آشنایی با

فیزیک هسته‌ای

جلد اول

کِنِت کرین

ترجمهٔ ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر

آشنایی با

فیزیک هسته‌ای

جلد اول

کِنِت کرین

ترجمهٔ ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر

مرکز نشر دانشگاهی، تهران

فیزیک
۵۴

مرکز نشر دانشگاهی
۶۲۴

Introductory Nuclear Physics
Kenneth S. Krane
John Wiley & Sons, 1988

آشنایی با فیزیک هسته‌ای
جلد اول
تألیف کِنِت کرین
ترجمهٔ دکتر محمدابراهیم ابوکاظمی، دکتر منیژه رهبر
ویراستهٔ دکتر محمدابراهیم ابوکاظمی
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۷۱
چاپ چهارم ۱۳۸۵
تعداد ۲۰۰۰
حروفچینی: مهدی
لیتوگرافی: کورش
چاپ و صحافی: مازگرافیک
حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانهٔ ملی جمهوری اسلامی ایران

کرین، کنت
Krane, Kenneth S.
آشنایی با فیزیک هسته‌ای / کنت کرین؛ ترجمه محمد ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر. — تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۱ - ۱۳۷۳.
۲ج. : مصور، جدول، نمودار. — (مرکز نشر دانشگاهی؛ ۶۲۴، ۷۱۵: فیزیک؛ ۵۴، ۶۴)
ISBN 964-01-8120-X (دوره)
ISBN 964-01-0624-0 (ج. ۱)
ISBN 964-01-0715-8 (ج. ۲)
فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیپا.
عنوان اصلی:
Introductory nuclear physics.
"کتاب حاضر براساس ویرایش دوم کتاب (Introductory nuclear physics) نوشته دیوید هالیدی بازنویسی شده است".
واژه‌نامه.
کتابنامه.
مندرجات: ج. ۱. مبانی ساختار هسته‌ای، واپاشی هسته‌ای و رادیواکتیویته. — ج. ۲. واکنشهای هسته‌ای و ملحقات و کاربردها / ترجمهٔ ناصر میرفخرایی، مجید مدرس.
ج. ۱ (چاپ چهارم: ۱۳۸۵).
۱. فیزیک هسته‌ای. الف. هالیدی، دیوید، ۱۹۱۶ - . ب. ابوکاظمی، ابراهیم، ۱۳۲۴ - . ج. رهبر، منیژه، ۱۳۲۴ - ، مترجم. د. مرکز نشر دانشگاهی. هـ. عنوان.
.Halliday, David
QC۷۷۶/ک۴آ۵ ۵۳۹/۷
۱۳۷۱
کتابخانهٔ ملی ایران
*م۷۱ - ۱۸۶۸

بسم الله الرحمن الرحیم

فهرست

عنوان	صفحه
پیشگفتار	۱
قسمت ۱. مبانی ساختار هسته‌ای	۷
۱. مفاهیم پایه	۸
۱.۱ نگاهی به پیشینهٔ تاریخی	۹
۱.۲ چند اصطلاح مقدماتی	۱۰
۱.۳ خواص هسته‌ای	۱۳
۱.۴ یکاها و مرتبه‌های بزرگی	۱۵
مراجع مطالعات تکمیلی	۱۶
۲. مبانی مکانیک کوانتومی	۱۸
۲.۱ رفتار کوانتومی	۱۹
۲.۲ اصول مکانیک کوانتومی	۲۱
۲.۳ مسائل یک‌بعدی	۲۵
۲.۴ مسائل سه‌بعدی	۳۸
۲.۵ نظریهٔ کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای	۵۱
۲.۶ پاریته	۵۵
۲.۷ آمار کوانتومی	۵۶
۲.۸ گذار بین‌حالتها	۵۸
مراجع مطالعات تکمیلی	۶۰

عنوان	صفحه
مسائل	۶۱
۳. خواص هسته‌ها	۶۳
۱.۳ شعاع هسته	۶۴
۲.۳ جرم نوکلیدها وفراوانی آنها	۸۲
۳.۳ انرژی بستگی هسته‌ای	۸۹
۴.۳ تکانهٔ زاویه‌ای هسته‌ها و پاریته	۹۶
۵.۳ گشتاور الکترومغناطیسی هسته	۹۸
۶.۳ حالتهای برانگیختهٔ هسته	۱۰۳
مراجع مطالعات تکمیلی	۱۰۵
مسائل	۱۰۶
*۴. نیروی بین نوکلئونها	۱۰۹
۱.۴ دوترون	۱۱۰
† ۲.۴ پراکندگی نوکلئون-نوکلئون	۱۱۷
۳.۴ برهم‌کنشهای پروتون-پروتون و نوترون-نوترون	۱۲۹
۴.۴ خواص نیروی هسته‌ای	۱۳۴
۵.۴ مدل نیروی تبادل	۱۴۵
مراجع مطالعات تکمیلی	۱۵۱
مسائل	۱۵۲
*۵. مدلهای هسته‌ای	۱۵۶
۱.۵ مدل پوسته‌ای	۱۵۷
۲.۵ هسته‌های Z زوج و N زوج وساختار جمعی	۱۷۹
۳.۵ مدلهای هسته‌ای واقعیتر	۱۹۸
مراجع مطالعات تکمیلی	۲۰۷
مسائل	۲۰۸
قسمت ۲. واپاشی هسته‌ای و رادیواکتیویته	۲۱۱
۶. واپاشی رادیواکتیو	۲۱۲
۱.۶ قانون واپاشی رادیواکتیو	۲۱۳
† ۲.۶ نظریهٔ کوانتومی واپاشیهای رادیواکتیو	۲۱۹
۳.۶ تولید و واپاشی عناصر رادیواکتیو	۲۲۳
۴.۶ رشد اکتوبنهٔ دختر-هسته	۲۲۵
۵.۶ انواع واپاشیها	۲۲۹

عنوان	صفحه
۶.۶ رادیواکتیویتهٔ طبیعی	۲۳۵
*۷.۶ عمرسنجی رادیواکتیو	۲۳۸
*۸.۶ یکاهای اندازه‌گیری تابش	۲۴۲
مراجع مطالعات تکمیلی	۲۴۷
مسائل	۲۴۷
*۷. آشکارسازی تابشهای هسته‌ای	۲۵۲
۱.۷ برهم‌کنشهای تابش با ماده	۲۵۳
۲.۷ شمارگرهای گازی	۲۶۶
۳.۷ آشکارسازهای سوسوزن (سنتیلاسیون)	۲۶۹
۴.۷ آشکارسازهای نیمرسانا	۲۷۷
۵.۷ آمار شمارش	۲۸۱
۶.۷ اندازه‌گیری انرژی	۲۸۴
۷.۷ اندازه‌گیریهای همفرودی و تفکیک زمانی	۲۹۳
۸.۷ اندازه‌گیری طول عمرهای هسته‌ای	۲۹۶
۹.۷ سایر انواع آشکارساز	۳۰۱
مراجع مطالعات تکمیلی	۳۱۲
مسائل	۳۱۳
۸. واپاشی آلفازا	۳۱۶
۱.۸ منشأ واپاشی آلفازا	۳۱۷
۲.۸ فرایندهای واپاشی آلفازا	۳۱۸
۳.۸ رده‌بندی واپاشی آلفازا	۳۱۹
† ۴.۸ نظریهٔ گسیل آلفا	۳۲۲
۵.۸ تکانهٔ زاویه‌ای و پاریته در واپاشی آلفازا	۳۳۰
۶.۸ طیف‌نمایی واپاشی آلفازا	۳۳۴
مراجع مطالعات تکمیلی	۳۴۳
مسائل	۳۴۴
۹. واپاشی بتازا	۳۴۸
۱.۹ آزادشدن انرژی در واپاشی بتازا	۳۴۹
† ۲.۹ نظریهٔ فرمی دربارهٔ واپاشی بتازا	۳۵۴
۳.۹ آزمونهای تجربی «کلاسیک» برای نظریهٔ فرمی	۳۶۰
۴.۹ قواعدگزینش تکانهٔ زاویه‌ای وپاریته	۳۶۸

عنوان	صفحه
۵.۹ نیمه‌عمرهای تطبیقی و واپاشیهای ممنوع	۳۷۴
*۶.۹ فیزیك نوترینو	۳۷۷
*۷.۹ واپاشی دوبتایی	۳۸۱
*۸.۹ گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتازا	۳۸۵
*۹.۹ ناپایستگی پاریته	۳۹۳
*۱۰.۹ طیف‌نمایی بتا	۴۰۱
مراجع مطالعات تکمیلی	۴۱۰
مسائل	۴۱۱
۱۰. واپاشی گامازا	۴۱۶
۱.۱۰ انرژی واپاشی گامازا	۴۱۷
۲.۱۰ تابش الکترومغناطیسی کلاسیك	۴۱۸
۳.۱۰ محاسبهٔ مکانیك کوانتومی	۴۲۱
۴.۱۰ قواعدگزینش تکانهٔ زاویه‌ای وپاریته	۴۲۴
۵.۱۰ اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای وقطبیدگی	۴۲۶
۶.۱۰ تبدیل داخلی	۴۳۳
۷.۱۰ طول عمرهای گسیل γ	۴۴۱
*۸.۱۰ طیف‌نمایی پرتوگاما	۴۴۴
*۹.۱۰ فولوئورسانی تشدید هسته‌ای واثر موسباؤر	۴۵۷
مراجع مطالعات تکمیلی	۴۷۱
مسائل	۴۷۲
پیوستها	۴۷۷
الف. نسبیت خاص	۴۷۸
ب. چارچوب مرجع مرکز جرم	۴۸۲
ج. جدول خواص هسته‌ای	۴۸۷
واژه‌نامه	۴۹۹
فهرست راهنما	۵۰۶

پیشگفتار

تألیف این کتاب را به صورت همکاری با دیوید هالیدی آغاز کردم تا به‌اتفاق یکدیگر ویرایش دوم کتاب درسی‌اش، آشنایی با فیزیک هسته‌ای (وایلی، ۱۹۵۵)، را مورد تجدیدنظر قرار دهیم و آن را روزآمد کنیم. پس از آماده شدن طرح اولیه، معلوم شد که استاد هالیدی به خاطر تعهدات دیگرش فقط می‌تواند وقت بسیار محدودی را به‌این کار اختصاص دهد، و درنتیجه خواستار کناره‌گیری شخص خودش ازشرکت فعال دراین طرح شد. این پیشنهاد را من با بی‌میلی و تأسف پذیرفتم. استاد لطف کردند و حق استفاده از مطالب ویرایش قبلی کتاب را به‌من واگذار کردند.

من نخستین بار به‌عنوان دانشجوی کارشناسی فیزیک با کتاب درسی هالیدی روبه‌رو شدم، که شاید نخستین آشنایی جدی من با فیزیک هسته‌ای بوده است. به‌خاطر دارم که روانی و خوانایی کتاب مرا تحت تأثیر قرارداده بود. من دراین بازنویسی کوشیده‌ام تا این ویژگیها را که ازجملهٔ امتیازات اثر قبلی بوده است، حفظ کنم.

