

مقدمه

این مجموعه خلاصه‌ای مفید از درس طراحی اجزاء ۱ و ۲ را در برمی‌گیرد. هر فصل شامل خلاصه‌ای از شرح مطالب به انضمام مثال‌های حل شده و نمونه مسائل قسمتهای کنکور کارشناسی ارشد و آزمون‌های مؤسسه پارسه در پنج سال اخیر می‌باشد. این جزوه برای دانشجویانی که غصه شرکت در آزمون‌های سراسری کارشناسی ارشد را دارند بسیار مفید می‌باشد زیرا چکیده و خلاصه‌ای بسیار مفید از سیلابهای درس طراحی اجزاء ۱ و ۲ را در برمی‌گیرد.

با تشکر دکتر علیرضا گوهری انارکی
دانشیار مکانیک

در جدول ذیل دروس به سرفصلهای مهم آن طبقه بندی شده و مشخص شده است که در هر سال از هر مبحث چند تست سوال شده است و دانشجوی محترم می تواند زمان باقیمانده تا کنکور را با توجه به اهمیت مباحث مدیریت نماید.

		رشته: مکانیک					درس: طراحی اجزا	
نسبت از کل	مجموع ۵ سال	۱۳۸۹	۱۳۸۸	۱۳۸۷	۱۳۸۶	۱۳۸۵	سر فصل	ردیف
		تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست		
13%	5	1	2	1	0	1	تنش وان میزز / ترسکا	1
3%	1	0	0	0	0	1	معیارهای شکست مواد نرم	2
8%	3	1	0	0	2	0	معیارهای شکست مواد ترد	3
5%	2	0	0	1	1	0	تمرکز تنش	4
3%	1	0	0	1	0	0	جوش	5
3%	1	0	0	0	1	0	پیچ های اتصال	6
3%	1	0	1	0	0	0	پیچ های انتقال قدرت	7
3%	1	0	0	0	1	0	خستگی	8
11%	4	1	1	1	1	0	فنرهای مارپیچ کششی فشاری	9
3%	1	1	0	0	0	0	فنرهای پیچشی	10
8%	3	0	1	0	1	1	یاتاقان غلتشی	11
0%	0	0	0	0	0	0	یاتاقان لغزشی	12
5%	2	0	0	1	0	1	تسمه	13
13%	5	1	1	0	1	2	چرخنده ساده	14
3%	1	0	0	1	0	0	چرخنده سیکلوئیدی	15
5%	2	1	0	0	0	1	حلزون چرخ حلزون	16
0%	0	0	0	0	0	0	چرخنده مخروطی	17
0%	0	0	0	0	0	0	چرخنده مارپیچ	18
5%	2	0	0	1	0	1	کلاچ و ترمز کشکی	19
3%	1	0	0	0	0	1	کلاچ و ترمز دیسکی	20
3%	1	0	0	0	1	0	ترمز تسمه ای	21
0%	0	0	0	0	0	0	خار و پین	22
3%	1	0	0	0	0	1	طناب	23
100%	38	6	6	7	9	10	جمع	

مقدمه‌ای بر طراحی:

واماندگی یا Failure در قطعات مکانیکی به صورتهای مختلفی مانند واماندگی تسلیم یا لغزش، واماندگی شکست، واماندگی خستگی، واماندگی سایش، واماندگی کمانش، واماندگی شیمیایی و دیگر واماندگی‌های مکانیکی نیز اتفاق می‌افتد. در این درس (طراحی اجزاء ۱ یا ۲) فقط دو واماندگی تسلیم (یا شکست) و واماندگی خستگی موردنظر می‌باشند و از دیگر واماندگی‌های مکانیکی اسم برده نمی‌شود. واماندگی‌های تسلیم و خستگی به ترتیب در اثر بارهای استاتیکی و نوسانی اعمالی بر جسم ایجاد می‌شوند. اصول کلی طراحی قطعات یا سازه‌ها تحت بارهای استاتیکی و نوسانی به صورت مراحل زیر انجام می‌گیرد.

۱- تعیین نقطه بحرانی یا سطح بحرانی و یا ناحیه بحرانی در کل جسم سازه:

معمولاً در قطعات ساده به دست آوردن این ناحیه بحرانی به کمک رسم دیاگرامهای لنگر خمشی و یا برشی و یا پیچشی انجام می‌گیرد. شافتهای نمونه بارزی از این نوع سازه‌ها محسوب می‌شوند. همچنین در برخی از اجسام ساده مانند مخازن جدار نازک یا ضخیم، جوشها، پیچ‌ها که در فصل‌های بعدی به آن اشاره می‌گردد با استفاده از روابط تحلیلی تنش به سادگی می‌توان نواحی بحرانی و مؤلفه‌های تنش در این نواحی بحرانی را به دست آورد.

در قطعات پیچیده که امکان رسم دیاگرامهای خمشی و برشی و پیچشی وجود ندارد و یا حل و محاسبه تنش به کمک روشهای تحلیلی موجود بسیار مشکل و پیچیده است از روشهای عددی طراحی به کمک کامپیوتر (یا المان‌های محدود FEM) برای تعیین ناحیه بحرانی و محاسبه تنش در ناحیه بحرانی از جسم پیچیده استفاده می‌شود.

امروزه نرم‌افزارهای متعددی برای رسم کانتورهای تنش و تعیین نقطه بحرانی از یک جسم پیچیده وجود دارند که مهمترین آنها ANSYS و Nisa و Nastran و ABAQUS می‌باشند. در این روش کامپیوتری کل جسم یا سازه به چندین مربع یا مثلث ریز (به نام المان) تقسیم می‌شود. با این تقسیم‌بندی جسم به چندین گره یا نود نیز تقسیم می‌شوند. با اعمال شرایط مرزی مناسب و خواص ماده و دیگر شرایط هندسی بر روی جسم در فایل خروجی کامپیوتر مؤلفه‌های تنش در تمام نودهای مربوط به المان‌ها ظاهر می‌گردند. همچنین طراح می‌تواند نتایج را به صورت کانتورهای تنش در تمام نودها مشاهده نموده و مؤلفه‌های تنش در نقطه بحرانی از کل کانتورها را به صورت یک ماتریس تنش σ_{ij} در طراحی مورد استفاده قرار دهد. در مورد ماتریس تنش σ_{ij} در فصل‌های بعدی بیشتر صحبت خواهد شد.

۲- تعیین معیار واماندگی در نقطه بحرانی:

معیارهای واماندگی تحت بارهای استاتیکی یا نوسانی با یکدیگر متفاوت می‌باشند. در بارهای استاتیکی معیارهای واماندگی براساس صفحات بحرانی یا صفحات لغزش می‌باشند. در علم مواد این صفحات بحرانی یا لغزش برای اجسام نرم (ductile) و اجسام شکننده (Brittle) متفاوت می‌باشند. با تعیین این صفحات بحرانی و با استفاده از دایره مور یا روابط تعادل استاتیکی (که در فصل‌های بعدی به آن اشاره می‌شود) می‌توان مؤلفه‌های تنش عامل واماندگی استاتیکی را در روی این صفحات بحرانی به دست آورد.

در بارهای نوسانی معیارهای واماندگی با معیارهای بارهای استاتیکی متفاوت می‌باشد و واماندگی با بروز ترک‌های ریزمهندسی به طول معمولاً $a_0 = 0.25 - 2.5 \text{mm}$ آغاز شده و سپس شروع به پیشروی می‌نماید تا به یک طول بحرانی a_c که شدیداً به خواص ماده وابسته است برسد و پدیده شکست ناگهانی Fast Fracture اتفاق بیفتد. در هر حال معیارهای واماندگی استاتیکی شدیداً به جنس ماده و میزان نرمی یا شکننده‌ای ماده وابسته است.

یادداشت:

.....

۳- اندازه‌گیری مقاومت حد مواد تحت بار استاتیکی یا خستگی:

در بارهای استاتیکی مقاومت‌های حد مواد در کشش و برش مورد نیاز طراحی می‌باشند. مقاومت‌های حد کششی مواد در آزمایشگاه مقاومت مصالح توسط آزمایش کشش ساده اندازه‌گیری می‌شوند. مقاومت‌های حد برشی با استفاده از روابط تجربی موجود نیز قابل محاسبه می‌باشند.

در بارهای نوسانی مقاومت حد دوام یا حد خستگی در آزمایشگاه مقاومت مصالح توسط آزمایش میله چرخان و یا به عبارت بهتر از طریق S-N دیاگرام اندازه‌گیری می‌گردد.

۴- ضریب اطمینان طراحی استاتیکی و خستگی

با استفاده از مؤلفه‌های تنش عامل واماندگی استاتیکی و خستگی که در بند ۲ اشاره شد و همچنین با استفاده از مقاومت حد مواد تحت بار استاتیکی و خستگی که در بند ۳ اشاره شد می‌توان ضریب اطمینان طراحی استاتیکی و خستگی را از رابطه زیر به دست آورد.

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد ماده تحت بار استاتیکی}}{\text{تنش عامل واماندگی در صفحه لغزش یا شکست}}$$

$$n_f = \frac{\text{مقاومت حد تنش متوسط}}{\text{تنش متوسط کاری}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{مقاومت حد دامنه تنش}}{\text{دامنه تنش کاری}}$$

n_s و n_f را به ترتیب ضریب اطمینان طراحی استاتیکی و ضریب اطمینان طراحی خستگی نامند. در روابط بالا شرایط زیر همواره برقرار است.

اگر $n_s \leq 1$ باشد جسم دچار واماندگی استاتیکی می‌شود.

اگر $n_s > 1$ باشد جسم دچار واماندگی استاتیکی نمی‌شود.

اگر $n_f \leq 1$ باشد جسم دچار واماندگی خستگی می‌شود و دارای عمر محدود است.

اگر $n_f > 1$ باشد جسم دچار واماندگی خستگی نمی‌شود و دارای عمر نامحدود است.

با توجه به مقدمه‌ای که در این بخش توضیح داده شد فهرست مطالب این مجموعه به صورت زیر ارائه خواهند شد.

فصل اول: مقدمه‌ای بر مقاومت مصالح شامل: انواع تنش مانند تنش محوری، خمشی، پیچشی و برشی مستقیم - تنش در صفحات مایل (به کمک دایر، مور یا تعادل استاتیکی) - تنش‌های سه بعدی و کاربرد آنها - کاربرد لنگرهای خمشی، برشی و پیچشی - تحلیل تنش در اجسام ساده مانند شافتها و مخازن جدار نازک و جدار ضخیم.

فصل دوم: مصالح مهندسی و مقاومت حد آنها شامل: رفتار استاتیکی مواد نرم - نیمه نرم - شکننده - نرم شبه ترد - رفتار خستگی مواد نرم و شکننده براساس دیاگرامهای S-N و $\epsilon-N$ (یعنی براساس دو معیار تنش - کرنش)

فصل سوم: طراحی براساس واماندگی استاتیکی Static Failure

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل چهارم: طراحی براساس خستگی Fatigue Failure

فصل پنجم: طراحی پیچها و پرچها

فصل ششم: طراحی جوشها

فصل هفتم: طراحی فنرها

فصل هشتم: یاتاقانها

یادداشت:

.....

.....

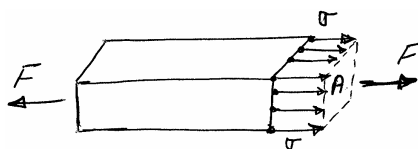
.....

.....

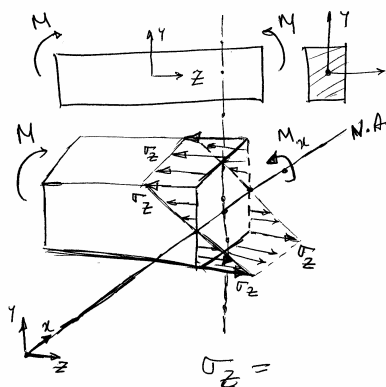
فصل اول

مقدمه‌ای بر مقاومت مصالح

۱-۱- تنش محوری: با اعمال یک بار ثابت در جهت عمود بر مقطع یک سازه یک تنش نرمال بر مقطع ایجاد می‌شود که همواره در تمام نقاط مقطع یکسان و ثابت می‌باشد و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.



۱-۲- تنش خمشی: توزیع تنش خمشی به صورت خطی و در جهت عمود بر مقطع سازه مانند شکل زیر:



در یک تار دلخواه به فاصله y از تار خنثی (N.A) مؤلفه تنش نرمال σ_z از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$\sigma_z = \frac{M_x \cdot y}{I_x}$$

یادداشت:

.....

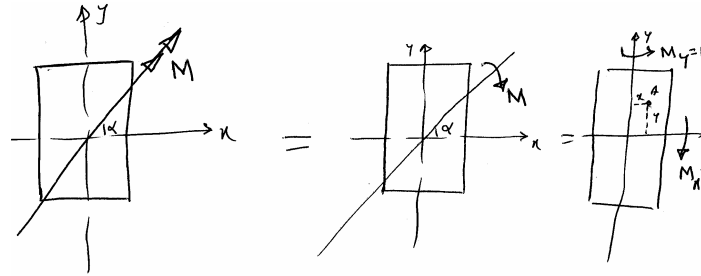
.....

.....

.....

چند نکته مهم

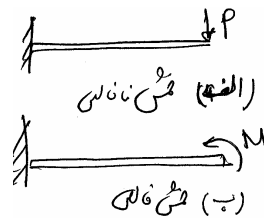
۱- برخی از مواقع ممان در یک صفحه نرمال مانند شکل بالا به جسم وارد نمی‌شود، بلکه در صفحه α درجه مانند شکل زیر به جسم اعمال می‌گردد. در این حالت یک ممان مرکب بر روی مقطع ایجاد می‌شود که با تجزیه آن در راستای محور x و y مؤلفه‌های تنش به صورت زیر محاسبه خواهند شد. نکته مهم دیگر این که برخی از مواقع جهت ممان به صورت دو فلش (مانند شکل زیر) نمایش داده می‌شود. در این حالت انگشت شست دست راست را در امتداد فلش قرار می‌دهیم. جهت حرکت ۴ انگشت دیگر به طرف داخل دست نیز جهت ممان را نشان می‌دهد.



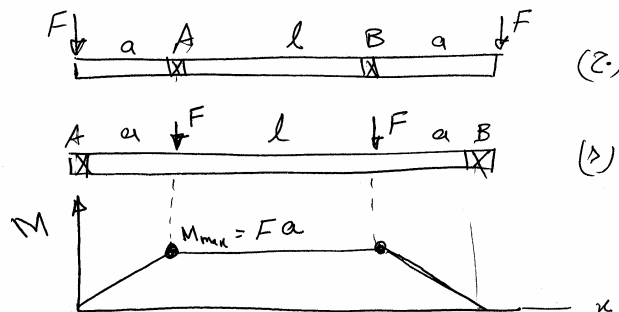
مؤلفه تنش در یک نقطه دلخواه $A(x, y)$ برابر است با:

$$\sigma_A = \sigma_{zA} = + \frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y}$$

۲- در برخی از مسائل طراحی رسم دیاگرام لنگر خمشی برای تعیین سطح بحرانی الزامی است. در شافت‌ها یا سازه‌های یک سرگیردار بیشترین لنگر خمشی در محل گیردار می‌باشد و در نتیجه دیگر نیاز به رسم لنگر خمشی نمی‌باشد. در تیرهای با تکیه‌گاه ساده نیاز به رسم لنگر خمشی به منظور تعیین سطح بحرانی می‌باشد. رسم دیاگرام لنگر خمشی در تیرهای با خواص خمشی خالص به یکی از دو حالات (ج) و (د) زیر می‌باشند که دانشجویان محترم برای صرفه‌جویی در زمان حل مسائل می‌توانند این دیاگرام‌ها را همواره به ذهن خود بسپارند.



مرسوم‌ترین تیرهای از نوع خمشی خالص به صورت‌های زیر می‌باشند.



یادداشت:

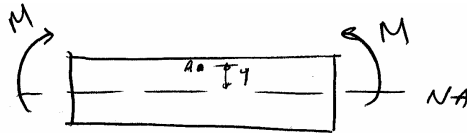
.....

.....

.....

.....

عکس‌العمل نیروها در محل تکیه‌گاه‌های A و B معادل F می‌باشند و لذا ماکزیمم ممان که همواره مقداری است ثابت در بین دو تکیه‌گاه A و B (در شکل ج) و بین دو نیرو در شکل (د) قرار می‌گیرد و در نتیجه محل مقطع بحرانی در این دو شافت مشخص می‌گردد.
 ۳- در یک تار به فاصله y از تار خنثی مؤلفه کرنش از رابطه زیر تبعیت می‌کند. در این رابطه ρ شعاع تار خنثی محسوب می‌گردد.



$$\epsilon_A = \frac{y}{\rho}$$

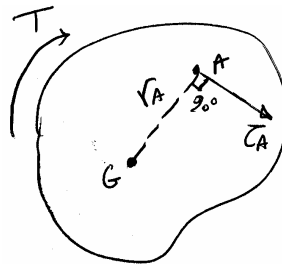
$$\sigma_A = E\epsilon_A = \frac{Ey}{\rho}$$

۴- در سازه‌ها یا تیرها مدول مقطع الاستیک در خمش را با S نشان می‌دهند که $S = \frac{I}{C_{max}}$ می‌باشد. هر چه مدول مقطع الاستیک بیشتر باشد مقاومت به خمش مقطع بیشتر خواهد شد. رابطه تنش خمشی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma = \frac{M}{S}$$

۳-۱- تنش پیچشی

تنش پیچشی مماس بر مقطع و عمود به شعاع پیچش r و هم راستای گشتاور T می‌باشد. مثلاً شکل زیر تنش در نقطه A که به فاصله r_A از مرکز سطح G قرار دارد را نشان می‌دهد، به طوریکه مقدار آن از رابطه زیر تبعیت می‌کند.



$$\tau_A = \frac{Tr_A}{J}$$

J ممان اینرسی قطبی مقطع بوده که برای مقطع دایره‌ای شکل توپر برابر است با $J = \frac{\pi d^4}{32}$ در مقاطع دایره‌ای شکل توپر به قطر d می‌توان نوشت:

$$\tau_A = \frac{T}{2S}$$

که S مدول مقطع الاستیک خمشی، می‌باشد که برابر است با:

$$S = \frac{I}{C} = \frac{\pi \frac{d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

چند نکته مهم در مورد پیچش:

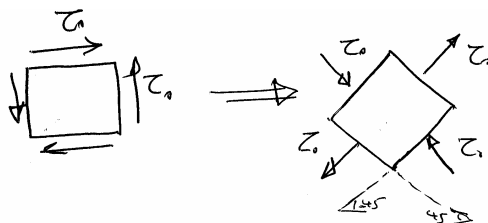
۱- همانطوریکه در مقاومت مصالح مشاهده می‌شود به مسأله‌ای برش خالص گویند که جمع جبری تنش‌های اصلی صفر شود، یعنی

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

در شرایط دوبعدی (یعنی $\sigma_3 = 0$) چنانچه مرکز دایره مور به مبدا مختصات منطبق شود شرایط برش خالص ایجاد می‌گردد، یعنی

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 0$$

در پیچش شرایط برش خالص در صفحه $\pm 45^\circ$ اتفاق می‌افتد.



۲- سختی یک میله تحت گشتاور T از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$\phi = \frac{T\ell}{Gj}$$

$$k = \frac{T}{\phi} = \frac{Gj}{\ell} \Rightarrow \phi = \frac{T}{k} \quad (1)$$

از انرژی کرنشی پیچشی بر حسب سختی برابر است با:

$$u = \int \frac{T^2}{2Gj} dx$$

برای یک میله با مقطع ثابت خواهیم داشت:

$$u = \frac{T^2 \ell}{2Gj}$$

$$u = \frac{T^2}{2k} \quad (2)$$

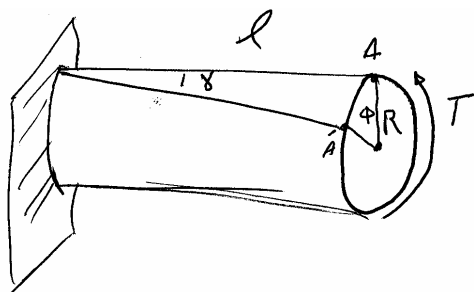
روابط (۱) و (۲) کاربردهای متعددی در مسائل مهندسی دارند.

۳- در شافت زیر که تحت گشتاور T قرار دارد رابطه زیر بین زاویه پیچشی و کرنش برشی γ وجود دارد.

$$\widehat{AA'} = R\phi$$

$$\widehat{AA'} = \ell\gamma$$

$$R\phi = \ell\gamma$$



$$\boxed{\gamma = \frac{R}{\ell} \phi}$$

$$\tau = G\gamma$$

$$\tau = \frac{RG}{\ell} \phi$$

$$\tau = \frac{RGT}{k\ell}$$

یادداشت:

.....

.....

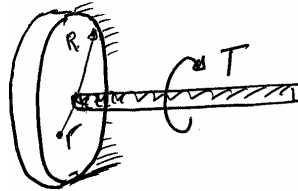
.....

.....

.....

که G مدول برشی ماده و R شعاع شافت و k سختی میله می‌باشد.

۴- در این بخش رابطه $\tau = \frac{T r}{J}$ که یک رابطه خطی و درجه یک است برای حالتی است که گشتاور پیچشی بر روی محیط شافت اعمال گردد. در شرایطی که گشتاور T مثلاً توسط یک محور به مرکز شافت مانند شکل زیر اعمال گردد تنش دیگر رابطه خطی ندارد و از معادله زیر تبعیت می‌کند.

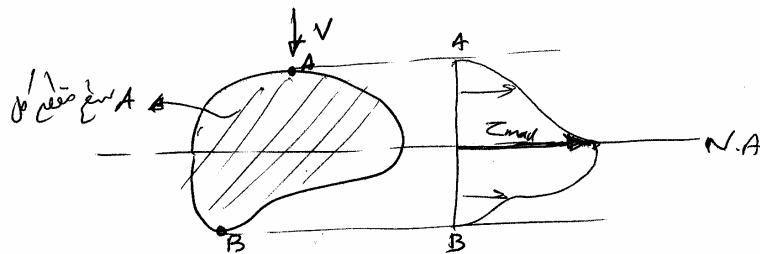


$$\tau = \frac{T}{2\pi R r^2}$$

۴-۱- تنش برشی مستقیم

تنش برشی مستقیم برخلاف تنش‌های نرمال و خمشی و پیچشی که معادله توزیع تنش آنها ثابت و یا خطی بودند دارای توزیع تنش پیچیده‌ای می‌باشند که این معادله توزیع تنش به نوع بارگذاری و شدیداً به شکل هندسی مقطع وابسته است.

همانطوریکه در مقاومت مصالح خوانده شد، تنش برش از رابطه $\tau = \frac{VQ}{It}$ محاسبه می‌شود. برای مقطعی که ماکزیمم تنش برشی در روی تار خنثی اتفاق می‌افتد ماکزیمم تنش برشی که معمولاً در طراحی اجزاء مورد نیاز می‌باشد از رابطه زیر تبعیت می‌کند به طوری که n ضریب وابسته به شکل مقطع می‌باشد.



$$\tau_{\max} = n \frac{V}{A}$$

$n = \frac{3}{2}$ برای مقطع زیر مستطیل

$n = \frac{4}{3}$ برای مقطع دایره توپر

$n = 2$ برای مقطع دایره توخالی

نکته مهم: تنش برشی در دو چشمه ورودی و چشمه خروجی تنش یعنی نقاط A و B همواره صفر می‌باشند.

یادداشت:

.....

.....

.....

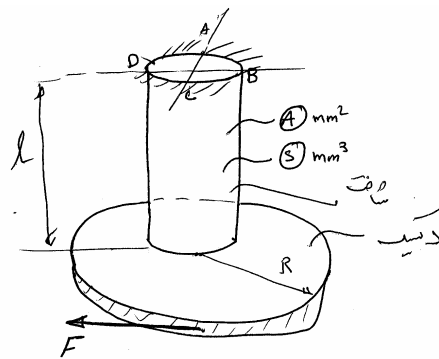
.....

معمولاً در بسیاری از مسائل طراحی اجزاء به خصوص در مواردی که سازه از تیرهای بلند تیموشنکو تبعیت می‌کند از اثرات این تنش برشی مستقیم چشم پوشی می‌گردد. حتی در مسائلی که ذکری از اعمال اثرات این تنش به میان نیامده است می‌توان از اثرات آن چشم‌پوشی نمود، به خصوص در امتحانات کنکور که محدودیت زمانی وجود دارد.

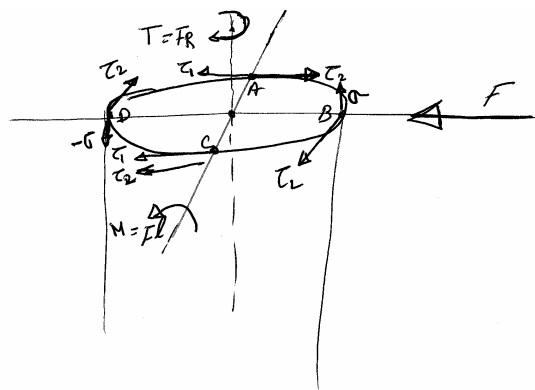
۵-۱- مثال‌های حل شده

مسائل مربوط به مقاومت مصالح به خصوص برخی از مسائل کنکور کارشناسی ارشد در جزوه مربوط به مقاومت و استاتیک مطرح خواهند شد. در این جا هدف ارائه چند مثال به منظور ارائه روش کاربردی مسائل مقاومت مصالح در طراحی اجزاء می‌باشد.

مثال ۵-۱: در شافت زیر مؤلفه‌های تنش در نقاط A و B و C و D نشان داده شود. تنش برشی مستقیم نیز منظور گردد. سطح مقطع شافت و مدول مقطع خمشی شافت به ترتیب $A \text{ mm}^2$ و $S \text{ mm}^3$ می‌باشند.



حل : ابتدا نیروی F را به مرکز دیسک منتقل نموده که همراه با یک کوپل یا گشتاور $T = FR$ می‌باشد. سپس نیروی F و گشتاور T را به مقطع ABCD در محل گیردار منتقل می‌کنیم و نهایتاً تنش‌ها در A و B و C و D را مانند شکل زیر رسم می‌کنیم.



مؤلفه‌های تنش عبارتند از:

$$\tau_1 = \eta \frac{V}{A} = \frac{4}{3} \frac{F}{A}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2S} = \frac{FR}{2S}$$

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{Fl}{S}$$

یادداشت:

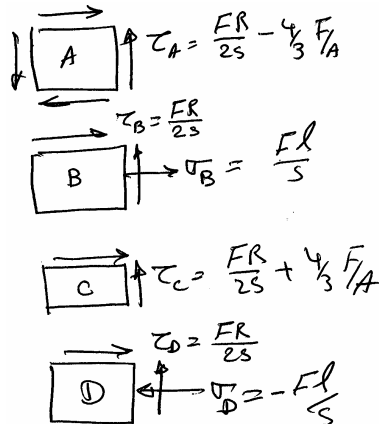
.....

.....

.....

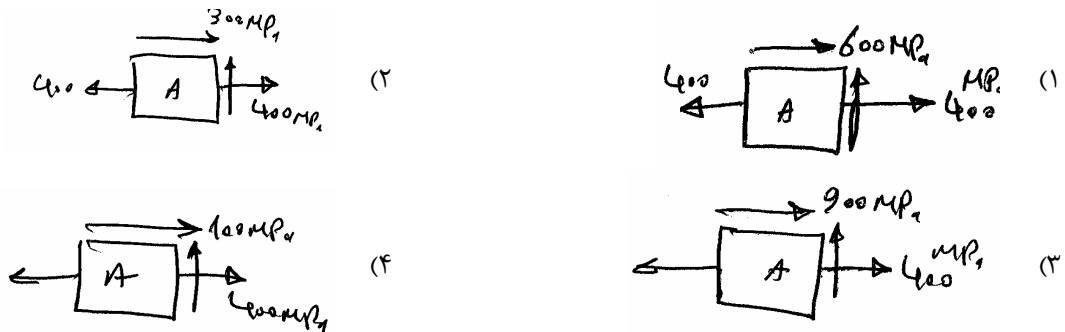
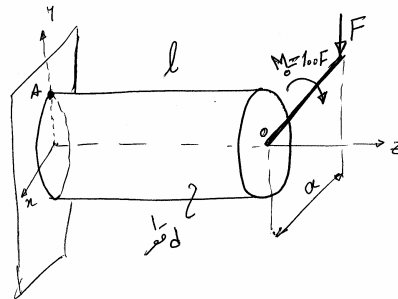
.....

مؤلفه‌های تنش در A و B و C و D با توجه به شکل قبل عبارتند از:



مثال ۱-۵-۲: شافت زیر دارای ماکزیمم تنش خمشی و پیچشی و برشی مستقیم به ترتیب $400MP_a$ و $300MP_a$ و $600MP_n$ است.

کدام مؤلفه تنش در نقطه A در محل تکیه‌گاه گیردار صحیح است؟



حل : گزینه ۲ صحیح است. زیرا نقطه A چشمه ورودی تنش برای نیروی مستقیم F می‌باشد و در نتیجه بایستی تنش برشی مستقیم در آن جا صفر باشد. یا به عبارت دیگر در نقطه A تنش $600MP_a$ نبایستی وجود داشته باشد. در A فقط تنش خمشی و پیچشی وجود دارد. دانشجویان محترم سعی کنند مانند مثال ۱-۱- مؤلفه‌های نیروها را به محل مقطع گیردار منتقل نمایند و مؤلفه‌های تنش در نقاط مختلف این سطح را رسم نمایند.

یادداشت:

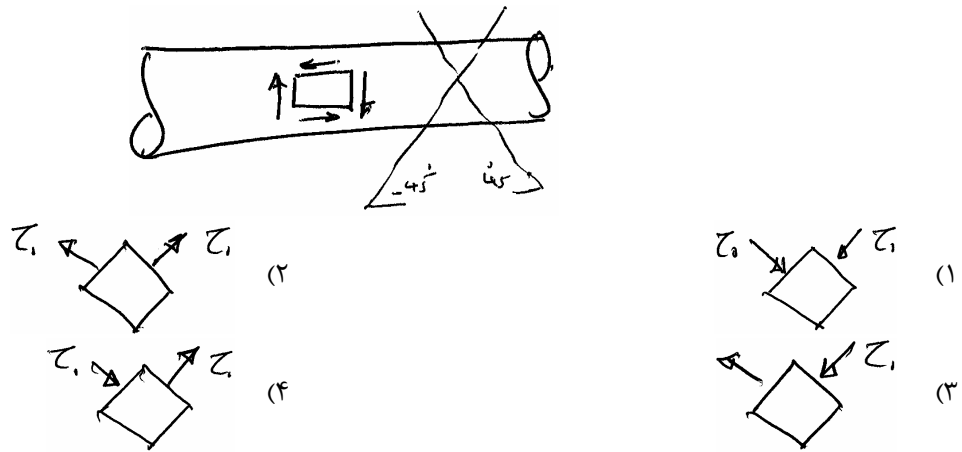
.....

.....

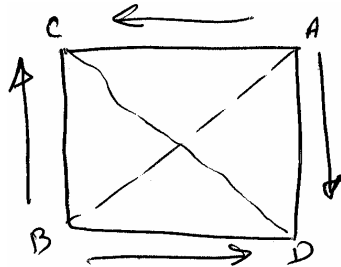
.....

.....

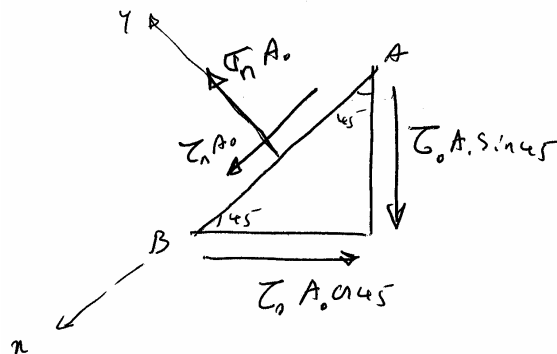
مثال ۱-۵-۳: در شافت زیر که گشتاور پیچشی یک تنش برشی τ_0 مانند شکل ایجاد نموده است کدام مؤلفه تنش در صفحات $\pm 45^\circ$ صحیح است.



حل : ابتدا مؤلفه‌های تنش در سطح قائم را مانند شکل رسم می‌کنیم.



یک بار مربع را از قطر AB و بار دیگر از قطر CD برش می‌زنیم، مانند شکل زیر:



اگر رابطه تعادل را در راستای دو محور X و Y بنویسیم خواهیم داشت:

$$\tau_n = 0$$

$$\sigma_n = +\tau_0$$

به همین ترتیب اگر مربع را از قطر CD برش زده و روابط تعادل را بنویسیم خواهیم داشت:

$$\tau_n = 0$$

$$\sigma_n = -\tau_0$$

یادداشت:

.....

.....

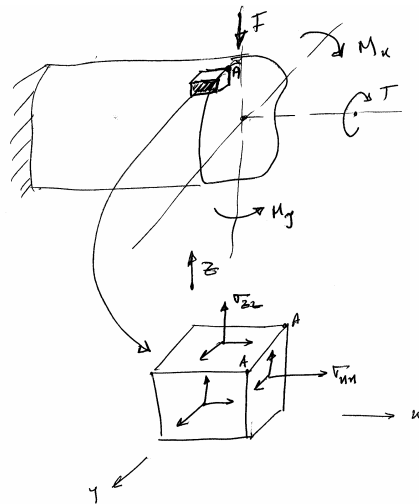
.....

.....

یعنی گزینه ۳ صحیح است.

۱-۶- مؤلفه‌های تنش در یک صفحه مایل دلخواه

در بخش قبل تنش‌های محوری، خمشی، پیچشی و برشی مستقیم هر کدام به تنهایی در یک جسم یا سازه ایجاد گردید. چنانچه این تنش‌ها به صورت ترکیبی به یک جسم اعمال گردد مؤلفه تنش در یک نقطه در فضای سه بعدی به صورت ماتریس تنش σ_{ij} به صورت زیر نشان داده می‌شود.



تنش در یک نقطه دلخواه A از یک جسم عبارت است از تنش در نقطه A در روی سه صفحه عمود بر هم که از نقطه A می‌گذرد و برای برقراری تعادل مکعب صفر را تشکیل می‌دهد. در نتیجه مؤلفه‌های تنش در این نقطه دلخواه عبارتند از:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

و مؤلفه‌های کرنش (کرنش مهندسی) به صورت زیر می‌باشند.

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

مؤلفه‌های تنش و کرنش در شرایط دوبعدی:

اصولاً حل مسائل سه بعدی (به خصوص در دوره کارشناسی) بسیار مشکل و پیچیده می‌باشند لذا بسیاری از مسائل مهندسی به صورت دوبعدی تنش صفحه‌ای (Plane stress) و یا کرنش صفحه‌ای (Plane strain) بیان می‌شوند.

مسائل تنش صفحه‌ای: صفحات نازک را که مثلاً در جهت محور Z نسبت به جهات دیگر دارای ضخامت بسیار کم است تنش صفحه‌ای نامند. در این مسائل تمام مؤلفه‌های تنش در بعد Z صفر می‌باشد و دارای شرایط تنش و کرنش به شرح زیر می‌باشند.

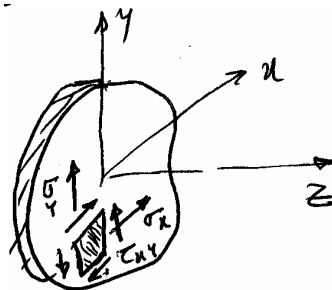
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



$$\sigma_{zz} = \tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \gamma_{zy} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\epsilon_{zz} = -\frac{V}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

و ماتریس تنش و کرنش به صورت زیر نشان داده می‌شوند.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}, \quad \epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} & 0 \\ \gamma_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

مسائل کرنش صفحه‌ای: صفحات بسیار ضخیم را نامند که ابعاد آن در جهت بعد سوم مثلاً در جهت محور z بسیار طولانی و بی‌نهایت می‌باشد. در این مسائل تمام مؤلفه‌های کرنش در بعد سوم z صفر می‌باشند و دارای شرایط تنش و کرنش به شرح زیر می‌باشند.



$$\epsilon_{zz} = \gamma_{zx} = \gamma_{zy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\tau_{zx} = \tau_{zy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_{zz} = V(\sigma_x + \sigma_y)$$

ماتریس تنش و کرنش در این مسائل دویعدی به صورت زیر می‌باشند.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad \epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

محاسبه مؤلفه‌های تنش در یک صفحه مایل دلخواه

فرض مؤلفه‌های تنش در یک نقطه در یک صفحه قائم در محور متعامد xyz به صورت ماتریس تنش σ_{ij} در زیر باشد. حال می‌خواهیم مؤلفه‌های تنش در همان نقطه در یک صفحه مایل دلخواه در محور متعامد $x'y'z'$ که از دوران محور xyz به دست آمده محاسبه نماییم.

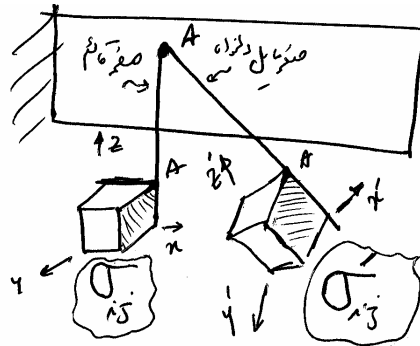
یادداشت:

.....

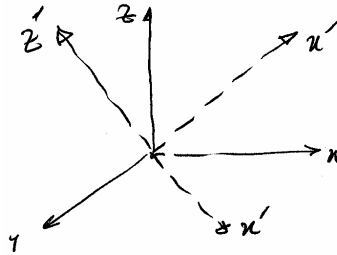
.....

.....

.....



فرض محورهای متعامد $x'y'z'$ با محور متعامد xyz زوایای زیر را تشکیل می‌دهند.



$$[t] = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}$$

مثلاً m_z یعنی کسینوس زاویه بین محور y' با z

n_x یعنی کسینوس زاویه بین محور z' با x

ماتریس زیر را ماتریس انتقال نامند و با $[t]$ نشان می‌دهند.

ماتریس تنش σ'_{ij} به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$[\sigma'_{ij}] = [t][\sigma_{ij}][t]^T$$

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{yx} & \sigma_{yy} & \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} & \tau'_{zy} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix}$$

دقت گردد که در شرایط دویبعدی تنش صفحه‌ای و یا کرنش صفحه‌ای می‌توان در رابطه بالا از شرایط تنشی هر کدام که در بخش قبل اشاره شد استفاده نمود.

نکته مهم دیگر اینکه می‌توان با استفاده از دایره مور که یک روش هندسی است نیز مؤلفه‌های تنش در صفحات مایل دلخواه را بدست آورد. در هر حال پیشنهاد می‌شود که روش بالا که یک روش ریاضی یا ماتریس انتقال می‌باشد در امتحانات کنکور کارشناسی ارشد استفاده گردد.

یادداشت:

.....

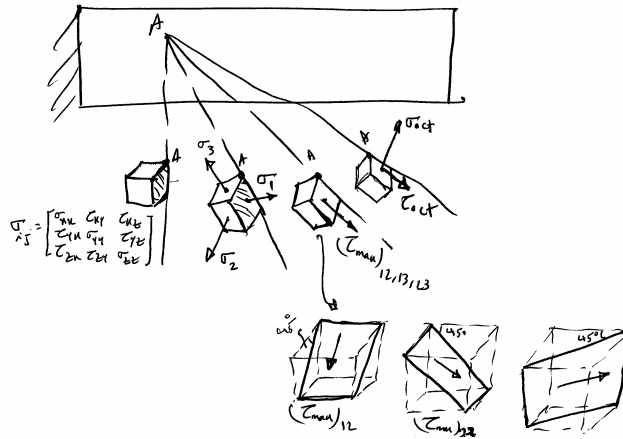
.....

.....

.....

۷-۱- مؤلفه‌های تنش در صفحات بحرانی

از آنجائیکه در طراحی استاتیکی اجسام یا سازه‌ها واماندگی در صفحات بحرانی اتفاق می‌افتد لذا در این جا به محاسبه مؤلفه‌های تنش در این صفحات بحرانی می‌پردازیم. به جای استفاده از روش هندسی دایره مور از روش ریاضی استفاده می‌نمائیم. ابتدا مسأله در شرایط سه‌بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس حالت‌های خاص دوبعدی تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه دنبال می‌گردد. سه صفحه بحرانی ماکزیمم تنش اصلی - ماکزیمم تنش برشی - تنش‌های اوکتاهدرال در فلزات نرم (ductile) و ترد (brittle) وجود دارد که مؤلفه‌های تنش بر روی آنها به صورت زیر محاسبه می‌گردد.



۷-۱-۱: محاسبه تنش‌های اصلی:

اگر مؤلفه‌های تنش در یک نقطه A در صفحه قائم به صورت ماتریس σ_{ij} در زیر بیان شود برای محاسبه تنش‌های اصلی کافی است که دترمینان ماتریس ویژه را صفر قرار دهیم.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

با حل این دترمینان به معادله درجه سوم زیر می‌رسیم.

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

که در این معادله داریم:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$$

یادداشت:

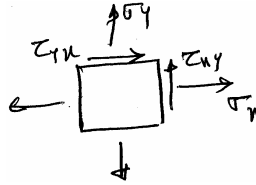
.....

.....

.....

.....

با حل معادله درجه سوم بالا به روش تقریبی نیوتن سه ریشه σ_1 و σ_2 و σ_3 که مؤلفه‌های تنش اصلی می‌باشند محاسبه می‌گردد، جهت این تنش‌های اصلی قابل محاسبه است که در مقاومت مصالح محاسبه خواهد شد و در طراحی اجزاء نیاز به محاسبه نمی‌باشد. در شرایط دویعدی تنش‌های اصلی به صورت زیر محاسبه می‌شوند.



$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

با حل این دترمینان معادله درجه دومی تشکیل می‌شود که ریشه‌های آن مؤلفه‌های تنش اصلی σ_1 و σ_2 را ارائه می‌دهد. این ریشه‌ها در واقع همان فرمولی است که قبلاً به صورت رابطه زیر از دایره مور استخراج شده است، یعنی:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

۲-۷-۱: محاسبه ماکزیمم تنش برش

تنش برشی ماکزیمم در روی سه صفحه $\pm 45^\circ$ مانند شکل بخش ۷-۱ اتفاق می‌افتد که آن را $(\tau_{max})_{12}$ و $(\tau_{max})_{13}$ و $(\tau_{max})_{23}$ می‌نامیم و از روابط زیر محاسبه می‌گردند.

$$(\tau_{max})_{12} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|$$

$$(\tau_m)_{13} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right|$$

$$(\tau_m)_{23} = \left| \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right|$$

هر کدام از تنش‌های بالا را به تنهایی ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای در صفحات ۱۲ و ۱۳ و ۲۳ نامند. بزرگترین مقادیر بین این سه تنش را ماکزیمم تنش برشی واقعی نامند که اصولاً این مؤلفه تنش عامل واماندگی استاتیکی در قطعات نرم محسوب می‌شود نه ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای. برای محاسبه ماکزیمم تنش برشی واقعی بهتر است سه مؤلفه تنش‌های اصلی σ_1 و σ_2 و σ_3 به ترتیب علامت در روی محوری مانند x رسم و تفاضل کوچک‌ترین از بزرگ‌ترین تنش اصلی تقسیم بر ۲ ماکزیمم تنش برشی واقعی را ارائه می‌دهد. دقت گردد که در مسائل تنش صفحه‌ای که مثلاً $\sigma_3 = 0$ است نیز در محاسبه ماکزیمم تنش برشی واقعی این مؤلفه $\sigma_3 = 0$ موردنظر قرار گیرد. مثلاً فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد در این حالت ماکزیمم تنش برشی برابر است با:

$$(\tau_{max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right|$$

یادداشت:

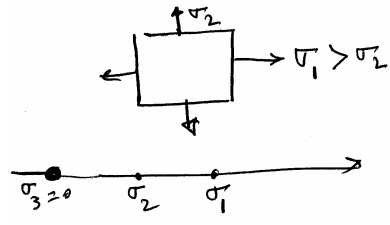
.....

.....

.....

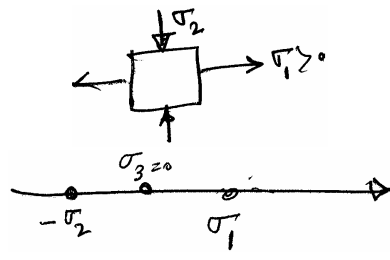
.....

یا مثلاً در مسأله تنش صفحه‌ای زیر که $\sigma_3 = 0$ است ماکزیمم تنش برشی واقعی برابر است با:



$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{\sigma_1 - 0}{2} \right| = \frac{\sigma_1}{2}$$

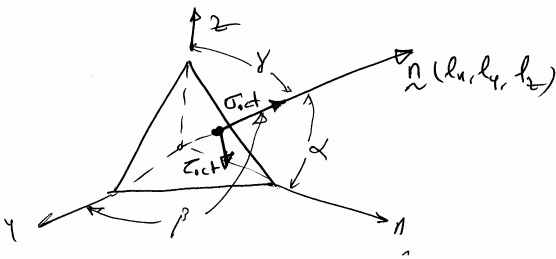
و همچنین در مسأله تنش صفحه‌ای زیر که $\sigma_3 = 0$ است ماکزیمم تنش برشی واقعی برابر است با:



$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{\sigma_1 - (-\sigma_2)}{2} \right| = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

۳-۷-۱: محاسبه تنش‌های اوکتاهدرال

صفحه اوکتاهدرال یک صفحه مایلی است که بردار عمود بر آن با سه محور x و y و z سه زاویه مساوی و یکسان بسازد. مثلاً در شکل زیر صفحه مایل ABC که کسینوسهای هادی l_x و l_y و l_z مساوی یکدیگر می‌باشند را صفحه اوکتاهدرال یا صفحه هشتگانه نامند و از روابط زیر تبعیت می‌کنند.



$$l_x = \cos \alpha, \quad l_y = \cos \beta, \quad l_z = \cos \gamma$$

همواره بین کسینوسهای هادی رابطه زیر برقرار است.

$$l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1$$

در یک صفحه اوکتاهدرال همواره $l_x = l_y = l_z$ است پس اگر در رابطه بالا قرا گیرد داریم:

$$l_x = l_y = l_z = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = \beta = \gamma \cong 54.7^\circ$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مؤلفه‌های تنش نرمال و برشی در صفحه اوکناهدرال را σ_{oct} و τ_{oct} نامند که از رابطه زیر استخراج می‌گردند.

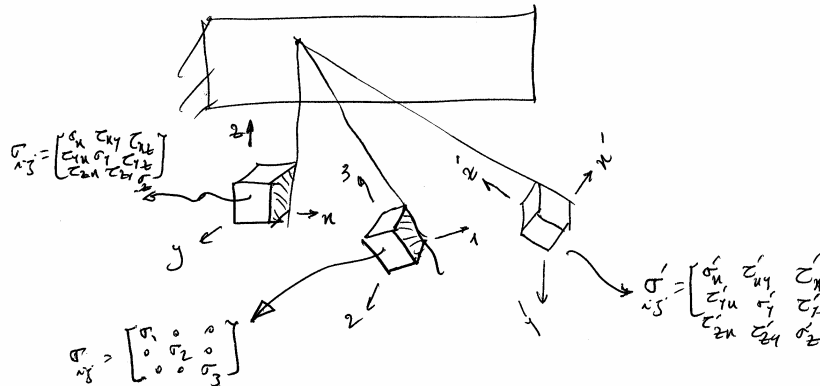
$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

چنانچه در روابط بالا مقدار برش را صفر قرار دهیم σ_{oct} و τ_{oct} نیز بر حسب مؤلفه‌های تنش‌های اصلی به دست خواهند آمد.

نامتغیرهای تنش

از یک نقطه بی‌نهایت صفحه مایل عبور می‌کند. در روی تمام صفحات مایلی که از یک نقطه در یک محیط پیوسته عبور می‌کند همواره مقادیر I_1 و I_2 و I_3 به موقعیت محورهای مختصات وابسته نمی‌باشند. به همین دلیل این ضرایب را نامتغیرهای تنش از مرتبه ۱ و ۲ و ۳ نامند و آنها را به ترتیب با I_1 و I_2 و I_3 نمایش می‌دهند. مثلاً در مختصات xyz و یا مختصات تنش‌های اصلی 123 و یا در یک مختصات دلخواه $x'y'z'$ که به ترتیب صفحات قائم و صفحات اصلی و صفحات مایل دلخواه در $x'y'z'$ را نشان می‌دهد I_1 و I_2 و I_3 به صورت زیر می‌باشند.



$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 = \sigma'_x \sigma'_y + \sigma'_y \sigma'_z + \sigma'_z \sigma'_x - \tau'^2_{xy} - \tau'^2_{yz} - \tau'^2_{zx}$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = \sigma'_x \sigma'_y \sigma'_z + 2\tau'_{xy} \tau'_{yz} \tau'_{zx} - \sigma'_x \tau'^2_{yz} - \sigma'_y \tau'^2_{xz} - \sigma'_z \tau'^2_{xy}$$

در امتحانات کنکور کارشناسی ارشد و همچنین در استاتیک شرایط دوبعدی بالا کاربرد زیادی دارد، یعنی

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma'_x + \sigma'_y \\ I_2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 = \sigma'_x \sigma'_y - \tau'^2_{xy} \\ I_3 = 0 \end{cases}$$

به مثال‌های بخش بعدی نیز در این مورد توجه فرمایید.

یادداشت:

.....

.....

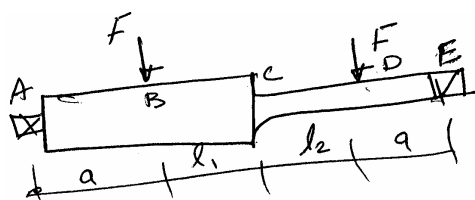
.....

.....

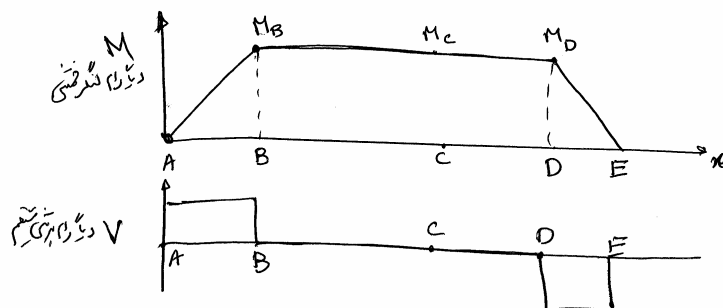
۸-۱: کاربری لنگر خمشی و دیاگرام برشی و گشتاور پیچشی

همانطوریکه قبلاً اشاره شد برای تعیین صفحات مایل بحرانی واقع در یک نقطه ابتدا بایستی محل سطح بحرانی قائمی که این نقطه بر روی آن واقع است تعیین گردد. معمولاً محل این سطح بحرانی قائم توسط دیاگرامهای لنگر خمشی و پیچشی و برشی تعیین گردد. در تیرها یا سازه‌هایی که یک سرگیردار می‌باشند بیشترین لنگر خمشی در محل تکیه‌گاه گیردار است و نیازی به رسم دیاگرام نمی‌باشد. برای روش رسم این دیاگرامها لطفاً به جزوه درس مقاومت مصالح مراجعه شود. در این جا به حل چند نمونه مثال که در طراحی اجزاء کاربرد فراوانی دارند اشاره می‌گردد.

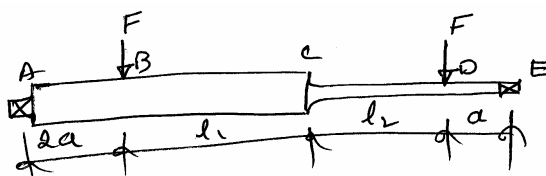
مثال: کدام سطح A و B و C و D بحرانی می‌باشند.



حل: چون تیر بالا بین تکیه‌گاه، B و D از نوع خمش خالص (یعنی ممان ثابت) می‌باشد لذا فقط سطح C بحرانی است زیرا ممان در C و B ماکزیمم و یکسان می‌باشند ولی در C تمرکز تنش هندسی و ممان سطح کوچکتر وجود دارد و همواره بحرانی محسوب می‌گردد. لنگر خمشی و دیاگرام برشی تیر به صورت زیر است.



مثال: در شافت زیر کدام سطح بحرانی است. قطر شافت بزرگ D و کوچک $d = \frac{1}{2}D$ فرض شود. تمرکز تنش در محل ناچ k_t می‌باشد.



$$a = 200\text{mm}$$

$$l_1 = 400\text{mm}$$

$$l_2 = 400\text{mm}$$

$$F = 40\text{kw}$$

$$k_t = 2.5$$

یادداشت:

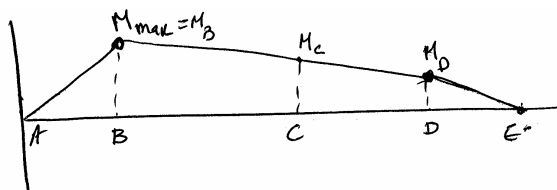
.....

.....

.....

.....

حل : برخلاف مثال قبل چون اندازه فاصله AB و DE مساوی نمی‌باشند لذا مسأله دیگر خمش خالص نمی‌باشد و دیاگرام لنگر خمشی به صورت زیر می‌باشد.



