« بنام خدا »

fission تجزیه - شکافت

فیزیک راکتور (۱)

دکتر منوچهر

جلسه اول:

Ref:
- Reactor physics Lamarch
- nuclear Reactor Analysis by Hamilton
- nuclear Reactor Analysis by Henry → next course

nessecery

* nuclear Reactor physics by stacey → Gener

راکتور: وسیله‌ای است که در آن واکنش زنجیره‌ای کنترل پذیر رخ می‌دهد.

قانون تبدیل جرم و انرژی: $E = mc^2$ و $c = 3\times10^8\ m/s$

مثال: 1gr سوخت هسته‌ای چه مقدار انرژی تولید می‌کند (اگر کل آن را تبدیل به انرژی شود)

حل: $E=mc^2 \Rightarrow 1\times10^{-3}\times3\times10^8 = 9\times10^{13}\ J \simeq 3000$ ton

600gr اورانیوم fission $\simeq 10\ kT\ (TNT) = 10\times10^3\times10^3$

واحد انرژی: e.v مقدار کاری است که یک الکترون در میدانی دارای پتانسیل 1 = ولت باشد انجام می‌دهد.

$$W = V\cdot q = 1\times1.6\times10^{-19}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{1\,e.v = 1.6\times10^{-19}\ J}\quad,\quad 1\,J = 10^7\ erg$$

$$1\,e.v = 1.6\times10^{-12}\ erg$$

$$\begin{cases} amu = \text{atomic mass unit} = \frac{1}{12}\,{}^{12}C = 1.66438\times10^{-24}\ gr \\ M_p = 1.007277\ amu \qquad M_n = 1.008665\ amu \end{cases}$$

- جرم پروتون و نوترون چند e.v است؟

$$M_p = 1.007277 \times 1.660438 \times 10^{-24}\ gr$$

$$E = \frac{1.007277 \times 1.660438 \times 10^{-24}\ kg}{1000} \times (3 \times 10^{8})^2 \left(\frac{m}{sec}\right)^2 \times \frac{1 ev}{1.6 \times 10^{-19} J} =$$

$$= 931.478 \times 10^{6}\ ev = 931.478\ Mev$$

منبع انرژی هسته‌ای :

منبع انرژی هسته‌ای در واقع تبدیل جرم است .

در واکنش های هسته‌ای رفتار ایزوتوپ ها با هم متفاوت است اما در واکنش های شیمیایی

رفتار همه ایزوتوپ ها یکسان است .

ماهیت یک جسم را پروتون درون آن می سازد .

Z تعداد پروتون ها و عدد اتمی

N تعداد نوترون ها

عدد جرمی $A = Z + N$ و $^{A}_{Z}H$ Z پروتون

$^{1}_{1}H$ هیدروژن

$^{2}_{1}H = D$ دوتریم و $^{3}_{1}H = T$ تریتیوم

از دید شیمی این سه ایزوتوپ هیچ فرقی با هم ندارند .

ایزوتوپ های اورانیوم عبارتند از : درطبیعت نداریم

در طبیعت بسیار کم و نادر است .

$^{238}_{92}U$ 99.3% , $^{235}_{92}U$ 0.7% , ^{234}U , ^{233}U → تنها در راکتور تولید می شود

بسیار کم است

عدد اتمی = تعداد پروتون

- آخرین عنصری که در جدول موجود می باشد و در طبیعت داریم اورانیوم می باشد ← منظور آخرین عنصری از جدول که در طبیعت موجود می باشد اورانیوم است.
- ^{238}U کامل فراهم است در واکنش های هسته ای.

نوترون که به ^{235}U برخورد کند fission رخ می دهد انرژی تولید می کند اما اگر به ^{238}U برخورد کند

ملکه از بین می رود. در نتیجه ^{238}U نقطه مقابل ^{235}U می باشد و در واکنش ها فراهم باز.

روش های جداسازی :

۱ - شتاب دادن : اختلاف وزن سنگین و سبک جدا شدن می شود

۲ - الک کردن : تبدیل به گاز و سپس با فشار عبور دادن

۳ - قرار دادن در میدان مغناطیسی : باردار کردن و در میدان قرار دادن

* هرچه میزان آن ها از هم دورتر باشد جداسازی راحت تر است.

- جداسازی های بالا فرآیندهای فیزیکی اند نه شیمیایی.

- کاستی جرم mass defect

$$\Delta E = ZM_p + NM_n - M_A \quad ①$$

$$\Delta E = Z(M_p + m_e) + NM_n - (M_A + Z\,m_e)$$

$$\boxed{\Delta E \simeq ZM_H + NM_n - M} \quad ②$$

M_p : جرم پروتون

M_n : " نوترون

M : " اتم الکترون را نیز شامل می شود

M_e : جرم الکترون

M_A : " هسته الکترون درون آن نمی باشد.

جرم پروتون ها و نوترون ها به تنهایی بیشتر است از جرم پیوند بین این دو به اختلاف این انرژی، مربوط به پیوند بینشان می باشد.

مثال : مقدار انرژی آزاد شده در واکنش زیر را بدست آورید.

$$\left.\begin{array}{l} {}_1H^3 + {}_1H^2 \longrightarrow {}_0n^1 + {}_2He^4 \\ T + D \longrightarrow \underset{\text{نوترون}}{{}_0n^1} + \underset{\alpha}{{}_2He^4} \end{array}\right\}\ \text{fussion}$$

$M(T) = 3.016649$ amu , $M(D) = 2.014102$ amu

$M({}_2He^4) = 4.002604$ amu, $M(n) = 1.008665$ amu

$M(T) + M(D) = 5.030151$ amu, $M(n) + M({}_2He^4) = 5.011269$ a

$5.030151 - 5.011269 = 0.0188824$ amu $\simeq 17.6$ Mev

* در یک واکنش fussion ، 200 Mev انرژی تولید می‌شود.

چگونگی نشان دادن واکنش هسته‌ای :

$a + b \longrightarrow c + d$

$a(b, c)d$

${}_8O^{16} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_ZN^{16} + {}_1H^1$

پروتون = هسته هیدروژن

$O^{16}(n, p)N^{16}$

${}_Z M^A$ — A: عدد جرمی ، Z: عدد اتمی

$${}_1H^3 + {}_1H^2 \longrightarrow {}_0n^1 + {}_2He^4$$

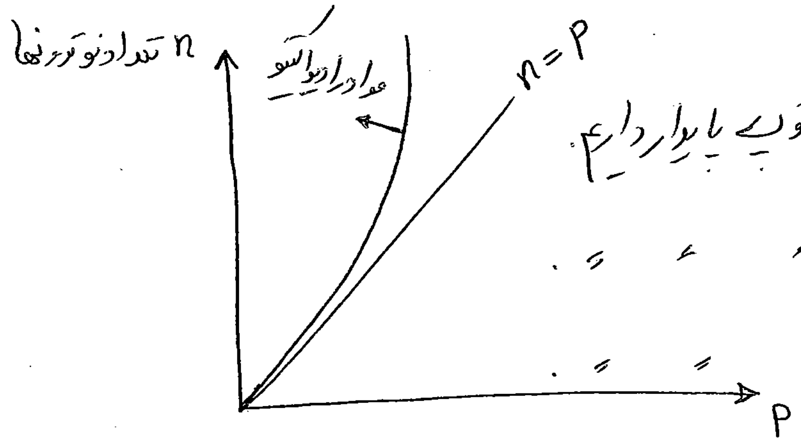
$H^3(D, n){}_2He^4$ یا $T(D, n){}_2He^4$

جلسه دوم :

مواد در طبیعت دارای دو دسته اند :

۱- پایدار : کربن ۱۲ ← تغییر فیزیکی در آنها رخ نمی دهد

۲- ناپایدار : کربن 14 ، دائماً در حالت تغییر و واپاشی هسته دار هستند آنها رادیواکتیو می گردد . بصورت خودبخود به عناصر دیگر تبدیل می‌شوند . این عناصر برخی α ($_2He^4$) ، β ، P (پوزیترون) ساطع می کنند . و در مواردی γ نیز تولید می‌شود



- هسته های زوج - زوج 160 ایزوتوپ پایدار داریم
- زوج - فرد 108 " " "
- فرد - فرد 4 " " "

در رادیواکتیویته واکنش فیزیکی (هسته‌ای) رخ می دهد نه یک واکنش شیمیایی .

ثابت واپاشی پارامتر شناخته شده‌ای نیست . که دارای اهمیت است به این ترتیب که rate واپاشی l می توان با آن کم و زیاد است . ثابت واپاشی را نمی توان تغییر داد اگر می شد می توان مواد رادیواکتیو را از بین برد و انرژی بسیار زیادی را هم می توان بدست آورد .

نظریه کوانتومی :

انرژی ذرات یک انرژی خاص و گسسته می باشد نا پیوسته .

$$E = h \times f$$

ثابت پلانک

$$h = 6.614 \times 10^{-34}\ J.sec$$

$$x = v t$$

$$\lambda = cT \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

طول موج دوبروی

$$p = m.v$$

$$\boxed{E = \frac{h.c}{\lambda}}$$

مثال: یک ایستگاه رادیویی با فرکانس 1020 KHZ برنامه پخش می کند. انرژی هر فوتون چقدر است؟

$$E = hf \Rightarrow 6.614\times10^{-34} \times 1020\times10^{3} = 6.75\times10^{-28}\,J \times \frac{1\,eV}{1.6\times10^{-19}\,J} = 4.14\times10^{-9}\,eV$$

مثال: انرژی یک فوتون پرتوی x که طول موج آن $10^{-10}m$ است. برحسب eV چقدر است؟

$$E = \frac{h.c}{\lambda} = \frac{6.614\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{10^{-10}} \times \frac{1\,eV}{1.6\times10^{-19}} = 1.24\times10^{4}\,eV$$

دو مثال بالا نشان می دهد که امواج رادیویی انرژی بسیار پایینی دارند و خطرناک نیستند اما امواج پرتو x با انرژی بالایی اند و خطرناک هستند.

اصولاً وقتی ذره در فرکانس های بالا ← خاصیت ذره ای

" پایین ← " موجی بودن

نفوذ امواج در مواد به طول موج آنها مرتبط است.

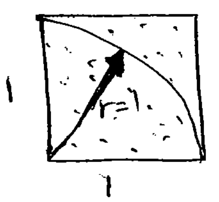
؟

امواج رادیویی از دیوار عبور می کنند اما امواج μ ها عبور نمی کنند $\xleftarrow{\text{دلیل}}$ امواج μ ها دارای طول موج $\lambda\downarrow$ ← ا.

یا ذره های بسیار کوچکتر از ذرات دیوارند پس می توانند از آن عبور کنند.

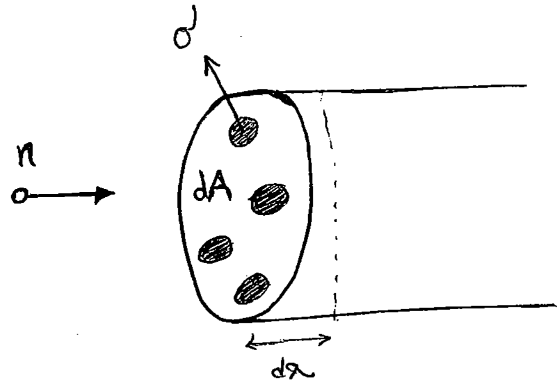
← رابطه بین اندازه ذره با طول موج

4] cross section : سطح مقطع



محاسبه π بر : مونت کارلو

$$\frac{\text{سطح ربع دایره}}{\text{سطح مربع}} = \frac{\pi/4\, R^2}{1} = \frac{\text{برخوردهای داخل دایره}}{\text{کل برخوردها}} \Rightarrow$$ π حاصل می‌گردد.



$N \left(\frac{\#}{m^3}\right)$ تعداد هسته‌ها بر واحد حجم باشد.

اگر هسته‌ها هم‌پوشانی نداشته باشند ←  dx بسیار کوچک است. احتمال برخورد n با هسته برابر :

$$\text{احتمال برخورد نوترون به هسته} = \frac{\text{سطح هسته‌ها}}{\text{سطح کل}} = \frac{N\,dx.\,dA.\,\sigma}{dA} = \underbrace{N.\sigma}_{\Sigma}.\,dx$$

$\Sigma = N.\sigma$ $\qquad = \Sigma.\,dx$

σ : میکروسکوپیک c.s (سطح مقطع میکروسکوپیک) ← واحد : $1\,\text{barn} = 10^{-24}\,cm^2$

Σ : سطح مقطع ماکروسکوپیک $\quad 1/cm$

$\Sigma\, dx$: احتمال واکنش یک نوترون با هسته را در طول dx می‌دهد.

Σ : احتمال واکنش یک نوترون بر واحد طول می‌باشد.

$\#atom/cm^3$

دانسیته اتمی

عدد آووگادرو

$$N = \rho \frac{N_A}{A}$$

ρ: دانسیته

A: جرم اتمی

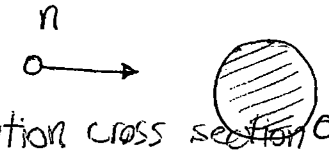
$$N = gr/cm^3 \cdot \frac{\#/mol}{gr/mol}$$

$\rho_U = 18.8 \Rightarrow N = 18.8\ g/cm \ \frac{6.021\times10^{23}}{235}\ \#/m^3$

$H_2O \longrightarrow N_{H_2O} = 1\ gr/cm^3 \times \frac{6.02\times10^{23}}{18} = N_O = 2N_{H_2}$

زیرا دانسیته H_2O را داریم اما
N را به تنهایی نداریم

- $\sigma(E)$ که تابعیت انرژی را دارد.



وقتی که n به هسته برخورد می کند:

- احتمال دارد نوترون جذب شود. در این حالت یک ایزوتوپ ایجاد می شود. $\sigma_a(E)$ absorption cross section

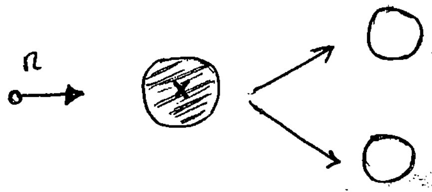
- احتمال دارد نوترون پراکنده شود. در این حالت نوترون انرژی اش تغییر می کند. حتماً کمتر می شود
تنها در موارد بسیار خاص بیشتر می شود.

$\sigma_s(E)$ $n(E)$  $n(E')$

scattering cross section $\quad E' < E$

پراکنده کردن
پراکندگی

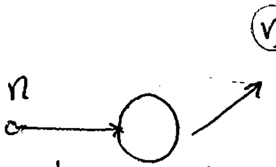
- احتمال دارد نوترون جذب شود و در اثر جذب fission رخ دهد.



$+ N(n)$
تعداد نوترون

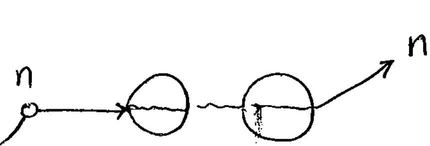
scattering cross section :
- (۱) elastic scattering — نوترون داخل هسته نمی شود
- (۲) in elastic " — نوترون داخل هسته می شود.

(۱) elastic scattering پراکندگی الاستیک



(n,n) ⇒ برخورد نوترون به هسته ⇒
۱- دور شدن نوترون از هسته
۲- باقی ماندن هسته در تراز عادی

(۲) inelastic scattering پراکندگی غیر الاستیک



(n,n') ⇒ برخورد نوترون به هسته ⇒
۱- دور شدن نوترون از هسته با انرژی کمتر
۲- برانگیخته شدن و تحریک هسته
⇒ تابش γ از هسته تحریک شده

$$\sigma_a(E): \begin{cases} - (n,\gamma) \ \sigma_\gamma & \text{neutrun capture c.s} \\ - (n,f) \ \sigma_f & \text{fission c.s} \\ - (n,p) & \\ - (n,2n) & \sigma_{n,2n} \\ - (n,\alpha) & \sigma_{n,\alpha} \end{cases}$$

σ_{total} : σ_t total c.s $\rightarrow$ $\boxed{\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a}$

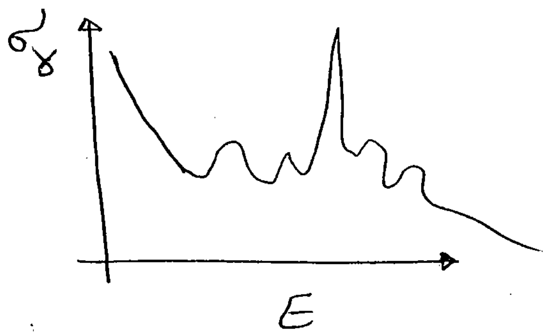
$$\begin{cases} \sigma_a = \sigma_{n,\gamma} + \sigma_f + \sigma_{n,\alpha} + \sigma_{n,2n} + \cdots \\ \sigma_s = \sigma_{es} + \sigma_{is} \end{cases}$$

تمام موارد بالا تابع انرژی اند.

برای هر انرژی تمام موارد بالا محاسبه می‌شود.

بطور مثال :

Dataی هسته‌ا ← مهمترین ENDF (امریکی‌ها)



6)

$$\sigma \qquad \Sigma \to \Sigma = \sigma N \quad , \quad N : \#/cm^3 \quad , \quad N = \frac{\rho N_A}{A} \quad : \text{ب}$$

تعداد هسته بر واحد حجم

$$\begin{cases} \sigma_{ne} = \sigma_t - \sigma_{es} = (\sigma_s + \sigma_a) - \sigma_{es} \\ \sigma_{ne} \text{ nonelastic cross section} \end{cases}$$

none elastic

none elastic = inelastic است

$$\sigma_{is} = \sigma_s - \sigma_{es}$$

اگر n نوترون بر واحد حجم داشته باشیم و v سرعت نوترون باشد.

$$n \ \frac{\#}{cm^3} \times v \ \frac{cm}{s} = nv \ \frac{\#}{cm^2 \cdot s} \quad : \text{شار}$$

تعداد نوترون

شار: تعداد ذراتی است که بر واحد سطح در واحد زمان از سطح بطور عمود بر آن عبور می کند. $\phi = n \cdot v \rightarrow \phi =$ شار

v : مسافتی است که یک نوترون در واحد زمان طی می کند.

nv : کل مسافتی است که تمام نوترونها که در حجم واحد قرار دارند در طی یک ثانیه طی می کنند = کل مسافت طی شده در واحد حجم در واحد زمان

نشان دهنده تعداد ذرات در برتابه

$$\Sigma \cdot \phi = R$$

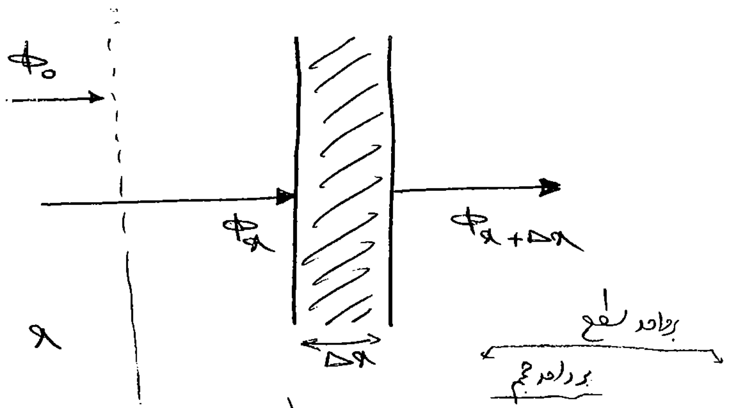
: تعداد واکنش های انجام شده در واحد حجم در واحد زمان

احتمال واکنش ذره با ماده را بما می دهد.

$$\text{واحد:} \quad \frac{1}{cm} \times \frac{\#}{cm^2 sec} = \frac{\#}{cm^3 \cdot sec}$$

- اگر جسمی که scatering ↑ باعث افزایش شار می شود و جذب سبب کاهش شار می گردد.

Macroscopic C.S : $\Sigma(E)$: احتمال واکنش نوترون با انرژی E با ماده در واحد مسافتی که یک نوترون طی می کند.



$$\phi_{x+\Delta x} = \overset{\text{برواحد سطح}}{\phi_x} - \underbrace{\Sigma\,\phi(x)}_{\text{واکنش Rate}}\,\Delta x \longrightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\phi_{x+\Delta x}-\phi_x}{\phi(x)} = -\Sigma\,\Delta$$

$$\xrightarrow{\text{حد بگیرد}} \phi(x) = \phi_0\, e^{-\Sigma x}$$

$$\frac{\phi}{\phi_0} = e^{-\Sigma x} \longrightarrow$$

- احتمال اینکه نوترون مسافت x را بدون واکنش طی کند
- اولین واکنش را بعد از مسافت x انجام دهد.

- بررسی احتمال اولین واکنش در dx حول x : $p(x)\,d(x)$

$e^{-\Sigma x}$: احتمال رسیدن به x

$\Sigma\, dx$: احتمال واکنش در dx

$$p(x)\,dx = \Sigma \cdot e^{-\Sigma x} \cdot dx$$

mean free path (M.f.p) : متوسط فاصله‌ای است که نوترون قبل از برخورد و واکنش طی می‌کند

$$\underset{x\ \text{متوسط}}{\bar{x}} = \frac{\int x\, w(x)\, f(x)\, dx}{\int w(x)\, f(x)\, dx}$$

وزن می‌تواند 1 باشد.

ثابت از انتگرال بیرون آمده.

$$\int x\, w(x)\, f(x)\, dx = \bar{x} \int w(x)\, f(x)\, dx$$

7

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty x\, p(x)\, dx}{\int_0^\infty p(x)\, dx} = \int_0^\infty x \Sigma e^{-\Sigma x}\, dx = \frac{1}{\Sigma}$$

واحد cm $\quad \lambda = \dfrac{1}{\Sigma_{(E)}}$

تابع انرژی نوترون

$\Sigma x : \dfrac{x}{1/\Sigma}$ ⟶ تعداد m.f.p می‌باشد

$\dfrac{\phi}{\phi_0} = e^{-\Sigma x}$ ⟶ هر m.f.p میزان شار را $\frac{1}{e}$ می‌شود

$\Sigma = N \ \frac{\#}{cm^3} \ (\text{هسته}) \cdot \sigma\ (cm^2) \quad , \quad N = \dfrac{\rho N_A}{A}$

اگر ترکیبی از عناصر داشته باشیم :

$\Sigma_{\text{ترکیب عنصر}} = \sum_{i=1}^{M} N_i \sigma_i$ ⟶ برای مولکول در انرژی های بالا صادق است .

مثال :

اگر σ_H سطح مقطع کل برای H و σ_O سطح مقطع کل بر O باشد ، Σ_{H_2O} را بدست آورید .

$\rho_{H_2O} = 1 \ gr/cm^3$

$N_O = \rho_{H_2O} \dfrac{6.02 \times 10^{23}}{18}$

$\Sigma_{H_2O} = N_O \sigma_O + N_H \sigma_H$

$N_H = 2 \rho_{H_2O} \dfrac{6.02 \times 10^{23}}{18}$

$$N_i = w_i \, \rho \, \frac{N_A}{A_i}$$

ρ کل

w_i : درصد وزنی i در ترکیب ماده

ρ : دانسیته کل

جلسه :

مسئله :

در UO_2 : U شامل دو ایزوتوپ ^{238}U و ^{235}U می‌باشد. اگر ε درصد وزنی ^{235}U در U کل باشد (غنا : ε) جهت محاسبه سطح مقطع UO_2 ، N_{235} و N_{238} و N_O چیست؟ اصولاً ρ ترکیب یعنی UO_2 را داریم. ε را خودتان در نظر بگیرید.

آیا $N_O = N_8 + N_5$

درصد وزنی در UO_2

$$w^{235} = \frac{\overset{\text{تعداد اتم‌ها}}{N^{235}} \cdot \underset{\text{عدد جرمی}}{A^{235}}}{N_5 A_5 + N_8 A_8 + 2(N_5 + N_8) A_0}$$

$N^{235} = N_5$

$N^{238} = N_8$

$$N_5 = w_5 \frac{\rho N}{A_5} \Rightarrow N_5 = \frac{N_5 A_5}{N_5 A_5 + N_8 A_8 + 2(N_5+N_8)A_0} \cdot \frac{\rho N}{A_5}$$

$$N_5 = \frac{\rho N}{A_5 + \frac{N_8}{N_5} A_8 + 2\left(1 + \frac{N_8}{N_5}\right) A_0} = \frac{\rho N}{A_5 + 2A_0 + (A_8 + 2A_0)\frac{N_8}{N_5}}$$

$$\frac{\varepsilon}{100} = \frac{N_5 A_5}{N_5 A_5 + N_8 A_8} \Rightarrow \frac{N_8}{N_5} = \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right)$$

$$N_5 = \frac{\rho N}{A_5} \times \frac{1}{\left(1 + 2\frac{A_0}{A_5}\right) + \left(1 + 2\frac{A_0}{A_8}\right)\left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}$$

$$N_8 = \frac{\rho N}{A_8} \times \frac{1}{\left(1 + 2\frac{A_0}{A_5}\right)\left(\frac{\varepsilon}{100-\varepsilon}\right) + \left(1 + 2\frac{A_0}{A_8}\right)}$$

$$N_0 = 2(N_5 + N_8)$$

$$U_3O_8 \longrightarrow UO_{8/3}$$

$$W^{235} = \frac{3N_5 \cdot A_5}{3N_5 \cdot A_5 + 3N_8 A_8 + 8(N_5 + N_8)A_0}$$

$$N_5 = W_5 \rho \frac{N_A}{A_5} = \frac{\cancel{3N_5}\, \rho N_A}{\cancel{3A_5}A_5 + \frac{3N_8A_8}{N_5} + \frac{8(N_5+N_8)}{N_5}A_0}$$

$$N_5 = \frac{3\rho N_A}{3A_5 + 3\frac{N_8}{N_5}A_8 + 8\left(1 + \frac{N_8}{N_5}\right)A_0}$$

$$\frac{\varepsilon}{100} = \frac{N_5 A_5}{N_5 A_5 + N_8 A_8} \Rightarrow \frac{N_8}{N_5} = \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right)$$

$$N_5 = \frac{3\rho N_A}{3A_5 + 3\left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right) + 8\left[1 + \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right)\right]A_0}$$

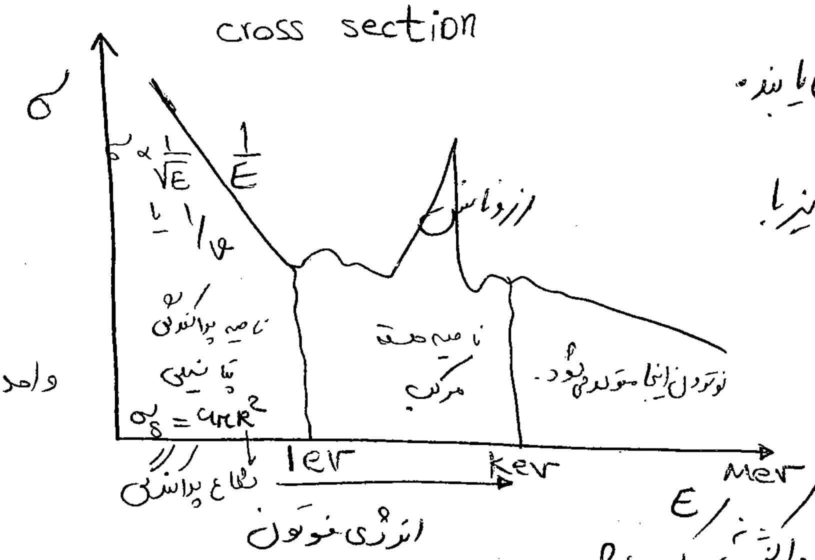
$$N_5 = \frac{\rho N_A}{A_5} \times \frac{1}{1 + \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{A_8}\right) + \frac{8}{3A_5}\left(1 + \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(\frac{A_5}{A_8}\right)\right)}$$

$$N_8 = N_5 \times \left(\frac{100-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\left(A_5/A_8\right)$$

$$N_0 = \frac{8}{3}(N_8 + N_5)$$

سهم من با اسم خدا قدر کمتر،

تمرین: این مسئله را برای کیک زرد U_3O_8 بدست آورید.



