

www.engclubs.net



دانشگاه یزد

Mirzaeian

مبانی مکانیک سنگ

ارائه: یوسف میرزائیان

دانشگاه یزد



مبانی مکانیک سنگ

Principle of Rock Mechanics

تعداد واحد: ۲ واحد

نوع درس: نظری (۳۲ ساعت)

هم‌تراز) پیش‌نیاز: سنگ شناسی، مقاومت مصالح

هدف:

آشنایی مختصر با مکانیک خاک، شناخت خصوصیات فیزیکی و مکانیکی سنگ‌ها و رفتار آن‌ها تحت بارهای اعمالی، آشنایی با اصول تحلیل الاستیک و روابط تنش- کرنش به منظور ایجاد درک عملی برای به‌کارگیری آنها در تحلیل پایداری و طراحی فضاهای زیرزمینی و دیواره‌های شیب‌دار

سرفصل‌ها

- مبانی مکانیک جامدات: تنش، تنش در یک نقطه، تنش در یک صفحه، دایره موهر، کرنش، کل کرنش، دایره موهر برای کرنش، روابط تنش، کرنش، انواع مواد از نظر رابطه تنش، کرنش، رفتار ارتجاعی و غیره ارتجاعی سنگ‌ها، ملاک‌های شکست در سنگ‌ها، تنش‌های زمین، تنش در پوسته جامد زمین، تنش‌های ثقلی، تنش‌های تکتونیکی، تنش‌های محلی تنش در پوسته باقیمانده، تأثیر عواملی نظیر چین‌خوردگی و فرسایش روی تنش‌های زمین، تنش‌های القایی، تمرکز تنش، تنش در اطراف فضاهای زیرزمینی، تنش در اطراف فضاهای زیرزمینی متعدد، تمرکز تنش در جداره یک ردیف تونل‌های با مقطع دایره‌ای تحت میدان‌های مختلف تنش، تمرکز تنش در جداره یک ردیف تونل‌های با مقطع تخم مرغی در میدان‌های مختلف تنش، روش‌های اندازه‌گیری تنش زمین، تنش در تونل‌های حفر شده با مقطع مربع مستطیل در سنگ‌های مطبق و لایه نازک، سقف اولیه و سقف اصلی، ثوری تیرها، خصوصیات مکانیک و رفتار سنگ‌ها، روش‌های آزمایشگاهی در مطالعه رفتار سنگ، طبقه‌بندی ساختاری یا رده بندی مهندسی سنگ‌ها با تقسیم‌بندی ژنتیکی، ژئوتکنیکی، خواص فیزیکی و آندیسسی سنگ‌ها و طبقه‌بندی براساس آنها، ایستایی دیواره در معادن روباز

منابع

- 1-Singh, R.N. and Ghose, A.K. ; "Engineering Rock Structures in Mining and Civil Construction" ; Taylor & Francis Group; London; 2006
- 2-Hartman, H.L. (Editor); "SME Mining Engineering Handbook"; Vol. I&II; 2nd Edition; SME Littleton Colorado; 1992; Sec.10
- 3-Goodman R.E. ; "Introduction to Rock Mechanics" ; John Wiley & Sons; New York; 1980
- 4-Jager, J.C. and Cook, N.G.W. ; "Fundamentals of Rock Mechanics" ; 3th Edition; Chapman and Hall; London; 1979

مقدمه

- **تعریف مکانیک سنگ:**

- مکانیک سنگ (Rock mechanics) : دانش نظری و عملی از رفتار مکانیکی سنگ یا آن بخش از علم مکانیک که به واکنش سنگ در برابر میدانهای نیرو از محیط فیزیکی اطراف مربوط می گردد. { کمیته ملی مکانیک سنگ آمریکا ۱۹۷۴ }

- **تولد و پیشرفت مکانیک سنگ**

- شک و تردید و عدم اطمینان در مورد خاک (زمین) که نتیجه تخریب و تجزیه در سنگها است از سالهای خیلی دور، باعث بوجود آمدن علم مکانیک خاک و بسط و توسعه آن شده بود (تئوری کولمب در مورد خاک در سال ۱۷۷۳)
- بعد از جنگ جهانی به واسطه پیشرفتهای حاصل در صنایع و علوم مختلف و افزایش نیاز به مواد اولیه معدنی، عمق معادن و ابعاد آنها نیز بیشتر شد: بارهای وارده از طرف انسان بر سنگ ۸ تا ۱۰ برابر افزایش یافته ابعاد کارهای زیرزمینی نیز بیش از ۴ تا ۵ برابر بزرگتر شد
- رخداد حوادث تخریب فضاهاى سنگى: سد vajont 1963، سد malpasset 1959

تولد و پیشرفت مکانیک سنگ

- انجام اولین مطالعه علمی در مورد توزیع تنش در محیط سنگی یکصد سال بعد از تحقیق بر روی مکانیک خاک
- 1936: مطالعه تغییر شکل پذیری سنگها توسط دیوید گریگ (David Griggs)
- 1945: تشکیل کمیته‌های جهت تحقیق در مورد تغییر شکل پذیری سنگها در آمریکا
- 1946: انتشار اولین استانداردهای اندازه گیری خواص مکانیکی سنگها توسط اداره معادن آمریکا
- 1949: مطالعات آزمایشگاهی و برجا در مورد اندازه گیری خواص مکانیکی سنگ در ارتباط با پروژه های مهندسی توسط Rose-eichinger
- 1951: برگذاری اولین سمپوزیوم چال زنی و حفاری و آتشیاری در آمریکا در مدرسه مهندسی معدن کلرادو_ و اولین سمپوزیوم مکانیک سنگ از طرف انجمن ژئومکانیک اتریش در سالزبورگ
- 1962: تاسیس انجمن بین المللی مکانیک سنگ (ISRM) به سرکردگی لئوپولد مولر آلمانی

پیشرفت مکانیک سنگ

- 1966 : برگزاری اولین کنفرانس بین المللی مکانیک سنگ در شهر لیسبون، که از آن تاریخ به بعد هر ۴ سال یکبار تکرار می شود.
- سمپوزیم مکانیک سنگ آمریکا ARMA، اروپا (یوروراک)، کنفرانس مکانیک سنگ آسیا، کنفرانس مکانیک سنگ ایران
- 1960 به بعد: تدریس مکانیک سنگ به عنوان یک درس مستقل در بعضی کشورها در رشته های مهندسی معدن و ساختمان
- ۱۳۷۱: تدریس درس مکانیک سنگ در ایران در دانشگاه صنعتی امیرکبیر

کاربردهای مکانیک سنگ

زیرزمینی (زغال): طراحی کارگاه، اطاق و پایه، گالری‌ها و چاه، انفجار سنگ و انفجار زغال و گاز

- معدنکاری (فلزی و غیرفلزی): طراحی گالری، کارگاه و پایه، قابلیت تخریب کارگاه و انفجار سنگ

سطحی: چال زنی، انفجار، قابلیت حفاری، پایداری شیب پله‌ها، زهکشی

- حمل و نقل: تونلهای جاده‌ای، راه آهن، تونل‌های شهری (مترو) و ایستگاه‌ها، پیاده‌روها و تونل کانال
- انرژی: نیروگاه‌های زیرزمینی (هیدرولیک- اتمی)، انبارهای زیرزمینی ذخیره نفت و گاز، دفن زباله‌های اتمی، انرژی زمین گرمایی و سد سازی
- نفت: حفاری، شکافت هیدرولیکی، استخراج شیل‌های نفتی و استخراج نفت به روش معدنکاری
- خدمات: انتقال آب، تأسیسات تصفیه خانه و آبرسانی، فاضلاب، تونلهای عبور لوله، کابل
- نظامی: آشیانه موشک‌های استراتژیک، تأسیسات نظامی زیرزمینی و پناهگاه‌ها
- مسکن: خانه‌های زیرزمینی، اداره، انبار و کارخانه

کاربردهای مکانیک سنگ

- ارزیابی کمی مخاطرات زمین شناسی (گسلها ، انفجار هوا، انفجار سنگ، زمین لغزش)
- انتخاب و آماده سازی مواد سنگی و مصالح ساختمانی (نگهداری تسلیم پذیر، آستر بندی خاص)
- ارزیابی قابلیت حفاری و چالزنی در سنگها و طراحی دستگامها و تجهیزات حفاری (انتخاب تجهیزات حفاری، طراحی تیغه های مناسب)
- انتخاب شکل سازه زیرزمینی و ساختمان کلی آنها (ساختمان کلی، شکل مقطع، ابعاد، جهت و امتداد عمق حفاری)
- تحلیل تغییر شکل سنگها (ابزاربندی سطوح، طراحی و ابزاربندی و پایش نشست زمین)
- تحلیل پایداری سنگها (جلوگیری از انفجار هوا و رقت، تونل دسترسی و کارگاهها، سقف، کف و دیوارها، نشست زمین، تأثیر حرارت‌های بسیار بالا و پائین، پایداری دیواره چاهها و گمانه های عمیق در داخل سنگ)
- مدیریت و کنترل آتشیاری (اجتناب از انفجارهای زودرس، کنترل حفاری اضافی و ارتعاشات)
- طراحی سیستم نگهداری (گالری های حمل و نقل، پیچ سنگ و شاتکریت (بتون پاشی)،
- انتخاب نگهداری دائم و موقت، طراحی بلند مدت، پایداری شیروانی ها، چاهها و خاکریز)
- شکافت هیدرولیکی (معدنکاری انحلالی ، افزایش نفوذپذیری، ذخیره سازی)

وضعیت تنش در یک نقطه

- امکان پیشبینی رفتار درونی یک جسم تحت بارهای وارده به سطح خارجی آن
- فرضیات تعیین تنش به صورت تحلیلی:
 - پیوستگی جسم: *Continuous*
 - همگن بودن جسم: *Homogeneous*
 - همسانگرد بودن جسم: *Isotropic*
 - دارای رفتار الاستیک خطی: *Linearly-Elastic*

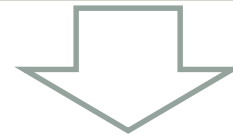
CHILE

CHILE Vs. DIANE

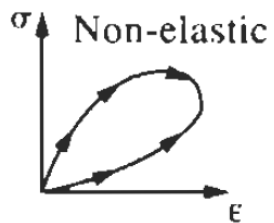
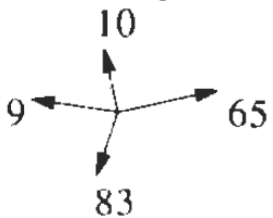
Continuous
↓
fracture
↓
Discontinuities

• توده سنگ واقعی: *Discontinuous, Inhomogeneous, Anisotropic, Non-Elastic (DIANE)*

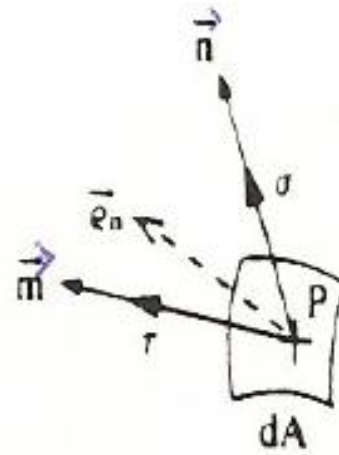
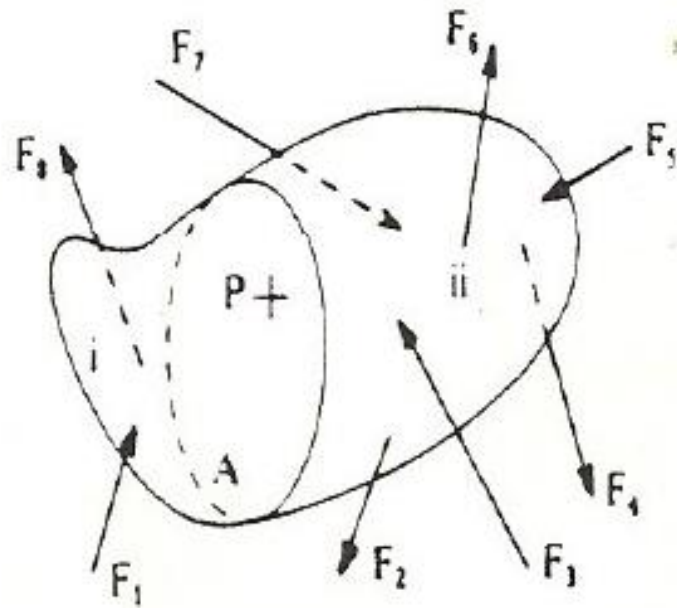
Inhomogeneous
•32
•64
•96



Anisotropic:



وضعیت تنش در یک نقطه



$$\vec{\rho}_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

- شدت نیروهای داخلی به صورت خارج قسمت نیروی مؤثر بر واحد سطح بیان شده و تنش (Stress) نامیده می شود.

