بنام خدا

جلسه چهارم

خطا و عدم قطعیت در نقشه برداری

محمد اکبری

فهرست مطالب

- مقدمه
- منابع خطا
- طبقه بندی خطاها
- محاسبه خطاها
- منحنی گوس خطاها
- قانون انتشار خطاها
- خطای مطلق و نسبی

مقدمه

- مفهوم خاص نقشه برداری عبارتست از یک سلسله اندازه گیری های زمینی و انجام محاسباتی روی این اندازه گیری ها و در نهایت ترسیم نتایج حاصله بر صفحه تصویر (نقشه) است.

- بررسی خطاهای اندازه گیری ۲ هدف دارد:
  - سبب می شود که در هر عمل اندازه گیری به دقت مطلوب در عملیات دست یابیم.
  - از بکار بردن وسایل گران قیمت و صرف وقت و هزینه بیهوده جلوگیری کنیم.

- هدف آشنایی با خطاها: بکارگیری روش هایی است که با حداقل کار و هزینه به دقت مطلوب دست یابیم.

منابع خطاها

- **خطاهای طبیعی** : که بدلیل تغییر در، یا گوناگونی شرایط آب و هوایی، شکست نور، اثرات مدلسازی نشده جاذبه زمین و ... و بطور کلی عوامل محیط طبیعی ایجاد می شود.

- **خطاهای دستگاهی**: که بوسیله استفاده از وسایل نقشه برداری دارای ساخت و کالیبراسیون ناکامل ایجاد می گردد.

- **خطاهای انسانی** : که بدلیل ناتوانی افراد جهت انجام مشاهدات دقیق بخاطر محدودیت های دیداری، شنیداری و لامسه بشری ایجاد می گردد.

- **اشتباه ها (Mistakes)**: گاها خطاهای بزرگ (gross errors) نامیده می شوند ولی نباید به عنوان خطا کلاسه بندی شوند. اشتباهات اغلب نتیجه خستگی یا بی تجربگی نقشه بردار می باشد.

- نمونه هایی از اشتباهات از قلم افتادن یک دهنه در اندازه گیری فاصله، نشانه روی اشتباه به نقطه مورد نظر، خواندن 6 به جای 9 روی میر و برعکس.

- اشتباهات بزرگترین خطاها هستند و احتیاط زیادی برای اجتناب از آنها باید کرد. به هر حال چون بزرگ هستند کشف و حذف آنها راحت می باشد.

- **خطاهای سیستماتیک (Systematic errors)**: می توانند ثابت یا متغیر در سراسر یک فرایند باشند و عموما بوسیله عوامل مشخص قابل توصیف است. مقدار این خطاها اغلب می تواند به عنوان تصحیح مقادیر اندازه گیری محاسبه گردیده وبکار گرفته شود.
- این خطاها می تواند نتیجه
  - **شرایط طبیعی**: مثل شکست پرتوهای نور، تغییر سرعت امواج الکترومغناطیسی در اتمسفر و .... باشد.
  - **دستگاه ها**: نامیزان بودن تئودولیت ها و ترازیاب ها، کهنگی کریستال ها در دستگاه فاصله یاب باشد.
  - **خطاهای ثابت**: که همیشه مستقل از میزان و شرایط اندازه گیری می باشد. در اندازه گیری با متر ناشی از پارگی و دوخت متر، در اندازه گیری با تئودولیت ناشی از عدم استقرار درست دوربین در ایستگاه می باشد.
  - **خطاهای انسانی**: بایاس نقشه بردار در تنظیم میکرومتر، نیمساز کردن هدف و ... باشد.

- بطور کلی خطاهای سیستماتیک مطابق با قوانین فیزیکی و ریاضیاتی می باشد. بنابراین تصحیحات مناسب می توانند محاسبه و بکار گرفته شوند تا اثرشان کاهش یابد.
- لحاظ کردن خطاهای سیستماتیک بسیار مشکل است بنابراین آنها نیاز به توجه قبل، در حین و بعد از نقشه برداری دارند.
- کالیبراسیون با دقت همه تجهیزات یک بخش ضروری کنترل خطای سیستماتیک است.

- **خطاهای اتفاقی** (**Random errors**): این خطاها فراتر از کنترل نقشه بردار هستند و از ناتوانی بشری نقشه بردار در اندازه گیری دقیق منتج می شود.
- مقدار خطاهای اتفاقی کوچک هستند. اندازه و علامت خطای اتفاقی غیرقابل پیش بینی است.
- اگرچه رفتار هر مشاهده غیرقابل پیش بینی است رفتار یک گروه از خطاهای اتفاقی قابل پیش بینی است و هرچه اندازه گروه بزرگتر باشد رفتارش بیشتر قابل پیش بینی است.
- خطاهای اتفاقی از قوانین آماری تبعیت می کنند.

- با وجود اینکه این خطاها را نمی توان تصحیح کرد ولی چون معرف دقت اندازه گیری می باشند شناسایی خواص آنها لازم است و برای آنکه بتوانیم دقت اندازه گیری ها و برداشت ها را بالا ببریم باید با قوانین آنها آشنا باشیم.

- فرض می کنیم که نتایج حاصل از اندازه گیری یک کمیت (فاصله) که با یک وسیله دقیق اندازه گیری شده است به ترتیب a1,a2,...,an باشد یعنی کمیت مورد نظر را n بار اندازه گیری نموده ایم آنگاه

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = \frac{\sum a_i}{n}$$

- هرگاه مقدار حقیقی کمیت را که به آن دسترسی نداریم (a) بنامیم آنگاه :

- α را خطای میانگین می نامیم.

$$\alpha = \bar{a} - a$$

- e_i را خطای واقعی می نامیم.

$$e_i = a_i - a$$

- v_i را خطای ظاهری می نامیم.

$$v_i = a_i - \bar{a}$$

- تعریف خطای متوسط حسابی و هندسی :

$$v_a = \frac{\sum |v_i|}{n}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n}}$$

- خطای متوسط هندسی را خطای استاندارد یا معیار می گویند.

- اثبات می شود که :

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_1^n v_i^2}{n-1}} \qquad \alpha = \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

- با استفاده از روابط فوق و معلوم بودن خطای ظاهری v_i می توان مقدار خطای معیار را محاسبه نمود.

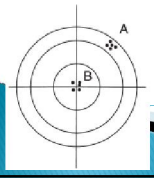
- نتیجه آنکه :

  - اولا وقتی یک کمیت با میانگین گیری n بار اندازه گیری آن کمیت بدست می آید خطای میانگین به میزان $\sqrt{n}$ مرتبه از خطای اندازه گیری ها کوچکتر است یعنی با تکرار اندازه گیری خطای عملیاتی به نسبت $\sqrt{n}$ مرتبه کاهش می یابد.

  - ثانیا وقتی تعداد اندازه گیری ها را بسیار زیاد می کنیم مقدار خطای میانگین به سمت صفر میل می کند در این صورت میانگین اندازه گیری ها به مقدار واقعی کمیت نزدیک می شود.

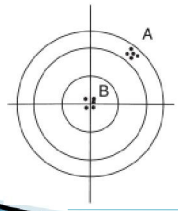
مفهوم صحت و دقت

- مفهوم پایه خطاها در اخذ داده بوسیله نقشه بردار مانند شلیک به هدف می باشد.
- در مورد اول فرض کنید یک تیرانداز ماهر از یک تفنگ دارای خمیدگی استفاده می کند که نتیجه کارش حالت A در شکل زیر است.
- مهارت تیرانداز بخاطر پراکندگی کم قابل رویت است که دقت عالی را مشخص می کند. به هر حال چون شلیک ها دور از مرکز هستند که بخاطر خمیدگی ایجاد شده (خطای سیستماتیک) آنها کاملا غیر صحیح هستند.



مفهوم صحت و دقت

- اینگونه شرایطی در عمل می تواند موقعی که یک قطعه از EDM باعث اندازه گیری های دقیق در حد چند میلی متر (دقت بالا) می شود اما بخاطر عملکرد خراب و فقدان کالیبراسیون، همه اندازه گیری ها در حد چند سانتی متر ناصحیح هستند (صحت پایین).
- اگر خمیدگی تصحیح شود نتیجه پراکندگی شلیک ها مشابه B در شکل می باشد.



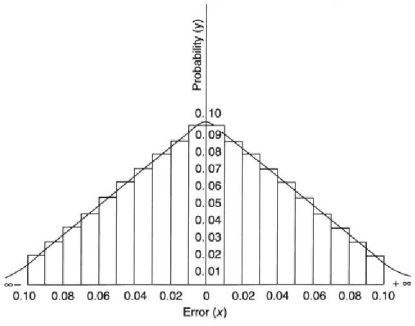
مفهوم صحت و دقت

- از این مقایسه چند حقیقت مهم حاصل می شود:

- پراکندگی یک شاخص دقت است. یک دامنه گسترده پراکندگی نتایج حول میانگین بیان کننده امکان تکرار پذیری کمتر اندازه گیری ها است.
- دقت نباید با صحت اشتباه شود؛ اولی مجتمع بودن نسبی بدون توجه به نزدیکی به واقعیت است، درحالیکه دومی مشخص کننده نزدیکی مطلق به واقعیت است.
- دقت می تواند به عنوان شاخص صحت درنظر گرفته شود تنها زمانی که همه منابع خطا غیر از خطای اتفاقی حذف شده باشد.

منحنی گوس خطاها

- اگر خطای یکسری مشاهدات تکراری را روی دو محور عمود بر هم ترسیم نماییم بطوری که محور افقی اندازه خطا و محور قائم تعداد تکرار را نشان دهد به منحنی زنگوله ای شکل دست خواهیم یافت که به آن منحنی گوس گفته می شود.



- با مطالعه منحنی گوس می توان نتیجه گرفت:
  - منحنی در وسط ماکزیمم بوده و هرچه از وسط دور شویم کمتر شده و در فاصله معینی از دو طرف نسبت به محور x به حالت مجانب در می آید
  - و نشان می دهد که بیشتر اندازه ها مربوط به اندازه گیری هایی است که قدرمطلق خطاها کم و نزدیک به صفر است و هرچه منحنی تیز تر باشد دقت بیشتری در اندازه گیریها بکار رفته است.
  - مقدار خطای تصادفی مربوط به یک کمیت از حد معینی تجاوز نمی کند پس اندازه گیری هایی که با اشتباه همراه باشند را می شود تشخیص داد.
  - منحنی نسبت به محور y ها قرینه است یعنی وقتی به اندازه کافی اندازه گیری ها زیاد باشد برای هر اندازه گیری با خطای ظاهری v+ نسبت به میانگین خطای ظاهری v- وجود دارد، پس مجموع جبری خطاهای ظاهری صفر است.

- نتیجه اینکه :
  - به ازای هر خطای مثبت یک خطای منفی وجود دارد که از نظر قدر مطلق با هم برابرند.
  - خطاهای کوچک به دفعات بیشتری رخ می دهد.
  - عملا خطاها مابین دو مقدار نهایی A- و A+ توزیع شده اند که این دو مقدار حد خطای مجاز را تعیین می کند. قدرمطلق A را خطای ماکزیمم می نامند.
- اگر فاصله بین مبدا و x=A را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم و هر قسمت را e_p (خطای احتمالی) بنامیم محاسبات نشان می دهد

25% خطاها بین صفر و ep	16% خطاها بین ep و 2ep
7% خطاها بین 2ep و 3ep	1.5% خطاها بین 3ep و 4ep
0.5% خطاها بزرگتر از 4ep	

خطای ماکزیمم

- خطایی ماکزیمم است که احتمال وقوع خطایی بیش از آن ۱٪ باشد.
- در عملیات اندازه گیری خطای بیش از این مقدار را قابل قبول نمی دانیم و هر اندازه گیری که قدرمطلق خطای ظاهریش بیش از این مقدار باشد به عنوان اشتباه از فهرست اندازه ها حذف می شود.
- اندازه این خطا حدود 2.7 برابر خطای متوسط هندسی (معیار) است و در محاسبات معمولا 2.5 برابر خطای معیار را خطای ماکزیمم در نظر می گیرند.

خطای مطلق و نسبی

- خطای مطلق :
  - خطای یک اندازه گیری (تفاوت مقدار اندازه گیری شده از واقعیت یا میانگین) را خطای مطلق می گویند.
- خطای نسبی :
  - از تقسیم خطای مطلق یک کمیت بر مقدار آن کمیت خطای نسبی بدست می آید.
- خطای نسبی معرف دقت اندازه گیری ها می باشد و معمولا به صورت یک کسر ۱ بر n نمایش داده می شود.