- سطوح مقاطع با افزایش انرژی کاهش می‌یابند.
- احتمال جذب، scatering و ... زیرا با افزایش E کاهش می‌یابد.

نوترون وقتی انرژی دارد احتمال انجام واکنش کم می‌شود.

انرژی متوسط نوترون در حدود 2 MeV می‌باشد. نوترونی که از fission متولد می‌شود دارای انرژی بالایی می‌باشد و احتمال واکنش آن نزدیک به 1000 برابر کمتر می‌باشد.

نوترون انرژی اش کم باشد احتمال واکنش آن خیلی بیشتر از حالتی که انرژی ↑ دارد. نوترون کم انرژی را می‌تواند جذب شود.

E↑ , v↑ سرعتش

- ذره به شکل موج است. وقتی که انرژی اش ↑ باشد طول موجش ↓ می‌شود در نتیجه اندازه ذره کوچکتر می‌شود
پس احتمال برخورد آن ↓ ← انجام واکنش ↓

?

بهترین چیز برای انتقال انرژی ذره برخورد ذره با ذرات هم جرم آن می‌باشد.

ماکزیمم انتقال اندازه حرکت وقتی است که جرم دو ذره دقیقاً با هم برابر باشد ⟸ انرژی صفر می‌گردد.

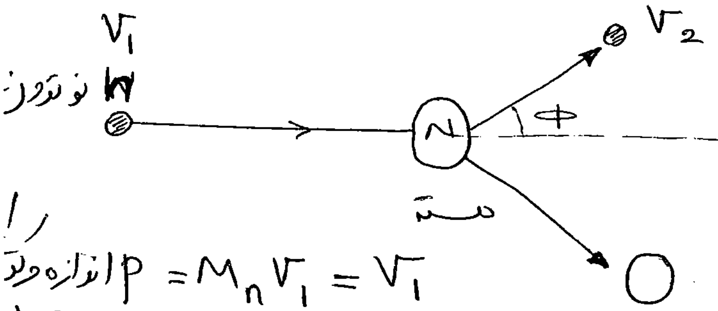
آب داخل راکتور سبب می‌گردد که اکثر واکنش نوترون را ↑ کند. آب ماده‌ای است که اثر زیادی در واکنش دارد. ^1H آب سبب کند شدن نوترون می‌گردد.

ذره هم جرم نوترون، چون ^1_1H می‌باشد. H در آب داریم ⟸ بهترین ماده برای کند شدن نوترون آب است. کند شدن آن برخورد الاستیک است.

یکی از روش‌های کند کردن نوترون برخورد الاستیک نوترون با عناصر سبک می‌باشد.

کربن به شکل گرافیت نیز جزء عناصر سبک در طبیعت می‌باشد که می‌توان برای کند کردن نوترون استفاده کرد $\Rightarrow$ آب و گرافیت باید کاملاً خالص باشند که جذب کمتری داشته باشند.

کند شدن نوترون:



lab سیستم

جرم بی‌نهایت ← نوترون با $180°$ انعکاس برمی‌گردد.

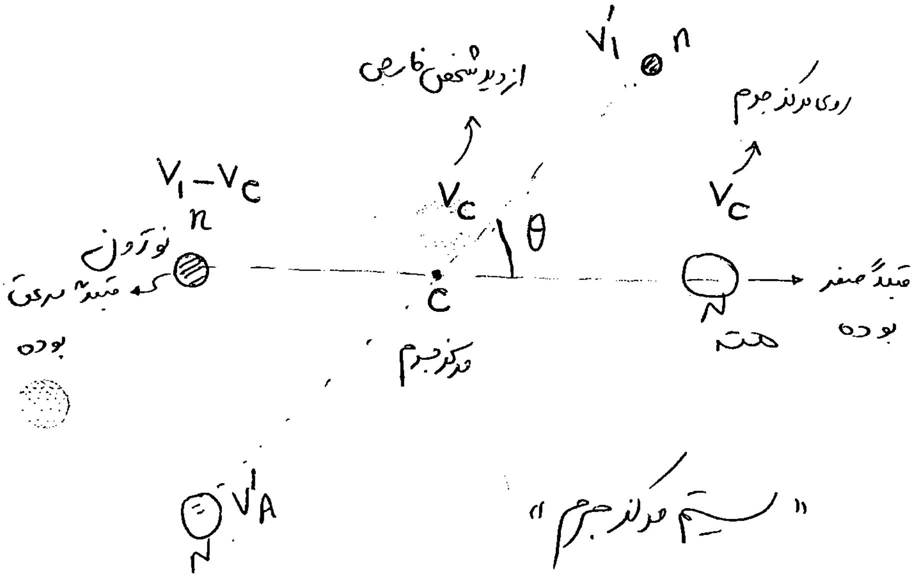
اندازه حرکت $P = M_n V_1 = V_1$

در سیستم lab

$$\begin{cases} M_n = 1\ amu \\ M_A = A\ amu \end{cases}$$

$\phi = 0$ ← زمانی که n به هسته برخورد نکند.

$\phi = 180°$ ← جرم N هسته $= \infty$



محل برخورد ذره و هسته روی مرکز جرم است و بعد از آن از هم جدا می‌شوند.

سیستم مرکز جرم

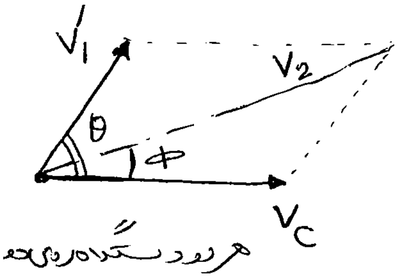
Lab

$$P = (M_n + M_A)\, V_c = (A+1)\, V_c$$

در سیستم lab با توجه به مرکز جرم

$$V_1 = (A+1)\, V_c \longrightarrow V_c = \frac{V_1}{A+1}$$

که سرعت مرکز جرم در سیستم lab است.



در سیستم lab : هسته را ثابت در نظر گرفته‌ایم.

$$V_2^2 = V_1'^2 + V_c^2 + 2V_1' V_c \cos\theta$$

$$V_2^2 = \left(\frac{AV_1}{A+1}\right)^2 + \left(\frac{V_1}{A+1}\right)^2 + 2\left(\frac{AV_1}{A+1}\right)\left(\frac{V_1}{A+1}\right)\cos$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{A^2+2A\cos\theta+1}{(A+1)^2}}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{A^2+2A\cos\theta+1}{(A+1)^2}$$

اگر زاویه θ را داشته باشیم براحتی می‌توان نسبت انرژی‌ها را به دست آورد.

بررسی نسبت $\frac{E_2}{E_1}$:

وزن هسته ، وزن نوترون

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}\left\{(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos\theta\right\}$$

- مقدار ماکزیمم $\frac{E_2}{E_1}$ یا به عبارت دیگر مینیمم از دست دادن انرژی نوترون در برخورد ($E_2=E_{max}$) هنگامی است که $\cos\theta=1$ باشد و یا $\theta=0$ ، یعنی نوترون بدون برخورد با هسته عبور نماید.

$$\frac{E_{max}}{E_1} = 1 \Rightarrow E_{max} = E_1$$

- مقدار مینیمم $\frac{E_2}{E_1}$ یا ماکزیمم از دست دادن انرژی هنگامی است که $\theta=\pi$ باشد (برخورد سر به سر)

$$\frac{E_{min}}{E_1} = \alpha \Rightarrow E_{min} = \alpha E_1$$

لذا در هر برخورد انرژی نوترون می‌تواند از E_1 تا αE_1 تغییر یابد.

$$\alpha E_1 \leq E_2 \leq E_1$$

لذا مقدار ماکزیمم انرژی از دست داده شده توسط نوترون برابر است با

$$E_1 - \alpha E_1 = E_1(1-\alpha)$$

$$1-\alpha = 4A/(1+A)^2$$

اندازه حرکت در سیستم مرکز جرم central mass sys (C.M)

اندازه حرکت در سیستم مرکز جرم صفر است زیرا در مرکز جرم ایستاده ایم. $P=0$

$P_n - P_N = 0$: اندازه حرکت کل

اگر مسئله از دیدگاه مرکز جرم دیده شود.

سرعت نوترون نسبت به مرکز جرم $= V_1 - V_C = V_1 - \dfrac{V_1}{A+1} = \dfrac{AV_1}{A+1}$

سرعت هسته نسبت به مرکز جرم $= V_C$

اندازه حرکت نوترون نسبت به C.M: $P_n = \overset{M_n \times V_n}{1 \times \dfrac{AV_1}{A+1}} = \dfrac{AV_1}{A+1}$

$P_N = M_A \times V_A = A \times \dfrac{V_1}{A+1} = \dfrac{AV_1}{A+1}$

اندازه حرکت هسته نسبت به C.M: $P_N = \dfrac{AV_1}{A+1} \leftarrow P_n - P_N = 0$

بعد از برخورد $\rightarrow p_n = 1 \times V_1' = V_1'$

$\rightarrow P_{هسته} = A \times V_A' = AV_A'$

$\boxed{V_1' = AV_A'}$ بعد از برخورد اندازه حرکت کل صفر است.

$P_n - P_{هسته} = 0 \rightarrow \boxed{V_1' = AV_A'}$ هدف یافتن سرعت‌ها بعد از برخورد می‌باشد یعنی V_1' و V_A'

انرژی قبل از برخورد $=$ انرژی بعد از برخورد

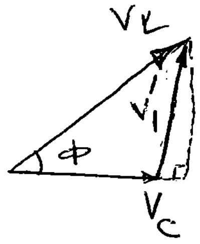
$$\frac{1}{2}(V_1 - V_C)^2 + \frac{1}{2}AV_C^2 = \frac{1}{2}V_1'^2 + \frac{1}{2}AV_A'^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{AV_1}{A+1}\right)^2 + \frac{1}{2}A\left(\frac{V_1}{A+1}\right)^2 = \frac{1}{2}V_1'^2 + \frac{1}{2}A\left(\frac{V_1'}{A}\right)^2$$

$$\boxed{V_1' = \frac{AV_1}{A+1}} \Longrightarrow \boxed{V_A' = \frac{V_1}{A+1}}$$

V_2 و ϕ را حساب کنید.

حل :



$$\cos\phi = \frac{V_c + V_1'\cos\theta}{V_2}$$

$$\sin\phi = \frac{V_1'\sin\theta}{V_2} \Rightarrow tg\phi = \frac{\sin\theta}{\underbrace{\frac{V_c}{V_1'}}_{\gamma} + \cos\theta}$$

$$tg\phi = \frac{\sin\theta}{\gamma + \cos\theta}$$

در برخورد الاستیک : $\dfrac{V_A'}{V_1'} = \dfrac{1}{A} = \dfrac{V_c}{V_1'}$

$\left(\gamma = \dfrac{1}{A}\right)$ برای الاستیک

در برخورد غیرالاستیک : $\gamma = \dfrac{V_c}{V_1 - V_c}$

قوانین پایستگی تکانه
و انرژی برقرار نیست.

$$\cos\phi = \frac{V_c + V_1'\cos\theta}{V_2} = \frac{\frac{V_1}{1+A} + \frac{AV_1}{1+A}\cos\theta}{V_1\sqrt{\frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(1+A)^2}}}$$

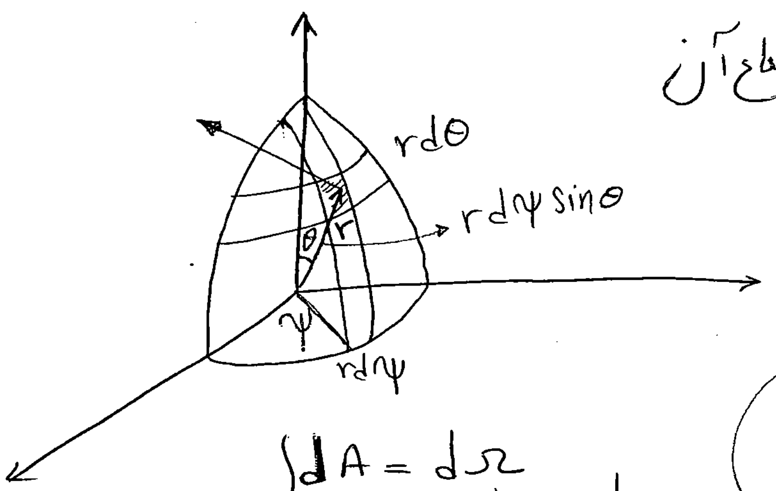
$$\cos\phi = \frac{V_1 + AV_1\cos\theta}{V_1\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}}$$

$$\cos\phi = \frac{1 + A\cos\theta}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}}$$ برخورد الاستیک

$$\boxed{\cos\phi = \frac{\gamma + \cos\theta}{\sqrt{\gamma^2 + 2\gamma\cos\theta + 1}}}$$ برخورد غیرالاستیک

- زاویه فضایی خود سطح کره ای است که شعاع آن یک است.

زاویه در فضا معنا ندارد در واقع سطح است.



$$\begin{cases} dA = d\Omega \mapsto \text{سطح} \\ r = 1 \end{cases}$$

$$A = 4\pi r^2$$
$$A = 4\pi$$

1st: برابر است با مقدار زاویه‌ای که اگر شعاع کره را واحد در نظر بگیریم به اندازه مساحت واحد روی سطح کره جد

سطح

$$\begin{cases} dA = r\,d\theta \cdot r\,d\psi \sin\theta \\ dA = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\psi \\ d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\psi \end{cases}$$

$$\int d\Omega = \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\psi \sin\theta$$

$$\int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-1}^{1} d\cos\theta = \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-1}^{1} d\mu = 4\pi$$

- بدست آوردن متوسط زاویه پراکندگی:

$$\bar{\mu} = \overline{\cos\phi} = \frac{\int \cos\phi \, d\Omega}{\int d\Omega}$$

$$\bar{\mu} = \frac{\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi} \frac{1 + A\cos\theta}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}} \cdot \sin\theta \, d\theta}{\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta}$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{1 + A\cos\theta}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}} \cdot \sin\theta \, d\theta \quad , \quad \cos\theta = x$$

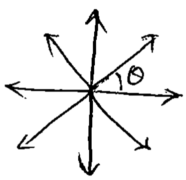
تغییر متغیر

$$dx = -\sin\theta \, d\theta$$

(11) $\overline{\mu} = -\frac{1}{2}\int_{1}^{-1} \frac{Ax+1}{\sqrt{A^2+2Ax+1}}\,dx \longrightarrow \overline{\mu} = \frac{2}{3A}$

* اگر پراکندگی ایزوتروپ باشد: $\overline{\mu}=0$

← از هر جهت یکسان (توزیع پراکندگی در همه جهات یکسان یعنی متوسطش صفر)



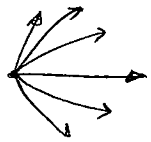
اگر برخورد مساوی الاحتمال رخ دهد هر دفعه یک جهت

وقتی جمع جهات را در نظر بگیریم همدیگر را خنثی می‌کند.

دلیل $\rightarrow A\uparrow \rightarrow \overline{\mu}=0$

اگر نوترون به یک عنصر سنگین برخورد کند به احتمال زیاد برخورد آن ایزوتروپ است و بالعکس.

اگر نوترون به هیدروژن برخورد کند بیشتر به سمتی حرکت می‌کند که $\cos\varphi = \frac{2}{3}$ باشد. در عناصر سبک نوترون دوست دارد به سمت جلو حرکت کند. در هیدروژن بردارها همواره به سمت جلو، به سمت عقب نداریم.

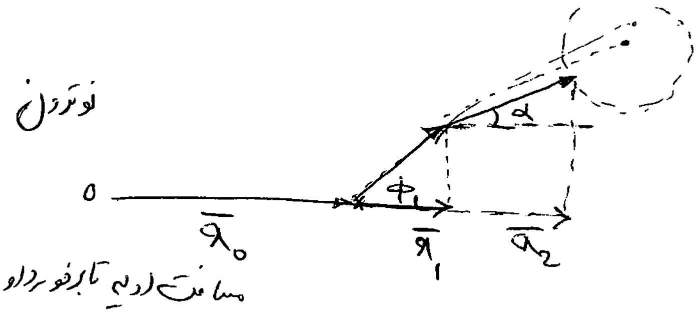


پراکندگی زاویه فضایی $\rightarrow 4\pi$

هسته	$\overline{\mu}$
H	0.67
D	0.53
^{9}Be	0.074
^{12}C	0.056
^{16}O	0.042
^{238}U	0.0028

سطح مقطع ترانسپورت: Transport cross section

سطح مقطع ترانسپورت، سطح مقطعی است که ما می‌توانیم به توسط آن پراکندگی غیرایزوتروپیک را متناوبی تصحیح کنیم. به عبارت دیگر بتوان اثرات زاویه پراکندگی را در نظر گرفت.



$$\lambda_s = \bar{x}_0$$

$$\bar{x}_1 = \overline{\lambda_s \cos\phi_1} = \lambda_s \bar{\mu}$$

$$\bar{x}_2 = \overline{\lambda_s \cos\alpha} = \lambda_s \bar{\mu}^2$$

$$\vdots$$

$$\bar{x}_n = \lambda_s \bar{\mu}^n$$

$$\bar{x}_0 + \bar{x}_1 + \cdots + \bar{x}_n = \lambda_s + \lambda_s \bar{\mu} + \lambda_s \bar{\mu}^2 + \cdots$$

$$= \frac{\lambda_s}{1-\bar{\mu}}$$

* $\boxed{\lambda_{tr} = \frac{\lambda_s}{1-\bar{\mu}}}$. مسافت واقعی است که نوترون طی می‌کند.

$\boxed{\lambda_{tr} < \lambda_s}$

* فرمول بالا نشان می‌دهد که اگر فرآیند ایزوتروپ باشد مسافت واقعی طی شده همان مسافت scattering یعنی $\lambda_{tr} = \lambda_s$ است ($\bar{\mu} = 0$) اما اگر $\bar{\mu} \neq 0$ باشد در واقع فرآیند غیر ایزوتروپ است غیر ایزوتروپ بودن باعث می‌شود که برد نوترون کمتر باشد.

بررسی پراکندگی نوترون در سیستم C.M و Lab :

ممکن است مورد یافت شود که در سیستم C.M آیزوتروپیک باشد اما در سیستم lab نباشد؟

بلی :

- اگر پراکندگی در سیستم C.M آیزوتروپیک باشد لزوماً در lab ایزوتروپیک نمی‌باشد.

$$tg\phi = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \qquad (A=1)$$

$$\begin{cases} \sin\theta = 2\sin\theta/2 \cdot \cos\theta/2 \\ 1+\cos\theta = 2\cos^2\theta/2 \end{cases} \Rightarrow tg\phi = tg\frac{\theta}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\theta}{2}$$

اگر تغییرات θ بین ۰ تا π باشد آنگاه ϕ بین ۰ تا $\pi/2$ است

برای نوترون‌ها Back scatt.. نداریم.

λ_s : scattering mean free path

λ_a : absorbtion 〃 〃 〃

λ : mean free path

$$\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_a} + \frac{1}{\lambda_s}$$

حواستان باشد λ ها با هم جمع نمی‌شوند درحالی که Σ ها با هم جمع

$$\boxed{\lambda = \frac{\lambda_s \lambda_a}{\lambda_s + \lambda_a}}$$

بررسی احتمال پراکندگی نوترون از : $E_1 \longrightarrow E_2$

غلط

اگر $E_1 \le E_2 \le \alpha E_1 \Rightarrow$ صفر = احتمال

احتمال آنکه نوترون از $P(E_1 \longrightarrow E_2)$ برود و $\alpha E_1 \le E_2 \le E_1$ باشد ...

احتمال آنکه نوترون به فاصله θ تا $\theta + d\theta$ برود برابر است با آنکه نوترون به فاصله E_2 تا $E_2 + dE_2$ برود ..

تناظر یک به یک
$$\begin{cases} E_1 \longrightarrow \theta_1 \\ E_n \longrightarrow \theta_n \end{cases}$$

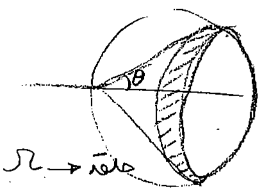
هر انرژی متناظر با یک زاویه ای می باشد

احتمال حرکت ذره به یک انرژی خاص با یک زاویه خاص همواره صفر است.

$$\int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta$$

$$d\Omega(\theta) = \int_0^{2\pi} d\phi \, (d\theta \sin\theta) = 2\pi \sin\theta \, d\theta$$

$$\sigma_s = \int \sigma_s(\theta) \, d\Omega(\theta)$$



عموماً تابع θ و انرژی است تا ϕ .

از زاویه می توان به انرژی رسید. $\theta \longrightarrow E$

$$\sigma_s = 2\pi \int_0^{\pi} \sigma_s(\theta) \sin\theta \, d\theta \Rightarrow \boxed{\sigma_s = 2\pi \int_{-1}^{+1} \sigma_s(\mu) \, d\mu}$$

$$\mu = \cos\theta$$

احتمال scattering به آن زاویه خاص

احتمال اینکه نوترون از E_1 به E_2 : $$P(E_1 \to E_2)\, dE_2 = \frac{\sigma_s(\theta)\, d\Omega(\theta)}{\sigma_s} = \frac{2\pi \sigma_s(\theta) \sin\theta\, d\theta}{\sigma_s}$$

σ_s ← احتمال کل scattering

$$E_2 = \frac{1}{2} E_1 \left\{ (1+\alpha) + (1-\alpha)\cos\theta \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dE_2 = -\frac{1}{2} E_1 (1-\alpha) \sin\theta\, d\theta$$

$$P(E_1 \to E_2) = \ominus \frac{4\pi \sigma_s(\theta)}{E_1(1-\alpha)\sigma_s} \quad \text{یا} \quad -\frac{4\pi \sigma_s(\theta)}{E_1(\alpha-1)\sigma_s}$$

در حالت کلی غیر ایزوتروپ بودن

$$\boxed{P(E \to E') = \frac{4\pi \sigma_s(\theta)}{E(1-\alpha)\sigma_s}}$$

احتمال پراکندگی نوترون از E_1 به E_2 یا E'

$$P(E \to E') = \begin{cases} \dfrac{4\pi \sigma_s(\theta)}{E(1-\alpha)\sigma_s} & \alpha E < E' < E \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

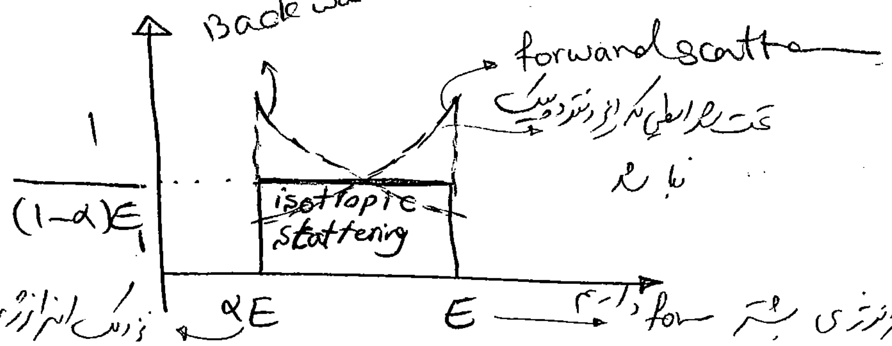
$$\sigma_s = 4\pi \sigma_s(\theta)$$

$$\sigma_s(\theta) = \frac{\sigma_s}{4\pi} \longleftarrow$$ اگر پراکندگی isotrop باشد

$$P(E \to E') = \begin{cases} \dfrac{1}{E(1-\alpha)} & \alpha E < E' < E \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

درصورت ایزوتروپ بودن

یا آیزوتروپیک بودن



Back را نزدیک انرژی کمتر ← αE E → form نزدیک انرژی بیشتر

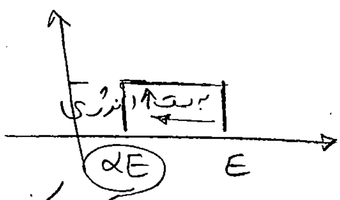
سوال: اگر نوترونی دارای انرژی 2Mev باشد احتمال پراکندگی نوترون در انرژی 1Mev در مدریتور چقدر است؟ یعنی نوترون به مدریتور برخورد کند و انرژی 1Mev بدهد.

$\alpha_{\text{مدریتور}} = 0 \rightarrow P_{\text{احتمال}} = 0$ صفر

اگر گفته بودن بین 1 تا 1.01 Mev می توان انرژی را بدست آورد اما دقیقاً گفته 1 پس احتمال صفر است.

برخوردهای به مدریتور ن برخورد کند می تواند یا هیچ انرژی دریافت نکند و یا کل انرژی را بدست آورد چرا که هم وزن هم جرم با خودش است. در عناصر دیگر اینگونه نمی باشند.

* سطح مقطع ها تابع انرژی است



$E \longrightarrow E'$ ، E

پراکندگی ایزوتروپیک :

E' متوسط انرژی : $\overline{E'} = \int_{\alpha E}^{E} E' p(E \rightarrow E') \, dE' = \frac{E(1+\alpha)}{2}$

تعداد دفعات بالا معنی می دهد

متوسط انرژی که نوترون از دست می دهد : $\overline{E - E'} = E - \frac{E(1+\alpha)}{2} = \frac{E(1-\alpha)}{2}$ در برخورد در نوترون

(البته در هر برخورد) ... از دست می دهد. البته در واقعیت اینگونه نیست این تنها معادله متوسط است.

روش های اندرکنش نوترون با هسته:

یک نوترون در برخورد با هسته ممکن است چندین روش برای اندرکنش داشته باشد:

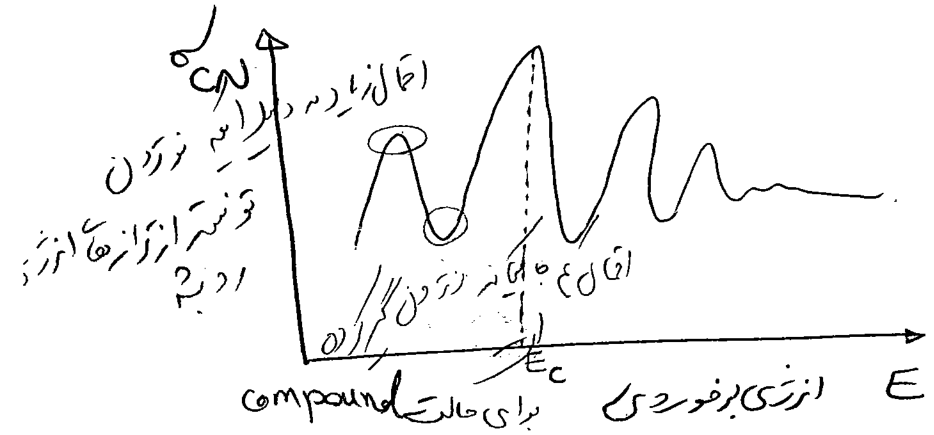
اندرکنش نوترون با هسته:

1) compound nucleus formation — تشکیل هسته مرکب: نوترون وارد هسته شده و یک هسته مرکب تشکیل می‌دهد.

2) potential or shape scattering — پراکندگی پتانسیل یا شکل

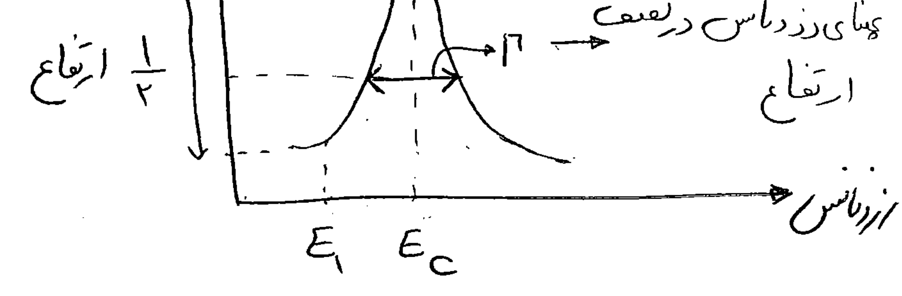
3) direct interaction — واکنش مستقیم

در هسته مرکب داریم:



$\sigma_{CN}(E_c)$ احتمال تشکیل هسته مرکب

$$\sigma_{CN}(E_c) = \frac{\text{constant}}{(E_c - E_1)^2 + \Gamma^2/4}$$



$$E_c = E_1 \pm \frac{\Gamma}{۲}$$

Γ: پهنای رزونانس در نصف مقدار ماکزیمم رزونانس

هسته مرکب

سه احتمال داریم: ← ممکن است این سه اتفاق رخ دهد

۱- احتمال تشکیل هسته مرکب

۲- اتفاقات پس از تشکیل هسته مرکب

$$\text{احتمال واکنش پراکندگی نوترون} = \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

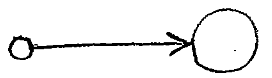
$$\begin{cases} \sigma_{CN} \cdot \dfrac{\Gamma_n}{\Gamma} & \text{احتمال پراکندگی} \\ \sigma_{CN} \cdot \dfrac{\Gamma_a}{\Gamma} & \text{احتمال جذب} \end{cases}$$

این پراکندگی

در اثر واکنش shape نوترون وقتی که از مجاورت هسته عبور می‌کند پراکنده می‌شود که هم اندازه نوترون و هسته بستگی دارد زیرا نیروهای درون هسته به نوترون عبوری انرژی نداده و نوترون وارد هسته نمی‌گردد. این نیروها باعث پراکندگی نوترون می‌گردند و انرژی داخلی هسته تغییری نمی‌کند.

direct interaction نوترون مستقیماً به هسته برخورد می‌کند.

نوترون با انرژی‌های بالا واکنش direct را انجام می‌دهد



در این واکنش πR^2 سطح مقطع می‌باشد. در کتاب به خاطر ضریب $4\pi R^2$ در نظر گرفته.

به خاطر shap ← $4\pi R^2$ تبدیل به $4\pi a^2$ می‌نویسند.

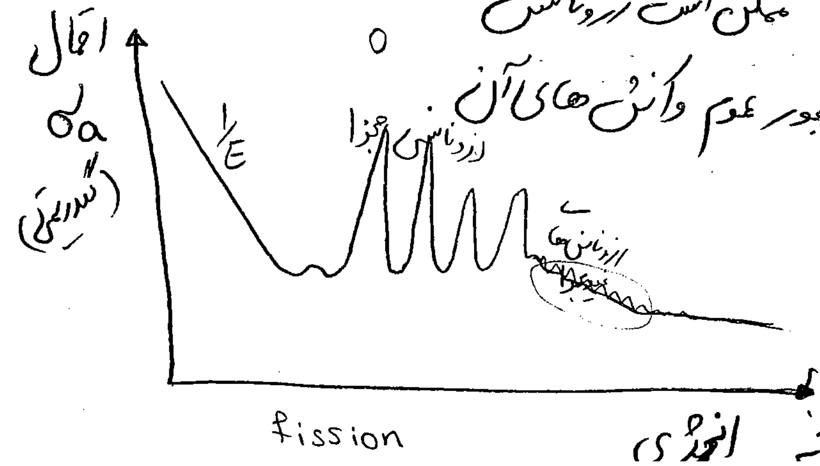
$$\sigma_s(\theta) = 4\pi R^2$$

R < a معمولاً

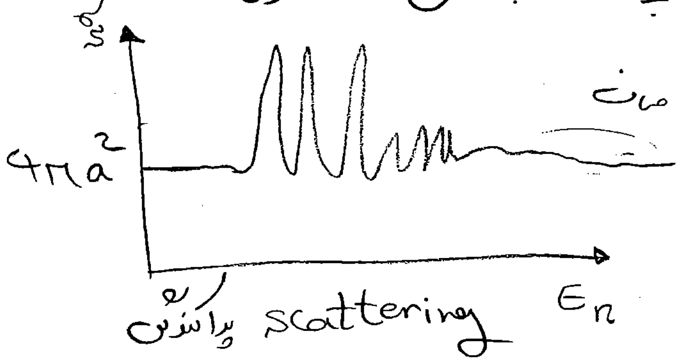
عنصر سبک ← رزونانس بسیار کم و گاهاً ممکن است رزونانس نداشته باشد چون هسته کوچک است مجبور عموم واکنش‌های آن بصورت مستقیم می‌باشد.

عنصر سنگین ← رزونانس ↑

حول انرژی E_c دارای احتمال واکنش صدها برابر



- مینیمم مقدار در scattering ، $4\pi a^2$ می‌باشد پس شیب آن به صفر می‌رسد.



هر ماده‌ای دارای خواص مخصوص به خود می‌باشد و نمودارهای متفاوتی را ایجاد می‌کند.

صدهزاران انرژی این احتمالات باید برای هر ایزوتوپ یافت گردد و به صورت بانک اطلاعاتی درمی‌آ

یا آرشیوها ENDF و غیره Gef

رفتار سطح مقطع در عناصر سنگین و سبک:

- تقسیم‌بندی عناصر
  - $A < \sim 25$, یا magic عناصر سبک و جادویی
    - عناصری اندکی نوترون ↑ دارند ولی رفتار سبک‌ها را از خود نشان می‌دهند.
  - $25 \leq A \leq 150$ intermadiate
  - $A > \sim 150$ heavy

1) light & some magic nucler

$$\begin{cases} \sigma_t = c_1 + \dfrac{c_2}{\sqrt{E}} \\[2ex] \sigma_t = C_1 + \dfrac{C_2'}{v} \end{cases}$$

shape scattering احتمال

سرعت نوترون

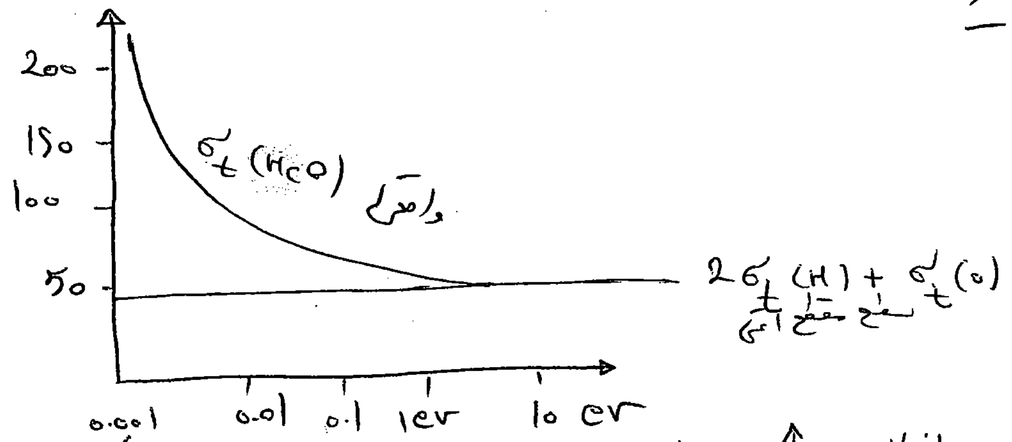
2) heavy nucler

$$\begin{cases} E < \sim 1ev \rightarrow \text{رفتار } \frac{1}{v} \\ 1ev < E < 3.5\,kev \rightarrow \text{resonance مشخص} \\ E > \overset{5}{3.5}\,kev \rightarrow \text{resonance نامشخص} \end{cases}$$

- اگر انرژی نوترون بسیار کاهش یابد به حد اتم و [illegible] برسد دیگر نمی‌توان براحتی سطح مقطع و cross section را محاسبه کرد.

$$\sigma_t(H_2O) = 2\sigma_t(H) + \sigma_t(O) \longrightarrow$$ این فرمول برای بالای چند mev درست می‌باشد.

- رفتار سطح مقطع زیر 0.1ev :



وقتی که انرژی n ↓ ← اندازه n ↑ ← طول موج ↓ ← بجای دیدن اتم، مولکول را می‌بیند و با آن برخورد می‌کند ⇐ مفهوم سطح مقطع اتمی در اینجا دیگر معنی ندارد.

تمرین :

(n,γ)

جذب σ_a	O	^{235}U	B^9
σ_s	C	U^{238}	B^{10}
σ_t	Be		

بالاتر آوردم

در جذب سطح مقطع می‌تواند صفر شود اما در scattering سطح مقطع حداقل $4\pi R^2$ است.

ENDF → Njoy

lethargy : u

$$u = \ln \frac{E_0}{E}$$

E_0 یک انرژی دلخواه است.

هر نوترون یک لتارژی (lethargy) مخصوص به خود دارد.

$$E_0 = 2\times10^6\ ev\ (2\ Mev)$$

مثال → $E = 0.025\ ev \Rightarrow u = \ln \frac{2\times10^6}{0.025} = 18.2$

انرژی وارنی → در محیط دمای محیط

هرچه lethargy نوترون ↑ ⇐ نوترون سرعتش کمتر بوده و تنبل‌تر می‌باشد.

$E = 2\times10^{ev}$ ⇒ $u = 0$ صفر کند نیستی

پارامتر کندشوندگی ξ :

$$\xi = \overline{\ln \frac{E_1}{E_2}} = \overline{\ln E_1 - \ln E_2}$$

E_1 انرژی اولیه نوترون

E_2 = ثانویه "

$$\xi = \overline{\ln \frac{E_1}{E_2}} = \frac{\int_{-1}^{1} \ln \frac{E_1}{E_2}\, d(\cos\theta)}{\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}$$

$$= 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(A+1)^2}$$

تعداد متوسط برخورد برای رسیدن یک نوترون از انرژی E_1 به E_2 برابر است با:

$$\text{تعداد متوسط برخورد} \quad J = \frac{\ln E_1/E_2}{\xi} = \frac{\ln \frac{E_0/E_2}{\ln E_0/E_1}}{\xi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{J} = \frac{u_2 - u_1}{\xi}}$$

مثال:

برای رسیدن یک نوترون از انرژی $2\times10^{+6}$ ev $(u=0)$ به انرژی 0.025 ev $(u_T = 18.2)$ تعداد برخورد در H ، Be ، C را محاسبه نمایید.

نوترون فرض کنید از fission متولد می‌شود انرژی متوسطش 2 mev می‌باشد.

$$\xi_H = 1$$

$$\xi_{Be} = 1 + \frac{(9-1)^2}{2\times9}\ln\frac{8}{10} \simeq 0.207$$

$$\xi_C = 1 + \frac{11^2}{2\times12}\ln\frac{11}{13} \simeq 0.158$$

$$\begin{cases} J_H = \frac{18.2}{1} = 18.2 \\ J_{Be} = \frac{18.2}{0.207} = 87.9 \\ J_C = \frac{18.2}{0.158} = 115.2 \end{cases}$$

از کربن برای کند کردن نوترون استفاده می‌شود.

برای کند کردن نوترون آب فراوانی بیشتری دارد.

Be بسیار سمی است. عمده سطح مقطع آن scatter است و عمده نوترون ها را برمی‌گرداند و به عنوان رفلکتور استفاده می‌شود.

- کند کننده moderator

- منعکس کننده reflector

- شکافت پذیر

راکتورها، هر سه مدل زیر کار می کند و بالانس بین سه مطلب زیر است.

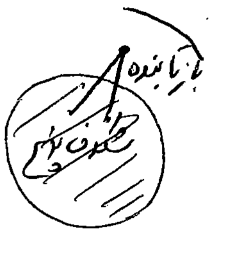
- کند کننده ← moderator
- منعکس کننده ← reflector
- شکافت پذیر

برای اینکه fission بیشتر رخ دهد ← تولید انرژی $\xrightarrow{fission}$ شکافت پذیر

باید سطح مقطع مدالا کردن بالا رود ← در ماده شکافت پذیر نیاز به ماده کند کننده دارد

تا سطح مقطع ↑ گردد.

اگر U با آب مخلوط گردد ← شکافت بیشتر ← سطح مقطع ↑



ماده شکافت پذیر را باید با یک ماده کند کننده مخلوط کنیم.

تحت این شرایط نیاز به یک ماده بازتابنده داریم که نوترون را برگرداند.

قابلیت کند کنندگی : افزایش lethargy در واحد طول

قابلیت کند کنندگی $= \Sigma_s (cm^{-1})\, \xi$

برای انرژی های مختلف ← قابلیت کند کنندگی $= \sum_i \xi_i \Sigma_{si}$

ضریب کند کنندگی : $k = \xi \frac{\Sigma_s}{\Sigma_a^T}$

مقدار k_z نشانگر نسبت تولید نوترون حرارتی به جذب نوترون حرارتی می باشد.

هر چقدر این مقدار بزرگتر باشد نشانه انباشته شدن نوترون حرارتی در سیستم است!

▣ کندکننده : عنصری است که دارای قابلیت کندکنندگی بالا ($\xi \Sigma_s \uparrow$) و ضریب کندکنندگی زیادی باشد. $\Rightarrow k_Z \uparrow$ letang افزایش می‌یابد بشرطی که جذب نگردد.

ماده	دانسیته g/cm^3	پارامتر کند شوندگی یا کند کنندگی ξ	قابلیت کند کنندگی یا سرعت $\xi \Sigma_s\ (cm^{-1})$	ضریب کندشوندگی یا کندکنندگی (جذب و دفع) k_Z (سطح مقطع)
H_2O	1	0.924	135×10^{-2}	70
D_2O	1.1	0.515	18.5×10^{-2}	2000
Be	1.8	0.209	15.4×10^{-2}	159
C	1.67	0.158	6.4×10^{-2}	170

عکس

$$\xi \Sigma_{s\,(H_2O)} > \xi \Sigma_{s\,(D_2O)} \xrightarrow{\text{یعنی}} D_2O \text{ آب سریع‌تر کند می‌کند تا}$$

* نشان می‌دهد که نوترون تعداد برخورد بالا که این برخوردها جذب نمی‌شود و کندتر می‌گردد $\Leftarrow$ سرعت نوترون

سطح مقطع بالایی دارد.

$$k_{Z\,(D_2O)} \gg k_{Z\,(H_2O)}$$

O ممکن است آن را جذب نکند اما H ، N را جذب کند

$\uparrow$ سطح مقطع $\Rightarrow$ $\uparrow$ کند شوندگی $\Rightarrow$ $\uparrow$ هر چه برخورد و جذب نشود

بهترین کندکننده $\longleftarrow$ D_2O

از لحاظ سرعت ... H_2O ... کندکنندگی ... D_2O ...

در تعیین کندکنندگی باید به ضریب ξ_Z توجه داشته باشیم.

در C و D_2O نوترون بسیار بیشتر عمر می‌کند.

در اورانیوم طبیعی، نوترون آنقدر زنده می‌ماند که fission رخ دهد.

$\frac{1}{7000} H_2O = D_2O$

Br بور جاذب نوترون می‌باشد.

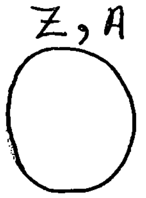
راکتور → pile 1 , X10 , pile 2 , Fermis

Po پلوتونیوم از ^{238}U تولید می‌شود.

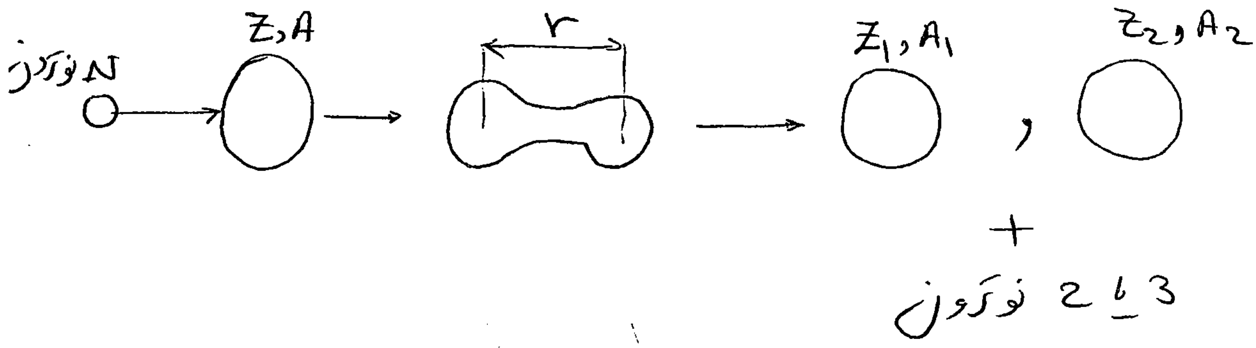
فصل 3 کلارش

Nuclear fission : شکافت هسته

fussion همجوشی



به طور طبیعی شکافت در عناصر A>50 تقریباً سنگین رخ می‌دهد.



$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{236}_{92}U^{*} \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}f_1 + {}^{A_2}_{Z_2}f_2 + \nu\,{}^{1}_{0}n + Q$$

انرژی جنبشی پاره‌های شکافت (f_1 و f_2) = 167 MeV ← این انرژی به دلیل بزرگ بودن ذرات جذب می‌شود. جذب آب و ... که در نزدیکی راکتور است می‌شود.

اعداد فوق حفظ گردد.

انرژی جنبشی نوترون ها (به ازای 1 شکافت) = 6 MeV

" " پروتونها " شکافت (") = 6 MeV

" " β ناشی از واپاشی (") = 5 MeV

" " نوترونیو (") = 11 MeV

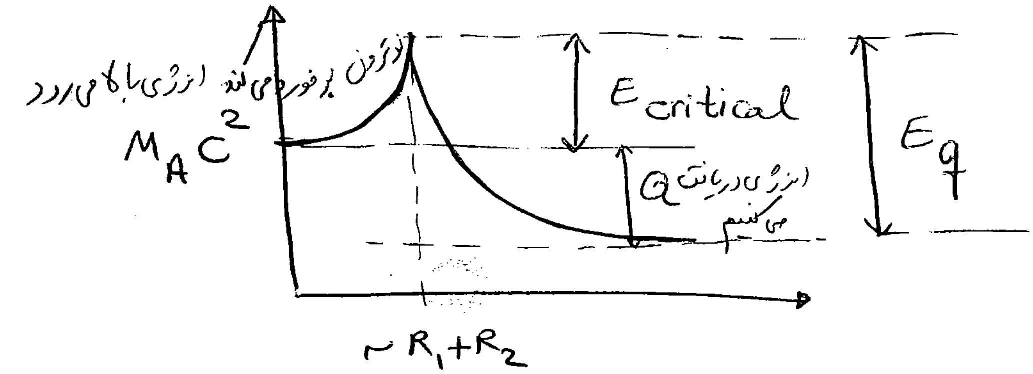
MeV 5 حاصل میشه بیشتر میشه جا؟

---

200 MeV

انرژی قابل حصول از انرژی بالا تقریباً 180 MeV است.

اینجا 200 MeV قابل محاسبه است.



آستانه

E_{crit}: critical energy or thershold energy

E_q : coulomb energy

Q : Q-value.

$$E_q = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2}$$

شعاع هسته

$R = \frac{r_e}{2} A^{1/3}$, $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$ شعاع الکترون

191

$$E_q = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\left(\frac{r_e}{2}\right)\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} = \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \cdot 2 m_e c^2$$

با فرض $\Rightarrow 2 m_e c^2 \approx 1$

اگر
$$\begin{cases} A_1 = A_2 = \frac{A}{2} \\ Z_1 = Z_2 = Z/2 \end{cases}$$
با فرض اینکه در شکافت نصف شود

$$\boxed{E_q = 0.16 \frac{Z^2}{A^{1/3}}} \leftarrow$$ با فرض های بالا داریم

for uranium $\Rightarrow E_q \simeq 218$ Mev

$E_{crit} = 6$ Mev

$\Rightarrow Q = 212$ Mev

(200 Mev)

مواد مبتدای → fissile → موادی که در آنها fission رخ می‌دهد

مواد مبتدای → fertile → ماده قابل تبدیل به fissile

fissile → (^{235}U , ^{239}Pu , ^{233}U)

fertile → (^{238}U , ^{232}Th)
توریم

$$^{232}Th\,(n,\gamma)\,^{233}Th \xrightarrow[22\,min]{\beta^{-1}} {}^{233}Pa \xrightarrow[27.4\,Day]{\beta^{-1}} {}^{233}U$$

$$^{238}U\,(n,\gamma)\,^{239}U \xrightarrow[23\,min]{\beta^{-1}} {}^{239}Np \xrightarrow[23\,Day]{\beta^{-1}} {}^{239}Pu$$

^{233}U کم‌ترین جرم بحرانی را دارد.

$^{239}Pu + {}^{1}_{0}n$ → fission

$^{239}Pu + {}^{1}_{0}n$ → $^{240}Pu\,(n,\gamma)\,^{241}Pu$

دو حالت برایش رخ می‌دهد.

ایزوتوپ	σ_a	σ_f	ν	α	η
U^{233}	573 barn	525	2.5	0.093	2.29
U^{235}	678	577	2.44	0.175	2.08
Pu^{239}	1015	741	2.9	0.37	2.12
Pu^{241}	1375	950	3	0.357	2.21
U طبیعی	7.59	4.19	2.5	0.910	1.31

ν تعداد نوترونهای تولید شده به ازای هر fission $\nu(E)$

هرچه انرژی بالاتر رود ν نیز ↑ می‌یابد.

$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f$$

$$\alpha = \frac{\sigma_\gamma}{\sigma_f}$$ capture to fission

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a}$$

هرچه $\alpha = \frac{\sigma_\gamma}{\sigma_f}$ ↓ باشد برای ما مطلوب تر است.

η نسبت کل نوترون های تولید شده به نوترون های جذب شده را به ما نشان می دهد.

هرچه η ↑ ← اقتصاد نوترنی بهتر می باشد.

neutron change reaction :

nuclear reactor : The nuchear reactor is a dirce in which things are so arrenged that a self sustaine fission chain reaction can occure in a controlled manner.

راکتور وسیله ای دستگاه هی است که یک واکنش شکافت خود نگهدار زنجیره ای در آن رخ می دهد طوری که کنترل پذیر باشد.

راکتور دارای یک پارامتر مهمی به نام K می باشد.

K : multiplication factor ضریب تکثیر

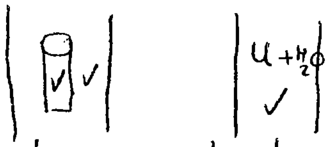
$$K = \frac{\text{تعداد fission رخ داده شده در نسل فعلی}}{\text{〃 〃 〃 〃 〃 〃 قبلی}} = \frac{\text{تعداد متوسط نوترون های تولید شده در راکتور در واحد زمان}}{\text{تعداد متوسط نوترون های جذب شده در راکتور در واحد زمان}}$$

فرض کنید که راکتوری داریم که فقط از ^{235}U تشکیل شده است.

چرخه نوترون در سیستم همگن که از ^{235}U و مواد دیگر ساخته شده باشد (مثلاً ^{238}U باشد)

همگن یعنی کل سیستم مخلوط باشد.

راکتور ← همگن ← تنها با یک ماده سروکار داریم (ماده ترکیبی) ← تنها یک سطح مقطع داریم!
← ناهمگن



دو تا سطح مقطع — یک سطح مقطع (همگن)

فرض $\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f$

پراکندگی در سیکل‌ها وجود ندارد و با جذب همه چیز رخ می‌دهد

$\boxed{\text{جذب یک نوترون در } U^{235} \text{ (۱ نوترون)}}$

fission رخ دهد — جذب لاس شود — درصدی اینجا می‌آید

$\boxed{\frac{\sigma_\gamma}{\sigma_\gamma+\sigma_f}}$ جذب — تولید U^{236}

$\boxed{\frac{\sigma_f}{\sigma_\gamma+\sigma_f}}$ = شکافت fission — ادامه دارد

P: احتمال عدم نشتی = کسری پایان از نوترون که از راکتور نشت پیدا نمی‌کند.

f: کسری از نوترون‌های حرارتی جذب شده در راکتور که در سوخت جذب می‌شوند.

بار اول ۱=۰ بارهای بعدی همان گرم‌ها در هر کار درست.

احتمال انجام شکافت: $\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a}$ تعداد نوترون‌های تولید شده

اگر شکافت رخ دهد تعداد نوترون‌های تولیدی

در میانگین نوترون‌های تولید شده از هر شکافت

$\boxed{\eta(1-P)}$ فرار نوترون‌ها از سیستم

$\boxed{\eta P}$ نوترون‌های باقیمانده در سیستم

نوترون در این مرحله باید کم انرژی شود در این حالت می‌تواند هم جذب سوخت شود و هم جذب مواد دیگر

$\boxed{\eta P(1-f)}$ کسری از نوترون‌های جذب شده در مواد دیگر

$\boxed{\eta P f}$ نوترون‌هایی که جذب U^{235} می‌شوند

$$K = \frac{\eta P f}{1} = \boxed{\eta P f}$$

«ضریب سیکل»

$K=1$ ⟶ اقتصاد نوترونی پایدار است ⟶ تعداد نوترون‌ها در سیستم همان هم باقی مانده ⟶ critical

$K=1 \longrightarrow$ critical

$K<1 \longrightarrow$ subcritical $\longrightarrow$ در هر مرحله نوترون کم تری از بار اول داشته و راکتور خاموش می شود.

$K>1 \longrightarrow$ super critical $\longrightarrow$ انفجار

* K اگر ثابت باشد نشان می دهد که راکتور در یک level ثابتی کار می کند.

■ اگر سیستم بی نهایت باشد ← $\begin{cases} k=\eta_h f \\ P=1 \end{cases}$

یعنی فراری از سیستم وجود ندارد
ابعاد سیستم بی نهایت است.

■ اگر تنها ^{235}U داشته باشیم $\begin{cases} k=\eta_h p \\ f=1 \end{cases}$

■ اگر سیستم بی نهایت باشد و ^{235}U داشته باشیم. $\begin{cases} f=1,\ p=1 \\ k=\eta_h \end{cases}$

در حالت آخر $k=2.08$ بود یعنی به ازای هر برخورد حداکثر دو نوترون تولید می شود.

	تعداد نوترون ها
نسل اولیه	1
« 1 ام	k
« 2 ام	k^2
⋮	
« n ام	k^n

حدوداً برای نوترون های سریع هر نسل 10^{-8} ثانیه می باشد.
که shake 1 نامیده می شود.

اگر $\begin{cases} k = 1.1 \\ n = 100 \simeq 10^{-6}\ sec \\ \text{تعداد نوترون ها} = 1.1^{[illegible]} \quad 1378 \end{cases}$

22

$k=1.1$ 13780 10^{-6} sec

$k=1.5$ 4.3×10^{17} 10^{-6} sec

$k=2$ 1.26×10^{30} 10^{-6} sec

در طراحی راکتور هرگز در تعریف k در 1.5 نمی‌بینیم حدود آ 1.05 و ... است. (از کتاب ۱)
اگر بی‌نهایت ^{235}U داشته باشیم باز هم حداکثر $k=\eta=2$ خواهد بود.

جرم بحرانی $m \simeq 52$ Kg

کره اورانیم $R \simeq 8.8$ cm

$k=1$

کره بحرانی

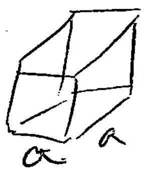
$\rho_{\text{اورانیوم}} = 18.7\ g/cm^3$

کره بحرانی: اگر کره‌ای داشته باشیم از اورانیوم اگر شعاعش بیشتر از 8.8^{cm} شود خطرناک خواهد بود (انفجار داریم).

$m=\rho \cdot v$

در شعاع $R=8.8^{cm}$ مقدار $k=1$ است. اگر شعاع کره را به مکعب تبدیل کنیم جرم آن حدود ۸۰ کیلوگرم می‌شود.

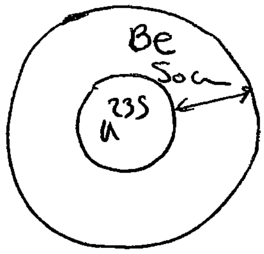
کره ← بیشترین P، همچنین سطح ↓ ← فرار نوترون ↓ می‌شود. فرار نوترون تابعی از سطح می‌باشد. پس شکل اهمیت دارد.



جرم $\simeq 80$ kg

اگر دور کره آلومینیوم یا بریلیم را بپوشانیم (ضخامت حدود 5 سانت) جلوی فرار نوترون را گرفته

→ P افزایش



$m \simeq 18\ kg$
$k = 1$

جرم بحرانی Pu^{239} کروی $\simeq 8Kg$ لخت

" " U^{233} " $\simeq 5\ kg$

اگر لخت نباشد m بحرانی کاهش می‌یابد. یعنی وقتی که جلوی فرار نوترون را بگیریم جرم بحرانی کاهش می‌یابد.

Depo

طیف انرژی نوترون آنی در واکنش شکافت :

آنی

prompt neutron spectrum :

neutron → prompt آنی (10^{-17} sec پس از شکافت)

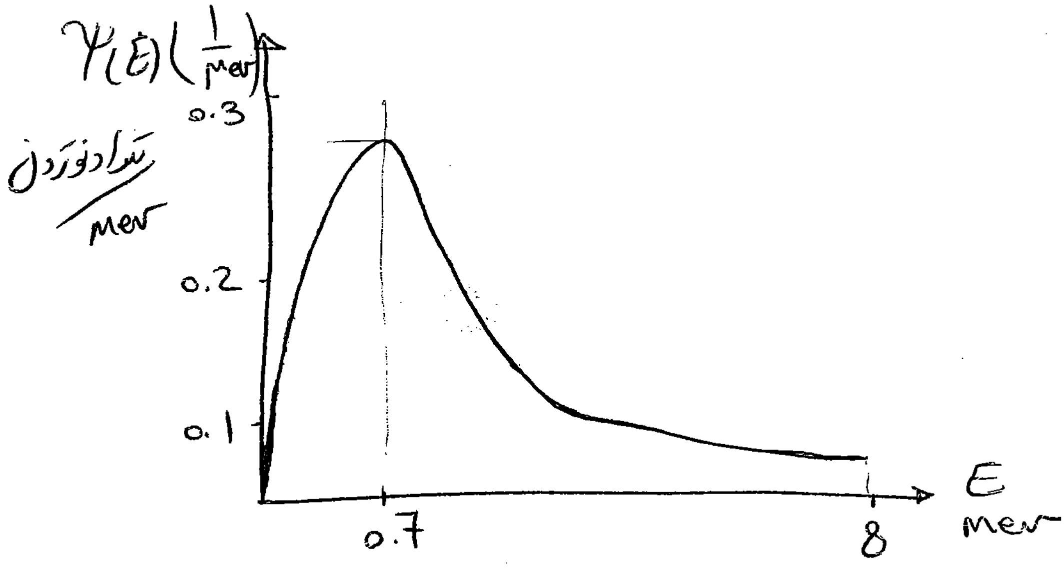
شکافت

neutron → delay تاخیری → در اثر واکنش واپاشی در پاره‌های شکافت تولید می‌شود و ممکن است بعد از کسری از ثانیه تا چند ده ثانیه تولید شود.

→ درصد خیلی کمی را شامل می‌شود.

طیف نوترون آنی را $\chi(E)$ گویند

$\chi(E)$: pompt neutrun spectrum



$$X(E) = 0.453\, e^{-1.036E} \sinh\sqrt{2.29E}$$

$$X(E) = 0.770\, E^{1/2\, -0.776E}$$

$$\int_0^\infty X(E)\, dE = 1 \quad , \quad \bar{E}_n = \int_0^\infty E\, X(E)\, dE = 1.98\ Mev \simeq 2\ Mev$$

به عنوان تمرین : تعداد نوترون ها بر واحد شکافت که دارای انرژی 2^{Mev} هستند را حساب کنید. (صفر)

تعداد نوترون ها بر واحد شکافت که دارای انرژی بین 1 Mev تا 2 Mev هستند را بدست آورید

تعداد نوترونها برداحد شکافت که دارای انرژی از 0 تا 8 هستند را حساب کنید.

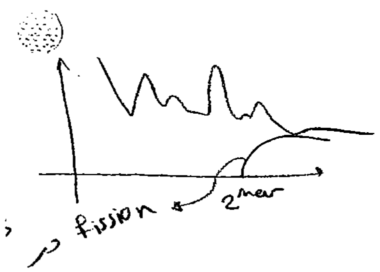
〃 〃 〃 〃 〃 〃 از 8 تا ∞ 〃 〃 .

〃 〃 〃 〃 〃 〃 2Mev تا 0 〃 〃 〃 .

$\int_0^2 \chi(E)\, dE \rightarrow$ درصد نوترونها به ازای شکافت

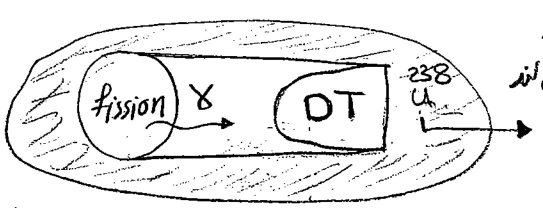
* نوترون متولد دارای سرعت بالایی می‌باشد. که کمترین سطح مقطع را دارد. باید E را کاهش دهیم تا که سطح مقطع نوترون ↑ شده و x ↑ افزایش می‌یابد پس نیاز به کندکننده داریم.

fission در حالت بالاتر از absorbtia است و بیرون زده می‌باشد.



^{238}U عملاً fission ندارد ← abs آن فراهم می‌باشد.

fission ← هم جوشی ← در بالای 4000-5000 k رخ می‌دهد.



1- از فرار γ به بیرون جلوگیری می‌کند

γ به DT برخورد کرده و آنها را گرم می‌کند ←

ماکزیمم انرژی که تولید می‌کند 50,000,000 Ton TNT

نوترونی که DT تولید می‌کند دارای انرژی 14Mev می‌باشد که به ^{238}U برخورد می‌کند که نهایتاً دارای انرژی 1MT می‌باشد.

* اگر انرژی نوترون بسیار بالا باشد مثل رو بود (بمب) آنگاه می‌توان شکافت در ^{238}U انجام داد اما چون در راکتور نوترون دارای انرژی زیر 8Mev باشد پس هرگز با ^{238}U fission رخ نمی‌دهد.

سرعت صوت ← 300-400 m/s در فلزات 1000 m/s – 1200

* جسم مکانیکی در حالت بیش از سرعت صوت نمی‌تواند حرکت کند.

* γ با سرعت نور حرکت می‌کند.

اگر اورانیوم طبیعی داشته باشیم :

نسبت اتمی $R = \dfrac{N^{235}}{N^{238}}$

$$\eta(u) = \frac{R\,\sigma_f^{235}\,\nu}{R\,\sigma_a^{235} + \sigma_a^{238}} \simeq 1.34$$

$$\eta(u) = \frac{\nu\, N^{235}\,\sigma_f^{235}}{N^{235}\,\sigma_a^{235} + N^{238}\,\sigma_a^{238}}$$

* چرخه بالانس نوترون در راکتور با اورانیوم طبیعی (با ^{238}U) :

$P \longrightarrow$ احتمال فرار از رزونانس

$P = P_f P_r P_t$ P : احتمال عدم فرار از راکتور

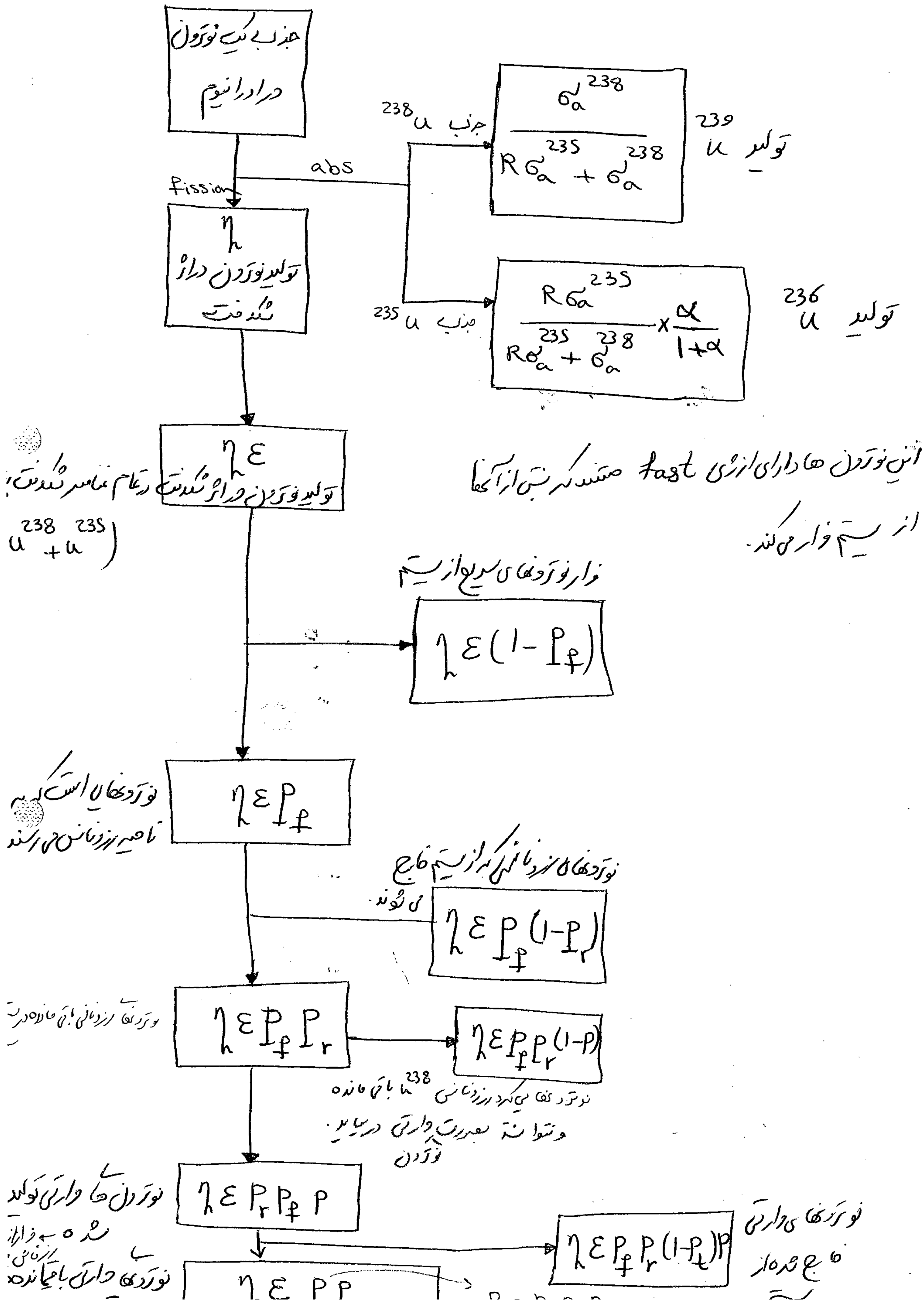
f , fast سریع

P_f : احتمال عدم فرار از راکتور برای نوترون های سریع

P_r : 〃 〃 〃 〃 〃 رزونانسی

P_t : 〃 〃 〃 〃 〃 حرارتی

ε : احتمال شکافت سریع $\boxed{\varepsilon > 1}$



جذب یک نوترون در اورانیوم
Fission
abs
^{238}U جذب
$\frac{\sigma_a^{238}}{R\sigma_a^{235}+\sigma_a^{238}}$
تولید ^{239}U
η
تولید نوترون در اثر شکافت
^{235}U جذب
$\frac{R\sigma_a^{235}}{R\sigma_a^{235}+\sigma_a^{238}} \times \frac{\alpha}{1+\alpha}$
تولید ^{236}U
$\eta\varepsilon$
تولید نوترون در اثر شکافت در تمام عناصر شکافت‌پذیر
$(U^{238}+U^{235})$
این نوترون ها دارای انرژی fast هستند که بیشتر از آنها از سیستم فرار می کنند.
فرار نوترون‌های سریع از سیستم
$\eta\varepsilon(1-P_f)$
$\eta\varepsilon P_f$
نوترون‌هایی است که به ناحیه رزونانس می‌رسند
نوترون‌های رزونانسی که از سیستم خارج می‌شوند.
$\eta\varepsilon P_f(1-P_r)$
$\eta\varepsilon P_f P_r$
نوترون‌های رزونانسی باقی‌مانده در سیستم
$\eta\varepsilon P_f P_r(1-p)$
نوترون‌هایی که رزونانس ^{238}U باقی مانده و نتوانسته به صورت حرارتی در بیایند.
$\eta\varepsilon P_r P_f p$
نوترون‌ها حرارتی تولید شده
$\eta\varepsilon P_f P_r(1-P_t)p$
نوترون‌های حرارتی خارج شده از
نوترون‌های حرارتی باقیمانده

$\boxed{\eta \varepsilon p P (1-f)}$

تعداد نوترونهای جذب شده در غیر u

صفحات 25، 26 و 27 مهم
دوباره و بطور کامل خوانده شود.

$\boxed{K = \eta \varepsilon p f P}$

نوترونهای جذب شده در u

$K_\infty = \eta \varepsilon p f \longrightarrow$ four factor formula

$P = 1 \longrightarrow$ نوترون از سیستم فرار نمی‌کند $\Rightarrow$ سیستم بی‌نهایت است

$K_{eff} = \eta \varepsilon p f P = K_\infty \cdot P$

$P = \dfrac{K_{eff}}{K_\infty}$ = nonleakage probability احتمال عدم نشت

K_∞ : infinite multiplication factor

K_{eff} : effective 〃 〃

$$K_\infty = \frac{\text{Rate of neutron production}}{\text{Rate of neutron absorption}}$$

$$K_{eff} = \frac{\text{Rate of neutron production}}{\text{Rate of neutron absorption of leakage}}$$

جذب + نشت

rate of production = rate of abs + rate of leakage → K=1 crit

< K<1 sub critical

$$R = \Sigma \phi$$

سیستم همگن $R = \int \Sigma(E)\, \phi(E)\, dE$

سیستم هتروژن $R = \iint \Sigma(r, E)\, \phi(r, E)\, dr\, dE$

تابعیت انرژی ← سیستم هموژن

〃 مکان ← 〃 هتروژن

سطح مقطع فقط تابع انرژی است.

f: thermal utilization factor ...... ضریب بهره

f : برابر است با نوترون حرارتی جذب شده در سوخت به کل نوترون حرارتی جذب شده

$$f = \frac{\text{thermal absorption fuel}}{\text{Thermal absorption in a fuel and moderate}}$$

(total thermal neutron absoption)

$$\underset{\text{حجم سوخت} = \text{حجم راکتور}}{=} \frac{\int_{V_f} dv \int_T dE\, \Sigma_a^{fuel}\, \phi_T(r, E)}{\left(\int_V dv\right) \int_T dE\, \Sigma_a(r, E)\, \phi_T(r, E))} = \frac{\Sigma_a^f\, V_f\, \bar{\phi}_f}{\Sigma_a^f V_f \bar{\phi}_f + \Sigma_a^m V_m \bar{\phi}_m}$$

حجم کل

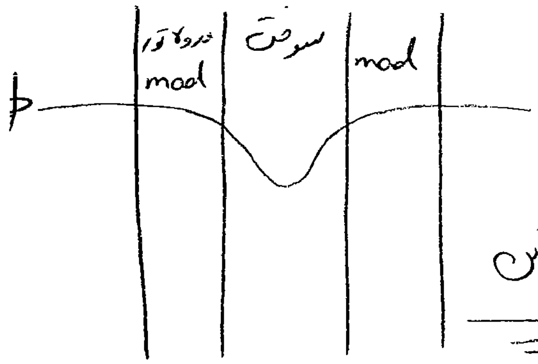
$$\Sigma_a = \Sigma_a^{ful} + \Sigma_a^{modrator}$$

$$\Rightarrow f = \frac{\Sigma_a^f\, V_f}{\Sigma_a^f V_f + \Sigma_a^M V_m \left(\frac{\bar{\phi}_m}{\bar{\phi}_f}\right)}$$

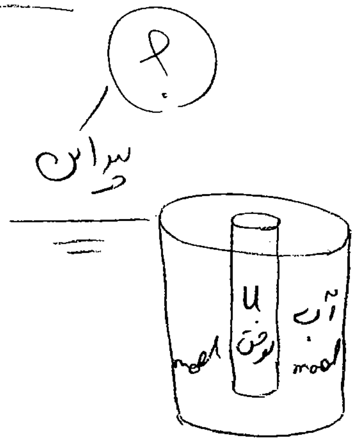
$\frac{\bar{\phi}_m}{\bar{\phi}_f}$ = disadvantage fac

اگر سیستم همگن باشد $\Rightarrow \frac{\bar{\phi}_m}{\bar{\phi}_f} = 1$ hemogen reactor

〃 〃 هتروژن 〃 $\Rightarrow \bar{\phi}_m / \bar{\phi}_f > 1$ hetrogen reactor فلاکس در سوخت، مودراتور معنی ندارد.



اصولاً شار در سوخت پایین می‌آید. علت: زیرا بیشترین جذب نوترون در سوخت می‌باشد.



اگر راکتور را هتروژن کنیم f کوچک می‌شود.

سوال: تابعیت f نسبت به انرژی چگونه است. رسم گردد.

هتروژن $f_t(r, E, \hat{\Omega}, t) = v \Sigma_t(r, E) \cdot n(r, E, \hat{\Omega}, t)$

η : Eta factor

η : نسبت نوترون‌های تولیدی از شکافت به نوترون‌های حرارتی تولید شده در سوخت را نشان می‌دهد

به عبارت دیگر می‌توان آن را بصورت زیر تعریف کرد.

η تعداد نوترون‌های تولید شده به ازای یک نوترون جذب شده در ناحیه حرارتی می‌باشد.

$$\eta = \frac{\text{average fission neutron}}{\text{thermal absorption in fule}}$$

$$= \frac{\int_{V_f} dr \int_0^\infty dE\, \Sigma_f(r, E)\, \nu(E)\, \phi_T(r, E)}{\int_{V_f} dr \int_T dE\, \Sigma_a^f(r, E)\, \phi_T(r, E)}$$

در حالتی که هموژن $f = \frac{\Sigma_a^f V_f}{\Sigma_a^f V_f + \Sigma_a^{other} V_m}$,

$$\eta f = \frac{\int_{V_f} dr \int_T dE\, \nu(E)\, \Sigma_f(E)\, \phi_T(E)}{\cancel{\int_{V_f} dr \int_T dE\, \Sigma_a^f(E)\, \phi_T(E)}} \times \frac{\cancel{\int_{V_f} dr \int_T dE\, \Sigma_a^f\, \phi_T(E)}}{\int_V dr \int_T dE\, \Sigma_a \phi_T}$$

$$\eta f = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}$$

fast fission factor : ε ؛ نسبت کل فیژنها را به فیژنهای حرارتی نشان می‌دهد.

$\varepsilon > 1$

$$\varepsilon = \frac{\text{fast \& thermal fission}}{\text{thermal fission}} = \frac{\int_{v_f} dv \int_0^\infty dE \, \Sigma_f(r,E)\, \phi(r,E)\, \nu(E)}{\int_{v_f} dv \int_T dE \, \Sigma_f(r,E)\, \phi(r,E)\, \nu(E)}$$

resonance escape probability : p این فاکتور نسبت نوترونهای حرارتی شده به کل نوترونها را نشان می‌دهد.

$$p = \frac{\text{Thermal neutron}}{\text{all neutrons}}$$

$$p = \frac{\int_{v_f} dv \int_T dE \, \nu(E)\, \Sigma_f(r,E)\, \phi(r,E)}{\int_{v_f} dv \int_0^\infty dE \, \Sigma_f(r,E)\, \phi(r,E)}$$

$$K_\infty = \eta f \varepsilon p = \frac{\int_{v_f}\int_T \Sigma_a^f \phi_T \, dE\, dv}{\int_V \int_T \Sigma_a \phi_T \, dE\, dv} \cdot \frac{\int_{v_f}\int_T \nu \Sigma_f \phi_T \, dv\, dE}{\int_{v_f}\int_T \Sigma_a^f \phi_T \, dv\, dE}$$

$$\cdot \frac{\int_{v_f}\int_0^\infty \nu \Sigma_f \phi \, dv\, dE}{\int\int \nu \Sigma_f \phi_T \, dv\, dE} \cdot \frac{\int_{v_f}\int_T \nu \phi_T \Sigma_f \, dv\, dE}{\int_{v_f}\int_0^\infty \nu \Sigma_f \phi \, dv\, dE}$$

$$= \frac{\int_{v_f}^{\varepsilon}\int_T \nu \phi_T \Sigma_f \, dE\, dv}{\int\int \Sigma_a \phi_T \, dE\, dv}$$

$$\boxed{K_\infty = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}}$$

اگر راکتور را هتروژن کنیم f به ضرر ماست اما سه فاکتور دیگر η و p و ε به نفع ما خواهد بود.

لذا راکتور هتروژن در نهایت ممکن است بحرانی شود طوری که در راکتور هموژن اینطور نبود

(زیر غنای ۵ درصد) ⟵ چرا هتروژن کردن به نفع ماست؟

تمرین:

س: در راکتورهای هموژن و هتروژن فاکتورهای η و p و ε و f چگونه تغییر می‌کنند؟

س: چرا احتمال فرار از رزونانس در هتروژن بیشتر از هموژن است؟

- قطعاً n در مودریتور حرارتی می‌شود. اگر ما از انرژی بالا به پایین حرکت می‌کنیم در محدوده‌ی تور حرکت کردن سریعتر است تا در سوخت که با انرژی بالا جذب می‌گردد. در محدوده‌ی تور ε آوردن کاهش یافته و سپس با سوخت وارد می‌شود و آنگاه fission رخ می‌دهد.

change reaction

η تغییراتش نسبت به انرژی جزئی است پس در ناحیه thermal رخ می‌دهد.

نوآوردن تاثیری اگر عیبی روی ما کتور دارد اگر نوآوردن تاثیری نداشته باشیم نمی‌توانیم راکتور داریم.

Energy release from fission　　　انرژی آزادشده در یک fission:

- اگر توان یک راکتور P باشد (P برحسب P (MW

- E_R مقدار انرژی قابل وصول از هر شکافت $E_R\left(\frac{\text{Mev}}{\text{fission}}\right)$

- fission rate = ?

$$\text{fission rate} = \underbrace{P(\text{MW}) \times \frac{10^6\ \text{J}}{\text{MW.sec}} \times \frac{1\ \text{Mev}}{1.6\times10^{-13}\ \text{J}} \times \frac{1\ \text{fission}}{E_R(\text{Mev})}}_{} \times \frac{86400\ \text{sec}}{\text{day}}$$

$$= \frac{P}{E_R} \times \frac{10^6}{1.6\times10^{-13}}\ \frac{\text{fission}}{\text{sec}} = 5.4\times10^{23}\ \frac{P}{E_R}\ \frac{\text{fission}}{\text{day}}$$

$$\text{Burne up rate} = 5.4\times10^{23}\cdot\frac{P}{E_R}\cdot\frac{A}{6.02\times10^{23}} = 0.895\,\frac{PA}{E_R}\ \frac{gr}{day}$$

سوختن سوخت   میزان مصرف سوخت

اگر $E_R = 200\,MeV$ باشد برای U^{235} ← $\text{Burne up rate} = 1.05\,P\ \frac{gr}{day}$

اگر $P = 1\,MW$ باشد لذا : $\text{Burne up} \approx 1\ gr/day$

$$\boxed{1\ M.W.\ day \equiv 1 gr\ U^{235}}$$

$1000\ MW$ یعنی در روز یک کیلوگرم سوخت مصرف می‌کند.

بدلیل اینکه کل میزان جذب نوترون $\frac{\sigma_a}{\sigma_f}$ برابر fission rate است.

موارد absorption rate > fission rate

$$\text{absorption rate} = \frac{\sigma_a}{\sigma_f}\cdot\text{fission rate} = (1+\alpha)\,\text{fission rate}$$

درصدی که fission رخ نمی‌دهد.

میزان سوخت $\text{consumption rate} = 0.895\,(1+\alpha)\,\frac{PA}{E_R}\ gr/day$

$U^{235} \rightarrow \alpha = 0.175 \Rightarrow \text{consumption rate} = 1.24\ gr/day.MW$

میزان مصرف ^{235}U

* اگر بخواهیم کل متوسط اورانیوم (مخلوط ^{235}U و ^{238}U) را بدست آوریم باید بر غنا سوخت نیز تقسیم کنیم.

* سوخت راکتور 90 تا 100 تن می‌باشد که هر سال $\frac{1}{3}$ آن را عوض می‌کنند

$1200\ kg\ UF_6\ 3.5\% \longrightarrow \frac{U}{UF_6} = \frac{235}{235+6\times18}$

1000 gr اورانیوم حدوداً 10 K Ton ← TNT است.

$1\,kg\ U^{235} \equiv 10\,KT = 10{,}000{,}000\ tNT$

* نوترون های تاخیری پس از مدتی تولید می‌شوند. delayed neutrons

این نوترون را به دسته های مختلفی تقسیم می‌کنند.

اگر یک نوترون در کل تولید شود به اندازه β تاخیری بوده و به اندازه $1-\beta$ تاخیری می باشد. (از زمان تولد)

fraction ← اگر یک نوترون تولید شود چقدر آن delay است و چقدر آن drompt می باشد.

$Yield = \beta \nu$

Yield : به ازای کل نوترون های تولید شده چقدر از آن تاخیری می باشد.

* مقادیر داده شده با توجه به شرایط موجود در راکتور ممکن است تغییر کند.

life tim

$$K=1 \begin{cases} \text{prom ne} \\ \text{delay ne} \end{cases} \Rightarrow K_{max}=1+\beta$$

$1\$=\beta$

if $K > 1+\beta \Rightarrow$ prompt reactor راکتور منفجر شود.

ν با E افزایش می یابد.

تعریف حول (about): اگر گفته شود که ذره‌ای دارای انرژی حول E است یعنی دارای انرژی بین E و $E+dE$ می‌باشد.

"a particle with an energy about E" implies a particle that has an energy between $E, E+dE$

تعریف فضا فاز: $\bar{P} \equiv (x, y, z, \vec{\Omega}, E)$ یا $\vec{P} \equiv (\vec{V}, \vec{\Omega}, \vec{E})$

$$\begin{cases} d\vec{P} \equiv dV\, d\Omega\, dE \\ dV = dx\, dy\, dz \\ d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi \end{cases}$$

تعریف phase - Space - particle Density

$$n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = n(\bar{P})$$

واحد: $\dfrac{\text{particle}}{\text{cm}^3 \cdot \text{steradian} \cdot \text{Mev}}$

$$n(\bar{P})\, d\vec{P} = n(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, dV\, d\Omega\, dE$$

نشان دهنده تعداد ذرات در حجم فضا فاز dp می‌باشد.

* تعداد ذراتی است که در حجم dV حول r و در انرژی حول E و در زاویه حول Ω وجود دارد.

$$n(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} n(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, d\Omega$$

$n(\vec{r}, E)\, dV$ نشان دهنده ذراتی است که در حجم dV حول r و انرژی حول E واقع است.

تعریف: Angular flux : $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \phi(\vec{P})$

واحد: $\dfrac{\text{Particle}}{\text{sec. steradian. Mev}}$

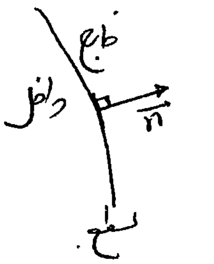
$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = n(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, v$ v : سرعت نوترون

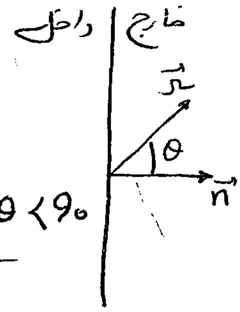
$\phi(\vec{P}) = n(\vec{P}).v$

تعریف ۱): فرض کنید که سطح dA در نقطه $\vec{r}$ (یا حول نقطه $\vec{r}$) قرار دارد و عمود بر بردار $\vec{\Omega}$ است (بردار جهت حرکت نوترون). آنگاه $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, dA\, d\Omega\, dE$ برابر با تعداد ذراتی است که حول جهت $\vec{\Omega}$ و حول انرژی E در واحد زمان از dA عبور کنند.

تعریف 2) : مقدار $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, dV\, dE\, d\Omega$ یا $\phi(\vec{P})\, d\vec{P}$ برابر با طول مسیری است که ذرات در حجم فضای فازی دیفرانسیلی طی می‌پیمایند.

تعریف 3): اگر سطح A یک سطح بسته باشد که حجمی را در داخل تعریف کند و dA جزئی از این سطح باشد و $\vec{n}$ بردار یکه عمود بر سطح باشد که جهت خروجی را نشان دهد اگر $\vec{\Omega}.\vec{n} > 0$ باشد، آنگاه



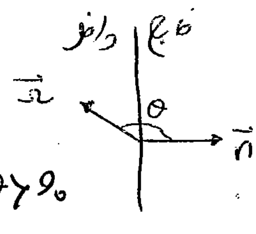


$\theta < 90$ حتما باید کمتر از 90° باشد.

$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\, \vec{\Omega}.\vec{n}\, dA\, d\Omega\, dE$ نشان دهنده تعداد ذراتی است که با جهت حول $\vec{\Omega}$ و انرژی حول E در واحد زمان از سطح dA عبور می‌کنند.

لازم به تذکر است که همان طور که مشخص است در این حالت این ذرات از حجم محصور شده توسط سطح خارج می‌گردند.

اگر $\vec{\Omega}.\vec{n} < 0$ باشد

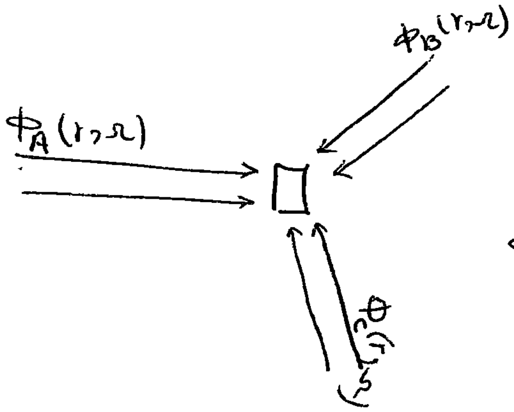


θ باید بزرگتر از 90 باشد. $\theta > 90$

مقدار $\phi(\vec{P})\, \vec{\Omega}.\vec{n}\, dA\, d\Omega\, dE$ منفی می‌شود ولی قدر مطلق آن نشان دهنده ذراتی است که با جهت حوالی $\vec{\Omega}$ و انرژی حول

E در واحد زمان از سطح dA عبور می‌کنند (در این حالت وارد حجم محصور شده توسط سطح می‌گردند)

$$\phi(r,\Omega) = \int \phi(\vec{r},\vec{E},\vec{\Omega})\, dE \qquad \text{beam پرتو} \leftarrow \phi(r,\Omega)$$



یک بیم نشان دهنده ذراتی است که در یک جهت مشخص حول $\vec{\Omega}$ حرکت می‌کنند. $\phi(\vec{r},\vec{\Omega})\, dA$

تعریف scalar flux : $\phi(\vec{r},\vec{E})$

$$\phi(\vec{r},E) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r},E,\vec{\Omega})\, d\Omega \qquad (\text{energy-dependent flux})$$

فلو تابع انرژی در واحد انرژی

$0-\pi$, $0-2\pi$ دوبل ←

واحد : particle / $cm^2 \cdot sec \cdot Mev$

* مقدار $\phi(\vec{r},E)\, dv\, dE$ برابر است با کل مسافت طی شده توسط ذراتی که انرژی حول E و در حجم dv از فضا قرار دارند در واحد زمان می‌باشد.

$$\text{interaction rate} = (\phi_A + \phi_B + \phi_C + \cdots)\, \Sigma_t \qquad \text{اگر یک گروه انرژی داشته باشیم}$$

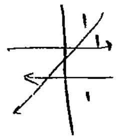
$$= \Sigma_t(E)\, \phi(\vec{r},E)$$

$$= \Sigma_t\, \phi(r) \qquad \leftarrow \text{اگر تابعیت انرژی نداشته باشیم}$$

$$\phi(r) = \sum_{\substack{\downarrow \\ \text{summation}}} \phi(r,\Omega)\, \underline{\Delta\Omega}$$

به دلیل انتگرال با ϕ که نشان دهنده انرژی‌ها و زاویه‌ها

$\phi(\vec r, E)\,dA$ تعداد کل ذراتی است که از سطح dA که واقع در $\vec r$ است در واحد زمان عبور می‌کند و دارای انرژی حول E می‌باشد (البته با توجه به عبور که جهت حرکت آن مهم نیست و در هر جهتی ممکن است از سطح عبور کند)



③

$\phi(\vec r, E)\,dV$ کل مسافتی است که ذراتی که دارای انرژی حول E هستند در حجم dV واقع در $\vec r$ در واحد زمان طی می‌کنند.

$\vec J(r, E)$: net current vector بردار جریان خالص

واحد: $\frac{particle}{cm^2 . sec . MeV}$ واحدش همان واحد flux است.

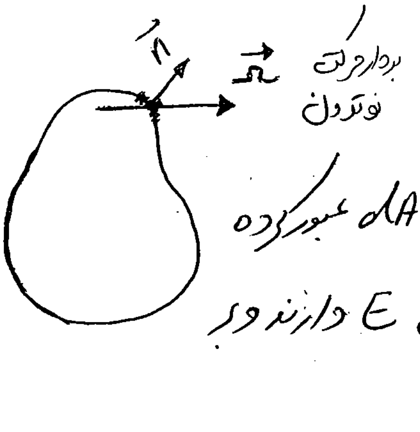
$$\vec J(\vec r, E) = \int_{4\pi} \phi(\vec r, E, \vec\Omega)\,\vec\Omega\, d\Omega$$

بقول تمام بردار ϕ روی Ω است

فرض کنید سطح dA که در مکان $\vec r$ قرار دارد قسمتی از سطح بسته‌ای است که بردار $\vec n$ بردار یکه عمود بر آن به سمت خارج می‌باشد. اگر

$$\Delta\Omega_- \equiv \vec\Omega . \vec n < 0$$
$$\Delta\Omega_+ \equiv \vec\Omega . \vec n > 0$$

باشد مقدار $\vec J(\vec r, E).\vec n\, dA\, dE$ نشان دهنده تعداد خالص ذراتی است که انرژی حول E دارند در واحد زمان از dA از حجم محصور خارج می‌شوند.



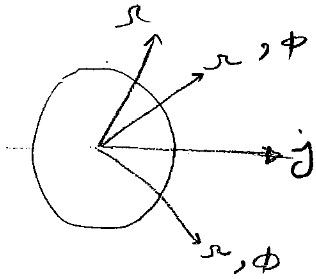
یک سطح بسته همواره یک حجمی را در بر می‌گیرد.

این یعنی که تعدادی از ذرات با انرژی حول E بر واحد زمان از dA عبور کرده و خارج می‌شوند. باید منهای تعداد ذراتی شوند که انرژی حول E دارند و بر واحد زمان از dA عبور کرده و وارد حجم می‌گردند.

$$\vec{J}(\vec{r},E)\cdot\vec{n}\; dA\,dE = \int_{4\pi} \phi(\vec{r},\vec{\Omega},E)\,\vec{\Omega}\cdot\vec{n}\; d\Omega\, dA\, dE$$

ریاضی   فیزیکی

$$= \left\{ \int_{\Delta\Omega^-} \phi(\vec{r},\vec{\Omega},E)\,\vec{\Omega}\cdot\vec{n}\; d\Omega + \int_{\Delta\Omega^+} \phi(\vec{r},\vec{\Omega},E)\,\vec{\Omega}\cdot\vec{n}\; d\Omega \right\}$$



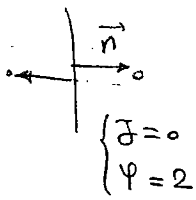
* این جمع، جمع جبری است یکی از عبارات بالا منفی می باشد.

J در واقع تعداد خالص نوترون ها (ورودی ها ± خروجی ها) را از سطح dA به ما نشان می دهد.

مقدار انتگرال اول منفی است ولی قدر مطلق آن تعداد نوترون هایی است که در واحد زمان از dA عبور کرده و دارای انرژی حول E هستند و وارد حجم می شوند.

مقدار انتگرال دوم تعداد ذرات با انرژی حول E را نشان می دهد که در واحد زمان از dA عبور کرده و از حجم خارج می شوند.

لذا جمع این دو تعداد خالص ذرات را net current می گویند.



J تابع مختصات هندسی می باشد. J متناسب با تعداد ورودی یا خروجی

معادله پیوستگی نوترون:

production rate = absorption rate + leakage rate + accumulation

تولید = مصرف + تجمع (زمان در آن حساب دخیل است.)

مصرف: جذب ، نشت

تجمع تابعیت زمان را به همراه دارد.

$$\text{production rate} = \int_V S(\vec{r},t)\, dv$$ کل چشمه‌ها یکی در واحد حجم داریم

$S(\vec{r},t)\, dv$ برابر است با تعداد نوترون هایی است که بر واحد حجم در واحد ثانیه توسط source در نقطه حول $\vec{r}$ و در زمان t منتشر شود.

$$S(\vec{r},t) = q \quad \frac{\#}{cm^3 \cdot sec}$$ چشمه خارجی

$$S(\vec{r},t) = \nu \Sigma_f(r,E)\, \phi(r,E)$$ چشمه داخلی چشمه ناشی از fission

ν ← تعداد نوترون های تولید شده به ازای هر fission

$$\text{absorption rate} = \int_V \Sigma_a(\vec{r})\, \phi(\vec{r},t)\, dv$$

$$\text{leakage rate} = \int_A \vec{J}(r,t) \cdot \vec{n}\, dA$$ تعداد نوترون هایی که از واحد سطح خارج می شوند

$$= \int_V \operatorname{div} \vec{J}(r,t)\, dv = \int_V \nabla \cdot \vec{J}(r,t)\, dv$$

یادآوری : $\operatorname{div} \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A}$

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}\right)\left(A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}\right)$$

$$= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V n(\vec{r},t)\,dV = \text{ترم انباشت}$$

$$\frac{d}{dt}\int_V n(\vec{r},t)\,dV = \int_V S(r,t)\,dV - \int_V \Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r},t)\,dV - \int \nabla\cdot\vec{J}(r,t)\,dV$$

$$\frac{\partial n(r,t)}{\partial t} = S(\vec{r},t) - \Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r},t) - \operatorname{div}\vec{J}(\vec{r},t)$$

در حالت steady state : $\boxed{\nabla\cdot\vec{J}(\vec{r}) + \Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r}) = S(\vec{r})}$

(تابع زمان نمی باشد)

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r}) + \Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r}) = q(r) & \text{فقط چشمه خارجی *} \\ \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r}) + \Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r}) = \nu\Sigma_f\,\phi(\vec{r}) & \text{فقط چشمه داخلی ناشی از شکافت *} \end{cases}$$

عامل نشت : بردار جریان

$$\text{ترم نشت}\quad \frac{\partial}{\partial x}\left(-D\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \Sigma_a(r)\,\phi = S(r) \quad \text{یک بعدی}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\left(-D\frac{\partial\phi(x)}{\partial x}\right) + \Sigma_a\,\phi(x) = \nu\Sigma_f\,\phi(x) \\ \phi(0) = 0 \\ \phi(L) = 0 \end{cases}$$

بی نهایت جواب دارد

eigen value problem

چشمه خارجی

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\left(-D\frac{\partial\phi(x)}{\partial x}\right) + \Sigma_a\,\phi(x) = q(x) \\ \phi(0) = 0 \\ \phi(L) = 0 \end{cases}$$

یک جواب خاص دارد.

$$\nabla \cdot \vec{J}(r) = -\nabla \cdot D \nabla \phi$$

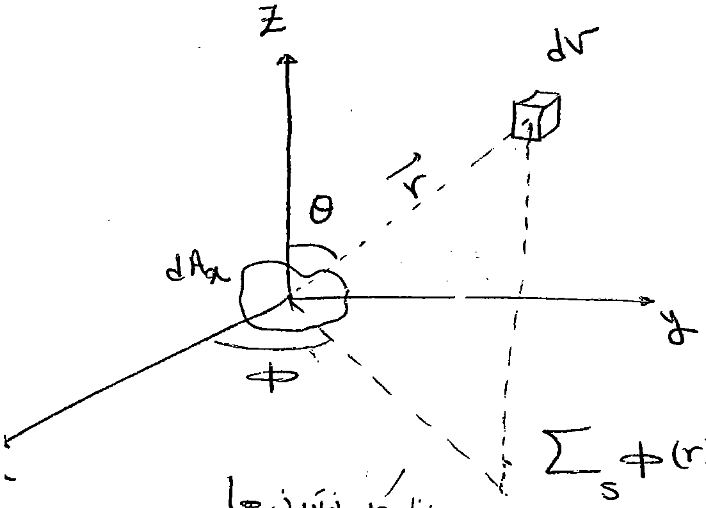
$$\vec{J}(r) = -D\,\mathrm{grad}\,\phi \quad \Rightarrow \quad J(r) = -D\frac{d\phi}{dr}$$

$$\underbrace{\mathrm{grad}\,A}_{\text{مقدار}} = \nabla A = \underbrace{\left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)}_{\text{گراد خودش بردار است.}} \underbrace{A}_{\text{مقدار}} = \frac{\partial A}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial A}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial A}{\partial z}\vec{k}$$

یادآوری :

$$\left\{\begin{array}{l} \nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z} \\ \nabla \underbrace{\phi}_{\text{مقدار}} \longrightarrow \mathrm{grad}\,\phi \longrightarrow \text{بردار} \\ \nabla \cdot \underbrace{\vec{\Phi}}_{\text{بردار}} \longrightarrow \mathrm{div}\,\Phi \longrightarrow \text{مقدار} \end{array}\right.$$

هدف محاسبه J :



• تعداد نوترون‌هایی که از dA_z می‌گذرد متناسب است با $\frac{dA_z \cos\theta}{4\pi r^2}$ (به ازای یک نوترون)

← زاویه فضایی که در آن نوترون پخش می‌شود.

• نوترون‌هایی که از حجم dV پراکنده می‌شوند برابر $\Sigma_s \phi(r) dV$

• از نوترون‌های پراکنده شده تنها سهم $\left(\frac{\Sigma_s \phi(r)\, dA_z \cos\theta\, dV}{4\pi r^2}\right)$ به dA_z می‌رسد ← به ازای کل نوترون‌ها

• اگر جذب در محیط داشته باشیم به اندازه $N = N_0 e^{-\Sigma_t r}$ جذب داریم. لذا تعداد نوترون‌هایی که از dV حرکت کرده و از dA_z عبور می‌کنند عبارت است از:

total = sc + abs

$$\frac{e^{-\Sigma_t r}\cdot \Sigma_s\, \phi(r) \cos\theta\, dA_z\, dV}{\underbrace{4\pi r^2}_{\text{زاویه فضایی}}}$$

اگر کروی داشته باشیم $\Rightarrow dV = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$

تعداد نوترون هایی که به سمت پایین downward از dA_Z عبور می کنند عبارت است از:

$$I = \frac{\Sigma_s \, dA_Z}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r} \cdot \phi(r) \sin\theta \cdot \cos\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

J_Z^- : تعداد نوترون هایی است که در ثانیه در جهت منفی Z بر واحد سطح عبور می کنند.

$$J_Z^- = \frac{I}{dA_Z} = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r} \cdot \phi(r) \cos\theta \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

بدلیل نداشتن $\phi(r)$ نمی توانیم انتگرال فوق را بدست آوریم.

فرض می کنیم:

$$\phi(\vec{r}) = \phi_0 + x\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_0 + y\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_0 + z\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_0 + \cdots$$

ϕ_0 در نقطه صفر

$$x = r\sin\theta\cos\phi \quad , \quad y = r\sin\theta \cdot \sin\phi \quad , \quad z = r\cos\theta$$

$$J_Z^- = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r} \left\{ \phi_0 + \overset{r\cos\theta}{\overset{\uparrow}{z}} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_0 \right\} \cos\theta \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

$$\Rightarrow \quad J_Z^- = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma_t}\phi_0 + \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_0$$

$$J_Z^+ = \frac{+\Sigma_s}{4\Sigma_t}\phi_0 - \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_0$$

$$J_Z = J_Z^+ - J_Z^- = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$$

کل نوترون هایی که بطور خالص از سطح خارج می شوند

$$J_x = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right).$$

$$J_y = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right).$$

اگر در کلیه جهات در نظر بگیریم $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{J} = \vec{i}\, J_x + \vec{j}\, J_y + \vec{k}\, J_z = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\, \mathrm{grad}\,\phi}$

$$\boxed{\vec{J} = -D\,\mathrm{grad}\,\phi} \quad , \quad \boxed{D = \frac{\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}}$$

فرضی که کرده ایم بر روی D اثری نگذارد. هرچه فرض دقیق تر باشد ← D نیز دقیق تر بدست می آید

معادله دیفیوژن : $-\nabla \cdot D \nabla \phi + \Sigma_a \phi = S(r)$ diffusion Eq

$$x = r\sin\theta\cos\varphi \qquad , \quad z = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta\sin\varphi$$

$$J_z^- = \frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{\infty} e^{-\Sigma_t r}\left\{\varphi_0 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_0 r\cos\theta\right\}\cos\theta\sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$$

$$\Rightarrow \quad J_z^- = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma_t}\varphi_0 + \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_0$$

$$J_z^+ = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma_t}\varphi_0 - \frac{\Sigma_s}{6\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_0$$

$$J_z = J_z^+ - J_z^- = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_0$$

$$J_x = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 \qquad , \quad J_y = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_0$$

$$\vec{J} = \vec{i}\,J_x + \vec{j}\,J_y + \vec{k}\,J_z = \frac{-\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}\,\text{grad}\,\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \vec{J} = -D\,\text{grad}\,\varphi \quad , \quad D = \frac{\Sigma_s}{3\Sigma_t^2}$$

علامت ضرب نقطه‌ای است
اما در ...

$$\underbrace{-\nabla\cdot D\nabla\varphi}_{-\text{div}\,D\,\text{grad}\,\varphi \;\to\; -D\nabla^2\varphi} + \Sigma_a\varphi = \underset{\downarrow\; \nu\Sigma_f\varphi + q}{S(r)} \qquad \text{Diffusion equation}$$

$$\nabla\cdot J + \Sigma_a\varphi = q \qquad \text{(در حالت کلی اسکالر)}$$

$$J = -D\underbrace{\nabla\varphi}_{\text{grad}\,\varphi} \qquad \text{fick's law}$$

مهم #

فرضیات برقراری قانون فیک diffusion approximation

1. medium is infinite محیط بی‌نهایت است ← حدود انتگرال از صفر تا ∞ قرار گرفت. (باید محیط بزرگ باشد)

2. medium is uniform (سطح مقطع ثابت بوده و تابعیت مکانی ندارد)

3. scattering is isotropic in lab system
چون برای ϕ تابعیت Ω درنظر نگرفتیم

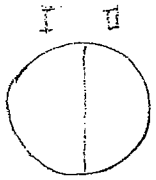
4. The neutron flux is a slowly varying function of position
تابعیت ϕ نسبت به مکان slow است ← توانستیم از سری تیلور برای تقریب زدن مقدار ϕ استفاده کنیم (فقط از جمله اول استفاده کرد)

5. The neutron flux is not a function of time

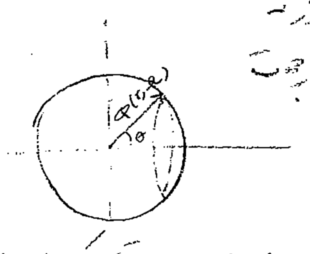
هرچه سیستم بزرگتر باشد چون از مرزها دورتر هستیم ← به حالت isotrope نزدیکی بیشتری داریم.
شرط های 3 و 4 اهمیت زیادی دارند.

درحالت واقعی هیچ سیستمی به صورت کامل ایزوتروپیک عمل نمی‌کند. از کل شرط های توان به نتایج زیر رسید:

- معادله diffusion در سیستم‌های بزرگ صادق است
- معادله diffusion روی مرزهای داخلی و خارجی اعتبار کمی دارد
- معادله diffusion در جایی که جذب زیاد است اعتبار ندارد
- معادله diffusion در محیط هایی که پراکندگی زیاد است مناسب است.



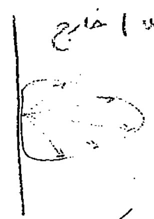
تغییرات از I به II (جایی به جای دیگر شدن می‌گردد) زیاد بوده و شرط isotropic بودن را سریع از دست می‌دهیم



در داخل راکتور که $\phi(r,\Omega)$ هم در جهت مثبت داریم و هم در جهت منفی

اگر ایزوتروپ باشد (زاویه ها تغییر نکند) می‌شود یک قسمت از دایره شکل که شعاع همه آن ها باهم برابر است.

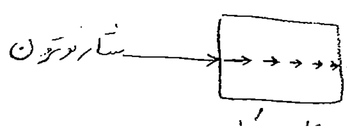
* در مرز خارجی شکل $\phi(r,\Omega)$ به صورت زیر است:
نوترون همیشه داخل راکتور است و از داخل آن به خارج حرکت می‌کند
← اگر حرکت به سمت بیرون را جهت مثبت فرض کنیم جهت منفی نخواهیم داشت
(نوترونی از خارج راکتور وارد آن نمی‌شود)



مرز نقطه‌ای نقطه است اما نوترون می‌تواند با جهت‌ها مختلف از این نقطه خارج شود.

بر روی مرزهای داخلی (وقتی دو محیط داریم) ناهمگنی وجود دارد

در محیط هایی که جذب زیاد است ← نوترون فقط به سمت جلو داریم
مثلا اگر محیط جاذب کامل باشد



فقط نوترون هایی که برخوردی نکردند می‌توانند از محیط عبور کنند
چون اگر برخورد داشته باشند حتما جذب محیط می‌شود

اگر محیط جاذب باشد isotrope بودن را کاملا بهم می ریزد
و اگر جاذب زیاد باشد تیزی جهت حرکت به سمتی خواهد بود که نوترون می آید.
- جاذب کامل وجود ندارد.

* هرچه پراکندگی بیشتر باشد نوترون ها بیشتر می توانند به حالت isotrope نزدیک شوند.
برای اینکه به حالت واقعی نزدیکتر باشیم باید اصلاحاتی انجام شود که برروی D (ضریب نفوذ) اعمال می شوند
- اگر در سیستم lab غیرایزوتروپ باشد:

$$\frac{\Sigma_s}{2}\sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}}\ \ln\left\{\frac{\Sigma_t+\sqrt{\Sigma_a/D}}{\Sigma_t-\sqrt{\Sigma_a/D}}\right\}=\frac{1+3D\Sigma_s\bar{\mu}}{1+3D\Sigma_t\bar{\mu}}$$

$$\bar{\mu}=\frac{2}{3A}$$

از این معادله (با حدس و خطا) می توان D را بدست آورد.

$\frac{\Sigma_a}{\Sigma_t}$ اگر به صورت توانی بسط داده شود $\Rightarrow$

$$D=\frac{1}{3\Sigma_t(1-\bar{\mu})\left(1-\frac{4}{5}\frac{\Sigma_a}{\Sigma_t}+\cdots\right)}$$

با شرط $\frac{\Sigma_a}{\Sigma_t}\ll 1$

اگر شرط فوق برقرار باشد:

$$D=\frac{1}{3\Sigma_{tr}}\Rightarrow D=\frac{1}{3\Sigma_s(1-\bar{\mu})}\ ,\quad \Sigma_s(1-\bar{\mu})=\Sigma_{tr}$$

or

$$D=\frac{1}{3}\lambda_{tr}$$

این تقریب بهتری برای D است و برای معادله diffusion می توان از این استفاده کرد

$$-D\nabla^2\varphi+\Sigma_a\varphi=q$$

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ کارتزین

$$\nabla^2=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ استوانه ای

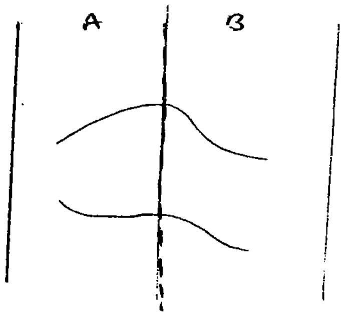
$$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$ کروی

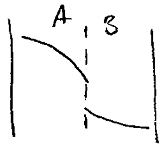
همیشه دو نوع شرط داریم
داخلی
خارجی (شرط مرزی)

شرط داخلی:

پیوستگی φ و J در مرزهای داخلی

(نوترون روی مرز نباید گم شود مگر اینکه بر روی آن مرز شرط مرزی داشته باشیم)





نمی توانیم در این حالت معادله دیفرانسیل را حل کنیم

اگر محیط همگن باشد نیازی به القای این شرط نداریم اما در سیستم های ناهمگن حتماً باید برقراری این شرط چک شود

شرط واقعی روی مرز خارجی به صورت زیر است:

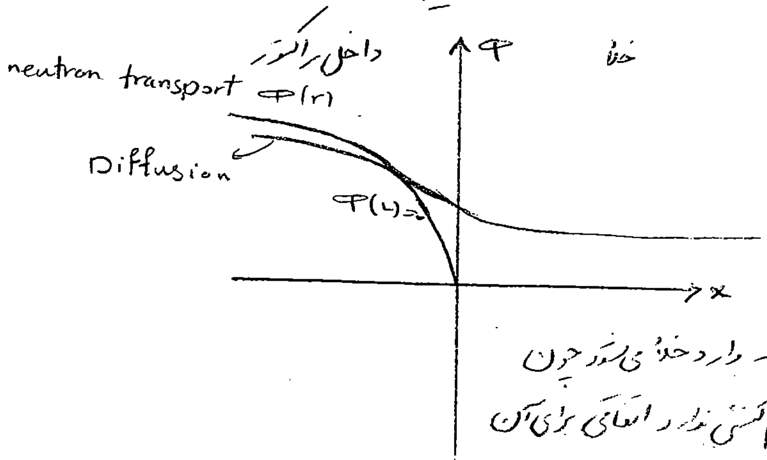
اگر $\hat{n}.\hat{\Omega} < 0$ باشد $\longleftarrow$ $\varphi(r,\Omega)=0$ خواهد بود

یعنی از خلا به داخل راکتور نوترون نمی آید.

در عمل این شرط برقرار نیست $\longleftarrow$ مقدار φ را روی مرزها برابر صفر قرار می دهیم

یعنی روی مرز نوترون نداریم.

$$\begin{cases} \varphi(0)=0 \\ \varphi(L)=0 \end{cases}$$

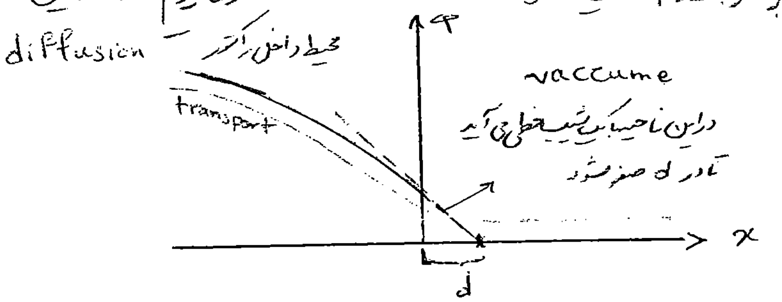


نوترونی که وارد خلا می شود چون دیگر برهم کنشی ندارد اتفاقی برای آن نمی افتد.

معادله diffusion یک تقریب از معادله transport است که بعد برای آن در نظر نمی گیریم (در بدست آوردن معادله diffusion چون نسبت به بعد مسیر را ایزوتروپ فرض کردیم و انتگرال روی بعد گرفتیم)

از حل معادله diffusion مقدار $\varphi(r)$ بدست می آید (نوترون هایی که به هر نقطه ای وارد یا خارج می شوند) اما در مورد جهت حرکت نوترون (اینکه نوترونی که در هر نقطه وجود دارد به کجا می رود) اطلاعاتی نمی دهد.

برای اصلاح شرطی که گذاشتیم (فرض کردیم روی مرزها ϕ برابر صفر باشد) یک extrapolated length در نظر می‌گیریم که در این فاصله است که ϕ صفر می‌شود نه روی خود مرز.



$$\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{dn} = \frac{-1}{d}$$

$\frac{d\varphi}{dn}$: normal derivative of the flux

n جهت عمود بر سطح

d: extrapolation distance - extrapolation length

در جهت x : $\quad -\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{dx} = \frac{-1}{d}$

با حالتی که فرض کنیم $\varphi(L+d)=0$ فرق دارد

چون در این حالت با همان شیب خودش می‌آید تا در d صفر شود

یعنی d را هم جزو راکتور حساب می‌کند

* معادله diffusion در خلا معنا ندارد چون تمام ضرایب صفر می‌شوند.

$$-D\nabla^2\varphi + \Sigma_a\varphi = S$$

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{L^2}\varphi = \frac{-S}{D}$$

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$$

طول نفوذ (L, cm) — ضریب نفوذ (D, cm) — Σ_a ($1/cm$)

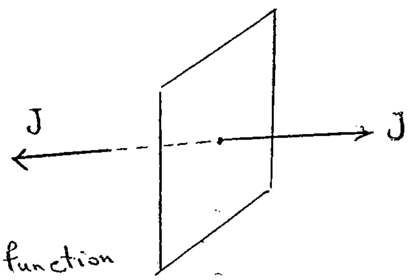
L: diffusion length

مثال: $\boxed{\text{infinite planar source}}$ صفحه‌ای

حل معادله دیفیوژن با یک چشمه صفحه‌ای

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\varphi = 0$$

چشمه در صفحات و ضخامت صفر را به صورت تابع دلتای دیراک در نظر می‌گیریم



$S : \frac{\#}{cm^2 . sec}$

$$\begin{cases} \delta(x) & x \neq 0 \quad \text{Dirac delta function} \\ \int_a^b \delta(x)\,dx = \begin{cases} 1 & a<0<b \\ 0 & \end{cases} \end{cases}$$

چگالی بر واحد حجم است

$$\Rightarrow \int_{-\epsilon}^{\epsilon} s(x)\,dx = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} S\,\underbrace{\delta(x)}_{\text{ضخامت}}\,dx = S\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\delta(x)\,dx = S$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\varphi = -\frac{S\,\delta(x)}{D}$$

$$\left(M^2 - \frac{1}{L^2}\right)\varphi = 0 \quad \Rightarrow M = \pm\frac{1}{L}$$

$$\varphi = Ae^{-x/L} + Ce^{x/L}$$

$$x \longrightarrow \infty \quad \Rightarrow \varphi \longrightarrow \infty \quad \text{غیرفیزیکی} \quad \Rightarrow C = 0$$

وقتی چشمه حجمی نباشد می تواند به عنوان شرط مرزی مورد استفاده قرار گیرد

چشمه صفحه‌ای $\quad \boxed{\lim_{x \to 0} J(x) = S/2}$ $\quad$ S تعداد نوترون هایی که در هر جهت می رود

اگر این شرط را اعمال کنیم: $\quad \varphi = Ae^{-x/L}$

$$\Rightarrow J = -D\frac{\partial\varphi}{\partial x} = +\frac{DA}{L}e^{-x/L}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0}\frac{DA}{L}e^{-x/L} = S/2 \Longrightarrow \frac{DA}{L} = \frac{S}{2} \Rightarrow A = \frac{SL}{2D}$$

برای جهت منفی هم این کار را انجام می دهیم.

$$\boxed{\varphi = \frac{SL}{2D}e^{-|x|/L}}$$

معادلات دیفرانسیل همیشه در سه بعد حل می شوند.

در این حالت که یک چشمه صفحه‌ای در نظر گرفتیم اگر واقعاً یک چشمه نقطه‌ای در این صفحه داشتیم باید مسأله را سه بعدی در نظر می گرفتیم چون هیچ یک از خطوط نمونه از صفحه با هم برابر نخواهند بود

اما در این مسأله خود صفحه به عنوان چشمه در نظر گرفته می شود یعنی کل صفحه چشمه است که در دو بعد دیگر (y و z) اندازه صفحه بی‌نهایت است همه نقاط با هم برابرند

برای اینکه به چشمه حجمی تبدیل شود Δx را در آن ضرب کردم

حل مسئله چشمه نقطه‌ای در یک محیط بی‌نهایت :

$\dot{S}$ $\#/\mathrm{sec}$ ← چون نقطه‌ای است واحدش این است

$$J = \frac{S}{4\pi r^2}$$

$$\begin{cases} \nabla^2\phi - \dfrac{1}{L^2}\phi = 0 \\ \lim\limits_{r\to 0} r^2 J(r) = \dfrac{S}{4\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r^2}\dfrac{d}{dr} r^2 \dfrac{d\phi}{dr} - \dfrac{1}{L^2}\phi = 0 \\ u = r\phi \longrightarrow \phi = \dfrac{u}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{d^2u}{dr^2} - \frac{1}{L^2}u = 0 \Rightarrow u = Ae^{-r/L} + Ce^{r/L}$$

$$\Rightarrow \phi = A\frac{e^{-r/L}}{r} + C\frac{e^{r/L}}{r}$$

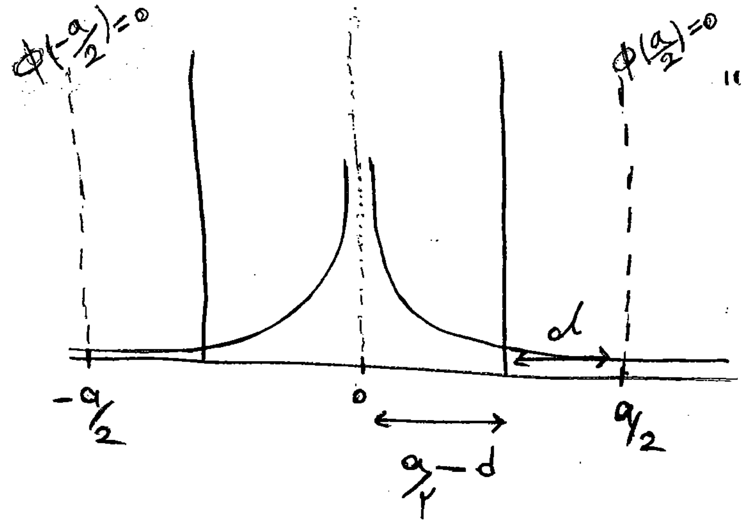
$$\text{if } r \to 0 \Rightarrow \phi \to \infty \Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow \phi_{(r)} = A\frac{e^{-r/L}}{r}$$

$$J = -D\frac{d\phi}{dr} = DA\left(\frac{1}{rL} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-r/L}$$

$$\lim DA\left(\frac{1}{rL} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-r/L}\cdot r^2 = \frac{S}{4\pi} \Rightarrow A = \frac{S}{4\pi D}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi(r) = \frac{S}{4\pi r D}e^{-r/L}}$$



مثال **slab** : محیط محدود .. "تیغه بی‌نهایت بزرگ"
(بدون بازتابنده)

$$d = 0.71\,\lambda_{tr}$$

شرط مرزی $\quad \phi(\pm \frac{a}{2}) = 0 \quad$ فرض

$$S = \#/cm^2.sec$$

نشان می‌دهد که در مرز صفر نیست و خارج از مرز صفر می‌باشد.

سیستم هرگز به سمت بی‌نهایت نمی‌رود $\Leftarrow C \neq 0$

$$\phi = A e^{-x/L} + C e^{x/L}$$

$$\phi\left(\frac{a}{2}\right) = A e^{-a/2L} + C e^{a/2L} = 0 \Rightarrow C = -A e^{-a/L}$$

$$\phi = A\left(e^{-x/L} - e^{-(a-x)/L}\right)$$

مقدار A را از شرط چشمه بدست می‌آوریم.

$$\lim_{x \to 0} J(x) = S/2$$

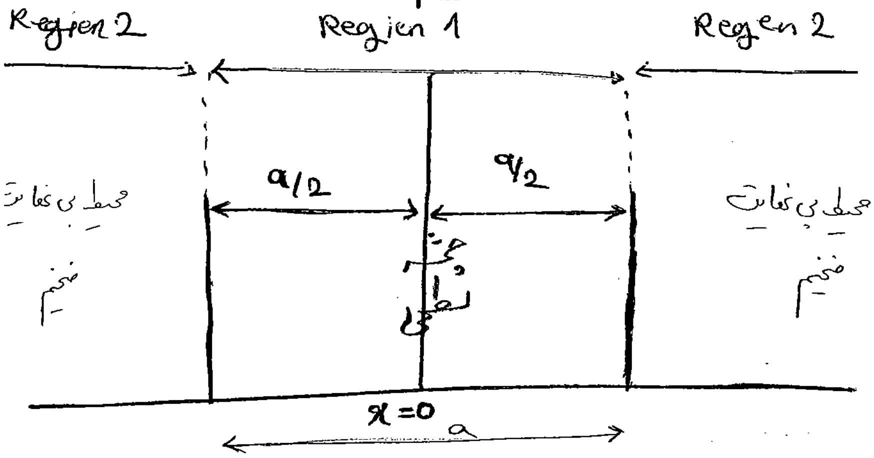
$$J(x) = -D\frac{d\phi}{dx} \Rightarrow A = \frac{SL}{2D}\left(1+e^{-a/L}\right)^{-1}$$

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} \cdot \frac{e^{-x/L} - e^{-(a-x)/L}}{1+e^{-a/L}}$$

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} \cdot \frac{e^{-|x|/L} - e^{-(a-|x|)/L}}{1+e^{-a/L}}$$

در سیستم‌های نامحدود و بی‌نهایت اصولاً جواب را بصورت نمایی می‌نویسیم اما در سیستم‌های محدود آنرا به فرم

$$\phi = A\cosh\frac{x}{L} + C\sinh\frac{x}{L}$$ می‌نویسیم.



مسئله:

- دو محیط داریم.
- یکی ← محدود
- دیگری ← نامحدود.

for Region 1 : $$\frac{d^2\phi_1}{dx^2} - \frac{1}{L_1^2}\phi_1 = 0 \longrightarrow |x| < a/2 \ \& \ x \neq 0$$

for Region 2 : $$\frac{d^2\phi_2}{dx^2} - \frac{1}{L_2^2}\phi_2 = 0 \longrightarrow |x| > a/2$$

دارای چشمه سطحی روی $x=0$ هستیم.

$$\lim_{x\to 0} J(x) = \frac{S}{2}$$

$$S : \#/cm^2.sec$$

دو نوع شرط داریم: ۱- شرط مرزی ۲- شرط داخلی

در حالات قبلی چون دو ناحیه نداشته‌ایم شرط داخلی هم نداشتیم اما در اینجا بدلیل بودن دو ناحیه شرط داخلی هم داریم.

① شرط : $\lim_{|x|\to\infty} \phi_2 = \text{finite}$

② شرط : $\lim_{x\to 0} J(x) = S/2$

۱- شرط چشمه

۲- ϕ در بی‌نهایت محدود باشد.

③ شرط : $\phi_1(\pm a/2) = \phi_2(\pm a/2)$

شرط پیوستگی فلاکس

④ شرط : $D_1 \left.\dfrac{d\phi_1}{dx}\right|_{x=\pm a/2} = D_2 \left.\dfrac{d\phi_2}{dx}\right|_{x=\pm a/2}$

شرط پیوستگی جریان

جواب معادلات :

$$\begin{cases} \phi_1 = A_1 \cosh x/L_1 + C_1 \sinh x/L_1 & \longleftarrow \text{محدود} \\ \phi_2 = A_2 e^{-x/L_2} + C_2 e^{x/L_2} & \longleftarrow \text{نامحدود} \end{cases}$$

اعمال شرایط :

① از شرط $\Rightarrow \boxed{C_2 = 0}$

② شرط $\Rightarrow \boxed{C_1 = \dfrac{-sL_1}{2D_1}}$

③ شرط و ①② $\Rightarrow A_1 \cosh \dfrac{a}{2L_1} - \dfrac{sL_1}{2D_1} \sinh \dfrac{a}{2L_1} = A_2 e^{-a/2L_2}$

④ و ①② $\Rightarrow -\dfrac{D_1 A_1}{L_1} \sinh \dfrac{a}{2L_1} + \dfrac{s}{2} \cosh \dfrac{a}{2L_1} = \dfrac{D_2 A_2}{L_2} e^{-a/2L_2}$

دو معادله و دو مجهول داریم. (A_1 و A_2 مجهولات)

$$A_1 = \frac{sL_1}{2D_1} \cdot \frac{D_1 L_2 \cosh\left(\frac{a}{2L_1}\right) + D_2 L_1 \sinh\left(\frac{a}{2L_1}\right)}{D_2 L_1 \cosh\left(\frac{a}{2L_1}\right) + D_1 L_2 \sinh\left(\frac{a}{2L_1}\right)}$$

مقادیری که به دست آورده‌ایم پارامتری است و می‌توانیم برای چیدمان‌های دیگر هم استفاده کنیم.

$$A_2 = \frac{sL_1L_2}{2} \cdot \frac{e^{a/2L_2}}{D_2 L_1 \cosh\left(\frac{a}{2L_1}\right) + D_1 L_2 \sinh\left(\frac{a}{2L_1}\right)}$$

شار بین دو ناحیه پیوسته می‌باشد (ا $\frac{d\phi}{dx}$ پیوسته نمی‌باشد. J پیوسته می‌باشد.)

$$J = D\frac{d\phi}{dx}$$ پیوسته

$$M\,\phi(x) = f(x)$$

M : linear, second-order-differential operator

$$\phi(x) = \underbrace{A\,\phi_{h_1}(x) + C\,\phi_{h_2}(x)}_{\text{جواب عمومی}} + \underbrace{\phi_p(x)}_{\text{جواب خصوصی}}$$

$$M\phi(x) = 0 \Rightarrow A\,\phi_{h_1}(x) + C\,\phi_{h_2}(x) = 0$$ جواب عمومی

جواب خصوصی

$$\phi_p(x) = \phi_{h_2}(x)\int_a^x \frac{f(x')\,\phi_{h_1}(x')\,dx'}{W[\phi_{h_1}(x'),\ \phi_{h_2}(x')]} - \phi_{h_1}\int_\beta^x \frac{f(x')\,\phi_{h_2}(x')}{W[\phi_{h_1}(x'),\phi_{h_2}}$$

$$W[\phi_{h_1}(x),\phi_{h_2}(x)] = \begin{vmatrix} \phi_{h_1}(x) & \phi_{h_2}(x) \\ \dot\phi'_{h_1}(x) & \dot\phi'_{h_2}(x) \end{vmatrix}$$

$$\phi' = \dot\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}$$

- <u>infinite planer source</u> : منبع با چشمه صفحه‌ای بی‌نهایت

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\phi = -\frac{S\,\delta(x)}{D}$$ از طریق لاپلاس نیز می‌توان بدست آورد.

$$\phi_{h_1}(x) = e^{-x/L}, \quad \phi_{h_2} = e^{x/L}$$

$$W = \begin{vmatrix} e^{-x/L} & e^{x/L} \\ -\frac{1}{L}e^{-x/L} & \frac{1}{L}e^{x/L} \end{vmatrix} = 2/L, \quad f(x) = -S\frac{\delta(x)}{D}$$

$$\phi(x) = A e^{-x/L} + C e^{x/L} + \frac{SL}{2D} e^{x/L} \underbrace{\int_x^{\infty} \delta(x') e^{-x'/L} dx'}_{\text{①}} + \frac{SL}{2D} e^{-x/L} \underbrace{\int_{-\infty}^{x} \delta(x') e^{x'/L} dx'}_{\text{②}}$$

انتگرال = ۱

$$A, C = 0 \quad \begin{cases} x \to \infty \longrightarrow C = 0 \\ x \to -\infty \longrightarrow A = 0 \end{cases}$$

$x > 0 \Rightarrow$ ① $= 0$

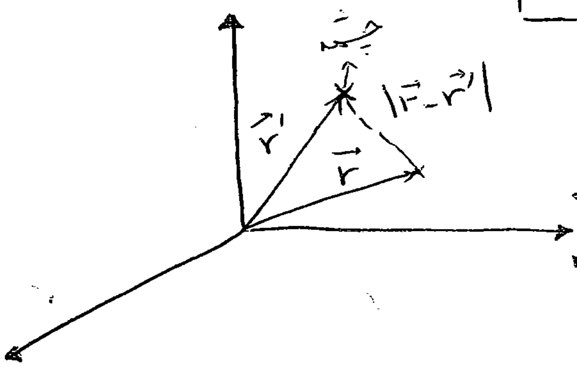
$x < 0 \Rightarrow$ ② $= 0$

$$\boxed{\phi(x) = \frac{SL}{2D} e^{-|x|/L}}$$

فصل 5 ، مسائل 1 ، 2 ، 6 ، 12 ، 14 ، 19 ، 21 ،

$$\mathcal{L}\phi = q \quad , \quad \mathcal{L}\phi = 1 \Rightarrow \mathcal{L}G = 1 \quad , \quad \phi = \int q\, G\, dx$$

"point source in an infinit mediume."



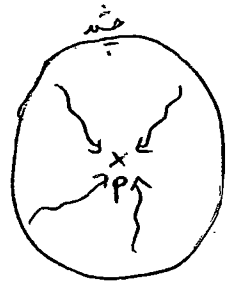
$$\phi(r) = \frac{S_0 \exp(-r/L)}{4\pi r D}$$

نسبت ترابنوزین تا عدتاً در نقطه چشمه به ∞ می‌گردد.

* چشمه در نقطه r' واقع است
می‌خواهیم بدانیم اثر آن در نقطه r

* اثر چشمه در r چگونه است؟ چگونه است:

فلاکس در نقطه r در اثر وجود چشمه در r' : $\phi(r) = S_0 \dfrac{\exp\left(-\dfrac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{L}\right)}{4\pi D\, |\vec{r}-\vec{r}'|}$



$$\Rightarrow \phi(r) = \sum_i \frac{S_i \exp\left(-\frac{|r-r'|}{L}\right)}{4\pi D\, |\vec{r}-\vec{r}_i'|}$$

به دلیل خطی بودن می‌توان جمع کرد

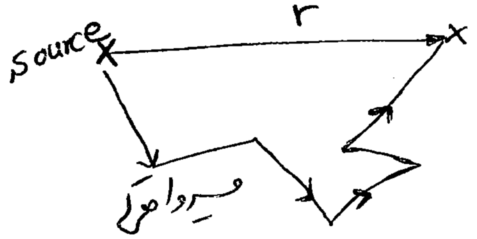
$$\phi(r) = \int S(r') \frac{\exp\left(-\frac{|r-r'|}{L}\right)}{4\pi D\, |\vec{r}-\vec{r}'|}\, dr'$$

$$G_p(r, r') = \frac{\exp\left(-\frac{|r-r'|}{L}\right)}{4\pi D\, |\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\phi(r) = \int_{\text{کل فضا}} S(r')\, G_p(\vec{r}, \vec{r}')\, dr'$$

فرم انتگرالی دیفیوژن

Diffusion length:



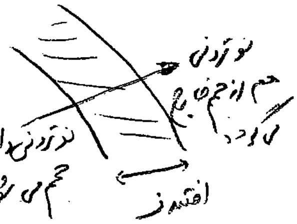
$$\phi(r) = \frac{S\, \alpha\, e^{-r/L}}{4\pi r D}$$

فلاکس نوترون

فلاکس در واقع تابع مسیر مستقیم است نه مسیری که نوترون طی می‌کند.

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \quad , \quad dV = 4\pi r^2 dr$$

$$dN = \Sigma_a \, \Phi(r) \, dV$$



$$= \Sigma_a \cdot \frac{S e^{-r/L}}{4\pi r D} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{S}{L^2} \cdot r \cdot e^{-r/L} dr$$

اینها همان مقدار جذب شده است
بشرطی که نشتی رخ ندهد

احتمال اینکه نوترون هایی که منتشر می‌شوند در dr حول r جذب بشوند $= p(r)dr$

ضرب در dr می‌شود تبدیل به ← احتمال عددی بدون واحد است (1 ← دلایل

سؤال از آن ← گرفتن ← اینکه سطح را بپوشاند (2

$$p(r)dr = \frac{dN}{S} = \frac{r}{L^2} \cdot e^{-r/L} dr$$

$$\boxed{p(r) = \frac{r}{L^2} e^{-r/L}}$$

$$\overline{r^2} = \int r^2 p(r) dr = \int r^2 \cdot \frac{r}{L^2} e^{-r/L} dr$$

$$\underset{\text{متوسط}}{\overline{r^2}} = \frac{1}{L^2} \int_0^\infty \underbrace{r^2 \cdot r}_{r^3} e^{-r/L} dr = 6L^2 \Rightarrow \boxed{L^2 = \frac{1}{6} \overline{r^2}}$$

The square of the diffusion length is equal to one-sixth the average of square of shortest distance.

متوسط طولی که می‌خواهد برود تا نوترون جذب بشود. در واقع نوترون از یک انرژی به انرژی دیگری برود (از یک انرژی)

دیفیوژن ← حرارتی
← سریع

اگر نتیجه تابع ϕ باشد:

$$\begin{cases} -D\nabla^2\phi + \Sigma_a\phi = \dfrac{\nu\Sigma_f}{K}\phi \\ \phi(0)=\phi(L)=0 \\ 0\le x\le L \end{cases}$$

این معادله، معادله مقدار ویژه‌ای است.

این معادله نشان می‌دهد که:

تولید = جذب + نشت

(بحث مهم)

$$\begin{cases} -D\nabla^2\phi : \text{نشتی} \\ \Sigma_a\phi : \text{جذب} \\ \nu\Sigma_f\phi : \text{تولید} \end{cases}$$

D ← وابسته به فیزیک شبکه می‌باشد.

Σ_a ← هم به ماده بستگی دارد.

در راکتورهای فوق بحرانی زیر بحرانی تساوی بالا برقرار نمی‌باشد. یعنی تولید با نشت و جذب یکی نمی‌شود.

تنها شرطی که می‌تواند تساوی بالا را به تساوی برقرار کند ϕ برابر صفر باشد و یا اینکه یک جسم خارجی از بیرون به آن معادله وارد کرده تا تساوی را برقرار سازد. مقدار K مسئله eigen value می‌باشد.

$$K = \frac{\nu\Sigma_f\phi}{-D\nabla^2\phi + \Sigma_a\phi} = \frac{\text{تولید}}{\text{جذب + نشتی}}$$

- اگر مسئله حل شود و $k=1$ بدست آید یعنی راکتور بحرانی است و تساوی برقرار است.
- " " " " $k<1$ " " زیر بحرانی " و " نشت و جذب با تولید برابر است.

در این حالت ما مصنوعی بحرانی هستیم. $\nu\Sigma_f \uparrow$ مصنوعاً زیاد کردیم

- اگر مسئله حل شود و $k>1$ " " فوق بحرانی " و راکتور مصنوعی بحرانی می‌باشد.

در این حالت ما بی‌نهایت جواب داریم. به هر صورت حل معادله بالا با توجه به بدست آوردن K ($\nu\Sigma_f \downarrow$) (eigen value) بی‌نهایت جواب دارد.

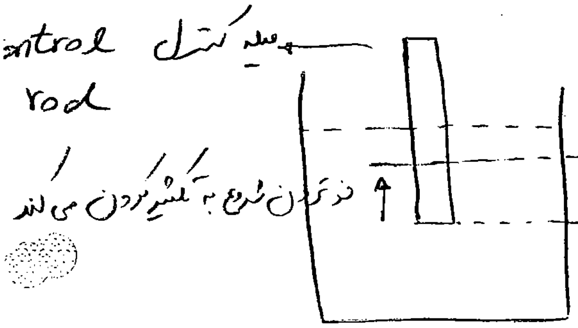
توان راکتور $P = \underset{\text{ضریب تبدیل}}{\ell} \int \underbrace{\nu \Sigma_f \phi \, dV}$

rate واکنش = محل فیژن در کل حجم راکتور انجام می‌گیرد.

- معادله را در مقادیر ویژه اگر با شد بی‌نهایت جواب دارد.

توان P $\overset{\text{ثابت}}{\text{نه}}$ ϕ

از لحاظ فیزیکی بی‌نهایت جواب یعنی اینکه یک راکتور می‌تواند در هر توانی بحرانی باشد. یعنی یک راکتور هر توانی را که ما بخواهیم می‌تواند بدهد.



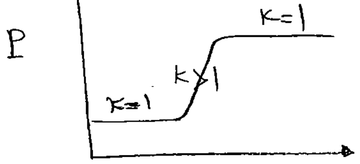
حالت فوق بحرانی ← $k\uparrow \Rightarrow P = 10$ wat ، ↓ جذب کم

⇓

این میله را سر جایش بیاوریم

$P = 1$ wat → $\underset{\text{بحرانی}}{k = 1}$

آنگاه توان هنوز 10^7 است اما $k=1$ و حالت بحرانی می‌گردد.



* محل میله‌های کنترل همواره در جایی است که $k=1$ باشد.

بررسی بحرانی شدن:

حالت بحرانی وابسته به موارد زیر است:

- مقدار ماده شکافت‌پذیر
- شکل هندسی

وابسته بر جرم بحرانی ← $-D\nabla^2\phi$

- حضور یا عدم حضور کند کننده
- حضور یا عدم حضور رفلکتور
- حضور یا عدم حضور جذب کننده قوی ← Σ_a و Σ_f
- دانسیته ماده شکافت‌پذیر ← D ، Σ ، روی تمام سطح مقطع‌ها اثر دارد

K با دانسیته نسبت $\frac{1}{\rho^2}$ دارد. $K \propto \frac{1}{\rho^2}$

دانسیته ↑ ⇐ احتمال واکنش ↑

- تعداد مقدار بحرانی U^{235} با غنای 93.5% برای اورانیوم فلزی به شکل کره بدون بازتابنده سخت $\simeq 48.6\ kg$ (Bare)

؟ روش بدست آوردن جرم ها بحرانی

- برای اورانیوم فلزی بشکل کره با بازتابنده آب $22.8\ kg$

- محلول آبی U^{235} با غلظت $75\ gr/lit$ به شکل کره بدون بازتابنده $1.44\ kg$

- محلول آبی U^{235} با غلظت $75\ gr/lit$ " " " و با " آب $0.831\ kg$

- بررسی معادله دیفیوژن با توجه به شکافت :

$$\frac{1}{v}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial t} - D\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \Sigma_a\phi = \nu\Sigma_f\phi(x,t)$$

اگر چه $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ نبود مسئله eigen value می‌بود.

$$\phi(x,t) = \psi(x)T(t)$$

$$\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{v}{\psi}\left\{D\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + (\nu\Sigma_f - \Sigma_a)\psi(x)\right\} = -\alpha$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\alpha T \Rightarrow \boxed{T(t) = T(0)e^{-\alpha t}}$$

چگونگی رشد نسل نوترون‌ها

نسل بصورت نمایی رشد می‌کند. ← در حالت steady state

یادآوری : $\begin{cases} N = N_0 k^n, & n = \frac{t}{l} \text{ زمان} \quad l \rightarrow \text{life-time} \\ N = N_0 k^{t/l} & \text{فرمول بسیار دقیق} \end{cases}$

فرمول بالا نسبت به فرمول روبرو زیاد دقیق نیست.

K وقتی که نزدیک 1 باشد دو فرمول بالا تقریباً با هم برابرند وقتی که k از یک دور می‌شود فرمول درون کادر دارای خطا می‌باشد. و دیگر نمی‌توان جداسازی $\alpha = \frac{k-1}{l}$ را نمی‌توان $\phi(x,t) = \psi T$ انجام داد.

؟

$$\begin{cases} D\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\left\{\dfrac{\alpha}{v}+\nu\Sigma_f-\Sigma_a\right\}\psi(x)=0 \\[2ex] -D\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\left\{\dfrac{-\alpha}{v}+\Sigma_a\right\}\psi(x)=\nu\Sigma_f\psi(x) \quad \alpha \text{ eigen value} \end{cases}$$

از حالت قبلی $\quad -D\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\Sigma_a\psi(x)=\dfrac{\nu\Sigma_f\psi(x)}{k} \quad k$ eigen value

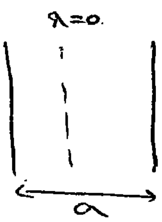
$$\begin{cases} \alpha=0 \longrightarrow k=1 & \text{بحرانی} \\ \alpha>0 \longrightarrow k>1 & \text{فوق بحرانی} \\ \alpha<0 \longrightarrow k<1 & \text{زیر بحرانی} \end{cases}$$

α: dynamic eigen value $\qquad k$: static eigen value

اگر $\alpha \simeq \dfrac{k-1}{\ell}$ باشد. (زمانی که k نزدیک یک است)

$0 \leq k \leq 2 \implies -10^8 \leq \alpha \leq +10^8 \implies$ بدست آوردن α مشکل است.

$\ell \rightarrow$ رنج گسترده‌ای دارد



$$-D\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\left\{\Sigma_a-\nu\Sigma_f\right\}\phi=0$$

شرایط مرزی : $\phi(a/2)=\phi(-a/2)=0$

$$\frac{\partial^2\phi_n}{\partial x^2}+B_n^2\,\phi_n(x)=0$$

B_n شامل تمام مقادیر ثابت است.

معادله فوق بی نهایت جواب دارد.

$$\begin{cases} \phi_n(x)=\cos B_n x\,, \quad \text{eigen function} \\ B_n^2=\left(\dfrac{n\pi}{a}\right)^2 \end{cases}$$

$\cos B_n x \longrightarrow \phi_n(x)=\cos B_n x+\sin B_n x$

$n=1,3,5\ldots$ n فرد است. جملات سینوسی حذف شده

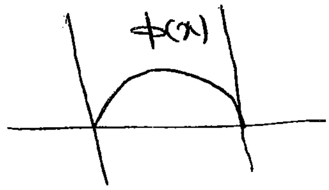
44

راه حل بدست آوردن B_n

$$\begin{cases} \phi(x) = A\cos Bx + C\sin Bx \\ \phi(a/2) = 0 \Rightarrow A\cos\frac{Ba}{2} = 0 \longrightarrow B_n = \frac{n\pi}{a} \end{cases}$$

- فلاکس نمی‌تواند جواب موهومی داشته باشد. زیرا امری فیزیکی است.

$$\phi(x,t) = \sum_{n \text{ فرد}} A_n e^{-\alpha_n t} \cos\frac{n\pi x}{a}$$



$$\phi(x,0) = \phi_0(x) = \sum_{n \text{ فرد}} A_n \cos\frac{n\pi x}{a}$$

$$A_n = \frac{2}{a}\int_{-a/2}^{a/2} \phi_0(x)\cos\frac{n\pi x}{a}\,dx$$

مقدار A_n عمدتاً از ϕ بدست می‌آید که ϕ متناسب با توان راکتور می‌باشد. توان راکتور در یک x بحرانی وقتی کم یا زیاد می‌شود شکل فلاکس تغییری نمی‌کند آنچه تغییر می‌کند مقدار آن است که با توان کم یا زیاد می‌گردد.

$$P \simeq \gamma \int_{\text{حجم}} \Sigma_f \phi \, dv$$

اصولاً فلاکس را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\phi(x,t) = A_1 \exp(-\alpha_1 t)\cos B_1 x + \sum_{\substack{n=3 \\ odd}}^{\infty} A_n \exp(-\alpha_n t)\cos B_n x$$

$$\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha \cdots > \alpha_n$$

$$\phi(x,t) \cong A_1 \exp(-\alpha_1 t)\cos B_1 x$$

if $\alpha_1 = 0 \Rightarrow$ steady state یعنی تابع از زمان خارج می‌شود

$\Rightarrow \phi(x,t) = \phi(x) = A_1 \cos B_1 x \longleftarrow$ جواب حالت ماندگار

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\Sigma_a - \nu\Sigma_f}{-D}\phi = 0 \qquad \alpha$$

دارای واقعیت فیزیکی است.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + B^2\phi = 0 \xrightarrow{\text{جواب}} \phi = A_1 \cos B_1 x \quad , \quad B_1 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

معادله‌ای است که به مختصات ربط داشته و ربطی ماده ندارد. صرفاً ریاضی است.

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \longrightarrow \text{geometric buckling}$$

عددی کاملاً مشخص

عددی مشخص

$$\frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D} = B_m^2 \longrightarrow \text{material buckling}$$

تابع ماده است.

$$\phi(x,t) \simeq A_1 \exp(-\alpha_1 t)\cos B_1 x$$

$B_m^2 = B_g^2 \longrightarrow$ شرط بحرانی بودن

$$\begin{cases} B_m^2 > B_g^2 \Rightarrow \text{Supercritical} \longrightarrow \alpha < 0 \\ B_m^2 = B_g^2 \Rightarrow \alpha_1 = 0 \Rightarrow \text{critical} \\ B_m^2 < B_g^2 \Rightarrow \text{subcritical} \longrightarrow \alpha > 0 \end{cases}$$

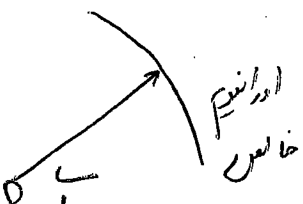
$$\boxed{\underbrace{\frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D}} = \underbrace{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad \text{بحرانی}}$$

$$B_m^2 = B_g^2$$

45 | α

geo	Dimension	Buckling (B^2) B_g^2	flux
infinite slab	thicknes a	$\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$	$\cos\frac{\pi x}{a}$
مکعب یا مکعب مستطیل	$a\times b\times c$	$\left(\frac{\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{\pi}{c}\right)^2$	$\cos\frac{\pi}{a}x\cdot\cos\frac{\pi}{b}y\cdot\cos\frac{\pi}{c}z$
infinite cylinder $z(-\infty,+\infty)$	R	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2$	$J_0\left(\frac{2.405r}{R}\right)$
finite cylinder	R شعاع H طول	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2+\left(\frac{\pi}{H}\right)^2$	$J_0\left(\frac{2.405r}{R}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)$
sphere	R شعاع	$\left(\frac{\pi}{R}\right)^2$	$\frac{1}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{R}\right)$

- کندشونده نداریم.
- می‌خواهیم m جرم بحرانی را بیابیم.
- در ابتدا باید سطح مقطع‌ها را بیابیم.



از جدول یا میدهد؟

$\nu\Sigma_f\Big|_{\text{for 2Mev}} = ?$

$\rho = 19\ gr/cm^3$

$\Sigma_a\Big|_{\text{for 2Mev}} = ?$

سه سطح مقطع را در دو را می‌یابیم.

$D\Big|_{\text{for 2Mev}} = ?$

$$\frac{\nu\Sigma_f-\Sigma_a}{D}=\left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \Rightarrow$$

از معادله فوق شعاع بحرانی R را بدست می‌آوریم.

$$m=\frac{4}{3}\pi R_c^3\cdot\rho \Leftarrow$$

دیفیوژن جرم بحرانی را بالاتر نشان می‌دهد. تقریبا نزدیک 90 kg را جواب می‌دهد.

$$\nabla^2\phi + B^2\phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\nabla^2\phi = -B^2\phi}$$

$$-D\nabla^2\phi = DB^2\phi$$

از طرف دیگر $\quad K =$

$$\nabla^2 \phi + B_g^2 \phi = 0$$

معادله بالا را مجدداً به فرم روبرو می نویسیم.

$$\nabla^2 \phi = -B_g^2 \phi$$

$$\boxed{-D\nabla^2 \phi = D B_g^2 \phi}$$ نشت

احتمال عدم نشت

$$P_{NL} = \frac{\text{جذب نوترون}}{\text{نشت} + \text{جذب نوترون}} = \frac{\int \Sigma_a \phi \, dv}{\int \Sigma_a \phi \, dv - \int D\nabla^2 \phi \, dv}$$

None leakage

$$= \frac{\Sigma_a \int \phi \, dv}{\Sigma_a \int \phi \, dv + DB^2 \int \phi \, dv}$$

$$\Rightarrow P_{NL} = \frac{1}{1 + L^2 B_g^2}$$

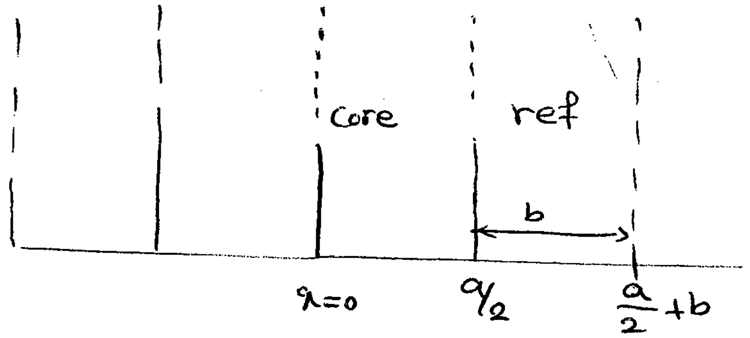
حساب کردن k_∞ در یک راکتور راحت است زیرا تنها تابع سطح مقطع می باشد.

$$K_{eff} = K_\infty \times P_{NL} \Longrightarrow \boxed{K_{eff} = \frac{K_\infty}{1 + L^2 B_g^2}}$$

B_g هر شکلی مشخص است پس از روابط روبرو، هر شکلی می توان K_{eff} را محاسبه کرد.

رفلکتور خوب چه رفلکتوری است؟ رفلکتوری خوب است که DB^2 آن حداقل باشد.

Reflected reactor geometric :



$$\text{core:} \quad -D_c \frac{d^2 \phi_c}{dx^2} + (\Sigma_a - \nu\Sigma_f)\phi_c = 0$$

$$0 \leq x \leq a/2$$

$$\text{ref:} \quad -D_r \frac{d^2 \phi_r}{dx^2} + (\Sigma_a \phi)_r = 0, \quad \frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} + b$$

شرط مسئله

x

1) $\phi_c\left(\frac{a}{2}\right) = \phi_r(a/2)$

2) $J_c\left(\frac{a}{2}\right) = J_r(a/2)$ $\Rightarrow$ $\phi_c = A_c \cos B_m x$ (؟) ~~$+ C \sin B_m x$~~ به دلیل تقارن

3) $\phi_r\left(\frac{a}{2}+b\right) = 0$

$$B_m^2 = \frac{(\nu \Sigma_f - \Sigma_a)_c}{D_c}$$

$$\phi_r(x) = A_r \sinh\left[\frac{\frac{a}{2}+b-x}{L_r}\right] \quad (؟) \quad , \quad L_r = \sqrt{\left(\frac{D}{\Sigma_a}\right)_r}$$

اعمال شروط :

$$\begin{cases} \text{(شرط 1)} & A_c \cos\left(\frac{B_m a}{2}\right) = A_r \sinh\left(\frac{b}{L_r}\right) \\ \text{(شرط 2)} & D_c B_m A_c \sin\left(\frac{B_m a}{2}\right) = \frac{D_r}{L_r} A_r \cosh\left(\frac{b}{L_r}\right) \end{cases}$$

کل حجم را محیط‌هی ما همگن نمی‌باشد و هر دو محیط که به تنهایی همگن می‌شند

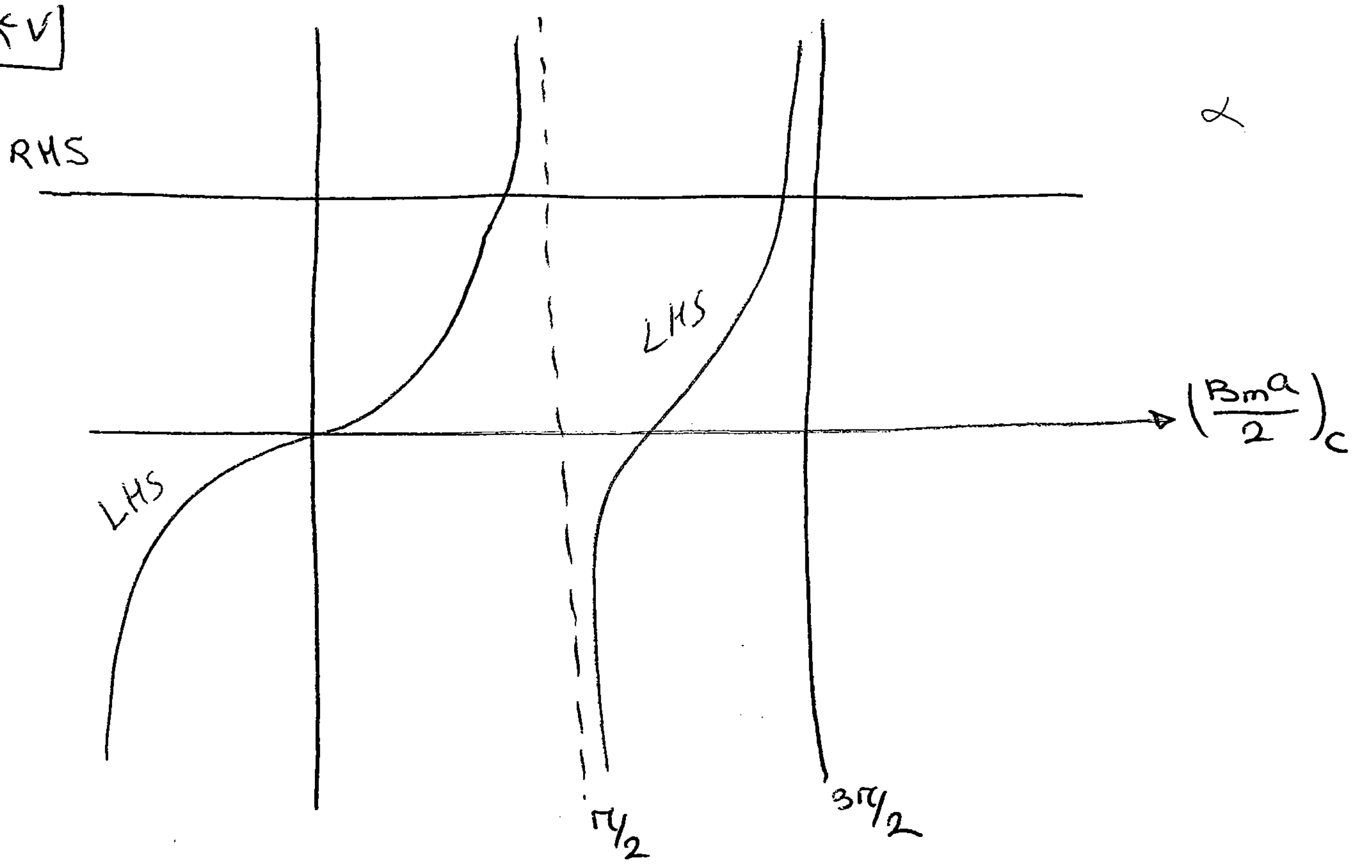
تقسیم دو رابطه بالا به هم $\Rightarrow$ $\boxed{D_c B_m \, tg\left(\frac{B_m a}{2}\right)_c = \frac{D_r}{L_r} \cot g\left(\frac{b}{L_r}\right)}$ (a بارفلکتور a (reflector)) این رابطه ارتباط بین خواص و ابعاد را به ما می‌دهد.

* از معادله فوق باید b و a را بدست آوریم. a و b یی که در معادله بالا صدق کند راکتور را بحرانی می‌سازد.

* در حالت قبل ما به این رسیدیم که اگر $B_g^2 = B_m^2$ شود راکتور بحرانی می‌گردد اما در اینجا با توجه به معادله بالا هر a و b ی که در آن صدق کند راکتور را بحرانی می‌کند.

* اگر A و B حذف نشوند باید دترمینال دو رابطه بالا صفر گردد.

بازنویسی معادله: $\left(\frac{B_m a}{2}\right)_c tg\left(\frac{B_m \cdot a}{2}\right) = \frac{D_r \cdot a}{2 D_c \cdot L_r} \cot\left(\frac{b}{L_r}\right)$ با مطالب رسمش من



$\frac{B_m a}{2} < \pi/2$ سمت چپ و راست با هم برابرند.

این یعنی برای رسیدن به حالت بحرانی ما نیاز به a کوچکتری نسبت به راکتور Bare داریم. یا $(B_m^2)_c < \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$

a (bare)

- رفلکتور باعث کم شدن طول core یا طول محیط اکتیو می‌گردد.

reflector saving $\delta = a(\text{bare}) - a(\text{reflected})$

$$\delta = \left(\frac{1}{B_m}\right) tg^{-1}\left[\frac{D_c (B_m)_c L_r}{D_r} tg\left(\frac{b}{L_r}\right)\right] \quad ?$$

اصولاً L، سه-چهار برابر m.f.p بیشتر نمی‌باشد.

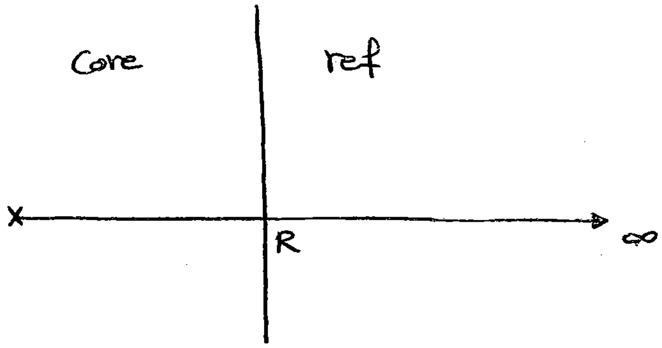
اگر رفلکتور ضخیم باشد یعنی $L_r << b$

$$b >> L_r \Rightarrow \boxed{\delta \simeq \frac{D_c}{D_r} L_r}$$ maximum reflector saving

اگر رفلکتور ما ضخیم باشد فاکتور ضخیم تنها می‌کند کم می‌شود و ...

۵

- همین کار را می توان در سیستم کروی انجام داد. « برای سیستم کروی »



$$\begin{cases} \nabla^2 \phi_c + B_m^2 \phi_c = 0 \Rightarrow \\ \nabla^2 \phi_r - \dfrac{1}{L_r^2} \phi(r) = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

حتماً ساده است.

$$\Rightarrow \phi_c = A \frac{\sin Br}{r} + C \frac{\cos Br}{r} \Longrightarrow \phi_c(r) = A \frac{\sin Br}{r}$$

با حذف جوابها

$$\Rightarrow \phi_r = A' \frac{e^{-r/L_r}}{r} + C' \frac{e^{r/L_r}}{r} \Longrightarrow \phi_r(r) = A' \frac{e^{-r/L_r}}{r}$$

$$\text{و} \begin{cases} \phi_c(R) = \phi_r(R) \\ J_c(R) = J_r(R) \Longrightarrow D_c \phi'_c(R) = D_r \phi'_r(R) \end{cases}$$

با توجه به شرطهای بالا :

$$\begin{cases} A \dfrac{\sin BR}{R} = A' \dfrac{e^{-R/L_r}}{R} \\ A D_c \left(\dfrac{B \cos BR}{R} - \dfrac{\sin BR}{R} \right) = A' D_r \left(\dfrac{1}{R L_r} + \dfrac{1}{R^2} \right) e^{-R/L_r} \end{cases}$$

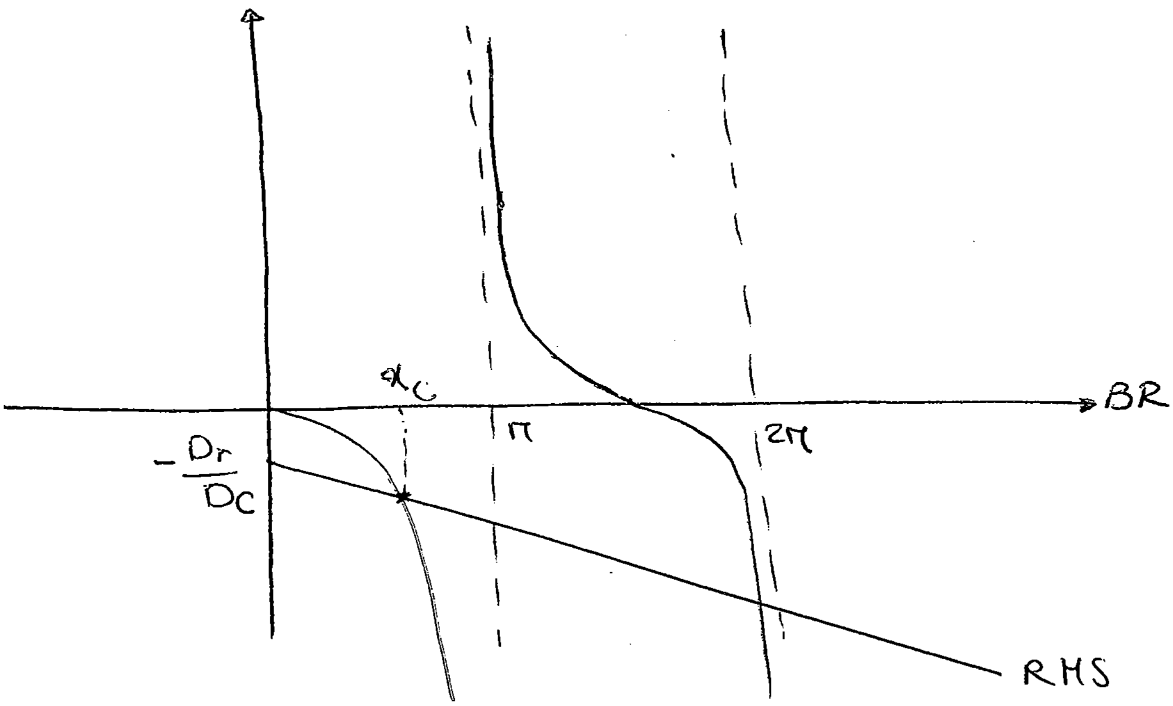
$$D_c \left(B \cot g\, BR - \frac{1}{R} \right) = -D_r \left(\frac{1}{L_r} + \frac{1}{R} \right)$$

$$\boxed{BR \cot g\, BR - 1 = \frac{-D_r}{D_c} \left(\frac{R}{L_r} + 1 \right)}$$

با حدس زدن و یا کشیدن (ترسیم) می توان شعاع بحرانی را یافت.

ترسیم شکل

۵۰ دلار

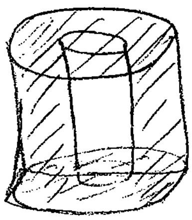


$BR_C = x_C \Rightarrow R_C = \frac{x_C}{B}$ ← با رفلکتور

$R_{bare} = \frac{\pi}{B}$

ref saving $\boxed{\delta = \frac{\pi}{B} - \frac{x_C}{B} = \frac{\pi - x_C}{B}}$ برای شکل کروی

* در شکل استوانه‌ای با این مشکل را حل کن. برای استوانه در دو ناحیه رفلکتور نیاز داریم.

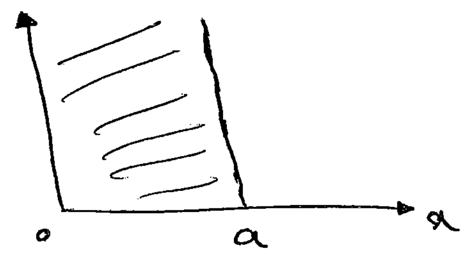


هم مدولاتور و هم رفلکتور اثر زیادی برای راکتور دارد.

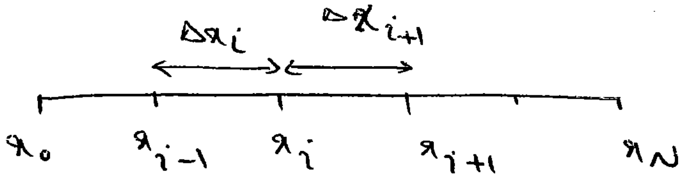
رفلکتور جلوی فرار نوترون را می‌گیرد و کمک می‌کند که نوترون به راکتور بازگردد. رفلکتور صد در صد نداریم.

$\Sigma_f > \Sigma_a$

حل عددی معادله دیفوزیون :



$$\begin{cases} -D \dfrac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Sigma_a \phi(x) = S(x) \\ \phi(0)=0 \quad , \quad \phi(a)=0 \end{cases}$$



$$\phi(x_i + \Delta x) = \phi_{i+1}$$

$$\phi(x_i) = \phi_i$$

$$\phi(x_i - \Delta x) = \phi_{i-1}$$

بسط : $\phi_{i+1} = \phi_i + \Delta x \left.\dfrac{d\phi}{dx}\right|_i + \dfrac{\Delta x^2}{2!} \left.\dfrac{d^2\phi}{dx}\right|_i$

$$\phi_{i-1} = \phi_i - \Delta x \left.\frac{d\phi}{dx}\right|_i + \frac{\Delta x^2}{2!} \cdot \left.\frac{d^2\phi}{dx}\right|_i$$

$$\phi_{i+1} + \phi_{i-1} = 2\phi_i + (\Delta x)^2 \left.\frac{d^2\phi}{dx^2}\right|_i$$

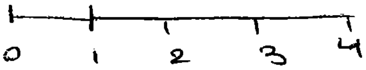
$$\boxed{\left.\frac{d^2\phi}{dx^2}\right|_i = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{(\Delta x)^2}}$$

$$-D_i \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{(\Delta x)^2} + \Sigma_{a_i} \phi_i = S_i$$

$$\underbrace{\frac{-D_i}{(\Delta x)^2}}_{a_{i,i-1}} \phi_{i-1} + \underbrace{\left(\frac{2D}{(\Delta x)^2} + \Sigma_{a_i}\right)}_{a_{ii}} \phi_i + \underbrace{\frac{-D_i}{(\Delta x)^2}}_{a_{i,i+1}} \phi_{i+1} = S_i$$

می‌توانیم اندیس را از روی Σ_a و D برداریم چون در اینجا فقط یک ناحیه داریم

$$a_{i,i-1}\phi_{i-1} + a_{i,i}\phi_i + a_{i,i+1}\phi_{i+1} = S_i$$



$$\begin{cases} a_{10}\phi_0 + a_{11}\phi_1 + a_{12}\phi_2 = S_1 \\ a_{21}\phi_1 + a_{22}\phi_2 + a_{23}\phi_3 = S_2 \\ a_{32}\phi_2 + a_{33}\phi_3 + a_{34}\phi_4 = S_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi_0 = 0 \\ \phi_4 = 0 \end{cases}$$

این دو ترم بوسیله شرایط مرزی معلوم می باشند.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

بقیه مقادیر صفراند ← (همیشه سه تا سطر داریم)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & \rightarrow \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \rightarrow \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \rightarrow \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ S_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$[A] \qquad \vec{\phi} \qquad = \vec{S}$$

$$\boxed{[A]\vec{\phi} = \vec{S}} \rightarrow$$ با حل دستگاه فوق می توان شار را یافت

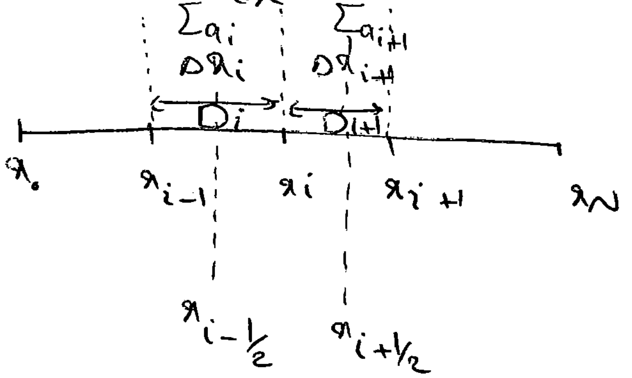
اگر کمیت تابعی از ϕ باشد از حل معادله $[A]\vec{\Phi} = \vec{S}$ چیزی جز صفر جواب نمی‌دهد.

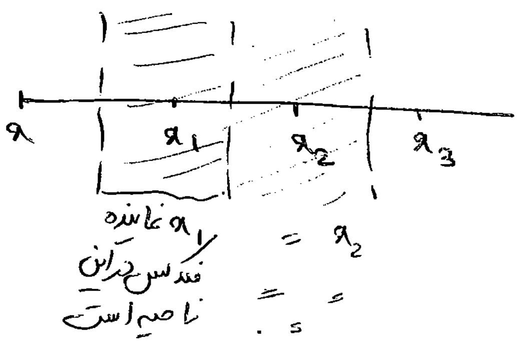
دستگاه همگن می‌باشد که قابل حل نمی‌باشد. می‌توان در ماتریس تبعی شرط مرزی را در ϕ وارد نمود.

$$\lim_{x \to 0} J(x) = \frac{S}{2} \quad , \quad -D \frac{\phi_1 - \phi_0}{\Delta x} = \frac{S}{2}$$

در این حالت تابعیت معادله داریم:

$$-\frac{d}{dx} D(x) \frac{d\phi}{dx} + \Sigma_a(x)\, \phi(x) = S(x)$$





$$x_{i-1/2} = x_{i-1} + \frac{\Delta x_i}{2}$$

$$x_{i+\frac{1}{2}} = x_i + \frac{\Delta x_{i+1}}{2}$$

برای حل هر معادله‌ای دو روش حل وجود دارد: 1- از معادله مشتق بگیریم. 2- یا از معادله انتگرال بگیریم.

$$\underbrace{-\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{d}{dx} D(x) \frac{d\phi}{dx}\, dx}_{1} + \underbrace{\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \Sigma_a(x)\, \phi(x)\, dx}_{2} = \underbrace{\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} S(x)\, dx}_{3}$$

$$1 = -\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{d}{dx} D \frac{d\phi}{dx}\, dx = -D(x) \frac{d\phi}{dx} \Big|_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}$$

$$\frac{d\phi}{dx}\Big|_{x_{i+1/2}} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x_{i+1}} \quad , \quad \frac{d\phi}{dx}\Big|_{x_{i-1/2}} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x_i}$$

$$D(x_{i+1/2}) \simeq \frac{D_{i+1} + D_i}{2} \equiv D_{i,i+1}$$

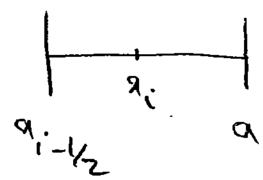
$$D(x_{i-1/2}) = \frac{D_i + D_{i-1}}{2} \equiv D_{i,i-1}$$

$$① = D_{i,i-1} \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x_i} - D_{i,i+1} \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x_{i+1}}$$

$$\frac{D_i + D_{i-1}}{2} \cdot \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x_i} - \frac{D_{i+1} \cdot D_i}{2} \cdot \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x_{i+1}}$$

$$① = -\left(\frac{D_i + D_{i-1}}{2\Delta x_i}\right)\phi_{i-1} + \left(\frac{D_i + D_{i-1}}{2\Delta x_i} + \frac{D_{i+1} + D_i}{2\Delta x_{i+1}}\right)\phi_i - \left(\frac{D_{i+1} + D_i}{2\Delta x_{i+1}}\right.$$

$$② = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \Sigma_a(x)\phi(x)\,dx = \Sigma_{a_i} \phi_i \left\{\frac{\Delta x_i}{2} + \frac{\Delta x_{i+1}}{2}\right\}$$



$$③ \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} S(x)\,dx = S_i \left\{\frac{\Delta x_i}{2} + \frac{\Delta x_{i+1}}{2}\right\}$$

$$\begin{cases} a_{i,i-1}\phi_{i-1} + a_{i,i}\phi_i + a_{i,i+1}\phi_{i+1} = S_i \\ a_{i,i-1} = -\left(\frac{D_i + D_{i-1}}{\Delta x_i}\right)\frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \\ a_{i,i} = \Sigma_{a_i} + \left(\frac{D_{i+1} + D_i}{\Delta x_{i+1}} + \frac{D_{i-1} + D_i}{\Delta x_i}\right)\frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \\ a_{i,i+1} = -\left(\frac{D_{i+1} + D_i}{\Delta x_{i+1}}\right)\frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \end{cases}$$

این روابط چک گردد

حل معادله منبع تحت شرایطی که S به ϕ وابسته می باشد.

$$-\frac{d}{dx}D(x)\frac{d\phi}{dx}+\Sigma_a(x)\,\phi(x)=S(x)$$

ب

$S(x)=F.\phi$ تابعیت ϕ , $F=\nu\Sigma_f$

$$\boxed{L\phi=\frac{F}{K}\phi}$$

L → lost operator اپراتور نشتی

F → fission operator اپراتور شکافت

تعریف $\Rightarrow \quad F\phi^{(0)}=S^{(0)} \longrightarrow$ $S^{(0)}$ تقریب صفرم چشمه (1)

یا

$S^{(0)} \longleftarrow \nu\Sigma_f\phi^{(0)} \longleftarrow \phi^{(0)}$ تقریب (2)

$K=K^{(0)}$ تخمین

$$L\phi^{(1)}=-\nabla D\nabla\phi^{(1)}+\Sigma_a\phi^{(1)}=\frac{1}{K^{(0)}}S^{(0)}=\frac{1}{K^{(0)}}\nu.\Sigma_f.\phi^{(0)}\Rightarrow$$

به تخمین را در تمام نقاط

$$\Rightarrow L\phi^{(1)}=\frac{F}{K^{(0)}}\phi^{(0)}\Longrightarrow\phi^{(1)}\ \checkmark$$

$$F\phi^{(1)}=S^{(1)}=\nu.\Sigma_f.\phi^{(1)}\Rightarrow L\phi^{(2)}=\frac{1}{K^{(1)}}\underbrace{F\phi^{(1)}}_{S^{(1)}}\Rightarrow\phi^{(2)}\ \checkmark$$

$$\begin{cases} L\phi^{(n+1)}=\dfrac{1}{K^{(n)}}S^{(n)} \\[2ex] L\phi^{(n+1)}=\dfrac{1}{K^{(n)}}F\phi^{(n)} \\[2ex] L\phi^{(n+1)}=\dfrac{1}{K^{(n)}}\nu.\Sigma_f\phi^{(n)} \end{cases}$$

(اگر n زیاد باشد) $\Rightarrow L\phi^{(n+1)} \simeq \frac{1}{k^{(n+1)}} . F . \phi^{(n+1)}$

$$\begin{cases} L\phi^{(n+1)} = \frac{1}{k^{(n)}} F\phi^{(n)} \\ L\phi^{(n+1)} = \frac{1}{k^{(n+1)}} . F . \phi^{(n+1)} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{k^{(n+1)} = \frac{\int F\phi^{(n+1)} dv}{\frac{1}{k^{(n)}} \int F\phi^{(n)} dv}}$$

$$1 = \frac{\overbrace{\frac{1}{k^{n+1}} \int F\phi^{n+1} dv}^{\text{توان مرحله } n+1 \text{ ام}}}{\underbrace{\frac{1}{k^{n}} \int F\phi^{n} dv}_{\text{توان مرحله } n \text{ ام}}}$$

* اگر راکتور در توان Critical باشد توان آن ثابت بود ← نسبت بالا $= 1$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$

$\phi_0 = 0$, $\phi_6 = 0$

$\phi_1^{(0)} = 1$, $\phi_2^{(0)} = 1$, $\phi_3^{(0)} = 1$, $\phi_4^{(0)} = 1$, $\phi_5^{(0)} = 1$

چون ما [illegible] مقادیر [illegible] یک تو[illegible] معمولاً به راکتور داده

$S_1^{(0)} = 1 \times \nu\Sigma_{f_1}$

$S_2^{(0)} = 1 \times \nu\Sigma_{f_2}$

معمولاً فرض توان 1 wat

φ توان را با توان به شکل فوق محاسبه کرد.

$$\begin{cases} P = 1\,\text{wat} = \gamma \int \nu\Sigma_f \phi\, dv \\ \phi = \dfrac{1 = P \;\text{(توان دلخواه)}}{\gamma \int \nu\Sigma_f dv} \end{cases}$$

(تمامی φ ها را ثابت فرض کرده‌ام)

(این توان در داخل راکتور تغییری نخواهد کرد)

الگوریتم حل: (این برنامه را حتماً باید بنویسیم!)

1- حدس $S^{(0)}$ و $k^{(0)}$

2- $L\phi^{n+1} = \frac{1}{k^n} S^{(n)}$

3- $S^{n+1} = F\phi^{(n+1)}$

4- $k^{n+1} = \dfrac{\int S^{n+1} dv}{\frac{1}{k^n} \int S^n dv}$

outer iteration

5- $\left| \dfrac{k^{(n)} - k^{n-1}}{k^n} \right| < \varepsilon$ تا $\max \left| \dfrac{S^n - S^{n-1}}{S^n} \right| < \varepsilon$

اگر شرط برقرار باشد Yes در نتیجه K_{eff} را داریم در غیر این صورت به مرحله (2) می‌رویم

NO

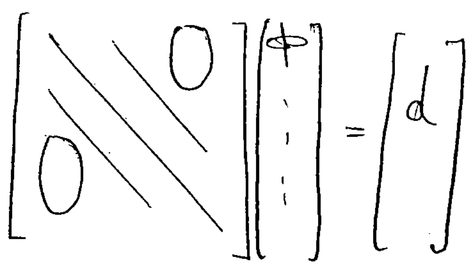
* روش‌های مختلفی برای حل معادله عددی وجود دارد.

$$① \quad a_i \phi_{i-1} + b_i \phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i$$

اولین ضریب را از شرایط مرزی داریم.

$$b_1 \phi_1 + c_1 \phi_2 = d_1$$

$$a_2 \phi_1 + b_2 \phi_2 + c_2 \phi_3 = d_3$$



$$\vdots$$

$$a_i \phi_{i-1} + b_i \phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i$$

$$\vdots$$

از شرایط مرزی → 0

$$a_n \phi_{n-1} + b_n \phi_n + \cancel{c_n} \phi_{n+1} = d_n \Rightarrow a_n \phi_{n-1} + b_n \phi_n = d_n$$

$$[A]\vec{\phi} = \underbrace{\vec{b}}_{\text{source}} \longrightarrow [A]^{-1}[A]\vec{\phi} = [A]^{-1}\vec{b} \Rightarrow \vec{\phi} = [A]^{-1}\vec{b}$$

در عمل ما از روش بالا استفاده نمی‌کنیم. زیرا ماتریس 3x3 حلش سخت است. برای حل می‌توان از روش های iteration استفاده کرد. (بالا - پایین مثلثی کردن - یکی از روش‌های خوب برای حل کردن معادله بالا)

برای حل دستگاه بالا فرض می‌کنیم:

$$② \quad \phi_i = \alpha_i \phi_{i+1} + \beta_i$$

$$③ \quad \phi_{i-1} = \alpha_{i-1} \phi_i + \beta_{i-1}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در ①}} a_i(\alpha_{i-1}\phi_i + \beta_{i-1}) + b_i \phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب سازی}} (a_i \alpha_{i-1} + b_i)\phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i - a_i \beta_{i-1}$$

$$(a_i \alpha_{i-1} + b_i)\phi_i = d_i - a_i \beta_{i-1} - c_i \phi_{i+1}$$

$$④ \quad \phi_i = \frac{-c_i}{a_i \alpha_{i-1} + b_i}\phi_{i+1} + \frac{d_i - a_i \beta_{i-1}}{a_i \alpha_{i-1} + b_i}$$

مقایسه بین ② و ④ $\Rightarrow$

$$\boxed{\alpha_i = \frac{-c_i}{a_i\alpha_{i-1}+b_i} \qquad \beta_i = \frac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{a_i\alpha_{i-1}+b_i}}$$

اگر یک α و β داشته باشیم می‌توانیم بقیه α_iها و β_iها را داشته باشیم

بعد از اعمال شرایط مرزی روی معادله $\longrightarrow b_1\phi_1 + c_1\phi_2 = d_1 \longrightarrow \phi_1 = \frac{-c_1}{b_1}\phi_2 + \frac{d_1}{b_1}$

$$\alpha_1 = \frac{-c_1}{b_1} \quad , \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1}$$

α_1 و β_1 مدیون شرایط اولیه می‌باشند.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 \checkmark \\ , \\ \beta_1 \checkmark\end{array}\right\} \xrightarrow[\text{قابل محاسبه‌اند}]{\text{بقیه } \alpha_n \text{ و } \beta_n} $$

از معادله آخر داریم : $a_n\phi_{n-1} + b_n\phi_n = d_n$

$$a_n(\alpha_{n-1}\phi_n + \beta_{n-1}) + b_n\phi_n = d_n$$ ③ آخر

$$(a_n\alpha_{n-1} + b_n)\phi_n = d_n - a_n\beta_{n-1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\phi_n = \dfrac{d_n - a_n\beta_{n-1}}{a_n\alpha_{n-1}+b_n} = \beta_n \\ \vdots \\ \phi_{n-1} = \alpha_{n-1}\phi_n + \beta_{n-1}\end{array}\right\} \Rightarrow \phi_n \checkmark \longrightarrow \phi_{n-1} \checkmark \longrightarrow \phi \ldots \longrightarrow$$

$$\alpha_1, \beta_1 \longrightarrow \alpha_n, \beta_n$$

در تمام مراحل فوق، خطاهای محاسباتی روی هم جمع می‌شود که به آن انباشت خطا گویند.

4

بطور مثال :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \longrightarrow x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \cdots + \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n = \frac{b_1}{a_{11}} \\ a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \longrightarrow \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1 + x_2 + \cdots + \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n = \frac{b_2}{a_{22}} \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 \cdots a_{nn}x_n = b_n \longrightarrow \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1 + \cdots + x_n = \frac{b_n}{a_{nn}} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \Rightarrow A\vec{X} = \vec{b}$$

بطور کلی $\Rightarrow \quad \dfrac{b_i}{a_{ii}} = \beta_i \quad , \quad \dfrac{-a_{ij}}{a_{ii}} = \alpha_{ij}$

$$a_{ii} \neq 0 \quad , \quad \alpha_{ii} = 0$$

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 \cdots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n$$

$$x_2 = \frac{b_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1 \cdots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \\ \vdots & & & \\ \alpha_{n1} & \cdots & & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$\alpha_{ii} = 0 \longrightarrow$ مقادیر روی قطر اصلی صفر است

$$A\vec{X} = \vec{b} \Rightarrow \vec{x} = \vec{\beta} + [\alpha]\vec{x}$$

$\boxed{x^{(p+1)} = \vec{\beta} + [\alpha]\, x^{(p)}} \Longrightarrow$ تا جایی ادامه دارد که : $\boxed{\max\left|\dfrac{x^{p+1} - x^{p}}{x^{p+1}}\right| < \varepsilon}$

$\varepsilon <$ خطای نسبی

* همواره از خطای نسبی استفاده می کنیم و هیچ وقت از خطای مطلق استفاده نمی کنیم .

- اگر به ازای هر تقریب اولیه‌ای همگرا شود آنگاه به ازای هر تقریب دیگری نیز همگرا می گردد. همگرایی ریلی به فرض ما

فرض می کنیم معادله فوق را با هر روشی حل می کنیم.

$$A\vec{X} = \vec{b} \xRightarrow[\text{exact}]{\text{حل}} \vec{x}' \ \checkmark$$

بردار x' را اول درست می کنیم

$$\Rightarrow A\vec{x}' = \vec{b}' \quad , \quad \text{if} \begin{cases} \overset{\text{مجهول}}{\vec{x}} - \overset{\text{معلوم}}{\vec{x}'} = \vec{\varepsilon}\ \text{مجهول} \\ \underset{\text{معلوم}}{\vec{b}} - \underset{\text{معلوم}}{\vec{b}'} = \underset{\text{معلوم}}{\vec{\delta}} \end{cases} \Rightarrow$$

این ε با حالت قبل یعنی

ε صفحه قبل فرق دارد.

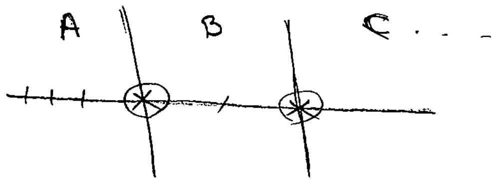
ε صفحه قبل سه بعدی بود

این $\varepsilon \longrightarrow$ بردار

$$\Rightarrow A(\vec{x} - \vec{x}') = \vec{b} - \vec{b}' \Rightarrow A\vec{\varepsilon} = \vec{\delta} \Rightarrow \vec{\varepsilon}\ \checkmark$$

$$\Rightarrow x = x' + \varepsilon \Rightarrow x\ \checkmark$$

انجام یک بار دیگر مرحله کافی می باشد



با مطلب یا fortran یک مش چند ناحیه‌ای را حل کنید.

حتماً نقطه روی مرزها بزنید.

هرچه تا اینجا خوانده‌ایم برای راکتور (۱) می‌باشد. از این به بعد راکتور (۱) اتمام یافته و برای مطالعه ترم آینده می‌باشد.

Differential C.S :

واکنش در E' انجام می‌گیرد.

$$\Sigma_x(r, E'\to E, \Omega'\to\Omega) = \Sigma_x(r, E')\cdot \underbrace{f_x(E'\to E, \Omega'\to\Omega)}$$

در احتمال نوترون

تعداد نوترون است که در اثر واکنش در انرژی E' و زاویه فضایی که در انرژی E در Ω ظاهر می‌شود.

در واقع کسری از نوترون‌ها است که

• المان سطح مقطع به جای گوشه‌ای که نوترون در چه جهتی حرکت می‌کند.

اگر واکنش scattering باشد:

$$\int_\Omega d\Omega' \int_{E'} dE'\, f_s(\Omega\to\Omega', E\to E') = 1$$

واکنش در E رخ داده

در واقع یک نوترون بوده که در تمام زوایای فضایی و همه انرژی‌ها scatter شده است.

$$\int_\Omega d\Omega' \int_E dE'\, f_f(\Omega\to\Omega', E\to E') = \nu$$

تعداد نوترون متوسط تولید شده از fission

•

طیف توزیع نوترون

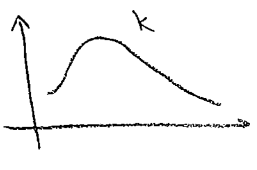
$$f_f(E'\to E, \Omega'\to\Omega) = \frac{\nu(E')}{4\pi}\times\chi(E)$$

واکنش در E' رخ داده

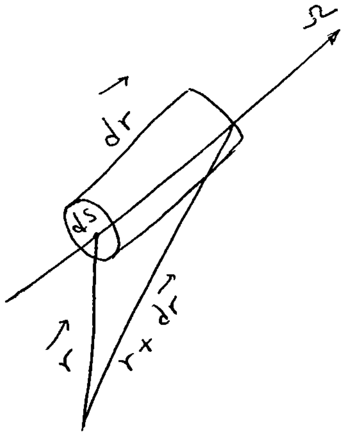
کسری از $\nu(E)$ که به Ω می‌رود (چون ایزوتروپ است) $\frac{\nu(E)}{4\pi}$ مقدارش می‌باشد

تصحیح گردد

〃 〃 〃 E 〃 〃 $\nu(E)\cdot K$



K طیف نوترون در fission است.



تمام اتفاقاتی که در این حجم محدود رخ می دهد:

$$d\vec{r} = \vec{\Omega} \cdot |d\vec{r}|$$

۱- نوترون از $\vec{r}$ وارد شود و بدون هیچ برخوردی از $\vec{r}+d\vec{r}$ خارج شود.
(E و زاویه تغییر نکند)

۲- نوترون هایی که در اثر fission یا Scattering در فضای فاز ظاهر شوند.

۳- نوترون هایی که در اثر چشمه خارجی در فضای فاز ظاهر شوند.

$N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dE\,d\Omega\,dV \longrightarrow$ تعداد نوترونهایی است که در حجم dV و $d\Omega$ و dE در لحظه t قرار دارد.

$= N(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dE\,d\Omega\,v\,dt\,dS \qquad v\,dt = |d\vec{r}|$

$|d\vec{r}|\,dS = dV$

$= \phi(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dE\,d\Omega\,dS\,dt \longrightarrow$ تعداد نوترون هایی که در لحظه t و $t+dt$ سطح dS را در نقطه r و در جهت Ω قطع می کنند.

$\phi(\vec{r}+d\vec{r},E,\Omega,t+dt)\,dE\,d\Omega\,dS\,dt \longrightarrow$ برابر است با نوترونهایی که در لحظه t و $t+dt$ سطح dS را در $\vec{r}+d\vec{r}$ قطع می کنند.

$$1\left\{\int d\Omega' \int dE'\, \Sigma_f(r, E'\to E, \Omega'\to\Omega)\,\phi(\vec{r},E',\Omega',t)\right\} dV\,dE\,d\Omega\,dt$$

کل نوترون هایی که تولید می شود و به E می رسد.

از این مقدار کل نوترون تولید شده این مقدار کمی در آنجا باقی می ماند. (این مقدار به E می آید)

$$2\left\{\int d\Omega' \int dE'\, \Sigma_s(r, E'\to E, \Omega'\to\Omega)\,\phi(\vec{r},E',\Omega',t)\right\} dV\,dE\,d\Omega\,dt$$

③ چشمه خارجی $\quad q(r,\Omega,E,t)\,dV\,d\Omega\,dE\,dt \qquad \left(q \quad \frac{\#}{cm^3.sec}\right)$

④ کل اتفاقاتی که باعث خروج نوترون از فضا (فاز) می شود.

$\times dr$

$$= \int \left\{ \vec{\Omega} \cdot \frac{d\phi(r,E,\Omega,t)}{dr} + \frac{d\phi(r,E,\Omega,t)}{v\,dt} \right\} dr = \left(\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \right.$$

پاورقی دیگر : $\phi(\vec{r}+d\vec{r}+\vec{\Omega},E) = \phi(\vec{r},\vec{\Omega},E) + \vec{\Omega}\cdot|d\vec{r}|\nabla\phi$

$$\frac{1}{v}\cdot\frac{\partial\phi(r,E,\Omega,t)}{\partial t} + \vec{\Omega}\cdot\nabla\phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t) = \int d\Omega' \int dE' \Sigma_s(r,E' \to E, \Omega' \to \Omega)\,\phi(r,E' \ldots$$

$$+ \Sigma_t(r,E)\,\phi(r,E,\Omega,t)$$

$$+ \int d\Omega' \int dE' \Sigma_f(r,E' \to E, \Omega' \to \Omega)\,\phi(r,E',\Omega',t)$$

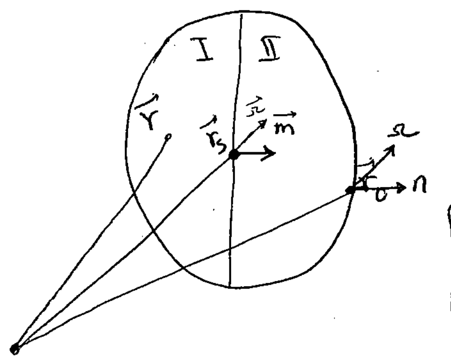
$$+ q(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)$$

$$\underset{\text{سرعت}}{\frac{1}{V}}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\Omega}\cdot\nabla\phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t) + \Sigma_t(r,E)\,\phi(r,E,\Omega,t)$$

$$= \int d\Omega' \int dE' \Sigma_s(r,E' \to E,\Omega' \to \Omega)\,\phi(r',E',\Omega',t)$$

$$+ \frac{X(E)}{4\pi}\int d\Omega' \int dE' \nu(E') \Sigma_f(r,E')\,\phi(r,E',\Omega',t) + q(\vec{r},\vec{E},\vec{\Omega},t)$$

معادله transfer



شرایط مرزی این معادله :

$$\begin{cases} \phi(\vec{r}_s^{+},E,\Omega) = \phi(\vec{r}_s^{-},E,\Omega) \quad \vec{\Omega}\cdot\vec{m} \neq 0 \\ \phi_s^{I} = \phi_s^{II} \end{cases}$$

$\to$ نوترون روی مرز حرکت نکند

نوترون از خارج وارد سیستم نمی‌شود $\Rightarrow \phi(\vec{r}_0,E,\vec{\Omega}) = 0 \quad \vec{\Omega}\cdot\vec{n} < 0$

بطور کلی هر اتفاقی که رخ دهد در این حجم ، ما از این فضای فازی خارج می شود. Σ_t

این اتفاق $\Rightarrow \Sigma_t(r,E)\,\phi(r,\Omega,E,t)\,dE\,d\Omega\,dv\,dt$

انتگرال ندارد چون که فقط در یک انرژی رخ می دهد.

برای بالانس کردن داریم:

$$\phi(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)\,dE\,d\Omega\,ds\,dt+\left[\int d\Omega'\int dE'\,\Sigma_f(r,E'\to E,\Omega'\to\Omega)\cdot\phi(r,E',\Omega',t)\right]dE\,d\Omega\,dv\,dt$$

$$\left[\int d\Omega'\int dE'\,\Sigma_s(r,E'\to E,\Omega'\to\Omega)\cdot\phi(r,E',\Omega',t)\right]dE\,d\Omega\,dv\,dt$$

$$+\,q(r,E,\Omega,t)\,dE\,d\Omega\,dv\,dt$$

$$=\phi(\vec{r}+d\vec{r},\vec{\Omega},E,t+dt)\,dE\,d\Omega\,ds\,dt+\Sigma_t(r,E)\,\phi(\vec{r},E,\vec{\Omega},t)\,dE\,d\Omega\,ds\,dt$$

پاورقی :

$$\phi(\vec{r}+d\vec{r},\vec{\Omega},E,t+dt)-\phi(r,\Omega,E,t)$$

$$=\Big\{\phi(r+dr,\Omega,E,t+dt)-\phi(r,\Omega,E,t+dt)+\phi(r,\Omega,E,t+dt)-\phi(r,\Omega,E,t)\Big\}\times\frac{dr}{dr}$$

$$=\left\{\frac{\phi(r+dr,\Omega,E,t+dt)-\phi(r,\Omega,E,t+dt)}{\underbrace{v\,dt}_{dr}}+\frac{\phi(r,\Omega,E,t+dt)-\phi(r,E,\Omega,t)}{dr}\right\}\times dr$$

v = سرعت نوترون