یعنی سطح B یا سطح C می‌تواند بحرانی باشند. در سطح B بیشترین ممان وجود دارد و در نتیجه امکان دارد بیشترین تنش در آن وجود داشته باشد، در سطح C گرچه ممان خمشی کمتر از M_B می‌باشد ولی به خاطر تمرکز تنش و وجود I (ممان دوم سطح) کمتر امکان دارد تنش در آن بیشتر از مقطع B شود، یعنی

$$\sigma_B = \frac{M_B}{S} = \frac{R_B \cdot 2a \cdot 32}{\pi D^3}$$

$$\sigma_B = \frac{64 \cdot R_B a}{\pi D^3} \quad (1)$$

که R_B عکس‌العمل تکیه‌گاه در B است و برابر است با $R_B = \frac{\ell_1 + \ell_2 + 2a}{\ell_1 + \ell_2 + 3a} F$

تنش در شانه برابر است با:

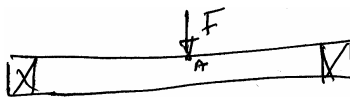
$$\sigma_C = K_t \frac{M_C}{S} = K_t \frac{R_B(2a + \ell_1) - F\ell_1}{\pi d^3} \quad (2)$$

حال با مقایسه رابطه (۱) و (۲) سطح بحرانی بدست می‌آید.

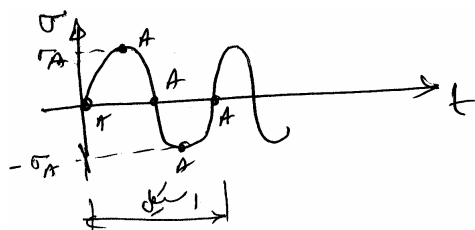
۹-۱: شافتها - مخازن جدار نازک و ضخیم

شافتها

شافت به مانند تیرهای کوتاه و یا بلند تیموشنکو عمل می‌کنند و لذا تنش‌ها در شافتها به مانند تیرها قابل محاسبه می‌باشند. معمولاً شافتها به دو حالت ساکن (مرده) و یا چرخان (زنده) عمل می‌کنند. شایان ذکر است که یک شافت چرخان تحت بار خمشی ثابت F دارای یک طیف نوسانی کاملاً معکوس و برگشتی می‌باشد، مانند



رفتار تنش در نقطه A مانند طیف کاملاً برگشتی زیر است:



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در مقاطع دایره‌ای تنش‌های خمشی و پیچشی برابر است با:

$$\sigma = \frac{MC}{I}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

یا به صورت زیر

$$\sigma = \frac{M}{S}$$

$$\tau = \frac{T}{2S}$$

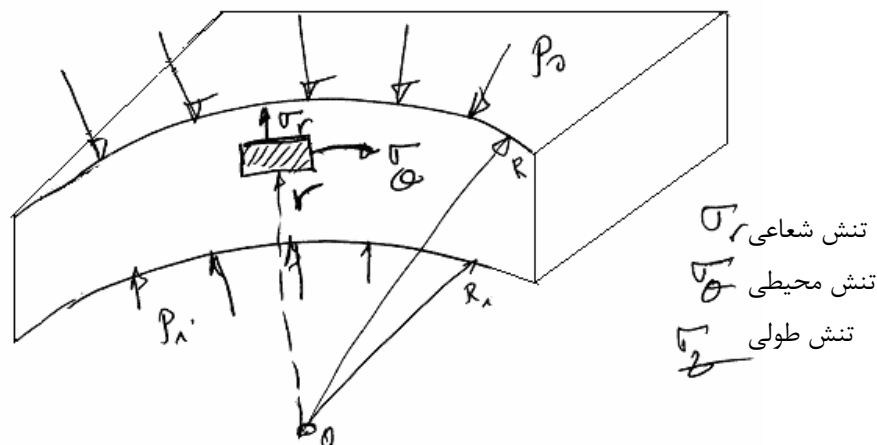
که S مدول مقطع الاستیک خمشی می‌باشد و برای شافتی به قطر d از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$S = \frac{I}{C} = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32}$$

رسم دیاگرامهای لنگر خمشی و پیچشی و برشی در شافتها به مانند تیرها در مقاومت مصالح است.

مخازن جدار ضخیم:

در یک استوانه جدار ضخیم (که معمولاً $\frac{R_m}{t} < 20$ می‌باشد و R_m شعاع متوسط است) به شعاعهای داخلی و خارجی به ترتیب R_i و R_o که تحت فشار داخلی P_i و خارجی P_o می‌باشد در یک شعاعی به فاصله r از مرکز مؤلفه‌های تنش به صورت زیر می‌باشند.



$$\begin{cases} \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} \end{cases} \quad (\text{معادلات لامی})$$

مقادیر A و B از شرایط مرزی مسأله مانند زیر به دست می‌آید. دقت شود که شرط مرزی سوم در زیر فقط در حالتی معتبر است که فشار داخلی به تنهایی وجود دارد و فشار خارجی وجود ندارد.

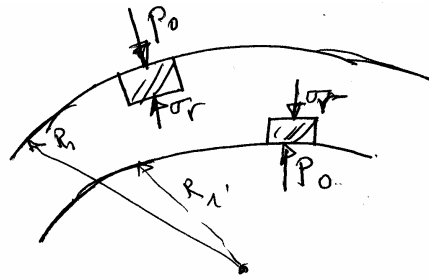
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



$$BC: \begin{cases} \text{at } r = R_i & \sigma_r = -P_i & (1) \\ \text{at } r = R_o & \sigma_r = -P_o & (2) \\ \text{at } r = R_i & \sigma_\theta = \sigma_{\max} & (3) \end{cases}$$

مجدداً تأکید می‌گردد که شرط مرزی سوم برای حالتی است که فشار خارجی $p_0 = 0$ باشد. در این حالت ماکزیمم تنش در مخزن از نوع تنش کششی محیطی می‌باشد که در داخل استوانه اتفاق می‌افتد.

با قرار دادن حداقل ۲ عدد از شرایط مرزی در معادلات لامی مقادیر A و B محاسبه می‌گردد.

محاسبه σ_z : برای محاسبه σ_z سه حالت وجود دارد:

(۱) استوانه دو طرف باز و خیلی کوتاه: در این حالت مسأله تنش صفحه‌ای محسوب می‌گردد به طوری که در بعد سوم $\sigma_z = 0$ می‌باشد.

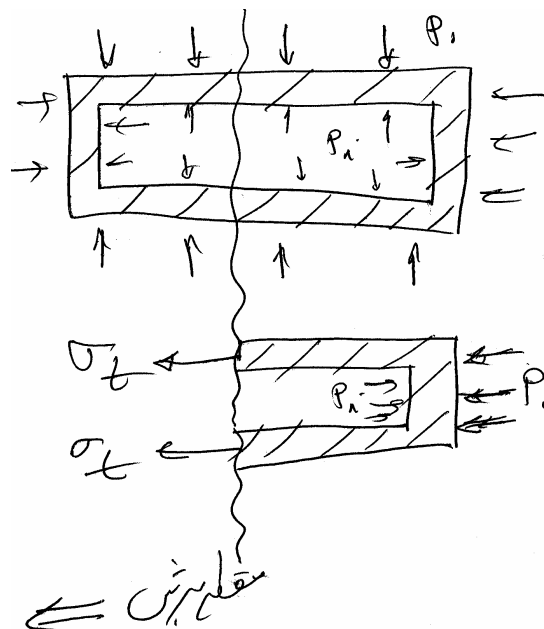
(۲) استوانه دو طرف باز و خیلی بلند: در این حالت مسأله کرنش صفحه‌ای محسوب می‌گردد و تنش σ_z برابر است با:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$$

که ν ضریب پواسون ماده است.

(۳) استوانه دو طرف بسته است: در این حالت چه استوانه کوتاه و چه بلند و چه متوسط باشد چون شرایط مرزی در بعد سوم در اختیار

می‌باشد لذا می‌توان نوشت:



یادداشت:

.....

.....

.....

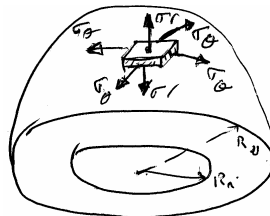
.....

با نوشتن روابط تعادل در راستای z داریم:

$$\sigma_z \pi (R_0^2 - R_i^2) + P_0 \pi R_0^2 - P_i \pi R_i^2 = 0$$

$$\sigma_z = \frac{P_i R_i^2 - P_0 R_0^2}{R_0^2 - R_i^2}$$

معادلات لامی برای یک کره جدار ضخیم تحت فشار داخلی و خارجی به صورت زیر است.



$$\begin{cases} \sigma_r = A - \frac{B}{r^3} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{2r^3} \\ \sigma_z = \sigma_\theta \end{cases}$$

ضرایب A و B از همان ۳ شرایط مرزی مربوط به استوانه‌ها استفاده می‌شود.

حالت خاص

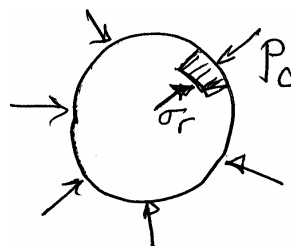
برای تحلیل دیسک‌های توپر تحت فشار خارجی P_c معادله لامی به صورت زیر درمی‌آید.

$$\begin{cases} \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

در شرایط دیسک اگر $r \rightarrow 0$ تنش‌ها بی‌نهایت می‌شوند که فیزیکی مفهومی ندارند و به اجبار بایستی $B = 0$ شود، یعنی

$$\sigma_r = \sigma_\theta = A$$

A از شرط مرزی محاسبه می‌شود یعنی:



$$\sigma_r = \sigma_\theta = -P_c$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مخازن جدار نازک

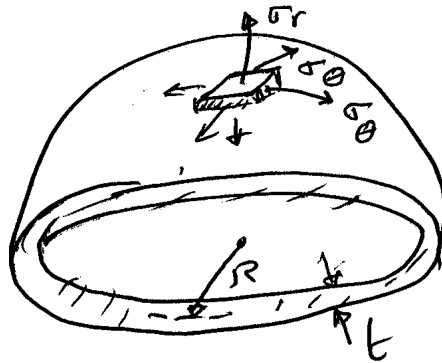
در مخازن استوانه‌ای به شعاع متوسط R و ضخامت t چنانچه $\frac{R}{t} \geq 20$ باشند مخزن جدار نازک محسوب می‌شود و مؤلفه‌های تنش شعاعی σ_r و محیطی σ_θ و طولی σ_L از روابط زیر تبعیت می‌کند.

$$\begin{cases} \sigma_r = 0 \text{ یا } -P \\ \sigma_\theta = \frac{P_i R}{t} \\ \sigma_L = 0 & \text{دو طرف باز کوتاه} \\ \sigma_L = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) & \text{دو طرف باز بلند} \\ \sigma_L = \frac{P_i R}{2t} & \text{دو طرف بسته} \end{cases}$$

چنانچه مخزن استوانه‌ای فقط تحت فشار خارجی P_0 قرار گیرد همان فرمول‌های قبل قابل قبول است، فقط σ_θ و σ_L به صورت فشاری ظاهر می‌شوند، یعنی

$$\begin{cases} \sigma_\theta = -\frac{P_0 R}{t} \\ \sigma_L = -\frac{P_0 R}{2t} \end{cases}$$

در یک کره جدار نازک به شعاع متوسط R و به ضخامت t مؤلفه‌های تنش تحت فشار داخلی P_i به صورت زیر است.



$$\begin{cases} \sigma_r = 0, -P \\ \sigma_\theta = \frac{P_i R}{2t} \\ \sigma_L = \sigma_\theta \end{cases}$$

و چنانچه فقط تحت فشار خارجی P_0 باشد همان فرمول‌های بالا با $\sigma_\theta = -\frac{P_0 R}{2t}$ ظاهر می‌شوند.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۱-۱۰: مثال‌های حل شده

مثال ۱-۱۰-۱: مؤلفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر است تعیین کنید مؤلفه‌های تنش‌های اصلی را

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma & \sigma & \sigma \\ \sigma & \sigma & \sigma \\ \sigma & \sigma & \sigma \end{bmatrix}$$

حل : فرض مؤلفه‌های تنش‌های اصلی x_1 و x_2 و x_3 هستند پس:

$$\det \begin{bmatrix} \sigma - x & \sigma & \sigma \\ \sigma & \sigma - x & \sigma \\ \sigma & \sigma & \sigma - x \end{bmatrix}$$

$$(\sigma - x)[(\sigma - x)^2 - \sigma^2] - \sigma[\sigma(\sigma - x) - \sigma^2] + \sigma[\sigma^2 - \sigma(\sigma - x)] = 0$$

$$x^2(x - 3\sigma) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 3\sigma$$

یعنی مؤلفه‌های تنش‌های اصلی عبارتند از:

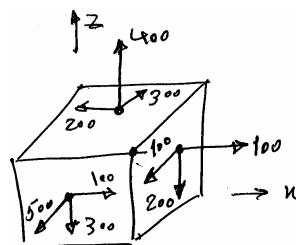
$$\sigma_1 = 3\sigma$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = 0$$

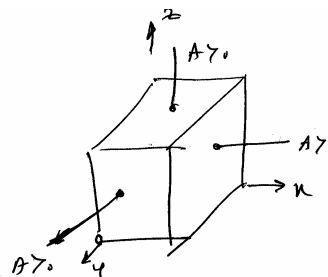
مثال ۲-۱۰-۱: مؤلفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر می‌باشد. مؤلفه‌ها را به صورت یک ماتریس تنش بنویسید. اعداد نشان داده

شده مؤلفه‌های تنش بر حسب MP_a را در شکل نشان می‌دهد.



حل : مانند شکل زیر ابتدا سطوح علامت‌گذاری می‌شود یعنی خطی که عمود بر سطوح اخراج می‌شود اگر در جهت مثبت محورها بود آن

سطح را مثبت و اگر در خلاف جهت مثبت محورها بود آن سطح را منفی نشان می‌دهیم مانند



یادداشت:

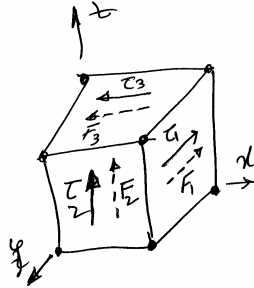
.....

.....

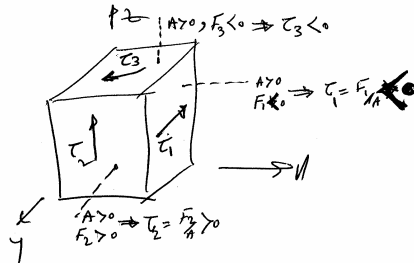
.....

.....

همچنین جهت هر مؤلفه تنش به مانند یک نیرو نگاه کنید و با توجه به اینکه در چه جهتی از محورها قرار گرفته است علامت گذاری گردد مانند اینکه τ_1 در شکل زیر در خلاف جهت y است یعنی $F_1 < 0$ و به همین ترتیب τ_3 در خلاف جهت x است پس $F_3 < 0$ و τ_2 در جهت مثبت محور z است و $F_2 > 0$ است.



حال می توان از رابطه $\tau = \frac{F}{A}$ هر یک از مؤلفه های τ_1 و τ_2 و τ_3 را علامت گذاری کرد یعنی



یعنی $\tau_1 < 0$ و $\tau_2 > 0$ و $\tau_3 < 0$ می باشد.

با توجه به مطالب ذکر شده جواب مثال ۱-۱۰-۲ به صورت زیر است

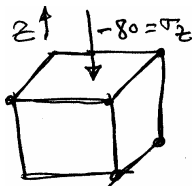
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 100 & +100 & -200 \\ +100 & 500 & -300 \\ -200 & -300 & 400 \end{bmatrix}$$

مثال ۱-۱۰-۳: مؤلفه های تنش در یک نقطه از جسم به صورت زیر است مؤلفه های تنش های اصلی کدام است.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 100 & 200 & 0 \\ 200 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & -80 \end{bmatrix}$$

حل : مؤلفه های تنش $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ است یعنی در صفحه عمود بر محور z فقط تنش فشاری $\sigma_z = -80$ وجود دارد.

(مانند شکل زیر) لذا تنش $\sigma_z = -80$ نیز خود یک تنش اصلی محسوب می شود یعنی $\sigma_3 = -80$



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

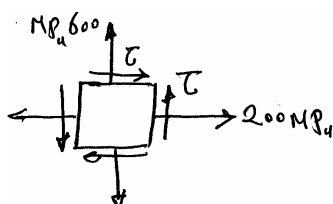
برای به دست آوردن دو ریشه دیگر داریم:

$$\det \begin{vmatrix} 100 - \sigma & 200 \\ 200 & 60 - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

$$\sigma_1 \sigma_2 = \frac{100 + 60}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{100 - 60}{2}\right)^2 + 200^2}$$

و ریشه‌های σ_0 و σ_2 نیز محاسبه می‌گردد.

مثال ۱-۱۰-۴: مؤلفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر است.



اگر یکی از مؤلفه‌های تنش‌های اصلی 800MPa باشد تعیین کنید مؤلفه دیگر تنش اصلی چقدر است؟

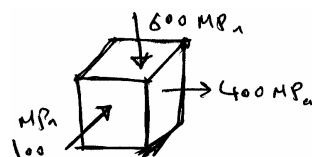
حل :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$$

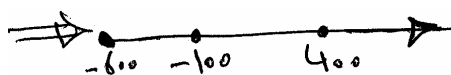
$$600 + 200 = 800 + \sigma_2$$

$$\boxed{\sigma_2 = 0}$$

مثال ۱-۱۰-۵: مؤلفه تنش در یک نقطه به صورت زیر نشان داده شده است ماکزیمم تنش برشی واقعی چقدر است؟



حل : چون برش وجود ندارد تنش‌ها، خود اصلی می‌باشند یعنی



$$\sigma_1 = 400 \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = -100 \text{MPa}$$

$$\sigma_3 = -600 \text{MPa}$$

$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \frac{400 - (-600)}{2} = 500 \text{MPa}$$

یادداشت:

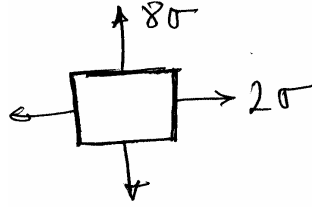
.....

.....

.....

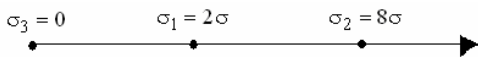
.....

مثال ۱-۱۰-۶: مؤلفه تنش در یک مسأله تنش صفحه‌ای به صورت زیر است ماکزیمم تنش برشی واقعی و صفحه‌ای کدام است؟



حل : چون مسأله تنش صفحه‌ای است پس $\sigma_3 = 0$ است یعنی

$$\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = 8\sigma, \sigma_3 = 0$$



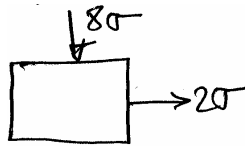
$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{8\sigma - 0}{2} \right| = 4\sigma$$

و ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای عبارت است از:

$$(\tau_{\max})_{\text{صفحه‌ای}} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| = 3\sigma$$

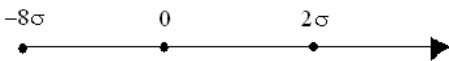
یعنی همیشه ماکزیمم تنش برشی واقعی بزرگتر از صفحه‌ای می‌باشد و لذا در طراحی استاتیکی معیار واماندگی براساس همین ماکزیمم تنش برش واقعی می‌باشد.

مثال ۱-۱۰-۷: مؤلفه تنش در یک مسأله تنش صفحه‌ای به صورت زیر است ماکزیمم تنش برشی واقعی و صفحه‌ای کدام است؟



حل :

$$\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = -8\sigma, \sigma_3 = 0$$



$$(\tau_{\max})_{\text{صفحه‌ای}} = \left| \frac{2\sigma - (-8\sigma)}{2} \right| = 5\sigma$$

$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{2\sigma - (-8\sigma)}{2} \right| = 5\sigma$$

یادداشت:

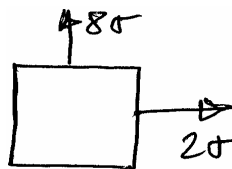
.....

.....

.....

.....

یعنی چنانچه جهت تنش‌های اصلی مختلف‌الجهت باشند همواره ماکزیمم تنش برشی واقعی و صفحه‌ای با یکدیگر برابر خواهند شد.
مثال ۸-۱۰-۱: مؤلفه تنش در یک مسأله کرنش صفحه‌ای با نسبت پواسون $\nu = 0.3$ به صورت زیر است تعیین کنید مؤلفه‌های ماکزیمم تنش برشی واقعی و صفحه‌ای را



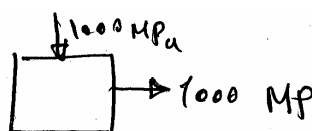
حل :

$$\begin{cases} \sigma_1 = 2\sigma \\ \sigma_2 = 8\sigma \\ \sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = 0.3(10\sigma) = 3\sigma \end{cases} \quad \text{چون مسأله کرنشی صفحه‌ای است}$$

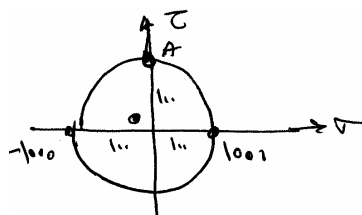
$$(\tau_{\max})_{\text{صفحه‌ای}} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| = 3\sigma$$

$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \left| \frac{8\sigma - 2\sigma}{2} \right| = 3\sigma$$

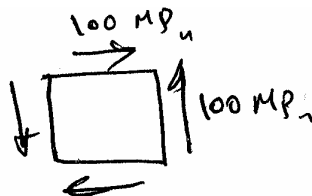
مثال ۹-۱۰-۱: مؤلفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر می‌باشد. تعیین کنید مؤلفه‌های تنش در صفحه‌ای که تنش نرمال صفر است.



حل : مسأله از نوع برش خالص یا برش ساده است. در مسائل برش ساده جمع تنش‌های اصلی همواره برابر صفر می‌باشد یا به عبارت دیگر مرکز دایره مور منطبق بر مبدأ مختصات است.



یعنی صفحه‌ای که تنش نرمال آن صفر است نقطه A می‌باشد که دارای مؤلفه زیر است.



یادداشت:

.....

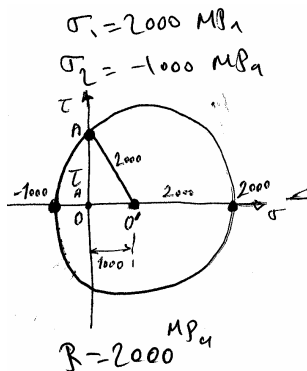
.....

.....

.....

مثال ۱۰-۱۰-۱: مؤلفه تنش در یک نقطه به صورت مؤلفه‌های زیر می‌باشد. تعیین کنید مؤلفه‌های تنش برشی در صفحه‌ای که تنش نرمال آن صفر است.

حل : این مثال برخلاف مثال قبل برش خالص محسوب نشده و دایره مور به صورت زیر است.



$$\sigma_1 = 2000 \text{ MP}_a$$

$$\sigma_2 = -1000 \text{ MP}_a$$

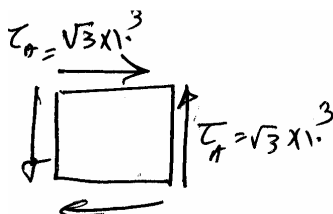
یعنی شعاع دایره مور برابر است با $R = 2000 \text{ MP}_a$

صفحه‌ای که تنش نرمال آن صفر است در A قرار می‌گیرد که مقدار تنش برشی در این صفحه از مثلث OO'A بدست می‌آید یعنی

$$\tau_A^2 + (1000)^2 = (2000)^2$$

$$\tau_A = \sqrt{3} \times 10^3$$

یعنی جواب مسأله عبارت از:



یادداشت:

.....

.....

.....

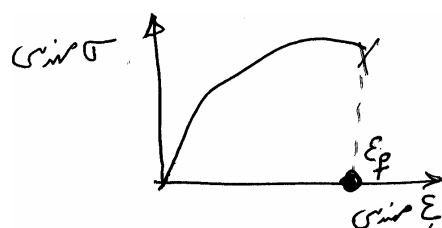
.....

فصل دوم

مصالح مهندسی و مقاومت حد مواد

۱-۲: مقاومت حد مواد در کشش و فشار

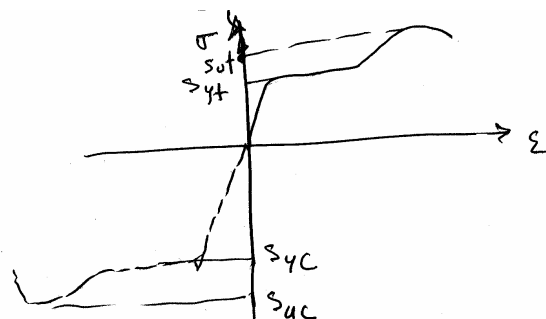
مواد مورد نظر در طراحی به سه دسته نرم - نیمه نرم و شکننده تقسیم می‌شوند. اصولاً اگر کرنش شکست (نسبت تغییر طول نمونه آزمایشگاهی در هنگام شکست به طول اولیه نمونه آزمایشگاهی) به صورت زیر باشد حد و مرز مواد نرم و شکننده را بیان می‌کند.



اگر $\epsilon_f < 5\%$ باشد ماده شکننده است.

اگر $\epsilon_f \geq 5\%$ باشد ماده نرم است.

مقاومت حد مواد نرم (مانند فولادها) یا مواد Ductile یا چکش‌خوار در آزمایشگاه مقاومت مصالح با انجام آزمایش کشش ساده (به کتاب مقاومت مصالح بیرجانسون مراجعه شود) برای اجسام نرم رفتار تنش و کرنش در کشش و فشار به صورت زیر می‌باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مقاومت کششی نهایی S_{ut}

مقاومت فشاری نهایی S_{uc}

مقاومت تسلیم کششی S_{yt}

مقاومت تسلیم فشاری S_{yc}

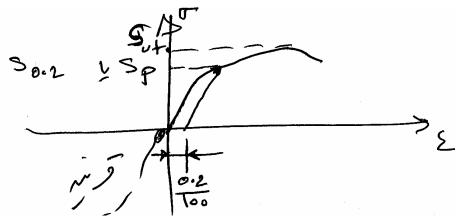
در اجسام نرم مقاومت‌های حد کششی و فشاری برابرند یعنی

$$|S_{yt}| = |S_{yc}| = S_y \text{ مقاومت تسلیم}$$

$$|S_{ut}| = |S_{uc}| = S_{ut} \text{ مقاومت حد کششی}$$

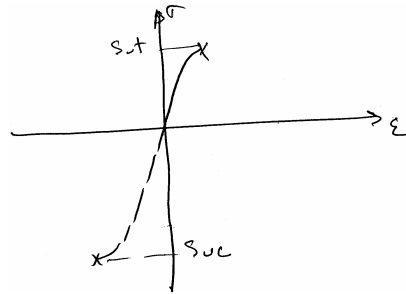
مقاومت حد مواد نیمه نرم (آلومینیم و آلیاژهای آن): در اجسام نیمه نرم مانند نرم لغزش لایه‌ای یعنی گذر از تغییر شکل الاستیک به پلاستیک وجود دارد که مقاومت مربوط به این نقطه گذر را با S_p یا مقاومت شاهد یا گواه نشان می‌دهند. در واقع این نقطه را نمی‌توان با S_y و یا تسلیم نشان داد زیرا ثابت نگهداشتن بار یک تغییر شکل افزایشی در ماده مشاهده نمی‌شود. شرایط کشش و فشار در این مواد یکسان می‌باشند.

نتیجه اینکه مقاومت حد مواد نیمه نرم در کشش و فشار به ترتیب با (S_p, S_{ut}) و $(-S_p, -S_{ut})$ بیان می‌کنند.



مقاومت حد مواد شکننده (مانند چدن) یا مواد Brittle یا ترد: در اجسام شکننده دیگر لغزش لایه‌ای یا تغییر شکل پلاستیک

وجود ندارد و همین مقاومت کششی نهایی با فشاری یکسان نمی‌باشد بلکه همواره $|S_{uc}| > |S_{ut}|$ است.



تذکر مهم اینکه در برخی از مواد مانند بتون - چوب - برخی از آلیاژهای فولاد - برخی از کامپوزیتها مقاومت تسلیم کششی S_{yt} با مقاومت تسلیم فشاری S_{yc} یکسان نمی‌باشند. در این مواد به محض اعمال بار کششی (در مثلاً آزمایش کشش ساده) ترک‌های بسیار ریز در قطعه ایجاد شده به طوریکه یک منطقه آسیب‌پذیر Damage zone در سراسر قطعه ایجاد می‌شود. این منطقه آسیب‌پذیر با افزایش بار نیز بزرگتر شده و در نتیجه یک پدیده نرم گردانی Softening در ماده ایجاد می‌شود و منحنی تنش و کرنش به صورت زیر نمایان می‌گردد.

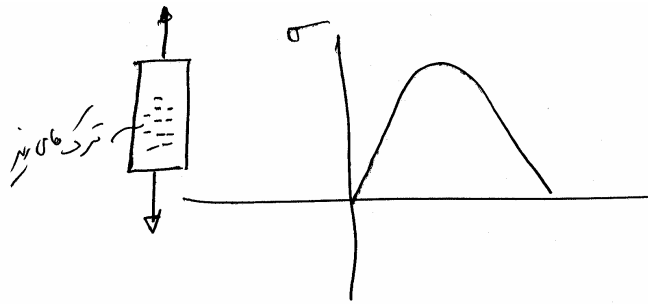
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



این مواد نرم خاصیت مواد شکننده را پیدا می‌کند زیرا مقاومت حد تسلیم کششی دیگر با مقاومت حد تسلیم فشاری یکسان نمی‌باشد (این مواد را نیز ماده شبه شکننده یا ماده نرم با خواص شکننده یا *quasi-brittle* نامند. طراحی این اجسام بر اساس تئوری اجسام شکننده انجام خواهد شد.

۲-۲: مقاومت حد مواد در برش

از آنجائیکه یک رابطه تجربی بین مقاومت حد مواد در کشش و برش وجود دارد دیگر نیاز به آزمایش برش در آزمایشگاه مقاومت مصالح نداریم. این روابط تجربی عبارتند از:

$$S_{sy} = 0.5S_y \text{ (بر اساس Tresca)}$$

$$S_{sy} = 0.577S_y \text{ (بر اساس وان مایز)}$$

$$S_{su} = (0.43 - 0.75)S_{ut}$$

سه رابطه بالا مربوط به اجسام نرم (یا نیمه نرم) می‌باشد که در محاسبات می‌توان هر سه را با تقریب 0.5 استفاده نمود. برای اجسام شکننده داریم:

$$S_{su} \cong S_{ut}$$

تذکر مهم: به چندین نکته مهم برای اجسام نرم و شکننده توجه شود.

نکته اول: در اجسام نرم (یا نیمه نرم) و شکننده رابطه مستقیم بین S_{ut} و سختی برینل ماده وجود دارد یعنی

$$S_{ut} = 3.45(\text{BHN}) \text{ اجسام نرم}$$

$$S_{ut} = 1.58(\text{BHN}) \text{ اجسام شکننده و ترد}$$

نکته دوم: سطح زیر منحنی تنش و کرنش در اجسام نرم بزرگتر از اجسام ترد است. معمولاً سطح زیر منحنی تنش و کرنش را سفتی یا Toughness ماده نامند. مقاومت مواد در مقابل تغییر شکل را نیز مقاومت یا strength نامند. در مواد معمولاً مقاومت و سفتی یک رابطه عکس با یکدیگر دارند.

نکته سوم: سطح زیر منحنی تنش و کرنش رابطه مستقیم با انرژی کرنشی ماده دارد. هر چه انرژی کرنشی ماده بیشتر شود مقاومت به ضربه آن نیز بیشتر می‌شود. انرژی کرنشی از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} V$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

که V حجم نمونه آزمایشگاهی می‌باشد.

نکته چهارم: در آزمایش کشش ساده انرژی واپیچشی که باعث تغییر شکل ماده می‌شود (نه باعث تغییر حجم) از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$u_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2$$

که ν نسبت پواسون و E مدول الاستیته و S_y مقاومت حد تسلیم ماده می‌باشد.

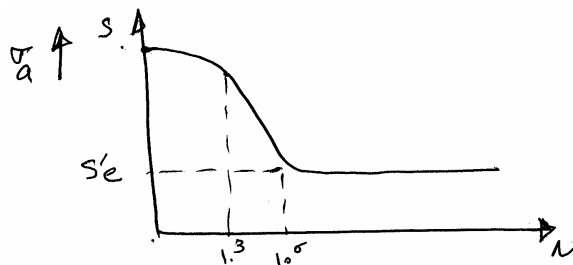
نکته پنجم: اختلاف‌های متعددی بین اجسام نرم و شکننده وجود دارد که در قسمتهای بعدی به آن اشاره می‌شود.

۳-۲: مقاومت حد مواد در بارهای نوسانی

اصولاً خواص خستگی مواد تحت بارهای نوسانی به دو دسته تقسیم می‌شوند. یا به عبارت دیگر خواص خستگی مواد توسط دو آزمایش متفاوت انجام می‌گیرد که عبارتند از آزمایش میله چرخان (S-N دیاگرام) یا آزمایش Pull - Push ($\epsilon-N$ دیاگرام). مدل‌های تخمین عمر خستگی براساس دو معیار تنش و کرنش که به ترتیب توسط رفتارهای دیاگرامهای S-N و $\epsilon-N$ بیان می‌شود در بخش‌های بعدی اشاره خواهد شد. در این فصل اندازه‌گیری خواص خستگی مواد که عبارتند از S'_e و b و c و ϵ'_f و σ'_f به صورت زیر انجام می‌گیرد.

۳-۲-۱- اندازه‌گیری مقاومت حد دوام یا حد تحمل برای معیار تنش

این مقاومت حد توسط آزمایش میله چرخان (به جزوه آزمایشات مقاومت ۱ مراجعه شود). انجام می‌گیرد. و نتایج بر حسب تغییرات دامنه تنش σ_a بر حسب عمر در مختصات لگاریتمی رسم شده و دیاگرام زیر به دست می‌آید.



برای فلزات مختلف S'_e اندازه‌گیری می‌شود. S'_e را مقاومت حد دوام (یا حد تحمل) آزمایشگاهی نامند به طوری که در یک بار نوسانی کاملاً برگشتی حاکم بر میله چرخان خواهیم داشت:

اگر $\sigma_a \leq S'_e$ باشد : قطعه دارای عمر نامحدود یا دائم است.

اگر $\sigma_a > S'_e$ باشد : قطعه دارای عمر محدود است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اصولاً اندازه گیری S'_e به روش آزمایشگاهی بسیار گران است لذا از روابط تجربی زیر استفاده می‌شود. دقت گردد که برخی از فلزات مانند آلومینیوم و منیزیم و برخی از پلاستیک‌ها مقاومت حد تحمل ندارند. در هر حال روابط تجاری زیر برای برخی از فولادها و چدن‌های ریختگی به شرح زیر است:

$$\text{فولادها} \begin{cases} S'_e = 0.5 S_{ut} & \text{اگر } S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa} \text{ باشد} \\ S'_e = 700 \text{ MPa} & \text{اگر } S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \text{ باشد} \end{cases}$$

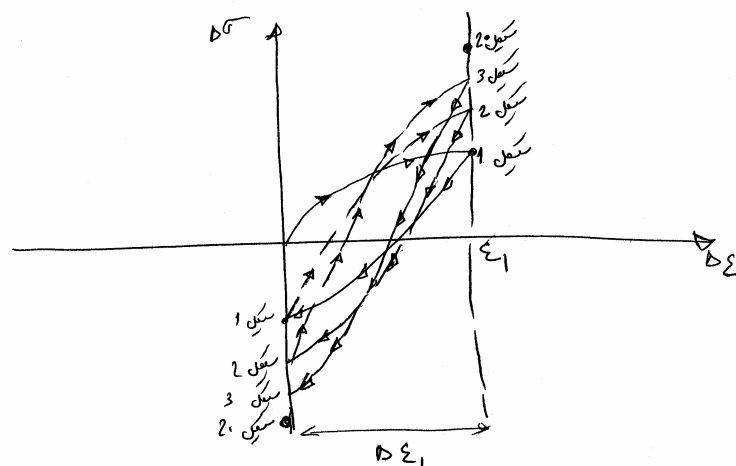
$$\text{چدن‌ها و فولاد ریختگی} \begin{cases} S'_e = 0.45 S_{ut} & \text{اگر } S_{ut} \leq 600 \text{ MPa} \text{ باشد} \\ S'_e = 275 \text{ MPa} & \text{اگر } S_{ut} > 600 \text{ MPa} \text{ باشد} \end{cases}$$

در فصل واماندگی خستگی (فصل چهارم) تخمین عمر خستگی قطعات به کمک S-N دیاگرام توضیح داده خواهد شد.

۲-۱-۳-۲- اندازه‌گیری مقاومت حد دوام خستگی مواد براساس کرنش

در بسیاری از قطعات به خصوص اجسام نرم تحت عمر پائین، تخمین عمر براساس معیار تنش همراه با خطاهای زیادی می‌باشد، لذا برای طراحی در مقابل واماندگی خستگی از معیار کرنش استفاده می‌شود. خواص مواد در این حالت از طریق آزمایش خستگی Pull-Push انجام می‌گیرد. دستگاه شبیه دستگاه کشش ساده است و بار به صورت نوسانی (مثلاً $R = 0$) به نمونه آزمایشگاهی اعمال می‌گردد. خواص خستگی ماده شامل چهار پارامتر ϵ'_f و ϵ'_f و b و c می‌باشد (بعداً توضیح داده می‌شود) که از طریق آزمایش Pull-Push انجام و توسط دیاگرام $\epsilon-N$ استخراج می‌گردد. این آزمایش بایستی توسط کنترل تنش و یا کنترل کرنش انجام گیرد. معمولاً از طریق کنترل کرنش انجام می‌گیرد.

روش آزمایش: فرض در یک کنترل کرنش به اندازه $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_1 - 0 = \epsilon_1$ این آزمایش انجام گیرد. در اثر اعمال بار چنانچه نوک حلقه‌ها از هم دور شوند اصطلاحاً گویند ماده دارای خاصیت سخت گردانی دارد (Cyclic hardening) و اگر نوک حلقه‌ها به هم نزدیک شوند اصطلاحاً گویند ماده دارای خاصیت نرم گردانی (Cyclic Softening) دارد. مثلاً شکل زیر نشان دهنده یک ماده با خاصیت سخت گردانی است.



یادداشت:

.....

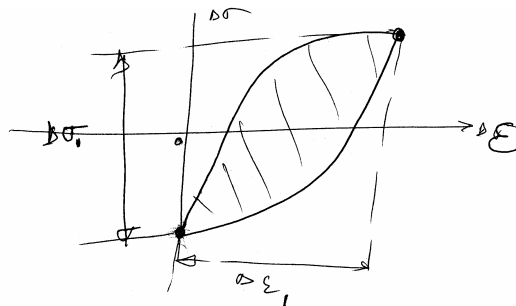
.....

.....

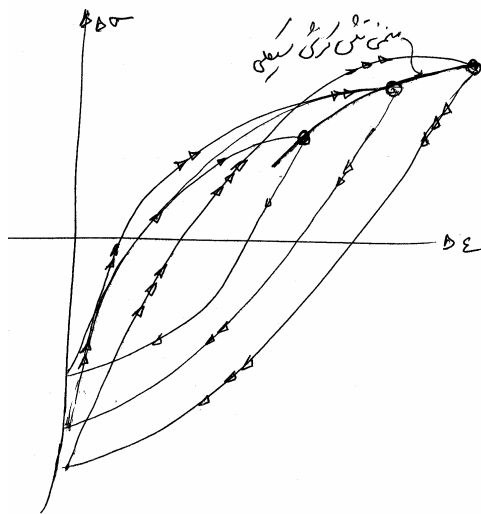
.....

.....

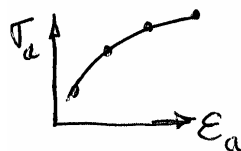
معمولاً تمام فلزات پس از ماکزیمم 20 سیکل به یک حلقه متعادل بسته می‌رسند که آن را hysteresis loop نامند، انرژی یا سطح این حلقه رابطه مستقیم با عمر قطعه دارد.



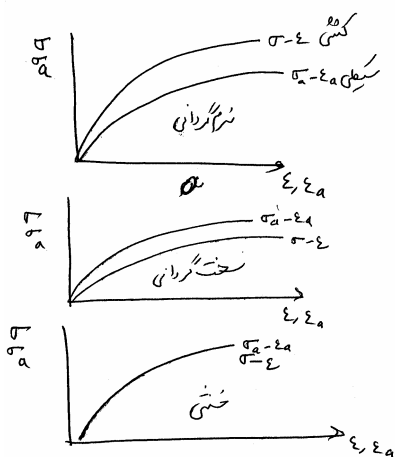
(حلقه متعادل بسته در کنترل کرنش $\Delta\epsilon_1$)



اگر این آزمایش برای $\Delta\epsilon$ مختلف انجام گیرد مکان هندسی نوک حلقه‌ها یک منحنی تشکیل می‌دهد که آن را منحنی تنش - کرنش سیکلی $\sigma - \epsilon$ Cyclic نامند و از آن جایی که $\Delta\sigma = 2\sigma_a$ و $\Delta\epsilon = 2\epsilon_a$ (که σ_a, ϵ_a را دامنه تنش و کرنش نامند) است منحنی تنش کرنش سیکلی را با $\sigma_a - \epsilon_a$ نشان می‌دهند یعنی:



دقت شود که اگر منحنی تنش کرنش سیکلی در زیر منحنی تنش کرنش کشش (حاصل از آزمایش کنش ساده) گویند ماده دارای خاصیت نرم گردانی دارد و اگر منحنی در بالای کششی قرار گیرد گویند ماده دارای خاصیت سخت گردانی است و اگر بر هم منطبق شوند گویند ماده خنثی یا بی تفاوت است. مانند اشکال مقابل .



یادداشت:

.....

.....

.....

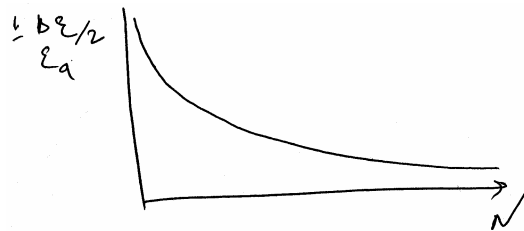
.....

فرمول تجربی زیر منحنی تنش و کرنش سیکلی مواد را نشان می‌دهد. K' ضریب مقاومت خستگی و n' ضریب خستگی گردانی ماده است که هر دو برای فلزات مختلف از طریق آزمایش به دست می‌آید.

$$\epsilon_a = \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (1)$$

چنانچه آزمایش قبل را براساس کنترل کرنش برای $\Delta \epsilon$ متفاوت انجام دهیم و پس از N سیکل اعمال بار که قطعه خسته می‌شود و دچار واماندگی خستگی می‌شود ارتفاع و پهنای حلقه متعادل بسته یعنی $\Delta \sigma$ و $\Delta \epsilon$ (یا $\sigma_a = \frac{\Delta \sigma}{2}$ و $\epsilon_a = \frac{\Delta \epsilon}{2}$) را اندازه گیری نمائیم جدول زیر را به دست می‌آوریم.

کنترل دامنه کرنشی	دامنه تنش	تعداد سیکل برای بروز ترک خستگی N
$\Delta \epsilon_1 = 2\epsilon_1$	$\Delta \sigma_1 = 2\sigma_a$	N_1
$\Delta \epsilon_2$	$\Delta \sigma_2$	N_2
$\Delta \epsilon_3$	$\Delta \sigma_3$	N_3
$\Delta \epsilon_n$	$\Delta \sigma_n$	N_n



حال برای حداقل 10 نمونه تست از جدول بالا تغییرات $\Delta \epsilon$ بر حسب N را در مختصات لگاریتمی رسم می‌کنیم. منحنی زیر به دیاگرام $\epsilon_a - N$ معروف می‌باشد که از روی آن چهار پارامتر خواص خستگی ماده یعنی σ'_f و ϵ'_f و b و c را می‌توان برای مواد مختلف به دست آورد.

شخصی به نام Coffin - Manson دیاگرام بالا را به صورت معادله تجربی زیر ارائه داده است .

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \epsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (N)^b + \epsilon'_f (N)^c \quad (2)$$

در این معادله:

- σ'_f ضریب مقاومت خستگی ماده
- ϵ'_f ضریب شکل پذیری ماده
- b نمای مقاومت خستگی ماده
- c نمای شکل پذیری ماده

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مثال: یک بار نوسانی کاملاً معکوس $\pm 500 \text{ MPa}$ به یک جسم بدون ناچ اعمال می‌گردد چنانچه این جسم از فولاد مقاوم 1045 بوده به طوری که پارامترهای خواص خستگی آن مانند $c, b, \epsilon'_f, \sigma'_f, n', K'$ از جداول استاندارد در دسترس باشند تعیین کنید عمر خستگی آن را.

حل: با داشتن n', K' از معادله تنش و کرنش سیکلی یعنی معادله ۱ مقدار دامنه کرنش ϵ_a را محاسبه می‌کنیم و سپس با داشتن ضرایب خستگی $c, b, \epsilon'_f, \sigma'_f$ می‌توان از معادله ۲ یعنی معادله Coffin – Manson مقدار N یعنی تعداد سیکل لازم (عمر قطعه) برای ایجاد واماندگی خستگی بر حسب دور را استخراج نمود.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل سوم

طراحی استاتیکی (واماندگی استاتیکی)

طراحی استاتیکی

برای طراحی استاتیکی قطعات بایستی 4 مرحله زیر را دنبال کرد:

۱- تعیین نقطه‌ی بحرانی

۲- تعیین صفحه‌ی لغزش (برای جسم نرم) و یا صفحه‌ی شکست (برای جسم شکننده)

۳- تعیین مقاومت حدّ ماده در آزمایشگاه با استفاده از استانداردها

۴- ضریب اطمینان استاتیکی

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش بحرانی در صفحه‌ی لغزش یا شکست}}$$

فرق جسم نرم و شکننده

۱- در اجسام نرم لغزش لایه‌ای یا تسلیم وجود دارد. در شکننده وجود ندارد.

۲- در اجسام نرم مقاومت برشی معمولاً نصف مقاومت کششی است.

در اجسام نرم مقاومت کششی و فشاری یکسان است.

یادداشت:

.....

.....

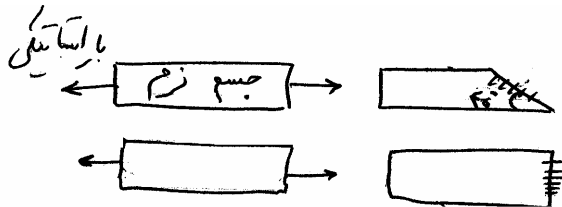
.....

.....

در جسم شکننده مقاومت کششی تقریباً برابر با مقاومت برشی است.

در جسم شکننده مقاومت فشاری بیش تر از مقاومت کششی است.

۳- در اجسام شکننده و نرم، تحت بار استاتیکی و نوسانی سطح شکست متفاوت است.



۴- (مهم): در اجسام نرم تحت بار استاتیکی ضریب تمرکز تنش، اهمیت

ندارد، به خاطر این که با ایجاد منطقه‌ی پلاستیک K_t (ضریب تمرکز تنش)

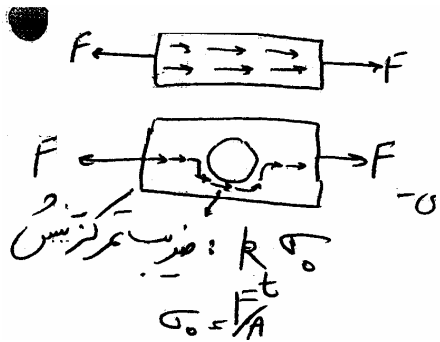
رها می‌شود.

در اجسام نرم تحت بار نوسانی ضریب تمرکز تنش اهمیت دارد.

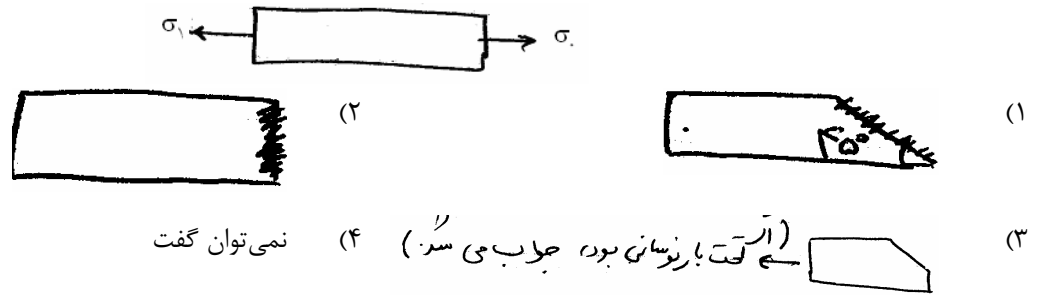
در جسم شکننده، تحت بار استاتیکی، ضریب تمرکز تنش اهمیت دارد.

تحت بار نوسانی: گرچه اجسام شکننده مقاومت خستگی پایین دارند ولی در هر حال R_t اهمیت دارد.

۵- اصولاً اجسام شکننده در کشش ضعیف است، اجسام نرم در برش ضعیف است.



مثال: جسم نرم زیر در کدام سطح می‌شکند؟



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مثال: در شکل بالا اگر جسم شکننده باشد، در کدام سطح می‌شکند؟

حل:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \sigma A_0 - \sigma_0 A_0 \sin \alpha \sin \alpha = 0$$

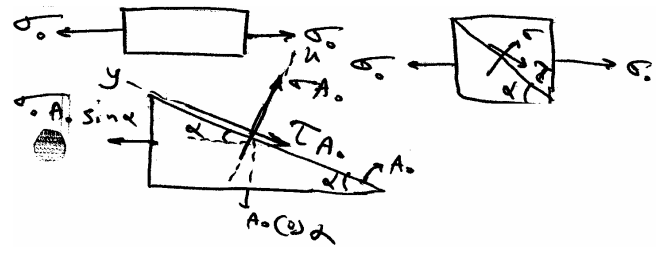
$$\Rightarrow \sigma = \sigma_0 \sin^2 \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \sigma_0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \tau A_0 - \sigma_0 A_0 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

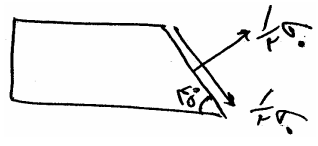
$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin 2\alpha$$

$$\alpha = 45^\circ \rightarrow \tau = \frac{1}{2} \sigma_0$$

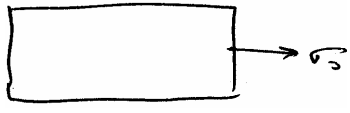


یعنی:

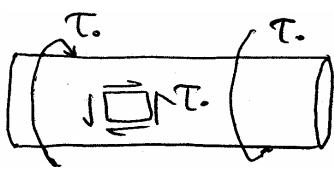
اگر جسم نرم باشد در 45° می‌شکند.



اگر جسم شکننده باشد در 90° می‌شکند.



مثال: جسم شکننده زیر در کدام صفحه می‌شکند؟



- (۱) (۱)
- (۲) (۲)
- (۳) (۳)

یادداشت:

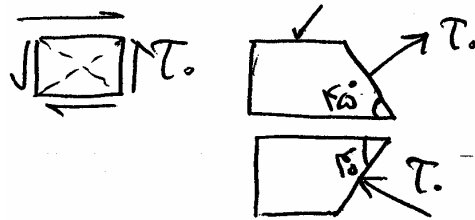
.....

.....

.....

.....

حل : با استفاده از تعادل مانند مثال قبل داریم:



جسم شکننده در کشش ضعیف است در 45° می شکند.

اگر جسم نرم باشد در 90° می شکند.

مقاومت حد مواد

۱- جسم نرم (مانند فولادها) (ductile).

۲- جسم نیمه نرم (مانند آلومینیوم و آلیاژها) (Semi ductile) به غلط در این درس آنرا جسم نرم می نامیم.

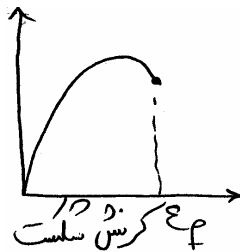
۳- جسم شکننده (مانند چدن و سنگ) (brittle).

۴- quasi brittle (مانند چوب، بتن، سنگ گرانیت، سرامیک) یا ماده

نرم با خواص شکننده.

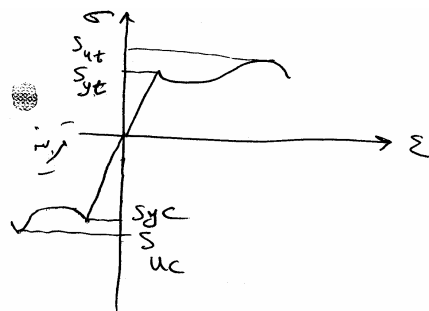
*اگر جسم نرم یا نیمه نرم باشد: $\epsilon_f \geq 5\%$

*اگر جسم شکننده باشد: $\epsilon_f < 5\%$



مقاومت های حد:

جسم نرم:



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

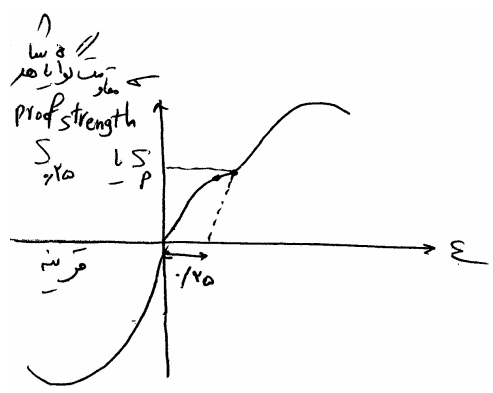
$$\left\{ \begin{array}{l} S_{yt} = \text{مقاومت تسلیم کششی} \\ S_{yc} = \text{مقاومت تسلیم فشاری} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ut} = \text{مقاومت کشش نهایی} \\ S_{uc} = \text{مقاومت فشاری نهایی} \end{array} \right.$$

$|S_{yt}| = |S_{yc}|$ در اجسام نرم:

$|S_{uc}| = |S_{ut}|$ در اجسام نرم:

*



لذا در اجسام نرم، مقاومت‌های حد S_{ut} و S_y است.