خواننده. این کتاب اصولا برای دانشجویان کارشناسی نوشته شده است، ولی می‌توان آن را برای مطالعهٔ اجمالی مبانی فیزیک هسته‌ای در دورهٔ کارشناسی ارشد نیز به‌کاربرد. کتاب به‌طور مشخص برای دانشجویان رشتهٔ فیزیک و به‌عنوان بخشی از فیزیک جدید در نظر گرفته شده است، اما با گزینش مناسبی ازمطالب می‌توان آن را برای دیگر رشته‌های علوم وتکنولوژی هسته‌ای، ازجمله شیمی‌هسته‌ای، مهندسی هسته‌ای، زیست‌شناسی تابشی، و پزشکی هسته‌ای نیزمورد استفاده قرارداد.

پیش‌نیاز. دانشجوی خوانندهٔ این کتاب باید درفیزیک کوانتومی، درسطحی مقدماتی (که معمولا درکتابهای فیزیک جدید مطرح می‌شود) یا در سطح پیشرفته‌تر دورهٔ کارشناسی، زمینهٔ قبلی داشته باشد. (مختصری ازمطالب کوانتومی مورد نیاز را درفصل ۲ مرور کرده‌ام.) بدین ترتیب، کتاب برای دو سطح مختلف طراحی شده است: مطالبی مانند احتمال گذار یا عناصر ماتریسی را که نیاز به‌مکانیک کوانتومی پیشرفته دارند، می‌توان جدا درنظر گرفت و در مطالعهٔ مقدماتی ازآنها صرفنظر کرد. این جداسازیها و صرفنظر کردنها، بدون اینکه به‌جریان منطقی بحث لطمه‌ای وارد کند، قابل اجراست.

پیش‌نیاز ریاضی این کتاب درحد معادلات دیفرانسیل است.

تأکید. این کتاب دارای دو ویژگی برجسته است. نخستین ویژگی آن، وسعت نظر وتأکید بر گسترهٔ مطالب است. مدرس بـا در اختیار داشتن مجموعهٔ گسترده‌ای ازمطالب، متناسب با نیاز خاص دانشجو، می‌تواند سرفصلهای درس را برگزیند. مطالب ایـن کتاب برای دوره‌های یك ساله تا حدی ناکافی است، ولی برای دوره‌های ثلثی یا نیمسالی خیلی زیاد است. بنابراین مدرس می‌تواند مطالب را، متناسب با فرصت موجود، چنان انتخاب کندکه دانشجویان را تاحد ممکن با زمینه‌های کار فیزیك هسته‌ای آشنا سازد.

ویژگی دوم این‌کتاب، بدون احساس شرمندگی، تأکید پدیده شناختی و طرز ارائهٔ تجربی آن است. بحث واپاشی و پدیده‌های واکنش هسته‌ای با نمونه‌هایی از بررسیهای تجربی که ازنشریات علمی اخذ شده‌اند، همراه است. این نمونه‌ها را در پی جستجو برای مقالاتی که اطلاعات مورد نیاز را به‌روشن‌ترین وجه ممکن ارائه دهند و ارتباط تنگاتنگی بـا مطلب مـورد بررسی داشته باشند، انتخاب کرده‌ام. آزمایشهای بدیع را اغلب بـا نمودارهایی از وسایل آزمایش، همراه با نتایج وخطاهای آن، ارائه داده‌ام. بدین‌ترتیب، کوشیده‌ام تـا به دانشجویان بفهمانم که پیشرفت فیزیك هسته‌ای منحصراً از بلندای پیشانی فرمی برنخاسته است، بلکه حاصل تلاشهای طاقت‌فرسای آزمایشگاهی نیز هست. درهمین حال، بنیان منطقی وهدف آزمایشها را نیزمورد بحث قرارداده‌ام، وسهم آنها را درپیشرفت نظریه خاطرنشان کرده‌ام.

سازمان. کتاب ازچهار قسمت تشکیل شده‌است: مبانی ساختارهسته‌ای،رادیواکتیویته و واپاشی هسته‌ای، واکنشهای هسته‌ای، و ملحقات وکاربردها.[۱] درقسمت اول، مطالب پایه دربارهٔ شکل واندازهٔ هسته‌ها، مسئلهٔ دونوکلئون، ومقدماتی از مدلهای هسته‌ای موردبحث و بررسی قرار می‌گیرند. در دوره‌های فشرده، بدون اینکه لطمه‌ای به‌پیوستگی مطالب وارد شود، می‌توان از دو موضوع آخرصرفنظرکرد. در قسمت دوم که مربوط به‌رادیواکتیویته و واپاشی است، موضوعات سنتی را همراه با مطالب جدیدی که پل ارتباط بین واپاشی هسته‌ای وجریان تحقیقی معاصر (مانند مد واپاشی «سنگین» مثلا به‌صورت ^{14}C که اخیراً کشف شده‌است، واپاشی دوبتایی، گسیل نوکلئون تأخیری در واپاشی بتازا، اثرموسباوئر، وغیره) هستند آورده‌ام. در قسمت سوم اجمالی از واکنشهای هسته‌ای، ازجمله شکافت و همجوشی هسته‌ای وکاربردآنها، موردبحث قرارگرفته‌است. درقسمت چهارم ازموضوعاتی سخن رفته‌است که فقط به‌طورتقریبی می‌توان آنها را زیرعنوان فیزیك هسته‌ای جای داد. از این جمله است برهم‌کنشهای فوق‌ریز، فیزیك ذرات، اخترفیزیك هسته‌ای، وکاربردهای عمومی نظیر پزشکی هسته‌ای. تأکید این قسمت روی مطالب مشترك بین فیزیك هسته‌ای و سایـر شاخه‌های تخصصی فیزیك و غیرفیزیك، از قبیل فیزیك اتمـی، فیزیك انرژی بالا، کیهان‌شناسی، شیمی، و پزشکی است. بیشترمطالب این قسمت، بویژه درفصلهای ۱۸و۱۹،

---

۱. ترجمهٔ فارسی این‌کتاب در دومجلد منتشر می‌شودکه جلد اول‌آن شامل قسمتهای ۱ و ۲ و جلد دوم شامل قسمتهای ۳ و ۴ است.ــ و.

ازتحقیقات سالهای اخیر حاصل شده‌اند و بنابراین، طبق معمول این‌گونه مطالب، ممکن است حتی پیش از انتشار این‌کتاب هم منسوخ شوند. در صورتی‌که چنین وضعی اتفاق بیفتد، بازهم مدرس فرصتی طلایی به‌دست می‌آوردکه نکات مهمی‌را دربارهٔ پیشرفت علم یادآور شود. در فصل ۲۰ کاربردهایی را متذکرشده‌ام که، مانند مورد روبش PET، از پژوهشهای اخیرحاصل شده‌اند. مطالب این قسمت ازکتاب تا حد زیادی بر پایهٔ مطالب قبلی استوار است. برای نمونه، اگرکسی بخواهد بدون آنکه درك درستی از واکنشهای هسته‌ای داشته باشد به مطالعهٔ فیزیك مزونها یا فیزیك ذرات بپردازد، کارش بی‌نتیجه خواهد بود.

ترتیب. فصلها یا بخشهایی راکه بدون از دست دادن پیوستگی مطالب می‌توان در مطالعهٔ اجمالی حذف کرد، درفهرست مطالب باعلامت‌ستاره (*) مشخص کرده‌ام. بااستفاده از فصلهای ۱، ۲، ۳، ۶، ۸، ۹، ۱۰، و ۱۱ که شامل مبانی واپاشی هسته‌ای و واکنشهای هسته‌ای است می‌توان یك دورهٔ فشردهٔ فیزیك هسته‌ای مقدماتی را ارائه داد، بدون آنکه از ساختار هسته‌ای چیز زیادی مطرح شود. واکنشهای شکافت همجوشی را می‌توان از فصلهای ۱۳ و ۱۴ بدانها افزود. با انتخاب بعضی ازمطالب فصلهای ۷ و ۱۵ می‌توان آشکارسازها و شتاب‌دهنده‌ها را هم معرفی کرد.

قسمت چهارم کتاب (فصلهای ۱۶ تا ۲۰)، به‌کاربردهای فیزیك هسته‌ای می‌پردازد و لزوماً متعاقب فصل ۱۵ نیست. در واقع، بسیاری ازمطالب این قسمت را پس‌از فراگیری فصل ۱۱ (واکنشهای هسته‌ای) می‌توان مطالعه‌کرد. فصل ۱۶ را که مشتمل بر اسپینها و گشتاورهاست، حتی می‌توان به قسمت اول منتقل کرد وآن را پس از فصل ۳ قرار داد. مطالعهٔ فصل ۱۹ (اخترفیزیك هسته‌ای) مستلزم مطالب پیش‌نیاز شکافت و همجوشی از فصلهای ۱۳و۱۴ است.

بیشتر مطالب این کتاب را با حداقل پیش‌نیاز مکانیك کوانتومی می‌توان فهمید. فصلها یا بخشهایی‌که مستلزم مکانیك‌کوانتومی پیشرفته‌تری (درسطح کارشناسی) هستند، در فهرست مطالب با علامت(†)مشخص شده‌اند.

تجربهٔ من نشان می‌دهدکه بیشتر دانشجویان دورهٔ کارشناسی حتی مبانی نظریهٔ کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای را دشوار می‌یابند، و مفاهیم مجردتری مانند ایزوسپین می‌توانند آنها را با مشکلات جدی روبه‌روکنند. به همین دلیل، معرفی ایزوسپین را تا فصل ۱۱ (واکنشهای هسته‌ای) به تأخیرانداخته‌ام. استفاده از ایزوسپین در این فصل اجتناب‌ناپذیر است و برای آنکه اهمیت این مفهوم را در واپاشیهای بتا وگاما نشان دهم، کاربرد آن را دراین موارد هم متذکر شده‌ام. سعی نکرده‌ام‌که برای محاسبهٔ دامنه‌ها یا سطح مقطعها از نظریهٔ جفت‌شدگی ایزوسپین استفاده کنم. بنابراین در مطالعهٔ اجمالی می‌توان از بحث ایزوسپین بکلی صرفنظر کرد. اما استفاده از آن برای درك فصلهای ۱۷ و ۱۸ که دربارهٔ فیزیك ذرات و مزونهاست، صددرصد الزامی است.

نمادگذاری. دراین کتاب نمادگذاری استاندارد را برگزیده‌ام. دراین روش از

نماد T برای نمایش سه کمیت مختلف انرژی جنبشی، دما، و ایزوسپین استفاده می‌شود که خالی از دردسر نیست. اگر طرز نمایش متخصصان فیزیک ذرات را که نماد I را برای ایزوسپین و J را برای اسپین هسته به‌کار می‌برند برگزینیم، برای نمایش تکانهٔ زاویه‌ای کل الکترونها نماد شناخته شده‌ای باقی نمی‌ماند. به همین دلیل، نماد I را برای تکانهٔ زاویه‌ای کل هسته، J را برای تکانهٔ زاویه‌ای کل الکترونها، و T را برای ایزوسپین به‌کار برده‌ام. برای رعایت هماهنگی، استفاده ازاین نمادها را به مباحث فیزیک ذرات در فصلهای ۱۷ و ۱۸ نیز گسترش داده‌ام، هرچندکه این طرز نمایش با نمادگذاری متداول در فیزیک ذرات درتضاد است. حرف کوچک j را برای نمایش تکانهٔ زاویه‌ای کل یک الکترون دراتم یایک نوکلئون منفرد به‌کار برده‌ام.