σ = (مساحت صفحه / نیروی عمود بر صفحه) = تنش قائم

τ = (مساحت صفحه / نیروی برشی مؤثر بر صفحه) = تنش برشی

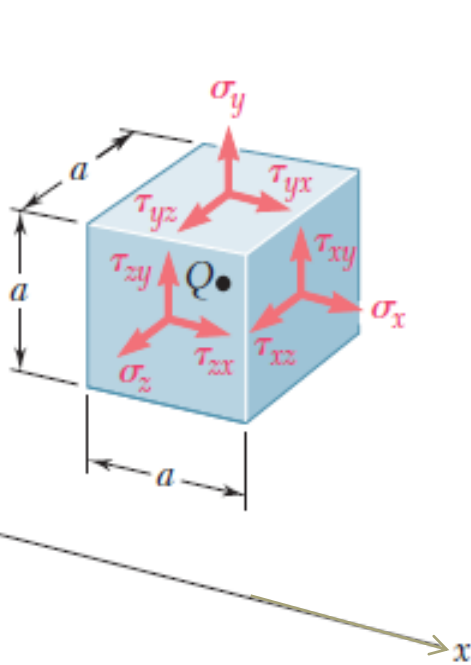
خصوصیات حالت تنش

$$[\sigma]_{xyz} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

- تنش یک کمیت تانسوری است:
- **کمیت اسکالر** کمیتی است که فقط مقدار دارد مثل دما، زمان و جرم (درجه، ثانیه و کیلوگرم). انرژی، کار. (تانسور درجه صفر)
- **کمیت برداری**: کمیتی است که دارای مقدار و جهت است. مثل نیرو، شتاب و
- **کمیت تانسوری**: کمیتی است که شامل مقدار، جهت و صفحه ای که در مورد آن بحث می شود: تنش، کرنش، نفوذ پذیری و ممان اینرسی
- از ۹ مولفه تنش ۶ تای آنها مستقلند
- ۶ مولفه از ۹ مولفه در یک جهت خاص برابر صفرند (صفحات اصلی تنش)
- ۳ مولفه اصلی دارد
- مقادیری که خصوصیات یک نقطه را نشان می دهند.

حالت تنش

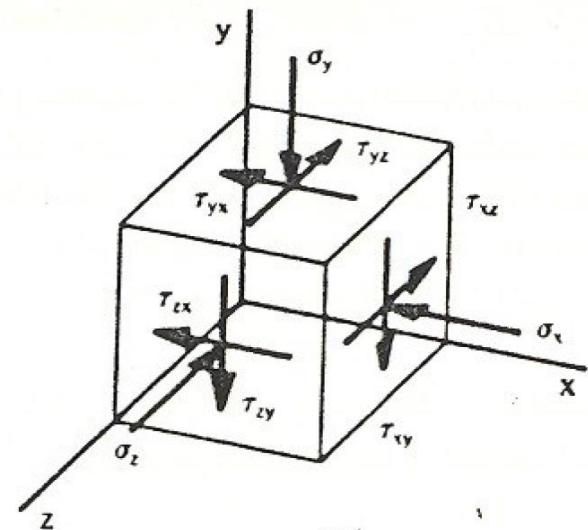
- اگر وضعیت تنش، در یک نقطه، بر روی سه صفحه متعامد مشخص باشد، حالت تنش در آن نقطه مشخص خواهد شد.



$$[\sigma]_{xyz} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad , \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad ,$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$



دلایل اهمیت تنش در مکانیک سنگ

- در زمین تنشهای اولیه ای وجود دارد که بایستی هم به طور مستقیم به عنوان حالت تنشی برای آنالیز و طراحی مورد استفاده قرار گیرند.
- در اثر اجرای یک پروژه مهندسی حالت تنش میتواند به طور عمده تغییر کند و چون سنگی که قبلاً تنشها را تحمل میکرد حفاری شده لذا تنشها توسط قسمتهای دیگر تحمل میشود همچنین همه معیارهای شکست براساس تنش و یا تغییر شکل بیان شده اند.
- تنش یک اصطلاح مانوس و شناخته شده برای همگان نبوده و یک کمیت تانسوری است که در زندگی روزمره کمتر به کار گرفته میشود، لذا شناخت دقیق آن دارای اهمیت است

دیمانسیون و تبدیل واحد

- کمیت های اصلی در سیستمهای آحاد بین المللی (SI) و سیستم انگلیسی شامل جرم (m)، زمان (t) و طول (l) به ترتیب با دیمانسیون های [M]، [T] و [L] هستند
- بقیه کمیتها با استفاده از روابطی به کمیتهای اصلی مرتبط می شوند:

$$v = \frac{l}{t}: LT^{-1} \quad \bullet \text{ سرعت}$$

$$a = \frac{v}{t}: LT^{-2} \quad \bullet \text{ شتاب}$$

$$F = m.a: M.L.T^{-2} \quad \bullet \text{ نیرو}$$

$$P = \frac{F}{A}: M.\frac{LT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2} \quad \bullet \text{ فشار}$$

- سیستم (S.I. (MKS) Meter(m)-Kilogram(kg)-Second(s)

- سیستم (U.S. (FPS) Inch (in) یا Foot(ft)-Pound (lb)-Second(s)

$$1 = \frac{1lb}{0.4536kg} \quad 1 = \frac{1kg_f}{10(g)N} \quad 1 = \frac{1ft}{0.3048m} \quad 1 = \frac{12in}{1ft}$$

$$1 = \frac{1000kg}{1ton} \quad 1 = \frac{1lb_f}{0.4536kg_f}$$

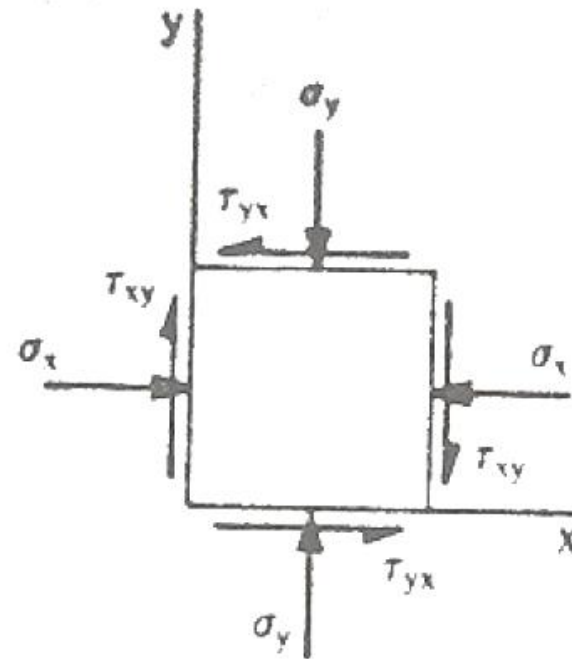
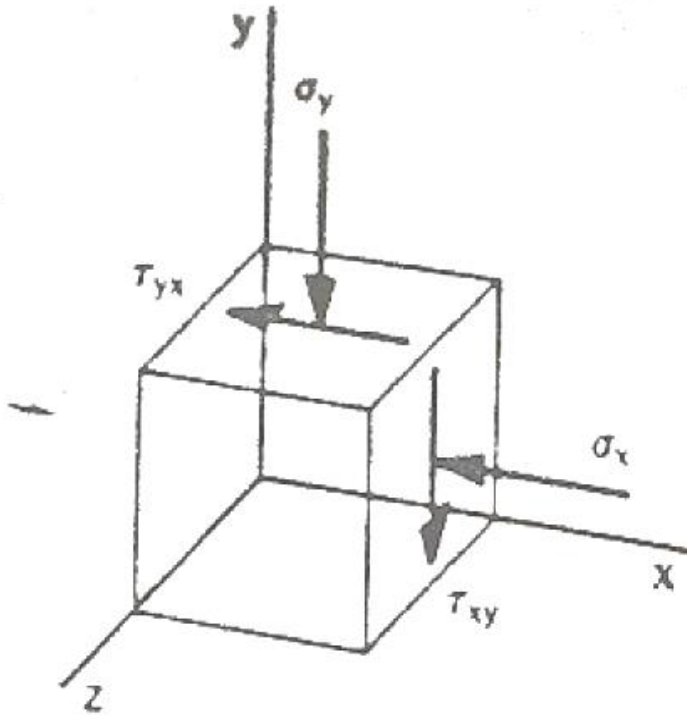
تبدیل واحد

$$1 = \frac{1lb}{0.4536kg} \quad 1 = \frac{1kg_f}{10(g)N} \quad 1 = \frac{1ft}{0.3048m} \quad 1 = \frac{12in}{1ft}$$

$$1 = \frac{1000kg}{1ton} \quad 1 = \frac{1lb_f}{0.4536kg_f}$$

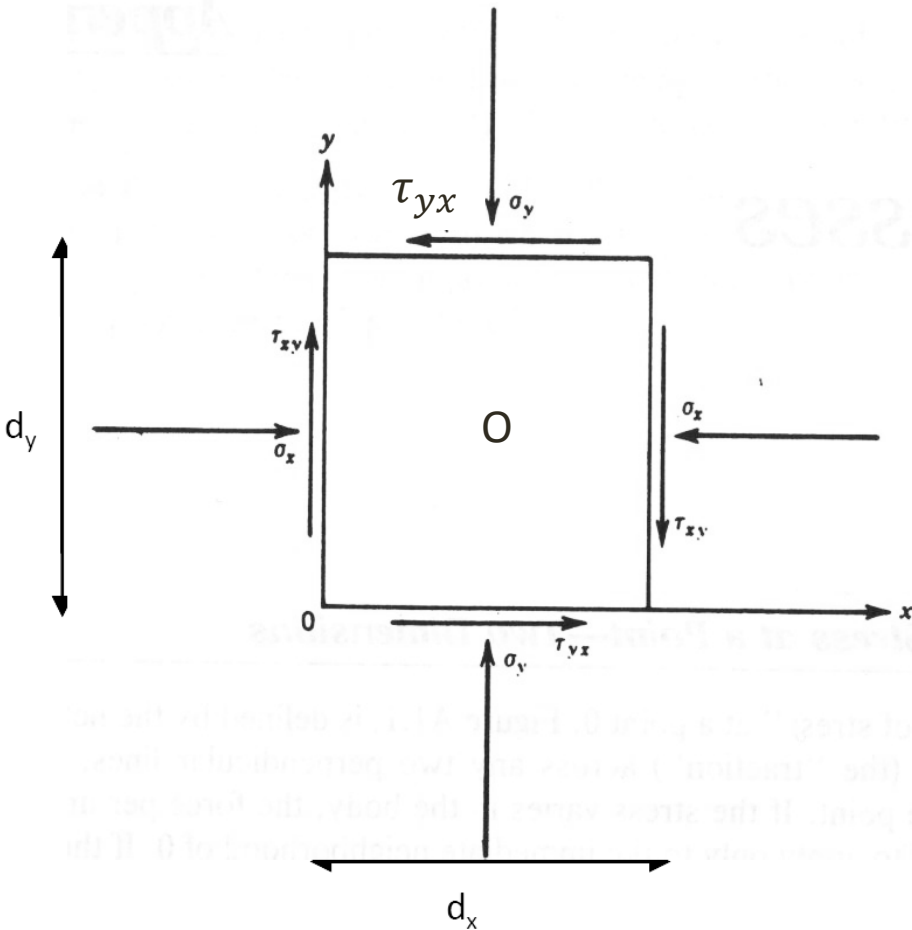
- مثال ۱: هر psi (پوند بر اینچ مربع) چند Pa و معادل چند کیلوگرم نیرو بر متر مربع است؟
- مثال ۲: جسمی به وزن ۲ تن بر روی سطح افقی قرار گرفته است اگر سطح تماس جسم و سطح ۵۵ سانتیمتر مربع باشد، فشار وارد بر سطح چند $\frac{lb}{ft^2}$ است؟
- مثال ۳: فشار یک کیلوگرم نیرو بر هر میلیمتر مربع $\frac{1kg}{mm^2}$ معادل چند مگاپاسکال است؟

تنش صفحه ای



$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

تعداد تنش صفحه ای



$$\sum M_o = 0$$

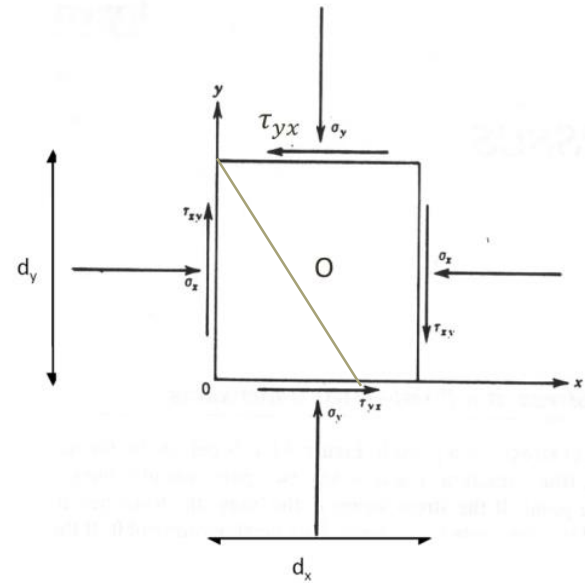
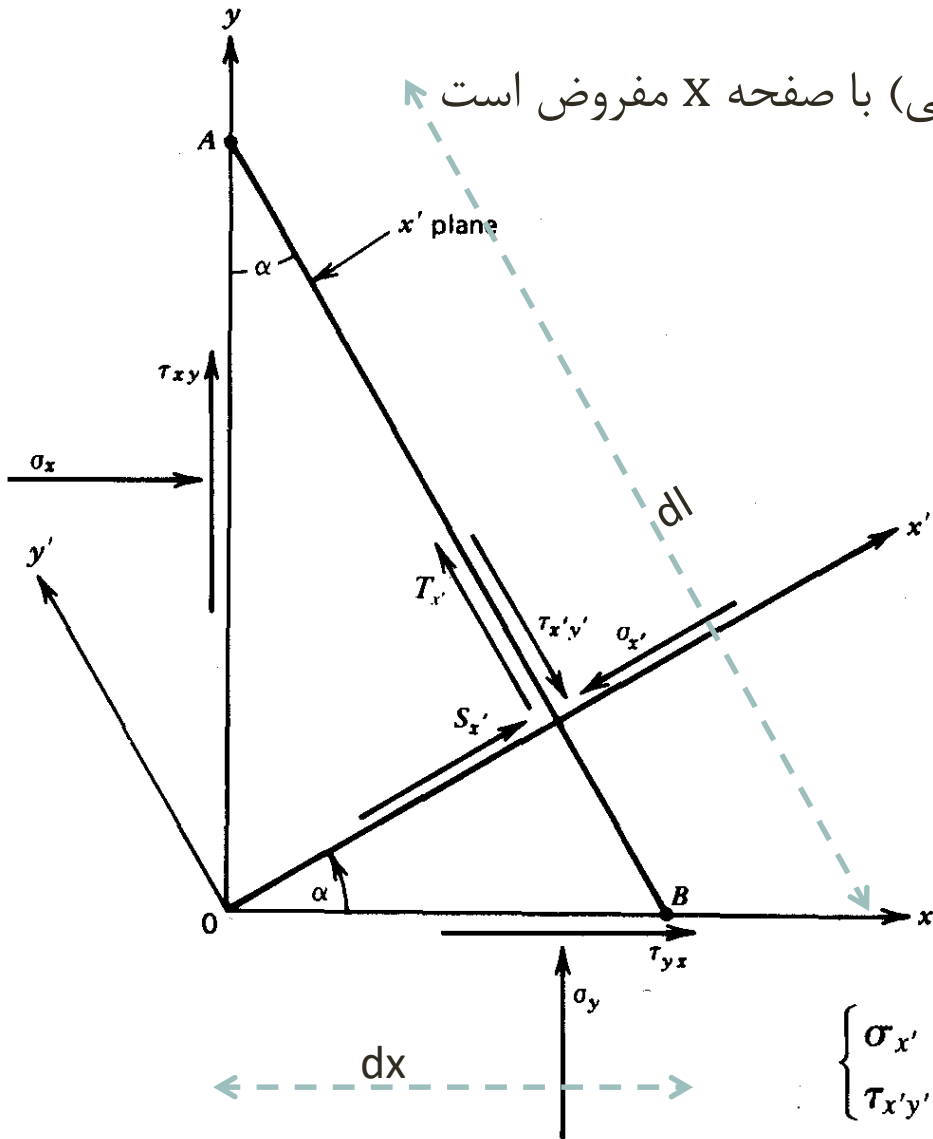
$$\tau_{xy} \cdot dy \cdot \frac{dx}{2} - \tau_{yx} \cdot dx \cdot \frac{dy}{2} + \tau_{xy} \cdot dy \cdot \frac{dx}{2} - \tau_{yx} \cdot dx \cdot \frac{dy}{2} = 0$$

$$\tau_{xy} \cdot dy \cdot dx = \tau_{yx} \cdot dx \cdot dy$$

$$\Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

تنش بر روی یک صفحه مورب

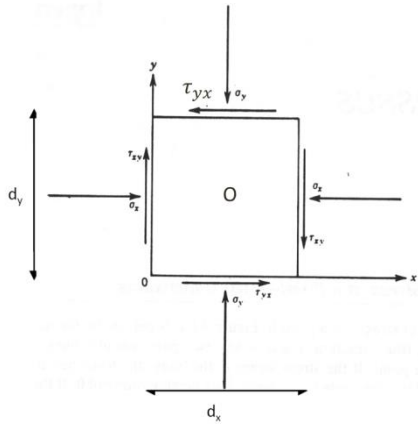
- صفحه X' با زاویه α (در جهت مثلثاتی) با صفحه X مفروض است
- با توجه به معادلات تعادل استاتیکی



$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{x'y'} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin 2\alpha \\ -\frac{1}{2} \sin 2\alpha & \frac{1}{2} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

استفاده از دایره موهر (به روش جانسون)

1. محورهای مختصات X و Y را رسم کرده و محورهای تنش عمودی σ را به موازات X و تنش برشی τ را به موازات محور Y در نظر می گیریم



2. رسم نقطه P با مختصات $(\sigma_x, -\tau_{xy})$

3. رسم نقطه Q با مختصات (σ_y, τ_{xy})

4. رسم نقطه C در مرکز پاره خط PQ

5. رسم دایره ای به مرکز C و به شعاع CP

6. تعیین زاویه بین نقطه P و نقاط تنش حداقل یا حداکثر (θ_p)

7. دوران از نقطه P به اندازه زاویه 2α (در جهت واقعی) تا رسیدن به نقطه P'

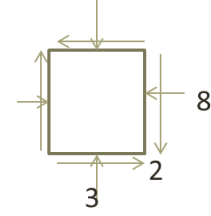
مختصات $(\sigma_{x1}, -\tau_{x1y1})$

8. دوران از نقطه Q به اندازه زاویه 2α (در جهت واقعی) تا رسیدن به نقطه Q'

مختصات $(\sigma_{y1}, \tau_{x1y1})$

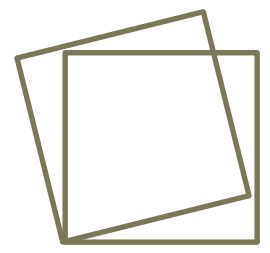
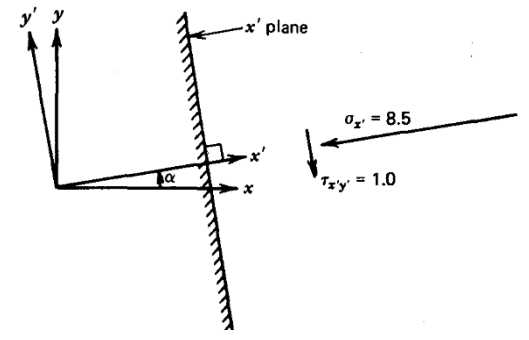
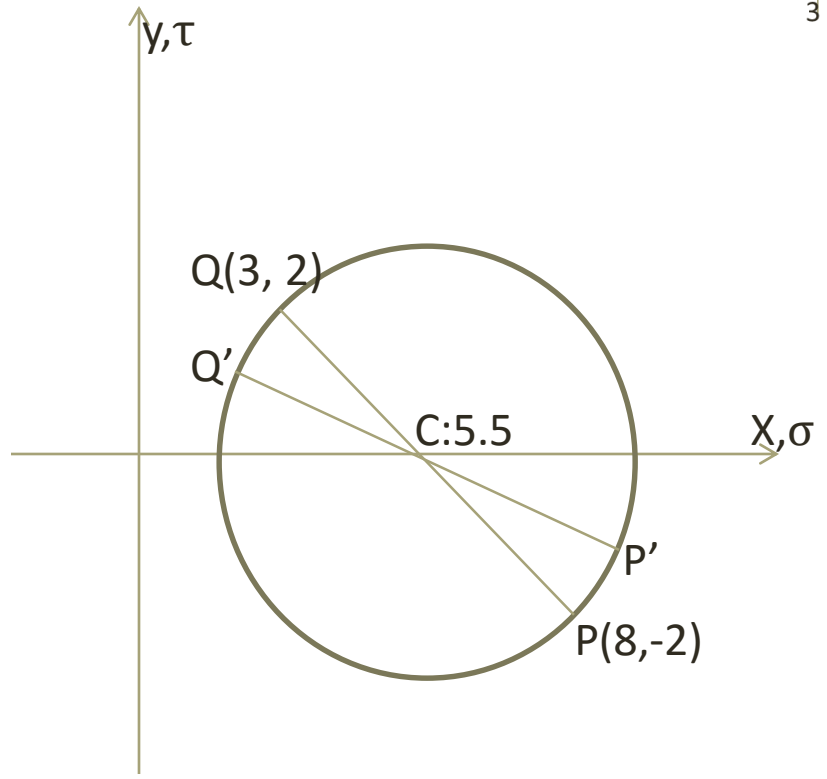
9. رسم المان جدید تنش در صفحه $x'-y'$ با توجه به نقاط P' و Q' و جهات صحیح

تنش برشی (در مکانیک سنگ ← مثبت: مثلثاتی، منفی: ساعتگرد)



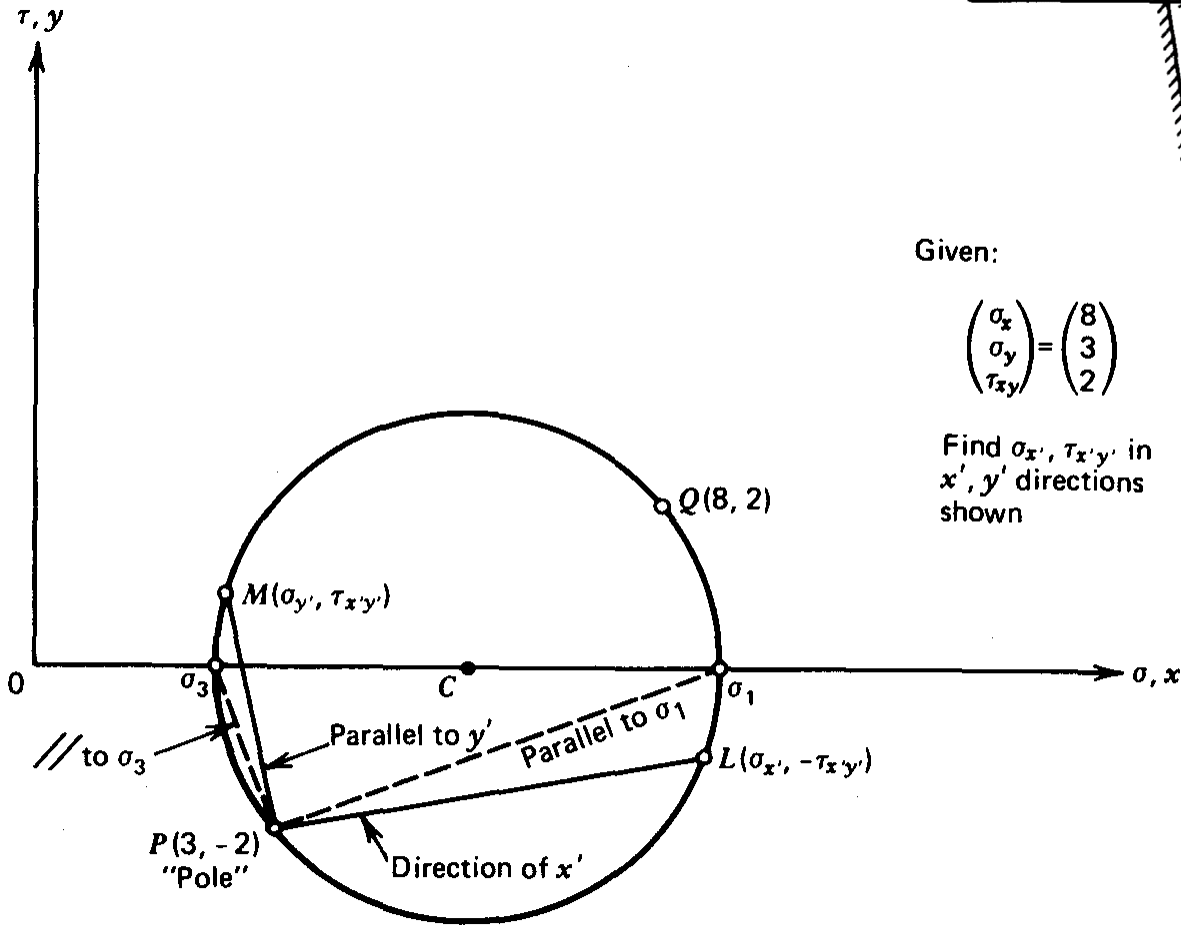
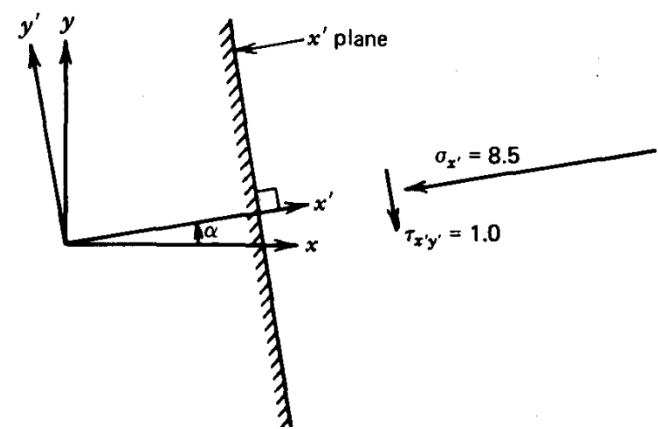
Given:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$



استفاده از دایره موهر (به روش گودمن)

1. محورهای مختصات X و Y را رسم کرده و محورهای تنش عمودی σ را به موازات X و تنش برشی τ را به موازات محور Y در نظر می‌گیریم
2. رسم نقطه Q با مختصات (σ_x, τ_{xy})
3. رسم نقطه P (نقطه قطب) با مختصات $(\sigma_y, -\tau_{xy})$
4. رسم نقطه C در مرکز پاره خط PQ
5. رسم دایره‌ای به مرکز C و به شعاع CP
6. رسم خطی به موازات محور X' از نقطه P به نحوی که دایره را در نقطه L به مختصات $(\sigma_{x_1}, -\tau_{x_1y_1})$ قطع کند
7. رسم خطی به موازات محور Y' از نقطه P به نحوی که دایره را در نقطه M به مختصات $(\sigma_{y_1}, \tau_{x_1y_1})$ قطع کند



Given:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Find $\sigma_{x'}$, $\tau_{x'y'}$ in x' , y' directions shown

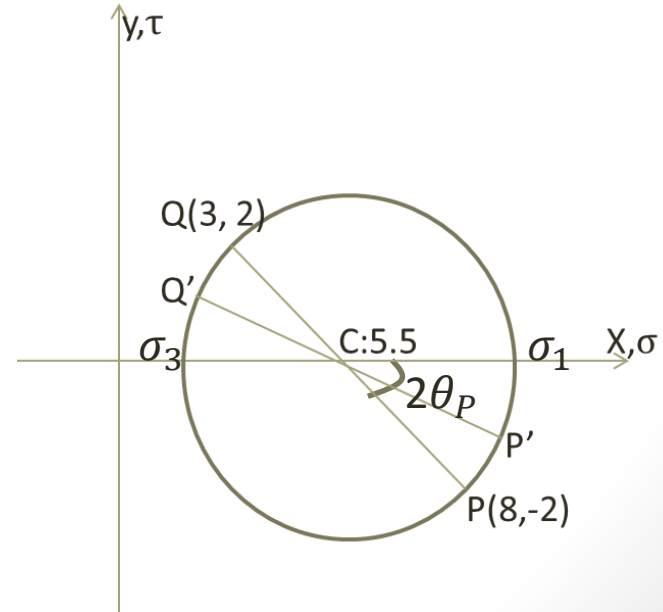
تنشهای اصلی (Principal stress)

- صفحات اصلی تنش: صفحاتی هستند که مقدار تنش برشی بر روی آنها صفر است. بر روی این صفحات بیشترین و کمترین مقدار تنشهای عمودی اثر میکند
- تنشهای اصلی: تنشهای عمودی موثر بر صفحات اصلی را تنشهای اصلی گویند. به بزرگترین مقدار تنش اصلی، تنش اصلی بیشینه (ماکزیمم)، σ_1 ، و به کوچکترین تنش اصلی، تنش اصلی حداقل (مینیمم)، σ_3 ، گویند.
- زاویه صفحه x یا y با یکی از دو صفحه تنش اصلی

$$\tan 2\theta_P = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma_1 = c + R = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

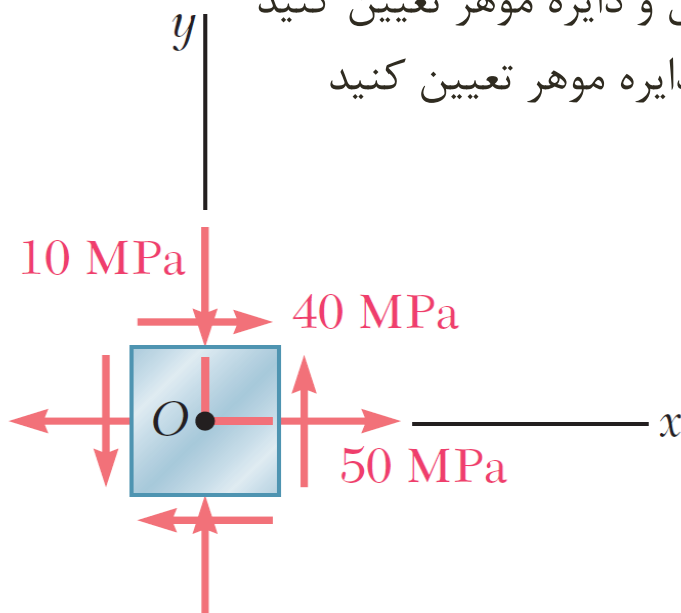
$$\sigma_3 = c - R = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$



مثال

المان روبرو حالت تنش دو بعدی در درون یک توده سنگ را نشان می دهد

- ماتریس تنش را تکمیل کنید
- مقدار تنش بر روی صفحه ای که با صفحه X زاویه 20° در راستای ساعتگرد میسازد را با استفاده از فرمول و دایره موهر محاسبه کنید
- مکان صفحات اصلی تنش را با استفاده از فرمول و دایره موهر تعیین کنید
- مقادیر تنشهای اصلی را با استفاده از فرمول و دایره موهر تعیین کنید

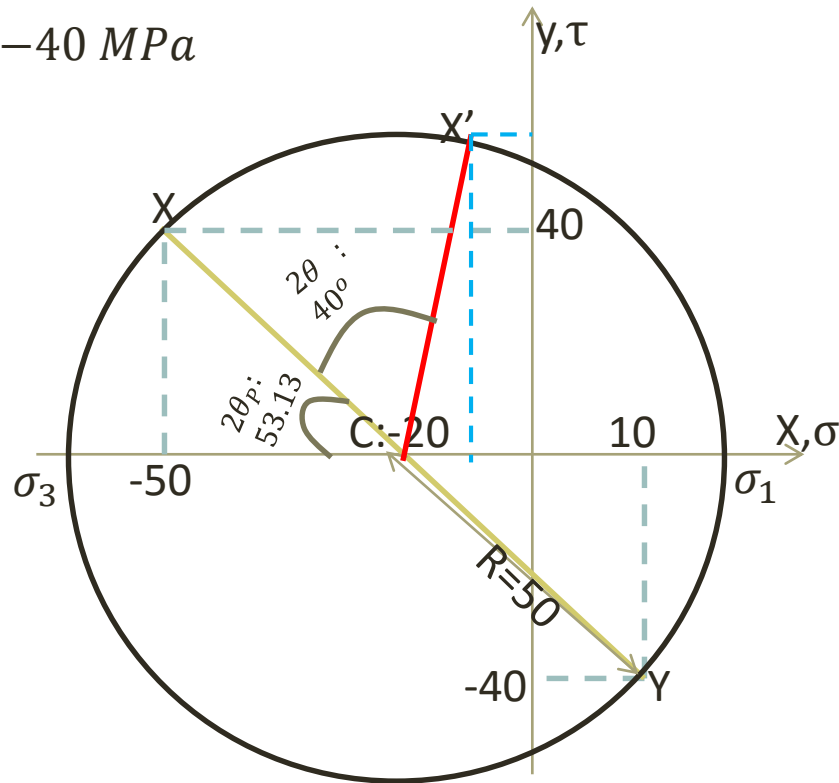


رسم دایره موهر

$$\sigma_x = -50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +10 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -40 \text{ MPa}$$



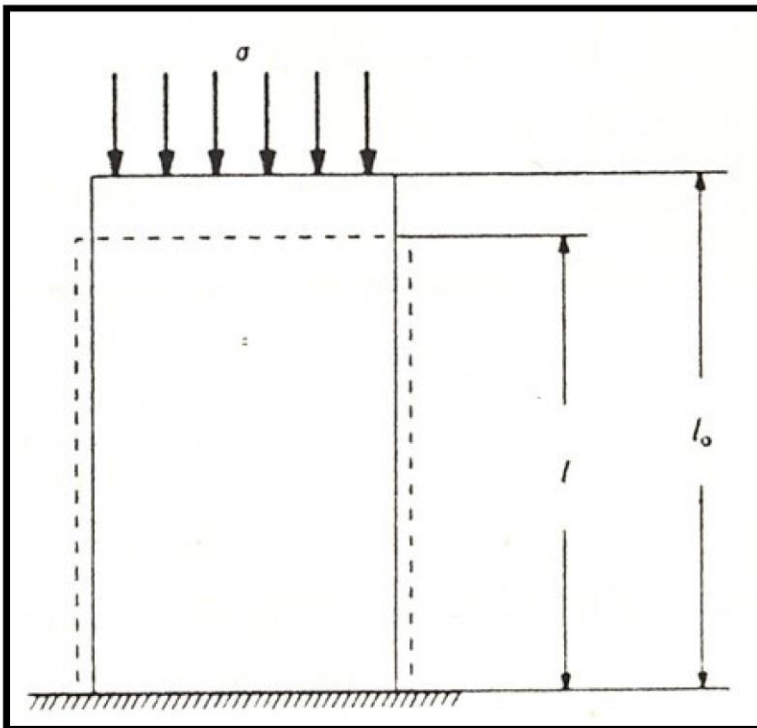
کرنش

- Deformation (تغییر شکل): تغییر شکل جسم جامد تحت نیروهای خارجی
- کرنش (Strain): نسبت بین تغییر شکل به شکل اولیه
- انواع کرنش:
- کرنش عمودی (Normal Strain): نسبت بین تغییر طول جسم بعد از بارگذاری

محوری به طول اولیه

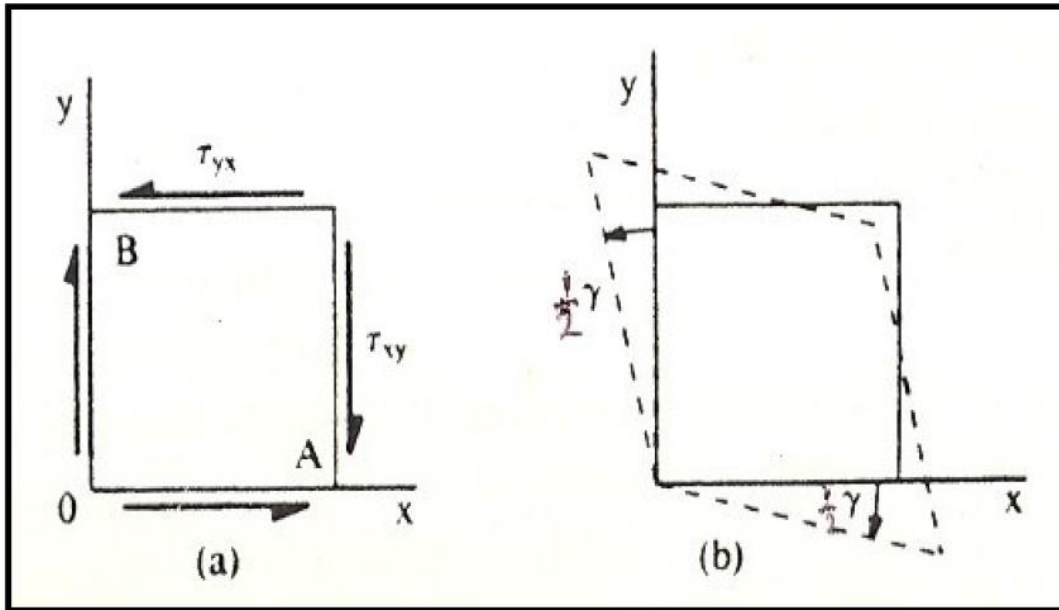
$$\varepsilon = \frac{l_0 - l}{l_0}$$

در مکانیک سنگ کرنش عمودی منجر به کاهش طول نمونه (+) است



گرنش برشی

- گرنش برشی (Shearing Strain): میزان تغییر در زوایای قائمه المان تحت بارگذاری برشی بر حسب رادیان (بدون بعد)



↑ در مکانیک سنگ گرنش برشی ناشی از تنش برشی مثبت، (+) است.

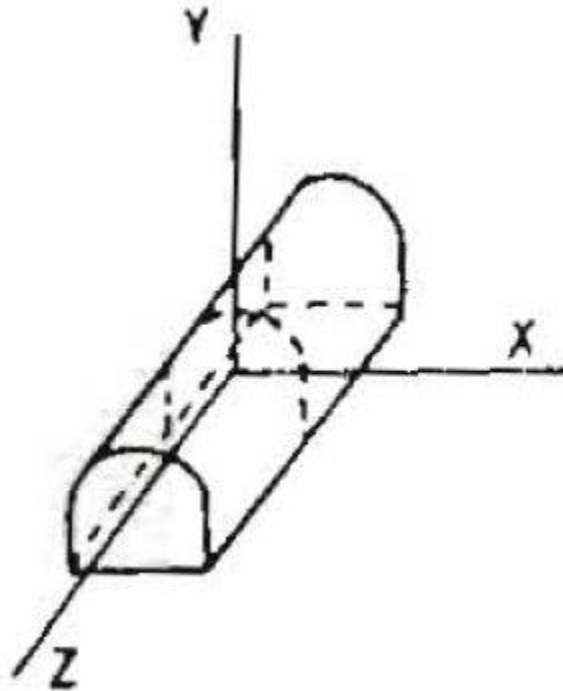
infinitesimal shear strain: ϵ_{xy}
Engineering shear strain: γ

$$\epsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

در بعضی از منابع

کرنش صفحه ای Plain strain

- اگر میزان کرنش (عمودی و برشی) بر روی یک صفحه صفر باشد حالت کرنش را کرنش صفحه ای گویند (مانند یک تونل با طول زیاد)



$$\bar{\varepsilon}_z = \gamma_{zy} = \gamma_{zx} = 0$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

روابط تبدیل کرنش صفحه ای (کرنش بر روی یک صفحه مورب)

- همانند تنش، در حالت کرنش صفحه ای با در دست داشتن کرنشهای عمودی و برشی بر روی دو صفحه متعامد x و y ، میتوان کرنش بر روی یک صفحه مورب مانند صفحه n که با صفحه x زاویه θ در جهت مثلثاتی می سازد را محاسبه کرد

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \gamma_{nm} = (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\theta + \gamma_{xy} \cos 2\theta \end{cases} \quad \frac{\gamma_{nm}}{2} = \frac{1}{2} (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

$$\begin{cases} \sigma_n = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{nm} = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &\rightarrow \varepsilon_x \\ \sigma_y &\rightarrow \varepsilon_y \\ \tau_{xy} &\rightarrow \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \\ \sigma_n &\rightarrow \varepsilon_n \\ \tau_{nm} &\rightarrow \frac{\gamma_{nm}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{x'y'} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin 2\alpha \\ -\frac{1}{2} \sin 2\alpha & \frac{1}{2} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

دایره موهر کرنش، کرنشهای اصلی

- حالت کرنش در یک نقطه را می توان با استفاده از دایره موهر در محورهای $\varepsilon - \frac{\gamma}{2}$ نشان داد. از آنجا که برای ایجاد کرنش برشی γ دو جفت تنش برشی τ مورد نیاز است ضریب $1/2$ از این امر ناشی شده است.
- صفحات اصلی کرنش: دو صفحه متعامد که کرنشهای برشی آنها صفر هستند.
- کرنشهای اصلی: کرنشهای عمودی وارد بر صفحات اصلی کرنش که کرنشهای حداقل و حداکثر هستند
- روابط زوایای صفحات اصلی کرنش و مقادیر کرنشهای اصلی:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \Rightarrow \theta = \theta_1, \theta_1 + 90$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

مثال

- حالت کرنش در یک نقطه توسط مولفه کرنش زیر تعریف شده است. جهت و مقدار کرنشهای اصلی را حساب کرده (با استفاده از فرمول) و دایره موهر مربوطه را رسم کنید. ب) کرنشهای عمودی و برشی را بر روی صفحه ای که با صفحه X زاویه ۳۰ درجه در جهت مثلثاتی می سازد را محاسبه کنید

$$\varepsilon_x = 4/15 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y = 1/74 \times 10^{-6}$$

$$\gamma_{xy} = -3/3 \times 10^{-6}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \Rightarrow \theta = \theta_1, \theta_1 + 90$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \gamma_{nm} = (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\theta + \gamma_{xy} \cos 2\theta \end{cases}$$

رابطه تنش و کرنش: قانون هوک

- مدول الاستیسیته (مدول یانگ E): نسبت بین تنش عمودی به کرنش عمودی

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (\text{ناشی از بار محوری})$$

- ضریب پواسن (ν): نسبت بین تغییر کرنش جانبی نمونه نسبت به کرنش طولی نمونه

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad \text{تحت تاثیر بار محوری}$$

- مدول برشی (G): نسبت بین تنش برشی به کرنش برشی (در حالت برش خالص)

$$G = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

- رابطه ضرایب الاستیسیته: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

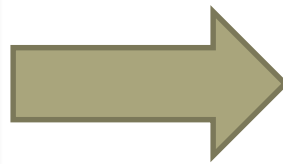
- روابط الاستیسیته تنش-کرنش

روابط تنش- کرنش در حالت تنش صفحه ای

• در حالت تنش صفحه ای:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z) \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x) \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} (-\nu\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= 0 \\ \gamma_{yz} &= 0 \end{aligned}$$

روابط تنش- کرنش در حالت کرنش صفحه ای

• در حالت کرنش صفحه ای:

$$\bar{\varepsilon}_z = \gamma_{zy} = \gamma_{zx} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) = 0 \dots \rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = 0$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = 0$$

مثال

- مطلوبست مقادیر کرنشهای ϵ_x ، ϵ_y و γ_{xy} برای حالت تنش صفحه ای با σ_x و $\tau_{xy} = 3MPa$ و $\sigma_y = 5MPa = 10MPa$ در سنگی با $E=70GPa$ و $\nu = 0.25$ ؟
- اگر در مثال قبل به جای حالت تنش-صفحه ای، حالت کرنش-صفحه ای برقرار باشد، (یعنی $\epsilon_z = 0$)، مقادیر کرنشهای عمودی و تنش σ_z را محاسبه کنید؟

کرنش حجمی Volumetric Strain

• کرنش حجمی: نسبت بین تغییر حجم یک المان تحت تنش نسبت به حجم اولیه آن

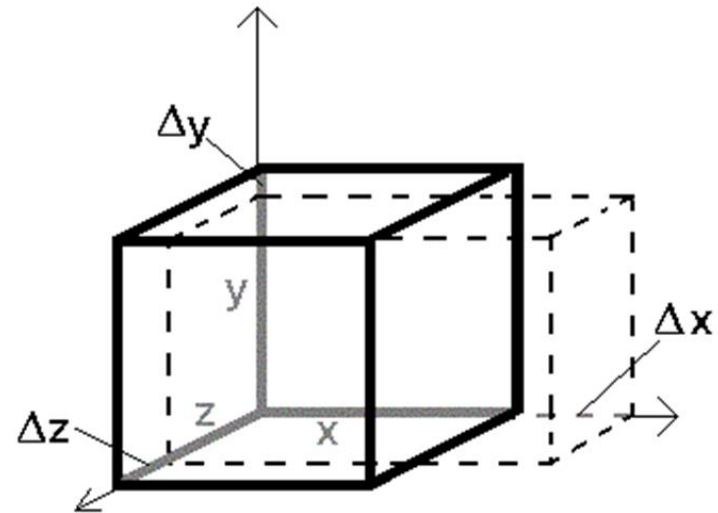
$$e = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_1 - V}{V}$$

$$e = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_1 - V}{V} = \frac{(l_x + \Delta l_x)(l_y + \Delta l_y)(l_z + \Delta l_z) - l_x l_y l_z}{l_x l_y l_z} - 1$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l_x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta l_y}{l_y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l_z}{l_z}$$



$$e = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1$$

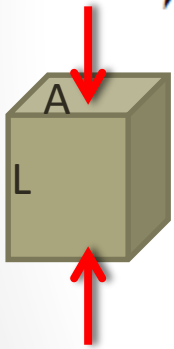
$$\Rightarrow e = (1 + \varepsilon_y + \varepsilon_x + \varepsilon_y \cdot \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_z) - 1 = 1 + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x - 1$$

$$\Rightarrow e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

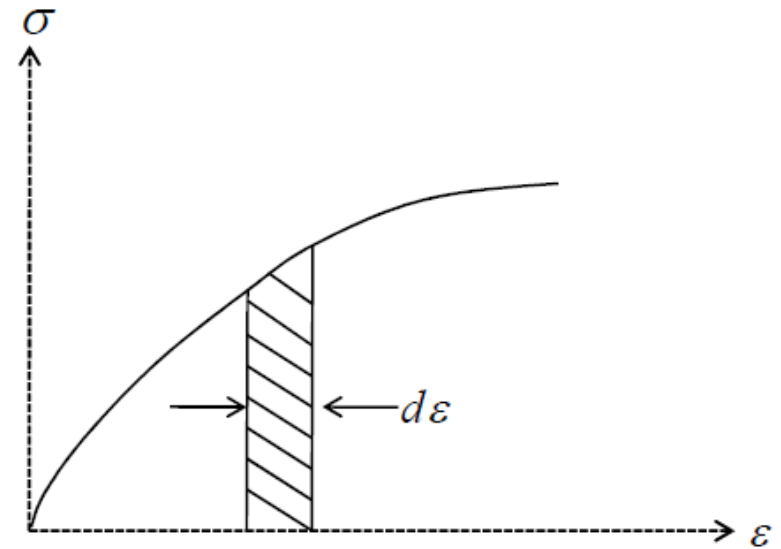
انرژی کرنشی Strain Energy

- وقتی جسم الاستیک تحت تنش های مختلفی قرار می گیرد تغییر شکل یافته و کار انجام شده بصورت انرژی کرنشی در آن ذخیره می شود. مقدار انرژی کرنشی در واحد حجم جسم برابر با سطح زیر منحنی تنش-کرنش جسم است:

$$W = \int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon \quad (\text{Strain Energy density})$$



$$W = \frac{1}{2} \sigma \cdot \epsilon \quad \text{برای جسم الاستیک خطی}$$



$$W = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})$$

در بارگذاری سه بعدی

$$W = \frac{1}{2} (\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2 + \sigma_3 \epsilon_3)$$

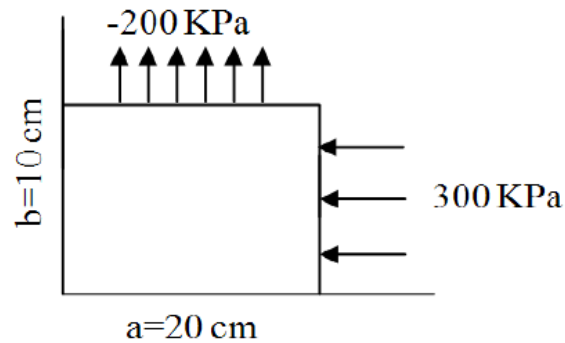
مثال

- مقدار حداکثر انرژی کرنشی در واحد حجم و همچنین مقدار کل انرژی کرنشی را که می توان در یک نمونه سنگی ذخیره نمود بدست آورید. نمونه سنگ به صورت استوانه ای به قطر ۵.۵ سانتیمتر و طول ۱۱ سانتیمتر است که در شرایط الاستیک حداکثر تحت تنش تکمحوری 100MPa قرار گرفته و $E=70\text{GPa}$ و $\nu=0.2$ است

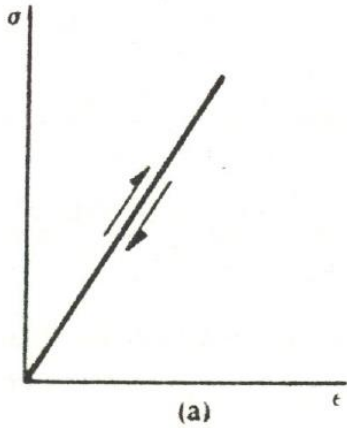
مثال: مولفه‌های کرنشی ε_x و ε_y و مقدار تغییر شکل حاصل در جسم مسئله زیر را پیدا کنید.

$$\nu = 0.25$$

$$E = 50 \text{ GPa}$$

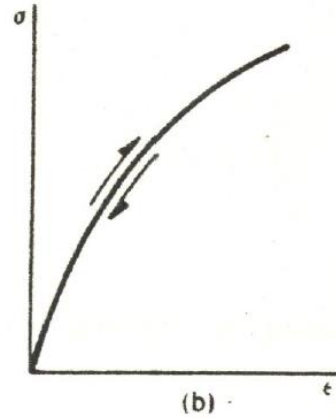


منحنی تنش کرنش اجسام ایده آل



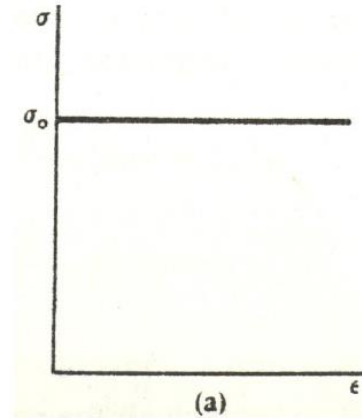
$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

اجسام الاستیک خطی^[۳]

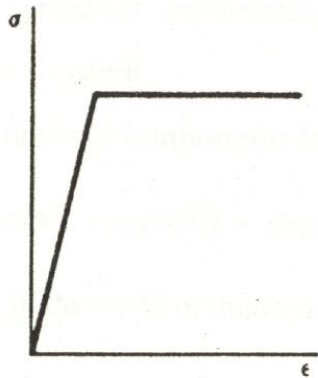


$$\sigma = f(\epsilon)$$

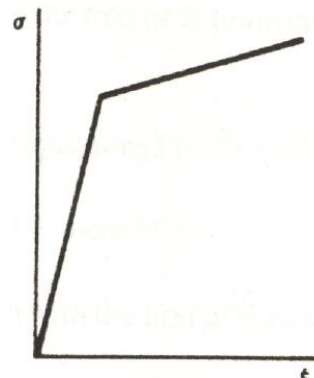
اجسام الاستیک غیر خطی^[۲]



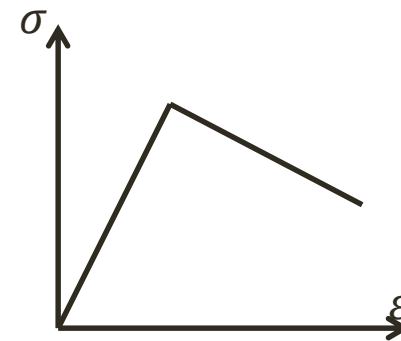
پلاستیک کامل^[۱]



الاستوپلاستیک



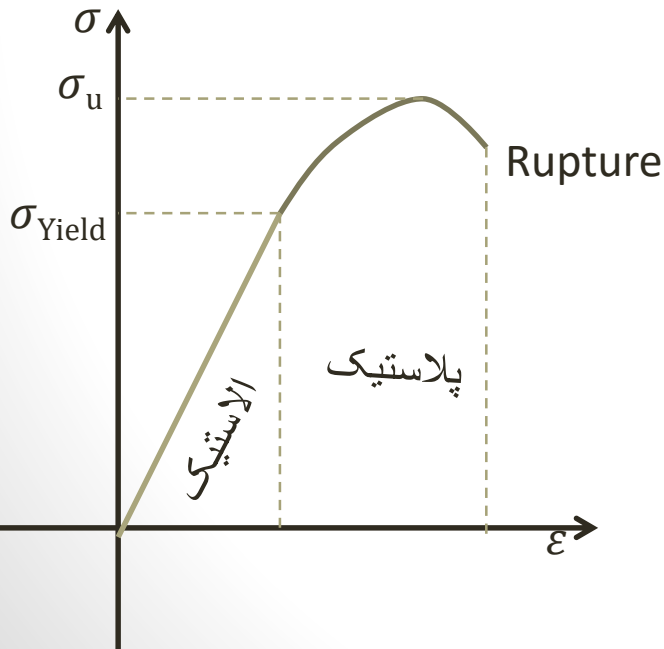
الاستوپلاستیک با کرنش سختی



الاستوپلاستیک با کرنش نرمی

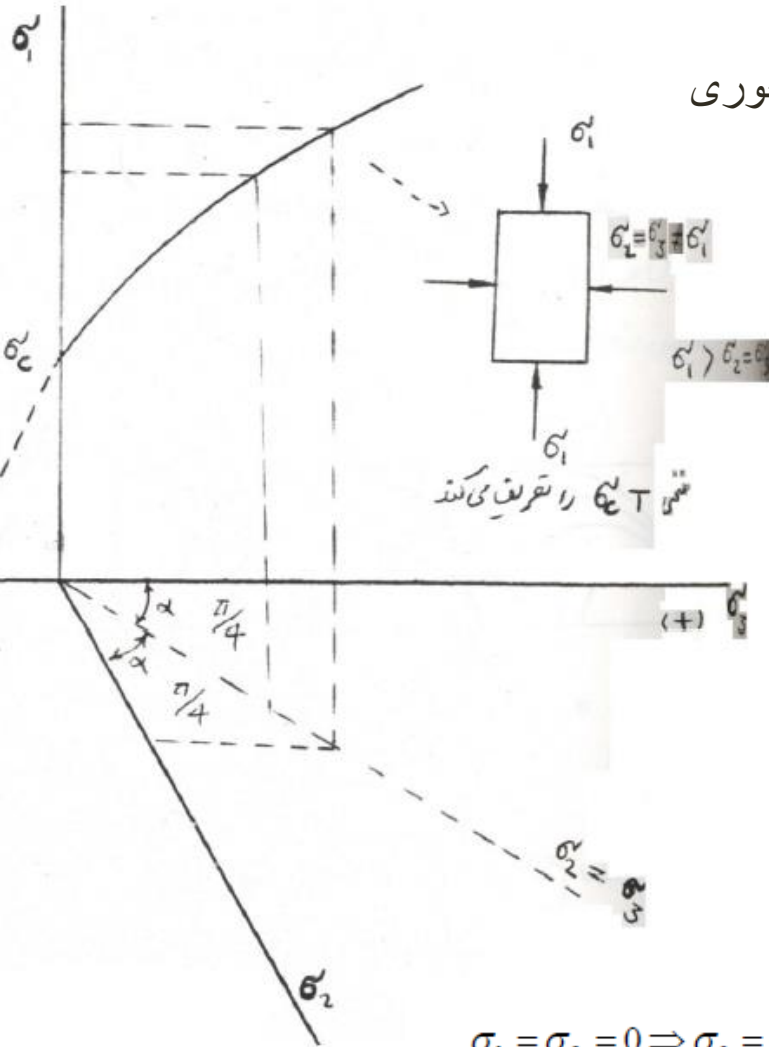
فصل ۲- معیارهای شکست (Failure Criteria)

- تعریف عمومی شکست: تغییر در رفتار تنش- کرنش سنگ در اثر اعمال بار شامل تسلیم شدن (تغییر رفتار از الاستیک به پلاستیک)، عدم تحمل بارهای بیشتر (شکست مقاومت)، گسیختگی و ...
- معیار شکست: تابعی مانند $\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3, \text{خصوصیات سنگ})$ نشاندهنده شرایط رخداد شکست (در حالت تنش سه محوره که $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)



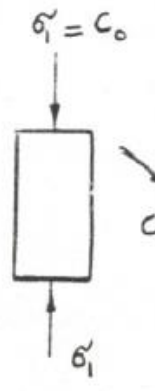
• انواع شکست

فشاری سه محوری

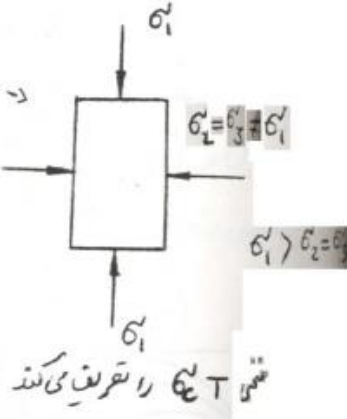


فشاری یک محوری

$\sigma'_2 = \sigma'_3 = 0$



$\sigma_c = \sigma'_c$

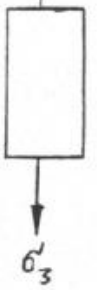


$\sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_1$

$\sigma'_1 > \sigma'_2 = \sigma'_3$

(-)

$-T_c = \sigma'_3$



$\sigma'_1 = \sigma'_2 = 0$

کششی یک محوری

مقاومت کششی یک محوری $\sigma_1 = \sigma_2 = 0 \Rightarrow \sigma_3 = -\sigma_c$

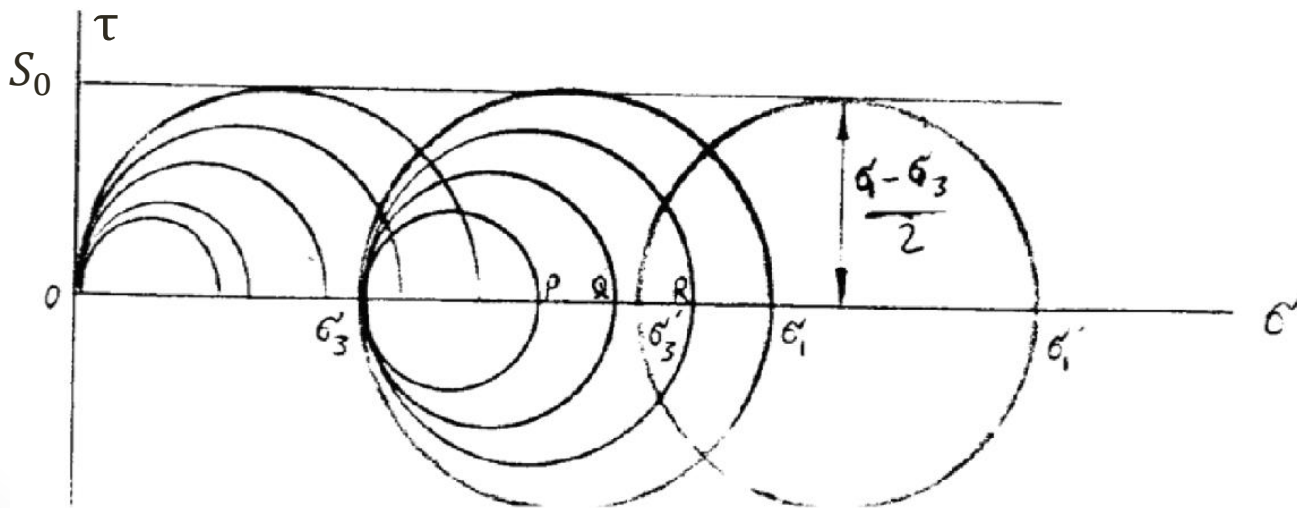
مقاومت فشاری یک محوری $\sigma_3 = \sigma_2 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_c$

مقاومت سه محوری $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \Rightarrow \sigma_c T = \sigma_1$

معیار تنش برشی ماکزیمم (ترزا Tresca)

- اگر بر روی صفحه اصلی تنش برشی (بیشترین مقدار تنش برشی) میزان تنش برشی از مقاومت برشی سنگ فراتر رود شکست اتفاق می افتد
- معیار مناسب برای اجسام چسبنده ی غیر اصطکاکی مانند فلزات، رس های پلاستیکی
- اگر مقاومت چسبندگی سنگ (یا مقاومت برشی ذاتی سنگ Inherent Shear Strength) برابر با S_0 باشد که در آزمایشگاه تعیین شده است آنگاه:

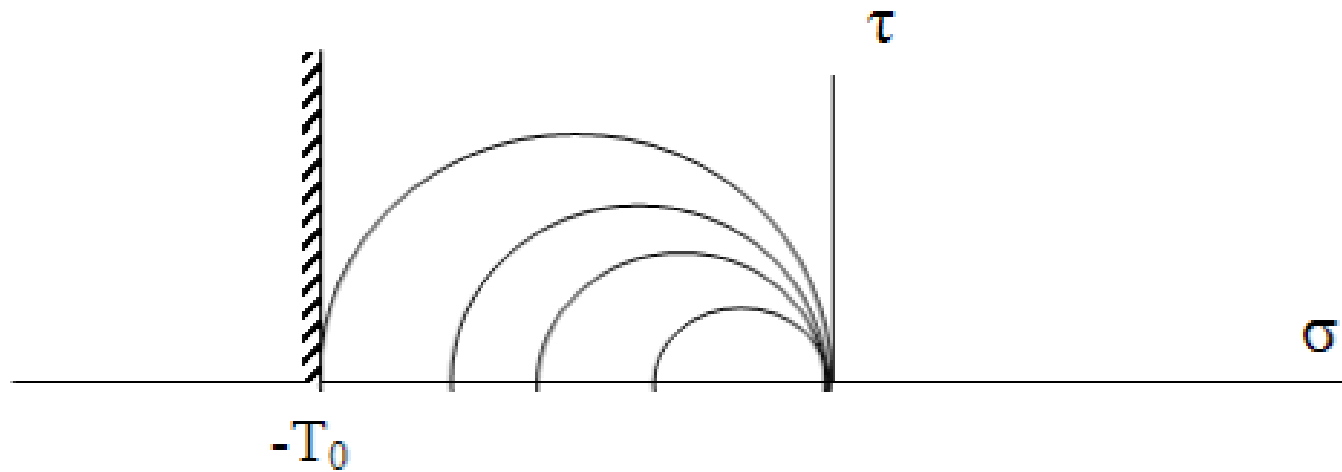
$$\tau_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = S_0 \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = 2S_0$$



معیار تنش کششی ماکزیمم Tensile Stress Criterion

- اگر تنش اصلی حداقل σ_3 برابر با منفی مقدار مقاومت کششی سنگ شود، شکست اتفاق می افتد.
- مقاومت کششی سنگ σ_t در آزمایشگاه اندازه گیری می شود

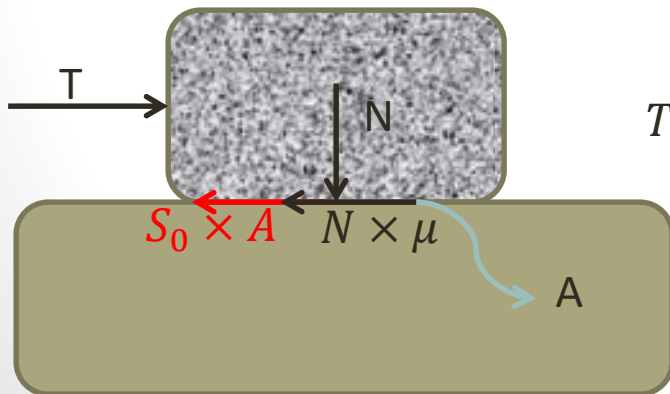
$$\sigma_3 \leq -\sigma_t$$



معیار کولمب (موهر کولمب)

- یکی از ساده ترین و در عین حال مهمترین معیارهای شکست در سال ۱۷۷۳ توسط کولمب ارائه و بعدها در سال ۱۸۶۴ توسط ناویر اصلاح شد
- یکی از بهترین معیارهای برای اجسام چسبنده-اصطکاکی
- برگرفته از قوانین فیزیک کلاسیک (اصطکاک)
- بیان معیار: شکست بر روی صفحه ای اتفاق می افتد که تنش برشی موجود بر روی آن بتواند بر نیروی چسبندگی و همچنین نیروی اصطکاک ذرات غلبه کند. مناسبترین صفحه برای رخداد این نوع شکست صفحه ای است که با صفحه تنش

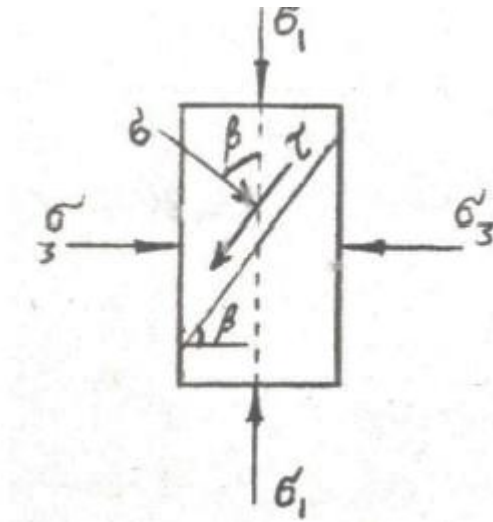
$$\text{حداکثر زاویه } \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \text{ بسازد}$$



$$T = \text{اصطکاک نیروی} + \text{چسبندگی نیروی} = S_0 \times A + N \times \mu$$

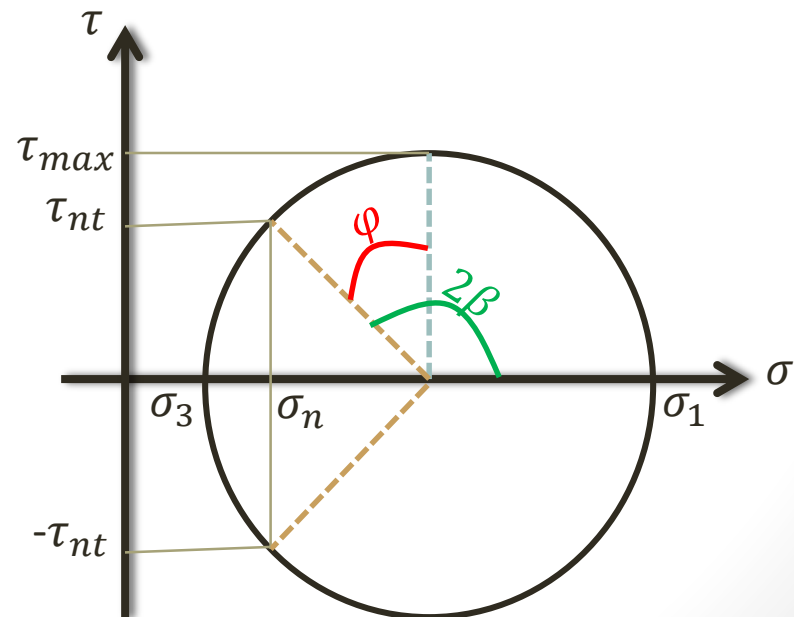
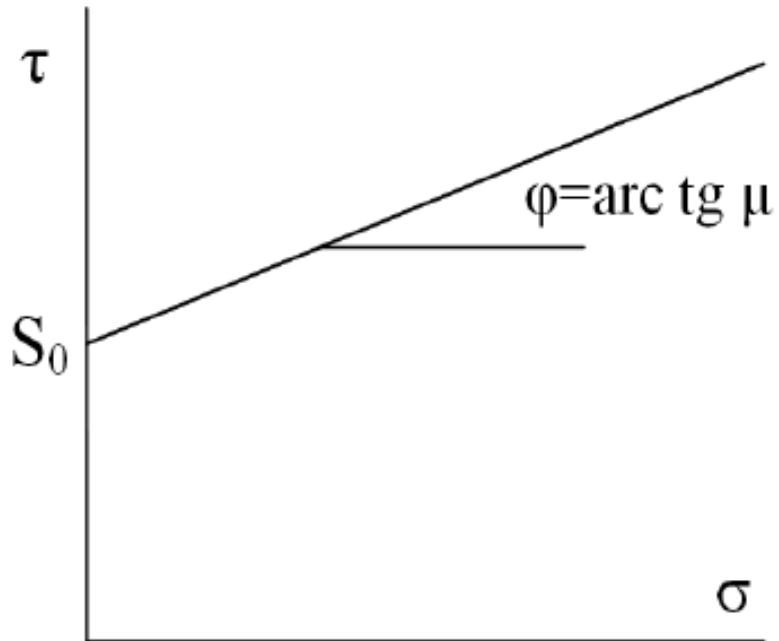
$$\tau = S_0 + \sigma_n \times \mu$$

$$|\tau| = S_0 + \sigma_n \tan \varphi$$



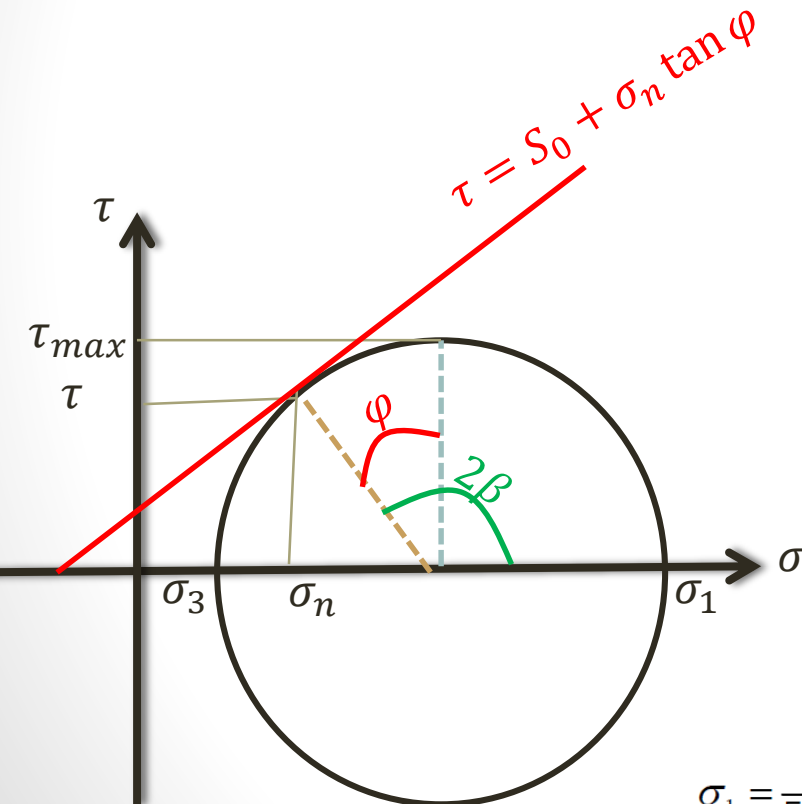
$$\tau = S_0 + \sigma_n \tan \varphi$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$



سوال:

- معیار شکست موهر کلمب را که بر حسب تنش عمودی و برشی وارد بر صفحه مورب β در دسترس است را بر حسب σ_1 و σ_3 بازنویسی کنید؟



$$\tau = S_0 + \sigma_n \tan \varphi$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

$$\tau = R \cos(\varphi) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(2\beta)$$

$$\sigma_n = C - R \sin \varphi = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(2\beta)$$

$$\sigma_1 = \frac{2S_0}{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu \right]} + \sigma_3 \frac{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]}{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu \right]}$$

با جایگذاری
وساده سازی
روابط

مقاومت فشاری تک محوری و کششی تک محوری در معیار موهر کلمب

در معیار موهر-کلمب مقادیر مقاومت فشاری و کششی تکمحوری را با استفاده از فرمول و دایره موهر محاسبه کنید

$$\sigma_1 = \frac{2S_0}{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu \right]} + \sigma_3 \frac{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu \right]}{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu \right]} \Rightarrow \sigma_1 = 2S_0 \times \tan \beta + \sigma_3 \times \tan^2 \beta$$

$$\sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_c = \frac{2S_0}{\left[(\mu^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu \right]} \Rightarrow \sigma_c = 2S_0 \times \tan \beta$$

$$\sigma_1 = 0 \Rightarrow \sigma_3 = -2S_0 \left[(1 + \mu^2)^{\frac{1}{2}} - \mu \right] = -\sigma_t \Rightarrow \sigma_t = \frac{2S_0}{\tan \beta}$$

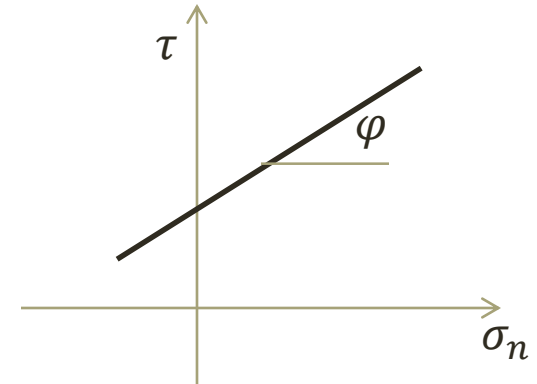
مثال

- با استفاده از رابطه اصلی معیار کلمب و دایره موهر مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی تک محوری ماده سنگی با زاویه اصطکاک داخلی 30° درجه و مقاومت چسبندگی 1.5 Mpa را محاسبه کنید؟ (جواب حاصل را با فرمول معیار کلمب بر حسب تنشهای اصلی مقایسه کنید)

خلاصه روابط معیار موهر کلمب

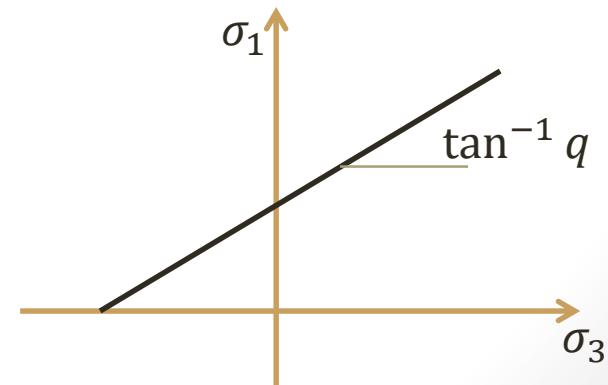
- نکته: در بعضی از منابع برای مقاومت چسبندگی به جای حرف S_0 از حرف C استفاده شده و برای بیان مقاومت فشاری تک محوری به جای σ_c از c_0 برای بیان مقاومت کششی تک محوری به جای σ_t از T_0 استفاده شده است.

$$\tau = S_0 + \sigma_n \tan \varphi$$



$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2S_0 \times \tan \beta + \sigma_3 \times \tan^2 \beta \\ \sigma_1 &= \sigma_c + \sigma_3 \times \tan^2 \beta \\ \sigma_1 &= \sigma_c + q\sigma_3 \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$



مثال

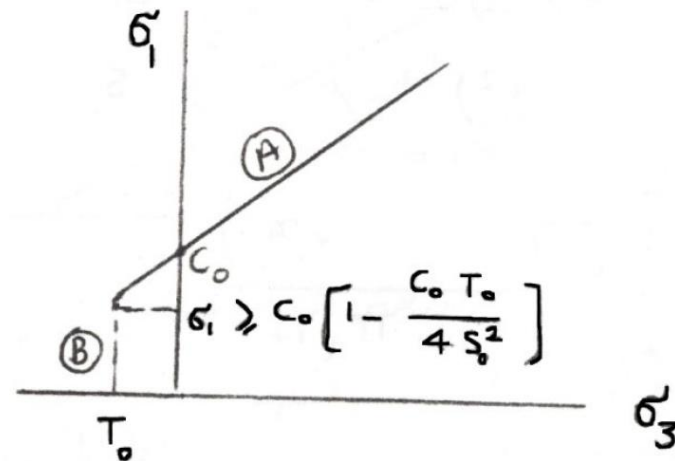
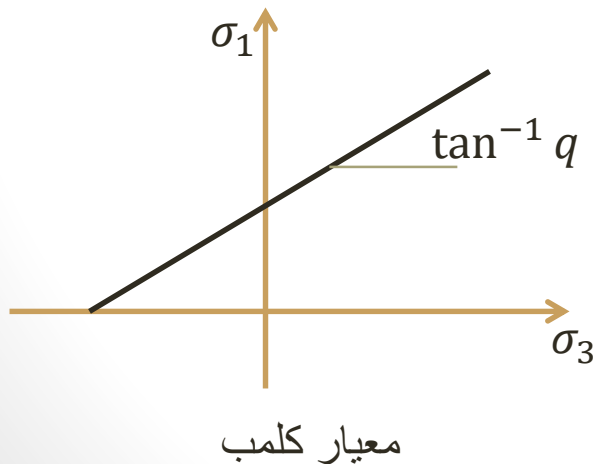
- در آزمایش فشاری تک محوری بر روی یک نمونه استوانه‌ای شکل با قطر 80 mm ، مقاومت سنگ 200 مگا پاسکال بدست آمده است. مقاومت چسبندگی آن و همچنین مقاومت نمونه تحت تنش جانبی 5 MPa فشاری را حساب کنید. (زاویه اصطکاک داخلی 36 درجه است)
- ماسه سنگی با نیروی چسبندگی $S_0 = 15 \text{ MPa}$ و زاویه اصطکاک داخلی $\varphi = 40^\circ$ تحت فشار جانبی 15 مگا پاسکال قرار گرفته است. مقدار تنش σ_1 لازم برای شکست نمونه چقدر است.

معیار دو قسمتی پل (Paul)

- پل در سال ۱۹۶۱ بیان کرد که معیار کلمب که بر مبنای قوانین اصطکاک بنا نهاده شده تنها در صورتی معتبر است که تنش عمودی وارد بر صفحه مستعد شکست به صورت فشاری باشد در غیر اینصورت شکست تحت معیار مقاومت کششی حداکثر صورت می پذیرد:

$$\text{if } \sigma_1 > \sigma_c \left(1 - \frac{\sigma_c \sigma_t}{4S_0^2} \right) \rightarrow \sigma_1 = 2S_0 \tan \beta + \sigma_3 \tan^2 \beta \quad (A)$$

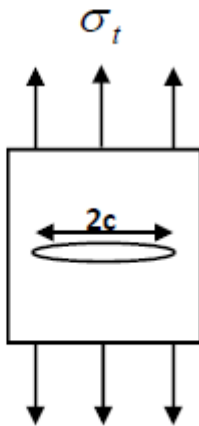
$$\text{if } \sigma_1 < \sigma_c \left(1 - \frac{\sigma_c \sigma_t}{4S_0^2} \right) \rightarrow \sigma_3 = -T_0 \quad (B)$$



معیار گریفیث Griffith

- گریفیث برای اولین بار تئوری خود را بر روی پلاکی از شیشه با ضخامت واحد دارای ترکی بیضی شکل به طول $2C$ برای بررسی گسترش ترک انجام داد و نتیجه گرفت ترک وقتی گسترش می یابد که

$$\sigma_t \geq \sqrt{\frac{2E.\alpha}{\pi.C}}$$



$\alpha \left(\frac{j}{m^2} \right)$: انرژی سطحی در سطوح دیواره ترک‌ها
 E : مدول یانگ نمونه بدون ترک
 C : نصف طول ترک
 σ_t : تنش کششی

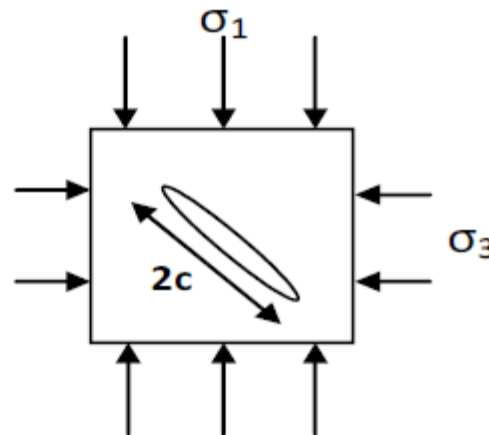
معیار گریفیث

- وی سپس تئوری خود را برای حالات فشاری نیز بسط داد. در این نظریه از تاثیر اصطکاک در دیواره درزه ها چشم پوشی کرد.

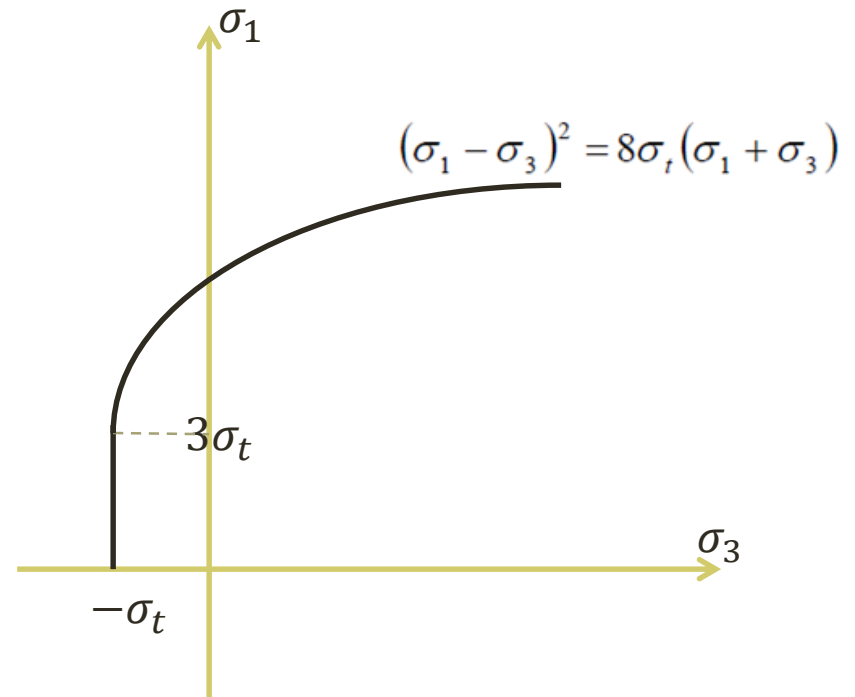
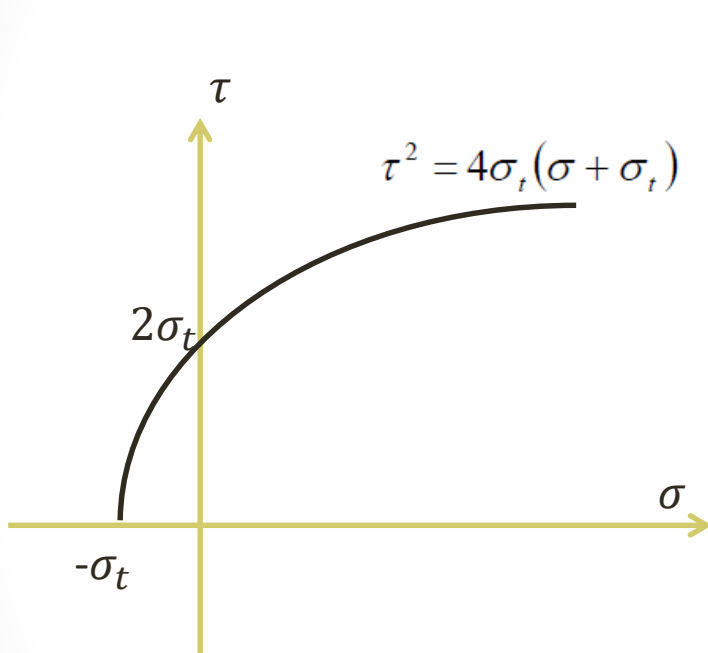
$$\sigma_1 + 3\sigma_3 > 0 \quad \longrightarrow \quad (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$\sigma_1 + 3\sigma_3 < 0 \quad \longrightarrow \quad \sigma_3 = -\sigma_t$$

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma + \sigma_t)$$



پوش شکست گریفیث



معيار شکست تجربی هوک و براون

- یکی از بهترین معیارهای شکست ماده سنگ و توده سنگ (سنگ شکسته) که طی تجربیات بسیار زیاد و مشاهدات فراوان شکست سنگها ارائه شده است معیار تجربی هوک-براون است:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c \cdot \sigma_3 + S\sigma_c^2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + S}$$

m, S

$\sigma_1 =$

$\sigma_3 =$

$\sigma_c =$

σ_3, σ_1 ضرائب خواص سنگ و نحوه شکست آن قبل از قرارگیری تحت تاثیر

تنش اصلی ماکزیمم در حین شکست

تنش اصلی می-نیمم در حین شکست

مقاومت فشاری یک محوری ماده سنگ

- ضریب S برای ماده سنگ برابر ۱ است:

$$\sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{S\sigma_c^2} \Rightarrow \sigma_{cS} = \sigma_1 = \sigma_c \text{ و } S=1$$

- ضریب S برای سنگ دارای شکستگی کمتر از یک است: S_r

معیار هوک برآون اصلاح شده

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c \cdot \sigma_3 + S\sigma_c^2}$$

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_c \left(m_i \frac{\sigma_3'}{\sigma_c} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}$$

• برای ماده سنگ:

σ_1', σ_3' : تنشهای اصلی مؤثر

σ_c : مقاومت فشاری یک محوری سنگ بکر

m_i : ضریب مربوط به ماده سنگ

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3'}{\sigma_c} + S \right)^a$$

• برای توده سنگ

m_b مقدار m برای توده سنگ

S و a ضرایب مربوط به خواص توده سنگ

σ_c مقاومت فشاری یک محوری سنگ بکر.

• برای توده سنگ بسیار خرد شده: $S=0$

• برای توده سنگ محکم و جوش خورده: $a=0.5$

ضریب m برای ماده سنگ

مقادیر ثابت m توسط هوک و دیگران (۱۹۹۲) برای سنگهای مختلف به شرح زیر محاسبه و یا تخمین زده شده است.

| | | | |
|------|------------|------|-----------|
| ۸/۲۵ | گابرو | ۲/۳۱ | آمفیبولیت |
| ۲/۲۹ | گنیس | ۹/۱۸ | آندزیت |
| ۷/۳۲ | گرانیت | ۲/۱۳ | آنهدریت |
| ۵/۱۵ | ژیپس | ۱۷ | بازالت |
| ۴/۸ | سنگ آهک | ۲/۷ | چالک |
| ۷/۲۱ | نوریت | ۳/۱۹ | چرت |
| ۷/۲۳ | کوارتزیت | ۴/۳ | کلی ستون |
| ۲۰ | ریولیت | ۲/۱۵ | دولریت |
| ۶/۹ | ماسه سنگ | ۱/۱۰ | دولومیت |
| | | ۴/۱۱ | لایسنگ |

معیار تجربی بیناویسکی برای ماده سنگ

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + b \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^\alpha$$

• معیار اصلاح شده توسط یادبر برای توده سنگ:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = a_m + b \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^\alpha$$

Q: شاخص کیفیت سنگ

$$\alpha = 0.65$$

$$a_m = 0.0176Q^\alpha$$

ضریب b:

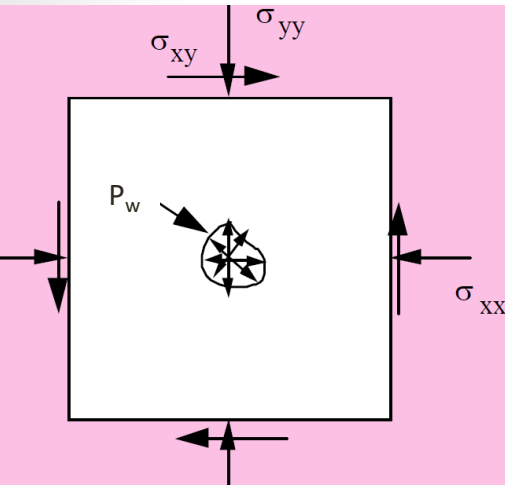
(b=2) توف، شیل و سنگ آهک

(b=3) سیلتستون و مادستون

(b=4) کوارتزیت، ماسه سنگ و دولومیت

(b=5) نوریت، گرانیت و کوارتز دیوریت

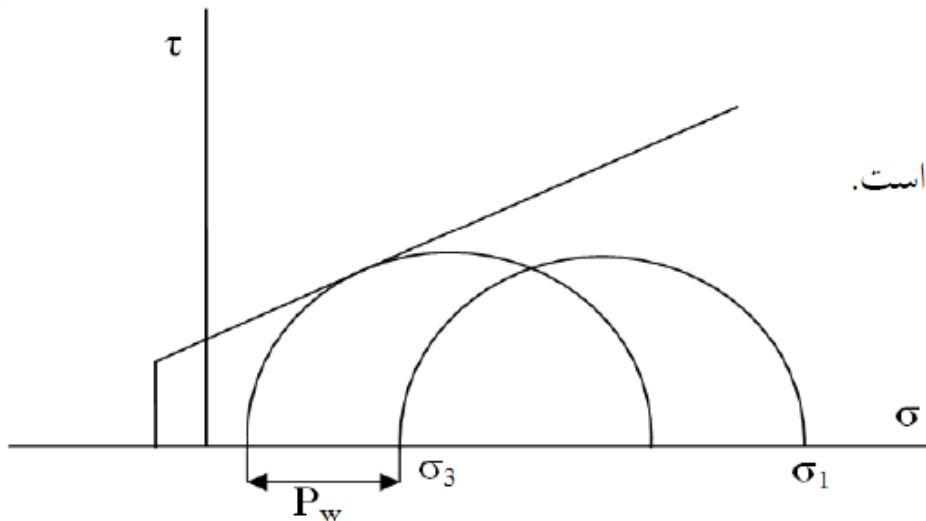
تأثیر فشار آب منافذ سنگ بر روی مقاومت



- برای اولین بار کارل ترزاقی اصطلاحی بنام تنش مؤثر (Effective Stress) را تعریف کرد:
- وقتی که منافذ سنگها توسط آب پر شود و فشار آبی که این منافذ را پر می کند برابر P_w باشد، این فشار منفذی (Pore pressure) از تنش عمودی وارد بر ذرات سنگ خواهد کاست. این کاهش در همه تنشهای قائم صورت خواهد گرفت که تنش کاهش یافته شده را تنش مؤثر گویند

$$\sigma' = \sigma - P_w$$

که در آن σ : تنش قائم و σ' : تنش مؤثر و P_w : فشار آب منافذ است.



نکته: معیارهای شکست بر اساس تنش مؤثر وارد بر سنگ بیان شده اند

مثال

• مقدار تنش عمودی و برشی وارد بر یک صفحه گسل برابر با: $\sigma_n = 50MPa$ و $\tau = 50MPa$ است.

اگر نیروی چسبندگی وزاویه اصطکاک گسل به ترتیب برابر با $S_0=10MPa$ و $\varphi=45$ درجه باشد. آیا گسل مستعد لغزش (روی صفحه آن) است؟

• اگر جواب قسمت قبل منفی است چه میزان فشار آب منفذی مورد نیاز است تا گسل مذکور ناپایدار شود (فشار منفذی بحرانی Critical Pore Pressure)