جسم نیمه نرم

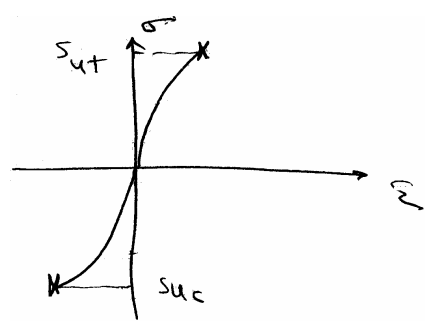
یعنی مقاومت حد اجسام نیمه نرم S_p و S_{ut} است که از این به بعد

به غلط مقاومت‌های حد را همان S_{ut} و S_y می‌شناسیم.

در اجسام شکننده

$$|S_{uc}| > |S_{ut}|$$

لذا مقاومت‌های حد اجسام شکننده S_{uc} و S_{ut} است.



تذکر مهم: اجسام نرم با خواص شکننده (quasi brittle material) به اجسامی گویند که مقاومت تسلیم کششی و فشاری S_{yt} و

S_{yc} یکسان نباشد. این مواد هنگام طراحی از تئوری‌های جسم شکننده استفاده می‌کنند. (مانند تئوری کلمب - موهر و تئوری موهر

اصلاح شده و تئوری ماکزیمم تنش اصلی).

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

تئوری واماندگی استاتیکی اجسام نرم

۱- تئوری ماکزیمم تنش اصلی (Rankine's theory)

۲- تئوری ماکزیمم تنش برشی (Tresca theory)

۳- تئوری انرژی واپیچشی یا اوکتاهدرا (Von mises)

تذکر: اصولاً تئوری رانکین برای اجسام شکننده مناسب است و بهتر است برای اجسام نرم استفاده نشود.

تذکر: تئوری ماکزیمم تنش برشی یا Tresca مطمئن‌ترین تئوری است. لذا در مسایل طراحی، چنانچه صحبتی از نوع تئوری به میان نیامد از تئوری Tresca استفاده شود (default).

تذکر: در شرایطی که تقارن محوری حاکم است مانند استوانه‌ها و کره تحت فشار یکنواخت از تئوری انرژی واپیچشی یا تنش معادل استفاده شود.

تذکر: در هر حال دقت هر کدام از تئوری‌ها شدیداً به میزان نرمی و شکنندگی ماده وابسته است. اصولاً هر چه شکنندگی بیشتر شود، از تئوری ماکزیمم تنش اصلی و هر چه جسم نرم‌تر شود از تئوری ماکزیمم تنش برشی استفاده شود.

فرمول طراحی استاتیکی اجسام نرم

۱- تئوری رانکین: فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد.

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1}$$

براساس این تئوری واماندگی یا لغزش روی این صفحه موقعی اتفاق می‌افتد که بزرگترین تنش اصلی به مقاومت تسلیم ماده برسد. یعنی:

$$\sigma_1 = S_y$$

در هر حال اگر $n_s = 1$ ← شروع واماندگی است.

اگر $n_s < 1$ جسم وامانده می‌شود.

اگر $n_s > 1$ جسم وامانده نمی‌شود.

۲- تئوری Tresca

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اگر ماکزیمم تنش برشی واقعی به مقاومت تسلیم برشی ماده برسد، واماندگی در این صفحه آغاز می‌شود. یعنی:

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش در صفحه لغزش}}$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{(\tau_{\max})_{\text{واقعی}}}$$

مثلاً اگر $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد:

$$(\tau_{\max})_{\text{واقعی}} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$$

$$n_s = \frac{0.5 S_y}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} = \frac{S_y}{(\sigma_1 - \sigma_3)} \quad \text{تفاضل بیرونی و درونی}$$

اگر $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ باشد،

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

۳- تئوری انرژی واپیچشی یا (Von Mises)

تذکره: در صورت کسر تمام این سه تئوری (S_y) است و S_{ut} غلط است چون همه‌ی این‌ها براساس لغزش است (جسم نرم).

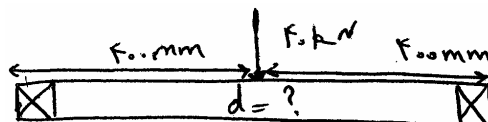
$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_e &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_e &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad \text{اگر } \sigma_3 = 0 \text{ باشد تنش معادل بر حسب تنش‌های اصلی عبارت است از:} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_e &= \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad \text{اگر تنش در یک نقطه به صورت } \begin{array}{c} \rightarrow \sigma_x \\ \uparrow \tau_{xy} \\ \leftarrow \tau_{yx} \end{array} \text{ باشد تنش معادل عبارت است از:} \end{aligned} \right.$$

مثال: در شفت زیر از ماده‌ای با $S_{ut} = 400 \text{ MPa}$ و $S_{uc} = 600 \text{ MPa}$ قطر براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟



یادداشت:

.....

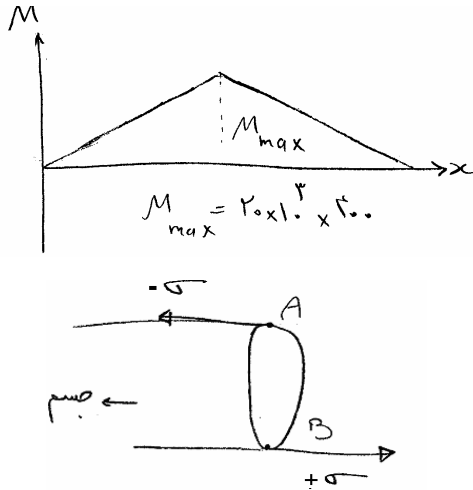
.....

.....

.....

.....

حل : چون در مسئله ذکر نشده از تنش برشی مستقیم صرف نظر می‌شود. با رسم لنگر خمشی، سطح بحرانی در وسط است.



$$\sigma = \frac{M}{S}$$

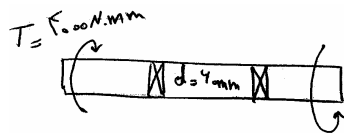
$$\sigma = \frac{M_{max}}{S} = \frac{20 \times 10^3 \times 400}{S} = \frac{\text{عدد}}{S}$$

حال نقطه‌ی بحرانی را تعیین می‌کنیم.

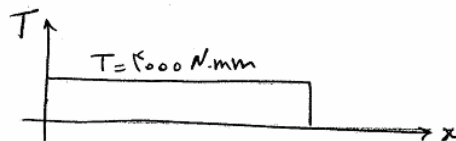
چون جسم شکننده است و جسم شکننده در کشش ضعیف است. نقطه‌ی B بحرانی است.

$$2 = n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma} = \frac{S_{ut}}{\frac{\text{عدد}}{S}} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{64}{\frac{d}{2}}} \Rightarrow d \text{ محاسبه می‌شود}$$

مثال: شافت زیر از فولاد با مقاومت تسلیم کششی $S_y = 400 \text{ MPa}$ است. آیا شافت دچار واماندگی استاتیکی می‌شود یا خیر؟

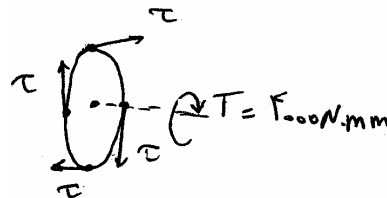


حل :



یعنی هر سطح دلخواه می‌تواند بحرانی محسوب شود.

هر کدام از نقاط می‌توند بحرانی باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

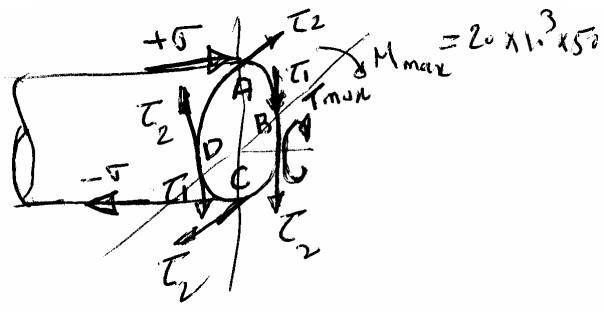
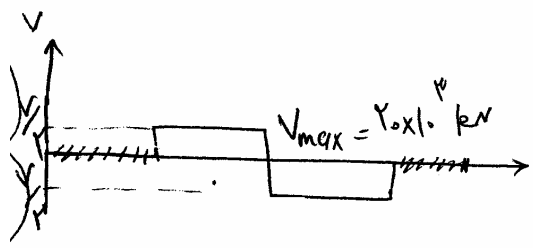
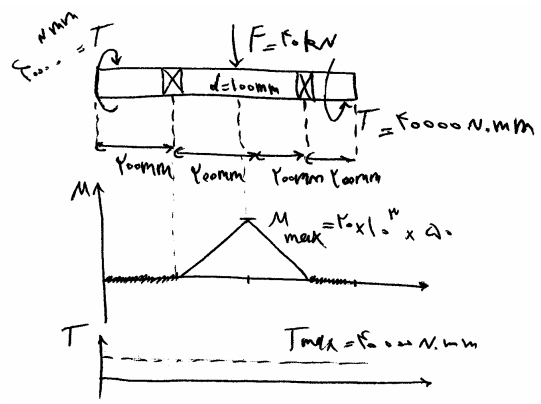
.....

$$\tau = \frac{T}{2s} = \frac{4000}{2 \times \frac{\pi(60)^4}{64 \times 2}} = \text{عدد}$$

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد تنش بحرانی}}{S_{Sy}} = \frac{200}{\tau} = \frac{200}{\text{عدد}} = \text{عدد} \begin{cases} n_s \leq 1 & \text{وامانده می شود} \\ n_s > 1 & \text{وامانده نمی شود} \end{cases}$$

مثال: شافت زیر از فولاد با $S_y = 200 \text{ MPa}$ است. آیا دچار واماندگی استاتیکی می شود یا خیر؟ تنش برشی مستقیم در مسئله منظور شود.

حل :



یادداشت:

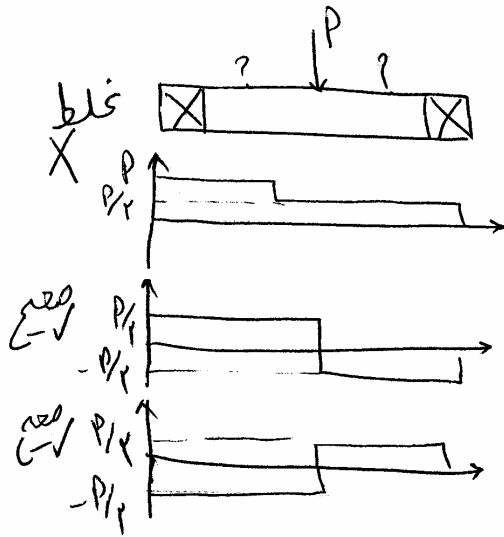
.....

.....

.....

.....

پس سطح وسط بحرانی است:



$$\tau_1 = \frac{4}{3} \times \frac{20 \times 10^3}{\pi(100)^2}$$

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{20 \times 10^3 \times 50}{\frac{\pi}{64}(100)^4}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2S} = \frac{40000}{2 \frac{\pi}{64}(100)^4}$$

چون جسم نرم است، در برابر فشار و کشش مقاومت آن یکسان است. نقطه‌ی A و C یکسان است. فرض A بحرانی است. بین B و D. بحرانی است لذا در مجموع یا A بحرانی است یا B، یعنی:

$$\sigma_{eA} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_2^2}$$

$$\sigma_{eB} = \sqrt{0^2 + 3(\tau_1 + \tau_2)^2}$$

فرض $\sigma_{eA} > \sigma_{eB}$ است پس A بحرانی است. لذا در A داریم:

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

چون ذکر نشده از تئوری ماکزیمم تنش برشی مطمئن تر است استفاده شود.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma}{2} + \tau_2^2}$$

دقت شود که رابطه بالا وقتی صحیح است که $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ (که $\sigma_3 = 0$ است) باشد. چنانچه $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد داریم

$$n_s = \frac{S_4}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{S_4}{\sigma_1}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مثال: برای شروع واماندگی براساس انرژی واپیچشی کدام صحیح است؟

- (۱) $\sigma = \frac{1}{3} S_y$ (۲) $\sigma = \frac{1}{2} S_y$ (۳) $\sigma = S_y$ (۴) هیچ کدام

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 2\sigma & 3\sigma & 4\sigma \\ 3\sigma & -\sigma & 5\sigma \\ 4\sigma & 5\sigma & 4\sigma \end{bmatrix}$$

حل :

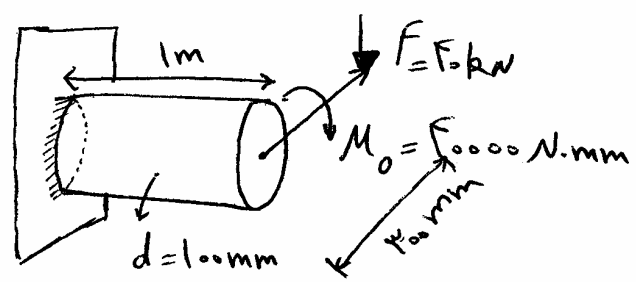
$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}$ شروع واماندگی $n_s = 1$

$\sigma_e = S_y$ شروع واماندگی

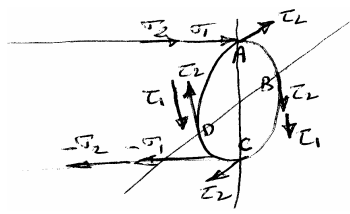
$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(2\sigma + \sigma)^2 + (-\sigma - 4\sigma)^2 + (4\sigma - 2\sigma)^2 + 6(9\sigma^2 + 25\sigma^2 + 16\sigma^2)} = S_y$$

$\text{عدد} \times \sigma = S_y \rightarrow \sigma = \frac{1}{\text{عدد}} S_y$

مثال: آیا شفت زیر براساس انرژی واپیچشی دچار واماندگی استاتیکی می‌شود یا خیر؟ جنس از فولاد با $S_y = 300 \text{ MPa}$ است. تنش برشی مستقیم منظور شود.



حل : (اگر تنش برشی مستقیماً ذکر نشده بود، در نظر نمی‌گرفتیم) سطح بحرانی در محل تکیه گاه است. لذا نیروها روی سطح منتقل شود،



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

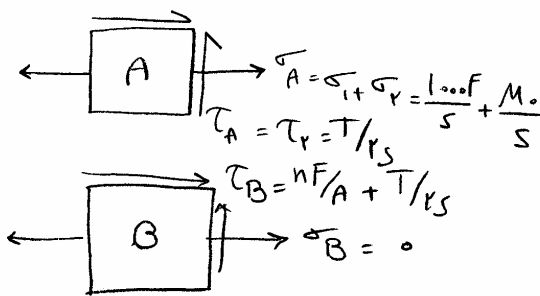
$$\tau_1 = \frac{nF}{A} = \frac{4}{3} \frac{F}{\pi \frac{d^2}{4}} = \text{عدد}$$

$$\tau_2 = \frac{Tr}{j} = \frac{T}{2S} \Rightarrow \tau_2 = \text{عدد}$$

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{S} = \frac{1000F}{S} = \text{عدد} , \sigma_2 = \frac{M_0}{S} = \text{عدد}$$

بین A و C هر دو یکسان است چون جسم نرم است. لذا فرض می‌کنیم A بحرانی است. بین D و B , نقطه‌ی B بحرانی است.

در نتیجه: یا A بحرانی است یا B.



$$\sigma_A = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{1000F}{S} + \frac{M_0}{S}$$

$$\tau_A = \tau_2 = \frac{T}{2S}$$

$$\tau_B = \frac{nF}{A} + \frac{T}{2S}$$

$$\sigma_B = 0$$

$$\sigma_{eA} = \sqrt{\sigma_A^2 + 3\tau_A^2} = \text{محاسبه شود}$$

$$\sigma_{eB} = \sqrt{\sigma_B^2 + 3\tau_B^2} = \text{محاسبه شود}$$

فرض: $\sigma_{eA} > \sigma_{eB}$ است. پس A بحرانی است.

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{eA}} = \text{محاسبه شود}$$

اگر $n_s \leq 1$ جسم وامانده می‌شود.

یادداشت:

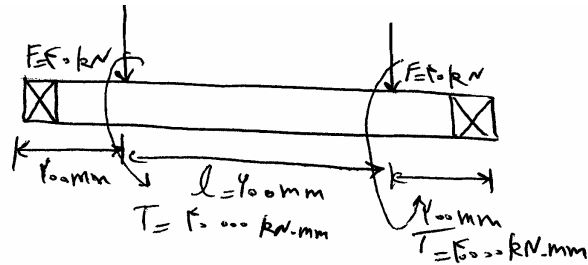
.....

.....

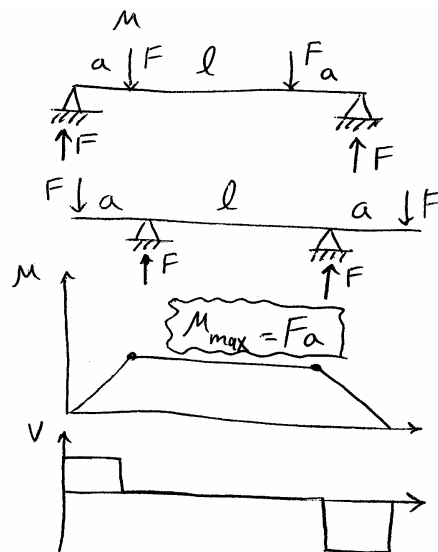
.....

.....

مثال: قطر شفت غیرچرخان براساس ضریب اطمینان 2 کدام است؟ جنس از فولاد با مقاومت تسلیم $S_y = 400\text{MPa}$ است. براساس انرژی واپیچشی مسئله حل شود.



تذکر: در مقاومت مصالح خمش خالص (مقدار ممان ثابت است زیرا $\rho = \frac{EI}{M} = \text{const}$) به یکی از دو حالت زیر است:



حل مثال: چون ممان خالص است، پس سطح بحرانی بین دو نیروی F است. حال سطح بحرانی و نیروها بر روی آن رسم شود. چون در صورت مسئله ذکر نشده از تنش برشی مستقیم صرف نظر می شود. همه نیروها بر حسب نیوتن N و همه طولها بر حسب mm است.

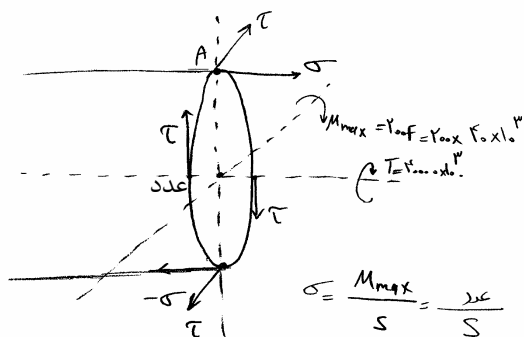
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



$$M_{\max} = 200F = 200 \times 40 \times 10^3$$

با توجه به شکل مقابل نقطه A بحرانی است.

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{\text{عدد}}{S}$$

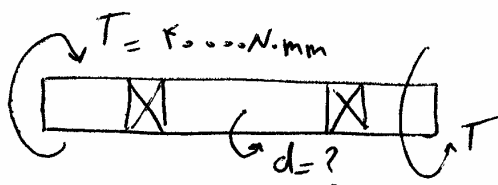
$$\tau = \frac{T}{2S} = \frac{\text{عدد}}{S}$$

$$\sigma_{eA} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{\text{عدد}}{S}$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{eA}} \Rightarrow 2 = \frac{400}{\frac{\text{عدد}}{S}} \Rightarrow S = \text{محاسبه می شود}$$

$$S = \frac{I}{C} = \frac{\pi d^4}{32} \Rightarrow d = \text{محاسبه می شود}$$

مثال: قطر شفت زیر براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟ جنس از فولاد با مقاومت تسلیم کششی $S_y = 400 \text{ MPa}$ است.



حل: هر سطحی می تواند بحرانی باشد.

یادداشت:

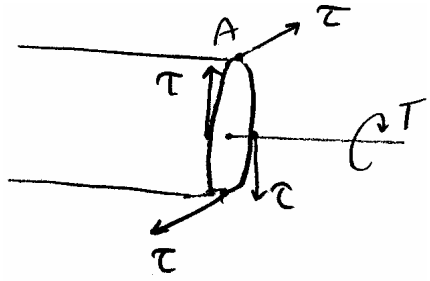
.....

.....

.....

.....

نقطه A یا هر نقطه‌ی دیگر بحرانی است.



$$\tau = \frac{T}{2S}$$

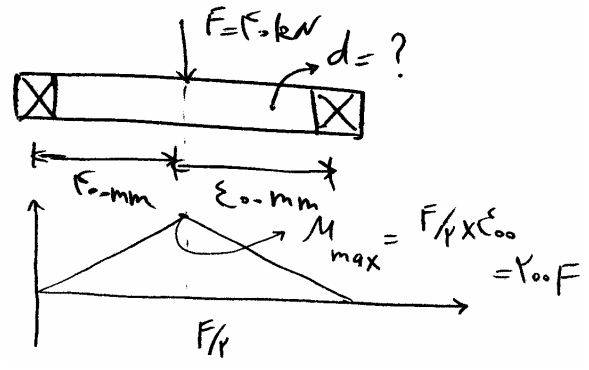
$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد تنش}}{\tau} = \frac{S_y = 200}{\tau}$$

$$S_{sy} = 0.5S_y$$

$$2 = \frac{200}{\frac{\text{عدد}}{S}} \Rightarrow S = \text{محاسبه} \Rightarrow d = \text{محاسبه}$$

مثال: در شفت غیر چرخان زیر قطر برای ضریب اطمینان 2 کدام است؟ تنش برشی منظور شد.
حل:

$S_{ut} = 400 \text{ MPa}$, $S_{uc} = 600 \text{ MPa}$

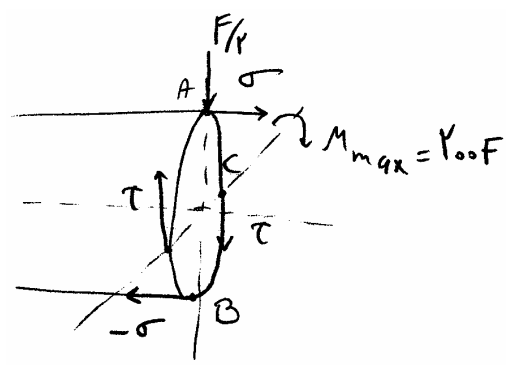


جسم شکننده است.

سطح بحرانی زیر نیرو است.

$$M_{max} = \frac{F}{2} \times 400 = 200F$$

بین A و B ، نقطه‌ی A بحرانی است. چون جسم شکننده در کشش ضعیف است.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

بین نقطه A و B نقطه بحرانی است چون اجسام شکننده در تنش ضعیف است.
در نتیجه: یا A بحرانی است یا C.

$$\sigma = \frac{M_{\max} = 200F}{S} = \frac{\text{عدد}}{S} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$\tau = \frac{4}{3} \frac{F}{A} = \frac{\text{عدد}}{d^2}$$

فرض A بحرانی است.

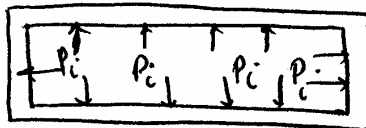
$$n_{SA} = \frac{S_{ut}}{\sigma} = \frac{400}{\frac{\text{عدد}}{d^3}} \Rightarrow d = \text{محاسبه می شود}$$

$$n_{SC} = \frac{S_{su} \cong S_{ut}}{\tau} = \frac{400}{\frac{\text{عدد}}{d^2}} \Rightarrow d = \text{به دست می آید}$$

بین دو عدد بزرگتر انتخاب شود، چون عدد بزرگتر امن تر است.

مثال: در یک استوانه‌ی دو طرف بسته، $\frac{R}{t} = 40$ است، این استوانه تحت فشار داخلی P_i قرار دارد. مقدار مجاز P_i براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟ مقاومت تسلیم کششی ماده S_y است.

حل : $\frac{R}{t} \geq 20 \Leftarrow$ جدار نازک است.



$$\left| \begin{aligned} \sigma_r &= 0 && \frac{R}{t} > 30 \text{ چون} \\ \sigma_\theta &= P_i \frac{R}{t} = 40 P_i \\ \sigma_L &= \frac{P_i R}{2t} = 20 P_i \end{aligned} \right. \text{ چون دو طرف بسته است}$$

تنش‌ها خود اصلی می‌باشند. چون فشار هیدرواستاتیکی است از آن نرزی و اپیچی استفاده می‌کنیم.

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_L)^2 + (\sigma_L - \sigma_r)^2}$$

یا:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_\theta^2 + \sigma_L^2} - \sigma_\theta \sigma_L$$

یادداشت:

.....

.....

.....

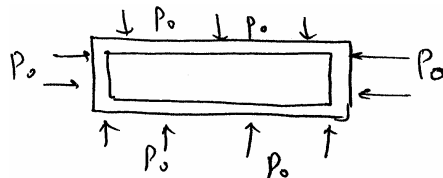
.....

با محاسبه:

$$\sigma_e = \text{عدد } P_i$$

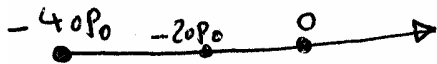
$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e} = \frac{S_y}{\text{عدد} \times P_i} = 2 \Rightarrow P_i = \frac{S_y}{2 \times \text{عدد}}$$

مثال: اگر در مثال قبل به جای فشار داخلی از فشار خارجی P_0 استفاده شود، براساس تئوری ماکزیمم تنش برشی، فشار P_0 مجاز براساس ضریب اطمینان 2 کدا است؟



حل :

$$\begin{cases} \sigma_r = 0 \\ \sigma_\theta = -P_0 \frac{R}{t} = -40 P_0 \\ \sigma_L = -P_0 \frac{R}{2t} = -20 P_0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow n_s = \frac{S_y}{0 - (-40 P_0)} = \frac{S_y}{40 P_0} = 2$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{S_y}{80}$$

مثال: در دو مثال قبل اگر استوانه دو طرف باز و طولانی باشد، حل گردد. $\nu = 0.3$.

$$\sigma_L = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$$

حل : مانند دو مثال قبل حل می شود فقط چون مساله کرنش صفحه ای است داریم:

$$\sigma_L = 0.3(0 + 40 P_i) = 12 P_i$$

مثال: در مثال قبل اگر استوانه دو طرف باز کوتاه باشد، حل گردد.

حل : مانند مثال قبل است فقط $\sigma_L = 0$ چون تنش صفحه ای است.

مثال: در یک استوانه ای دو طرف بسته $R_o = 2R_i = 300 \text{ mm}$ می باشد این استوانه تحت فشار خارجی $P_0 = 600 \text{ MPa}$ قطر دارد. جنس از فولاد با $S_y = 250 \text{ MPa}$ است. آیا استوانه دچار واماندگی می شود یا خیر؟

یادداشت:

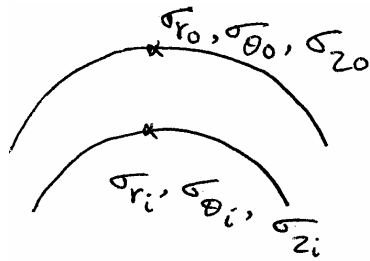
.....

.....

.....

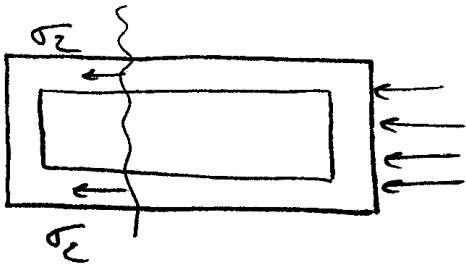
.....

حل : نمی توان گفت سطح داخلی بحرانی است یا خارج. لذا نیاز به محاسبه دارد.



$$\begin{cases} \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} \end{cases} \text{ معادلات لامي}$$

$\sigma_z = ?$ برش می زنیم!



$$\sum F_x = 0 \rightarrow \sigma_z \pi (R_0^2 - R_i^2) = \pi R_0^2 P_0 \Rightarrow \sigma_z = \frac{R_0^2}{R_0^2 - R_i^2} P_0$$

محاسبه A و B:

B.C. $\begin{cases} r = R_i = 150 \text{ mm} \rightarrow \sigma_r = -P_i = 0 \\ r = R_o = 300 \text{ mm} \rightarrow \sigma_r = -P_o = -600 \end{cases}$

$$\begin{cases} 0 = A - \frac{B}{150^2} \\ -600 = A + \frac{B}{300^2} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} B = \text{محاسبه} \\ A = \text{محاسبه} \end{matrix} \text{ با فرض } \begin{matrix} A = a \\ B = b \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \sigma_{ri} = a - \frac{b}{150^2} = 0 \\ \sigma_{r\theta} = a + \frac{b}{150^2} = \text{محاسبه} \\ \sigma_{zi} = \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} P_o = \text{محاسبه} \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{ro} = a - \frac{b}{300^2} = -600 \\ \sigma_{\theta o} = a + \frac{b}{300^2} = \text{محاسبه} \\ \sigma_{zo} = \text{همان عدد قبلی مانند } \sigma_{zi} \text{ (ثابت است)} \end{cases}$$

تنش ها خود اصلی می باشند، (برش صفر است) پس:

$$\sigma_{e_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r_i} - \sigma_{\theta_i})^2 + (\sigma_{\theta_i} - \sigma_{z_i})^2 + (\sigma_{z_i} - \sigma_{r_i})^2} = \text{تنش معادل در داخل}$$

$$\sigma_{e_o} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r_o} - \sigma_{\theta_o})^2 + (\sigma_{\theta_o} - \sigma_{z_o})^2 + (\sigma_{z_o} - \sigma_{r_o})^2} = \text{تنش معادل در خارج}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\sigma_{e_o} > \sigma_{e_i}$$

$$n_s = \frac{S_y = 250}{\sigma_{e_o}} = \text{محاسبه}$$

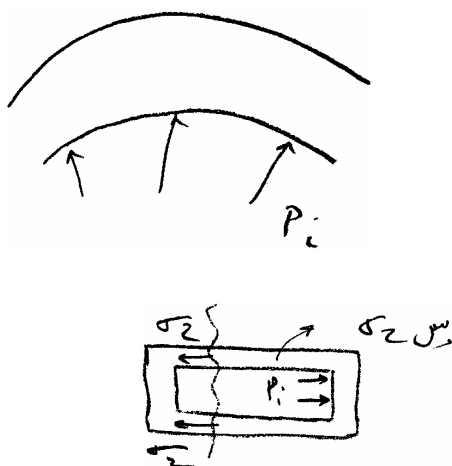
حال باید این دو عدد را مقایسه کنیم. فرض شود:

لذا سطح خارجی بحرانی است.

اگر $n_s \leq 1$ باشد، مخزن وامانده می‌شود.

مثال: یک سیلندر هیدرولیک دو طرف بسته طراحی کنید (یعنی ضخامت چقدر است؟) به طوری که بتواند فشار روغن 40 MPa را تحمل کند. شعاع داخلی 100 mm می‌باشد. مقاومت تسلیم ماده 400 MPa است (سیلندر هیدرولیک جدار ضخیم است).

حل: بنا به مسائل ذکر شده در قبل (در داخل فشار است و سطح تصویر شده‌ی آن کوچکتر است) سطح داخلی، سطح بحرانی است. پس در داخل σ_{z_i} ، σ_{θ_i} ، σ_{r_i} محاسبه می‌شود.



$$\begin{cases} \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_z = \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} P_i = \text{محاسبه} \end{cases}$$

محاسبه‌ی A و B:

$$\text{B.C.} \begin{cases} r = 100 = R_i & \sigma_r = -40 = P_i \\ r = R_o = 100 + t & \sigma_r = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40 = A - \frac{B}{100^2} \\ 0 = A - \frac{B}{(100+t)^2} \end{cases} \rightarrow \text{A و B بر حسب t محاسبه شده است}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

با محاسبه A و B در بالا حال تنش‌ها در سطح داخل بر حسب t محاسبه می‌شوند، یعنی:

$$\sigma_{r_i} = A - \frac{B}{100^2} = \text{بر حسب } t \text{ محاسبه می‌شوند}$$

$$\sigma_{\theta_i} = A + \frac{B}{100^2} = \text{بر حسب } t \text{ محاسبه می‌شوند}$$

$$\sigma_{z_i} = \frac{R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} = \text{عدد ثابت}$$

حال مقادیر بالا را در رابطه تنش معادل در زیر قرار می‌دهیم:

$$\sigma_{e_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r_i} - \sigma_{\theta_i})^2 + (\sigma_{\theta_i} - \sigma_{z_i})^2 + (\sigma_{z_i} - \sigma_{r_i})^2} = \text{بر حسب } t \text{ محاسبه می‌شود}$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{e_i}} \Rightarrow t = \text{به دست می‌آید}$$

$$n_s = 1.5 \text{ تا } 2.5$$

دقت گردد که معمولاً در طراحی، ضریب اطمینان برابر است با

در شرایطی که ایمنی اهمیت دارد مانند کابل آسانسور معمولاً $n_s = 5-10$ می‌باشد.

مثال: حداقل فشار پرس براساس انرژی واپیچشی کدام است؟ شمش آلومینیم دارای مقاومت تسلیم S_y و نسبت پواسون ν است.

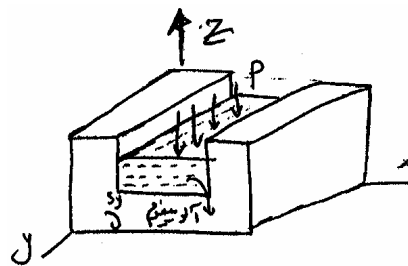
$$P = \frac{S_y}{\sqrt{\nu^2 + \nu - 1}} \quad (۲)$$

$$P = S_y \quad (۱)$$

$$P = \frac{S_y}{\sqrt{\nu^2 - 2\nu + 1}} \quad (۴)$$

$$P = \frac{S_y}{\sqrt{\nu^2 - \nu + 1}} \quad (۳)$$

حل :



$$\sigma_y = 0$$

$$\sigma_z = -P$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0$$

$$\sigma_x = \nu(-P) = -\nu P$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

چون فشار هیدرواستاتیکی است تنش‌ها خود اصلی می‌باشند یعنی

$$\sigma_1 = -P$$

$$\sigma_2 = -\nu P$$

$$\sigma_3 = 0$$

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} = \sqrt{P^2 + \nu^2 P^2 - \nu P^2}$$

$$\sigma_e = S_y \quad \text{شرط تسلیم}$$

$$p\sqrt{\nu^2 - \nu + 1} = S_y \Rightarrow P = \frac{S_y}{\sqrt{\nu^2 - \nu + 1}}$$

ضریب اطمینان طراحی در اجسام نرم به روش ترسیمی

ضریب اطمینان به روش فرمولی: فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1} \quad \text{تئوری Rankine}$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{تئوری Tresca}$$

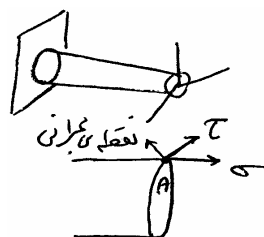
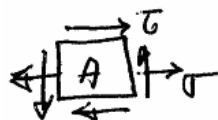
$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e} \quad \text{تئوری Vonmises}$$

حال به روش ترسیمی:

فرض: $\sigma_3 = 0$ (تمایل به ترسیم سه بعدی نیست).

تذکره ۱: نقطه‌ی عمل: یعنی $A(\sigma_1, \sigma_2)$ یا به عبارت دیگر تنش‌های اصلی در نقطه‌ی بحرانی از جسم پس از بارگذاری محاسبه

می‌شود. مثلاً در یک تیر مانند زیر نقطه A یک نقطه بحرانی است به طوریکه تنش‌ها در این نقطه عبارتند از:



$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

تنش‌های اصلی عبارتند از:

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

نقطه‌ی عمل $A(\sigma_1, \sigma_2)$ خواهد بود.

تذکره ۲: تابع تسلیم در حالت کلی: $f(\sigma_1, \sigma_2) = S_y$

مثلاً برای رانکین تابع تسلیم:

$$\sigma_1 = S_y$$

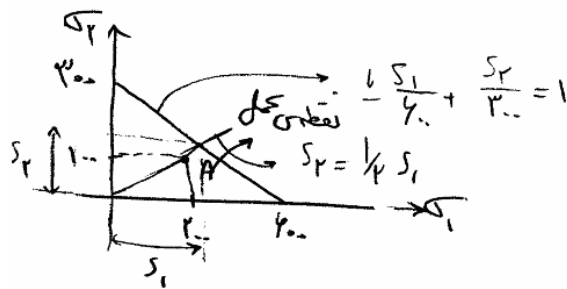
$$\sigma_1 - \sigma_3 = S_y$$

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - \sigma_1 \sigma_2 = S_y$$

برای تئوری ترسکا تابع تسلیم:

برای تئوری Vonmises تابع تسلیم:

مثال: ضریب اطمینان طراحی استاتیکی کدام است؟



$$\frac{S_1}{600} + \frac{S_2}{300} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{600} + \frac{2S_2}{600} = 1 \rightarrow S_1 + 2S_2 = 600 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_2 = \frac{1}{2} S_1 \rightarrow S_1 = 2S_2 \end{array} \right.$$

از تقاطع بالا:

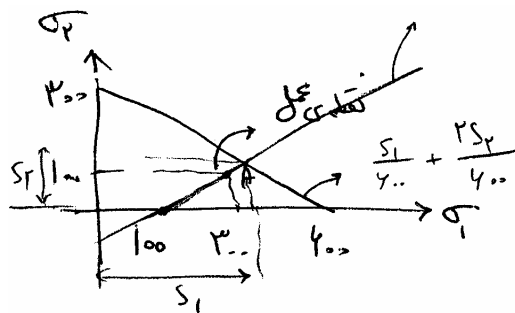
$$S_1 = 300, S_2 = 150$$

$$n_s = \frac{S_2}{\sigma_2} = \frac{150}{100} = 1.5 \quad \text{یا} \quad n_s = \frac{S_1}{\sigma_1} = \frac{300}{200} = 1.5$$

مثال: در یک اتصال پیچ و مهره دیاگرام واماندگی به صورت زیر است، ضریب اطمینان طراحی کدام است؟ تنش پسماند ناشی

از بستن مهره $\sigma_1 = 100$ و $\sigma_2 = 0$ می‌باشد.

حل:



$$\left\{ \begin{array}{l} y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \\ S_2 - 100 = \frac{100 - 0}{300 - 100} (S_1 - 300) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 + 2S_2 = 600 \\ S_2 = \frac{1}{2}(S_1 - 300) + 100 \end{array} \right. \Rightarrow \text{محاسبه می‌شوند } S_1, S_2$$

$$n_{s_1} = \frac{S_1}{300}, \quad n_{s_2} = \frac{S_2}{100}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

هر کدام کوچکتر بود جواب مسئله است.

برای محاسبه n_s به روش ترسیمی، پروسه زیر

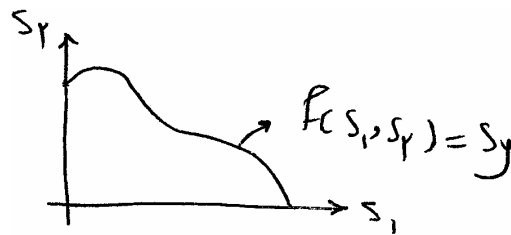
۱- در تابع تسلیم $f(\sigma_1, \sigma_2) = S_y$ ، مؤلفه‌های σ_2, σ_1 را به S_2, S_1 تبدیل کنید.

$$f(S_1, S_2) = S_y$$

۲- محور $S_2 - S_1$ را رسم کنید.

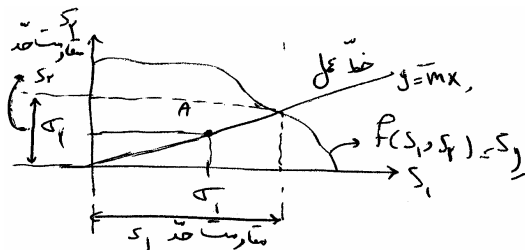
۳- تابع تسلیم در محور $S_1 - S_2$ ترسیم شد.

۴- نقطه‌ی عملی $A(\sigma_1, \sigma_2)$ محاسبه و در دیاگرام رسم شود.



*دقت شود که بین σ_2, σ_1 عددی که قدر مطلق بیش‌تری دارد، روی محور S_1 رسم شود. یعنی قدر مطلق بزرگتر را σ_1 می‌نامیم.

۵- ضریب اطمینان به روش ترسیمی به صورت زیر است:



$$y = mx, \quad S_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} S_1$$

$$f(S_1, S_2) = S_y$$

$$n_s = \frac{S_2}{\sigma_2} \quad \text{یا} \quad \frac{S_1}{\sigma_1}$$

که از تقاطع دو معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} f(S_1, S_2) = S_y \\ S_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} S_1 \end{cases} \Rightarrow S_2, S_1 \text{ محاسبه‌ی } \text{خط عمل}$$

تذکر: در شرایطی که $\frac{S_2}{\sigma_2}, \frac{S_1}{\sigma_1}$ برابر نمی‌باشند، همیشه در طراحی عدد کوچکتر مد نظر قرار می‌گیرد.

رسم تابع تسلیم سه تنوری قبل (در جسم نرم)

۱- تنوری Rankin

فرض: $\sigma_3 = 0, \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

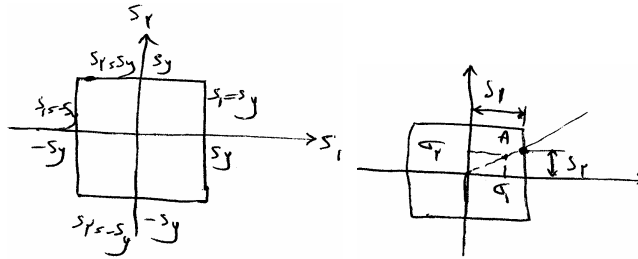
.....

تابع تسلیم $\sigma_1 = \pm S_y$ شروع تسلیم $n_s = 1$

تابع تسلیم $\sigma_2 = \pm S_y$

فرض: $\sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_3$ باشد

حال $S_1 = \pm S_y$ ، $S_2 = \pm S_y$ را رسم می کنیم.



$$n_s = \frac{S_1}{\sigma_1} = \frac{S_y}{\sigma_1}$$

ضریب اطمینان نقطه A در بالا عبارت است از

۲- تئوری Tresca

فرض: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد،

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

$$\sigma_1 - \cancel{\sigma_3} = S_y$$

$$\sigma_1 = \pm S_y$$

یا تابع تسلیم:

یا

$$S_1 = \pm S_y$$

(۱)

فرض: $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ باشد،

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm S_y$$

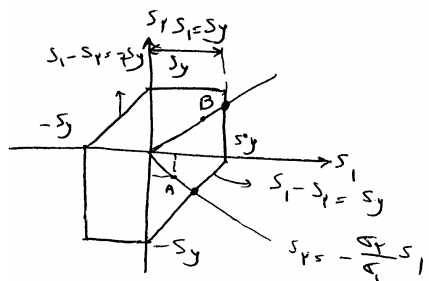
تابع تسلیم:

$$S_1 - S_2 = \pm S_y$$

(۲)

حال (۱) و (۲) در محورهای S_1, S_2 رسم می شود:

ضریب اطمینان A:



$$\begin{cases} S_1 - S_2 = S_y \\ S_2 = -\frac{\sigma_2}{\sigma_1} S_1 \end{cases} \Rightarrow S_1, S_2 \text{ محاسبه}$$

$$n_{S_A} = \frac{S_1}{\sigma_1} \text{ یا } \frac{S_2}{\sigma_2}$$

$$n_{S_B} = \frac{S_1}{\sigma_1} = \frac{S_y}{\sigma_1} : \text{ ضریب اطمینان B}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۳- تئوری Vonmises:

$$\sigma_3 = 0$$

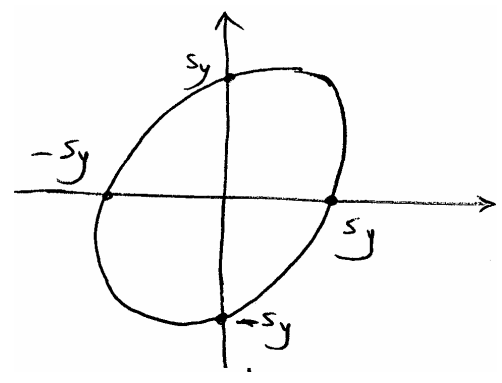
$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}$$

تابع تسلیم:

$$\sigma_e = S_y \Rightarrow \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} = S_y \quad \text{تابع تسلیم}$$

یا برای رسم σ_1 و σ_2 به S_1 و S_2 تبدیل می‌شود:

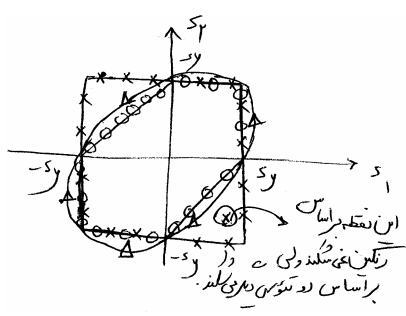
$$\sqrt{S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2} = S_y$$



تذکر: سه تئوری روی یک دیاگرام رسم می‌شود:

یعنی دیاگرامی که به مبدا نزدیک‌تر است، مطمئن‌تر است. در هر حال در حالت کلی تئوری ماکزیمم تنش برش مطمئن‌ترین تئوری است.

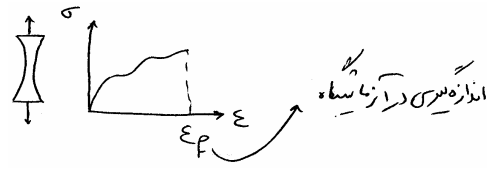
- X: تئوری اول
- O: تئوری دوم
- Δ: تئوری سوم



در ربع اول و سوم، دو تئوری Tresca و Rankine یکسان هستند.

تئوری اجسام شکننده

اگر کرنش شکست $\epsilon_f < 5\%$ باشد، جسم شکننده است.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

چون مقاومت تسلیم در جسم شکننده وجود ندارد، لذا تئوری‌های اجسام نرم در اینجا کاربرد ندارد، سه تئوری مهم برای اجسام شکننده به روش آزمایشگاهی حاصل و به صورت زیر است:

۱- تئوری ماکزیمم تنش اصلی (Rankin)

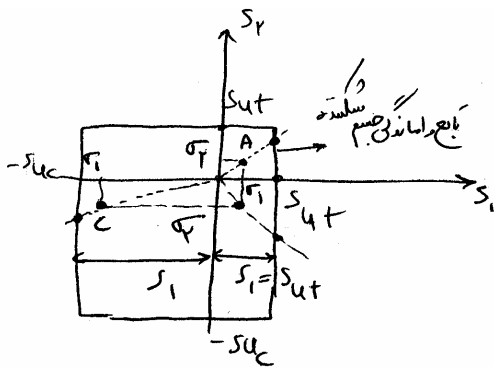
۲- تئوری کلمب - موهر

۳- تئوری موهر اصلاح شده

مطمئن‌ترین این تئوری‌ها مربوط به کلمب - موهر است.

تئوری ماکزیمم تنش اصلی:

در اجسام شکننده: $|S_{uc}| > |S_{ut}|$

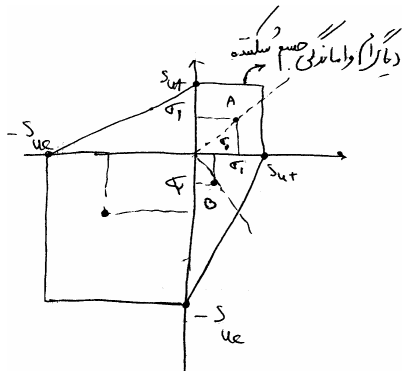


$$n_{SA} = \frac{S_1 = S_{ut}}{\sigma_1}$$

$$n_{SB} = \frac{S_{ut}}{\sigma_1}$$

$$n_{SC} = \frac{-S_{uc}}{-\sigma_1}$$

تئوری مکعب موهر:

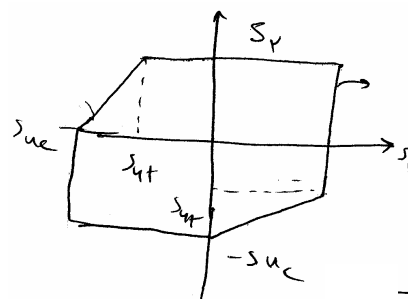


$$n_{SA} = \frac{S_{ut}}{\sigma_1}$$

$$\begin{cases} \frac{S_1}{S_{ut}} - \frac{S_2}{S_{uc}} = 1 \\ S_2 = -\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = S_1 \end{cases} \Rightarrow S_2 \text{ یا } S_1 = \dots$$

تئوری موهر اصلاح شده:

دیاگرام موهر اصلاح شده به صورت زیر است:



یادداشت:

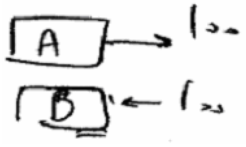
.....

.....

.....

.....

مثال: در جسم زیر کرنش شکست 3% است کدام نقطه A یا B بحرانی است.

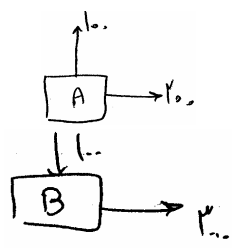


حل: جسم شکننده است (چون $\epsilon_f < 5\%$ است). A بحرانی تر است چون جسم شکننده در کشش ضعیف است.

مثال: در جسم شکننده زیر کدام نقطه بحرانی است؟

حل:

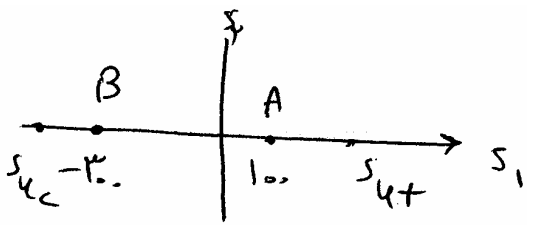
نقطه‌ی B مقاوم‌ترین است و A ضعیف‌ترین است چون جسم شکننده در کشش ضعیف و در فشار قوی است.



مثال: در جسم شکننده‌ی زیر کدام بحرانی تر است؟



حل: نمی‌توان به مثال جواب داد زیرا نیاز به مقاومت‌های حد S_{ut} و S_{uc} دارد.

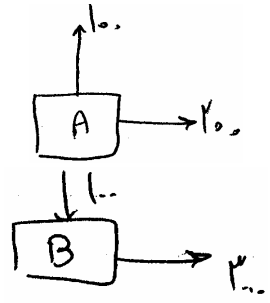


$$n_{S_A} = \frac{S_{ut}}{100}$$

$$n_{S_B} = \frac{-S_{uc}}{-300}$$

هر کدام کوچکتر بود، بحرانی تر است.

مثال: کدام یک از دو نقطه‌ی شکننده‌ی زیر زودتر وامانده می‌شود؟



یادداشت:

.....

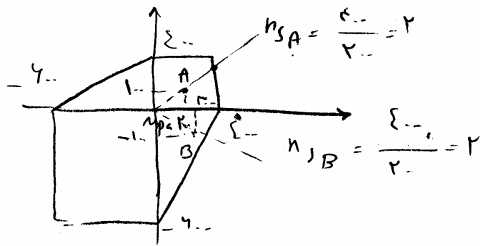
.....

.....

.....

$S_{uc} = -600 \text{ MPa}$, $S_{ut} = 400 \text{ MPa}$ است.

حل : چون تئوری ذکر نشده از تئوری کلمب - موهر استفاده می شود.



$$n_{S_A} = \frac{400}{200} = 2$$

$$n_{S_B} = \frac{200}{100} = 2$$

حال در نقطه عمل $B(300, -100)$ ضریب اطمینان برابر است با

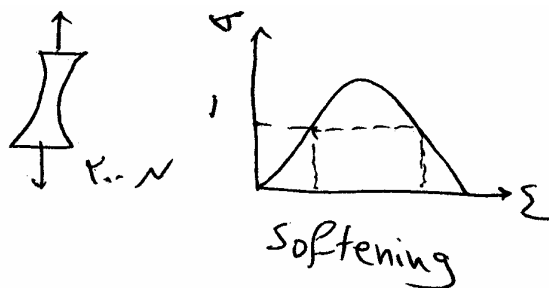
$$\begin{cases} \frac{S_1}{400} - \frac{S_2}{600} = 1 \\ S_2 = -\frac{1}{3}S_1 \end{cases} \rightarrow S_2 = -110 \rightarrow n_{S_B} = \frac{S_2}{-100} = \frac{-110}{-100} = 1.1$$

چون $n_{S_B} < n_{S_A}$ است لذا نقطه B زودتر وامانده می شود.

تئوری جسم نرم با خواص شکننده (quasi brittle material)

مانند: بتن - چوب - سنگ - برخی از کامپوزیت ها و برخی از آلیاژهای آلومینیوم، برخی از آلیاژهای منیزیم و ... داری خواص شبه شکننده است.

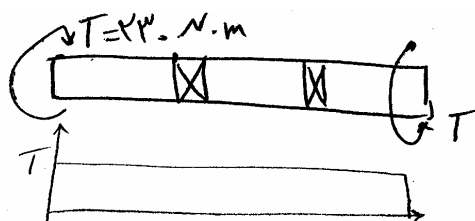
در این اجسام مقاومت تسلیم کششی S_{yt} با مقاومت تسلیم فشاری S_{yc} مساوی نمی باشند. یعنی $S_{yt} \neq S_{yc}$ است.



برای طراحی این اجسام از تئوری اجسام شکننده به خصوص کلمب - موهر که مطمئن ترین است استفاده می شود.

مثال: شافت غیرچرخان زیر از آلومینیوم ریختگی T_6-195 با مقاومت تسلیم کششی 160 MPa و مقاومت تسلیم فشاری 170 MPa است. قطر شافت 25 mm می باشد. تعیین کنید آیا این شافت دچار واماندگی استاتیکی می باشد یا خیر؟ (یعنی

ضریب اطمینان طراحی استاتیکی کدام است؟



یادداشت:

.....

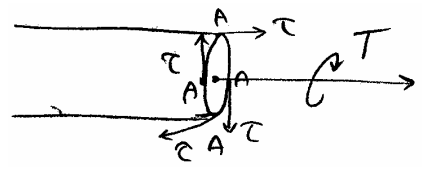
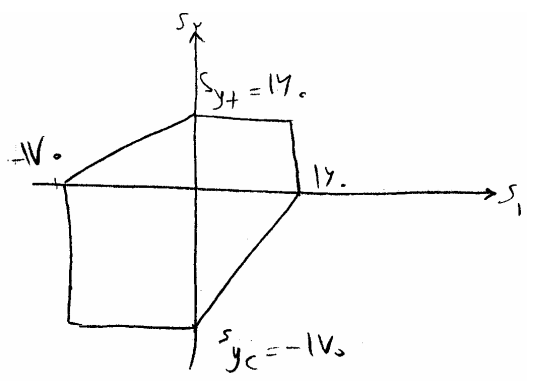
.....

.....

.....

.....

حل : چون $S_{y_t} \neq S_{y_c}$ است، پس ماده نرم شبه شکننده است و از تئوری کلمب - موهر (نه از تئوری های اجسام نرم) استفاده می شود. حال نقطه ی عمل را به دست می آوریم.



پس نقطه ی A بحرانی است:

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} = \frac{230 \times 10^3 \times \frac{25}{2}}{\frac{\pi}{32} (25)^4} = 75 \text{ MPa}$$

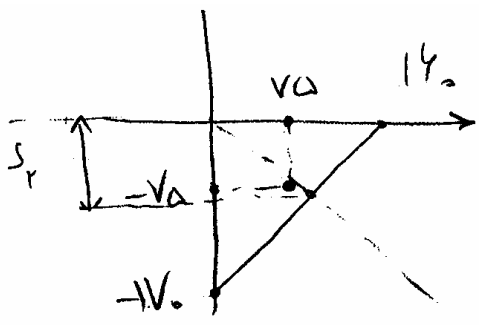
حال در A تنش های اصلی محاسبه می شود تا نقطه ی عمل به دست آید:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 + (75)^2}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \pm 75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = +75 \text{ MPa}, \sigma_2 = -75 \text{ MPa}$$

حال نقطه ی عمل یعنی $A(75, -75)$ رسم می شود.



$$\begin{cases} \frac{S_1}{160} - \frac{S_2}{170} = 1 \\ S_2 = -S_1 \end{cases} \Rightarrow S_2 \cong -82.5$$

$$n_s = \frac{S_2}{-75} = 1.10$$

یادداشت:

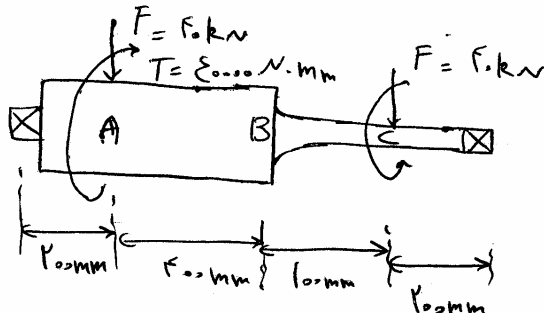
.....

.....

.....

.....

مثال: کدام سطح بحرانی است؟



A (1)

B (2)

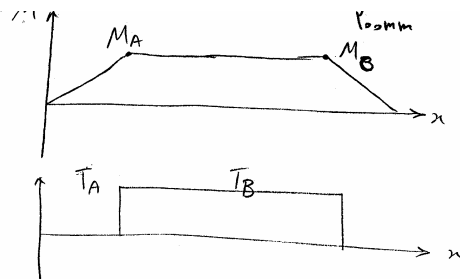
B یا A (3)

(4) نمی توان گفت

حل: خمش خالص است پس ممان در سطح A و B برابر است.

$$M_A = M_B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_A = M_A \frac{C}{I} \\ \tau_A = T_A \frac{r}{j} \\ \sigma_B = K_{t_b} M_B \frac{C}{I'} \\ \tau_B = K_{t_s} T_B \frac{r}{j'} \end{array} \right.$$



شکل

چون $M_A = M_B$ ، $T_A = T_B$ است، پس سطح B در صد بحرانی است. چون هم K_t دارد و هم مقطع کوچکتر است یا I', J' کمتر است.

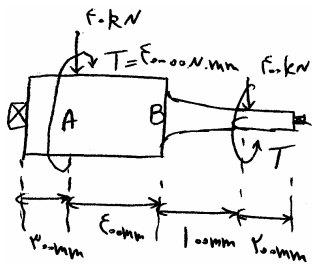
مثال: سطح بحرانی کدام گزینه است؟

A در (1)

B در (2)

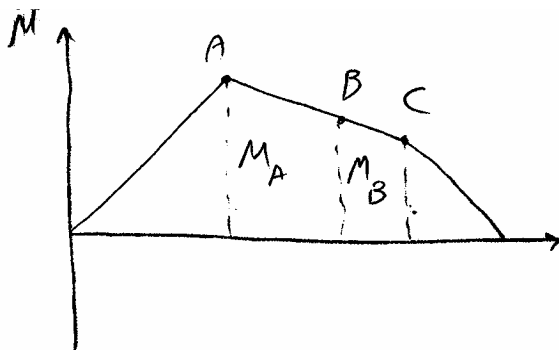
B یا A (3)

(4) نمی توان گفت



حل: مسئله دیگر خمش خالص نمی باشد.

$$M_A \neq M_B$$



یادداشت:

.....

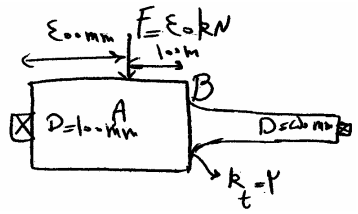
.....

.....

.....

گزینه‌ی ۳ صحیح است. یعنی یا A بحرانی است یا B. در A ممان بیش‌ترین است در B تمرکز تنش و مقطع کوچک باعث افزایش تنش در B می‌شود. یعنی یا A بحرانی است یا B.

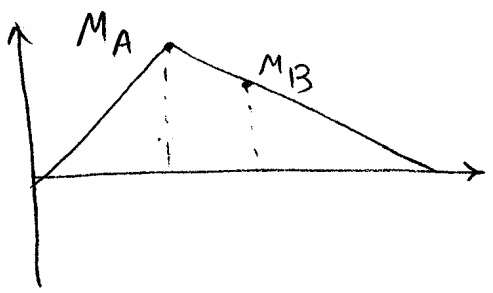
مثال: A سطح بحرانی است یا B؟



حل: یعنی یا A بحرانی است یا B، نیاز به محاسبه دارد.

$$\sigma_A = \frac{20 \times 10^3 \times 400 \times \pi \times (100)^3}{32}$$

$$\sigma_B = K_t \frac{M_{BC}}{I}$$

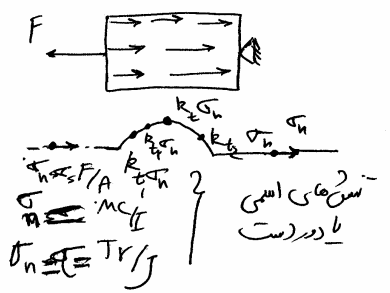


$$\sigma_B = 2 \times \frac{20 \times 10^3 \times 300 \times 25}{\frac{\pi}{64} (50)^4}$$

حال σ_B, σ_A مقایسه می‌شود، هر کدام بیش‌تر بود بحرانی است.

ضریب تمرکز تنش هندسی

در اثر ناپیوستگی هندسی (ناچ) در اجسام، انحراف جریان تنش ایجاد می‌شود. این انحراف باعث افزایش تنش به میزان ماکزیمم می‌شود که آن را ضریب تمرکز تنش هندسی نامند.



این ضریب شدیداً به نسبت ابعاد هندسی وابسته است و به مقدار بار وابسته نیست. ولی به نوع بارگذاری وابسته است.

$$k_t = F(d/w)$$

$$k_t = F(r/d, D/d)$$

یادداشت:

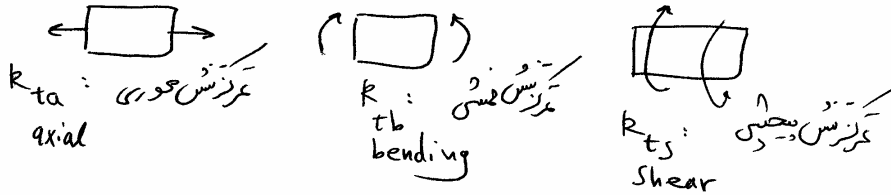
.....
.....
.....
.....

تذکر مهم:

۱- تمرکز تنش به مقدار بار وابسته نمی‌باشد زیرا K_t نسبت دو تنش خطی است.

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

۲- تمرکز تنش به نوع نیرو وابسته است. هم چنین به نسبت ابعاد هندسی وابسته است.



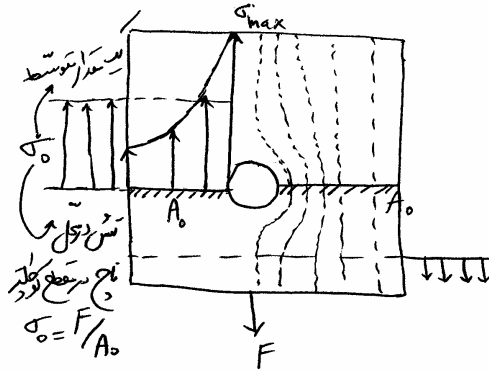
تعریف K_t

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

*تعریف اول K_t :

که σ_n تنش در ناحیه دوردست در محل جریان‌های یکنواخت می‌باشد.

*تعریف دوم K_t :



$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

که σ_0 تنش در محل ناچ در مقطع کوچکتر می‌باشد (مانند شکل بالا)

اصولاً مقدار K_t از روش‌های آزمایشگاهی (کرنش‌سنج، فتوالاستیسیته) و یا روش‌های تحلیلی و عددی (که بسیار پیچیده است)، اندازه‌گیری می‌شود. مثالهای زیر روش اندازه‌گیری K_t بر روش آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

یادداشت:

.....

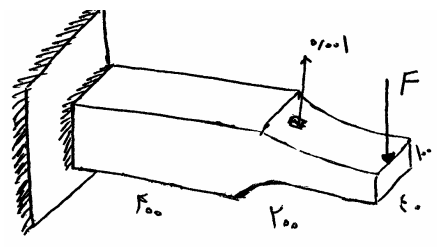
.....

.....

.....

مثال: در شکل زیر K_t کدام است؟

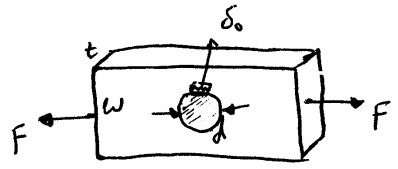
جنس آلومینیوم و $E = 150 \times 10^3 \text{ MPa}$ است و به ازای $F = 40 \text{ KN}$ کرنش سنج عدد 0.001 را نشان می‌دهد.



حل :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max} = E \varepsilon}{\sigma_0} = \frac{150 \times 10^3 \times 0.001}{\frac{1}{12} \times 40 \times 100^3} = \text{محاسبه می‌شود}$$

مثال: کدام K_t صحیح است؟ به ازای نیروی F کرنش سنج عدد δ_0 را نشان می‌دهد. مدول الاستیسیته E می‌باشد.

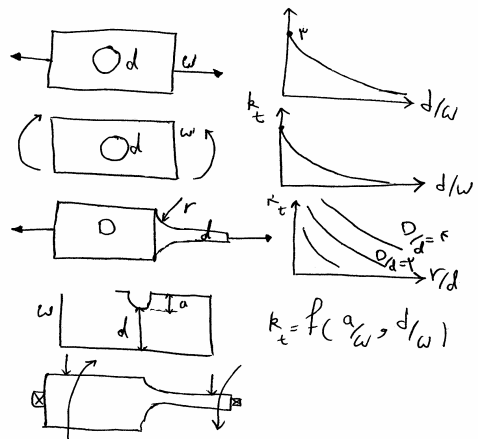


حل :

$$K_t = \frac{E \delta_0}{F (w-d)t}$$

$$K_t = \frac{E \delta_0 (w-d)t}{F}$$

تذکر: در آخر کتاب طراحی اجزاء شیگلی شخصی به نام Peterson دیاگرام‌هایی برای محاسبه K_t ارائه داده است.



یادداشت:

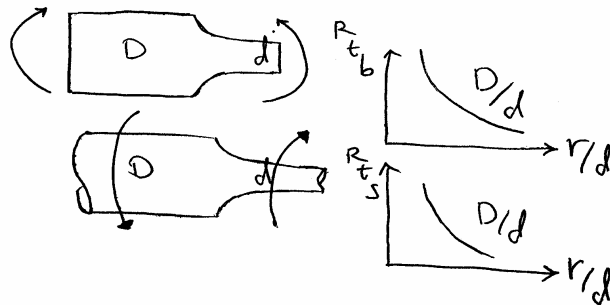
.....

.....

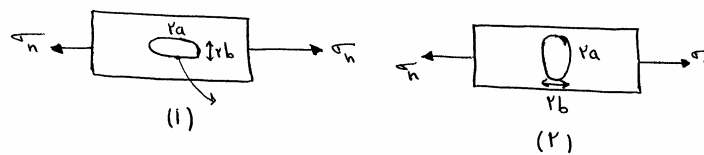
.....

.....

تذکر: دانشجویان محترم برای امتحانات کنکور بهتر است دو شکل زیر را در ذهن داشته باشند.



مثال: کدام مقاوم تر است؟



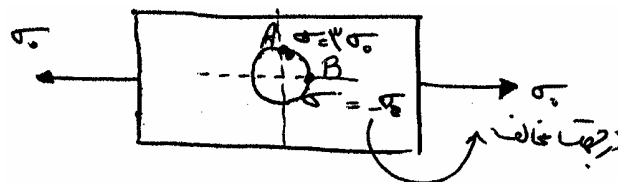
شکل ۱ دارای K_t کمتر بوده و مقاوم تر است.

$$\sigma_{max} = \sigma_n \left(1 + \frac{2b}{a} \right)$$

تذکر: به طور تحلیلی در صفحه‌ی طولانی در شکل ۱ معادله مقابل حاکم است.

اگر $a = b$ باشد، $\sigma_{max} = 3\sigma_n$.

نتیجه گیری: در یک صفحه بی‌نهایت و یا یک صفحه با سوراخ ریز همواره تنش در A و B به صورت زیر است.

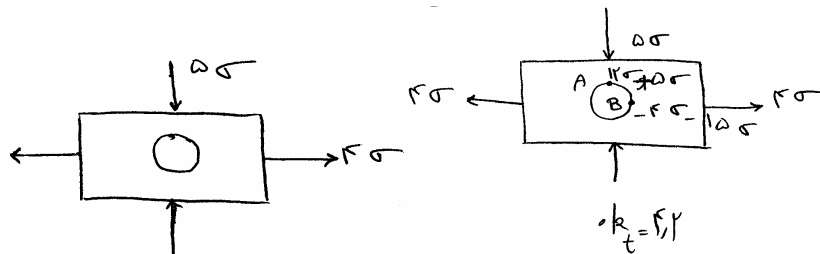


تذکر: تمرکز تنش یک تحلیل الاستیک است، پس می‌توان اصل superposition را در آن به کار برد، لذا K_t قطعات تحت بار مرکب

را می‌توان به دست آورد. به مثال‌های زیر توجه شود.

مثال: کدام K_t صحیح است؟ سوراخ ریز است.

حل:



یادداشت:

.....

.....

.....

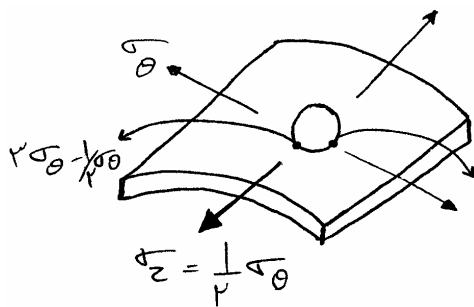
.....

$$\begin{cases} K_{t_1} = \frac{17\sigma}{4\sigma} = 4.2 \\ K_{t_2} = \frac{-19\sigma}{-5\sigma} = 3.8 \end{cases} \Rightarrow$$

بزرگترین آن‌ها، یعنی $K_t = 4.2$ صحیح است

مثال: در روی یک استوانه‌ی جدار نازک یک سوراخ ریز روغن کاری وجود دارد، تمرکز تنش کدام است؟
 2.5 (۱) 4 (۲) 2 (۳) 4.5 (۴)

حل: چون در مسئله ذکر نشده، default دو طرف بسته است.



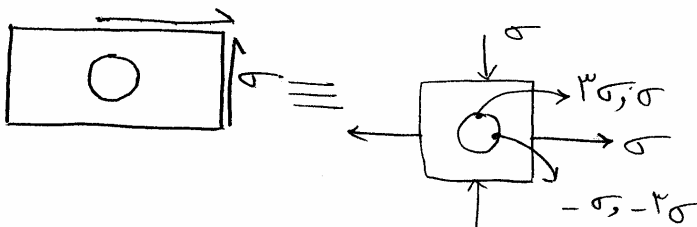
$$\begin{cases} -\sigma_\theta + \frac{3}{2}\sigma_\theta \\ K_{t_1} = \frac{3\sigma_\theta - \frac{1}{2}\sigma_\theta}{\sigma_\theta} = 2.5 \\ K_{t_2} = \frac{-\sigma_\theta + \frac{3}{2}\sigma_\theta}{\frac{1}{2}\sigma_\theta} = 1 \end{cases}$$

گزینه ۱ صحیح است. چون 2.5 بزرگترین K_t به دست آمده است.

مثال: K_t کدام است؟

4 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4.5 (۴)

حل:



$$\Rightarrow K_t = \frac{4\sigma}{\sigma} \quad \text{یا} \quad \frac{-4\sigma}{-\sigma} \\ K_t = 4$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

مسئله برش خالص است. هرگاه جمع تنش‌های اصلی صفر شود یا مرکز دایره‌ی موهر بر مبدأ محور مختصات منطبق باشد، برش خالص داریم.

$$(\sigma_1 + \sigma_2 = 0)$$

تذکر: روش‌های مختلفی جهت کاهش تمرکز تنش یا افزایش مقاومت به ضربه وجود دارد. لطفاً به مثالهای زیر توجه شود.

یادداشت:

.....

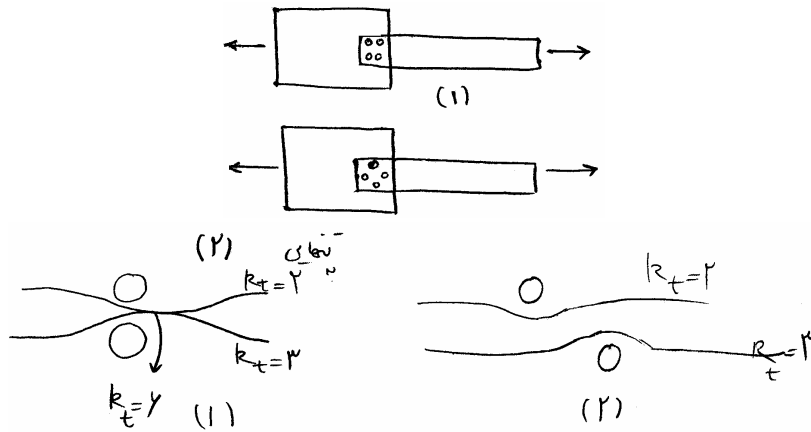
.....

.....

.....

مثال: کدام اتصال مقاومتر است؟

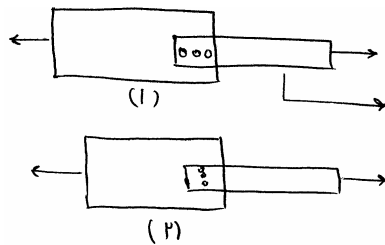
حل: اتصال ۲ مقاومتر است، زیرا امکان تداخل دو جریان تنش کمتر است.



مثال: کدام اتصال بهتر است؟

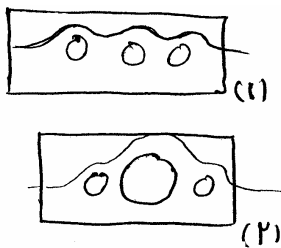
حل:

(۱) بهتر است. چون امکان تداخل جریانهای تنش کمتر است.



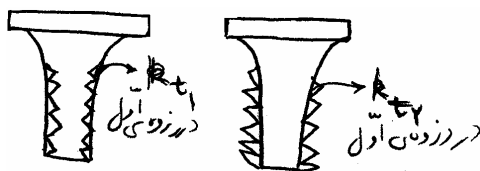
مثال: کدام سوراخ کاری بهتر است؟

چون (۲) دامنه‌ی بزرگتری را ایجاد می‌کند، پس (۱) مقاومتر است.



مثال: مقاومت به ضربه در پیچ رزوه داخلی بیشتر است یا رزوه خارجی؟

حل:



رزوه داخلی

رزوه خارجی

یادداشت:

.....

.....

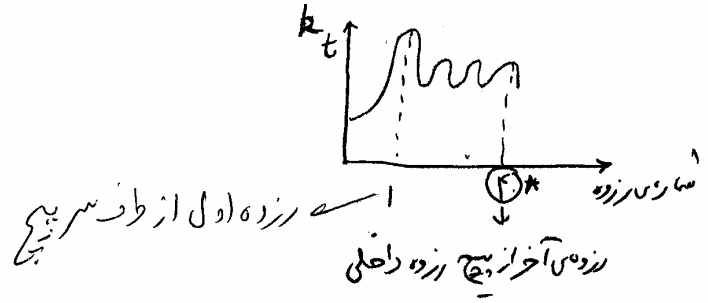
.....

.....

در رزوه داخلی جریان تنش از یک سطح بزرگتر به کوچکتر حرکت می کند و در رزوه خارجی بالعکس. پس:

$$K_{t1} > K_{t2}$$

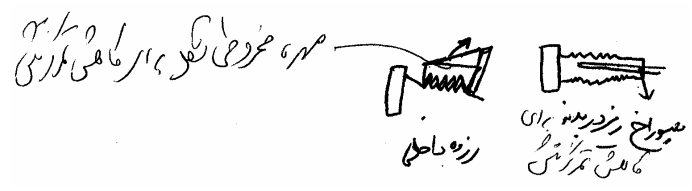
شکل زیر توزیع تنش یا تمرکز تنش در رزوه های یک پیچ را نشان می دهد.



لذا مقاومت به ضربه در پیچ رزوه خارجی بیشتر است چون تمرکز تنش در آن کمتر است.

تذکر: روش های کاهش K_t یا افزایش مقاومت به ضربه، ایجاد شرایط تغییر شکل ارتجاعی در آن ناحیه می باشد.

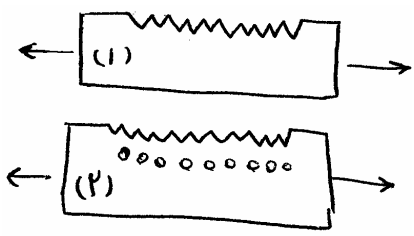
تمرکز تنش تقسیم می شود (اثر وجود سوراخ)



مثال: کدام مقاوم تر است؟

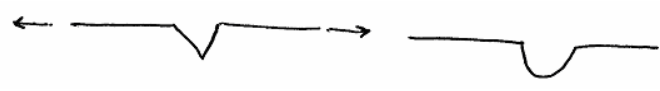
حل:

در (۲) تمرکز تنش کمتر است، زیرا سوراخ های ریز باعث ایجاد جریان تنش یکنواخت تر می گردد لذا مقاوم تر از ۱ است.



تذکر: منطقه خمیری باعث کاهش تمرکز تنش یا رها شدن آن می گردد. مثلاً در اثر ایجاد منطقه خمیری با دمای بالا در اطراف ناچ

یک ناچ تیز به یک ناچ با شعاع فیلت ملایم تر می شود و تمرکز تنش رها می یابد.



یادداشت:

.....

.....

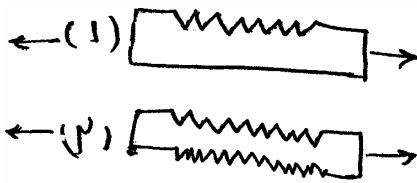
.....

.....

مثال: کدام برای عملیات حرارتی مقاومتر است؟

حل :

جسم (۲) برای عملیات حرارتی مناسبتر است.



چون تقارن هندسی دارد و سطح بالا و پائین هم زمان خنک می شود و باعث ایجاد تنش پسماند مانند شکل (۱) نمی گردد.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل چهارم

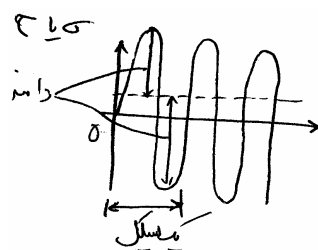
واماندگی خستگی

طراحی خستگی

مکانیزم خستگی قبلاً بحث شد. یعنی در اثر اعمال بارهای نوسانی ترک مهندسی در جسم ایجاد می‌شود. این ترک پس از اعمال بارهای متعدد رشد و شکست نهایی اتفاق می‌افتد.

انواع بارهای نوسانی

۱- دامنه ثابت



۲- دامنه متغیر

- منظم مانند شکل ۱ در زیر

- نامنظم مانند شکل ۲ در زیر

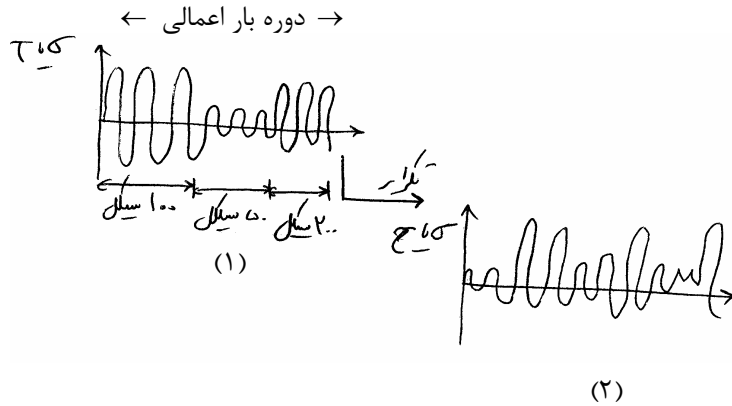
یادداشت:

.....

.....

.....

.....

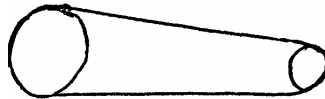


تذکر ۱: در نوع ۱ معمولاً عمر یا تعداد سیکل لازم برای بروز ترک خستگی مدّ نظر است. در نوع (۲) تعداد دوره‌ی بار اعمالی برای خستگی مدّ نظر است.

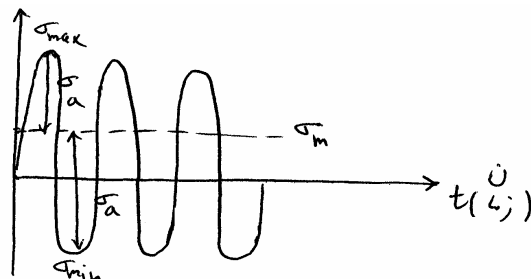
تذکر ۲: در این درس فقط نوع دامنه‌ی ثابت بررسی می‌شود، چون بقیه از طریق دستگاه Rain Flow به دامنه ثابت تبدیل می‌شود.

مثال: در تسمه‌ی زیر کدام نوع بار اعمال شده؟

- (۱) دامنه ثابت (۲) دامنه متغیر منظم (۳) دامنه متغیر نامنظم (۴) نمی‌توان گفت
- حل :** گزینه ۲ صحیح است.



بار نوسانی دامنه ثابت:



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \text{ دامنه تنش} \\ \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \text{ تنش متوسط} \end{array} \right.$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

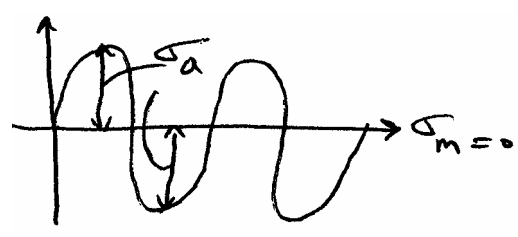
پارامتر نسبت تنش: بارهای نوسانی را با پارامتری به نام نسبت تنش R می‌توان نشان داد به طوری که:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

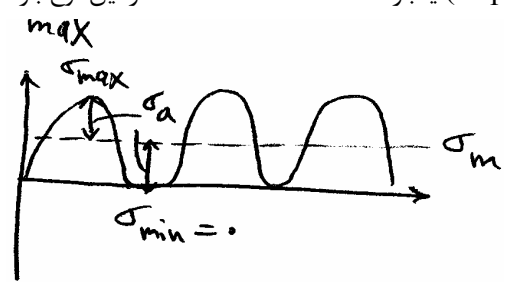
مرسوم‌ترین بارهای نوسانی $R = -1$ و $R = 0$ است.

* $R = -1$: آن را بار کاملاً معکوس یا برگشتی می‌نامند (Completely reversed loading) در این نوع بار:

$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = |\sigma_{\max}| = |\sigma_{\min}| \end{cases}$$



a. بار $R = 0$: این بار را بار تکراری یا (Repeated loading) یا بار O-Max نامند، که در این نوع بار:



$$\begin{cases} \sigma_a = \sigma_m = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} = 0 \end{cases}$$

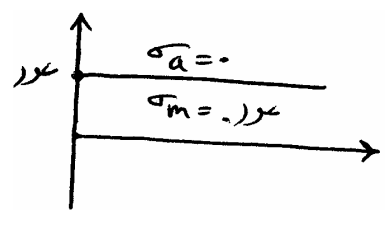
سؤال: بار $R = 1$ کدام است؟

جواب: بار استاتیکی (نه نوسانی) است. در این نوع بار $\tau_a = 0$

$\tau_m =$ عدد

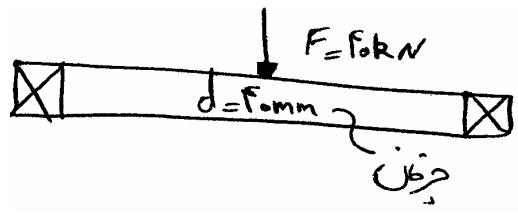
$\sigma_a = 0$

$\sigma_m =$ عدد



مثال: در شفت چرخان زیر σ_a و σ_m در نقطه‌ی بحرانی کدام است؟

حل: چون بار خمشی و شفت چرخان است، لذا طیف تنش $R = -1$ می‌باشد. یعنی:



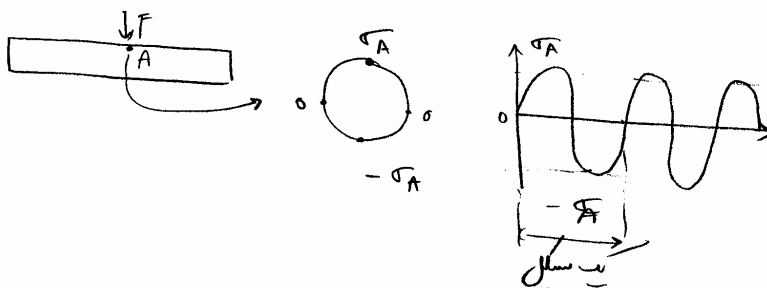
یادداشت:

.....

.....

.....

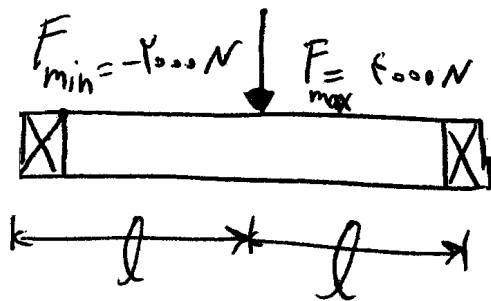
.....



$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = \frac{M}{S} = \frac{\frac{F}{2} \times 600}{S} = \text{قابل محاسبه} \end{cases}$$

مثال: در شفت ساکن زیر σ_m و σ_a بحرانی کدام است؟

حل: سطح بحرانی در وسط است.



$$\sigma = \frac{F}{2} \cdot \frac{\ell C}{I} = \text{عدد} \times F$$

$$F_a = \frac{40000 - (-2000)}{2} = 3000 \text{ N}$$

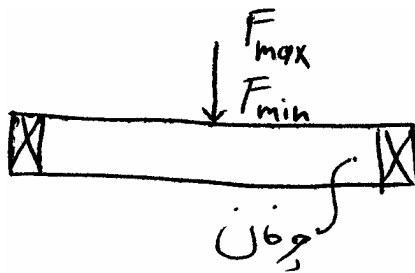
$$F_m = \frac{4000 - 2000}{2} = 1000 \text{ N}$$

پس:

$$\begin{cases} \sigma_a = \text{عدد} \times F_a = \text{عدد} \times 3000 = \text{قابل محاسبه} \\ \sigma_m = \text{عدد} \times F_m = \text{عدد} \times 1000 = \text{قابل محاسبه} \end{cases}$$

مثال: در شفت چرخان زیر σ_m و σ_a بحرانی کدام است؟

حل: چون دامنه‌ی طیف تنش نوسانی از نوع متغیر می‌باشد، لذا مربوط به این درس نیست.



یادداشت:

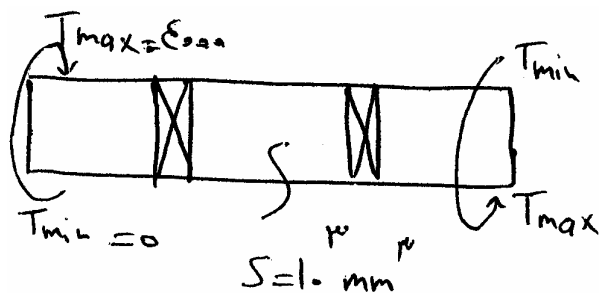
.....

.....

.....

.....

مثال: در شفت چرخان زیر (یاغیر چرخان) τ_m و τ_a بحرانی کدام است؟



حل: هر مقطعی می تواند بحرانی باشد، پس:

$$\tau = \frac{T}{2S} = \frac{T}{2 \times 10^3} = \text{عدد} \times T$$

$$T_a, T_m = \frac{(T_{\max} \mp T_{\min})}{2}$$

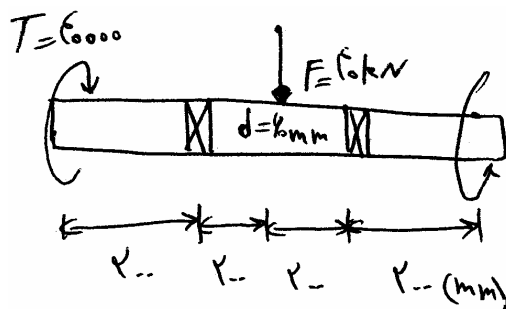
$$T_a, T_m = \pm 2000$$

$$\tau_a = \text{عدد} \times T_a = \text{محاسبه}$$

$$\tau_m = \text{عدد} \times T_m = \text{محاسبه}$$

مثال: $\sigma_m, \sigma_a, \tau_m, \tau_a$ بحرانی کدام است؟ σ'_m, σ'_a که دامنه‌ی تنش معادل و تنش متوسط معادل می باشد، چقدر است؟ شافت چرخان است.

حل: طبق نکات قبل نقطه‌ی بحرانی زیر نیروی F واقع می شود پس در آنجا تنش متوسط و دامنه تنش محاسبه می شود.



چون شافت چرخان و بار ثابت است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = \frac{M}{S} = \frac{20 \times 10^3 \times 200}{\frac{\pi (60)^4}{64 \times 30}} = \text{محاسبه} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_a = 0 \\ \tau_m = \frac{T}{2S} = \frac{40000}{2 \times 14} = \text{محاسبه} \end{array} \right.$$

قبلا محاسبه شده

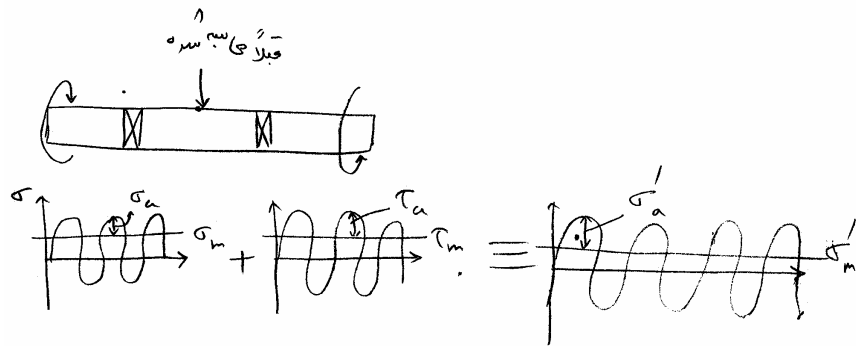
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



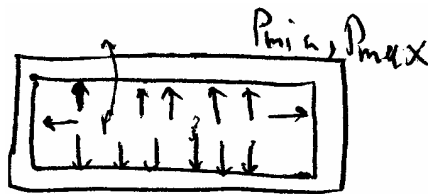
معادل تنش دامنهی $\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$

معادل تنش متوسط $\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$

مثال: در یک استوانه‌ی جدار نازک دو طرف بسته که تحت فشار داخلی نوسانی $P_{min} = 200 \text{ MPa}$ و $P_{max} = 60 \text{ MPa}$

است. σ'_a و σ'_m بحرانی محاسبه می‌شود. $\frac{R}{t} = 40$. پس:

حل:



$$\begin{cases} \sigma_{\theta_a} = 4P_a = 4 \times 200 \\ \sigma_{\theta_m} = 40P_m = 40 \times 400 \\ \sigma_{L_a} = 20P_a = 200 \times 100 \\ \sigma_{L_m} = 20P_m = 200 \times 100 \\ \sigma_r = 0 \end{cases}$$

$$P_a, P_m = \frac{P_{max} \mp P_{min}}{2}$$

سه طیف داریم که معادل قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} P_a = 200 \text{ MPa} \\ P_m = 400 \text{ MPa} \\ \sigma_{\theta_a} = 40P_a = 4 \times 200 \\ \sigma_{\theta_m} = 40P_m = 40 \times 400 \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\begin{cases} \sigma_{L_a} = 20 P_a = 20 \times 200 \\ \sigma_{L_m} = 20 P_m = 20 \times 400 \\ \sigma_{r_m} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{r_a} = 0 \\ \sigma_{r_m} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma'_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{\theta_a} - \sigma_{r_a})^2 + (\sigma_{r_a} - \sigma_{L_a})^2 + (\sigma_{L_a} - \sigma_{\theta_a})^2} \\ \sigma'_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{\theta_m} - \sigma_{r_m})^2 + (\sigma_{r_m} - \sigma_{L_m})^2 + (\sigma_{L_m} - \sigma_{\theta_m})^2} \end{cases}$$

ضریب اطمینان استاتیکی

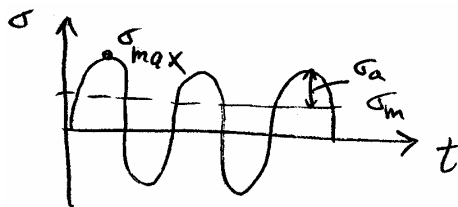
در بارهای نوسانی ضریب اطمینان خستگی n_f که بعداً از تئوری خستگی گودمن یا سادبرگ استخراج می‌گردد، برای بررسی پدیده خستگی محاسبه می‌گردد.

اگر $n_f > 1$ جسم خسته نمی‌شود.

اگر $n_f \leq 1$ جسم خسته می‌شود.

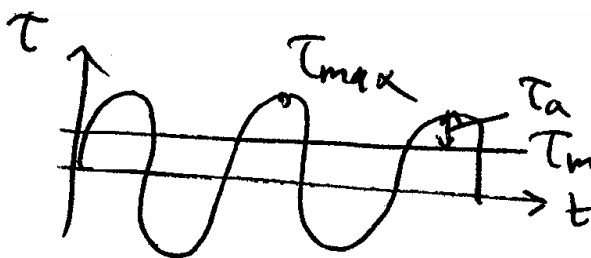
ضریب اطمینان استاتیکی در بارهای نوسانی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

الف) بار نوسانی $\sigma_a - \sigma_m$



$$n_s = \frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{\sigma_{max}} = \frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{\sigma_a + \sigma_m}$$

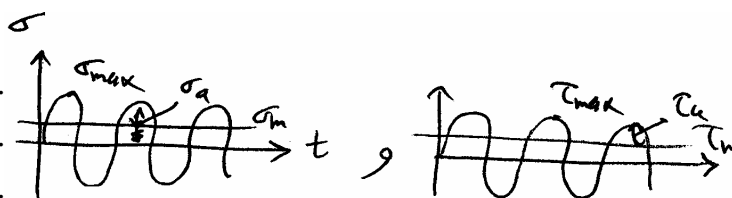
ب) بار نوسانی پیچشی



$$n_s = \frac{S_{sy} \text{ یا } S_{su}}{\tau_{max}} = \frac{S_{sy} \text{ یا } S_{su}}{\tau_a + \tau_m}$$

ج) بار ترکیبی (هم بار پیچشی و هم بار خمشی یا محوری اعمال گردد)

یادداشت:



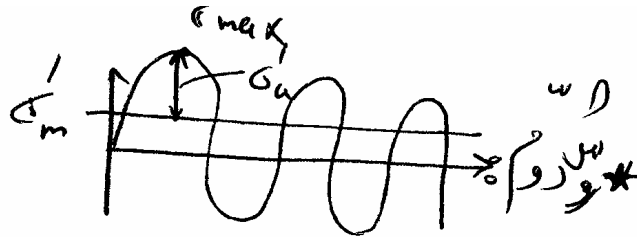
روش اول (default)

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m$$

$$\tau_{\max} = \tau_a + \tau_m$$

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2} \text{ ماکزیمم تنش معادل}$$

$$n_s = \frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{\sigma'_{\max}}$$



$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

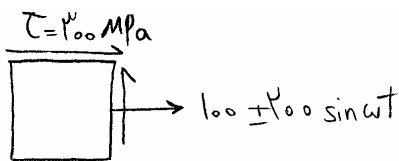
$$\sigma'_{\max} = \sigma'_a + \sigma'_m$$

$$n_s = \frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{\sigma'_{\max}}$$

مثال: در میل لنگ زیر که با سرعت ثابت ω می چرخد، ضریب اطمینان استاتیکی کدام است؟



حل :



$$\begin{cases} \sigma_a = 200 \\ \sigma_m = 100 \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_a = 0 \\ \tau_m = 300 \end{cases}$$

روش ۱:

$$\tau_{\max} = \tau_a + \tau_m = 300$$

$$\sigma_{\max} = 200 + 100 = 300$$

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2} = \text{محاسبه}$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma'_{\max}} = 2$$

یادداشت:

.....

.....

.....

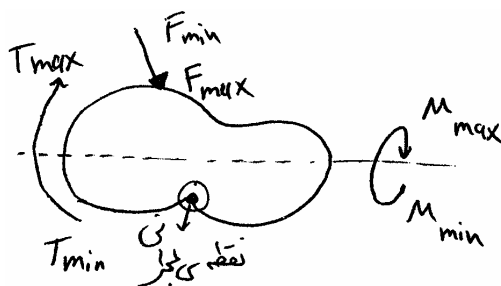
.....

روش دوم:

$$\begin{aligned} \sigma'_a &= \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \\ \sigma'_m &= \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \\ \sigma'_{\max} &= \sigma'_a + \sigma'_m \\ n_s &= \frac{S_{ut}}{\sigma'_{\max}} = 1.64 \end{aligned}$$

عدد کوچکتر انتخاب می‌شود و کنترل می‌گردد.

فلوچارت طراحی خستگی



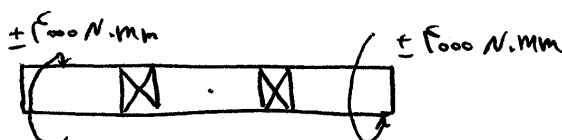
۱- ابتدا استاتیکی نقطه‌ی بحرانی را به دست می‌آوریم.

۲- در نقطه‌ی بحرانی σ'_m, σ'_a را محاسبه می‌کنیم؛ یعنی:

دقت شود که هیچ اطلاعاتی را از مرحله‌ی ۱ به مراحل بعدی وارد نمی‌کنیم

مثلاً در شافت زیر σ'_m, σ'_a به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \sigma'_m &= \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \\ \sigma'_a &= \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \end{aligned}$$



$$\sigma_m = 0, \sigma_a = 0$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3}\tau_m, \sigma'_a = \sqrt{3}\tau_a$$

$$\tau = \frac{T_r}{j} = \frac{T}{2S} \rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} = 4000 \\ T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\tau_a = \frac{T_a}{2S} = \frac{4000}{2S}$$

$$\tau_m = 0$$

$$\begin{cases} \sigma'_m = 0 \\ \sigma'_a = \frac{\sqrt{3} \times 4000}{2S} = \text{محاسبه} \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

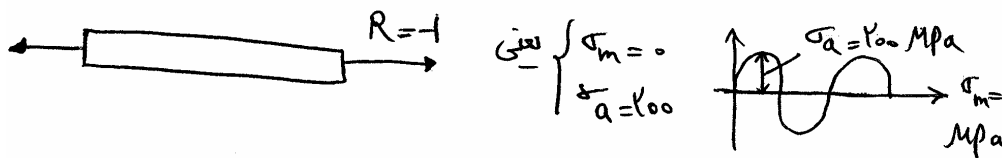
۳- ضریب اطمینان خستگی n_f : حال σ'_m , σ'_a را در فرمول‌های واماندگی خستگی گودمن یا سادر برگ یا S-N دیاگرام قرار می‌دهیم و n_f یا هر مجهول دیگر مانند جنس، هندسه، بار و ... را به دست می‌آوریم.
یعنی:

$$\text{گودمن} \quad \begin{cases} \frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma'_m + \sigma'_a \times \frac{S_{ut}}{S_e \rightarrow \text{حد تحمل}} \\ \sigma'_a = AN^B \end{cases}$$

S-N

در قسمت بعدی به طور مفصل به معادلات خستگی گودمن و S-N دیاگرام می‌پردازیم.

مثال: آیا درمیله زیر که تحت بار نوسانی $R = -1$ است، امکان خستگی وجود دارد؟ $S_y = 400 \text{ MPa}$ است.



حل: جسم دچار واماندگی استاتیکی نمی‌شود، چون:

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{400}{0+200} = 2 > 1$$

امکان ایجاد خستگی در این جسم وجود دارد. زیرا مقاومت تسلیم S_y دیگر برای بارهای نوسانی اعتبار ندارد. و به جای آن در بار نوسانی بایستی از مقاومت حد دیگری به نام مقاومت حد دوام یا مقاومت حد تحمل S'_e استفاده می‌شود. یعنی:
برای بار $R = -1$ داریم:

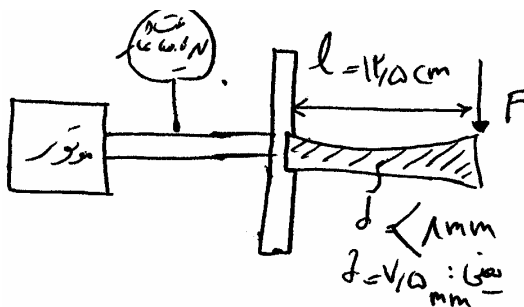
× اگر $\sigma_a > S'_e$ جسم خسته می‌شود، یعنی عمر محدود است.

× اگر $\sigma_a \leq S'_e$ جسم خسته نمی‌شود، یعنی عمر نامحدود یا بی‌نهایت است.

اندازه‌گیری S'_e

در آزمایشگاه مقاومت مصالح با انجام آزمایش میله چرخان، دیاگرام S-N (یا دیاگرام $\sigma_a - N$) به دست می‌آید و از روی آن S'_e استخراج می‌گردد.

در آزمایش میله چرخان بار $R = -1$ است یعنی:



$$\sigma_m = 0$$

$$\sigma_a = F \frac{l \cdot c}{I} = \frac{F \cdot l \cdot c}{\frac{\pi (7.5)^4}{64}}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در برخی از آزمایشات به جای اندازه‌گیری F مقدار خیز ابتدای تیر یعنی δ محاسبه و سپس از رابطه زیر F و نهایتاً σ_a محاسبه می‌شود.

$$F = \frac{\delta 3EI}{l^3}$$

$$\sigma_a = F \cdot \frac{l \cdot c}{I}$$

*آزمایش:

شماره آزمایش	δ	F	از فرمول σ_a	از روی ساعت شمار N :
۱	1mm	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۲	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۳	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۴	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۵	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۶	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۷	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۸	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۹	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.
۱۰	عدد	محاسبه	محاسبه	به محض شکست نمونه، به موتور فرمان ایست داده می‌شود و از روی ساعت شمار مقدار N خوانده می‌شود.

یادداشت:

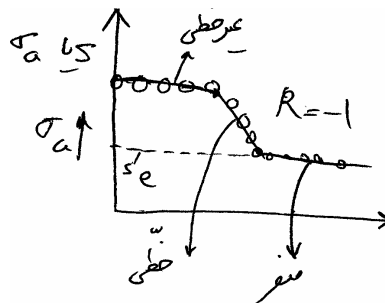
.....

.....

.....

.....

حال تغییرات σ_a بر حسب N در مختصات لگاریتمی رسم می‌کنیم. برای فلزات یا مواد مختلف آزمایش انجام شده و S'_e محاسبه شده است.



S'_e را مقاومت حد تحمل دوام یا حد تحمل خستگی نامند، به طوری که:

اگر $\sigma_a \leq S'_e$ باشد، عمر دائم یا نامحدود است.

اگر $\sigma_a > S'_e$ باشد، دارای عمر محدود است.

تذکر مهم: اندازه‌گیری S'_e به روش آزمایش گران است. تجربه نشان داده که: $S'_e = 0.5 S_{ut}$

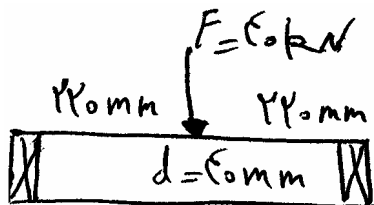
که مقدار S_{ut} معمولاً با آزمایش کشش ساده در آزمایشگاه به سادگی به دست می‌آید.

مثال: در شفت چرخان زیر با $S_{ut} = 600 \text{ MPa}$ کدام صحیح است؟

(۱) عمر نامحدود

(۲) عمود محدود

(۳) نمی‌توان گفت



حل: نقطه‌ی بحرانی در زیر نیرو است.

بار نوسانی $R = -1$ است

$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = \frac{20 \times 10^3 \times 20}{\frac{\pi}{64} (40)^4} = 350 \text{ MPa} \text{ فرض} \end{cases}$$

(دقت شود که عدد 350 MPa فرض در نظر گرفته شده است تا مثال بهتر مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد)

$$S'_e = 0.5 S_{ut} = 300 \text{ MPa}$$

چون $\sigma_a > S'_e$ عمر محدود است.

یادداشت:

.....

.....

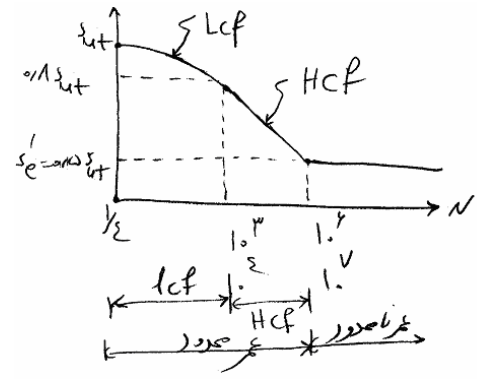
.....

.....

مثال: در مثال قبل کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) عمر نامحدود است.
- (۲) عمر محدود و در ناحیه خستگی دور بالا (High Cycle fatigue) است.
- (۳) عمر محدود و در ناحیه دور پائین (Low Cycle fatigue) است.
- (۴) نمی توان گفت.

حل: برای جواب به این سؤال به شرایط حاکم در S-N توجه شود، یعنی:



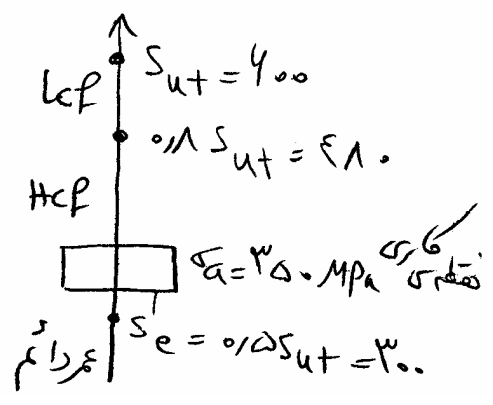
LCF: Low Cycle fatigue دور پائین خستگی

HCF: High Cycle fatigue دور بالا خستگی

ادامه حل:

$\sigma_m = 0$

قبلاً در مثال قبل محاسبه شد $\sigma_a = 350 \text{ MPa}$



$S_{ut} = 600$

$0.8S_{ut} = 480$

نقطه‌ی کاری $\sigma_a = 350 \text{ MPa}$

$S'_e = 0.5S_{ut} = 300$

یعنی در ناحیه عمر محدود و خستگی دور بالا می‌باشیم.

مثال: در مثال قبل، عمر چند سیکل است؟

برای جواب به این سؤال، به نکات زیر توجه شود:

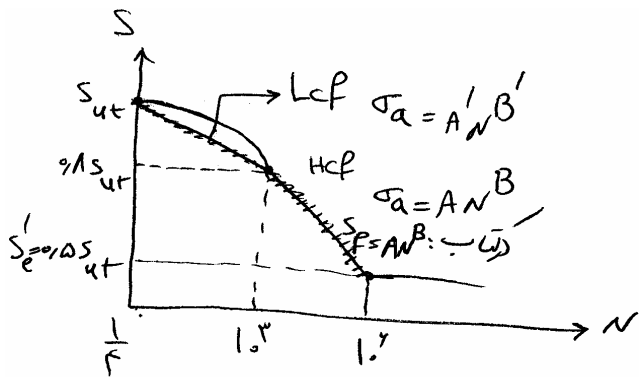
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



$\sigma_a = AN^B$: Hcf برای تخمین عمر در ناحیه‌ی
 $\sigma_a = A'N^{B'}$: LCF برای تخمین عمر در ناحیه‌ی

B, A یا B', A' از شرایط مرزی مسئله به دست می‌آید، مثلاً در ناحیه HCF داریم:

$$\sigma_a = AN^B$$

σ_a	N
0.8S _{ut}	10 ³
S' _e = 0.5S _{ut}	10 ⁶

تقسیم می‌کنیم: $\frac{8}{5} = 10^{-3B} \rightarrow B = -\frac{1}{3} \text{Log} \frac{8}{5}$, $A = \frac{0.8S_{ut}}{10^{-\log \frac{8}{5}}}$

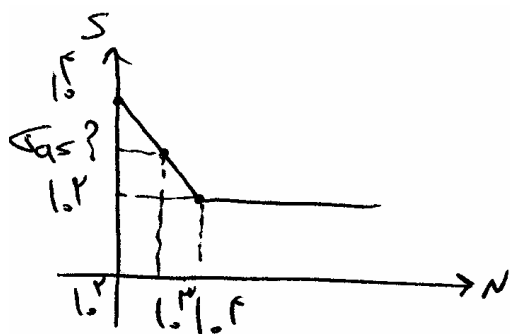
حل : برای حل مثال قبل ابتدا بایستی مانند دو مثال قبل تعیین نمود که در چه ناحیه‌ای از طراحی قرار داریم. در این جا در ناحیه‌ی HCF هستیم. پس:

$$\sigma_a = AN^B$$

$$350 = \frac{0.8S_{ut}}{10^{-\log \frac{8}{5}}} (N)^{-\frac{1}{3} \log \frac{8}{5}} \Rightarrow N \text{ محاسبه می‌شود}$$

مثال: σ_a کدام است؟ یا به عبارت دیگر برای عمر 10^3 سیکل دامنه تنش σ_a در دیاگرام S-N زیر چقدر است؟

حل :



مقادیر شرایط مرزی را در معادله $\sigma_a = AN^B$ قرار می‌دهیم.

σ_a	N
10 ⁴	10 ²
10 ²	10 ⁴

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$100 = 10^{-2B} \rightarrow B = -\frac{1}{2} \log 100 = -1 \Rightarrow B = -1$$

$$A = \frac{10^4}{10^{-2}} = 10^6 \rightarrow A = 10^6$$

$\Rightarrow \sigma_a = 10^6 (N)^{-1}$ معادله‌ی رفتار خستگی

$$\sigma_a = 10^6 (10^3)^{-1} = 10^3 \text{ MPa}$$

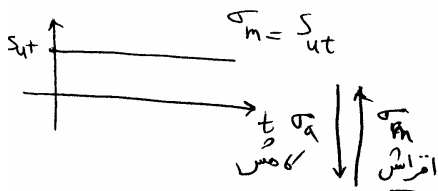
روش دیگر: از تشابه دو مثلث: دانشجویان محترم خود از تشابه مساله را حل نمایند.

تئوری خستگی (یا تخمین عمر خستگی) در سه ناحیه‌ی عمر دائم و LCF و HCF برای تمام بارهای نوسانی R:

گودن چندین آزمایش به شرح زیر در شرایط متفاوت انجام داد.

آزمایش گودمن

آز ۱: با بار $R = 1$ نیرو وارد کرده به طوری که $\sigma_a = 0$ ، $\sigma_m = S_{ut}$. طیف به صورت زیر است.

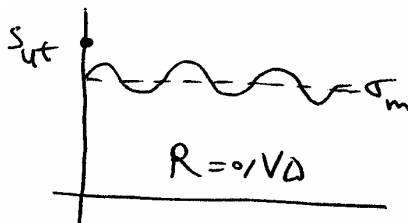


آز ۲: $\sigma_m = S_{ut}$ عدد $\sigma_a = 0$ در این آزمایش σ_m ، σ_a را

طوری انتخاب کرد که نسبت تنش $R = 0.75$ باشد.

سپس S-N دیاگرام برای $R = 0.75$ را رسم کرد و طیف به

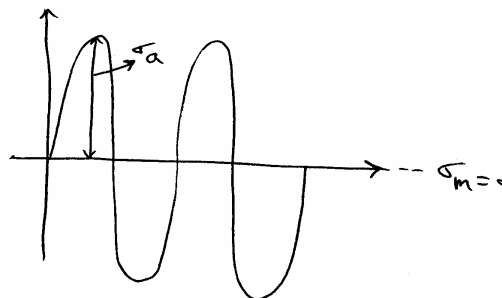
صورت زیر رسم می‌شود.



آز ۳: با $R = 0.5$ یعنی: عدد $\sigma_a =$ عدد $\sigma_m =$ و S-N را رسم کرد.

آز ۴: با $R = 0$ دیاگرام S-N را رسم کرد.

آخرین آز: برای $R = -1$ ، آزمایش انجام شد.



یادداشت:

.....

.....

.....

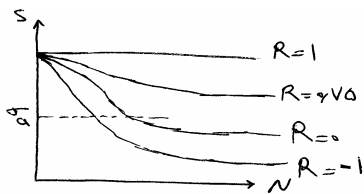
.....

گودن نتایج را به صورت جدول زیر رسم کرد:

	σ_a	σ_m	R	S-N
آز ۱	0	S_{ut}	1	
آز ۲	عدد	عدد	0.75	
آز ۳
آخرین آزمایش	$\sigma_a = \begin{cases} S'_e \text{ عمر دائم} \\ S'_f = AN^B \\ S'_f = A'N^{B'} \end{cases}$	0	-1	

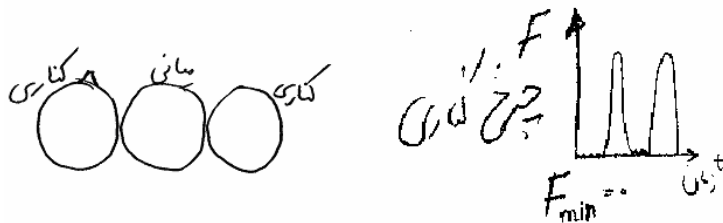
دقت شود AN^B برای عمر محدود ناحیه HCF و $A'N^{B'}$ برای عمر محدود در ناحیه LCF است.

دیاگرام اولیه گودمن: برای R متفاوت S-N دیاگرام به صورت زیر رسم شد:



کاربرد دیاگرام اولیه گودمن در مثال‌های زیر مشاهده می‌شود.

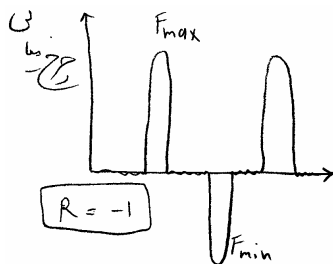
مثال: ابعاد هندسی یکسان است. عمر یا مقاومت چرخ کناری بیشتر است یا میانی؟



$$R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = 0$$

نسبت تنش چرخ کناری

لذا چرخ میانی دارای $R = -1$ بوده پس مقاومت خستگی آن کمتر از چرخ کناری دارای $R = 0$ بوده است، می‌باشد. (از روی نمودار S-N در صفحه قبل)



یادداشت:

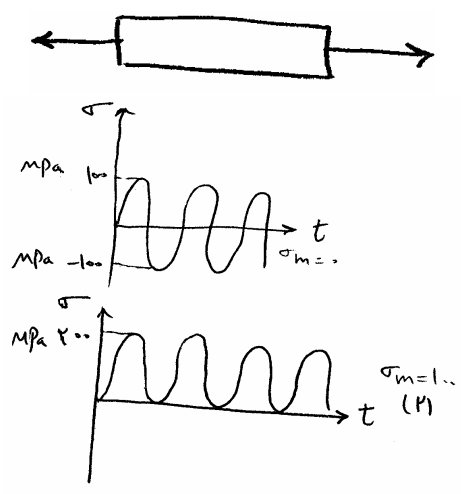
.....

.....

.....

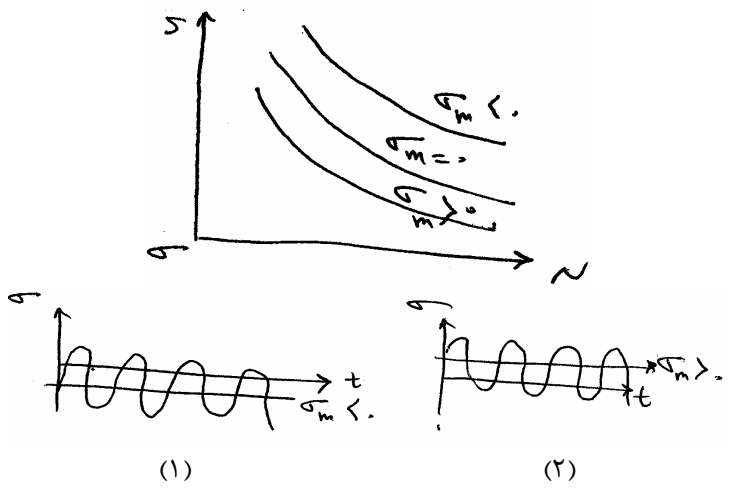
.....

مثال: عمر کدام بار نوسانی بیش تر است؟



حل: عمر یا مقاومت خستگی ۲ بیشتر از ۱ است. زیرا $R = 0$ می باشد.

تذکر: هر چه تنش پسماند یا تنش متوسط منفی تر باشد، عمر یا مقاومت خستگی بیش تر است. مثلاً در ساچمه زنی فنرها که تنش متوسط منفی در آنها ایجاد می شود مقاومت خستگی آنها بالا می رود.



یعنی طیف شماره (۱) در بالا که تنش متوسط آن منفی و ناشی از تنش پسماند می باشد دارای مقاومت خستگی بالاتری نسبت به (۲) می باشد.

دیاگرام دوم گودمن

گودمن نتوانست از دیاگرام اول خود در طراحی استفاده کند، لذا نتایج آزمایش خود را در محورهای $S_a - S_m$ رسم نمود.

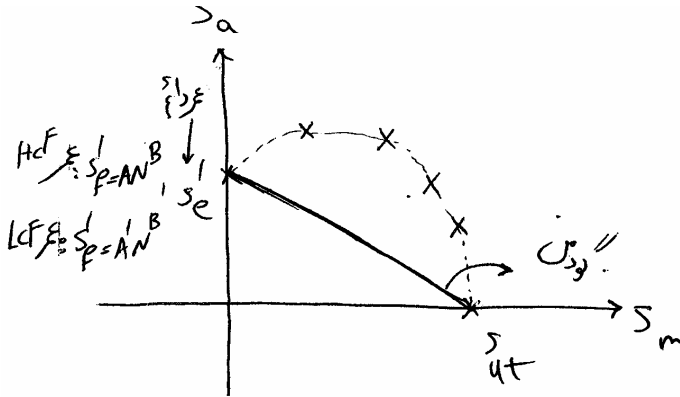
یادداشت:

.....

.....

.....

.....

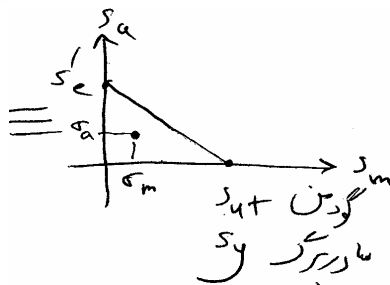
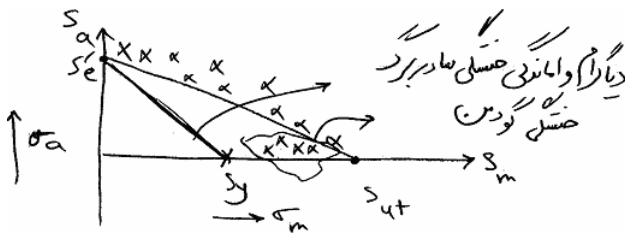


دقت شود که اگر عمر نامحدود و یا بی‌نهایت باشد در روی محور S_a از S_e استفاده شود. اگر عمر HCF است از $S'_f = AN^B$ و اگر LCF است از $S'_f = A'N^B$ استفاده شود.

تئوری خستگی سادبرگ

سادبرگ مشاهده نمود که تئوری گودمن برای برخی از بارهای نوسانی با تنش متوسط بالا سازگار نیست و لذا در روی محور S_m به جای مقاومت حد استاتیکی S_t از مقاومت حد تسلیم S_y استفاده نمود.

دیاگرام واماندگی خستگی سادبرگ خستگی گودمن به شرح زیر است:



مثال: دیاگرام واماندگی زیر برای عمر 10^4 سیکل است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) عمر A بیش‌تر از 10^4 و B کمتر از 10^4
- (۲) عمر A بیش‌تر از 10^7 و B بیش‌تر از 10^4
- (۳) عمر A کمتر از 10^4 و B کمتر از 10^4
- (۴) عمر A کمتر از 10^4 و B مساوی 10^4 است.

یادداشت:

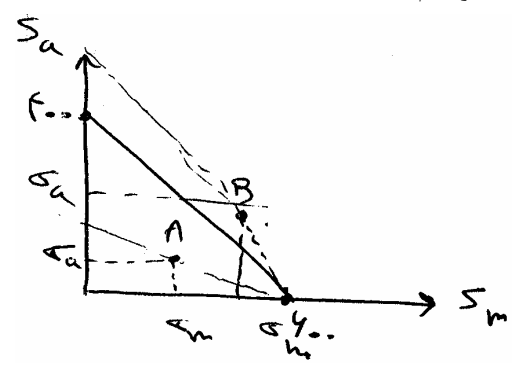
.....

.....

.....

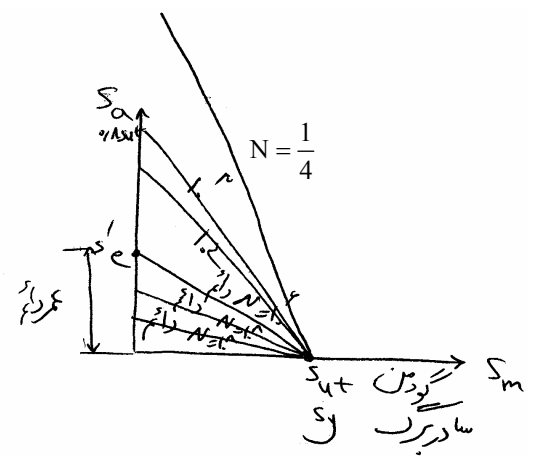
.....

حل : عمر A بیشتر از 10^4 و عمر B کمتر از 10^4 و لذا گزینه ۱ صحیح است زیرا اگر از $\sigma_m = 600$ به A وصل کنیم و آنرا امتداد دهیم محور S_a را در دامنه‌ی کمتر از $\sigma_a = 400$ قطع می‌کند و در نتیجه عمر حاصل از آن بیشتر از عمر مربوط به $\sigma_a = 400$ یعنی 10^4 می‌باشد. توجیه مشابهی نیز برای B خواهیم داشت.



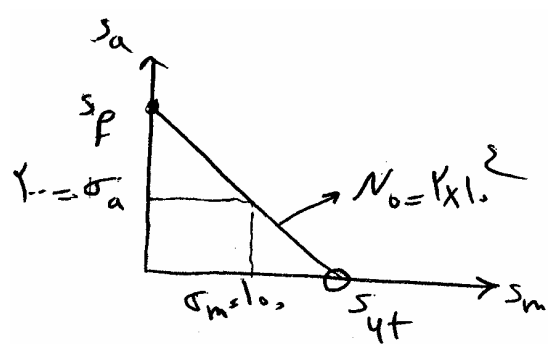
نتیجه گیری

در دیاگرام موجود در محور $S_a - S_m$ بی‌نهایت خط واماندگی گودمن از نقطه $\sigma_m = S_{ut}$ با شیب‌های مختلفی می‌گذرد که هر کدام از این خطوط نماینده دیاگرام واماندگی گودمن برای یک عمر خاص می‌باشد. هرچه شیب این خطوط بیشتر شود نماینده عمر بالاتری می‌باشد.



مثال: یک بار نوسانی $\sigma_m \pm \sigma_a$ (MPa) (یعنی مثلاً 100 ± 200 MPa). دارای عمر N_0 (مثلاً 2×10^4 سیکل) است تعیین کنید دامنه‌ی باز نوسانی کاملاً معکوسی معادل همان عمر N_0 را داشته باشد.

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$



یادداشت:

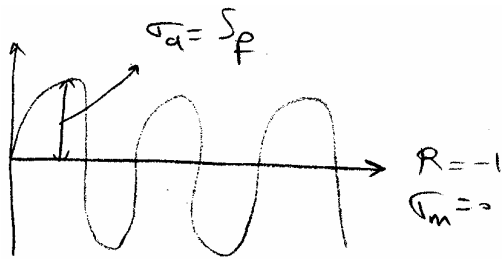
.....

.....

.....

.....

مختصات نقطه‌ی عمل را در آن قرار می‌دهیم.



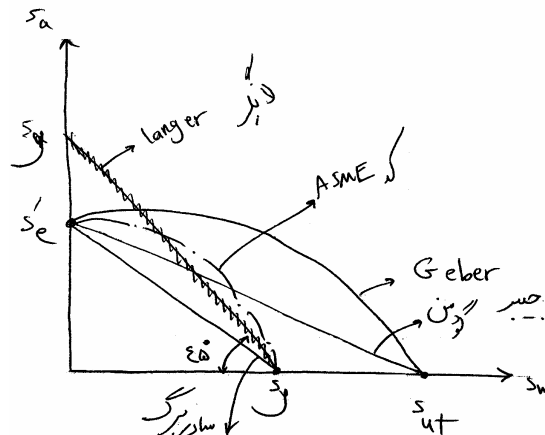
$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1$$

$$\frac{\sigma_a}{S_f} = 1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}$$

$$S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}}$$

دیگر تئوری‌های خستگی

علاوه بر گودمن و سادبرگ دیگر تئوری‌های خستگی مربوط به Langer و Geber و کد ASME می‌باشد که معادلات آن به شرح زیر می‌باشند. مطمئن‌ترین آنها مربوط به سادبرگ است.



$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{S_a}{S'_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 & \text{گودمن} \\ \frac{S_a}{S'_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1 & \text{سادبرگ} \\ \frac{S_a}{S'_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 & \text{Geber} \\ \left(\frac{S_a}{S'_e}\right)^1 + \left(\frac{S_m}{S_y}\right)^2 = 1 & \text{ASME} \\ \frac{S_a}{S_y} + \frac{S_m}{S_y} = 1 & \text{Langer} \end{array} \right.$$

فرمول‌های طراحی خستگی: (محاسبه‌ی ضریب اطمینان خستگی Π_f):

یادداشت:

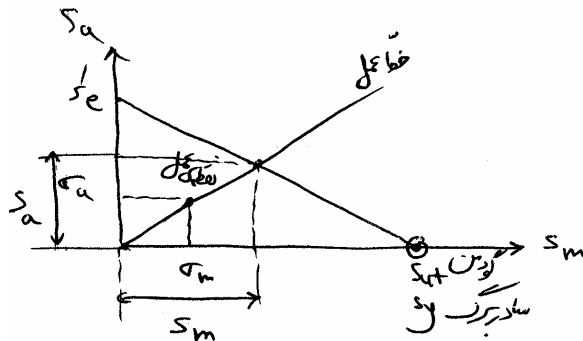
.....

.....

.....

.....

* روش اول: روش ترسیمی:



$$\begin{cases} \frac{S_a}{S'_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \\ S_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} S_m \end{cases} \rightarrow \text{محاسبه } S_a, S_m$$

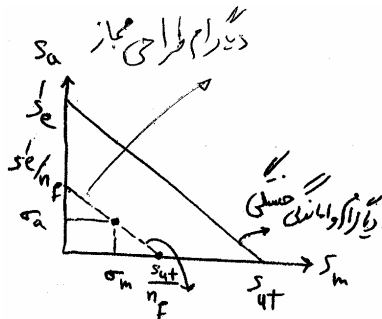
$$n_f = \frac{S_a}{\sigma_a} \text{ یا } \frac{S_m}{\sigma_m}$$

چنانچه S_a و S_m در بالا را محاسبه نموده و در فرمول n_f بالا قرار دهیم و ساده کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S'_e}$$

$\rightarrow \begin{cases} S'_e = 0.5 S_{ut} & \text{برای عمر دائم} \\ AN^B \rightarrow HCF & \text{فرمول طراحی برای} \\ A'N^{B'} = LCF & \text{فرمول طراحی برای} \end{cases}$

* روش دوم:



$$\frac{S_a}{S'_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

$$\frac{S_a}{n_f} + \frac{S_m}{n_f} = \frac{1}{n_f} \rightarrow \text{دیاگرام طراحی بر اساس ضریب اطمینان } n_f$$

حال مختصات نقطه‌ی عمل را قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sigma_a}{S'_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \quad \text{:Soderberg}$$

$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S'_e} \quad \text{:Good man}$$

پس از ساده کردن:

نتیجه‌گیری ۱: اگر در فرمول‌های قبلی، $S_a = n_f \sigma_a$ و $S_m = n_f \sigma_m$ قرار دهیم، معادلات طراحی به صورت زیر است:

$$\frac{\sigma_a}{S'_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n_f} \quad \text{:Soderberg}$$

$$\text{یا } \frac{\sigma_a}{S'_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \quad \text{:Goodman}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\frac{n_f \sigma_a}{S'_e} + \left(\frac{n_f \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad : \text{Geber}$$

$$\left(\frac{n_f \sigma_a}{S'_e} \right)^2 + \left(\frac{n_f \sigma_m}{S_y} \right)^2 = 1 \quad : \text{ASME}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_y} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n_f} \quad : \text{Langer}$$

*نتیجه گیری ۲:

نمودار سادربرگ و گودمن برای عمر دائم و محدود به صورت زیر است.

سادربرگ گودمن
↑ ↑

$$\frac{S_{ut}, S_y}{n_f} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}, S_y}{S'_e, S'_f}$$

$$S'_e = 0.5 S_{ut} \quad \text{عمر دائم}$$

$$S'_f = AN^B \quad \text{HCF عمر}$$

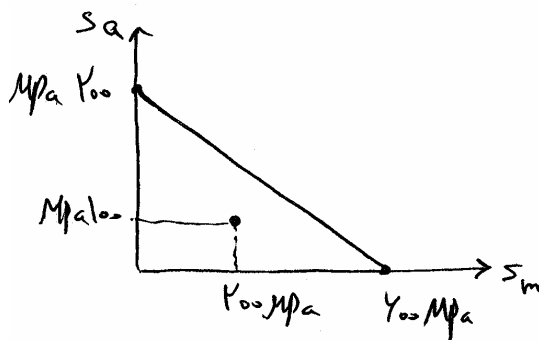
$$S'_f = A'N^{B'} \quad \text{LCF عمر}$$

مثال: ضریب اطمینان استاتیکی و خستگی کدام است؟

$$n_s = \frac{600}{100+200} = 2$$

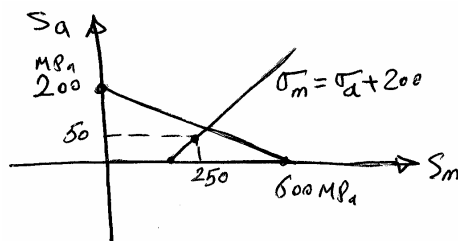
$$\frac{600}{n_f} = 200 + 100 \frac{600}{200}$$

$$n_f = \frac{6}{5} = 1.2$$



مثال: اولاً نیروی پیش بار ناشی از بستن مهره بر حسب سطح A_t پیچ کدام است؟ ثانیاً ضریب اطمینان استاتیکی و خستگی

در پیچ کدام است؟ دیاگرام واماندگی به صورت زیر است.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_m = \sigma_i = 200$$

حل : تنش ناشی از پیش بار

$$\frac{F_i}{A_t} = 200$$

نیروی پیش بار $F_i = 200 A_t$

$$n_s = \frac{600}{50+250} = 2 \text{ ضریب اطمینان استاتیکی}$$

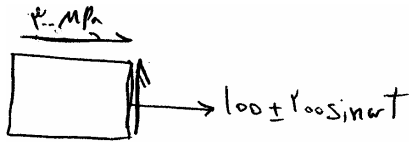
برای محاسبه n_f از فرمول گودمن نمی توان استفاده کرد. چون تنش پسماند داریم، لذا از روش هندسی حل می کنیم.

$$\begin{cases} \frac{S_a}{200} + \frac{S_m}{600} = 1 & \text{تقاطع} \\ S_m = S_a + 200 \end{cases} \Rightarrow S_a = 100, S_m = 300 \rightarrow \begin{cases} n_{f1} = \frac{S_a}{50} = \frac{100}{50} = 2 \\ n_{f2} = \frac{S_m}{250} = \frac{300}{250} = 1.2 \end{cases}$$

لذا $n_f = 1.2$ قابل قبول است.

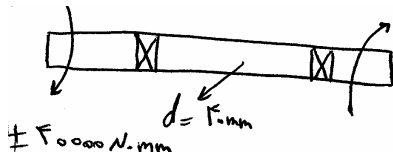
مثال: ۱. ضریب اطمینان استاتیکی و خستگی در میل لنگ که با سرعت ثابت ω می چرخد کدام است؟ که در آن $S_{ut} = 800 \text{ MPa}$ است.

راهنمایی: بار ترکیبی τ, σ وجود دارد لذا ابتدا بایستی رابطه گودمن یا سادربرگ برای بار ترکیبی اصلاح شود.



مثال: ۲. آیا شفت زیر با $S_{ut} = 600 \text{ MPa}$ دچار واماندگی خستگی می شود یا خیر؟

راهنمایی: رابطه گودمن و سادربرگ در بخش قبل برای تنش های محوری یا خمشی σ معتبر بود، لذا بایستی یا برای پیچش اصلاح شود و یا از بار ترکیبی استفاده شود.

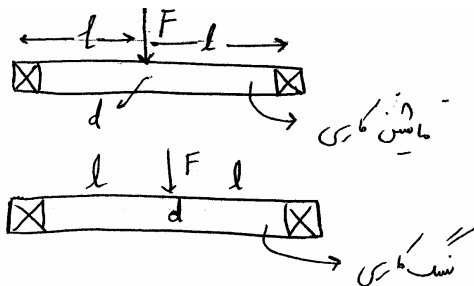


مثال: ۳. عمر خستگی کدام شفت بیشتر است؟

راهنمایی: بایستی رابطه گودمن و سادربرگ برای اثرات پرداخت سطوح اصلاح شوند.

عمر خستگی سنگ زنی بیشتر است زیرا ضریب پرداخت سطح

آن بیشتر و در نتیجه مقاومت حد خستگی آن بیشتر است.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

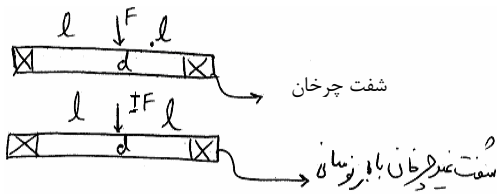
.....

مثال: ۴. عمر کدام بیشتر است؟

شفت چرخان با بار ثابت

شفت غیرچرخان با بار نوسانی $\pm F$

راهنمایی: بایستی رابطه گودمن و سادربرگ برای اثرات چرخش شافت اصلاح شوند.



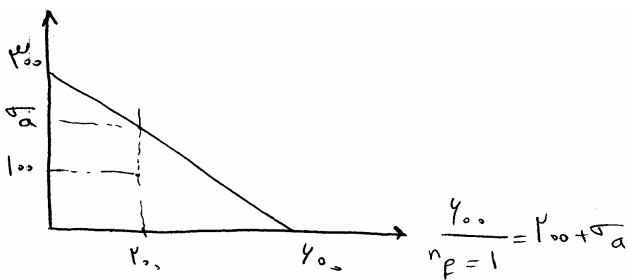
در هر حال برای جواب به مثال‌های بالا بایستی روابط گودمن و سادربرگ اصلاح شود.

مثال: برای بروز واماندگی، دامنه‌ی تنش باید:

(۱) دو برابر شود

(۲) سه برابر شود

(۳) $\frac{4}{3}$ برابر شود



حل :

$$\frac{600}{n_f = 1} = 200 + \sigma_a$$

$$\sigma_a = 400$$

$$\frac{600}{300} \Rightarrow \sigma_a = 2 \text{ دو برابر شود}$$

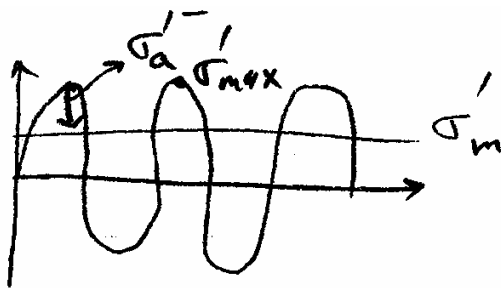
اصلاح روابط گودمن و سادربرگ

۱- اثر بارهای ترکیبی

۲- تصحیح مقاومت حدّ دوام S'_e

در زیر ابتدا مثالهای ۱ و ۲ قبل را که بایستی رابطه گودمن و سادربرگ برای اثر بارهای ترکیبی اصلاح شوند حل می‌کنیم.

حل : مثال (۱) ضریب اطمینان استاتیکی



$$n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma'_{max}}$$

$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{S_{ut}}{S_e} \text{ برای عمر دائم}$$

$$\sigma_a = 200$$

$$\sigma_m = 100$$

$$\tau_a = 0$$

$$\tau_m = 300$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

ضریب اطمینان استاتیکی: روش اول:

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = 300 \text{ MPa} \\ \tau_{\max} = \tau_a + \tau_m = 300 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2} = 600$$

$$n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma'_{\max}} = \frac{800}{600} = 1.3$$

روش دوم:

$$\sigma'_{\max} = \sigma'_a + \sigma'_m$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \cong 500 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{\max} = \sigma'_a + \sigma'_m \rightarrow n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma'_{\max}} = \frac{800}{700} = 1.14$$

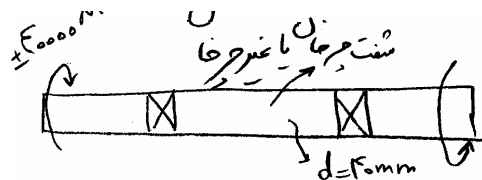
محاسبه‌ی ضریب اطمینان خستگی

$$\frac{800}{n_f} = \sigma'_m + \sigma_a \Rightarrow \frac{800}{n_f} = 500 + 200 \frac{800}{S_e}$$

$$S_e = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times \frac{S'_e}{0.5S_{ut}} \Rightarrow n_f = 0.9$$

یعنی چون $n_f < 1$ است دچار واماندگی خستگی می‌شود.

حل : مثال ۲)



$$S_{ut} = 600$$

$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{S_{ut}}{S_e}$$

سطح بحرانی شافت هر سطحی می‌تواند باشد:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e \frac{S'_e}{0.5S_{ut}}$$

فرض می‌کنیم ضرایب همگی یک باشند. بعداً در مورد این ضرایب بحث می‌شود.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\sigma_a = 0$$

$$\sigma_m = 0$$

$$\sigma'_a = \sqrt{0^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{3} \tau_a \quad \sigma'_m = \sqrt{3} \tau_m$$

$$T_a = \frac{40000 - (-40000)}{2} = 0, \quad T_m = \frac{40000 - 40000}{2} = 0$$

$$\tau_a = T_a \frac{r}{j} = \frac{40000}{\frac{\pi}{5}(40)^3}, \quad \tau_m = 0$$

$$\sigma'_a = \sqrt{3} \tau_a = \text{محاسبه}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3} \tau_m = \text{محاسبه}$$

$$(1) \Rightarrow n_f = \text{محاسبه}$$

اگر $n_f \leq 1$ باشد شافت خسته می‌شود.

برای حل مثال ۳ و ۴ به نکات زیر توجه شود:

مقاومت حد تحمل تصحیح شده:

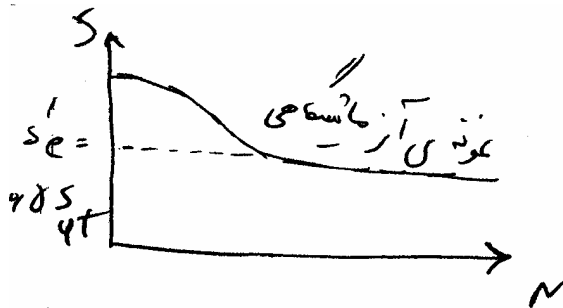
S'_e در شرایط آزمایشگاهی یعنی شرایط زیر محاسبه شده‌است.

۱- نمونه کاملاً صیقلی بود.

۲- قطر نمونه کمتر از 8mm بود.

۳- حرارت، دمای اتاق بود ($20-23^\circ$)

۴- تمرکز تنش وجود نداشت.



لذا مقاومت حد تحمل آزمایشگاهی S'_e باید تصحیح شود یعنی:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e$$

K_a : ضریب اثر پرداخت سطح

K_b : ضریب اثر اندازه

K_c : ضریب قابلیت اطمینان

K_d : ضریب اثر دما

K_e : ضریب اثر تمرکز تنش

یادداشت:

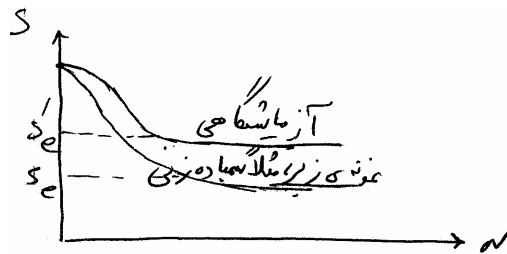
.....

.....

.....

.....

*اندازه گیری ضرایب: مثلاً K_a



$$\frac{S_e}{S'_e} = K_a$$

$$S_e = K_a S'_e$$

ضریب اثر پرداخت سطح

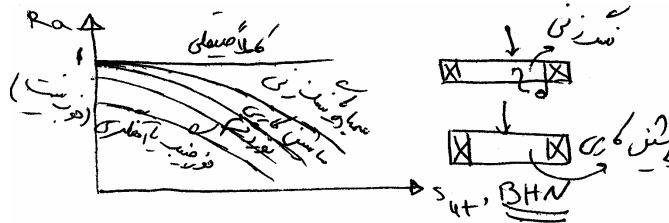
محاسبه K_a در طراحی

مانند آزمون قبل برای پرداخت سطوح مختلف انجام شد و نتایج در کتاب به صورت دیاگرام زیر ارائه شده است:

مثال: عمر کدام بیشتر است؟ هر دو شافت هم سایز هستند یکی سنگ زنی شده و دیگری ماشین کاری.

حل:

سنگ زنی دارای K_a بیشتر بوده و S_e بیشتر دارد لذا مقاومت خستگی بیشتر شد، یعنی عمر خستگی بیشتر دارد.



$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_m S'_e$$

K_m را ضریب اثر متفرقه گویند مانند اثر تنش پسماند و عملیات حرارتی که در این درس فرض بر ۱ بودن است.

محاسبه K_b

این ضریب به پارامترهای زیر وابسته است:

۱- نوع بار

۲- به شکل مقطع

۳- چرخش یا عدم چرخش

برای بار محوری همواره $K_b = 1$ است.

در بار خمشی و پیچشی شرایط زیر حاکم است:

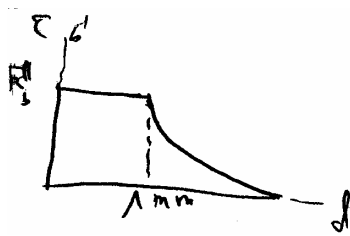
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



اگر $d \leq 8\text{mm}$ باشد $K_b = 1$ است.
اگر $d > 8\text{mm}$ باشد به شرایط زیر وابسته است.

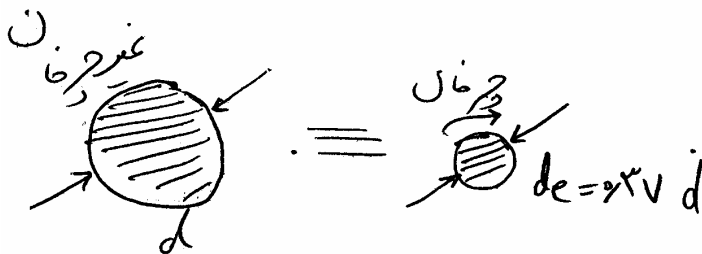
الف) شافت چرخان و مقطع دایره:

$$\text{خمش و پیچش} \begin{cases} K_b = 1.24d^{-0.107} \leftarrow 8\text{mm} \leq d \leq 51\text{mm} \\ K_b = 1.51d^{-0.157} \leftarrow 254\text{mm} \geq d \geq 51\text{mm} \end{cases}$$

ب) شافت غیر چرخان و مقطع دایره:

(به کتاب برای اثبات مراجعه شود).

آزمایش نشان داده است که اثر اندازه در شافت غیرچرخان به قطر d برابر است با اثر اندازه آن در شافت چرخان معادلی که قطری معادل $0.37d$ را داشته باشد.



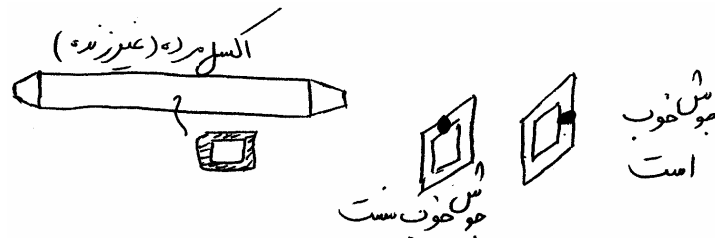
یعنی در این حالت K_b در فرمول ۱ برابر است با:

$$\begin{cases} K_b = 1.24[0.37d]^{0.107} \\ K_b = 1.51[0.37d]^{-0.157} \end{cases}$$

ج) شافت چرخان و مقطع غیر دایره

x در طراحی مناسب نمی‌باشد.

د) شافت غیر چرخان و مقطع غیر دایره: معمولاً در اکسل‌های مرده در خودروهای سنگینی از پروفیل غیر دایره مانند مربع مستطیل توخالی استفاده می‌شود که معمولاً از طریق جوشکاری تولید می‌شوند.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

مثلاً برای مقطع مربع مستطیل $b \times h$ مقدار K_b برابر است با:

$$d_e = 91.08 (hb)^{1/4}$$

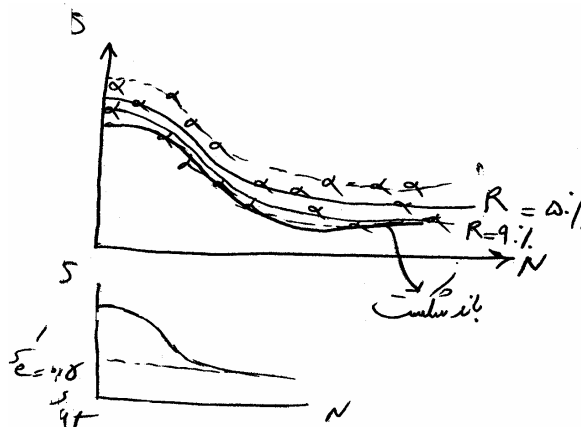
یعنی برای مقطع مربع مستطیل، K_b برابر است با: از رابطه ۱

$$\begin{cases} K_b = 1.24 [0.808(hb)^{0.5}]^{-0.107} \\ K_b = 1.51 [0.808(hb)^{0.5}]^{-0.157} \end{cases}$$

محاسبه‌ی K_c : ضریب اثر قابلیت اطمینان

تعداد نمونه‌های مورد آزمایش باید زیاد باشد (مثلاً حداقل 100 بار) ضمن اینکه باید به پیروی بار نوسانی توجه کرد (برای اطلاعات آماری به کتاب مراجعه شود).

برخی از ضرایب اثر گذار بالا مانند K_b, K_a و... در رابطه‌ی S_e ظاهر شد، اثرات برخی از پارامترها که کمترین می‌باشند در یک باندی از Dataها وجود دارد که هنگام طراحی توسط ضریب K_c اثرات آن بیان می‌گردد. (برای اطلاعات آماری بیشتر به کتاب طراحی اجزاء شیگلی مراجعه شود).



R%	K_c
50%	1
60%	0.89
90%	0.88
99%	-

K_d : ضریب اثر دما

روش اول:

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

برای محاسبات به طور تقریبی مناسب است.

$K_d = 1$ اگر $T \leq 350^\circ C$

$K_d = 0.5$ اگر $T > 350^\circ C$

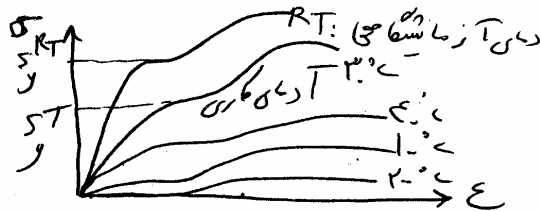
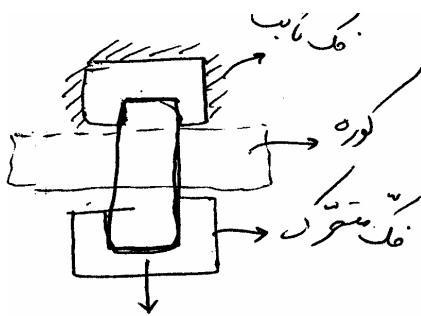
روش دوم:

S_y^{RT} : مقاومت تسلیم در دمای اتاق :

(Room temperature) (معمولاً $20 - 23^\circ C$) یا دمای آزمایشگاهی

S_y^T : مقاومت تسلیم در دمای کاری :

همیشه S_y^T کم تر از S_y^{RT} زیرا هر چه دما بیشتر شود، مقاومت تسلیم کاهش می یابد.



$$K_d = \frac{S_y^T}{S_y^{RT}}$$

برای فولاد نتایج به صورت زیر است:

T	$K_d = \frac{S_y^T}{S_y^{RT}}$
20° C	1
50° C	1.01
100° C	1.02
200° C	1.025
250° C	0.97
⋮	
600° C	0.549

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

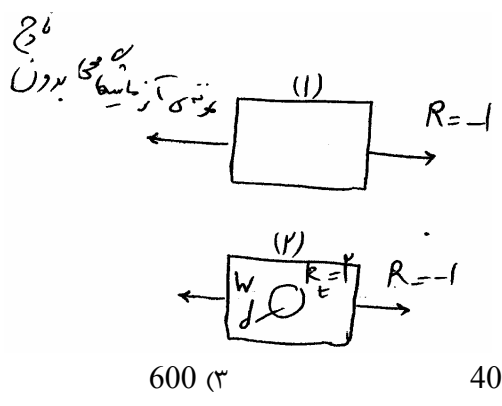
محاسبه K_e

$K_e = \frac{1}{K_f} \rightarrow$ با K_t اشتباه نشود

$K_f =$ ضریب کاهش مقاومت خستگی

همیشه $K_f < K_t$

سؤال: مقاومت خستگی جسم ۱، 1000 MPa است. مقاومت خستگی جسم ۲ که در آن $K_t = 2$ است، کدام است؟



حل : مقاومت خستگی حتماً باید کاهش یابد (با ایجاد ناچ)، اما نه به نسبت K_t بلکه به نسبت K_f یعنی

$\text{مقاومت خستگی جسم (2)} = \frac{1000}{K_f}$

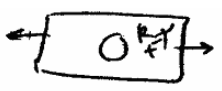
چون در اجسام نرم همواره K_f از K_t کوچکتر می باشد پس گزینه ۳ صحیح می باشد. از رابطه بالا نتیجه می شود:

$K_f = \frac{1000}{600} = 1.6$

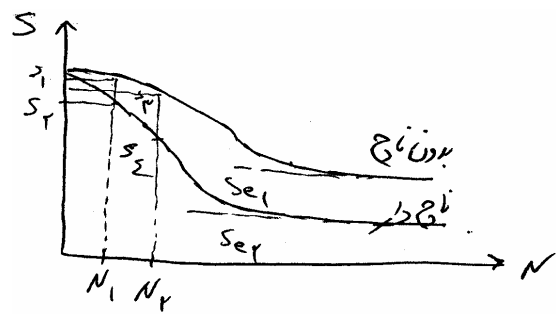
تعریف K_f : تعریف (۱): طبق مثال قبل می توان نوشت.

$K_f = \frac{\text{مقاومت خستگی نمونه ی بدون ناچ}}{\text{مقاومت خستگی نمونه ی ناچ دار}}$

اندازه گیری K_f : فرض در ناچ زیر که $K_t = 2$ است مقدار k_f چقدر است؟



حل : ابتدا با 10 نمونه ی بدون ناچ S-N رسم شود. سپس با 10 نمونه ی ناچ دار S-N رسم شود.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

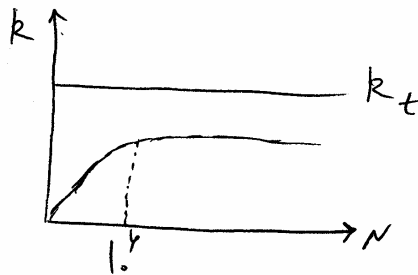
$$N_1 \text{ برای } K_{f1} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$N_2 \text{ برای } K_{f2} = \frac{S_3}{S_4}$$

$$K_f \text{ برای عمر دائم} = \frac{S_{e1}}{S_{e2}}$$

نکات

۱- K_F یک عدد ثابت نیست. شدیداً به N وابسته است.



۲- در عمر دائم K_F بیش تر مقدار را دارد. و همواره یک عدد ثابت است.

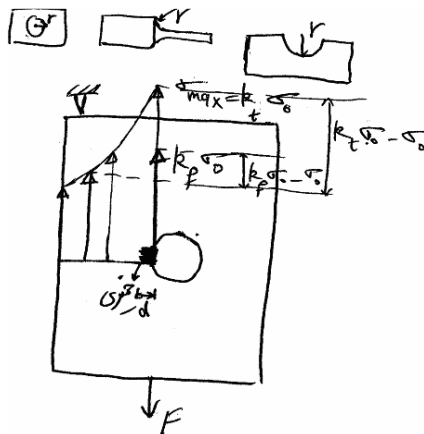
تعریف دیگر K_F

$$K_F = \frac{\text{مقاومت حد تحمل نمونه‌ی بدون ناچ}}{\text{مقاومت خستگی نمونه‌ی بدون ناچ}} \text{ یا } \frac{\text{مقاومت حد تحمل نمونه‌ی بدون ناچ}}{\text{مقاومت خستگی نمونه‌ی بدون ناچ‌دار}}$$

اندازه‌گیری K_F به روش آزمایشگاهی گران است.

لذا شخصی به نام پیترسون Peterson سعی کرد رابطه‌ی بین K_t و K_F به دست آورد. Peterson حداقل 100 تست با شرایط زیرانجام داد:

- ۱- مواد نرم و شکننده‌ی مختلف با S_{ut} مختلف
- ۲- بار محوری خمشی، پیچشی
- ۳- شعاع فیلت یا ناچ r متفاوت.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

نکات مهم

۱- در اجسام شکننده همیشه: $K_t = K_f$

۲- در اجسام نرم همیشه: $K_f < K_t$

۳- Peterson مشاهده کرد که برای تمام آزمایش‌ها $\frac{K_f \sigma_0 - \sigma_0}{K_t \sigma_0 - \sigma_0}$ همواره بین صفر و 1 در حال تغییر است. آن را ضریب حساسیت

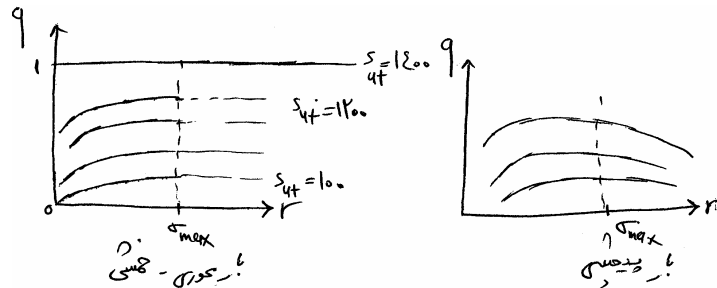
به شیار (notch sensitivity) (q) نامید.

$$\frac{K_f \sigma_0 - \sigma_0}{K_t \sigma_0 - \sigma_0} = q$$

$$\Rightarrow K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

۴- Peterson مشاهده کرد که در اجسام شکننده $q \rightarrow 1$ و در اجسام نرم $q \rightarrow 0$ میل می‌کند.

۵- ضریب حساسیت شیار به شعاع ناچ، نوع بار، نرمی و تردی ماده وابسته است.



۶- برای بار محوری و خمشی یکسان است.

۷- در $r \geq 6\text{mm}$ مقدار q به r وابسته نیست.

تذکر مهم: چون همیشه $K_f \leq K_t$ است، لذا برای اطمینان بیشتر در محاسبات به جای K_f از همان K_t استفاده می‌شود، یعنی

$$K_f = \frac{1}{K_t}$$

اینکه

$$S_e = K_a K_b K_c K_d \frac{1}{K_t} S'_e$$

و رابطه گودمن به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{K_a K_b K_c K_d \frac{1}{K_t} S'_e}$$

نتیجه: در بارهای نوسانی $\sigma_m, \sigma_a, \tau_m, \tau_a$ در تمرکز تنش ضرب نشود. زیرا یک بار آن را در حد تحمل $K_e = \frac{1}{K_t}$ دخالت دادیم.

اگرچنان چه بخواهیم K_t را در تنش‌ها دخالت دهیم، بایستی $K_e = 1$ و K_t را فقط در دامنه‌های تنش ضرب کنیم.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

.....

فصل پنجم

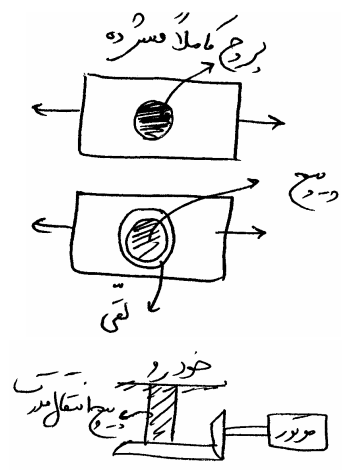
پیچ‌ها و پرچ‌ها



معمولاً پیچ‌ها مقاوم‌تر از پرچ‌ها هستند. ولی در هر حال در جاهایی که تنش برشی (پیچشی یا برشی مستقیم) وجود دارد، سعی شود از پرچ استفاده شود، زیرا اگر از پیچ استفاده شود و به دلیلی مهره کمی شل شود به خاطر لقی بین پیچ و صفحه کمک به برش سریع‌تر پیچ می‌شود. در پرچ‌ها بین پرچ و صفحه لقی وجود ندارد.

انواع پیچ‌ها

- ۱- پیچ اتصال قطعات
- ۲- پیچ انتقال قدرت



۳- پیچ تنظیم فواصل (در این درس مطرح نیست)
یادداشت:

.....

.....

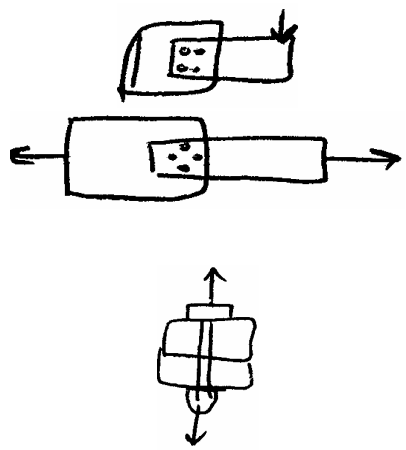
.....

.....

تحلیل بیج و پرچ

تحلیل بیج‌های اتصال قطعات

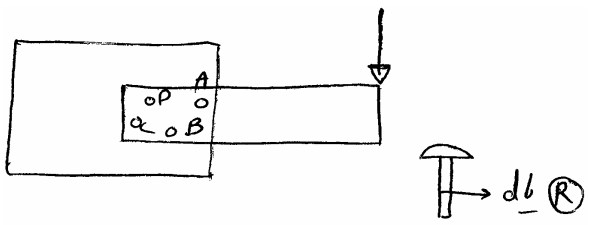
- تحت بار غیر محوری (معمولاً پرچ یا جوش مقاومتی)



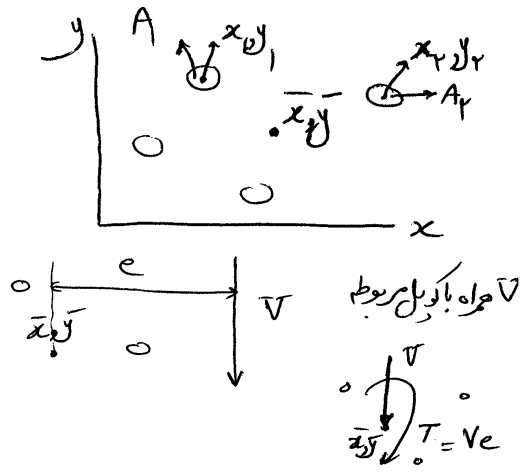
- تحت بار محوری

تحلیل تنش در شرایط غیر محوری: برای تحلیل تنش در این حالت مراحل زیر باید انجام شود.

۱- تعیین مرکز سطح بیج‌ها یا پرچ‌ها



$$\bar{x} \bar{y} = \frac{\sum x_i A_i, \sum y_i A_i}{\sum A_i}$$



۲- انتقال نیروی V همراه با کوپل مربوطه به مرکز بیج‌ها

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

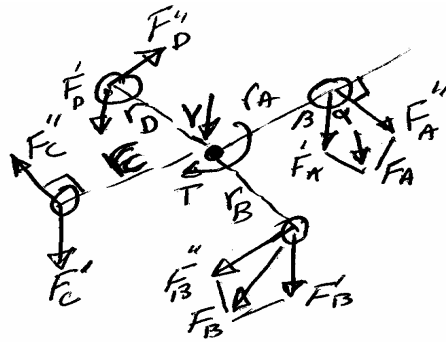
۳- نیروی وارد بر پیچ را محاسبه و رسم نمایید. دو نیرو روی هر پیچ و پرچ وجود دارد.

F'_n : V : نیروی وارد بر هر پیچ از طرف V
 $n=A,B,C,D$

F''_n : T : نیروی وارد بر پیچ از طرف T

F_n : کل نیروی وارد بر هر پیچ

*نکته‌ی مهم این است که F'_n هم جهت V است. F''_n عمود بر شعاع r_n و هم جهت T است.



محاسبه‌ی F'_n

$$F'_n = \frac{V}{N \rightarrow} \text{تعداد پرچ‌ها} \quad (1)$$

$$\text{مثلاً: } F'_A = \frac{V}{4}$$

$$F'_B = \frac{V}{4}$$

محاسبه‌ی F''_n

$$T = F''_A r_A + F''_B r_B + F''_C r_C + \dots \quad (a)$$

نیروی وارد بر هر پرچ رابطه‌ی مستقیم دارد با فاصله‌ی آن پرچ از مرکز سطح

$$\frac{F''_A}{r_A} = \frac{F''_B}{r_B} = \dots \quad (b)$$

از حل معادلات (a) و (b) داریم:

$$F''_n = \frac{T r_n}{\sum_{i=1}^n r_{n_i}^2} \quad (2)$$

$$F''_A = \frac{T r_A}{r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + r_D^2}$$

مثلاً نیروی وارد بر A و B عبارتند از:

$$F''_B = \frac{T r_B}{r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + r_D^2}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

حالت خاص: اگر $r_A = r_B = r_C = r_D = R$ باشد:

$$F_n'' = \frac{T}{NR} \quad (3)$$

حال کل نیروی وارد بر پیچ برابر است با

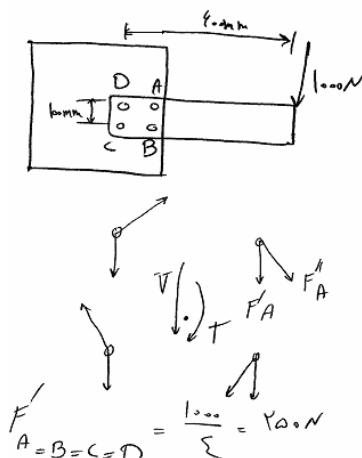
$$\begin{cases} F_n^2 = F_n'^2 + F_n''^2 + 2F_n' F_n'' \cos \alpha \\ \alpha = 90 - \beta \end{cases} \Rightarrow F_n = \text{محاسبه}$$

پیچی که F_n آن بیش‌ترین است، بحرانی است. لذا قطر آن از رابطه‌ی استاتیکی زیر:

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{4F_n}{\pi d^2} \Rightarrow d \text{ محاسبه}$$

مثال: پرچ بحرانی کدام است؟

همچنین اگر جنس از آلومینیوم با مقاومت تسلیم کششی 400 MPa باشد، قطر مناسب پرچ‌ها براساس ضریب اطمینان 2 کدام است؟



حل :

$$F'_{A=B=C=D} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ N}$$

$$F''_{A=B=C=D} = \frac{T}{NR} = \frac{1000 \times 650}{4 \times 50 \sqrt{2}}$$

یعنی A و B بحرانی است. زیرا $\alpha_A = 45^\circ$ می‌باشد.

$$(1) \begin{cases} F'_A = 250 \\ F''_A = \frac{1000 \times 650}{4 \times 50 \sqrt{2}} \\ \alpha_A = 45^\circ \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

محاسبه‌ی d

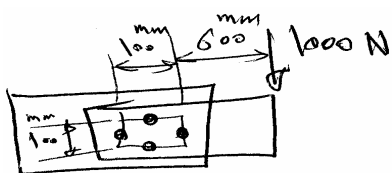
در پیچ A:

$$F_A^2 = F_A'^2 + F_A''^2 + 2F_A' F_A'' \cos \alpha$$

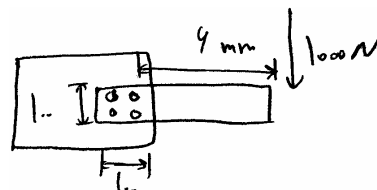
محاسبه F_A

$$\frac{n_s}{2} = \frac{S_{sy} = 200}{\frac{4F_A}{\pi d_2}} \Rightarrow d \text{ محاسبه}$$

مثال: کدام اتصال مقاوم‌تر است؟

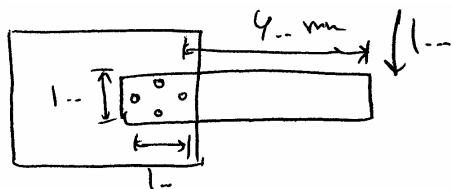


(۲)



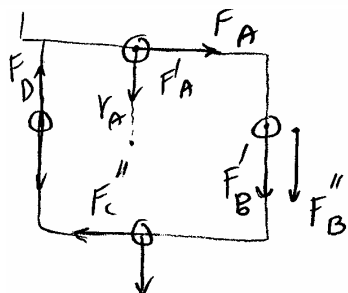
(۱)

حل: پیچ بحرانی در هر دو را به دست می‌آوریم. نیروی هر کدام کمتر بوده مقاوم‌تر است. در حالت دوم پیچ بحرانی‌ها به دست می‌آوریم.



$$F_{A=B=C=D}' = 250$$

$$F_{A=B=C=D}'' = \frac{1000 \times (600 + 50)}{4 \times 50}$$



یعنی در اتصال ۲ پیچ B بحرانی است.

$$B \text{ در پیچ } \left\{ \begin{array}{l} F_B' = 250 \\ F_B'' = \frac{1000 \times 650}{4 \times 50} \\ \alpha_B = 0 \end{array} \right.$$

$$\alpha_B < \alpha_A, \quad F_B'' > F_A''$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی ۱ و ۲ در مثال قبل داریم:

لذا اتصال ۲ بحرانی‌تر است و ۱ مقاوم‌تر است.

یادداشت:

.....

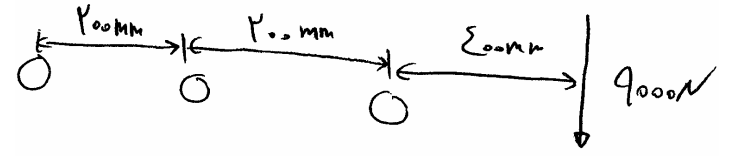
.....

.....

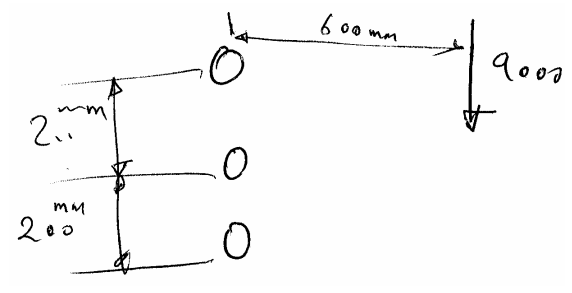
.....

مثال: کدام اتصال مقاوم‌تر است؟ قطر در اتصال مقاوم‌تر براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟

اتصال (۱)

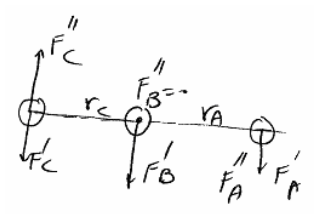


اتصال (۲)



$S_{sy} = 200 \text{ MPa}$ است.

حل: اتصال ۱:

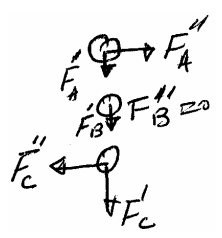


در اتصال ۱ بیج A بحرانی است زیرا $\alpha_A = 0$ است یعنی:

$$(1) \begin{cases} F'_A = \frac{9000}{3} = 3000 \text{ N} \\ F''_A = \frac{T r_A}{\sum r_i^2} = \frac{900 \times 600 \times 200}{0^2 + 200^2 + 200^2} = \frac{9000 \times 600}{2 \times 200} \\ \alpha_A = 0 \end{cases}$$

اتصال ۲:

بیج A یا C بحرانی است.



$$(2) \begin{cases} F'_A = 3000 \text{ N} \\ F''_A = \frac{9000 \times 600}{2 \times 200} \\ \alpha_A = 90^\circ \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

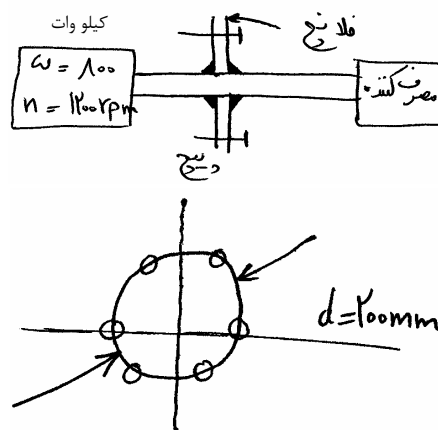
با مقایسه‌ی ۱ و ۲ اتصال ۲ مقاوم‌تر است. برای محاسبه‌ی d در اتصال ۲ پیچ A بحرانی است. پس:

$$F_A^2 = F_n'^2 + F_n''^2 \rightarrow F_n = \text{محاسبه}$$

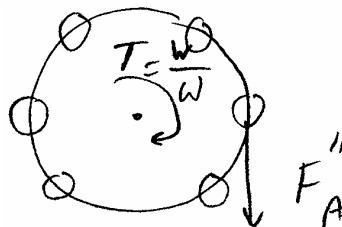
$$\tau_A = \frac{4F_A}{\pi d^2} = \frac{\text{عدد}}{d^2}$$

$$n_s = \frac{S_{sy} = 200}{\frac{\text{عدد}}{d^2}} \Rightarrow d = \text{محاسبه}$$

مثال: پیچ‌ها به فواصل یکسان روی دایره‌ای به قطر 200 mm قرار دارد. جنس از آلیاژ فولاد با جنس $S_y = 600 \text{ MPa}$ است. قطر مناسب پیچ‌ها براساس ضریب اطمینان 2 کدام است؟



حل :



$$T = \frac{800 \times 10^3}{2\pi \times \frac{1200}{60}}$$

$$F'' = \frac{T}{NR} = \frac{\text{عدد}}{6 \times 100} = \text{محاسبه}$$

$$\tau = \frac{4F''}{\pi d^2}$$

هر پیچی می‌تواند بحرانی باشد.

یادداشت:

.....

.....

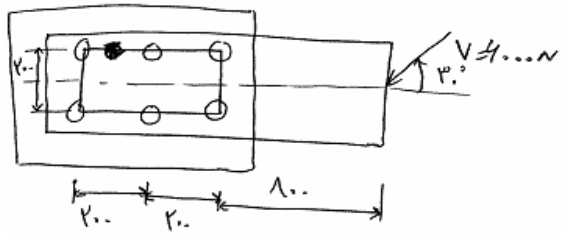
.....

.....

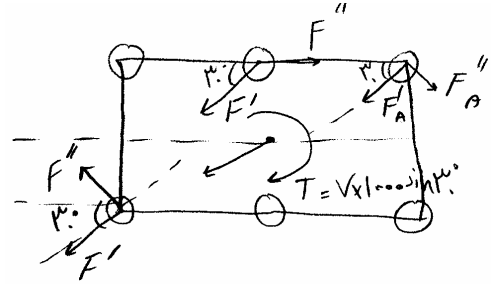
$$\frac{d_s}{2} = \frac{S_{sy} = 300}{\tau} \rightarrow d = \text{محاسبه}$$

مسئله: پیچ بحرانی کدام است؟

$V = 6000 \text{ N}$



راهنمایی: برای حل مساله بهتر است که نیروی V در دو جهت X و Y تجزیه نشود و V در راستای خود همراه با کوپل $T = V \times 1000 \sin 30$ به مرکز پیچ‌ها منتقل شود.

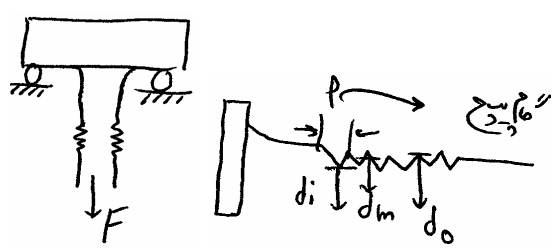


تحلیل پیچ اتصال قطعات تحت بار محوری مقدمه: قبل از تحلیل به نکات زیر توجه شود:

سؤال: تنش در پیچ چقدر است؟

حل : سه قطر وجود دارد:

- قطر بزرگ d_o
- قطر کوچک d_i
- قطر متوسط d_m



برای محاسبه‌ی تنش سطحی به نام سطح تنش کشش پیچ A_t . انتخاب می‌کنند که برای پیچ‌های مختلف مقادیر آن در جداول استاندارد قرار دارد.

$$A_t = \pi \frac{d_t^2}{4}$$

$$d_t = \frac{d_m - d_i}{2}$$

$$\sigma = \frac{F_b}{A_t}$$

یافتن تنش در پیچ:

.....

.....

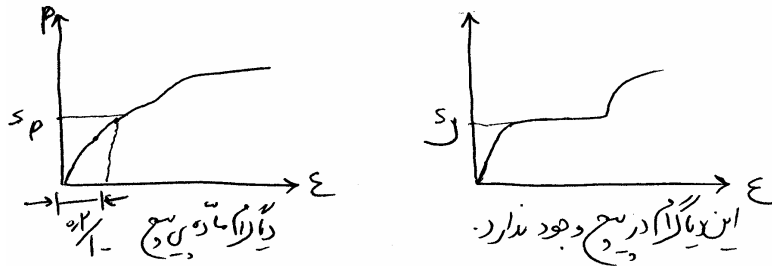
.....

.....



سؤال: S_p چیست؟

حل : قبلاً گفته شد که در مواد نیمه نرم مقاومت تسلیم S_y وجود ندارد و به جای آن از مقاومت شاهد یا گواه S_p یا $S_{0.2}$ استفاده می‌شود.



یعنی در جدول پیچ‌ها A_t و هم S_p وجود دارد.

استاندارد پیچ‌ها

۱- سیستم متریک: متأسفانه اطلاعات جامعی را در دسترس طراح قرار نمی‌دهد.

M 40 × 2
 ↓
 گام پیچ $d_0 = 40\text{mm} \times 2\text{mm}$ قطر بزرگ
 $\frac{1}{2} - 12 \text{ UNF} - 2A - \text{LH}$

۲- سیستم اینچی:

یعنی: مفهوم $\frac{1}{2}$: یعنی قطر خارجی پیچ $\frac{1}{2}$ " است.

مفهوم 12: یعنی گام $P = \frac{1}{12}$ " است یا در 1 اینچ 12 عدد دندانه وجود دارد.

UNF → unified Fine thread

مفهوم UNF:

UNC → unified coarse thread

UNE F → unified extremely fine

UNF: پیچ دنده ریز

یعنی:

UNC: پیچ دنده درشت

UNE F: پیچ بسیار ریز

UNE F → جایی که ارتعاشات بسیار زیاد است

کاربرد:

UNF → اگر جنس صفحه سخت‌تر از پیچ باشد

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اگر جنس صفحه نرم‌تر از پیچ باشد → UNC

مفهوم ۲

پیچ و مهره‌ها دارای سه نوع لقی است.

گروه ۱: یعنی لقی پیچ و مهره زیاد است.

گروه ۲: یعنی لقی بین پیچ و مهره نسبتاً زیاد است.

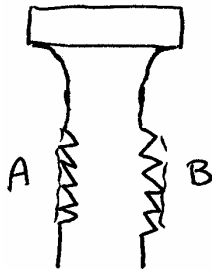
گروه ۳: یعنی لقی وجود ندارد ← این پیچ‌ها گران و معمولاً سفارشی است.

مفهوم A: یعنی پیچ رزوه داخلی است.

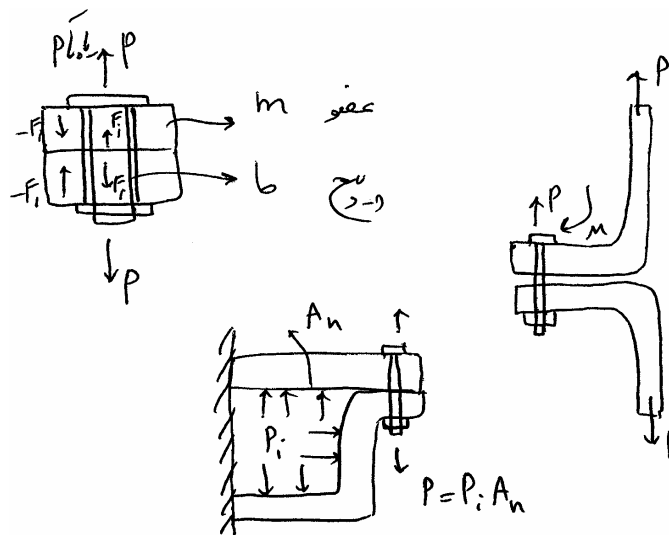
B یعنی رزوه خارجی است.

مفهوم LH: پیچ چپ گرد.

مفهوم RH: پیچ راست گرد.



تحلیل پیچ اتصال قطعات تحت بار محوری



هدف

۱- ابتدا مهره را سفت می‌بندیم. در اثر بستن مهره یک نیروی پیش بار کششی F_i در پیچ و $-F_i$ در عضو ایجاد می‌شود.

نکته‌ی مهم: این که این نیروی F_i نمی‌تواند از حدی بیشتر شود چون به گسیختگی نزدیک می‌شود. همچنین نمی‌تواند از حدی کم‌تر

شود. چون کمک به شل شدن اتصال می‌کند. در صنایع پیشنهاد می‌شود در قطعاتی که ایمنی آن‌ها مطرح است (چرخ کامیون) پیچ‌ها با

گشتاورسنج بسته شد. یعنی:

$$F_i = 0.75 S_p A_t \quad \text{جدول جدول}$$

$$T = 0.2 K F_i d$$

که F_i از رابطه بالا محاسبه می‌شود.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

.....

۲- حال بار استاتیکی P یا نوسانی 0 تا P به اتصال وارد شده است. فرض:

قسمتی از P که به پیچ وارد می‌شود: P_b

قسمتی از P که به عضو وارد می‌شود: P_m

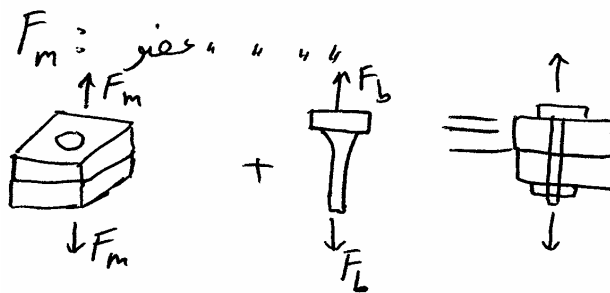
$$\Rightarrow P = P_b + P_m$$

۳- حال کل نیروی وارد بر پیچ (یا عضو) را محاسبه می‌کنیم. یعنی:

کل نیروی وارد بر پیچ: F_b

کل نیروی وارد بر عضو: F_m

یعنی:



$$F_b = P_b + F_i$$

$$F_m = P_m - F_i$$

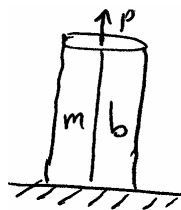
به طوری که

۴- با محاسبه F_b می‌توان طراحی استاتیکی (یا خستگی) در پیچ را به راحتی انجام داد.

هدف اصلی: محاسبه F_b (و یا F_m)

*ابتدا محاسبه P_b و P_m : یک مسئله‌ی ساده‌ی مقاومت مصالح است که با رابطه‌ی تعادل و سازگاری دو مجهول به دست می‌آید.

یعنی:



۱- رابطه‌ی تعادل:

$$P_b + P_m = P$$

(۱)

$$\delta_b = \delta_m$$

۲- رابطه‌ی سازگاری:

$$\frac{P_b}{P_m} = \frac{K_b}{K_m}$$

(۲)

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \begin{cases} P_b = \frac{K_b}{K_b + K_m} P \\ P_m = \frac{K_m}{K_b + K_m} P \end{cases}$$

فرض: $\frac{K_b}{K_b + K_m} = C$ یعنی:

$$P_b = cP$$

$$P_m = (1-c)P$$

C: کسری از بار P که به پیچ وارد می‌شود.

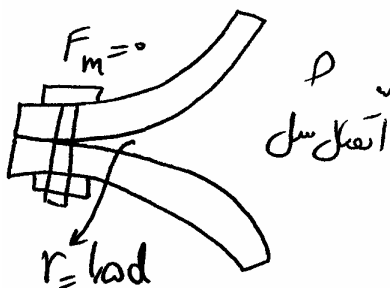
1-C: کسری از بار P که به عضو وارد می‌شود.

تذکر: بهترین نوع طراحی آن است که ماکزیمم 20% از کل بار به پیچ و 80% به عضو وارد شود.

لذا کل نیروی وارد بر پیچ و عضو عبارت است از:

$$F_b = CP + F_i$$

$$F_m = (1-C)P - F_i$$



نکته‌ی مهم: اگر $F_i = 0$ باشد، کل نیرو به پیچ وارد می‌شود و $C = 1$ است.

مثال: حداقل نیروی پیش بار F_i چقدر باشد تا اتصال شل نشود؟

$$F_i = (1+C)P \quad (۳) \qquad F_i = (1-C)P \quad (۲) \qquad F_i = Cp \quad (۱)$$

حل: گزینه‌ی ۲ زیرا: در این حالت برای اینکه اتصال شل شود بایستی $F_m = 0$ باشد یعنی تمام نیرو به پیچ وارد شود یا $C = 1$ باشد.

$$\frac{0}{F_m} = (1-C)P - F_i$$

$$\rightarrow F_i = (1-C)P$$

ضریب اطمینان جدایش (n_0): با توجه به مثال قبل که حداقل نیرو برای شل شدن اتصال بدست آمد می‌توان رابطه را بر

اساس ضریب اطمینان جدایش n_0 به صورت زیر نوشت:

$$n_0 = \frac{F_i}{(1-C)P}$$

اگر $n_0 = 1$: شروع جدایش (یا شروع شل شدن).

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اگر $n_0 < 1$: یعنی جدایش شده (اتصال شل شده است).

اگر $n_0 > 1$: یعنی اتصال محکم است (یا اتصال شل نمی‌باشد).

محاسبه‌ی F_i , K_b , K_m

با داشتن مقادیر بالا می‌توان n_0 , n_s , n_f را برای طراحی پیچ‌ها محاسبه نمود.

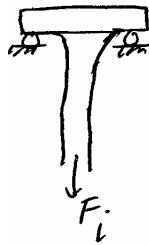
محاسبه‌ی F_i

۱- روش کتاب (شیگلی):

$$F_i = \begin{cases} 0.75 S_p A_t & \text{اگر پیچ هر چند وقت یک بار باز و بسته می‌شود} \\ 0.90 S_p A_t & \text{اتصال دائم} \end{cases}$$

A_t و S_p از جداول استاندارد پیچ‌ها

۲- روش دوم (بر اساس طراحی استاتیکی):



$$n_s = \frac{S_p}{F_i} = \frac{S_p A_t}{F_i}$$

$$F_i = \frac{1}{n_s} S_p A_t$$

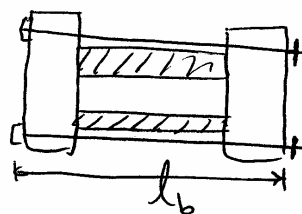
معمولاً $n_s = 1.3$ اتصال غیر دائم و $n_s = 1.1$ اتصال دائم است. با جایگزینی در رابطه بالا همان فرمول روش اول بدست می‌آید.

محاسبه‌ی K_b

$$\delta_b = \frac{P_b \ell}{A_b E_b}$$

$$\frac{P_b}{\delta_b} = K_b \Rightarrow K_b = \frac{A_b E_b}{\ell_b}$$

* A_b را می‌توان همان A_t قرار داد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

محاسبه‌ی K_m

برای محاسبه‌ی K_m حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

$$K_m = \frac{A_m E_m}{l_m}$$

۱- اگر کشش خالص حاکم باشد، داریم:

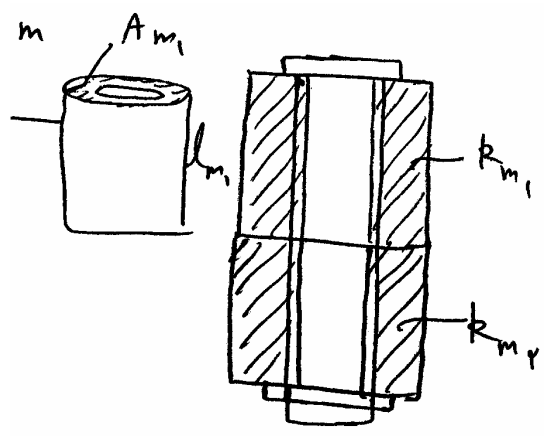
مثلاً:

$$k_m = \frac{A_m E_m}{l_m}$$

$$K_{m_1} = \frac{A_{m_1} E_{m_1}}{l_{m_1}}$$

$$K_{m_2} = \frac{A_{m_2} E_{m_2}}{l_{m_2}}$$

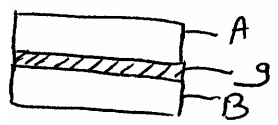
$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m_1}} + \frac{1}{K_{m_2}} \rightarrow K_m \text{ محاسبه}$$



۲- اگر بین دو صفحه واشر خیلی نرم باشند به طوریکه سختی واشر K_g باشد، در این حالت:

$$K_m = K_g$$

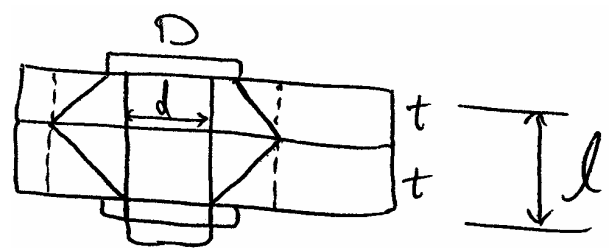
$$k_m = k_g$$



$$K_m = K_g \leftarrow \frac{1}{K_m} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{K_g} \text{ زیرا}$$

۳- بین دو صفحه واشر سخت باشد یا اصلاً واشر نباشد.

$$D = 1.5d \text{ معمولاً در بیچ‌ها}$$



یادداشت:

.....

.....

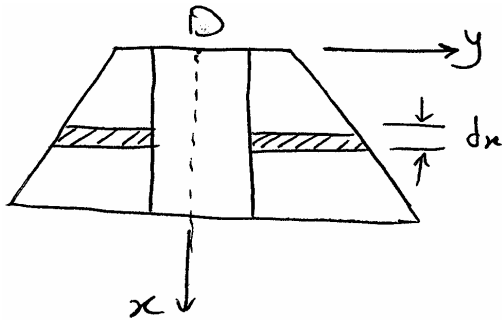
.....

.....

طبق آزمایش نشان داده شده که فشار بین دو صفحه در داخل یک مخروط ناقص 45° اتفاق می‌افتد. لذا می‌توان از فرمول

$$\delta_1 = \int \frac{P_m dx}{AE} \quad \text{مقدار } K_{m_1} = \frac{P_m}{\delta} = \frac{1}{\int \frac{dx}{AE}} \quad \text{را به دست آورد.}$$

در کتاب شیگی پس از محاسبه:



$$\delta_1 = \int \frac{P_{m_1} \partial x}{A_1 E_1}$$

پس از محاسبات (به مقاومت ۱ مراجعه شود) خواهیم داشت:

$$K_{m_1} = \frac{P_{m_1}}{\delta_1}$$

$$K_{m_1} = \frac{0.5 E_1 d}{\text{Ln} \left[5 \frac{0.5 \ell + 0.5 d}{0.5 \ell + 2.5 d} \right]}$$

اگر صفحه‌ی پایین هم جنس و هم سایز باشد، K_m کلی برابر است با:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m_1}} + \frac{1}{K_{m_2}}$$

$$K_{m_1} = K_{m_2}$$

$$K_m = \frac{0.5 \pi E d}{2 \text{ln} \left[5 \frac{0.5 \ell + 0.5 d}{0.5 \ell + 2.5 d} \right]}$$

و اگر صفحه‌ی پایین هم جنس یا هم سایز نباشد، بایستی K_{m_2} نیز مانند حالت ۱ محاسبه شود و K_m کل برابر است با:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m_1}} + \frac{1}{K_{m_2}}$$

که K_m کل محاسبه می‌شود.

یادداشت:

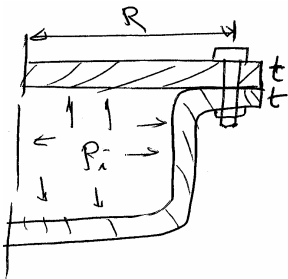
.....

.....

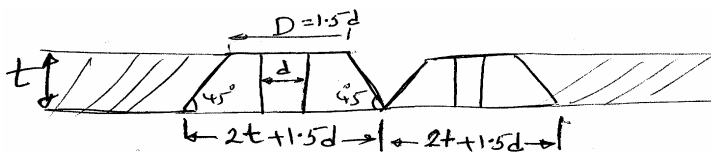
.....

.....

مثال: می‌خواهیم در یک استوانه به شعاع متوسط R یک درپوش قرار دهیم. تعیین کنید برای اینکه در مخزن نشت یا جدایش ایجاد نشود چند عدد بیچ روی درپوش به شعاع R می‌توان قرار داد.



حل: برای جلوگیری از نشت بایستی رأس مخروط فشار به صورت زیر باشد.



$$2\pi R = N(2t + 1.5d) \rightarrow N = \frac{2\pi R}{2t + 1.5d}$$

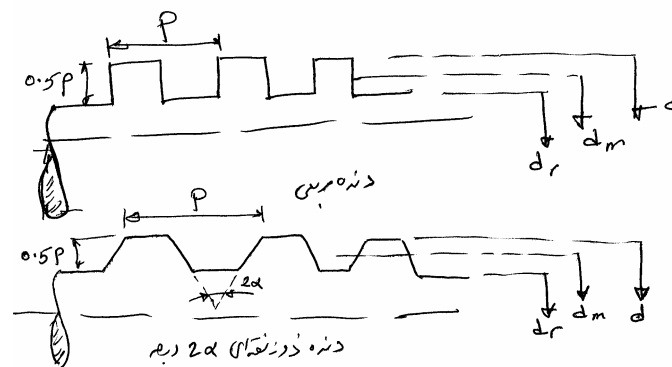
تعداد اتصالات

بیچ‌های اتصال قدرت

مقدمه

این بیچ‌ها نسبت به بیچ‌های اتصال قطعات بسیار قوی‌تر می‌باشند و به دو صورت دنده مربعی و دنده دوزنقه‌ای می‌باشند که دارای تفاوت‌های زیر می‌باشند:

- ۱- دنده دوزنقه‌ای در سرعت‌های بالا به کار می‌رود و دنده مربعی در سرعت‌های پائین.
 - ۲- گشتاور لازم برای بالا بردن جسم در دوزنقه‌ای بیشتر از مربعی است، لذا نیاز به الکتروموتور قوی‌تر می‌باشد.
 - ۳- راندمان دوزنقه‌ای کمتر از مربعی است زیرا راندمان رابطه عکس دارد با گشتاور لازم برای بالا بردن جسم. از طرفی در دوزنقه گشتاور لازم برای بالا بردن جسم بیشتر است چون سطح اتکاء آن بیشتر است.
 - ۴- اصولاً ساخت دنده مربعی پیچیده‌تر و گران‌تر از دوزنقه‌ای است.
- اشکال زیر دو دنده مربعی و دوزنقه‌ای را نشان می‌دهد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در هر دو دنده مربعی و دوزنقه‌ای روابط زیر همواره برقرار است.

$$d_m = d - \frac{P}{2}$$

$$d_r = d - P$$

دانشجویان در ذهن داشته باشند که عمق دنده همواره نصف گام است (یعنی $0.5 P$) همچنین در ذهن داشته باشند که منظور از پیچ انتقال قدرت $\frac{1}{2}-12 \text{ UNF}$ یعنی $d = \frac{1}{2}$ ، $P = \frac{1}{12}$ است لذا d_r, d_m که بعداً در طراحی این پیچ‌ها مورد نیاز است برابر خواهند بود با:

$$d_m = \frac{1}{2} - \frac{1}{24} = \frac{11}{24}$$

$$d_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

طراحی پیچ‌های انتقال قدرت

هدف از طراحی این پیچ‌ها یعنی حل مثال زیر.

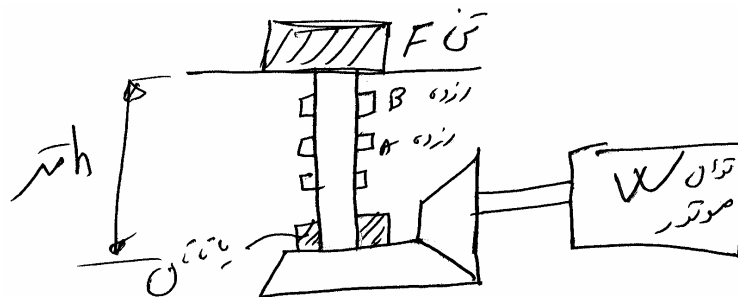
مثال هدف: می‌خواهیم یک خودرو به وزن F تن را h متر بالا ببریم. ضریب اصطکاک پیچ با جسم μ و ضریب اصطکاک یاتاقان کف گرد با پیچ μ_c و از اصطکاک چرخ دنده صرف نظر شده است. (مانند شکل زیر). تعیین کنید:

۱- نمره پیچ مناسب را

۲- الکتروموتور مناسب را (یعنی توان الکتروموتور)

۳- آیا پدیده خود قفلی حاکم است یا خیر؟

۴- راندمان پیچ چقدر است؟



یادداشت:

.....

.....

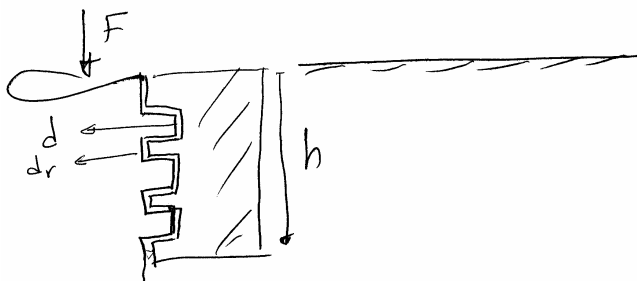
.....

.....

برای حل این مثال خواهیم داشت.

۱- انتخاب نمره پیچ مناسب

دندانه‌ها تیر کوتاه تیموشنکو فرض شده که برش بر خمش غلبه می‌کند. سطح برش پیچ دارای ارتفاع $\frac{h}{2}$ است پس تنش در پیچ برابر است با:



$$\tau_s = \frac{F}{\pi d_r \frac{h}{2}} = \frac{2F}{\pi d_r h}$$

تنش در پیچ برابر است با:

$$\tau_n = \frac{2F}{\pi d h}$$

تنش در مهره یا جسم برابر است با:

چون $d_r < d$ است پس تنش در پیچ بیشتر است و می‌توان نوشت:

$$\tau_s = \frac{2F}{\pi d_r h} = \frac{2F}{\pi d_r n_t P}$$

که P گام پیچ و n_t تعداد دندانه‌های درگیر است.

حال بررسی انتخاب نمره پیچ خواهیم داشت:

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{S_{sy}}{2F} \cdot \pi d_r h$$

جنس پیچ یا S_{sy} از جداول استاندارد انتخاب شود، ضرب اطمینان $n_s = 1.5 - 2$ فرض شود. از معادله بالا نمره پیچ مناسب یا d_r استخراج می‌شود. نکته مهم این که فرمول تنش در پیچ دوزنقه‌ای و مربعی به مانند یکدیگر می‌باشند و از فرمول‌های قبلی به دست می‌آید.

مثال: تنش برشی در پیچ دوزنقه‌ای بیشتر است یا در پیچ مربعی هم سائز؟

حل: در هر دو یکسان است.

۲- انتخاب الکتروموتور مناسب

اگر گشتاور لازم برای بالا بردن جسم را T_1 و برای پائین آوردن جسم را T_2 بنامیم، بایستی نامعادله زیر برقرار گردد تا الکتروموتور بتواند جسم را به بالا هدایت کند یعنی:

$$T_m = \frac{W}{2\pi \frac{n}{60}}$$

$$T_m \geq \underbrace{T_{f_1} + T_{f_2} + \dots + T_l}_{\text{گشتاورهای اصطکاکی}}$$

یادداشت:

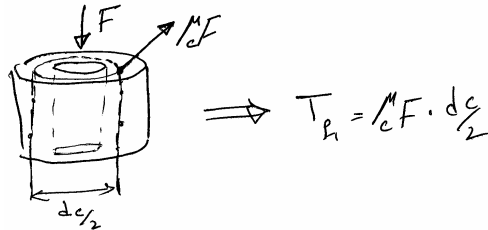
.....

.....

.....

.....

ضریب اصطکاک در چرخ دنده چشم پوشی می شود، گشتاور اصطکاکی در یاتاقان برابر است با:

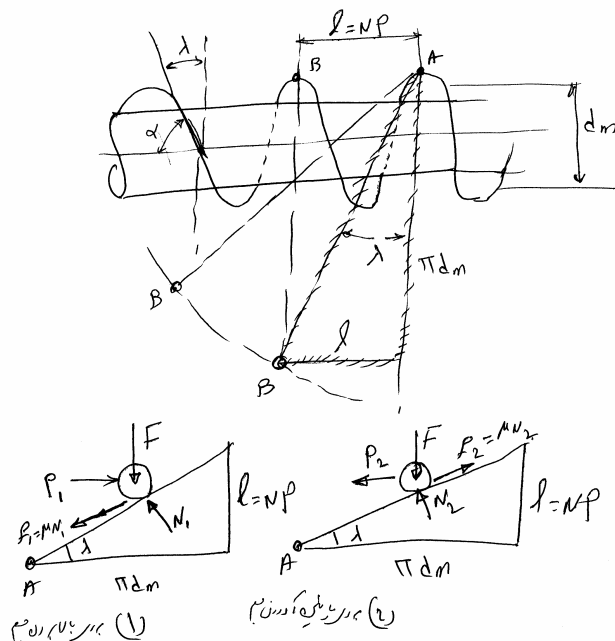


لذا برای محاسبه توان (W) یا گشتاور الکتروموتور (T_m) بایستی T_1 یعنی گشتاور لازم برای بالا بردن جسم از دنده مثلاً A به B (در شکل قبل) را محاسبه کنیم. همچنین برای شرایط خود قفلی نیز نیاز به محاسبه T_2 ینی گشتاور لازم برای پائین آوردن جسم می باشد. برای محاسبه T_1 و T_2 ابتدا به پارامترهای هندسی زیر توجه شود:

- λ زاویه ماریپیچ (به شکل بعدی توجه شود)
 - α زاویه جلو برنده که متمم زاویه ماریپیچ است
 - P گام یا فاصله دو دندانه متوالی
 - N تعداد راه نخ پیچ
 - l جلو برنده یا مسافتی که مهره برای یک دور چرخش کامل طی می کند.
- نکته مهم این که جلو برنده و گام دارای رابطه زیر با یکدیگر می باشند:

$$l = NP$$

یعنی در پیچ یک راهه $l = 1P = P$ و در دو راهه $l = 2P$ می باشد. برای محاسبه گشتاورهای T_1, T_2 از دنده A به B کافی است که گشتاور لازم روی وتر مثلث پیچ را محاسبه نماییم، یعنی:



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

با استفاده از روابط تعادل و حذف N_2, N_1 در هر کدام از دو معادله $\sum F_y = 0, \sum F_x = 0$ در شکل‌های ۱ و ۲ مقادیر P_2 و P_1 محاسبه می‌گردد و سپس از روابط $T_2 = P_2 \cdot \frac{dm}{2}$ و $T_1 = P_1 \cdot \frac{dm}{2}$ به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} T_1 = F \frac{dm}{2} \left(\frac{\ell + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu \ell} \right) & (1) \\ T_2 = F \frac{dm}{2} \left[\frac{\pi \mu d_m - \ell}{\pi d_x + \mu \ell} \right] & (2) \end{cases}$$

شایان ذکر است که T_1 همواره رابطه مستقیم دارد با پارامترهای زیر یعنی:

$$T_1 \sim F, dm, \mu, \ell$$

مثال: در یک پیچ انتقال قدرت گام را افزایش داده‌ایم آیا برای بالا بردن جسم نیاز به الکتروموتور قوی‌تر است یا ضعیف‌تر.

حل: با افزایش گام مقدار جلو برنده یا ℓ افزایش می‌یابد و از رابطه بالا T_1 بیشتر می‌شود.

۳- بررسی پدیده خود قفلی و خودروئی

در فرمول ۱ و ۲ مقدار مثبت یا منفی T_1 اهمیتی ندارد ولی مثبت یا منفی T_2 بسیار اهمیت داشته و شرایط خود قفلی و خودرویی را بیان می‌کند. T_2 منفی یعنی این که نه تنها وزن جسم در بالا به نیروی اصطکاک غلبه می‌کند بلکه به اندازه $-T_2$ کمک به پائین آمده خود به خود جسم می‌نماید که آن را پدیده خود روئی (over haul) نامند، یعنی:

$$T_2 \leq 0 \quad \text{خودرویی}$$

$$T_2 > 0 \quad \text{خود قفلی}$$

یا به صورت دیگر:

$$T_2 \leq 0$$

$$\pi \mu d_m - \ell \leq 0$$

$$\mu \leq \frac{\ell}{\pi d_m}$$

$$\text{tg } \lambda \geq \mu \quad \text{خودرویی} \quad (3)$$

$$\text{tg } \lambda < \mu \quad \text{خود قفلی} \quad (4)$$

نکته مهم این که روابط ۱ الی ۴ مربوط به پیچ‌ها مربعی است چنانچه در این روابط به جای μ از $\mu \sec \alpha$ استفاده کنیم (α نصف زاویه دوزنقه‌ای) فرمول‌ها برای دنده دوزنقه‌ای ایجاد می‌شود یعنی:

$$\begin{cases} T_1 = F \frac{dm}{2} \left(\frac{\ell + \pi \mu \sec \alpha dm}{\pi d_m - \mu \sec \alpha \ell} \right) & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = F \frac{dm}{2} \left(\frac{\pi \mu \sec \alpha d_m - \ell}{\pi d_m + \mu \sec \alpha \ell} \right) & (6) \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

و شرایط خود قفلی و خودرویی در دوزنقه‌های عبارت است از

$$\operatorname{tg} \lambda \cos \alpha \geq \mu \quad \text{خود رویی} \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \lambda \cos \alpha < \mu \quad \text{خود قفلی} \quad (8)$$

نکته مهم این که از مقایسه رابطه ۱ با ۵ متوجه می‌شویم که

$$T_1) > T_1) \text{ مربعی دوزنقه‌ای}$$

مثال: در یک پیچ انتقال قدرت دنده مربعی دو نسخه $12\text{UNC}-\frac{1}{2}$ ضریب استاک جسم با پیچ $\mu=0.3$ است آیا پدیده خود

قفلی ایجاد می‌شود یا خودروئی.

حل :

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\ell}{\pi d_m} = \frac{NP}{\pi d_m} = \frac{ZP}{\pi d_m}$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{12}$$

$$d_m = \frac{1}{2} - \frac{1}{24} = \frac{11}{24}$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{2 \times \frac{1}{12}}{\pi \left(\frac{11}{24} \right)} = \frac{4}{11\pi} \approx 0.12$$

چون $\operatorname{tg} \lambda < \mu = 0.3$ است پس بر اساس رابطه ۴ پدیده خود قفلی اتفاق می‌افتد که امن می‌باشد.

راندمان در پیچ‌های انتقال قدرت

$$e = \frac{(T_1)_{\mu_i=1}}{(T_1)_{\mu_i=\mu}} = \frac{\text{گشتاور لازم برای بالا بردن جسم وقتی اصطکاک صفر است}}{\text{گشتاور لازم برای بالا بردن جسم}}$$

چنانچه در رابطه‌های ۱ و ۵ به جای $\mu=0$ قرار دهیم داریم:

$$(T_1)_{\mu_i=0} = \frac{F \ell}{2\pi}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

و در نتیجه راندمان برابر است با:

$$e = \frac{F \ell}{2 \pi T_1}$$

دقت شود که چون T_1 بررسی دوزنقه‌ای بیشتر از مربعی است لذا راندمان دوزنقه‌ای کمتر از مربعی است.

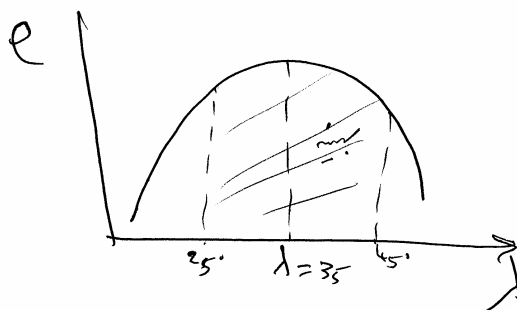
مثال: در یک پیچ انتقال قدرت زاویه مارپیچ را افزایش داده‌ایم راندمان کم می‌شود یا زیاد؟

حل: با افزایش λ مقدار جلو برنده زیاد می‌شود با افزایش جلو برنده طبق فرمول $e = \frac{F \ell}{2 \pi T_1}$ مقدار راندمان افزایش می‌یابد ولی از

طرفی دیگر با افزایش جلو برنده مقدار T_1 زیاد می‌شود. (به فرمول 1 یا 5 مراجعه شود) و با افزایش T_1 راندمان کم می‌شود. لذا نمی‌توان گفت که آیا با افزایش λ مقدار راندمان کم می‌شود یا زیاد می‌شود و نیاز به محاسبه می‌باشد. این موضوع را نیز می‌توان از روی مثال بعدی به وضوح دنبال کرد.

مثال: ماکزیمم راندمان در چه λ اتفاق می‌افتد.

حل: دیاگرام زیر همواره بین λ و راندمان e در پیچ‌های انتقال قدرت وجود دارد به طوری که در $\lambda = 25 - 45^\circ$ بهترین راندمان حاکم است و بیشترین آن در $\lambda = 35^\circ$ درجه می‌باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

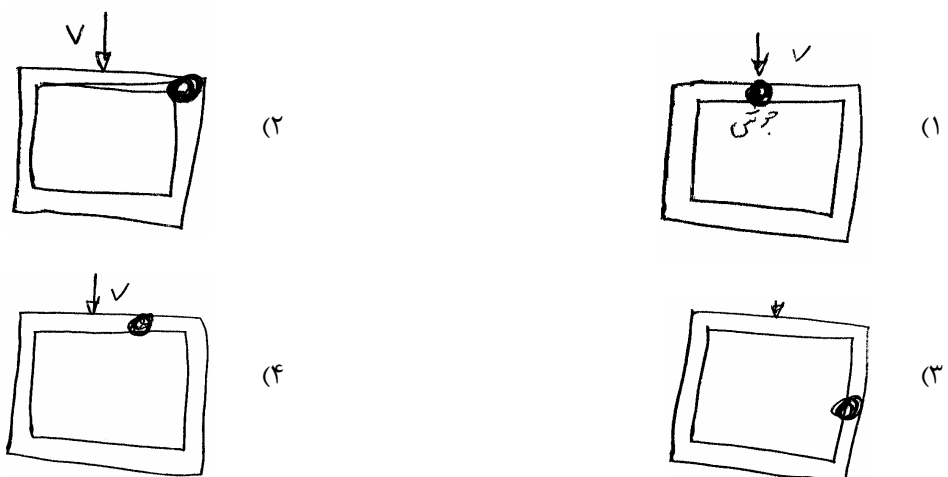
فصل ششم

جوش‌ها

مقدمه

جوش‌ها از اتصالات دائم به شمار می‌روند که به برای اتصال دو یا چند قطعه به کار می‌روند. در این قسمت از جوش‌هایی بحث می‌شود که از الکتروود مذاب شده برای جوشکاری استفاده می‌گردد. یا به عبارت دیگر جوش‌های مقاومتی را شامل نمی‌گردد. محاسبه جوش‌های مقاومتی مانند محاسبه پرچ‌ها تحت بار غیرمحوری که در فصل قبل توضیح داده شد می‌باشد. ابتدا به طرح چند مثال می‌پردازیم.

مثال: (۱) از یک ورق ضخیم از طریق جوشکاری یک کانال مربع شکل که به چهار حالت زیر جوشکاری شده است ساخته‌ایم مقاومت کدام جوش بهتر است؟



یادداشت:

.....

.....

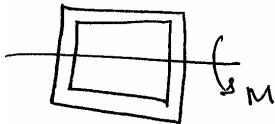
.....

.....

حل :

جوش ۴ بیشترین مقاومت را دارد. زیرا در جوش ۱ تمرکز تنش محلی در ناحیه جوش وجود دارد - در جوش ۲ تمرکز تنش هندسی وجود دارد - در جوش ۳ بیشترین تنش برشی مستقیم در گرده جوش وجود دارد - در جوش ۴ تنش برشی در بالاترین تار صفر می‌باشد و مقاوم‌ترین است.

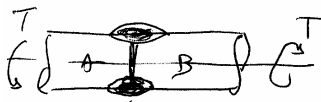
مثال: ۲) در مثال قبل اگر به جای نیروی برشی V کانال تحت خمش قرار گیرد کدام جوش مقاوم‌تر است؟



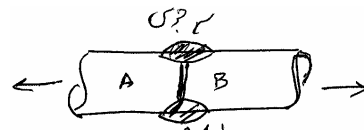
حل :

جوش ۳ مقاوم‌ترین است زیرا تنش خمشی در روی تار خنثی صفر است.

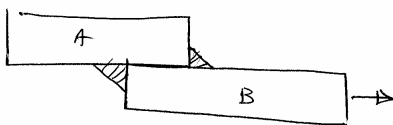
مثال: ۳) کدام یک از جوش‌های زیر نامناسب می‌باشند؟



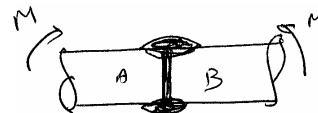
(۲)



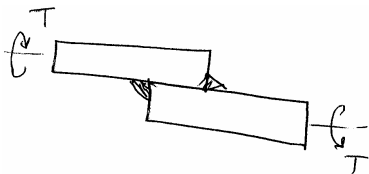
(۱)



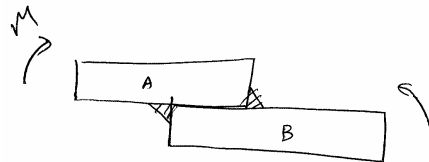
(۴)



(۳)



(۶)



(۵)

حل :

جوش ۱: مناسب است زیرا تنش نرمال در تمام نقاط یکسان است.

جوش ۲: مناسب نیست چون گرده جوش در محل ماکزیمم تنش پیچشی واقع است.

جوش ۳: مناسب نیست چون گرده جوش در محل ماکزیمم تنش خمشی است.

جوش ۴: مناسب است چون تنش نرمال یکسان است.

جوش ۵: مناسب است چون جوش در محل تار خنثی که تنش خمشی صفر است قرار دارد.

یادداشت:

.....

.....

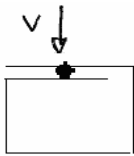
.....

.....

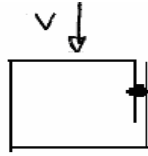
.....

جوش ۶ : مناسب است چون جوش در محل تنش پیچشی صفر واقع است.

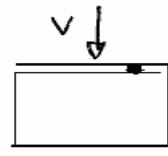
مثال: ۴) کانال‌های زیر از ورق نازک جوشکاری شده ایجاد شده‌اند، کدامیک مقاوم‌تر است؟



(1)



(2)



(3)

حل : چون جدار نازک است و چشمه تنش و چشمه تنش که تنش برشی در آن صفر است در محل جوش شکل ۱ واقع می‌گردد لذا جوش (۱) مقاوم‌تر است.

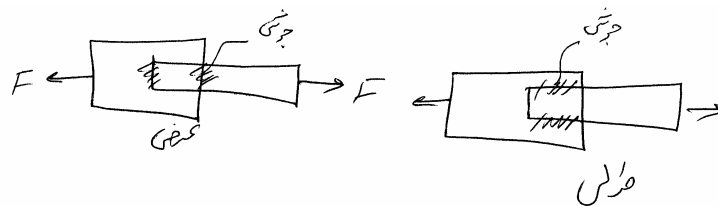
نتیجه مهم

۱- مثال‌های قبل نشان می‌دهد که نایبستی جوش در محلی قرار گیرد که بیشترین تنش وجود دارد.

۲- در مثال ۳ جوش‌های ۱ و ۲ و ۳ را جوش‌های سر به سر یا لب به لب یا شیاری نامند. این نوع جوش‌ها فقط بارهای محوری را تحمل می‌کنند. جوش‌های ۴ و ۵ و ۶ جوش‌های نواری یا فیلت یا شعاعی می‌باشند. این نوع جوش‌ها انواع بار محوری و خمشی و پیچشی و برشی مستقیم و ترکیبی از آن‌ها را تحمل می‌کند.

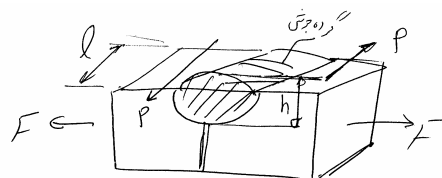
تحلیل تنش در جوش‌ها

جوش‌ها به دو نوع سربه‌سر یا لب‌به‌لب و نواری یا فیلت تقسیم می‌شوند. جوش‌های نواری نیز خود به دو دسته عرضی و طولی تقسیم می‌گردند. در نوع عرضی طول جوش به نیرو عمود است و در نوع طولی طول جوش با نیروی موازی است مانند:



تحلیل جوش‌های سر به سر

جوش‌های سر به سر فقط بارهای محوری و برشی مستقیم را تحمل می‌کند. مانند شکل زیر.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

اگر جوش‌ها تحت بار استاتیکی قرار گیرند بهتر است گرده جوش سنگ زده نشود زیرا از یک طرف ارتفاع یا h بزرگ‌تر باعث کاهش تنش می‌شود و از طرف دیگر ضریب تمرکز تنش در بارهای استاتیکی اهمیت ندارند، اگر جوش تحت بار نوسانی قرار گیرد بهتر است گرده جوش سنگ زنی گردد تا با کاهش تمرکز تنش (که در بارهای نوسانی اهمیت دارند) مقاومت خستگی بالا رود. شایان ذکر است که جدول زیر تمرکز تنش در جوش‌ها را نشان می‌دهد.

نوع جوش	K_t
جوش سر به سر	1.2
جوش نواری عرضی	1.5
جوش نواری طولی	2.7

اگر جوش سر به سر تحت بار محوری F قرار گیرد تنش برابر است با :

$$\sigma = K_t \frac{F}{h \ell}$$

می‌توان از K_t چشم‌پوشی کرد چون جسم نرم است و تحت بار استاتیکی است.

اگر جوش تحت بار برشی P قرار گیرد تنش برابر است با :

$$\tau = \frac{P}{h \ell}$$

فرض تمرکز تنش برشی ناچیز است.

اگر جوش تحت بار F و P قرار گیرد تنش σ و τ از دو رابطه قبل استفاده شده و سپس با استفاده از تئوری ماکزیمم تنش برشی که دقیق‌ترین تئوری برای جوش‌ها محسوب می‌شود مقدار ماکزیمم تنش برشی واقعی محاسبه می‌گردد و واماندگی استاتیکی از رابطه زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

تحلیل جوش‌های نواری یا فیلت

این نوع جوش‌ها دارای کاربرد فراوانی می‌باشد زیرا تمام انواع بارهای محوری و خمشی و پیچشی و ترکیبی از آن‌ها را تحمل می‌کند. ابتدا به نماد این جوش‌ها در زیر توجه شود.

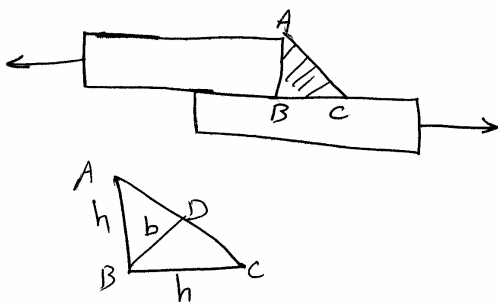
یادداشت:

.....

.....

.....

.....



$h =$ ساق جوش یا اندازه جوش

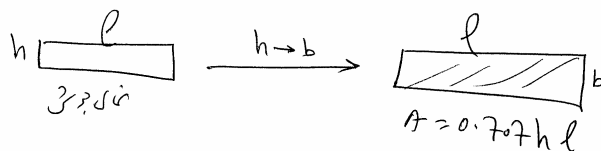
$b =$ پهنای جوش یا کلفتی جوش

بهترین جوش آن است که جوشکار الکتروود را در موقعیتی قرار دهد که زوایای \hat{A} و \hat{C} با یکدیگر مساوی و برابر 45° شود، لذا:

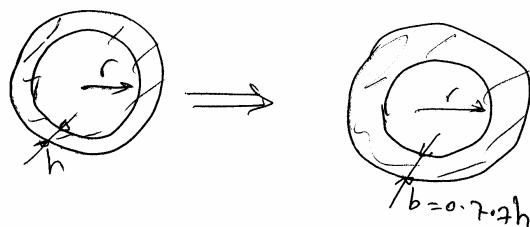
$$b = 0.707h$$

سطح گلوئی جوش: سطح گلوئی جوش به صورت زیر محاسبه می‌گردد. ابتدا تصویر و نمای جوش را از جهتی که طول یا پیرامون

جوش در آن تصویر نمایان گردد رسم نموده و سپس h را به b تبدیل می‌کنیم، مثلاً:



سطح گلوئی برشی $b = 0.707h$

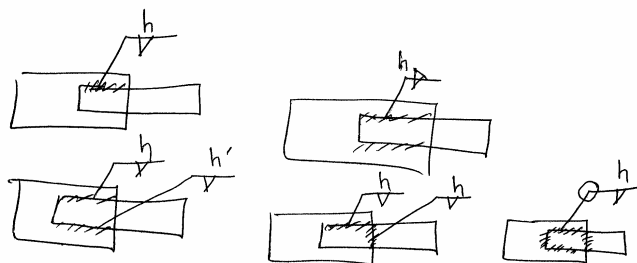


$$A = \frac{\pi}{4} \left[(2r + 2b)^2 - (2r)^2 \right]$$

سطح گلوئی جوش

نکته مهم این که در محاسبات توان‌های b^2 به بالا چشم پوشی گردد چون بسیار کوچک می‌باشد.

نماد و علائم جوش‌ها به شرح زیر می‌باشند.



یادداشت:

.....

.....

.....

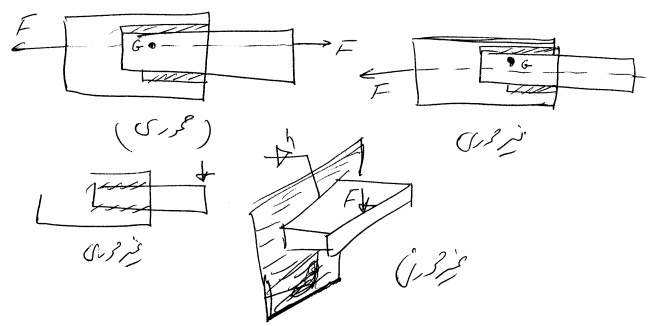
.....

تحلیل تنش در جوش‌های نواری

الف: جوش‌ها تحت بار محوری

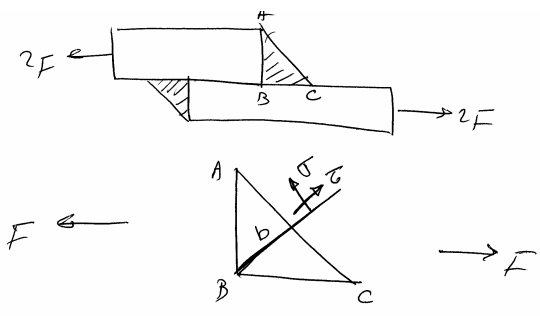
ب: جوش‌ها تحت بار غیر محوری

نکته بسیار مهم این که بتوان جوش‌های تحت بار محوری و غیر محوری را صحیح تشخیص داد زیرا محاسبات آن‌ها کاملاً با یکدیگر متفاوت است. چنانچه نیرو از مرکز سطح جوش عبور کند گویند جوش تحت بار محوری است و چنانچه نیرو از مرکز سطح جوش عبور نکند گویند جوش تحت بار غیر محوری است. یا به عبارت بهتر چنانچه در مرکز سطح جوشی تنش‌های پیچشی و (یا) خمشی ایجاد گردد گوئیم جوش تحت بار غیر محوری است.



تحلیل جوش‌های نواری تحت بار محوری

آزمایش نشان داده است که در جوش‌ها تحت بار محوری بیشترین تنش در روی عرض گلوئی ایجاد می‌گردد و واماندگی در روی عرض گلوئی ایجاد می‌گردد. در روی عرض گلوئی دو تنش σ و τ وجود دارد که از رابطه زیر تبعیت می‌کند. دقت شود که چون بنا به دلایل زیر این دو فرمول σ و τ در طراحی به طور مستقیم استفاده نمی‌شود لذا اثبات آن‌ها مورد نیاز نمی‌باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\sigma = \frac{F}{h \ell} \quad (۱)$$

$$\tau = \frac{F}{h \ell} \quad (۲)$$

حال دو روش برای طراحی استاتیکی وجود دارد:

روش اول: از آنجایی که تئوری ماکزیمم تنش برشی در جوش‌ها دقیق‌ترین تئوری می‌باشد لذا ماکزیمم تنش برشی را محاسبه می‌کنیم.

$$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

روابط (۱) و (۲) را در این رابطه قرار می‌دهیم.

$$\tau_{\max} = \frac{1.118F}{h \ell} \quad (۳)$$

این رابطه یک رابطه کلی نمی‌باشد و فقط برای شکل جوش قبل مورد استفاده قرار می‌گیرد. لذا روش دوم زیر یک روش مطمئن‌تر و کلی‌تر و سریع‌تر است.

روش دوم: از آنجایی که تئوری ماکزیمم تنش برشی در جوش‌ها دقیق‌ترین تئوری است. لذا می‌گوئیم در جوش‌های نواری تحت بار محوری ناحیه بحرانی در روی سطح گلوئی اتفاق می‌افتد که عامل واماندگی استاتیکی در آن یک ماکزیمم تنش برشی بوده که از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$\tau_{\max} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح گلوئی جوش}}$$

مثلاً در شکل قبل داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{2F}{2 \cdot 0.707 h \ell} = \frac{1.414F}{h \ell}$$

یعنی:

$$\tau_{\max} = 1.414 \frac{F}{h \ell} \quad (۴)$$

مشاهده می‌شود که رابطه ۴ به مراتب مطمئن‌تر از ۱ بوده (چون عددی بزرگتر پیش‌بینی می‌کند) و بسیار ساده تر و کلی‌تر می‌باشد.
یادداشت:

.....

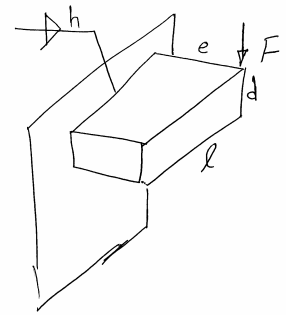
.....

.....

.....

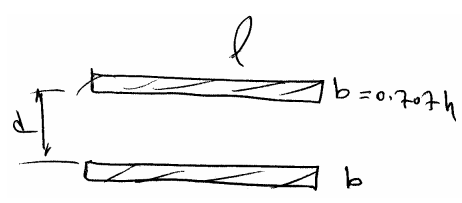
تحلیل جوش نواری تحت بار غیر محوری

برای تحلیل این جوش‌ها مراحل زیر انجام می‌گیرد. فرض جوش به صورت زیر می‌باشد:

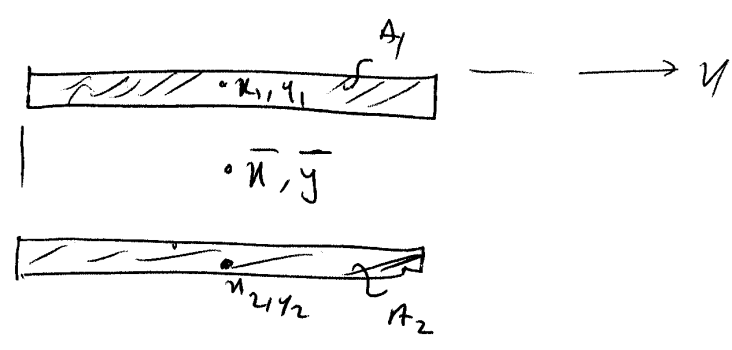


تحلیل این جوش‌ها کاملاً یک مسأله مقاومت مصالح محسوب می‌گردد، یعنی مراحل زیر برای محاسبه این نوع جوشها انجام می‌گیرد.

۱- رسم سطح گلوئی جوش



۲- تعیین مرکز سطح جوش با استفاده از روابط زیر:

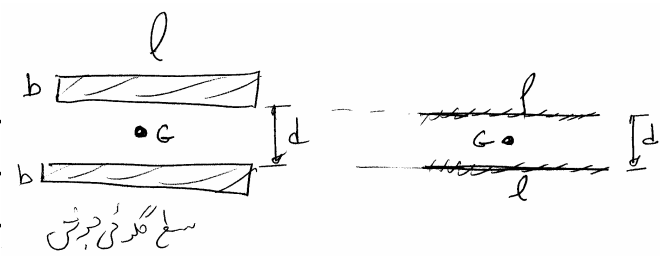


$$\bar{x}, \bar{y} = \frac{\sum x_i A_i, \sum Y_i A_i}{\sum A_i}$$

۳- تبدیل سطح گلوبی جوش به خط جوش: یا به عبارت بهتر چون b و به خصوص b² و توان‌های بالاتر یک عدد کوچک محسوب

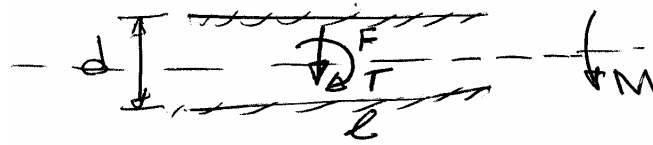
می‌شوند بهتر است در محاسبات از b صرف‌نظر شود یعنی

یادداشت:



.....
.....
.....
.....
.....

۴- انتقال نیرو همراه با کوپل‌های مربوطه به مرکز جوش

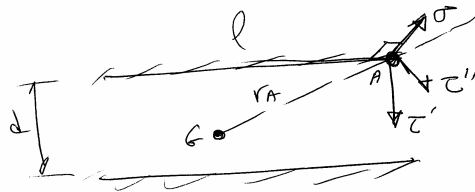


که :

$$M = F \cdot e$$

$$T = F \cdot \frac{l}{2}$$

۵- رسم و محاسبه تنش‌ها در نقطه بحرانی از جوش که در این جا نقطه A نقطه بحرانی محسوب می‌شود.



$$\tau' = \frac{F}{A}$$

$$\tau'' = \frac{T r_A}{j}$$

$$\sigma = \frac{M c}{I}$$

$$r_A = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

که :

$$C = \frac{d}{2}$$

سطح گلوئی جوش $A = 2 \cdot 0.707 h l$

دقت گردد که J و I به دو روش قابل محاسبه است.

یادداشت:

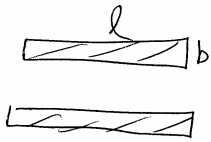
.....

.....

.....

.....

روش اول: از فرمول‌های مقاومت مصالح یعنی



$$I = (I_{G_1} + A_1 d_1^2) + (I_{G_2} + A_2 d_2^2)$$

$$J = (J_{G_1} + A_1 r_1^2) + (K_{G_2} + A_2 r_2^2)$$

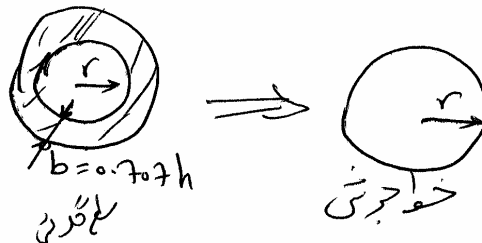
در حین محاسبه I و J تمام عبارت‌های b^2 و بالاتر چشم پوشی می‌شود و لذا مقدار J و I به صورت ضریب ثابتی از b به دست می‌آید. که شیگلی این ضرایب ثابت را با J_u و I_u نشان داد و آن‌ها را به ترتیب ممان اینرسی واحد عرض گلوئی و ممان دوم سطح واحد عرض گلوئی نامید و برای جوش‌های مختلف در جداول استاندارد ارائه نمود.

روش دوم: با استفاده از مطالب ذکر شده در بالا

$$I = b I_u$$

$$J = b J_u$$

که I_u و J_u در جداول استاندارد ارائه شده است. مثلاً برای یک دایره به شعاع r داریم:



$$I_u = \pi r^3$$

$$J_u = 2\pi r^3$$

$$I = I_u b = \pi r^3 b, \quad J = J_u b = 2\pi r^3 b$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

فصل هفتم

فنرها

مقدمه

اصولاً در فنرها برای طراحی نیاز به محاسبه تنش و سختی فنر می‌باشد. در این جا برای محاسبه سختی فنرها سعی شده است که براساس محاسبات فنر میله پیچشی یک رابطه کلی برای سختی تمام فنرهای مورد بحث این فصل استخراج نمود که در امتحانات کنکور بسیار مفید می‌باشد.

فنرهایی که در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرد به صورت زیر است:

۱- فنرها مارپیچ کششی و فشاری

الف: از نوع بسته $\alpha \leq 14^\circ$

ب: از نوع باز $\alpha > 14^\circ$

۲- فنر مارپیچ پیچشی

۳- فنر میله پیچشی

دقت شود که اصولاً تنش در فنر مارپیچ نوع باز بیشتر از فنر نوع بسته می‌باشد لذا در صنعت فنر نوع بسته کاربرد بیشتری دارد.

یادداشت:

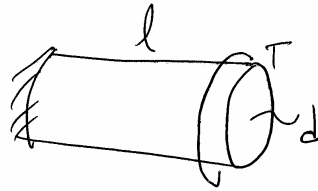
.....

.....

.....

.....

مثال: در فنر میله پیچشی زیر سختی K چقدر است. قطر میله d و طول آن l فرض شود.



حل :

$$\varphi = \frac{T l}{G j}$$

$$K = \frac{T}{\varphi} = \frac{G J}{l}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$K = \frac{\pi d^4 G}{32 l}$$

حال فرض می‌کنیم این میله را به صورت فنری با حلقه‌هایی به قطر متوسط D در آوریم به طوری که در هنگام اعمال بار تعداد حلقه‌ها N_a (که بعداً آن را تعداد حلقه فعال می‌نامیم) شود، در این حالت فرمول کلی زیر به دست می‌آید که برای فنرهای مارپیچ کشی و فشاری و پیچشی بسیار مفید است.

$$K \sim \frac{(G, E) d^4}{D^n N_a}$$

که d قطر سیم فنر است و همواره با d^4 رابطه مستقیم دارد.

اگر در فنر تنش برشی یا پیچشی ایجاد شود (مانند فنر مارپیچ کششی یا فشاری نوع بسته) در فرمول بالا از مدول برشی G و اگر تنش خمشی ایجاد شود (مانند فنر مارپیچ پیچشی) از مدول الاستیسته E استفاده می‌شود. در فرمول بالا مقدار $n = 3$ برای فنر مارپیچ کششی یا فشاری نوع بسته و $n = 1$ برای فنر مارپیچ پیچشی است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

تحلیل تنش در فنر مارپیچ کششی یا فشاری



قطر متوسط حلقه فنر D

قطر سیم فنر d

ایندکس فنر $C = \frac{D}{d}$

نکته مهم این که در این فنرها همیشه سطح داخل فنر بیشترین تنش را دارد و واماندگی در آن ایجاد می‌گردد. نکته مهم دیگر این که اصولاً انحنای حلقه فنر باعث افزایش تنش در سطح داخل فنر و کاهش تنش در سطح خارج آن می‌گردد. در فنر نوع بسته تنش برش مستقیم به علاوه تنش پیچشی در سطح داخل ایجاد شده از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

$$\tau = K_s K_c \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} \quad \text{ضریب اثر تنش برشی}$$

$K_c =$ ضریب اثر انحنای حلقه فنر یا ضریب تمرکز تنش خستگی

دقت گردد در فنرهایی که $C > 12$ است اثر تنش برشی مستقیم از بین می‌رود و $K_s = 1$ فرض می‌شود.

نکته مهم این که متأسفانه K_c به تنهایی در دسترس نمی‌باشد، لذا شخصی به نام وال ضرایب را به صورت زیر نشان داد:

$$K_w = K_s \cdot K_c$$

که K_w را ضریب وال نامند و شدیداً به D و d وابسته است.

$$K_w = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.65}{c}$$

یعنی:

$$\tau = k_w \frac{8FD}{\pi d^3}$$

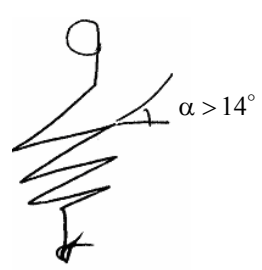
یادداشت:

.....

.....

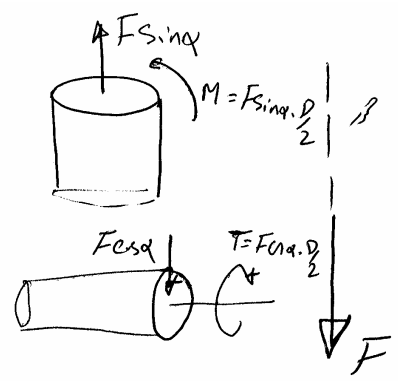
.....

.....



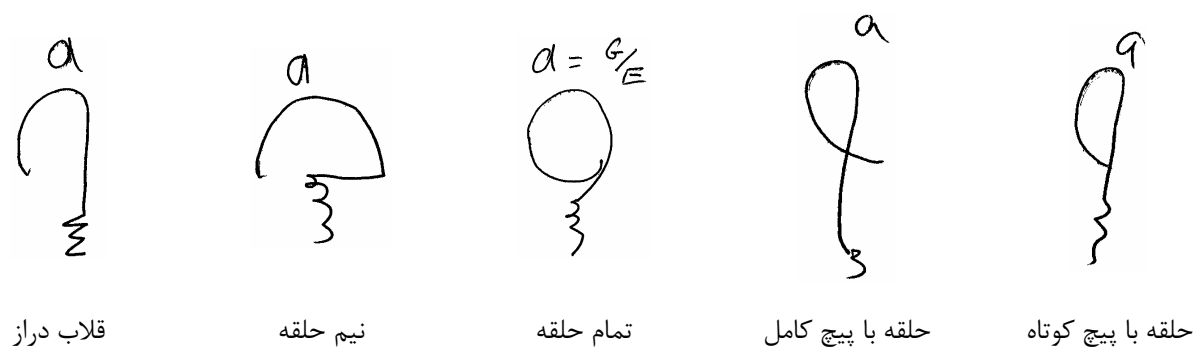
محاسبه تنش در فنرهای باز

در این فنرها $\alpha > 14^\circ$ می باشد و چنانچه سیم حلقه فنر در دو راستای افقی و عمودی تصویر شود نیروهای وارد بر آنها به صورت زیر است.
 با داشتن این نیروها تنشها قابل محاسبه می باشند و برای اثر انحنای حلقه فنر تنشها در ضریب K_W ضرب می شوند.



تفاوت فنرهای مارپیچ کششی و فشاری

۱- فنرهای کششی دارای قلاب می باشند ولی فنرهای فشاری دارای قلاب نمی باشد.
 اشکال زیر چند قلاب را در نوع کششی نشان می دهد.



دقت شود که اگر N_t تعداد حلقه های کل بدنه قبل از بارگذاری باشد در هنگام بارگذاری a قسمت از قلاب (عددی که در بالای قلاب درج شده) نیز به تعداد حلقه های کل افزوده می شود تا تعداد کل حلقه های فعال N_a از رابطه زیر به دست آید.

$$N_a = N_t + a$$

یادداشت:

.....

.....

.....

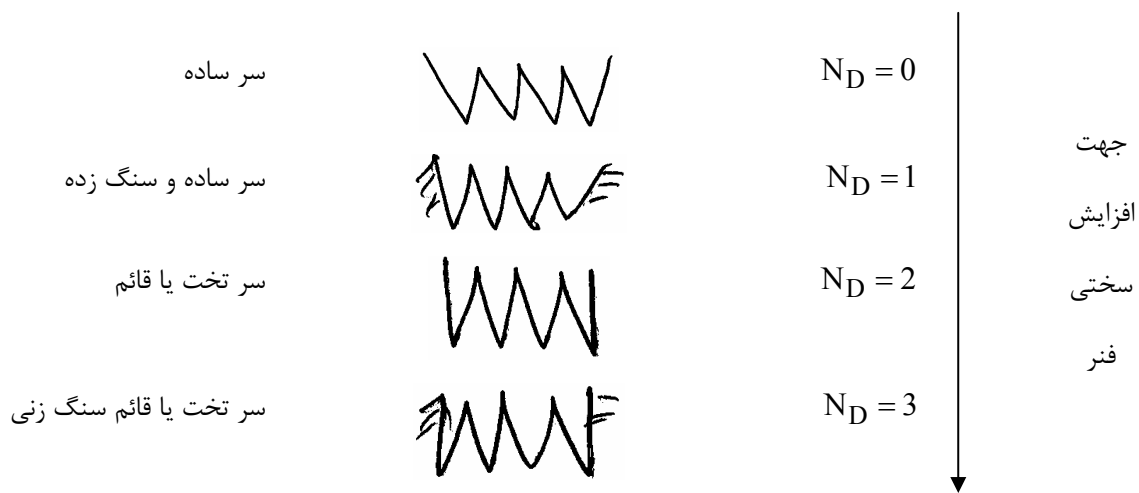
.....

در رابطه سختی N_a از رابطه بالا استفاده می‌شود یعنی:

$$K \sim \frac{Gd^4}{D^3 Na}$$

یعنی شکل قلاب‌ها شدیداً در سختی اثر می‌گذارد.

همچنین در فنرهای فشاری قسمت ابتدا و انتهای فنر که بدون قلاب است به صورت زیر ساخته می‌شود تا در هنگام بارگذاری که قسمتی از حلقه‌های مرده و غیر فعال تشکیل می‌شود بتواند یک بار عکس‌العمل در امتداد بار اعمالی ایجاد گردد و در نتیجه یک تنش یکنواخت در کل بدنه ایجاد شود.



تعداد حلقه‌های فعال عبارتند از:

$$N_a = N_t - N_D$$

- ۲- اصولاً برای رعایت یک طول آزاد صحیح در فنرهای مارپیچ کششی و فشاری در هنگام ساخت یک نیروی پیش بار کششی اولیه در فنر مارپیچ کششی و یک نیروی پیش بار فشاری اولیه در فنر مارپیچ فشاری ایجاد می‌کنند.
- ۳- فنرهای فشاری دچار کمانش می‌شوند و فنرهای کششی خیر.
- ۴- اصولاً در هر دو فنر کششی و فشاری برای بالا بردن مقاومت خستگی عملیات ساچمه زنی انجام می‌دهند.

یادداشت:

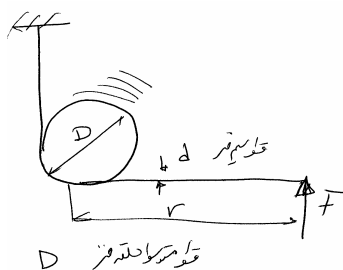
.....

.....

.....

.....

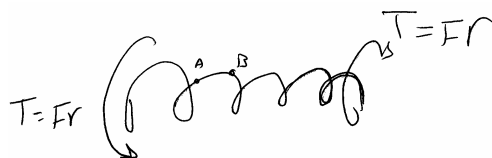
فنر مارپیچ پیچشی



قطر متوسط حلقه فنر D

قطر سیم فنر d

انیدکس c فنر $c = \frac{D}{d}$



در فنر مارپیچ پیچشی در قسمت AB مانند بالا یک تنش خمشی ایجاد می شود یعنی:

$$\sigma = (K_i, K_o) \frac{MC}{I}$$

$$\sigma = (K_i, K_o) \frac{32Fr}{\pi d^3}$$

ضرایب وال در داخل و خارج به ترتیب K_o, K_i می باشد که از روابط زیر به دست می آیند و اصولاً K_i بیشتر از K_o است.

$$K_i = \frac{4c^2 - c - 1}{4c(c-1)}$$

$$K_o = \frac{4c^2 + c - 1}{4c(c+1)}$$

لذا تنش ماکزیمم برابر است با:

$$\sigma = K_i \frac{32Fr}{\pi d^3}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

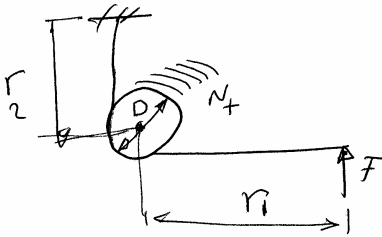
سختی این فنرها همان طوری که قبلاً گفته شد عبارت است از:

$$K \sim \frac{Ed^4}{DN_a}$$

نکته بسیار مهم این است که در این نوع فنرها تعداد حلقه فعال N_a از رابطه زیر به دست می‌آید. N_t کل حلقه‌های بدنه فنر قبل از اعمال بارگذاری است.

$$N_a = N_t + \frac{r_1 + r_2}{3\pi D}$$

که r_1, r_2 در شکل زیر نشان داده شده است. r_1, r_2 شدیداً در سختی فنر اثر دارند.



یادداشت:

.....

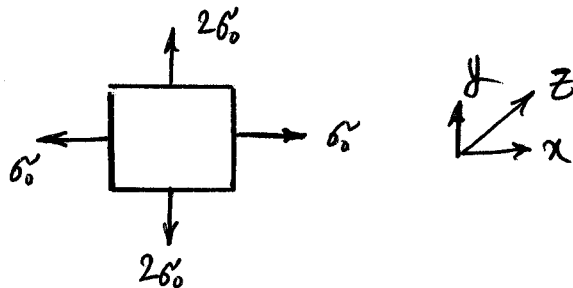
.....

.....

.....

تست‌ها و نمونه سوالات

۱- طول قطعه زیر در جهت Z بسیار طولانی می‌باشد، در صورتی که $\nu = 0.2$ ضریب پواسون و S_y مقاومت تسلیم نهایی باشد به ازای چه مقداری از σ_0 جسم وامانده می‌شود؟ (بر اساس معیار ترسکا)



(۱) $\frac{5}{6} S_y$

(۲) $\frac{5}{7} S_y$

(۳) $\frac{S_y}{6}$

(۴) $\frac{2}{7} S_y$

۲- قطعه‌ای از جنس ماده نرم تحت اثر یک تنش استاتیکی (σ_m) و یک تنش خمشی معکوس‌شونده برابر 50Mpa قرار گرفته است حداکثر تنش استاتیکی که قطعه دارای عمر نامحدود باشد کدام است؟

($S_{ut} = 300 \text{Mpa}$, $S_y = 200 \text{Mpa}$, $S_e = 100 \text{Mpa}$)

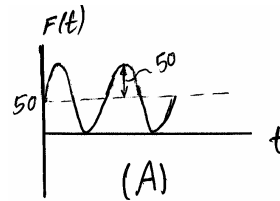
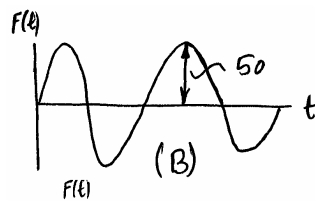
(۴) 100Mpa

(۳) 150Mpa

(۲) 75Mpa

(۱) 50Mpa

۳- قطعه‌ای تحت دو بارگذاری A و B به صورت مجزا قرار گرفته است، عمر قطعه در کدام حالت بیشتر است؟



(۲) B

(۱) A

(۴) با این معلومات نمی‌توان نظر داد

(۳) هر دو یکسان هستند

۴- در بحرانی‌ترین نقطه از یک جسم تانسور دو بعدی تنش برابر $\begin{bmatrix} \sigma_0 & -2\sigma_0 \\ 2\sigma_0 & \sigma_0 \end{bmatrix}$ می‌باشد. مقاومت تسلیم جسم برابر S_y

می‌باشد. بر اساس تئوری ترسکا به ازای چه مقداری از σ_0 جسم وامانده می‌شود؟

(۴) $\sigma_0 = S_y$

(۳) $\sigma_0 = \frac{1}{4} S_y$

(۲) $\sigma_0 = \frac{2}{3} S_y$

(۱) $\sigma_0 = \frac{1}{2} S_y$

۵- یک میله‌ی اتصال فولادی با مشخصات $S_{yt} = 800 \text{Mpa}$, $S_{ut} = 1000 \text{Mpa}$ و حد دوام تصحیح شده برابر با

$S_e = 500 \text{Mpa}$ که تحت عملیات حرارتی با روغن از 815°C تا 540°C بطور ناگهانی سرد شده است، تحت بارگذاری

محوری معکوس‌شونده‌ی 120KN قرار گرفته است. با فرض ضریب اطمینان $n = 2$ ، قطر لازم برای میله چقدر است؟

(۴) $4\sqrt{\frac{30}{\pi}} \text{ mm}$

(۳) $2\sqrt{\frac{30}{\pi}} \text{ mm}$

(۲) $8\sqrt{\frac{30}{\pi}} \text{ mm}$

(۱) $10\sqrt{\frac{6}{\pi}} \text{ mm}$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۶- برای انتقال یک گشتاور نوسانی $\pm T$ بین دو شافت از یک فلانچ استفاده کرده‌ایم، که سطح تنش کششی هر پیچ برابر A_t می‌باشد و بر روی دایره‌ای به شعاع R قرار دارند. در صورتی که تعداد پیچ‌ها برابر ۵ عدد باشد و براساس ضریب اطمینان $A_t, 2$ چه مقدار می‌باشد؟ (مقاومت کششی پیچ S_{ut} می‌باشد).

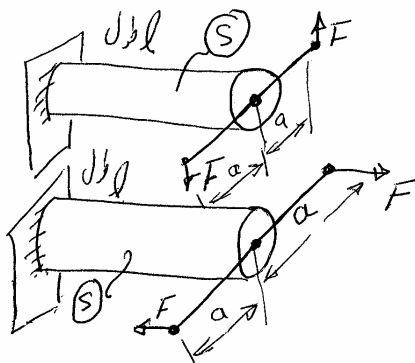
$$A_t = \frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{T}{S_{ut} \cdot R} \quad (۲)$$

$$A_t = \frac{4\sqrt{3}}{5} \frac{T}{S_{ut} \cdot R} \quad (۱)$$

$$A_t = \frac{2\sqrt{3}}{15} \frac{T}{S_{ut} \cdot R} \quad (۴)$$

$$A_t = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{T}{S_{ut} \cdot R} \quad (۳)$$

۷- شفت با مدول قطعه الاستیک S تحت دو نوع بارگذاری می‌باشد. مقاومت تسلیم کششی شفت از جسم نرم برابر s_y است کدام شفت دارای مقاومت استاتیکی بالاتر می‌باشد؟

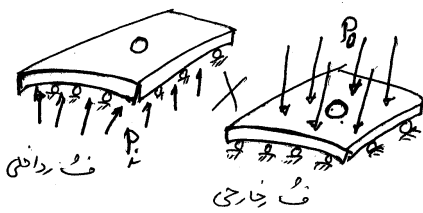


شکل ۱

شکل ۲

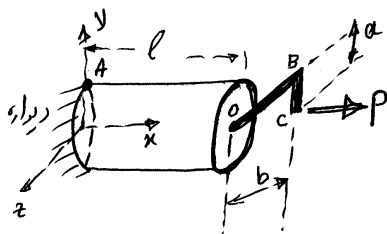
- (۱) مقاومت ۱ بیشتر از ۲ است.
- (۲) مقاومت ۲ بیشتر از ۱ است.
- (۳) مقاومت هر دو شفت یکسان است.
- (۴) نمی‌توان مقایسه نمود چون مقدار مقاومت تسلیم نیاز است.

۸- روی یک استوانه جدار نازک دو طرف بسته یک سوراخ ریز روغن کاری مانند شکل ایجاد شده است این استوانه یک‌بار تحت فشار داخلی و بار دیگر تحت فشار خارجی یکنواخت قرار گرفته است کدام گزینه در مورد تمرکز تنش هندسی در دو استوانه صحیح است؟



- (۱) تمرکز تنش در استوانه تحت فشار داخلی بیشتر است.
- (۲) تمرکز تنش در استوانه تحت فشار داخلی کمتر است.
- (۳) تمرکز تنش در هر دو یکسان است.
- (۴) نمی‌توان گفت زیرا به مقادیر P_0 و P_1 وابسته است.

۹- یک میله توپر مانند شکل به دیواره متصل است. به ابتدای آزادی میله عضو L شکل OBC جوش و متصل است. به نقطه C یک نیروی افقی P در راستای محور x اعمال شده است. سطح مقطع میله A و مدول مقطع الاستیک خمشی میله S می‌باشد به طوری که $s = 2A$ (یعنی مدول مقطع دو برابر سطح مقطع میله است). اگر مقاومت تسلیم میله s_y فرض شود ضریب اطمینان طراحی استاتیکی در نقطه A در محل دیواره چگونه است؟



$$n_s = \frac{s_y \cdot A}{P(1-a)} \quad (۲)$$

$$n_s = \frac{s_y \cdot A \cdot l}{P(1+a)b} \quad (۱)$$

$$n_s = \frac{s_y \cdot A}{P\left(1 - \frac{1}{2}a\right)} \quad (۴)$$

$$n_s = \frac{s_y \cdot A \cdot l}{P(2-a)b} \quad (۳)$$

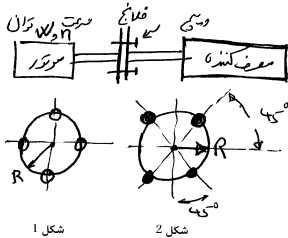
یادداشت:

.....

.....

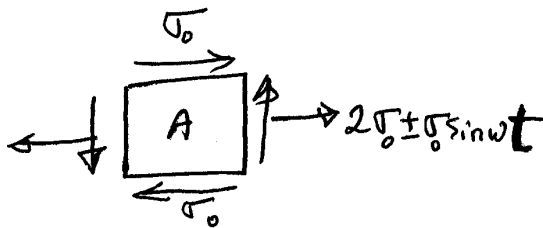
.....

۱۰- برای انتقال توان W کیلووات از یک موتور به یک مصرف کننده از یک فلانج استفاده شده است. پیچ ها بر روی این فلانج به دو صورت شکل ۱ و شکل ۲ قرار گرفته اند به طوری که شعاع دایره ای که پیچ ها بر روی آن قرار گرفته اند یکسان می باشند. کدام گزینه صحیح است؟



- ۱) مقاومت خستگی شکل ۱ بیشتر از ۲ و مقاومت استاتیکی شکل ۱ کمتر از ۲ می باشد.
- ۲) مقاومت خستگی شکل ۱ کمتر از ۲ و مقاومت استاتیکی شکل ۱ بیشتر از ۲ می باشد.
- ۳) مقاومت خستگی شکل ۱ بیشتر از ۲ و مقاومت استاتیکی شکل ۱ نیز بیشتر از ۲ می باشد.
- ۴) مقاومت خستگی و مقاومت استاتیکی هر دو اتصال شکل ۱ و ۲ یکسان می باشد.

۱۱- در جسم A که تحت بارگذاری نشان داده شده می باشد ضریب اطمینان استاتیکی n_s و ضریب اطمینان خستگی n'_s کدام است؟ مقاومت تسلیم ماده s_y و مقاومت حد s_e می باشد، از تئوری واپیچشی استفاده گردد.



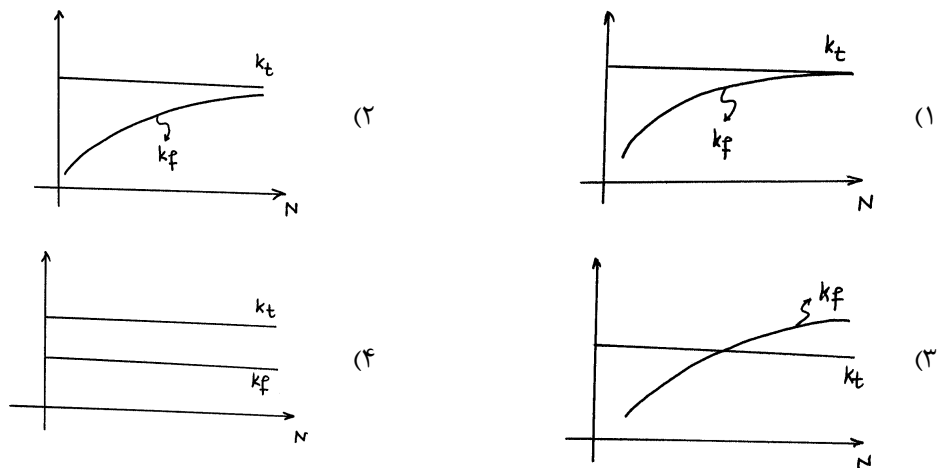
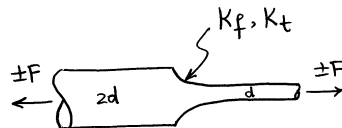
$$n_s = \frac{1}{2} \frac{s_y}{\sigma_0}, n'_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{s_e}{s_e + s_y} \frac{s_y}{\sigma_0} \quad (1)$$

$$n_s = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \frac{s_y}{\sigma_0}, n'_s = \frac{s_e \cdot s_y}{(s_e + s_y) \sigma_0} \quad (2)$$

$$n_s = \frac{1}{1 + \sqrt{7}} \frac{s_y}{\sigma_0}, n'_s = \frac{s_e}{\sqrt{7}} \frac{s_y}{s_e + s_y} \sigma_0 \quad (3)$$

$$n_s = 3, n'_s = 4 \quad (4)$$

۱۲- در شکل داده شده شفت از جسم نرم تحت بار نوسانی $\pm F$ می باشد، k_t و k_p به ترتیب ضریب تمرکز تنش استاتیکی و خستگی می باشند. اگر N عمر خستگی شفت باشد کدام گزینه صحیح است؟



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۱۳ - یک پوسته استوانه ای جدار نازک با فشار داخلی 45 MPa با ضخامت $t=10\text{ mm}$ و قطر 200 mm و از جنس فولاد با حد تسلیم 700 MPa موجود است. نسبت ضریب اطمینان بر حسب تئوری حداکثر تنش برشی به ضریب اطمینان بر حسب تئوری فون-میسز برابر است با:

$$\frac{11}{\sqrt{91}} \quad (۱) \qquad \frac{\sqrt{91}}{11} \quad (۲) \qquad \frac{9}{\sqrt{91}} \quad (۳) \qquad \frac{\sqrt{91}}{9} \quad (۴)$$

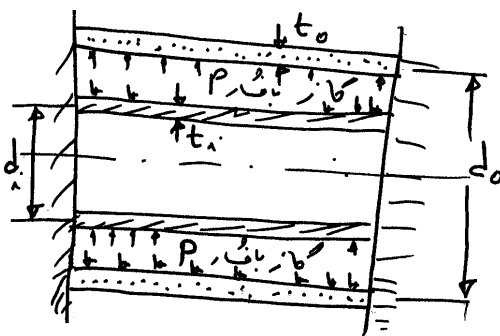
۱۴ - قطعه کاری از جنس فولاد با مشخصات $S_y=800\text{ MPa}$ و $S_{ut}=1200\text{ MPa}$ و حد دوام اصلاح شده آن $S_e=300\text{ MPa}$ در بارگذاری ، $(\sigma_{xm}=60\text{ MPa}, \tau_{xym}=60\text{ MPa}, \sigma_{xa}=90\text{ MPa}, \tau_{xya}=90\text{ MPa})$ ضریب اطمینان در برابر واماندگی استاتیکی و خستگی به ترتیب برابر است با:

$$\frac{10}{7} \cdot \frac{8}{3} \quad (۱) \qquad \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{8} \quad (۲) \qquad \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{3} \quad (۳) \qquad \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8} \quad (۴)$$

۱۵ - میله استوانه ای شکل به طور همزمان تحت بار محوری N و کوپل پیچشی T قرار دارد. در اثر بار محوری تنش نرمال برابر $\sigma=120\text{ MPa}$ و در اثر کوپل پیچشی تنش برشی $\tau=50\text{ MPa}$ ایجاد می گردد. اگر تنش تسلیم میله برابر $\sigma_y=240\text{ MPa}$ بوده و از تئوری ماکزیمم تنش برشی در طراحی میله استفاده شده باشد، ضریب اطمینان برابر است با:

$$\frac{24}{\sqrt{61}} \quad (۱) \qquad \frac{15}{\sqrt{61}} \quad (۲) \qquad \frac{20}{\sqrt{61}} \quad (۳) \qquad \frac{12}{\sqrt{61}} \quad (۴)$$

۱۶ - بین دو دیوار صلب دو سیلندر جدار نازک مانند شکل جوش شده اند. ضخامت استوانه های داخلی و خارجی به ترتیب t_i و t_o و قطر متوسط سیلندر داخلی و خارجی به ترتیب d_i و d_o می باشد. در فضای بین این دو سیلندر یک گاز با فشار P قرار دارد. نسبت تنش محیطی در سیلندر خارجی به تنش محیطی در سیلندر داخلی چقدر است؟



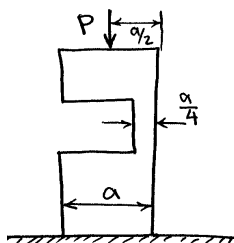
$$\frac{(\sigma_\theta)_o}{(\sigma_\theta)_i} = \frac{d_i}{d_o} \cdot \frac{t_i}{t_o} \quad (۱)$$

$$\frac{(\sigma_\theta)_o}{(\sigma_\theta)_i} = \frac{d_o}{d_i} \cdot \frac{t_o}{t_i} \quad (۲)$$

$$\frac{(\sigma_\theta)_o}{(\sigma_\theta)_i} = \frac{d_o}{d_i} \cdot \frac{t_i}{t_o} \quad (۳)$$

$$\frac{(\sigma_\theta)_o}{(\sigma_\theta)_i} = \frac{t_i}{t_o} \quad (۴)$$

۱۷ - ستون کوتاهی با مقطع مربعی یک بریدگی به صورت نشان داده شده دارد، ماکزیمم تنش فشاری در آن را بدست آورید؟



$$\frac{38p}{a^2} \quad (۱)$$

$$\frac{288p}{a^2} \quad (۴)$$

$$\frac{40p}{a^2} \quad (۲)$$

$$\frac{112p}{a^2} \quad (۳)$$

یادداشت:

.....

.....

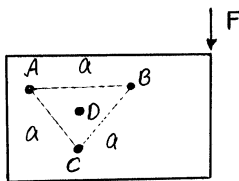
.....

.....

۱۸ - شرط خود قفل کنی برای پیچ‌ها به کدام عامل یا عوامل زیر بستگی ندارد:

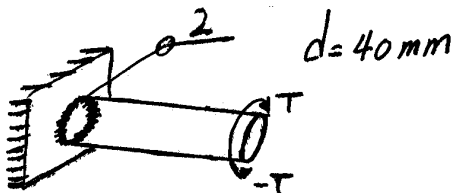
- الف) قطر گام پیچ ب) اندازه‌ی پیشروی پیچ ج) زاویه‌ی مارپیچ د) زاویه‌ی پیشروی
 ه) تعداد نخ‌ها پیچ و) ضریب اصطکاک ز) گشتاور پیچ
- ۱) الف)، ج)، ه) ۲) الف)، د)، ز)
 ۳) ج)، ز) ۴) ب)، د)، ه)

۱۹ - کدام یک از پیچ‌های شکل زیر بحرانی تر می‌باشند؟



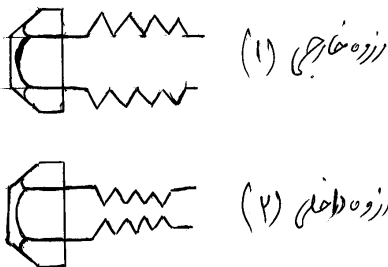
- A) ۱
 B) ۲
 C) ۳
 D) ۴

۲۰ - مطابق شکل یک شافت فولادی با استحکام نهایی برشی الکتروود $S_{su} = 400 \text{ Mpa}$ و حد دوام $S_{se} = 200 \text{ Mpa}$ به تکیه‌گاه جوش داده شده است و ساق جوش برابر 2 mm می‌باشد. این شافت تحت گشتاور پیچشی $\pm 1414 \text{ Nmm}$ قرار دارد. در صورتی که ممان قطبی واحد عرض گلوبی جوش برابر $J_u = 200 \text{ mm}^3$ باشد ضریب اطمینان خستگی کدام است؟



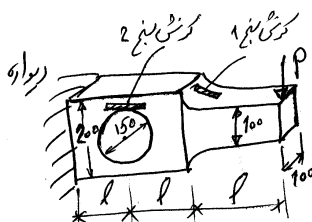
- ۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۱.۵
 ۴) ۰.۵

۲۱ - شکل (۱) و (۲) به ترتیب پیچ رزوه خارجی و رزوه داخلی را نشان می‌دهد کدام یک مناسب تر هستند؟



- ۱) اتصال ۱
 ۲) اتصال ۲
 ۳) هر دو مناسب هستند.
 ۴) بستگی به مهره مورد استفاده دارد.

۲۲ - یک صفحه فولادی به یک دیوار جوش شده است، در محل فیلت کرنش‌سنج ۱ و در محل سوراخ کرنش‌سنج ۲ قرار دارد. در اثر اعمال بار P هر دو کرنش‌سنج یک عدد را نشان می‌دهند. ضریب تمرکز تنش در کدام بیشتر است؟ (تمام ابعاد بر حسب میلی‌متر است).



- ۱) در فیلت بیشتر است.
 ۲) در محل سوراخ بیشتر است.
 ۳) در هر دو یکسان است.
 ۴) نمی‌توان گفت زیرا به مقدار عددی P وابسته است.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

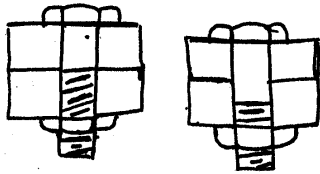
۲۳- در دو اتصال (1) و (2) در شکل زیر کدام اتصال مناسب تر است؟

(۱) اتصال (2)

(۲) اتصال (1)

(۳) هر دو مناسب است.

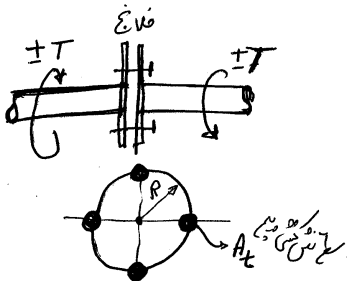
(۴) نمی توان گفت چون Grade پیچ مورد نیاز است.



اتصال پیچ و مهره 1

اتصال پیچ و مهره 2

۲۴- برای انتقال یک گشتاور نوسانی $\pm T$ بین دو شفت از یک فلانچ استفاده شده است. در روی فلانچ 4 عدد پیچ که سطح تنش کششی هر پیچ A_t می باشد بر روی دایره ای به شعاع R قرار دارد. از نیروی پیش بار ناشی از بستن مهره ها در پیچ ها صرف نظر شده است. تعیین کنید گشتاور مجاز T بر اساس ضریب اطمینان n_s چقدر باشد تا پیچ ها دارای عمر دائم باشند. مقاومت کششی نهایی پیچ s_{ut} فرض شود.



$$T = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{RA_t s_{ut}}{n_s} \quad (1)$$

$$T = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{RA_t s_{ut}}{n_s} \quad (2)$$

$$T = \frac{1}{5} \frac{R \cdot n_s \cdot A_t}{s_{ut}} \quad (3)$$

$$T = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{R \cdot n_s \cdot s_{ut}}{A_t} \quad (4)$$

۲۵- در پیچ انتقال قدرت مربعی شکل بالا دیاگرام آزاد یک جسم بر روی آن رسم شده است. با توجه به داده های λ و μ

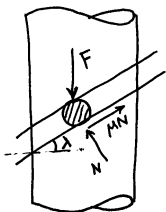
(ضریب اصطکاک) کدام گزینه صحیح است؟ ($\lambda = 30^\circ$, $\mu = 0.7$)

(۱) جسم در شرایط خود قفلی است و تمایل به بالا رفتن دارد.

(۲) جسم در شرایط خودروئی است و تمایل به بالا رفتن دارد.

(۳) جسم در حال خودروئی است و تمایل به پایین آمدن دارد.

(۴) جسم در شرایط خودقفل است و تمایل به پایین آمدن دارد.



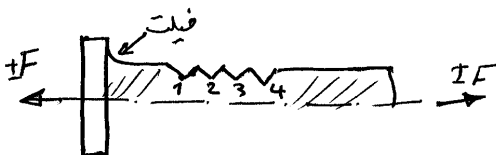
۲۶- در یک پیچ اتصال قطعات نوع استاندارد کدام گزینه صحیح است؟

(۱) امکان واماندگی خستگی در فیلت بیشتر است.

(۲) امکان واماندگی خستگی در رزوه آخر (رزوه 4) بیشتر است.

(۳) امکان واماندگی در فیلت و رزوه اول (رزوه 1) بیشتر است.

(۴) امکان واماندگی خستگی در رزوه اول بیشتر است.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۲۷ - در یک اتصال پیچ و مهره‌ای نیروی پیش بار حاصل از بستن مهره F_i می‌باشد. این اتصال بار فشاری P قرار دارد. اگر

ضریب C نسبت سختی اتصال را نشان دهد $(C = \frac{k_b}{k_b + k_m})$. تعیین کنید حداقل نیروی F_i چقدر باشد تا اتصال از هم جدا

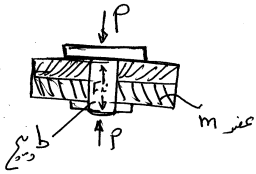
نشود؟

۱) $F_i = (1+C)P$

۲) $F_i = (1-C)P$

۳) $F_i = (C-1)P$

۴) به ازای هر مقدار F_i هیچ‌گاه جدا نمی‌شود.



۲۸ - دو قطعه توسط یک پیچ و مهره به هم متصل شده‌اند. اگر رابطه بین ضریب سختی پیچ و قطعه کار $K_m = 5K_b$ باشد و

چنانچه پیش بار برابر $F_i = 200\text{ N}$ و نیروی وارده بر قطعه $P = 3000\text{ N}$ باشد، نیروهای وارده بر پیچ (F_b) و قطعه (F_m) چه

اندازه می‌باشند؟

۱) $F_m = 700$ و $F_b = 300$

۲) $F_m = 3000$ و $F_b = 0$

۴) $F_m = 0$ و $F_b = 3000$

۳) $F_m = 300$ و $F_b = 700$

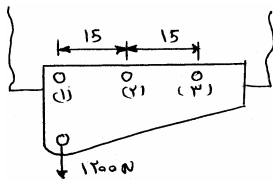
۲۹ - در اتصال مقابل برآیند نیروهای وارد بر پرچ شماره (۱) برابر است با:

۱) 600 N

۲) 400 N

۴) 1000 N

۳) 200 N



۳۰ - کدامیک از پیچ‌ها در اتصال زیر دارای بیشترین و کمترین تنش برشی است (پیچ‌ها دارای قطر و جنس یکسان

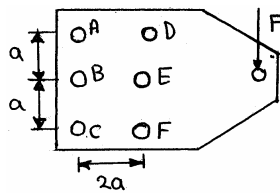
می‌باشند).

۲) D و E

۱) B و E

۴) B و F

۳) B و E



یادداشت:

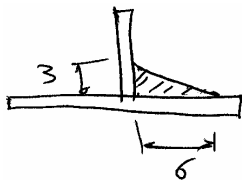
.....

.....

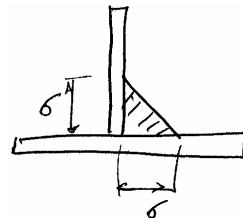
.....

.....

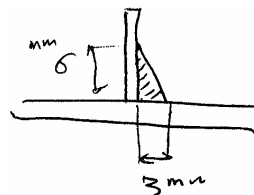
۳۱ - کدام جوش مناسب است؟



(۲)



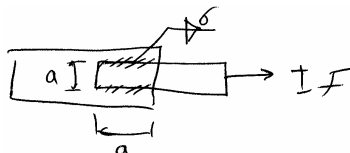
(۱)



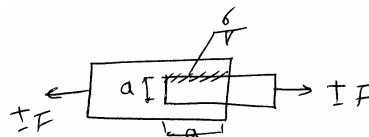
(۴)

(۳)

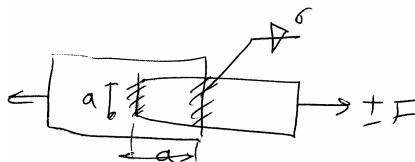
۳۲ - کدام جوش دارای مقاومت خستگی بالاتر است.



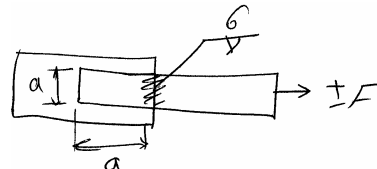
(۲)



(۱)

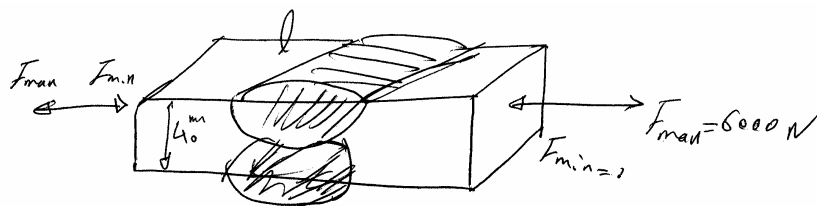


(۴)

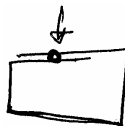


(۳)

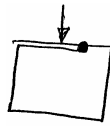
۳۳ - جوش سر به سر زیر برای اتصال دو صفحه به ضمانت یکسان 40 mm استفاده شده است. جوش تحت بار نوسانی 0 تا 6000 نیوتن قرار دارد. تعیین کنید طول جوش براساس ضریب اطمینان 2 خستگی را، مقاومت کشش نهایی جوش 600 MPa فرض شود. ضریب تمرکز تنش جوش 1.5 فرض شود. جوش تنش زدایی شده است.



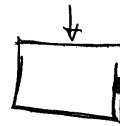
۳۴ - از یک ورق نازک و به کمک جوش مقاومتی کانال‌های زیر ساخته شده است. تعیین کنید کدام مقاوم تر است.



(۱)



(۲)



(۳)

یادداشت:

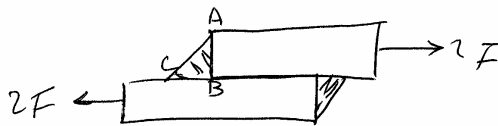
.....

.....

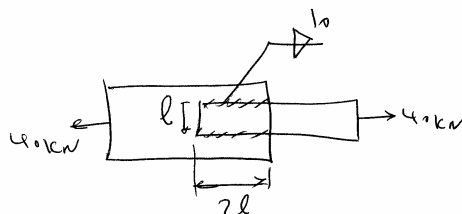
.....

.....

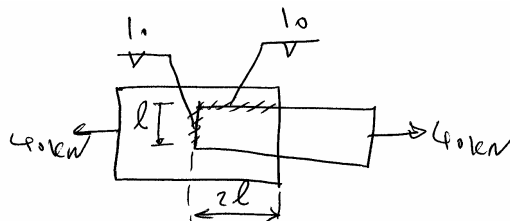
۳۵ - در جوش نواری زیر تنش در A چقدر است؟



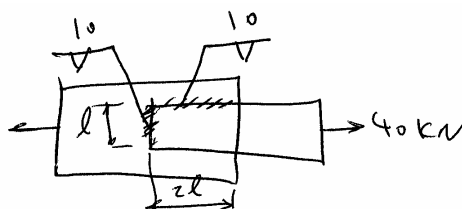
۳۶ - در جوش نواری زیر ماکزیمم تنش برشی 200 MPa است. تعیین کنید طول مجاز l جوش را:



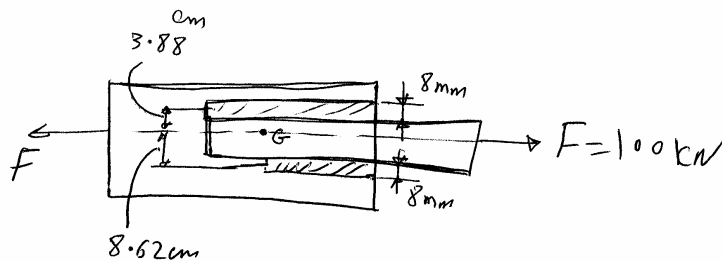
۳۷ - در جوش زیر ماکزیمم تنش برشی 200 MPa است. معین کنید طول مجاز جوش را.



۳۸ - ماکزیمم تنش برشی طولی 200 MPa و عرض 300 MPa است طول هر جوش چقدر است؟



۳۹ - ماکزیمم تنش برشی مجاز 102.5 MPa است l_1, l_2 کدام است؟



یادداشت:

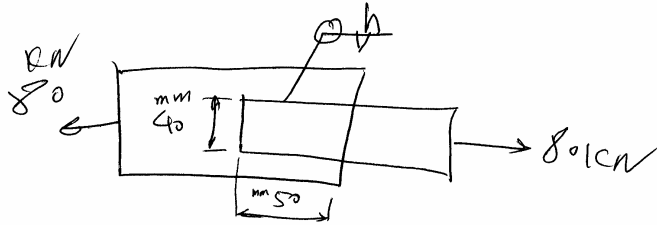
.....

.....

.....

.....

۴۰ - ساق جوش زیر چقدر است، ماکزیمم تنش طولی مجاز ۱۰۲.۵ MPa و عرضی مجاز ۱۱۰ MPa است.



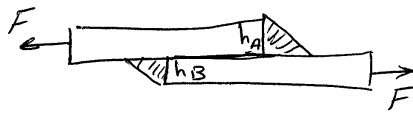
6 mm (۱)

4 mm (۲)

2 mm (۳)

8 mm (۴)

۴۱ - نیروی وارد بر هر جوش کدام است؟



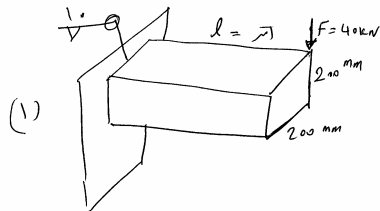
$$F_A = \frac{F}{1 + \frac{h_B}{h_A}}, \quad F_B = \frac{F}{1 + \frac{h_A}{h_B}} \quad (۱)$$

$$F_A = \frac{F}{1 - \frac{h_B}{h_A}}, \quad F_B = \frac{F}{1 - \frac{h_A}{h_B}} \quad (۲)$$

$$F_A = F_B = \frac{1}{2} F \quad (۳)$$

$$F_A = F_B = 0 \quad (۴)$$

۴۲ - مقاومت استاتیکی کدام جوش بیشتر است؟

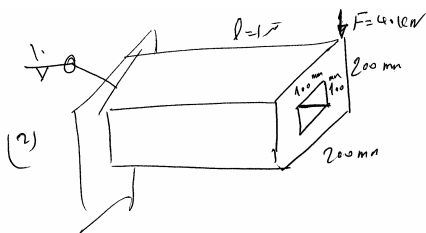


(۱) جوش (۱)

(۲) جوش (۲)

(۳) هر دو یکسان است.

(۴) قابل مقایسه نمی باشد.



یادداشت:

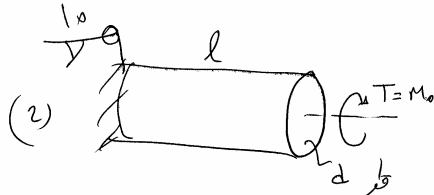
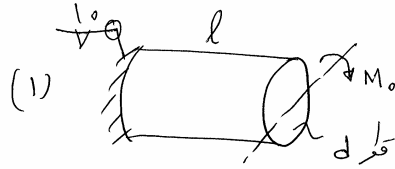
.....

.....

.....

.....

۴۳ - هر دو ستون با یک نوع الکتروود جوشکاری شده است مقاومت استاتیکی کدام جوش بیشتر است؟



(۱) جوش ستون ۱

(۲) جوش ستون ۲

(۳) هر دو یکسان است

(۴) نمی توان گفت نیاز به شماره الکتروود است.

۴۴ - در یک فنر مارپیچ کششی قطر سیم فنر را دو برابر کرده ایم. تنش چند برابر می شود؟

- (۱) ۸ برابر (۲) $\frac{1}{8}$ برابر (۳) $\frac{1}{2}$ برابر (۴) نمی توان گفت

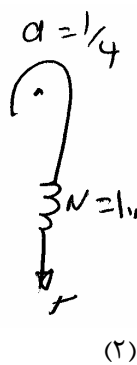
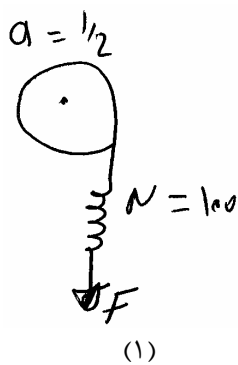
۴۵ - در یک فنر مارپیچ قطر متوسط حلقه 10 mm و قطر سیم فنر 2mm است. این فنر تحت بار فشاری 10π نیوتن است. حداکثر تنش برشی چقدر است مشروط بر این که اثر انحنای حلقه فنر ناچیز باشد.

- (۱) 10 MPa (۲) 110 MPa (۳) 165 MPa (۴) 55 MPa

۴۶ - یک قطعه سیم را از وسط دو نصف می کنیم و از هر یک ، یک فنر می سازیم. اولی دارای N حلقه و دومی دارای 2N حلقه است. نسبت تغییر طول اولی به دومی به ازای بار یکسان P کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۴۷ - سختی کدام فنر بیشتر است، مشروط بر این که ایندکس C آنها یکسان باشد و جنس یکسان باشد.



(۱) فنر (۱)

(۲) فنر (۲)

(۳) نمی توان گفت

(۴) مساوی هستند.

یادداشت:

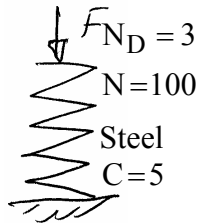
.....

.....

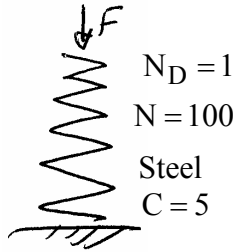
.....

.....

۴۸ - در دو فنر مارپیچ فشاری زیر کدام گزینه صحیح است؟



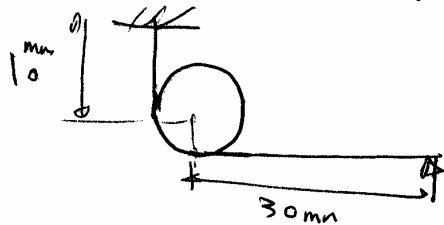
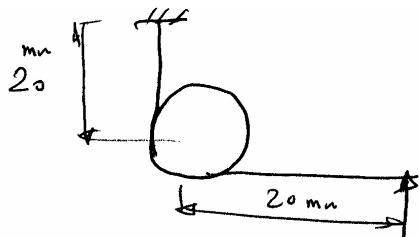
(۲)



(۱)

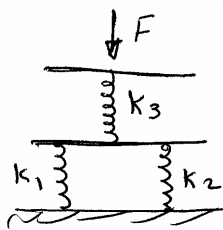
- (۱) $K_1 = K_2$
- (۲) $K_1 > K_2$
- (۳) $K_1 < K_2$
- (۴) نمی توان گفت

۴۹ - در دو فنر مارپیچ پیچشی زیر که جنس و قطر حلقه D و قطر سیم فنر d یکسان است کدام بیشتر است مشروط بر این که تعداد حلقه های بدنه یکسان باشند.

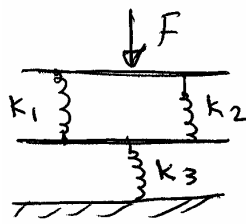


- (۱) $K_1 = K_2$
- (۲) $K_1 > K_2$
- (۳) $K_1 < K_2$
- (۴) نمی توان گفت

۵۰ - سختی کل کدام سری فنر بیشتر است؟



سری (۱)



سری (۲)

- (۱) سری ۱
- (۲) سری ۲
- (۳) یکسان
- (۴) نمی توان گفت

۵۱ - دو یاتاقان A و B با نسبت $\frac{l}{D}$ یکسان، از نظر بارگذاری و نوع روغن کاری شرایط یکسانی دارند. یاتاقان A براساس ماکزیم ظرفیت حمل بار و یاتاقان B براساس شرایط مینیمم اصطکاک طراحی شده اند نسبت خارج از مرکزیت و مینیمم ضخامت روغن به ترتیب در کدام یک بیشتر است؟

(۲) A, A

(۱) B, A

(۴) A, B

(۳) در هر دو یکسان می باشد.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۵۲ - دو یاتاقان لغزشی از نظر سرعت و ابعاد و بارگذاری و نوع روغن کاملاً شرایط یکسانی را دارند. یکی از یاتاقان‌ها (یاتاقان A) بر اساس ماکزیمم ظرفیت حمل بار و یاتاقان دیگر (یاتاقان B) بر اساس شرایط مینیمم اصطکاک طراحی شده است. مینیمم ضخامت روغن در کدام بیشتر است؟

(۱) نمی‌توان گفت نیاز به نوع جنس آن‌ها است.

(۲) در هر دو یکسان است.

(۳) در یاتاقان B

(۴) در یاتاقان A

۵۳ - کدام یک از گزینه‌ها زیر در مقایسه یک یاتاقان سبک و سنگین که از نظر ابعادی نوع روغن مورد استفاده و دیگر پارامترها یکسان می‌باشند صحیح می‌باشد؟

(۱) مینیمم ضخامت روغن برای یاتاقان‌های سنگین کمتر از مینیمم ضخامت روغن برای یاتاقان‌های سبک می‌باشد.

(۲) خروج از مرکزیت در یاتاقان‌های سنگین بیشتر از خروج از مرکزیت در یاتاقان‌های سبک است.

(۳) متغیر ضریب مالش در یاتاقان‌های سنگین کمتر از تغییر ضریب مالش در یاتاقان‌های سبک می‌باشد.

(۴) هر سه صحیح می‌باشد.

۵۴ - دو یاتاقان لغزشی با ابعاد یکسان که در آنها از یک نوع روغن استفاده شده است یکی بر اساس مینیمم اصطکاک روغن و دیگری بر اساس ماکزیمم حمل بار طراحی شده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

(۱) مینیمم ضخامت روغن در حالت مینیمم اصطکاک بیش از حالت ماکزیمم حمل بار می‌باشد.

(۲) نسبت خروج از مرکزیت در حالت مینیمم اصطکاک کمتر از حالت ماکزیمم حمل بار می‌باشد.

(۳) $\left(\frac{r}{c}f\right)$ متغیر ضریب مالش در حالت مینیمم اصطکاک کمتر از حالت ماکزیمم حمل بار می‌باشد.

(۴) هیچ کدام

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

پاسخ‌ها:

۱ - گزینه ۲ درست است.

چون قطعه در جهت Z طولانی می‌باشد لذا کرنش در جهت Z برابر صفر است.

$$\epsilon_z = 0 \rightarrow \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0 \rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) = \nu 3\sigma_0$$

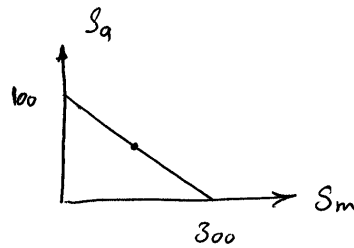
$$\sigma_x = \sigma_0, \sigma_y = 2\sigma_0, \sigma_z = 0.6\sigma_0 \rightarrow \tau_{\max} = \frac{2\sigma_0 - 0.6\sigma_0}{2} = 0.7\sigma_0$$

شرط واماندگی:

$$0.5S_y = \tau_{\max} \rightarrow S_y = 1.4\sigma_0 \rightarrow \sigma_0 = \frac{5}{7}S_y$$

۲ - گزینه ۳ درست است.

برای حداکثر تنش استاتیکی بایستی نقطه کاری بر روی خط موردنظر قرار گیرد.



$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = 1$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_m}{300} + \frac{50}{100} = 1 \rightarrow \sigma_m = 150 \text{ Mpa}$$

۳ - گزینه ۱ درست است.

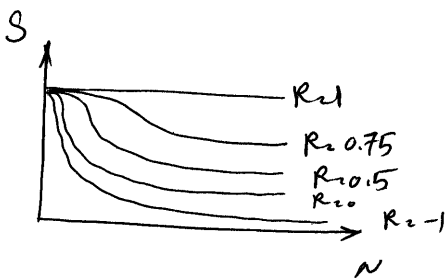
$$R_1 = 0, \sigma_{\max} = 100, \sigma_{\min} = 0$$

در گزینه (۱)

$$R_2 = -1, \sigma_{\max} = 50, \sigma_{\min} = -50$$

در گزینه (۲)

طبق نمودار زیر هر چه مقدار $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ بزرگ‌تر باشد عمر قطعه بیشتر خواهد بود.



لذا عمر تحت بارگذاری گزینه (۱) عمر بیشتری دارد.

۴ - گزینه ۳ درست است.

بر اساس تئوری ترسکا یک جسم زمانی وامانده می‌شد که:

$$0.5S_y = \tau_{\max}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

از طرفی τ_{\max} برابر است با:

$$\tau_{\max} = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{2} \right| \right\}$$

بنابراین ابتدا بایستی تنش‌های اصلی را بیابیم تنش‌های اصلی مقادیر ویژه ماتریس تنش می‌باشند.

$$\begin{vmatrix} \sigma_0 - \lambda & -2\sigma_0 \\ 2\sigma_0 & \sigma_0 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \lambda^2 - 2\sigma_0 - 3\sigma_0^2 = (\lambda + \sigma_0)(\lambda - 3\sigma_0) = 0 \rightarrow \begin{matrix} \lambda_1 = -\sigma_0 \\ \lambda_2 = 3\sigma_0 \end{matrix}$$

چون دو بعدی است پس $\lambda_3 = 0$ می‌باشد.

تنش برش ماکزیمم برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{3\sigma_0 - (-\sigma_0)}{2} = 2\sigma_0$$

بنابراین زمانی جسم وامانده می‌شود که:

$$0.5S_y = 2\sigma_0 \rightarrow \sigma_0 = \frac{1}{4}S_y$$

۵ - گزینه ۲ درست است.

$$\sigma_m = 0, \quad \sigma_a = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

طبق معیار خستگی گودمن:

$$\frac{\sigma_a}{s_e} + \frac{\sigma_m}{s_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow n = \frac{S_e S_{ut}}{\sigma_a S_{ut} + \sigma_m S_e} = \frac{S_e}{\sigma_a} = \frac{500}{\sigma_a}$$

$$\sigma_a = 250 \text{ MPa}$$

$$250 = \frac{4 \times 120 \times 1000}{\pi \times d^2} \Rightarrow d = 8\sqrt{\frac{30}{\pi}} \text{ mm}$$

بنابراین باید از میله‌ای با قطر تقریباً 25 mm استفاده می‌کنیم.

۶ - گزینه ۱ درست است.

در شرایط آزمایشگاهی $S_e = 0.5 S_{ut}$ می‌باشد.

$$F = \frac{T}{RN} = \frac{T}{5R}$$

$$\begin{cases} \tau_m = 0 \\ \tau_a = \frac{T/5R}{At} \end{cases}$$

$$\frac{1}{n_d} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{0 + 3\tau_a^2} = \sqrt{3}\tau_a, \quad \sigma'_m = 0$$

$$\rightarrow n_d = \frac{0.5S_{ut}}{\sqrt{3}\tau_a} \rightarrow 2 = \frac{0.5S_{ut}}{\frac{\sqrt{3}T}{5RA_t}}$$

یادداشت:

.....

$$A_t = \frac{4\sqrt{3}T}{5S_{ut}R}$$

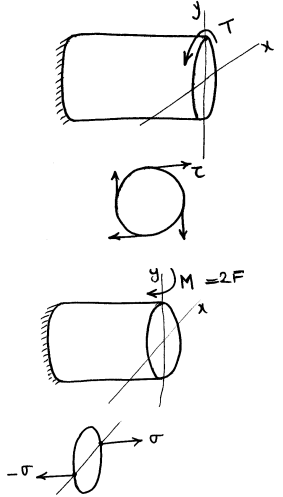
$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{T}{2s} = \frac{F2a}{2s} = \frac{Fa}{s}$$

$$n_s = \frac{s_{s_y}}{\tau} = \frac{s_y}{2\frac{T}{2s}} = \frac{s_y}{\frac{2Fa}{s}} = \frac{s \cdot s_y}{2F \cdot a}$$

$$\sigma = \frac{M_y C}{I} = \frac{M_y}{s} = \frac{2Fa}{s}$$

$$n_s = \frac{s_y}{\sigma} = \frac{s \cdot s_y}{2Fa} \Rightarrow n_s = \frac{s \cdot s_y}{2Fa}$$

۷ - گزینه ۳ درست است.



۸ - گزینه ۳ درست است.

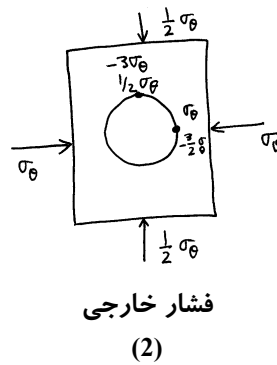
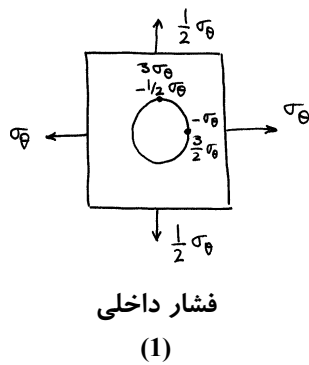
در استوانه تحت فشار خارجی تنش‌ها مانند استوانه فشار داخلی است ولی علامت آن‌ها منفی است.

در فشار داخلی

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_\theta = \frac{PR}{t} \\ \sigma_L = \frac{PR}{2t} \end{array} \right.$$

در فشار خارجی

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_\theta = -\frac{PR}{t} \\ \sigma_L = -\frac{PR}{2t} \end{array} \right.$$



$$(1) \Rightarrow k_{t1} = \frac{2.5\sigma_\theta}{\sigma_\theta} = 2.5$$

$$(2) \Rightarrow k_{t2} = \frac{-2.5\sigma_\theta}{-\sigma_\theta} = 2.5$$

۹ - گزینه ۴ درست است.

تمام نیروها به مقطع بحرانی منتقل می‌شود:

یادداشت:

.....

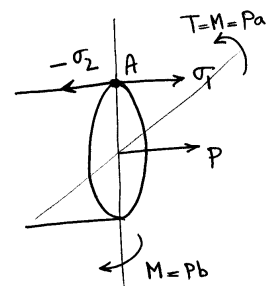
.....

.....

.....

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{P}{A} \\ \sigma_2 = -\frac{Pa}{s} \end{cases} \Rightarrow \sigma_A = \frac{P}{A} - \frac{Pa}{2A} = \frac{2P - Pa}{2A} = \frac{P(2-a)}{2A}$$

$$n_s = \frac{s_y}{\sigma_A} \Rightarrow n_s = \frac{2s_y A}{P(2-a)} = \frac{s_y A}{P\left(1 - \frac{1}{2}a\right)}$$

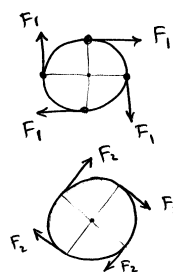


۱۰ - گزینه ۴ درست است.

چون نیروی برشی مستقیم در شکل ۱ و شکل ۲ وجود ندارد و فقط نیروی ناشی از پیچش در هر دو وجود ندارد و فقط نیروی ناشی از پیچش در هر دو وجود دارد و با یکدیگر برابر می‌باشند لذا مقاومت استاتیکی و خستگی در هر دو یکسان می‌باشد مثلاً:

$$T = \frac{W}{\omega} = \frac{W}{\frac{2\pi n}{60}}$$

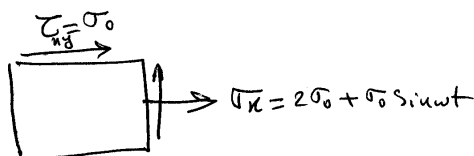
که در آن W توان و ω سرعت زاویه‌ای است.



$$F_1 = \frac{T}{4R} = \frac{30W}{4\pi nR}$$

$$F_2 = \frac{T}{4R} = \frac{30W}{4\pi nR}$$

۱۱ - گزینه ۳ درست است.



$$\sigma_m = 2\sigma_0, \quad \sigma_a = \sigma_0, \quad \tau_a = 0, \quad \tau_m = \sigma_0$$

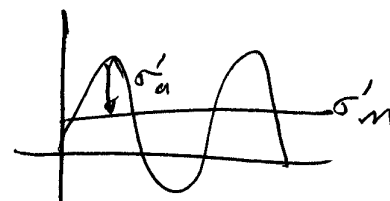
$$\begin{cases} \sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{4\sigma_0^2 + 3\sigma_0^2} = \sqrt{7}\sigma_0 \\ \sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{\sigma_0^2 + 0} = \sigma_0 \end{cases}$$

تنش معادل متوسط

دامنه تنش معادل

$$\sigma_{\max} = \sigma'_m + \sigma'_a = (1 + \sqrt{7})\sigma_0$$

$$\text{استاتیکی } n_s = \frac{1}{1 + \sqrt{7}} \frac{s_y}{\sigma_0}$$



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

محاسبه n'_s :

$$\frac{S_y}{n'_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{S_y}{S_e} \Rightarrow \frac{S_y}{n'_s} = \sqrt{7} \sigma_0 + \sigma_0 \frac{S_y}{S_e} \Rightarrow n'_s = \frac{S_e}{\sqrt{7S_e + S_y}} \cdot \frac{S_y}{\sigma_0}$$

۱۲ - گزینه ۲ درست است.

از آنجایی که k_f نسبت مقاومت خستگی یک نمونه بدون ناچ به نمونه ناچدار را نشان می‌دهد لذا با توجه به S-N دیاگرام متوجه می‌شویم که اولاً k_f به N وابسته است و در ثانی رابطه مستقیم بین k_f و N وجود دارد. همیشه در اجسام نرم همیشه $k_f < k_t$ است.

۱۳ - گزینه ۲ درست است.

$$\sigma_1 = \frac{PR}{t} = \frac{(45)(100)}{10} = 450 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = \frac{PR}{2t} = \frac{(45)(100)}{2(10)} = 225 \text{ MPa}$$

$\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$ تنش در سطح خارجی، $\sigma_3 = -45 \text{ MPa}$ تنش در سطح داخلی،

$$\tau_{\max} = \frac{450 - (-45)}{2} = \frac{495}{2} \text{ MPa}$$

سطح داخلی مخزن بحرانی است:

$$S_{sy} = \frac{S_y}{2} = \frac{700}{2} = 350 \text{ MPa} \rightarrow n_1 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{350}{\frac{495}{2}} = \frac{700}{495} = \frac{140}{99}$$

$$S_{sy} = 0.577S_y \Rightarrow n_2 = \frac{S_{sy}}{\sigma'}$$

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(450 - 225)^2 + (450 + 45)^2 + (225 + 45)^2} = \sqrt{\frac{(225)^2 + (495)^2 + (270)^2}{2}} = 45 \sqrt{\frac{25 + 121 + 36}{2}} = 45\sqrt{91} \text{ MPa}$$

$$n_2 = \frac{700}{45\sqrt{91}} = \frac{140}{9\sqrt{91}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\frac{140}{99}}{\frac{140}{9\sqrt{91}}} = \frac{\sqrt{91}}{11}$$

۱۴ - گزینه ۱ درست است.

$$\sigma_{x \max} = \sigma_{xm} + \sigma_{xa} = 60 + 90 = 150 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy \max} = \tau_{xym} + \tau_{xya} = 60 + 90 = 150 \text{ MPa}$$

از تئوری انرژی واپیچش استفاده می‌کنیم.

$$\sigma'_{\max} = \sqrt{\sigma_{x \max}^2 + 3\tau_{xy \max}^2} = \sqrt{(150)^2 + 3(150)^2} = 300 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{S_{sy}}{\sigma'_{\max}} = \frac{800}{300} = \frac{8}{3}$$

ضریب اطمینان استاتیکی

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + 3\tau_{xym}^2} = \sqrt{(60)^2 + 3(60)^2} = 120 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + 3\tau_{xya}^2} = \sqrt{(90)^2 + 3(90)^2} = 180 \text{ MPa}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{180}{300} + \frac{120}{1200} = \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10} \Rightarrow n = \frac{10}{7}$$

یادداشت:

.....

۱۵ - گزینه ۴ درست است.

ضریب اطمینان با استفاده از نظریه حداکثر تنش برشی بر ابر است با:

$$n = \frac{\sigma_y}{2\tau_{\max}}, \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}, \sigma_{yy} = 0, \sigma_{xx} = 120 \text{ MPa}$$

با جایگذاری مقادیر در رابطه بالا $\tau_{\max} = \sqrt{60^2 + 50^2} = 10\sqrt{61} \text{ MPa}$ حاصل می گردد و بنابراین:

$$n = \frac{240}{2(10\sqrt{61})} = \frac{12}{\sqrt{61}}$$

۱۶ - گزینه ۳ درست است.

سیلندر خارجی تحت فشار داخلی P است پس:

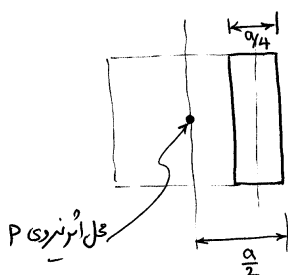
$$\text{سیلندر خارجی } (\sigma_{\theta})_o = \frac{Pd_o}{2t_o}$$

سیلندر داخلی تحت فشار خارجی است پس تنش محیطی آن فشاری است:

$$(\sigma_{\theta})_i = -\frac{Pd_i}{2t_i}$$

$$\frac{(\sigma_{\theta})_o}{(\sigma_{\theta})_i} = -\frac{\frac{Pd_o}{2t_o}}{\frac{Pd_i}{2t_i}} = \frac{d_o \cdot t_i}{d_i \cdot t_o} = \frac{d_o}{d_i} \cdot \frac{t_i}{t_o}$$

۱۷ - گزینه ۲ درست است.



با انتقال انرژی نیروی p به وسط تیر کوچکتر و اثر دادن ممان بوجود آمده می نویسیم.

$$\sigma = \frac{p}{A} + \frac{M_C}{I} = \frac{p}{\frac{a^2}{4}} + \frac{\frac{3ap}{8}}{\frac{1}{2}a \cdot \frac{a^3}{64}} = \frac{4p}{a^2} + \frac{36p}{a^2} = \frac{40p}{a^2}$$

یادداشت:

.....

.....

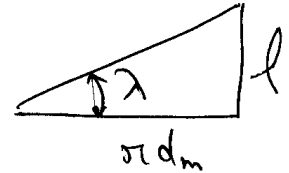
.....

.....

۱۸ - گزینه ۳ درست است.

شرط خود قفل کن بودن پیچ (self-locking) آن است که: $\mu > \tan \lambda$ که در آن μ ضریب اصطکاک و λ زاویه پیشروی پیچ است. خود $\tan \lambda$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\tan \lambda = \frac{l}{\pi d_m}$$



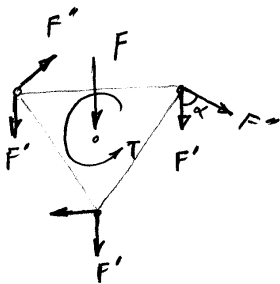
که در آن l : اندازه پیشروی پیچ
 d_m : قطر متوسط پیچ یا قطر گام می باشد.

$$l = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{تعداد} \\ \text{راه های پیچ}}}{n} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{کام}}}{P}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۱۹ - گزینه ۲ درست است.

با انتقال نیروی F به مرکز به همراه گشتاور پیچشی داریم:



$$\begin{cases} F' = \frac{F}{n} \\ F'' = \frac{Trc}{r_1^2 + r_2^2 + \dots} \end{cases}$$

نیروی کلی برابر است با:

$$F^2 = F'^2 + F''^2 + 2F'F'' \cos \alpha$$

پس هر چه زاویه کوچکتر باشد نیروی F بیشتر و در نتیجه پیچ بحرانی تر می باشد.

۲۰ - گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} T_a = 1414 \text{ Nm} \\ T_m = 0 \\ \tau_a = \frac{T_a r}{0.707 J_u h} = \frac{1414 \times 20}{0.707 \times 200 \times 2} = 100 \text{ Mpa} \\ \tau_m = 0 \\ n_d = \frac{S_{se}}{\tau_a} = \frac{200}{100} = 2 \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۲۱ - گزینه ۱ درست است.

با توجه به جریان تنش پیچ رزوه خارجی بهتر و مناسب تر می باشد زیرا جریان تنش در نوع خارجی مسیر هموارتری دارد در حالی که دو نوع داخلی این طور نیست.

۲۲ - گزینه ۱ درست است.

طبق تعریف تمرکز تنش و روش اندازه گیری آن در آزمایشگاه می توان نوشت:

عددی است که کرنش سنج نشان می دهد: ϵ_0

مدول الاستیسیته ماده: E

$$\text{در فیلت: } K_{t_1} = \frac{E\epsilon_0}{\frac{p\ell \times 50}{I_1}} = \frac{E\epsilon_0 I_1}{50 p \ell} \quad (1)$$

$$\text{در سوراخ: } K_{t_2} = \frac{E\epsilon_0}{\frac{p \times 2\ell \times 25}{I_2}} = \frac{E\epsilon_0 I_2}{50 p \ell} \quad (2)$$

از طرفی $I_1 > I_2$ است لذا از مقایسه (1) و (2) نتیجه می شود.

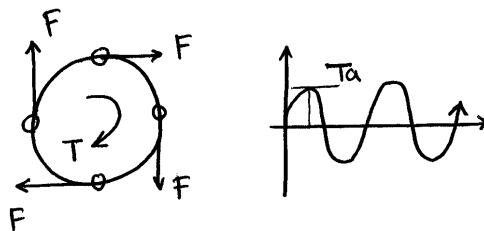
$$K_{t_1} > K_{t_2}$$

۲۳ - گزینه ۱ درست است.

اتصال (2) بهتر است زیرا در اتصالات پیچ و مهره شرایط بایستی طوری باشد که ماکزیمم نیرو بر روی محل تمرکز تنش رزوه اول قرار نگیرد. در اتصال (1) دقیقاً محل تماس دو صفحه با فشار تماسی بسیار بالا دقیقاً در محل رزوهها قرار گرفته است و این اتصال را نامطلوب می سازد و باعث واماندگی سریع پیچ در محل رزوه اول می گردد. در اتصال (2) همان طوری که از روی شکل نمایان است محل تماس دو صفحه دور از رزوهها قرار دارد و لذا مناسب تر است.

۲۴ - گزینه ۲ درست است.

ابتدا نیروی حاصل از T بر روی پیچها (یا پیچ بحرانی) به طور استاتیکی محاسبه می گردد.



$$F = \frac{T}{4R} \quad (1)$$

گشتاور T نوسانی کاملاً برگشتی است زیرا:

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} T_m = 0, & T_a = T \\ F_m = \frac{T_m}{4R} = 0 \\ F_a = \frac{T_a}{4R} = \frac{T}{4R} \end{cases}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

تنش در پیچ‌ها برشی است پس:

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_t} = 0$$

$$\tau_a = \frac{F_a}{A_t} = \frac{T}{4RA_t}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = 0$$

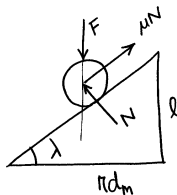
$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{T}{RA_t}$$

حال از فرمول خستگی برای عمر دائم:

$$\frac{s_{ut}}{n_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{s_{ut}}{0.5s_{ut}} \Rightarrow T = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{RA_t s_{ut}}{n_s}$$

۲۵ - گزینه ۴ درست است.

مثلت پیچ به صورت زیر است:



دیگرام آزاد نشان می‌دهد که جسم تمایل به پایین آمدن دارد و از طرفی در شرایط خودقفلی به سر می‌برد زیرا $\tan \lambda < \mu$ است:

$$\begin{cases} \tan \lambda = \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.56 \Rightarrow \tan \lambda < 0.7 \\ \mu = 0.7 \end{cases}$$

یعنی شرایط خودقفلی است.

۲۶ - گزینه ۴ درست است.

اصولاً در پیچ‌های اتصال قطعات امکان واماندگی در رزوه اول ۶۰٪ در رزوه آخر ۲۵٪ و در فیلت ۱۵٪ است لذا در رزوه اول امکان واماندگی خستگی بیشتر از رزوه آخر و فیلت می‌باشد.

۲۷ - گزینه ۴ درست است.

روابط $\begin{cases} P_b = -CP \\ P_b = -CP + F_i \end{cases}$ برای حالتی است که P کششی باشد اما اگر P فشاری باشد در هیچ مقداری از F_i دو قطعه جدا نخواهد شد.

۲۸ - گزینه ۴ درست است.

$$F_b = \frac{K_b}{K_b + K_m} P + F_i = \frac{K_b}{K_b + 5K_b} \times 3000 + 200 = 700 \text{ N}$$

$$F_m = \frac{K_b}{K_b + K_m} P - F_i = \frac{K_b}{K_b + 5K_b} \times 3000 - 200 = 300 \text{ N}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

در چنین اتصالاتی F_b باید همواره بزرگتر از P و $F_m \leq 0$ همواره کمتر از صفر باشد به عبارت دیگر روابط فوق تنها برای $F_b \geq P$ و $F_m = 0$ قابل استفاده می باشند. در اتصال داده شده لقی بین دو قطعه ایجاد شده و $F_b = 3000 \text{ N}$ و $F_m = 0$.

۲۹ - گزینه ۳ درست است.

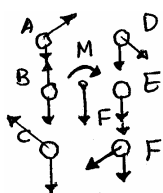
$$F_1 = \frac{F}{N} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ N}, c = \frac{T(F.e)}{\sum r_i^2} = \frac{1200 \times 15}{15^2 + 15^2} = 40$$

$$F_2 = c \times r_1 = 40 \times 15 = 600 \text{ N}$$

$$F = F_1 + F_2 = 600 + 400 = 1000 \text{ N}$$

۳۰ - گزینه ۳ درست است.

با توجه به شکل در پیچ E نیروی ناشی از برش و ممان هم جهت و در پیچ B نیروی ناشی از برش و ممان در خلاف جهت می باشند.



۳۱ - گزینه ۱ درست است.

جوش (۱) زیرا بهترین جوش آن است که ساق جوش ها یکسان باشد.

۳۲ - گزینه ۴ درست است.

جوش های (۱) و (۳) مقاومت بالا ندارند چون یک سطح جوشکاری شده است و جوش (۴) دارای مقاومت خستگی بالاتری نسبت به (۲) است زیرا از نوع عرضی با ضریب تمرکز تنش ۱.۵ است ولی جوش (۲) از نوع طولی با تمرکز تنش ۲.۷ است. در نتیجه مقاومت حد تحمل خستگی (۴) بیشتر از ۲ است.

۳۳ -

$$\sigma = \frac{F}{40l}$$

$$F_{a1} F_m = \frac{(F_{\max} \mp F_{\min})}{2\theta}$$

$$F_m = F_a = 3000 \text{ N}$$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{40l} = \frac{3000}{40l} = \frac{75}{l}$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{40l} = \frac{75}{l}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

چون جوش تنش زدایی شده و تنش پس ماند نداریم لذا از رابطه زیر می توان استفاده کرد (رابطه گودمن)

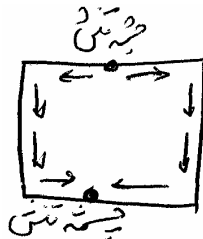
$$\frac{S_{ut}}{n_f} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S_e = K_a K_b K_c K_d \frac{1}{K_t} S'_e}$$

چون ضرایب K_a, K_b, K_c, K_d در دسترس نیست معادل یک فرض می کنیم یعنی

$$\frac{600}{2} = \frac{75}{l} + \frac{75}{l} \frac{600}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{1.5} (300)}$$

از این رابطه طول جوش l محاسبه می گردد.

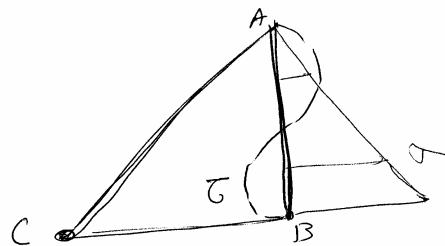
۳۴- چون ورق نازک است جریان برشی در محل چشمه تنش (۱) صفر است لذا (۱) مقاوم تر است، دقت گردد که جریان تنش برشی در این کانال به صورت زیر است.



۳۵-

$$\sigma_A = 0, \tau_A = 0$$

زیرا طبق آزمایش فتوالاستیسته توزیع تنش برش و پیچشی در ضلع AB به صورت زیر است:



۳۶-

$$\tau_{max} = \frac{F}{A} = \frac{40 \times 10^3}{2 \times 0.707 \times 10 \times 2l} = 200$$

از معادله بالا l محاسبه می گردد.

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

۳۷- همان طوری که در متن درس اشاره شد اصولاً جوش های عرضی بایستی مقاومت بیشتری نسبت به طولی داشته باشند، در این مثال فرض هر دو یکسان و برابر 200 MPa است. لطفاً دانشجویان محترم حل این مثال را با مثال بعدی مقایسه نمایند.

$$\tau_{\max} = \frac{F}{A} = \frac{40 \times 10^3}{0.707 \times 10 \times 2\ell + 0.707 \times 10 \times \ell} = 200$$

از معادله بالا ℓ محاسبه می گردد.

- ۳۸

$$F_1 + F_2 = F$$

$$200(0.707 \times 10 \times 2\ell) + 300(0.707 \times 10 \times \ell) = 40$$

از رابطه بالا ℓ محاسبه می شود.

- ۳۹

$$\tau_{\max} = \frac{F}{A} = \frac{100 \times 10^3}{0.707 \times 8(\ell_1 + \ell_2)} = 102.5$$

$$\ell_1 + \ell_2 = 172.5 \quad (۱)$$

شرط مرزی دیگر رابطه ممان سطح است. با در نظر گرفتن محورهای XY در محل مرکز سطح جوش داریم:

$$\bar{y} = \frac{\sum Y_i A_i}{\sum A_i} = 0$$

$$Y_1 A_1 - Y_2 A_2 = 0$$

$$3.88 \times 0.707 \times 8 \times \ell_1 - 8.62 \times 0.707 \times 8 \times \ell_2 = 0$$

$$\ell_1 = 2.22 \ell_2 \quad (۲)$$

از حل معادلات ۱ و ۲ داریم:

$$\ell_1 = 119 \text{ mm} \quad , \quad \ell_2 = 53.5 \text{ mm}$$

۴۰- گزینه ۱ درست است.

$$F + F = 80 \times 10^3$$

$$\tau_1 A_1 + \tau_2 A_2 = 80 \times 10^3$$

$$2 \times 0.707 h \times 50 \times 102.5 + 2 \times 0.707 \times h \times 50 \times 110 = 80 \times 10^3$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$h = 5.94 \cong 6 \text{ mm}$$

۴۱ - گزینه ۱ درست است.

$$F = F_A + F_B \quad (۱)$$

چون مانند مثال‌های قبل هیچگونه شرط مرزی در دسترس نیست لذا براساس کدهای جوش بهترین جوش آن است که در هر دو قسمت A و B تنش‌ها یکسان شود یعنی :

$$\tau_A = \tau_B$$

$$\frac{F_A}{0.707 h_A \ell} = \frac{F_B}{0.707 h_B \ell}$$

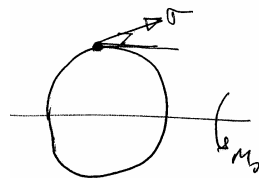
$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{h_A}{h_B} \quad (۲)$$

از حل معادله (۱) و (۲) گزینه ۱ درست است.

۴۲ - گزینه ۳ درست است. زیرا سطح گلوئی هر دو یکسان است.

۴۳ - گزینه ۳ درست است.

خط جوش در هر دو دایره‌ای به قطر d می‌باشد یعنی :



(۱)



(۲)

$$(1) \rightarrow \sigma = \frac{MC}{I} = \frac{M_0 \times \frac{d}{2}}{0.707 \times 10 \times I_u} = \frac{M_{0d}}{14 I_u}$$

$$(2) \rightarrow \tau = \frac{Tr}{j} = \frac{M_0 \times \frac{d}{2}}{0.707 \times 10 \times J_u} = \frac{M_0 d}{14 J_u}$$

$$I_u = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3$$

$$J_u = 2\pi \left(\frac{d}{2} \right)^3 = 2I_u$$

$$n_{s1} = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{S_y \cdot 14 I_u}{M_0 d} = \frac{14 I_u S_y}{M_0 d}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$n_{s_2} = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{S_y 28 I_u}{2 M_0 d} = \frac{14 I_u S_y}{M_0 d}$$

۴۴ - گزینه ۴ درست است.

در فرمول $\tau = K_w \frac{8FD}{\pi d^3}$ ضریب وال نیز به d وابسته است.

۴۵ - گزینه ۲ درست است.

چون اثر انحنای حلقه فنر ناچیز است. پس $K_c = 1$ و رابطه تنش به صورت زیر است:

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C}$$

$$C = \frac{10}{2} = 5$$

$$\tau = \left(\frac{110}{10} \right) \left(\frac{8 \times 10 \pi \times 0.01}{\pi (0.002)^3} \right) = 110 \text{ MPa}$$

۴۶ - گزینه ۳ درست است.

چون فنر اول N حلقه و دومی $2N$ حلقه است و طول کل آنها یکسان است پس اگر D قطر حلقه فنر اول باشد فنر دوم دارای قطر $\frac{D}{2}$

است. یعنی:

$$K \sim \frac{G d^4}{D^3 N_a}$$

$$K_1 \sim \frac{G d^4}{D^3 N}$$

$$K_2 \sim \frac{G d^4}{\left(\frac{D}{2} \right)^3 (2N)} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4}$$

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

$$\frac{P}{\sigma_1} = K_1 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1}{4} \text{ نسبت تغییر طول اولی به دومی}$$

$$\frac{P}{\sigma_2} = K_2$$

۴۷ - گزینه ۲ درست است.

$$N_{a_1} = 100 + \frac{1}{2}$$

$$N_{a_2} = 100 + \frac{1}{4}$$

$$K \sim \frac{Gd^4}{D^3N_a}$$

$$K_1 < K_2$$

۴۸ - گزینه ۳ صحیح است.

$$N_{a_1} = 100 - 1$$

$$N_{a_2} = 100 - 3$$

$$K \sim \frac{Gd^4}{D^3N_a}$$

$$K_1 < K_2$$

۴۹ - گزینه ۱ صحیح است.

زیرا $I_1 + I_2$ در هر دو یکسان است. یعنی $20 + 20 = 10 + 30$ براساس رابطه

$$K \sim \frac{Ed^4}{DN_a}$$

$$N_a = N + \frac{I_1 + I_2}{3\pi D}$$

۵۰ - گزینه ۳ صحیح است.

یعنی هر دو یکسان است. زیرا در هر دو سری فنر ۱ و ۲ با هم موازی و معادل آن با فنر ۳ سری است، اگر فنرها موازی باشند سختی

معادل از رابطه $K_1 + K_2 + K_3 + \dots$ و اگر سری باشند عکس سختی کل برابر $\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \dots$ می‌باشند.

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1 + K_2} + \frac{1}{K_3}$$

یعنی در این مثال برای هر دو سری فنر سختی کل برابر است با :

یادداشت:

.....

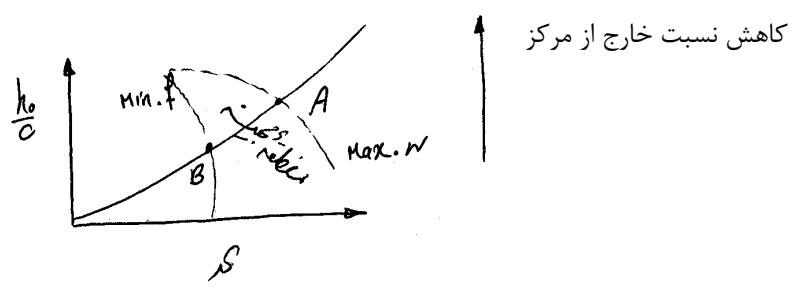
.....

.....

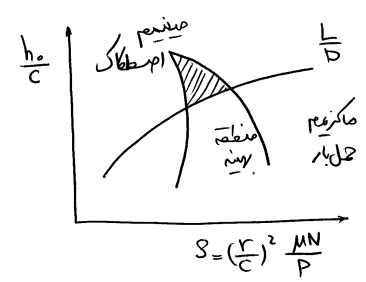
.....

۵۱ - گزینه ۴ درست است.

همانطور که از نمودار مشخص می‌باشد در یاتاقان A مینیمم ضخامت روغن بیشتر است و در یاتاقان B نسبت خارج از مرکز بیشتر است.



۵۲ - گزینه ۳ درست است.



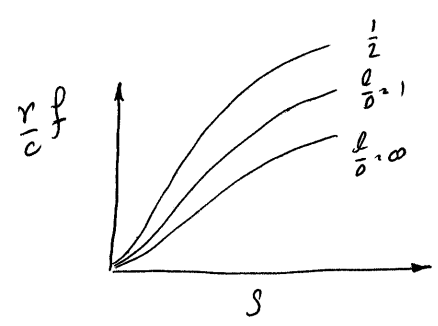
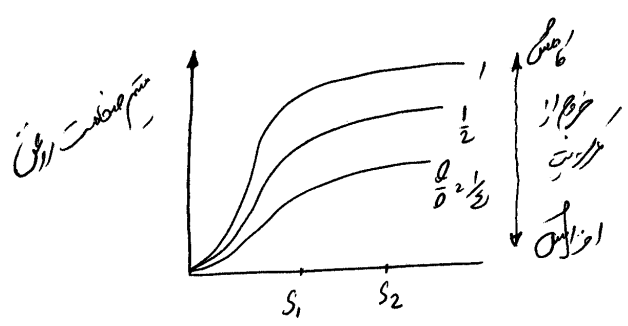
با توجه به دیاگرام h_0 برحسب عدد سامرفیلد متوجه می‌شویم که همواره $\frac{L}{D}$ یک منحنی با مسیر صعودی می‌باشد و با توجه به منطقه بهینه همیشه h_0 در یاتاقان که بر اساس ماکزیمم محل بار طراحی شده است بیشتر از h_0 در یاتاقان است که بر اساس شرایط مینیمم اصطکاک طراحی شده است.

۵۳ - گزینه ۴ درست است.

یاتاقان سنگین را با وزن W_1 و یاتاقان سبک را با وزن W_2 نشان می‌دهیم: عدد سامر فیلد برابر است با:

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu \cdot n}{P}, \quad P = \frac{W}{2rL}$$

با توجه به رابطه $P = \frac{W}{2rL}$ هرچه W بزرگ‌تر باشد مقدار P (فشار) بیشتر می‌باشد. پس P_1 بزرگ‌تر از P_2 می‌باشد لذا $S_1 < S_2$ می‌باشد.



یادداشت:

.....

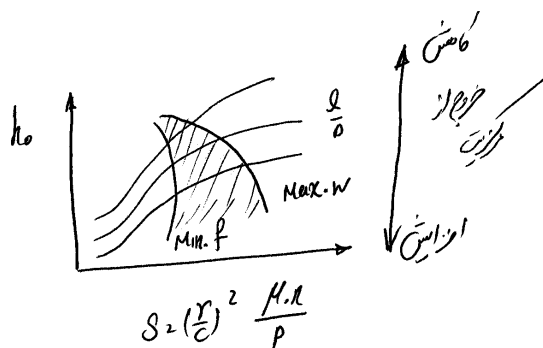
.....

.....

.....

مطابق نمودارهای بالا هر سه گزینه درست است.

۵۴ - گزینه ۳ درست است.

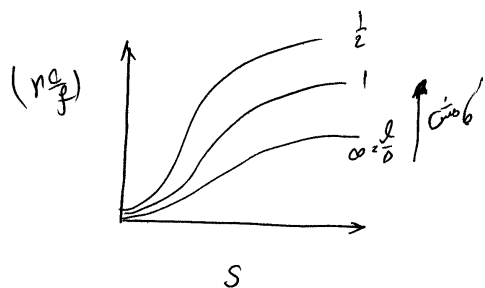


$$S = \left(\frac{l}{d}\right)^2 \frac{H.A}{P}$$

با توجه به نمودار بالا در یک نسبت $\frac{l}{D}$ ثابت طراحی بر اساس مینیمم اصطکاک عدد سامر فیلد کمتری دارد و با توجه به نمودار h_0 آن کمتر و خروج از مرکزیت آن بیشتر می‌باشد.

همچنین با توجه به نمودار روبرو در حالتی که طراحی بر اساس کمترین اصطکاک

می‌باشد مقدار $\left(\frac{l}{c} f\right)$ متغیر ضریب مالش کمتر می‌باشد.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....