مراجع. هیچ سعی نکرده‌ام که مجموعهٔ تاریخی دقیقی ازمراجع‌کارهای بدیع ارائه کنم. برای این امتناع دو دلیل دارم: اولا مطمئن نیستم که بتوانم نقش یک متخصص تاریخ علم را بازی کنم؛ ثانیاً براین باورم که مراجع درکتابهای درسی دورهٔ کارشناسی، بیش از آنکه راهنمای دانشجو باشند، باعث شلوغی متن هستند. هرچند که منابع نگرشهای عمده را مشخص کرده‌ام، ولی بحثهای تاریخی را در حداقل ممکن نگه داشته‌ام. تاریخ فیزیک هسته‌ای که ارتباط تنگاتنگی با انقلابهای نظریهٔ کوانتومی و نسبیت در فیزیک قرن بیستم داشته است، درحد خود بسی مجذوب‌کننده است، و من دانشجویان جدی را به بررسی آن تشویق می‌کنم. مقالات کلاسیک، در تمایز آشکار با آثار جدید، خوانایی شگفت‌انگیزی دارند. بسیاری از مراجع مربوط به این مقالات اولیه را می‌توان درکتاب هالیدی یا در کتاب زیر یافت:

R. T. Beyer, *Foundations of Nuclear Physics*, (New York: Dover, 1949)

این کتاب مرجع شامل ۱۳ مقالهٔ اصلی تجدید چاپ شده‌است، وهمچنین متضمن کتاب‌شناسی رده‌بندی شده‌ای از تمام کارهای فیزیک هسته‌ای منتشرشده تا سال ۱۹۴۷ است.

در پایان هر فصل، فهرستی از مراجع را برای مطالعات تکمیلی آورده‌ام. مطالب همان فصل را می‌توان با تفصیل بیشتر وبررسی کاملتر دراین مراجع یافت. بعلاوه، دراین فهرستها، مقالات مروری ومقالات وکتابهای عامه‌پسند نیز گنجانده شده‌اند.

حل بعضی ازمسائل پایان فصلها مستلزم استفاده از **جداول خواص** هسته‌ای است، که از این‌رو دانشجو باید به‌آخرین ویرایش *Table of Isotopes* یا مجموعهٔ کاملی از *Nuclear Data Sheets* دسترسی داشته باشد.

کِنِت کرین

گاهشمار رویدادهای مهم درفیزیك هسته‌ای

۱۸۹۶ کشف رادیواکتیویته (بکرل*)
۱۸۹۸ جداسازی رادیم (ماری‌کوری* و پیر کوری*)
۱۹۰۵ نظریهٔ نسبیت خاص (اینشتین*)
۱۹۰۹ شناسایی ذرهٔ آلفا به‌عنوان هستهٔ هلیم (رادرفورد* و رویدز)
۱۹۱۱ اتم هسته‌ای (رادرفورد*)
۱۹۱۲ ساخت اتاقك ابر (ویلسون*)
۱۹۱۳ کشف ایزوتوپهای پایدار (تامسون*)
۱۹۱۳ مدل اتمی سیاره‌ای (نیلس بور*)
۱۹۱۴ تعیین بار هسته با استفاده از پرتوهای ایکس (موزلی)
۱۹۱۹ تراجهش مصنوعی به کمك واکنش هسته‌ای (رادرفورد*)
۱۹۱۹ ساخت طیف‌سنج جرمی (استون*)
۱۹۲۵ پیشنهاد اسپین ذاتی (گودشمیت و اولنبك)
۱۹۲۶ ظهور مکانیك کوانتومی (شرودینگر*)
۱۹۲۸ نظریهٔ رادیواکتیویتهٔ آلفازا (گاموف، گورنی، کاندون)
۱۹۳۰ فرضیهٔ نوترینو (پاؤلی*)
۱۹۳۱ ساخت نخستین شتابدهندهٔ الکتروستاتیکی (وان دوگراف)
۱۹۳۱ ساخت نخستین شتابدهندهٔ خطی (اسلون* و لارنس*)
۱۹۳۲ ساخت نخستین سیکلوترون (لارنس* و لیو ینگستون)
۱۹۳۲ کشف دوتریم (اوری*، برك‌وِد، مورفی)
۱۹۳۲ کشف پوزیترون (اندرسون*)
۱۹۳۲ کشف نوترون (چادویك*)
۱۹۳۲ مدل هسته‌ای پروتون - نوترون (هایزنبرگ*)
۱۹۳۲ تحقق نخستین واکنش هسته‌ای با استفاده ازشتابدهنده (کوککرافت* و والتون*)
۱۹۳۴ کشف رادیواکتیویتهٔ مصنوعی (ایرن‌کوری*، ژولیو*)
۱۹۳۴ نظریهٔ رادیـواکتیویتهٔ بتازا (فرمی*)
۱۹۳۵ فرضیهٔ مزون (یوکاوا*)
۱۹۳۵ عرضهٔ تکنیك همفرودی (بوته*)
۱۹۳۶ پیشنهاد نظریهٔ هستهٔ مرکب (نیلس بور*)
۱۹۳۷ کشف لپتون μ در پرتوهای کیهانی (ندرمیر و اندرسون*)
۱۹۳۸ کشف شکافت هسته‌ای (هان* و اشتراسمن)
۱۹۳۸ طرح همجوشی گرماهسته‌ای به مثابه چشمهٔ انرژی درستارگان (بته*)

---

* دانشمندانی‌که نامشان با علامت ستاره مشخص شده است از برندگان جایزهٔ نوبل درفیزیك یا شیمی هستند، هرچندکه ممکن است این جایزه به خاطرکاری‌کـه در این فهرست آورده‌ایم نبوده باشد.

۱۹۳۹ مدل قطره ـ مایع برای شکافت (نیلس بور* و ویلر)
۱۹۴۰ تولید نخستین عنصر فرااورانیم (مک‌میلان* و سی‌بورگ*)
۱۹۴۱ ساخت نخستین بتاترون، شتابدهندهٔ الکترون با القای مغناطیسی (کرست)
۱۹۴۲ ساخت نخستین رآکتور شکافت کنترل‌شده (فرمی*)
۱۹۴۴ حصول پایداری فاز برای سنکروترون (مک‌میلان* و وکسلر)
۱۹۴۵ آزمایش نخستین بمب شکافتی
۱۹۴۶ کیهان‌شناسی مهبانگ (گاموف)
۱۹۴۶ عرضهٔ روش تشدید مغناطیسی هسته (بلوخ* و پورسل*)
۱۹۴۷ ظهور عمرسنجی رادیوکربنی (لیبی*)
۱۹۴۷ ساخت نخستین سنکروسیکلوترون پروتونی ۳۵۰MeV (برکلی)
۱۹۴۷ کشف مزون π (پاول*)
۱۹۴۸ ساخت نخستین شتابدهندهٔ خطی پروتون، ۳۲ MeV (آلوارز*)
۱۹۴۹ پیشنهاد مدل پوسته‌ای برای ساختارهسته (مایر*، جنسن*، هاکسل، سوئس)
۱۹۴۹ ساخت شمارگر سوسوزن (کالمن، کولتمان، مارشال)
۱۹۵۲ ساخت نخستین سیکلوترون پروتونی، ۲٫۳ GeV (بروکهاون)
۱۹۵۲ آزمایش نخستین بمب گرماهسته‌ای
۱۹۵۳ فرضیهٔ شگفتی (گلمن* و نیشی‌جیما)
۱۹۵۳ پیشنهاد مدل جمعی برای ساختار هسته (آگه‌بور*، موتلسون*، رینواتر*)
۱۹۵۳ تولید ذرات شگفت برای نخستین‌بار (بروکهاون)
۱۹۵۵ کشف پادپروتون (چمبرلین* و سگره*)
۱۹۵۶ آشکارسازی تجربی نوترینو (راینز وکوان)
۱۹۵۶ نقض پاریته در برهم‌کنشهای ضعیف (لی*، یانگ*، وو، و همکاران)
۱۹۵۸ گسیل بدون پس‌زنی پرتوهای گاما (موسباؤر*)
۱۹۵۹ ساخت سنکروترون ۲۶ GeV (سرن)
۱۹۶۴ مشاهدهٔ نقض CP در واپاشی K^0 (کرونین* و فیچ*)
۱۹۶۴ پیشنهاد مدل کوارک برای هادرونها (گلمن* و زوایک)
۱۹۶۷ راه‌اندازی‌اولیهٔ شتابدهندهٔ SLAC برای الکترونهای ۲۰ GeV (استانفورد)
۱۹۶۷ پیشنهاد مدل الکتروضعیف (واینبرگ* و سلام*)
۱۹۷۰ فرضیهٔ افسون (گلاشو*)
۱۹۷۱ ساخت برخورد دهندهٔ پروتون ـ پروتون (سرن)
۱۹۷۲ ساخت سنکروترون پروتونی ۵۰۰ GeV (فرمی‌لب)
۱۹۷۴ کشف ذرهٔ J/ψ و تأییدکوارک افسونگر (ریشتر* و تینگ*)
۱۹۷۵ کشف لپتون τ (پرل)
۱۹۷۷ کشف ذرهٔ Υ و طرح کوارک‌ته (لدرمن)
۱۹۸۳ راه‌اندازی برخورد دهندهٔ پروتون ـ پادپروتون ۳۰۰ GeV (سرن)
۱۹۸۳ کشف بوزونهای ضعیف $W^{\pm}$ و Z^0 (روبیا*)

قسمت ۱

مبانی ساختار هسته‌ای

۱

مفاهیم پایه

تاریخ آغاز فیزیك هسته‌ای را می‌توانیم از کشف رادیواکتیویته (پرتوزایی) توسط بکرل درسال۱۸۹۶ یاظهورفرضیهٔ رادرفورد مبنی بروجود هسته دراتمها درسال۱۹۱۱ بگیریم. درهرحال، به‌روشنی معلوم است‌که مطالعات تجربی‌ونظری فیزیك‌هسته‌ای نقش برجسته‌ای در توسعهٔ فیزیك قرن بیستم ایفا کرده است. خلاصهٔ تاریخ تحولات فیزیك هسته‌ای را در صفحات آغازین این‌کتاب نشان داده‌ایم. درنتیجهٔ همین مطالعات است که امروزه ما درك نسبتاً خوبی از خواص هسته‌ها و ساختاری که منشأ این خواص است، به دست آورده‌ایم. بعلاوه، فیزیك هسته‌ای فنونی در اختیار مـا گذاشته است‌که در زمینه‌های علمی دیگر، از جمله درفیزیك اتمی وفیزیك حالت جامد، نیز کاربرد وسیعی پیدا کرده است. پژوهشهای آزمایشگاهی فیزیك هسته‌ای را برای حل انواع بسیارگوناگونی ازمسائل، ازبرهم‌کنش کوارکها (بنیادی‌ترین ذره‌ای‌که ماده از آن ساخته می‌شود) گرفته تا فرایندهای نخستین مراحل تکامل جهان‌کـه پس از «مهبانگ» اتفاق افتاده است، به‌کار برده‌اند. فیزیکدانها، امروزه از فنونی‌که در آزمایشگاههای فیزیك هسته‌ای آموخته‌اند برای تشخیص و درمان بیماریها در اعماق بدن انسان، بدون اینکه نیازی به جراحی باشد، بهره‌برداری می‌کنند. اما، ازسوی دیگرهم برخی از فنون فیزیك هسته‌ای تجربی درساختن سلاحهای ترسناکی مورد استفاده قرار می‌گیردکـه منظور از تولید آنها کشتار توده‌ای انسانهاست، و ادامهٔ تولید و تکثیرآنها تهدیدی جدی برای آینـدهٔ بشریت است. آسان نیست‌که هیچ علـم دیگری را با این علم‌که طیف گسترده‌ای از کوچکترین ذرات میکروسکوپی تا موجودات

کیهانی را شامل می‌شود، مقایسه کنیم. زمینهٔ علمی دیگری هم وجود ندارد که کاربردهای مستقیم تحقیقات بنیادی آن، بالقوه بتواند این چنین مرزهای خیروشر را درنوردد.

فیزیك هسته‌ای از چنان صورتبندی نظری منسجمی برخوردار نیست کـه با استفاده از آن بتوانیم تمـام پدیده‌ها را به‌روشی بنیادی تحلیل و تعبیر کنیم. اما فیزیك اتمی بـا صورتبندی الکترودینامیك کوانتومی خود از چنین امکانی برخوردار است، و به‌کمك آن می‌توانیم برخـی از کمیتهای مشاهده‌پذیر را تا بیش از شش رقم بـامعنی محاسبه کنیم. بدین‌ترتیب، در مطالعهٔ فیزیـك هسته‌ای می‌باید شیوه‌ای پدیده‌شناختی در پیش بگیریم و برای توصیف پدیده‌های متنوعی مانند واپاشی آلفازا، واپاشی بتازا، واکنشهای مستقیم، یـا شکافت، از صورتبندیهای متفاوتی استفاده کنیم. توانایی مـا در تعبیر نتایج آزمایش و پیش‌بینی نتایج جدید، برای هرنوع پدیده‌ای، نسبتاً کامل است. ولی با وجود این، غالباً صورتبندی و روشهای مورد استفاده در یك پدیده را در موارد دیگر نمی‌توان به‌کار برد. به جای آنکه یك نظریهٔ منفرد و وحدت‌بخش در اختیار داشته باشیم، بـا جزیره‌هایی از شناختهای متوافق روبه‌رو می‌شویم کـه در دریای مشاهدات به ظاهر نامرتبط پراکنده‌اند. برخی از بنیادی‌ترین مسائل فیزیك هسته‌ای، مانند ماهیت دقیق نیروهایی کـه باعث قوام و دوام هسته می‌شوند، هنوز هم ناشناخته است. درسالهای اخیر، پیشرفتهایی درجهت درك نیروی اساسی بین‌کوارکها که بنیادی‌ترین اجزای سازندهٔ ماده‌اند صورت گرفته است، و سعی شده است که نتایج این تحقیقات را در مطالعات هسته‌ای مورد استفاده قرار دهند. اما این کوششها تاکنون درتشریح خواص هسته‌ای موفقیتی نداشته است.

بنابراین ما در این کتاب رهیافتی پدیده‌شناختی در پیش می‌گیریم. یعنی، هـرنوع اندازه‌گیری را با صورتبندی نظری خاصی تحلیل می‌کنیم و پیامد حاصل از ایـن تعبیر خاص را برای ساختار هسته‌ای مورد بحث قرار می‌دهیم. در اینجا با خلاصه‌ای از مبانی نظریهٔ هسته‌ای آغاز می‌کنیم، وآنگاه به فرایندهایی می‌پردازیم که درشناخت ما ازساختار هسته‌ای سهم ارزنده‌ای دارنـد. نخست فراینـد واپاشی رادیواکتیو، و سپس واکنشهای هسته‌ای را بررسی می‌کنیم. سرانجام، از موضوعات خاص مطرح شده درساختار هسته‌ای میکروسکوپی، از ارتباط میان فیزیك هسته‌ای و دیگـر شاخه‌های تخصصی، و همچنین از کاربرد فیزیك هسته‌ای در دیگرزمینه‌های فنی وتحقیقی سخن خواهیم گفت.

۱.۱ نگاهی به پیشینهٔ تاریخی

تلاش بـرای درك ماهیت اساسی ماده، ریشه در تفکرات فیلسوفان یونان باستان، بویژه دموکریتوس، دارد. دموکریتوس که درسدهٔ چهارم پیش‌ازمیلاد می‌زیست، معتقد بودکـه هرنوع ماده را می‌توان بـه اجزای کوچکتر وکوچکتر تقسیم کرد تـا آنکه حدی نهایی فرامی‌رسدکه دیگر ادامهٔ تقسیم میسر نیست. از نظر دموکریتوس، این جزء لایتجزای ماده (یا اتم) که بـا چشم غیرقابل دیدن بود، ذرهٔ بنیادی سازندهٔ ماده به‌شمار می‌رفت. درطی ۲۴۰۰ سال بعد، این نظرصرفاً به‌صورت اندیشه‌ای فلسفی باقی ماند، تاآنکه پژوهشگران

آغاز سدهٔ نوزدهم میلادی با استفادهٔ از روشهای علوم تجربی دربارهٔ این مسئله به تحقیق پرداختند، و با به‌دست آوردن شواهد کافی فرضیهٔ اتم‌گرایی را تا سطح یك نظریهٔ علمی تمام عیار بالا بردند. امروزه، بـا توجه به رده‌بندیهای علوم و گرایشهای تخصصی، شاید بتوانیم دانشمندان پیشگام در ایـن زمینه (یعنی دالتون، آووگادرو، فاراده) را شیمیدان قلمداد کنیم. پس از آنکه شیمیدانها نوع اتمها، قواعد حاکم بر ترکیب آنها، و رده‌بندی سازمان یافتهٔ آنها را (به‌صورت جدول تناوبی مندلیف) مشخص کردند، به‌طورطبیعی تنها مرحلهٔ باقیمانده مطالعهٔ خواص بنیادی تك تك اتمهای عناصرمختلف بود کـه امروزه این قسمت از پژوهش را با عنوان فیزیك اتمی می‌شناسیم. این مطالعات درسال ۱۸۹۶ توسط بکرل به‌کشف خاصیت رادیواکتیویته در برخی از اتمها، و سپس درسال ۱۸۹۸ توسط پیر کوری و همسرش (ماری کوری) به شناسایی مواد رادیواکتیو دیگـرمنجرشد. آنگاه نوبت به رادرفورد رسید که کار بررسی این پرتوهای فعال و خواص آنها را ادامه داد. رادرفورد وقتی که بـه ماهیت این پرتوها پی برد، کار تحقیق را وارونه کرد و آنها را به‌عنوان وسیلهٔ کاوش در وارسی اتمها به‌کار گرفت. درطی همین پژوهشها بودکه در سال ۱۹۱۱ رادرفورد وجـود هسته را در اتمها اعـلام داشت. تأیید ایـن فرضیه (از طریق آزمایشهای طاقت‌فرسای گایگرومارسدن) شاخهٔ جدیدی را درعلوم، به‌نام فیزیك هسته‌ای، بنا نهادکه ماده را در بنیادی‌ترین ساختارش مورد بررسی قرار می‌دهد. تحقیق درخواص هسته، از روزگار رادرفورد تـا به امروز ادامه یافته است. اکتشافات دهه‌های ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ نشان داده‌اندکه مرتبهٔ دیگری از ساختار ماده وجود داردکه از هسته هم بنیادی‌تر و ابتدایی‌تراست. امروزه، بررسی و مطالعهٔ این گونه ذرات را کـه عناصر اصلی ساختار هسته‌ای هستند، در شاخهٔ خاصی به نام فیزیك ذرات بنیادی (یا فیزیك انرژی بالا) ادامه می‌دهند.

بدین ترتیب، فیزیك هسته‌ای را می‌توان ازسویی فرزند شیمی و فیزیك اتمی، واز سوی دیگر پدر فیزیك ذرات بنیادی به‌شمار آورد. فیزیك هسته‌ای، اگـرچه اکنون نقش محوری‌اش را در جستجوی اجزای بنیادی ماده از دست داده است، ولی هنوز هم برای درك برهم‌کنشهای بنیادی از آزمایشهای هسته‌ای استفاده می‌شود. تحقیق درخواص هسته‌ها وقوانین حاکم برساختارهسته‌ای، به‌نوبهٔ خود، زمینهٔ فعال و باروری ازپژوهشهای فیزیکی است. ابزارهای مفیدی مانند آشکارسازهای دود، تنظیم‌کننده‌های ضربـان قلب، و وسایل تصویر گیری پزشکی، از جمله دستاوردهای عملی ایـن پژوهشها هستند. بدین ترتیب، در واقع می‌توان برای فیزیك هسته‌ای سه نقش مختلف در نظرگرفت: کاوش درقلمرو ذرات بنیادی ماده و برهم‌کنش آنها، رده‌بندی وتفسیرخواص هسته‌ای، طراحی روشها وابزارهای فنی پیشرفته برای خدمت به‌جوامع بشری.

۲.۱ چند اصطلاح مقدماتی

هرنوع‌هسته‌ای رابامقدارکل بار مثبت وتعدادکل واحدهای جرمی موجود درهسته،مشخص

می‌کنیم. بارکل هسته برابر $+Ze$ است، که در آن Z عدد اتمی و e بزرگی بارالکترون است. ذرهٔ بنیادی باردار مثبت درهسته پروتون است که هستهٔ ساده‌ترین اتم موجود درطبیعت، یعنی هیدروژن، نیز هست. بنابراین هسته‌ای که عدد اتمی‌اش Z باشد شامل Z پروتون است، و بدین‌سان در ساختار هر اتم خنثی باید Z الکترون منفی هم وجود داشته باشد. چون جرم الکترون در مقایسه با جرم پروتون ناچیز است ($m_p \simeq ۲۰۰۰ m_e$)، غالباً در بحث جرم اتمی می‌توان از جرم الکترون صرفنظر کرد. عدد جرمی هرنوع هسته که با A نمایش داده می‌شود، به‌صورت نزدیکترین عدد درست به حاصل تقسیم جرم هسته بر یکای بنیادی جرم تعریف می‌شود. یکای بنیادی جرم را چنان تعریف می‌کنیم که جرم پروتون تقریباً برابر یك واحد شود. (یکاهای جرم را درفصل ۳ به‌تفصیل بررسی خواهیم کرد.) تقریباً درتمام هسته‌ها A بزرگتراز Z است. نسبت بین این دو عدد در بسیاری از موارد برابر۲ یا بزرگتراز ۲ است. از این‌رو، اجزای سنگین دیگری هم باید درهسته موجود باشند. تا پیش از سال ۱۹۳۲ براین باور بودند که هرهسته شامل A پروتون است، که بدین ترتیب مسئلهٔ جرم هسته به‌صورتی ظاهراً مناسب حل می‌شد. برای آنکه بارمثبت کل هسته برابر Ze شود، فرض می‌کردند که در هرهسته تعداد $(A-Z)$ الکترون هسته‌ای نیز وجود دارد. اما حضور الکترون در داخل هسته به‌چند دلیل زیرناپذیرفتنی است:

۱. لازم است که الکترونهای هسته‌ای به‌کمك نیرویی بسیارقوی که حتی از نیروی کولنی هم قویتراست، در قید پروتونها قرار داشته باشند. تاکنون هیچ شاهدی دال بروجود این نیروی قوی بین پروتونها والکترونهای اتمی مشاهده نشده است.

۲. اگرالکترونها را درناحیهٔ فضایی کوچکی به‌اندازهٔ هسته ($\Delta x \sim ۱۰^{-۱۴}\mathrm{m}$) محصور کنیم، بنابر اصل عدم قطعیت، گسترهٔ توزیع تکانهٔ الکترونها باید در حدود $\Delta p \sim \hbar/\Delta x = ۲۰\ \mathrm{MeV}/c$ شود. الکترونهایی که در واپاشی رادیواکتیو بتازا از هسته گسیل می‌شوند انرژی‌شان عموماً کمتراز $۱\ \mathrm{MeV}$ است، و هرگز در واپاشیها الکترونی با انرژی $۲۰\ \mathrm{MeV}$ مشاهده نمی‌کنیم. یعنی، وجود الکترونهای با انرژی $۲۰\ \mathrm{MeV}$ در داخل هسته ازطریق آزمایش تأیید نمی‌شود.

۳. اگرتعداد A پروتون و تعداد $(A-Z)$ الکترون در هسته وجود داشته باشد، تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین) کل در هسته‌هایی که $(A-Z)$ درآنها فرد است با مقادیر حاصل ازمشاهده سازگاری ندارد. هستهٔ دوتریم ($A=۲$ و $Z=۱$) را درنظربگیرید که طبق فرضیهٔ پروتون ـ الکترون باید حاوی ۲ پروتون و ۱ الکترون باشد. تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی (یا اسپین) هریك‌از ذرات پروتون والکترون برابر $۱/۲$ است، و قواعد جمع اسپینها درمکانیك کوانتومی حاصل جمع سه‌اسپین $۱/۲$ را برابر $۱/۲$ یا $۳/۲$ به‌دست می‌دهد. ولی درعمل اسپین دوتریم را برابر ۱ می‌یابیم.

۴. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌هایی که الکترونهای تزویج نشده دارند، باید خیلی بزرگتراز مقداری باشدکه درعمل مشاهده می‌شود. برای نمونه اگردر هستهٔ دوتریم یك الکترون منفرد وجود داشته باشد، باید انتظار داشته باشیم که گشتاور دوقطبی

مغناطیسی این هسته درهمان حدود گشتاورمغناطیسی الکترون باشد. اما گشتاورمغناطیسی اندازه‌گیری شده درهستهٔ دوتریم درحدود ۱/۲۰۰۰ گشتاور مغناطیسی الکترون است.

البته، با طرح دلایل خاصی می‌توانیم موارد اعتراض بالا را رد کنیم، ولی از سال ۱۹۳۲ که تاریخ کشف نوترون توسط چادویك است دیگر نیازی به‌این‌کار نیست. نوترون ازلحاظ الکتریکی خنثی‌است وجرمی درحدود جرم پروتون دارد (جرم نوترون درواقع درحدود ۱٫۰ درصد بزرگترازجرم پروتون است). بدین‌ترتیب، جرم کل و بارالکتریکی هسته‌ای که Z پروتون و $(A-Z)$ نوترون دارد، بدون نیاز به‌فرض الکترونهای هسته‌ای، بـا واقعیتهای تجربی مطابقت پیدا می‌کند. برای مشخص‌کردن یك نوع هسته‌ای خاص، یـا نوکلید، معمولا آن را به شکل ${}^{A}_{Z}X_{N}$ نمایش می‌دهیم که در آن X نماد شیمیایی و N عدد نوترونی است $(N=A-Z)$. به‌عنوان نمونه به‌طرز نمایش چند نوکلید به‌صورت ${}^{1}_{0}H$، ${}^{238}_{92}U_{146}$، ${}^{56}_{26}Fe_{30}$ می‌توان توجه‌کرد. نشان دادن عـدد اتمی Z بـه همراه نماد شیمیایی نوکلید کار زایدی است، زیرا می‌دانیم که در هر هستهٔ هیدروژن (H)، $Z=1$ و در هـرهستهٔ اورانیم (U)، $Z=92$ است. بنابراین نیازی به‌نوشتن Z درکنار نماد شیمیایی هسته نیست. همچنین نیازی به نوشتن N هـم نیست، زیرا همیشه می‌توان عدد نوترونی را ازتفاضل $(A-Z)$ به‌دست‌آورد. بنابراین نمایش نوکلید موردنظر به‌صورت ${}^{238}U$ کفایت خواهدکرد. نگاهی به‌جدول تناوبی عناصرعدد اتمی U را برابر $Z=92$ به‌دست می‌دهد، و در نتیجه تعداد نوترونهای ${}^{238}U$ برابر $238-92=146$ می‌شود. در عمل برای نشان دادن نوکلیدها از هردو طرز نمایش استفاده می‌شود، گاهی Z و N را درکنار نماد شیمیایی نوکلید می‌نویسند و گاهی هـم آنها را نمی‌نویسند. وقتی سعی می‌کنیم در یك فرایند واپاشی یا واکنش هسته‌ای بین Z و N توازن برقرار کنیم، بهتـر است که Z و N را درکنار نماد شیمیایی نوکلید بنویسیم. در مـوارد دیگر، نوشتن این اعداد نالازم و دست و پاگیر است.

نوترونهاوپروتونها اعضای دوگانهٔ خانوادهٔ نوکلئونهاهستند. هنگامی که می‌خواهیم از ذرات هسته‌ای بدون توجه به نوع پروتونی یـا نوترونی آنها بحث‌کنیم، از اصطلاح نوکلئون استفاده می‌کنیم. پس هسته‌ای‌که عدد جرمی‌اش A باشد، محتوی A نوکلئون است.

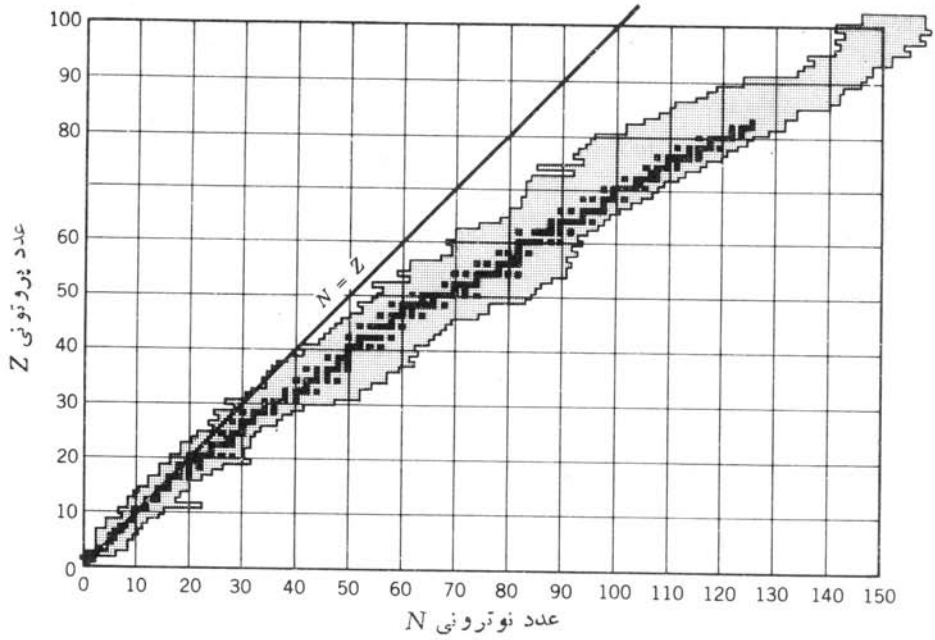
با بررسی نمونه‌های عناصر مختلفی کـه درطبیعت وجود دارند، معلوم می‌شود کـه نوکلیدهای با عدد اتمی مشخص می‌توانند اعداد جرمی مختلف داشته‌باشند. یعنی، نوکلیدی که Z پروتون دارد می‌تواند چند عدد نوترونی متفاوت داشته باشد. نوکلیدهای با عدد اتمی یکسان و اعـداد نوترونی متفاوت را ایزوتوپ می‌نامند. برای مثـال، عنصر کلر دو ایزوتوپ پایدار دارد که عبارت‌اند از ${}^{35}Cl$ و ${}^{37}Cl$. این عنصر ایزوتوپهای ناپایدار دیگر هم‌دارد که درواکنشهای هسته‌ای به‌طورمصنوعی تولید می‌شوند، وایزوتوپهای رادیواکتیو (یا رادیوایزوتوپ) کلر نامیده می‌شوند.

اغلب برای سهولت، تعدادی نوکلید با N یکسان و Z متفاوت را ایزوتون می‌گویند. ایزوتونهای پایدار با $N=1$ عبارت‌اند از ${}^{2}H$ و ${}^{3}He$. نوکلیدهایی کـه عدد جرمی

یکسان داشته باشند، ایزوبار نامیده می‌شوند. مثلا، نوکلید پایدار ^3He و نوکلید رادیواکتیو ^3H را ایزوبار می‌دانیم، زیرا در هردوی آنها $A=3$ است.

۳.۱ خواص هسته‌ای

پس از شناسایی هر نوکلید، برای اندازه‌گیری خواص آن می‌توان اقدام کرد. منظور از خواص (که بعداً درهمین کتاب مورد بحث قرارمی‌گیرند) خصوصیاتی مانند جرم، شعاع، فراوانی نسبی (برای نوکلیدهای پایدار)، مدهای واپاشی ونیمه‌عمرها (برای نوکلیدهای رادیواکتیو)، مدهای واکنش و سطح مقطعهای واکنش، اسپین، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و **گشتاور چارقطبی** الکتریکی، و حالتهای برانگیختهٔ نوکلید است. تاکنون نوکلیدهای مربوط به ۱۰۸ عدد اتمی مختلف (از ۰ تا ۱۰۷) را شناسایی کرده‌ایم که تعدادکل آنها با احتساب ایزوتوپهای گوناگون از ۱۰۰۰ هم تجاوز می‌کند. با توجه به‌شتابدهنده‌هایی که به منظور تولید و بررسی ایزوتوپهای خیلی دور از ایزوبارهای پایدارشان ساخته شده‌اند، تعداد نوکلیدهای جدیدی‌که به‌دقت مطالعه شده‌اند هرروز درحال افزایش‌است. نمودار نوکلیدهای پایدار و نوکلیدهای رادیواکتیو شناخته شده را درشکل ۱.۱ نشان داده‌ایم. چنانکه می‌توان انتظار داشت، گردآوری خواص اندازه‌گیری شدهٔ این همه



شکل ۱.۱ هسته‌های پایدار درناحیهٔ سایه‌دار پررنگ، وهسته‌های رادیواکتیو درناحیهٔ سایه‌دار کمرنگ قراردارند.

نوکلید، کاری بس عظیم‌است. ازطرف دیگر، بازیابی واستفاده ازاین اطلاعات هم به‌همان اندازه مهم است. برای نمونه، جهت تعیین بهترین مقدار تجربی مربوط به‌مدهای واپاشی یك ایزوتوپ یا اسپین وگشتاور مغناطیسی ایزوتوپ دیگر، چه‌کار باید بکنیم؟

متخصصان فیزیك هسته‌ای عموماً نتایج تحقیقاتشان را در مجلات تخصصی منتشر می‌کنند. بدین‌سان، پژوهشگران آزمایشگاههای دور از هم از فعالیتهای یکدیگر آگاه می‌شوند و با هم تبادل‌نظر می‌کنند. بعضی ازاین مجلات را دراینجا نام می‌بریم:

Physical Review, Section C (*Phys. Rev. C*), *Physical Review Letters* (*Phys. Rev. Lett.*), *Physical Letters*, Section B (*Phys. Lett. B*), *Nuclear Physics*, Section A (*Nucl. Phys. A*), *Zeitschrift für Physik*, Section A (*Z. Phys. A*), *Journal of Physics*, Section G (*J. Phys. G*).

این مجلات عموماً ماهانه هستند، وبا خواندن آنها (یا با مروری به‌فهرست مطالب آنها) می‌توان نتایج کار پژوهشگران مختلف را مورد توجه قرار داد. کتابخانهٔ بسیاری از دانشگاهها ودانشکده‌ها این مجلات را دریافت ونگهداری می‌کنند. مطالعهٔ فیزیك‌هسته‌ای، اغلب مستلزم مراجعه به‌مجموعه‌ای از نشریات ومقالات تحقیقی روز است.

متأسفانه، مراجعه به مجلات روز معمولا کمکی به‌یافتن اطلاعات خاصی‌که در پی آن هستیم نمی‌کند، مگراینکه به‌طور تصادفی به موضوع و مقالهٔ مورد نظر برخوردکنیم. به‌همین دلیل، اطلاعات فیزیك هسته‌ای را درمنابع جداگانه‌ای گردآوری‌کرده‌اندکه در آنها می‌توان خلاصهٔ خواص هسته‌ای و نشانی مآخذ و مقالات دست اول را پیدا کرد. خلاصه‌ای از خواص نوکلیدهای شناخته شده را می‌توان درکتاب یك جلدی زیر یافت:

Table of Isotopes, edited by M. Lederer and V. Shirley (New York, Wiley, 1978)

هرکسی که بخواهد در رشتهٔ فیزیك هسته‌ای کارکند، باید نسخه‌ای از این‌کتاب را در اختیار داشته باشد. اطلاعات هسته‌ای روزآمدتر را می‌توان درمرجع زیر یافت:

Nuclear Data Sheets

که نه‌تنها مجموعهٔ روزآمد اطلاعات مربوط به هر دسته از ایزوبارها را به طور مرتب منتشر می‌کند، بلکه خلاصهٔ تمام مقالات منتشرشده در هرسال را به‌صورت رده‌بندی شده برحسب نوکلیدها به‌دست می‌دهد. این اطلاعات هم به صورت مجله منتشرمی‌شود و در بسیاری ازکتابخانه‌ها وجود دارد. بنابراین، جستجو و پیگیری مطالب جدیدی‌که درمورد یك نوکلید معین منتشرشده است، کار چندان دشواری نیست.

دو مرجع مروری دیگررا هم در زیرنام می‌بریم:

Atomic Data and Nuclear Data Tables

اطلاعات هسته‌ای (مثلا مربوط به‌آهنگ‌گذار بتا یا گاما، یا انرژی شکافت) به صورتی مرتب دراین مجموعه گردآوری و منتشرمی‌شود، و دیگر

Annual Review of Nuclear and Particle Science

(که قبلا با عنوان *Annual Review of Nuclear Science* منتشر می‌شد). در این کتاب، هر ساله مجموعه‌ای از مقالات مروری دربارهٔ موضوعات جاری فیزیک هسته‌ای و فیزیک ذرات منتشر می‌شود.

۴.۱ یکاها و مرتبه‌های بزرگی

در فیزیک هسته‌ای، با طولهایی از مرتبهٔ 10^{-15}m سروکار داریم که آن را فمتومتر می‌نامیم ($1\ \text{fm} = 1 \times 10^{-15}\text{m}$). این یکا را درمحاورات یک فرمی می‌گویند که این نام هم به افتخار انریکوفرمی، دانشمند ایتالیایی ـ امریکایی و یکی از پیشگامان فیزیک هسته‌ای برگزیده شده است. اندازهٔ هسته‌ها در گسترهٔ حدود ۱ fm تا ۷ fm (از یک نوکلئون منفرد تا سنگین‌ترین هسته) قراردارد.

گسترهٔ زمانی پدیده‌های هسته‌ای بسیار وسیع است. بعضی ازهسته‌ها نظیر ^{5}He یا ^{8}Be در مدت زمانی از مرتبهٔ 10^{-20} s تجزیه و درهم شکسته می‌شوند. بسیاری از واکنشهای هسته‌ای درهمین مقیاس زمانی تحقق می‌یابند. این زمان به تقریب همان طول مدتی است که هسته‌های فعال در واکنش، متقابلا در برد نیروی هسته‌ای همدیگر قرار می‌گیرند. طول‌عمرواپاشیهای الکترومغناطیسی (γ) عموماً ازمرتبهٔ 10^{-9} s (نانوثانیه، ns) تا 10^{-12} s (پیکوثانیه، ps) است. اما بسیاری از واپاشیهای دیگر در مدت زمانهایی طولانی‌تر یا کوتاه‌تر اتفاق می‌افتند. واپاشیهای آلفازا و بتازا (α و β) در زمانهای به مراتب طولانی‌تر، اغلب از مرتبهٔ دقیقه و ساعت و گاهی هم از مرتبهٔ هزاران یا حتی میلیونها سال، صورت می‌گیرند.

انرژیهای هسته‌ای را به آسانی می‌توان برحسب میلیون الکترون ولت (MeV) اندازه‌گیری کرد. یکای الکترون ولت که برابر $1\ \text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J است، عبارت است از انرژی کسب شده توسط یک واحد منفرد بار الکتریکی (یک الکترون) هنگامی‌که دراختلاف پتانسیل یک ولتی شتاب گرفته‌باشد. انرژی واپاشیهای بتازا و گامازا نوعاً در گسترهٔ ۱ MeV است، و واکنشهای هسته‌ای‌کم ـ انرژی درانرژی جنبشی حدود ۱۰ MeV رخ می‌دهند. این انرژیها به مراتب کمتر از انرژیهای سکون هسته‌هاست، و بنابراین برای تکانه وانرژی نوکلئونها بدون هیچ اشکالی می‌توان از فرمولهای نانسبیتی استفاده‌کرد، اما الکترونهای ناشی از واپاشی بتازا را باید به‌طور نسبیتی مورد بررسی قرارداد.

جرمهای هسته‌ای را برحسب یکای جدید جرم اتمی، u، بیان می‌کنیم. این یکا چنان تعریف می‌شود که جرم یک اتم ^{12}C دقیقاً برابر ۱۲ u است. بدین ترتیب، جرم هر نوکلئون در حدود ۱ u می‌شود. در تحلیل واکنشها و واپاشیهای هسته‌ای، به طورکلی ترجیح می‌دهیم که با انرژیهای معادل جرم سروکار داشته باشیم تا با خود جرم. ضریب تبدیل بین جرم و انرژی به صورت $1\ \text{u} = 931{,}502\ \text{MeV}$ است، ازاین‌رو انرژی معادل جرم هرنوکلئون درحدود ۱۰۰۰ MeV است. البته تبدیل جرم به‌انرژی با استفاده

ازمعادلهٔاساسی نسبیت خاص، $E = mc^2$، صورت می‌گیرد و بنابراین درمحاسبات آزادی عمل داریم که هر یك ازکمیتهای جرم یا انرژی راکه برای ما آسانتراست به‌کار ببریم، و ضریب تبدیل این عملیات به‌صورت $c^2 = ۹۳۱٫۵۰۲ \text{ MeV/u}$ است.

مراجع مطالعات تکمیلی

برای توضیحات ومحاسبات مشابه آنچه دراین‌کتاب می‌بینید، می‌توانید به‌کتابهای درسی فیزیك هسته‌ای زیررجوع کنید. سطح کتابهایی که به صورت مبانی تهیه شده‌اند تقریباً در سطح همین‌کتاب است. کتابهای سطح بالاترغالباً برای دوره‌های پیشرفته‌تر فیزیك هسته‌ای درنظر گرفته شده‌اند. هیچ کوششی برای تهیهٔ فهرستی جامع ازمراجع به‌عمل نیامده است، بلکه فهرست زیرحاوی کتابهایی‌است که مؤلف درتهیهٔ این‌کتاب از آنها استفاده کرده‌است.

بیشتر این کتابهای درسی «کلاسیك» حالا دیگرکهنه شده‌اند، ولی هنوز هم مطالب مفیدی را می‌توان درآنها یافت که چشم‌اندازی تاریخی برای خواننده فراهم می‌کنند:

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955), این‌کتاب برای مدت ۲۰ سال، از زمان دانشجویی مؤلف تاکنون، پرمصرف‌ترین کتاب درکتابخانهٔ شخصی‌اش بوده است. شیرازهٔ آن ازهم گسیخته است، ولی وضوح وکمال آن همچنان پابرجاست.

David Halliday, *Introductory Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1955),

I. Kaplan, *Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1955).

کتابهای درسی‌مقدماتی‌که می‌توانند مکمل این‌کتاب محسوب شوند، عبارت‌اند از:

W. E. Burcham, *Nuclear Physics: An Introduction* (London: Longman, 1973),

B. L. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1971), ترجمهٔ فارسی ایـن‌کتاب تحت عنوان مفاهیم فیزیك هسته‌ای درسال ۱۳۷۰ توسط مرکز نشردانشگاهی منتشرشده است.ـو.

Harald A. Enge, *Introduction to Nuclear Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1966),

Robert A. Howard, *Nuclear Physics* (Belmont, CA: Wadsworth, 1963),

Walter E. Meyerhof, *Elements of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1967),

دو ترجمهٔ فارسی از ایـن‌کتاب تحت عنوان مبانی فیزیك هسته‌ای، اولی درسال ۱۳۵۷ توسط دانشگاه تهران و دومی درسال ۱۳۶۷ توسط دانشگاه مشهد منتشرشده است.ـو.

Haro Von Buttlar, *Nuclear Physics: An Introduction* (New York: Academic Press, 1968).

کتابهای درسی میانه‌ای که مطالب همین کتاب را با استفادهٔ بیشتر از مکانیک کوانتومی مطرح کرده‌اند، عبارت‌اند از:

M. G. Bowler, *Nuclear Physics* (Oxford: Pergamon, 1973),

Emilio Segré, *Nuclei and Particles* (Reading, MA: W. A. Benjamin, 1977).

کتابهای درسی پیشرفته که عمدتاً برای دوره‌های کارشناسی ارشد در نظر گرفته شده‌اند، ولی خیلی از مطالب در آنها به‌صورت پایه مطرح شده است، عبارت‌اند از:

Hans Frauenfelder and Ernest M. Henley, *Subatomic Physics* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall 1974),

ترجمهٔ فارسی این کتاب تحت عنوان فیزیک زیراتمی، توسط مرکز نشر دانشگاهی در دست انتشار است.ـو.

M. A. Preston, *Physics of the Nucleus* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1962).

آثار پیشرفته‌تری که بیشتر جنبهٔ تک‌نگاری دارند تا کتاب درسی، عبارت‌اند از:

John M. Blatt, and Victor F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1952),

A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (New York: W. A. Benjamin, 1969),

A. deShalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley, 1974).

۲

مبانی مکانیک کوانتومی

رفتار نوکلئونهای درون هسته، شباهتی به‌رفتار ذرات کلاسیک و برخورد گلوله‌های بیلیارد ندارد. خواص هسته را رفتار موجی نوکلئونها تعیین می‌کند، و تحلیل ایـن رفتار مستلزم کاربرد تکنیکهای ریاضی مکانیک کوانتومی است.

بـا توجه به‌آزمایشهای مختلف پراکندگی، می‌دانیم نوکلئونها بـا انرژی جنبشی حدود ۱۰ MeV در داخل هسته در حرکت‌اند. این انرژی در مقایسه بـا انرژی سکون نوکلئونها (که در حدود ۱۰۰۰ MeV است) اندك است، و بنابراین با اطمینان خاطر می‌توانیم از مکانیک کوانتومی نانسبیتی استفاده کنیم.

بحث کامل مکانیک کوانتومی، مستلزم یك کتاب درسی بزرگتراز این کتاب خواهد بود. دراین فصل، بعضی از مهمترین مفاهیمی راکه بعدها دراین کتاب بدانها نیاز خواهیم داشت به‌طورخلاصه معرفی می‌کنیم. فرض ما دراینجا این است که دانشجوی خوانندهٔ این کتاب مفاهیم فیزیك جدید را آموخته است، و با برخی از آزمایشهایی که به‌کمك مفاهیم فیزیك کلاسیك قابل درك نیست آشنایی دارد. ازجملهٔ این آزمایشها می‌توان تابش گرمایی (جسم سیاه)، پراکندگی کامپتون، واثرفوتوالکتریك را نام برد. در پایان، فهرستی ازچند کتاب درسی فیزیك جـدید را برای مرور آورده‌ایم. در ایـن فهرست چندکتاب فیزیك کوانتومی پیشرفته نیزدیده می‌شود، که در آنها بحث کاملتری از مطالب خلاصه‌شده دراین فصل را می‌توان یافت.

۱.۲ رفتارکوانتومی

مکانیك کوانتومی یك صورتبندی ریاضی است که به‌کمك آن می‌توان رفتارموجی ذرات را تعیین کرد. هیچ دلیل پیشینی (یا استقرایی) وجود ندارد که لزوم چنین رفتاری‌را نشان دهد، بلکه‌این‌استنباط ازمقایسهٔ خواص ذرات با رفتارکوانتومی نورحاصل‌شده‌است. پیش از سال ۱۹۰۰ نور را عموماً پدیده‌ای موجی می‌دانستند، اما کار تحقیقی پلانك در سال ۱۹۰۰(درتحلیل تابش جسم سیاه) و اینشتین درسال ۱۹۰۵ (درتحلیل اثرفوتوالکتریك) ضرورت این‌امررا نشان‌دادکه انتقال انرژی نور را نه به صورت جریانی آرام و پیوسته، چنانکه در مورد موج دیده می‌شود، بلکه به صورت بسته‌های متمرکزی از «کوانتومها» و یا «ذرات نور» باید درنظر گرفت.

قیاس بین ماده ونور را دوبروی درسال ۱۹۲۴، با توجه به‌کارهای قبلی اینشتین و کامپتون، شروع کرد. بحث دوبروی به‌این صورت مطرح شدکه اگرنورکه عموماً پدیده‌ای موجی تصور می‌شود خصوصیات ذره‌ای هم داشته باشد، چرا ماده هم که عموماً آن را متشکل از ذرات می‌دانیم نباید از خواص موجی برخوردار شود؟ در ادامهٔ همین قیاس، دوبروی فرض کردکه به هر «ذره»ای‌که باتکانهٔ p درحرکت است، «موجی» به‌طول موج $\lambda = h/p$ وابسته است که در آن h ثابت پلانك است. طول موجی را که به این ترتیب تعریف می‌شود، طول موج دوبروی می گویند. تأیید تجربی فرضیهٔ دوبروی بزودی درسال ۱۹۲۷ درآزمایشهای تامسون و دیویسون ـ گرمر ظاهرشد. این پژوهشگران نشان دادندکه الکترونها (که معمولا به‌عنوان ذره تلقی می‌شوند) درست مثل موجهای با طول موج دوبروی پراشیده می‌شوند.

نظریهٔ دوبروی اگرچه در این موارد موفق بود، ولی به چند دلیل ناقص وغیرقابل استفاده است. نخست اینکه، ما به ندرت به‌ذراتی با تکانهٔ ثابت برخورد می‌کنیم: هنگامی که تکانهٔ یك ذره دراثراعمال نیروی خارجی تغییر می‌کند، طول موج آن هم باید تغییر کند، اما رابطهٔ دوبروی فاقد توانایی لازم برای محاسبهٔ رفتار دینامیکی امواج است. برای این منظور به‌یك نظریهٔ ریاضی‌کاملتر نیاز داریم‌که درسال ۱۹۲۵ توسط شرودینگر عرضه شد، وما آن را دربخش ۲ این فصل مرور می‌کنیم. ایراد دوم به نظریهٔ دوبروی، مسئلهٔ اتکای‌آن به مفاهیم و اصطلاحات‌کلاسیك است. رفتار «موجی» و «ذره‌ای» متقابلا با هم در تناقض‌اند، اما در رابطهٔ دوبروی از هر دو مفهوم ذرهٔ کلاسیك با تکانهٔ کاملا مشخص وموج کلاسیك باطول موج کاملا مشخص استفاده شده است. ذرهٔ کلاسیك در فضا مکانی معین دارد. اما، بنابرنظر دوبروی، اکنون می‌خواهیم این ذرهٔ جاگزیده را با موج خالصی نشان دهیم که درتمام فضا گسترده است و ابتدا و انتهایی ندارد، یعنی «موضعی» برای آن نمی‌توان قائل شد.

حل این معضل، مستلزم این است‌که در قلمرو فیزیك‌کلاسیك از مفهوم‌کلاسیکی «ذره» دست بکشیم. اندازهٔ یك ذرهٔ کلاسیکی درتمام آزمایشهایی که می‌توان انجام داد یکسان است، اما «اندازهٔ» یك ذرهٔ کوانتومی بسته به آزمایشی‌که انجام می‌دهیم متفاوت

است. فیزیك کوانتومی ما را مجبور می‌کندکه از واقعیت عینی مفهومی مـانند «اندازه» دست بکشیم، و به جای آن یك تعریف عملیاتی را که بستگی به آزمایش در دست اجرا دارد بنشانیم. ازاین‌رو، ذره‌ای مانند الکترون می‌تواند دریك آزمایش با یك اندازهٔ معین و درآزمایشی دیگر با اندازه‌ای کاملا متفاوت ظاهرشود. تنها ازطریق همین ادغام سیستم مشاهـده‌کننده و جسم تحت مشاهده است کـه در فیزیك کوانتومی می‌توانیم مشاهـده و اندازه‌گیری را تعریف کنیم. بدین ترتیب، هر ذره را باید در ناحیه‌ای ازفضا به‌ابعاد Δx جایگزیده تصورکرد. دستیابی به‌ذره دراین ناحیه محتمل و درنواحی دیگرنامحتمل است. بعد Δx مربوط به‌ناحیهٔ حضور الکترون را نوع آزمایشی‌که انجام می‌دهیم تعیین می‌کند: Δx ممکن است برابر با طول قطعه سیمی باشدکه با استفاده ازآن رسانش الکتریکی در جامدات تحت بررسی است، یا درمطالعهٔ فیزیك اتمی برابربا قطر یك اتم منفرد باشد، و یا هنگامی‌که واپاشی بتازا را بررسی می‌کنیم برابر با قطرهسته باشد. موج مشخصهٔ ذره، درناحیهٔ Δx دامنه‌ای بزرگ ودرنواحی دیگردامنه‌ای‌کوچك دارد. موج دوبروی منفردی که مؤلفه تکانهٔ خاصی مانند p_x داشته باشد، در تمام نواحی فضا دامنه‌ای بزرگ خواهد داشت. بدین‌ترتیب، یك تکانه (باطول‌موج) خاص همیشه متناظر بذره‌ای‌کاملا جانا گزیده (یا ذره‌ای با موضع نامشخص) است. برای آنکه ذره موضع فضایی مشخص داشته باشد، لازم‌است‌که طول موجهای دیگری راکه متناظر به‌تکانه‌های دیگر p_x می‌شود بدان بیفزاییم تاازبرهم‌نهی آنها موج برایندی به‌دست آیدکه درخارج ازناحیهٔ Δx دامنه‌ای ناچیزداشته بـاشد. شناخت بیشتر Δx بـه قیمت شناخت کمتر p_x حاصل می‌شود. تلاش در محصور نگه‌داشتن ذره در نـاحیهٔ Δx، دقت در اندازه‌گیری p_x را از بیـن می‌برد و گستره‌ای از مقادیر Δp_x به‌وجود می‌آورد. اگربخواهیم به‌طور همزمان مقادیر x و p_x راتعیین‌کنیم، درهریك ازآنها به‌ترتیب به‌اندازهٔ Δx و Δp_x عدم قطعیت خواهیم داشت‌که رابطهٔ عدم قطعیت هایزنبرگ ارتباط بین آنها را نشان می‌دهد

$$\Delta x\,\Delta p_x \geqslant \frac{\hbar}{۲} \qquad (۱.۲)$$

برای مؤلفه‌های y و z هـم روابط مشابهی وجود دارد. نماد $\hbar$ کـه «h تیره» خوانده می‌شود، برابراست بـا $h/۲\pi$ که درآن h ثابت پلانك است. واژهٔ کلیدی دراین بحث همان‌کلمهٔ «همزمان» است. اگـر بخواهیم ازشناسایی همزمان تکانهٔ ذره صرفنظرکنیم، در عمل می‌توانیم با هرعدم قطعیت کوچکی (مثلا $\Delta x = ۰$) مقدار x را اندازه‌گیری‌کنیم. البته پس از این اندازه‌گیری، اگربخواهیم می‌توانیم به‌اندازه‌گیری دقیقی ازمقدار جدید تکانه (حتی با $\Delta p_x = ۰$) دست بزنیم، که این اندازه‌گیری به‌طور همزمان شناخت دقیق قبلی را دربارهٔ موضع ذره از بین خواهد برد.

ما ذره را به‌کمك مجموعه‌ای از امواج به‌نام «بسته‌موج» که گستره‌ای از تکانه‌های حول مقدار p_x را با عدم قطعیت Δp_x شامل می‌شود و فقط درناحیهٔ Δx حول x دامنهٔ

معقول و بزرگ دارد، توصیف می‌کنیم. جایگزینی (یاموضع‌گیری) ذره در فضا در ناحیه‌ای است که با بسته‌موج آن مشخص می‌شود. بسته‌موج، تمام اطلاعات موجود در مورد ذره را به‌دست‌می‌دهد. هروقت که اصطلاح «ذره» را به‌کار می‌بریم، منظورمان همان «بسته‌موج» است. هرچند که اغلب از الکترونها و نوکلئونها چنان حرف می‌زنیم که گویی وجود مستقلی دارند، ولی حقیقت این است که شناخت این ذرات به‌رابطهٔ عدم قطعیت حاکم بر اطلاعات حاصل از بسته‌موجی که وضعیت موردنظر را توصیف می‌کند، محدود می‌شود.

این بحث عدم قطعیت دربارهٔ انواع دیگر اندازه‌گیریها هم صادق است. در یک سیستم، رابطهٔ بین انرژی E و بسامد موج دوبروی ν، به صورت $E=h\nu$ است. برای تعیین دقیق E، لازم است که مشاهدهٔ سیستم را در مدت زمانی بسیار طولانی Δt انجام دهیم تا بتوانیم ν را با دقت کافی به دست آوریم. رابطهٔ عدم قطعیت در این حالت به‌صورت زیراست

$$\Delta E\,\Delta t \geqslant \frac{\hbar}{2} \qquad (۲.۲)$$

سومین رابطهٔ عدم قطعیت، مربوط به تکانهٔ زاویه‌ای است. در فیزیک کلاسیک می‌توانیم هر سه مؤلفهٔ بردار تکانهٔ زاویه‌ای $\mathbf{l}$ را به صورت l_x، l_y، و l_z تعیین کنیم. در مکانیک کوانتومی، هنگامی که می‌خواهیم شناخت بهتری از یک مؤلفه به‌دست آوریم، این امر به بهای کم شدن اطلاعات ما از دو مؤلفهٔ دیگر تمام می‌شود. فرض کنید که می‌خواهیم مؤلفهٔ z تکانهٔ زاویه‌ای را اندازه بگیریم، و فرض کنید که موضع تصویر $\mathbf{l}$ را در صفحهٔ xy با زاویهٔ سمتی ϕ مشخص کرده‌ایم. دراین صورت داریم

$$\Delta l_z\,\Delta\phi \geqslant \frac{\hbar}{2} \qquad (۳.۲)$$

اگر l_z را به‌طور کاملا دقیق بدانیم، دیگر دربارهٔ ϕ هیچ اطلاعی نخواهیم داشت. می‌توانیم $\mathbf{l}$ را در حرکت تقدیمی یا دوران حول محور z در نظر بگیریم، به‌طوری که مقدار l_z ثابت باشد ولی مؤلفه‌های l_x و l_y تمام مقادیر ممکن را اختیار کنند، در این صورت ϕ کاملا نامشخص خواهد شد.

۲.۲ اصول مکانیک کوانتومی

خصوصیات ریاضی مکانیک کوانتومی نانسبیتی ازحل معادلهٔ شرودینگر به دست می‌آید. معادلهٔ مستقل از زمان و یک‌بعدی شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m و با انرژی پتانسیل $V(x)$ به‌صورت زیراست

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \qquad (۴.۲)$$

که درآن $\psi(x)$ تابع موج شرودینگر است. تابع موج درواقع توصیف ریاضی بسته‌موج است. به‌طور کلی، این معادله فقط به‌ازای مقادیرمعینی از انرژی E قابل حل است. این مقادیر که معمولا ازکاربرد شرایط‌مرزی برای تابع $\psi(x)$ حاصل‌می‌شوند، ویژه‌مقدارهای انرژی نامیده می‌شوند. جواب کامل معادله، با در نظر گرفتن وابستگی زمانی، به صورت زیر است

$$\Psi(x, t)=\psi(x)e^{-i\omega t} \qquad (۵.۲)$$

که درآن $\omega=E/\hbar$ است.

یکی ازشرایط مهمی که برای تابع موج ψ درنظرمی‌گیرند، این است که ψ ومشتق اول آن $d\psi/dx$ باید روی هر مرزی پیوسته بمانند. در واقع، در مورد امواج کلاسیك نیزهمین شرط برقرار است. درهرجایی که مرزی بین دومحیط وجود داشته باشد، مثلا در $x=a$، باید روابط زیر برقرار شوند

$$\lim_{\varepsilon\to 0}[\psi(a+\varepsilon)-\psi(a-\varepsilon)]=0 \qquad (۶.۲\ \text{الف})$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x=a+\varepsilon}-\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x=a-\varepsilon}\right]=0 \qquad (۶.۲\ \text{ب})$$

در حالت خاصی که تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ ناپیوستگی (یا انفصال) بینهایت داشته باشد، احتراز ازشرط (۶.۲ب) مجازاست. اما، شرط(۶.۲ الف) همیشه باید برقرارشود.

شرط دیگری که از تعبیر چگالی احتمال ناشی می‌شود و ذیلا به‌شرح آن می‌پردازیم، این است که تابع ψ باید متناهی‌بماند. هرجوابی ازمعادلهٔ شرودینگر که‌درآن ψ نامتناهی شود بایدکنار گذاشته شود.

بـا شناخت تابع موج $\Psi(x, t)$ بـرای یك سیستم، می‌توانیم بسیاری از خواص سیستم را محاسبه‌کنیم. برای نمونه، احتمال حضور ذره (یا بسته‌موج) در فاصلهٔ بین x و $x+dx$ عبارت است از

$$P(x)\,dx=\Psi^*(x, t)\Psi(x, t)\,dx \qquad (۷.۲)$$

که درآن Ψ^* مزدوج مختلط Ψ است. کمیت $\Psi^*\Psi$ را چگالی احتمال می‌نامند. احتمال حضور ذره درمحدودهٔ بین x_1 و x_2 ازحاصل‌جمع یا انتگرال همهٔاین احتمالهای بینهایت کوچك به‌دست می‌آید

$$P=\int_{x_1}^{x_2}\Psi^*\Psi\,dx \qquad (۸.۲)$$

احتمال کل حضور ذره باید برابر ۱ شود

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \Psi \, dx = ۱ \qquad (۹.۲)$$

این شرط را شرط بهنجارش می‌گویند، که در عمل وسیله‌ای برای تعیین ضرایب ثابت در تابع موج Ψ است. هر تابع موج فیزیکی را باید به‌طریقی مقتضی بهنجار کرد.

در این سیستم کوانتوم ـ مکانیکی، مقدار هر تابعی از x مانند $f(x)$ را می‌توان به‌شرح زیر تعیین کرد. مقادیر اندازه‌گرفتنی $f(x)$ به‌کمک چگالی احتمال به‌دست می‌آید، ومقدار میانگین $f(x)$ با تعیین سهم هر تابع درمقدار میانگین محاسبه می‌شود

$$\langle f \rangle = \int \Psi^* f \Psi \, dx \qquad (۱۰.۲)$$

مقادیر میانگینی را که بدین طریق محاسبه می‌شوند، مقادیر انتظاری کوانتوم ـ مکانیکی می‌گویند.

در تعبیر این مقادیر انتظاری باید کمی مواظب باشیم و سنجیده عمل کنیم. مکانیک کوانتومی با نتایج آماری سروکار دارد، و بسیاری ازمحاسبات ما در واقع میانگینهای آماری هستند. اگر تعداد زیادی سیستم یکسان دراختیار داشته باشیم و $f(x)$ را برای هریك از آنها اندازه‌گیری کنیم، مقدارمیانگین این اندازه‌گیریها همان $\langle f \rangle$ خواهد شد. یکی از جنبه‌های ناخوشایند نظریهٔ کوانتومی، ناتوانی آن در پیش‌بینی قطعی نتیجهٔ یك آزمایش است؛ تمام آنچه دراین نظریه می‌توانیم پیش‌بینی کنیم این است که میانگین آماری تعداد زیادی از اندازه‌گیریها را به‌دست آوریم.

اغلب لازم می‌شود که مقدار میانگین کمیتهایی را تعیین کنیم که تابع ساده‌ای از x نیستند. برای نمونه، چگونه می‌توان مقدار $\langle p_x \rangle$ را محاسبه کرد؟ چون p_x تابعی از x نیست، ما نمی‌توانیم معادلهٔ(۱۰.۲) را درمحاسبهٔ آن به‌کار ببریم. حل این مشکل به‌کمك ریاضیات نظریهٔ کوانتومی میسرمی‌شود. دراین روش ریاضی، متناظر با هرمتغیر کلاسیکی یك عملگر کوانتوم مکانیکی وجود دارد. عملگرریاضی، در واقع، نمادی است که ما را به‌اجرای یك عمل ریاضی نظیر exp یا sin یا d/dx رهبری می‌کند. بنابرقرارداد، می‌پذیریم که عملگرفقط روی متغیر یا تابعی عمل می‌کند که بلافاصله درسمت راست آن قرار دارد. البته وقتی‌که توابع را دسته‌بندی می‌کنیم و درون پرانتز می‌آوریم، مشخصاً می‌خواهیم که عملگرروی همهٔ آنها عمل کند. این قرارداد بدان معنی است که یادآوری شکل معادلهٔ (۱۰.۲) اهمیت زیادی دارد: در اینجا، عملگر f بین تابعهای Ψ^* و Ψ «ساندویچ شده‌است» وفقط روی تابع Ψ عمل می‌کند. ازمیان عملگرهای مکانیك کوانتومی، عملگر تکانه $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$ و عملگرانرژی $E = i\hbar\partial/\partial t$ بیشتراز بقیه کاربرد دارند. توجه کنیدکه نخستین قسمت اولین جمله در سمت چپ معادلهٔ شرودینگر (۴.۲) فقط $p_x^2/2m$ است که می‌توان آن را عملگر انرژی جنبشی درنظر گرفت. همچنین به‌این نکته توجه کنیدکه از تأثیر عملگر E بر $\Psi(x, t)$ درمعادلهٔ (۵.۲)، حاصلضرب عدد E در $\Psi(x, t)$ به‌دست می‌آید.

اکنون می‌توانیم مقدار انتظاری مؤلفهٔ x تکانه را به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$\langle p_x \rangle = \int \Psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi \, dx$$

$$= -i\hbar \int \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} \, dx \qquad (۱۱.۲)$$

یکی‌از ویژگیهای بسیارمهم محاسبات بالا این است‌که وقتی مزدوج مختلط Ψ را از معادلهٔ (۵.۲) به‌دست می‌آوریم، عامل وابسته به زمان به صورت $e^{+i\omega t}$ درمی‌آید، و بدین‌سان وابستگی زمانی ازتمامی معادلات (۷.۲) تا (۱۱.۲) حذف می‌شود. هیچیك از خواص قابل مشاهدهