511)$$

$$= -3,1322\ Mev$$

این مقدار را در رابطه (1) قرار می‌دهیم:

$$Q = -3,1322 + (1,00782 - 1,00867)\times 931,47 = -4,1044\ Mev$$

$$\Rightarrow T_{th} = -(-4,1044)\times\frac{M(^{63}_{30}Zn) + m_n}{M(^{63}_{30}Zn) + m_n - m_p} \simeq 4,104$$

$m_n = 1,00867\ u$

$m_p = 1,00727\ u$

$M_{^{63}_{30}Zn} = 62,9331\ u$

www.Aiming.ir



۴۰) مساله) کادمیوم برای نوترون‌های با انرژی ۰/۱۷۸۶ eV دارای یک رزونانس در سطح مقطع کل با مقدار پیک برابر ۷۰۰۰ barn است. مقدار سطح مقطع پراکندگی را در این رزونانس حساب کنید.

(با توجه به اینکه طول موج دوبروی نوترون از رابطه $\lambda = \frac{0.2896}{\sqrt{E}}$ Å (E بحسب الکترون‌ولت) محاسبه می‌شود).

حل) با توجه به فرمول برایت و ویگنر داریم:

$$\sigma_t = \pi \frac{\lambda^2 \Gamma_s \cdot \Gamma \cdot g}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$\sigma_s = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s^2 \cdot g}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

دو رابطه فوق را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_t} = \frac{\Gamma_s}{\Gamma} \quad (1)$$

با صرف‌نظر کردن از فاکتور g (اثرات اسپینی) در رزونانس داریم:

$$E = E_R \Rightarrow \sigma_t = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s \Gamma}{0 + \frac{\Gamma^2}{4}} \xrightarrow{\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}} \sigma_t = \frac{\lambda^2}{\pi} \frac{\Gamma_s}{\Gamma}$$

محاسبه طول موج دوبروی $\lambda = \frac{0.2896}{\sqrt{0.1786}} Å = 0.6978\ Å = 0.6978 \times 10^{-8}$ cm

$$\Rightarrow \sigma_t = 7000 \times 10^{-24} = \frac{(0.6978 \times 10^{-8})^2}{\pi} \frac{\Gamma_s}{\Gamma} \Rightarrow \frac{\Gamma_s}{\Gamma} = 47.115 \times 10^{-5} \quad (2)$$

از رابطه (1) و (2) داریم:

$$\sigma_s = \sigma_t \frac{\Gamma_s}{\Gamma} = 3.35 \text{ barn}$$

www.Aiming.ir

(۲۱) مسأله ۲) یک هسته دارای رزونانس نوترونی در انرژی $60\ eV$ است و رزونانس دیگری در انرژی‌های مجاور ندارد. برای این رزونانس $\Gamma_n = 4.2\ eV$ ، $\Gamma_\gamma = 1.3\ eV$ و $\Gamma_\alpha = 2.7\ eV$ است. سطح مقطع $(n,\gamma)$ و $(n,\alpha)$ را در انرژی $70\ eV$ برای این هسته بیابید. (از اثرات اسپینی صرفنظر کنید)

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_\alpha = 4.2 + 1.3 + 2.7 = 8.2\ eV$$

با توجه به فرمول برایت ویگنر: $\sigma(n,\gamma) = \dfrac{\lambda^2}{4\pi}\dfrac{\Gamma_\gamma \Gamma_n}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$

واینکه $\lambchar = \dfrac{\lambda}{2\pi}$

$$\lambda = \frac{0.2864}{\sqrt{E}}\ \text{Å} = 3.34 \times 10^{-10}\ cm$$

انرژی مورد نظر ↑ ، انرژی رزونانس ↑

$E_R = 60\ eV$ ، $E = 70\ eV$ ، $\Gamma_\gamma = 1.3\ eV$ ، $\Gamma_n = 4.2\ eV$

با صرفنظر از ضریب g (اثرات اسپینی) با جایگذاری مقادیر در رابطه برایت ویگنر فوق داریم:

$$\sigma(n,\gamma) = \boxed{1215\ barn}$$

$$\sigma(n,\alpha) = \sigma(n,\gamma)\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_\gamma} = 1215 \times \frac{2.7}{1.3} = \boxed{2523\ barn}$$

www.Aiming.ir



(۲۲) مسأله ۳. نوترون‌های برخوردی به یک هسته سنگین با انرژی $J_n = 0$ رزونانسی را در انرژی $E_R = 250\ eV$ در سطح مقطع کل با پیک $1300\ barn$ و پهنای $\Gamma = 20\ eV$ دارند. پهنای رزونانس برآکندگی را محاسبه کنید.

فرمول رزونانس برایت ویگنر بصورت زیر است:

$$\sigma_t = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s \Gamma \cdot g}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

با اسپین صفر هسته هدف مقدار فاکتور $g = 1$ می‌شود. لذا در انرژی رزونانس رابطه فوق بصورت زیر در می‌آید:

$$\sigma_t = \frac{\lambda^2 \Gamma_s}{\pi \Gamma} \Rightarrow \Gamma_s = \frac{\pi \Gamma \sigma_t}{\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{0.286}{\sqrt{E}}\ \text{Å} = \frac{0.286}{\sqrt{250}} = 0.018\ \text{Å} = 1.8 \times 10^{-10}\ cm$$

با جایگذاری $\sigma_t = 1300 \times 10^{-24}\ \frac{cm^2}{}$ ، $\Gamma = 20\ eV$ و $\lambda = 1.8 \times 10^{-10}\ cm$ در رابطه فوق داریم:

$$\Gamma_s = \frac{3.14 \times 20 \times 1300 \times 10^{-24}}{(1.8 \times 10^{-10})^2} = 2.5\ eV$$

www.Aiming.ir

۷۵

C

۲۳) مسأله) کادمیوم برای نوترون‌های با انرژی ۱۷۸eV دارای یک رزونانس در سطح مقطع کل با مقدار پیک برابر ۷۰۰۰ barn است. مقدار سطح مقطع پراکندگی را در این رزونانس حساب کنید.

(با توجه به اینکه طول موج دوبروی نوترون از رابطه $\lambda = \frac{0.286}{\sqrt{E}}\ \text{Å}$ ↓ بحسب انگستروم محاسبه می‌شود).

حل) با توجه به فرمول برایت ویگنر داریم:

$$\sigma_t = \pi \frac{\lambda^2 \Gamma_s \cdot \Gamma \cdot g}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$\sigma_s = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s^2 \cdot g}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

دو رابطه فوق را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_t} = \frac{\Gamma_s}{\Gamma} \quad (1)$$

با صرف نظر کردن از فاکتور g (اثرات اسپینی) در رزونانس داریم:

$$E = E_R \Rightarrow \sigma_t = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s \Gamma^2}{0 + \frac{\Gamma^2}{4}} \xrightarrow{\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}} \sigma_t = \frac{\lambda^2}{\pi} \frac{\Gamma_s}{\Gamma}$$

محاسبه طول موج دوبروی $\lambda = \frac{0.286}{\sqrt{0.178}} = 0.678\ \text{Å} = 0.678 \times 10^{-8}\ \text{cm}$

$$\Rightarrow \sigma_t = 7000 \times 10^{-24} = \frac{(0.678 \times 10^{-8})^2}{\pi} \frac{\Gamma_s}{\Gamma} \Rightarrow \frac{\Gamma_s}{\Gamma} = 47.115 \times 10^{-5} \quad (2)$$

از رابطه (1) و (2) داریم:

$$\sigma_s = \sigma_t \frac{\Gamma_s}{\Gamma} = 3.35\ \text{barn}$$

www.Aiming.ir

(۲۴) مسأله ۲) یک هسته دارای رزونانس نوترونی در انرژی $60\ eV$ است و رزونانس دیگری در انرژی‌های مجاور ندارد. برای این رزونانس $\Gamma_n = 4{,}2\ eV$ ، $\Gamma_\gamma = 1{,}3\ eV$ و $\Gamma_\alpha = 2{,}7\ eV$ است. سطح مقطع $(n,\gamma)$ و $(n,\alpha)$ را در انرژی $70\ eV$ برای این هسته بیابید. (از اثرات اسپین صرفنظر کنید)

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_\alpha = 4{,}2 + 1{,}3 + 2{,}7 = 8{,}2\ eV$$

$$\sigma(n,\gamma) = \frac{\lambda^2}{4\pi}\,\frac{\Gamma_\gamma \Gamma_n}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

با توجه به فرمول برایت ویگنر: $\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}$ و اینکه

$$\lambda = \frac{0{,}2864}{\sqrt{E}} = 3{,}41 \times 10^{-10}\ cm$$

$E_R = 60\ eV$ (انرژی تشدید رزونانس) ، $E = 70\ eV$ (انرژی مورد نظر) ، $\Gamma_\gamma = 1{,}3\ eV$ ، $\Gamma_n = 4{,}2\ eV$

با صرفنظر از ضریب g (اثرات اسپین) با جایگذاری مقادیر در رابطه برایت ویگنر خواهیم داشت:

$$\sigma(n,\gamma) = 1215\ barn$$

$$\sigma(n,\alpha) = \sigma(n,\gamma)\,\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_\gamma} = 1215 \times \frac{2{,}7}{1{,}3} = 2523\ barn$$

www.Aiming.ir



۲۵) مسأله ۳) نوترون‌های برخوردی با یک هسته سنگین با انرژی $\sigma_n = 0$ رزونانسی را در انرژی $E_R = 250\ eV$ در سطح مقطع کل با پیک $1300\ barn$ و پهنای $\Gamma = 20\ eV$ دارند. پهنای رزونانس برانگذگی را محاسبه کنید.

فرمول رزونانس برایت ویگنر بصورت زیر است:

$$\sigma_t = \frac{\pi \lambda^2 \Gamma_s \Gamma \cdot g}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

با این صفحه هدف مقدار فاکتور $g = 1$ می‌شود. لذا در انرژی رزونانس رابطه فوق بصورت زیر در می‌آید:

$$\sigma_t = \frac{\lambda^2 \Gamma_s}{\pi \Gamma} \Rightarrow \Gamma_s = \frac{\pi \Gamma \sigma_t}{\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{0.286}{\sqrt{E}}\ \text{Å} = \frac{0.286}{\sqrt{250}} = 0.018\ \text{Å} = 1.8 \times 10^{-10}\ cm$$

با جایگذاری $\sigma_t = 1300 \times 10^{-24}\ \frac{cm^2}{}$ ، $\Gamma = 20\ eV$ و $\lambda = 1.8 \times 10^{-10}\ cm$ در رابطه فوق داریم:

$$\Gamma_s = \frac{3.14 \times 20 \times 1300 \times 10^{-24}}{(1.8 \times 10^{-10})^2} = \boxed{2.5\ eV}$$

www.Aiming.ir

طهارت وحدث (انبات للید) T, R

علی ما فعله اورسنوهم ۲۲۵ ، مسائل حل

www.Aiming.ir



(D)

(۲۶) مسأله‌ی ۱) سوخت $UO_2$ شامل دو ایزوتوپ U-235 و U-238 است که ε عنای U-235 (درصدوزنی) در U کل می‌باشد. اگر چگالی سوخت $\rho_{UO_2}$ مشخص باشد، چگالی عددی $N_0 = ?$ ، $N_{238} = ?$ ، $N_{235} = ?$ را بدست آورید.

رابطه‌ی چگالی عددی $N_i = W_i \cdot \frac{\rho N_A}{A_i}$ ← چگالی جرمی ← عدد آوگادرو ← کسر وزنی ← عدد اتمی

کسر وزنی اورانیوم ۲۳۵ در $UO_2$ $W_5 = \frac{N_5 A_5}{N_5 A_5 + N_8 A_8 + 2(N_5 + N_8) A_0}$

چگالی عددی U-235 $N_5 = W_5 \cdot \frac{\rho N_A}{A_5}$ ← چگالی جرمی ← عدد آوگادرو ← جرم اتمی

$$N_5 = \frac{N_5 A_5}{N_5 A_5 + N_8 A_8 + 2(N_5 + N_8) A_0} \cdot \frac{\rho N_A}{A_5}$$

$$N_5 = \frac{\rho N_A}{A_5 + \frac{N_8}{N_5} A_8 + 2\left(1 + \frac{N_8}{N_5}\right) A_0} = \frac{\rho N_A}{A_5 + 2A_0 + \frac{N_8}{N_5}(A_8 + 2A_0)}$$

درصدغنا $\frac{\varepsilon}{100} = \frac{N_5 A_5}{N_8 A_8 + N_5 A_5} \Rightarrow \frac{N_8}{N_5} = \left(\frac{100 - \varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right)$ ✓

$$\boxed{N_5 = \frac{\rho N_A}{A_5} \left( \frac{1}{\left(1 + 2\frac{A_0}{A_5}\right) + \left(1 + 2\frac{A_0}{A_8}\right)\left(\frac{100 - \varepsilon}{\varepsilon}\right)} \right)}$$

$$N_8 = W_8 \cdot \frac{\rho N_A}{A_8} = \frac{N_8 A_8}{N_5 A_5 + N_8 A_8 + 2(N_5 + N_8) A_0} \cdot \frac{\rho N_A}{A_8}$$

$$N_8 = \frac{\rho N_A}{\frac{N_5}{N_8} A_5 + A_8 + 2\left(\frac{N_5}{N_8} + 1\right) A_0} = \rho N_A \left( \frac{1}{A_8 + \frac{N_5}{N_8}(A_5 + 2A_0) + 2A_0} \right)$$

$$N_8 = \frac{\rho N_A}{A_8} \left( \frac{1}{1 + \frac{N_5}{N_8}\left(\frac{A_5}{A_8} + 2\frac{A_0}{A_8}\right) + 2\frac{A_0}{A_8}} \right)$$

ص ۱

www.Aiming.ir

$$\Rightarrow N_8 = \frac{\rho N_A}{A_8} \frac{1}{1+\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)\left(1+2\frac{A_0}{A_5}\right)+2\frac{A_0}{A_8}}$$

$$N_0 = 2(N_5+N_8)$$

---

(۲۷) مسأله ۲) تعداد متوسط برخوردهای نوترون برای کاهش انرژی نوترون از ۲MeV به $0.25^{eV}$ را در گرافیت محاسبه کنید. ($A_{\text{گرافیت}}=12$)

تعداد برخورد $n = \frac{1}{\xi}\ln\frac{E_0}{E_n}$ ← انرژی اولیه، ← انرژی نهایی

$$\xi = 1+\frac{(A-1)^2}{2A}\ln\left(\frac{A-1}{A+1}\right) \xrightarrow{A=12} \xi = \%158$$

$$n = \frac{1}{\%158}\ln\left(\frac{2\times10^6}{\%0.25}\right) = 115$$

---

(۲۸) مسأله ۳) یک گرم $Na^{23}$ با چگالی $0.97\ \frac{gr}{cm^3}$ در راکتور در ناحیه‌ای با شار نوترونی $10^{11}\ \frac{\#}{cm^2.sec}$ قرار می‌گیرد در اثر برخورد نوترون‌های حرارتی $Na^{24}$ تولید می‌شود. در حالت اشباع چه مقدار $Na^{24}$ در نمونه (دو واحد حجم) وجود دارد؟ $T_{1/2}(Na^{24}) = 15h$ و سطح مقطع جذب $Na^{23}$: $\sigma_a = 534^{barn}$ است.

اگر Q تعداد اتم‌های $Na^{24}$ بر گرم در واحد زمان باشد، می‌توان رابطه زیر را برای تغییرات تعداد $Na^{24}$ در واحد زمان نوشت:

$$\frac{dQ}{dt} = \underbrace{\Sigma_a \Phi}_{\text{تولید در اثر جذب نوترون}} - \underbrace{\lambda Q}_{\text{واپاشی}}$$

← تعداد اتم‌های $Na^{24}$

www.Aiming.ir

۷۸

در حالت اشباع $\frac{dQ}{dt}=0 \Rightarrow \Sigma_a \phi = \lambda Q$

$N \sigma_a \phi = \lambda Q$ ← چگالی عددی

با توجه به اینکه $N = \frac{\rho N_a}{A} = \frac{0/97 \times 6/02 \times 10^{23}}{23} = /2584 \times 10^{23} \left(\#/cm^3\right)$

$/2584 \times 10^{23} \times 5436 \times 10^{-27} \times 10^{11} = \lambda Q = \left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\right) Q$

$\Rightarrow Q = 29/43 \times 10^{9} \ \#/cm^3$

---

۲۹ حجم ۴ قلم تعداد کل نوترون‌های موجود در قلب یک راکتور با توان حرارتی ۳۶۰ MW (با راندمان ۳۰٪) را محاسبه کنید. با در نظر گرفتن $1 MeV = 1/602 \times 10^{-13} J$ و با احساب اینکه در هر شکافت ۲۰۰ MeV انرژی آزاد و $\nu = 2/45$

$\frac{1 J/sec}{1 Watt} \times \frac{1 MeV}{1/602 \times 10^{-13} J} \times \frac{1 fission}{200 MeV} = 3/121 \times 10^{10} \frac{fission}{watt.sec}$

با توجه به راندمان توان حرارتی راکتور برابر است با: $P = 360^{MW} \times \frac{100}{30} = 1200 MW$

تعداد کل شکافت ها در توان P $= 3/121 \times 10^{10} \times P$

تعداد کل نوترون آزاد شده $= 3/121 \times 10^{10} P \times \nu$

$= 3/121 \times 10^{10} \times 1200 \times 10^{6} \times 2/45 = 9/175 \times 10^{19}$

www.Aiming.ir

**۲۰)** مثال ۵) درصورتیکه از شکافت U-235، $200\ MeV$ انرژی آزاد شود، مقدار U-235 مصرف شده در روز برحسب گرم برای یک راکتور $40\ MW$ چقدر است. فرض کنید که انرژی فقط از شکافت U-235 حاصل می‌شود. همچنین $1\ MeV = 1.6 \times 10^{-13}\ J$

$e^+ e^-$

حل) اگر $n$ تعداد شکافت‌ها در ثانیه باشد:

انرژی آزاد شده در هر ثانیه $= 200 \times n\ (MeV) = 200n \times 1.6 \times 10^{-13}\ (J)$

$$200n \times 1.6 \times 10^{-13} = 40 \times 10^{6}$$

$$\Rightarrow n = 1.25 \times 10^{18}\ \#/sec$$ تعداد شکافت‌ها

با توجه به عدد آوگادرو تناسب زیر را می‌توان نوشت:

| گرم | تعداد |
|---|---|
| ۲۳۵ | $6.02 \times 10^{23}$ |
| 1 | $x$ |

$$\Rightarrow x = \frac{6.02 \times 10^{23}}{235} = 2.56 \times 10^{21}\ \#/gr$$

جرم U-235 مصرف شده در هر ثانیه $= \dfrac{1.25 \times 10^{18}}{2.56 \times 10^{21}} = 4.88 \times 10^{-4}\ g$

جرم مصرف شده در یک روز $= (4.88 \times 10^{-4}\ g) \times (24 \times 60 \times 60) = 42.17\ gr$

---

**۲۱)** مثال ۶) یک راکتور حرارتی حاوی ۱۰۰ تن اورانیوم طبیعی با چگالی $19\ gr/cm^3$ است و توان حرارتی $100\ MW$ را تولید می‌کند. تقریبی سطح مقطع شکافت حرارتی U-235 برابر $550$ بارن (barn) می‌باشد اگر توان تولیدی فقط در اثر شکافت U-235 باشد و از هر شکافت $200\ MeV$ انرژی آزاد شود، مقدار شار نوترون‌ها را در این راکتور محاسبه نمائید. (عنای U-235 در اورانیوم طبیعی ٪ ۰.۷ است)

www.Aiming.ir



$$\text{حجم سوخت} = \frac{M}{\rho} = \frac{100 \times 10^{3}\ kg}{19000\ \frac{kg}{m^3}} = 5{,}26\ m^3$$

رابطه فوق با توجه به تصریح واحد چگالی به صورت زیر نوشته شده است:

$$19\ \frac{gr}{cm^3} \times \frac{1\ cm^3}{10^{-6}\ m^3} \times \frac{1\ kg}{1000\ gr} = 19000\ \frac{kg}{m^3}$$

چگالی قدرت تولید شده در راکتور $P_s = \frac{\text{قدرت تولیدی}}{\text{حجم راکتور}} = \frac{100 \times 10^{6}\ W}{5{,}26\ m^3} = 19 \times 10^{6}\ \frac{W}{m^3} = 19\ \frac{W}{cm^3}$

$$N_{U\text{-}235} = \varepsilon \frac{\rho N_A}{A} = \frac{1}{100} \times \frac{19 \times 6{,}02 \times 10^{23}}{235} = 3{,}41 \times 10^{20}\ \frac{\#}{cm^3}$$

$\varepsilon$ به عنا

$$\Sigma_f = N \sigma_f = 3{,}41 \times 10^{20} \times (550 \times 10^{-24}) = 0{,}187\ cm^{-1}$$

قدرت تولیدی در واحد حجم $P_s = (200\ MeV \times 1{,}6 \times 10^{-13})\ \Sigma_f \phi$

ضریب تبدیل MeV به J

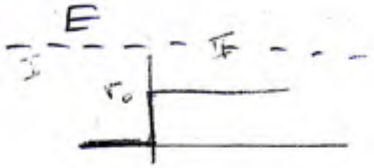
$$19 = 200 \times 1{,}6 \times 10^{-13} \times 0{,}187\ \phi$$

$$\Rightarrow \phi = 3{,}175 \times 10^{12}\ \frac{\#}{cm^2 \cdot Sec}$$

www.Aiming.ir



مسأله طلبه ۴




حالت اول: $E > V_0$ یعنی انرژی ذره بیشتر از پتانسیل سد است.

$$I\begin{cases}\psi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \\ k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\end{cases} \qquad II\begin{cases}\psi_2(x) = Ce^{ik_2x} \\ k_2 = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}\end{cases}$$

(ذره فرودی) (بازتابیده)

ثابت کنید که ضریب بازتاب $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ و ضریب عبور $T = \frac{k_2|C|^2}{k_1|A|^2}$

حل:

$$\begin{cases}\psi_{\text{عبوری}} = Ce^{ik_2x} \\ \frac{\partial\psi}{\partial x} = ik_2Ce^{ik_2x}\end{cases} \qquad \begin{cases}\psi_{\text{تابشی}} = Ae^{ik_1x} \\ \frac{\partial\psi}{\partial x} = ik_1Ae^{ik_1x}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\psi^*_{\text{عبوری}} = Ce^{-ik_2x} \\ \frac{\partial\psi^*}{\partial x} = -ik_2Ce^{-ik_2x}\end{cases} \qquad \begin{cases}\psi^*_{\text{تابشی}} = Ae^{-ik_1x} \\ \frac{\partial\psi^*}{\partial x} = -ik_1Ae^{-ik_1x}\end{cases}$$

$$J_{\text{عبوری}} = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right) = \frac{\hbar}{2mi}\left(Ce^{-ik_2x}\left(ik_2Ce^{ik_2x}\right) - Ce^{ik_2x}\left(-ik_2Ce^{-ik_2x}\right)\right) = \frac{\hbar}{2mi}C^2ik_2(1+1) = \frac{\hbar}{mi}C^2ik_2$$

$$J_{\text{تابشی}} = \frac{\hbar}{2mi}\left(Ae^{-ik_1x}\left(ik_1Ae^{ik_1x}\right) - Ae^{ik_1x}\left(-Aik_1e^{-ik_1x}\right)\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2mi}\left(A^2ik_1\right)(1+1) = \frac{\hbar}{mi}\left(A^2ik_1\right)$$

$$\Rightarrow \text{ضریب عبور } T = \frac{J_{\text{عبوری}}}{J_{\text{تابشی}}} = \frac{\frac{\hbar}{mi}C^2ik_2}{\frac{\hbar}{mi}A^2ik_1} = \frac{k_2C^2}{k_1A^2} = \frac{4k_2/k_1}{(1+k_2/k_1)^2}$$

$$B = A\frac{1-k_2/k_1}{1+k_2/k_1} \qquad C = A\frac{2}{1+k_2/k_1} \qquad D = 0$$

www.Aiming.ir

$$J = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x}\right)$$

$$\begin{cases} \text{برای } \psi = Be^{-ik_1 x} \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial x} = -Bik_1 e^{-ik_1 x} \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{برای } \psi^* = Be^{ik_1 x} \\ \dfrac{\partial \psi^*}{\partial x} = Bik_1 e^{ik_1 x} \end{cases}$$

$$\text{برای } J = \frac{\hbar}{2mi}\left(Be^{ik_1 x}\left(-Bik_1 e^{-ik_1 x}\right) - Bik_1 e^{ik_1 x}\left(Be^{-ik_1 x}\right)\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2mi}\left(-B^2 k_1 i\right)(-1-1) = \frac{-\hbar}{mi}\left(B^2 k_1 i\right)$$

$$\text{ضریب بازتاب } R = \frac{\text{برای } J}{\text{آن تابش}} = \frac{-B^2 ik_1}{A^2 ik_1} = -\frac{B^2}{A^2} = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{1 - k_2/k_1}{1 + k_2/k_1}\right)^2$$

23

$\theta =$ برای $T_{th}$ از رابطه انرژی آستانه

$$\Rightarrow T_{th} = (-Q)\frac{m_2 + m_b}{m_2 + m_b - m_a}$$

برای $Q < 0$

$T_{th}$ نداریم / برای $Q < 0$ *

$T_a$ همواره $T_{th}$ / برای واکنش‌های گرماگیر

$$T_a = (-Q)\frac{m_2}{m_2 - m_a}$$

$T_b$ طریق

hd. Kolivand @ gmail. com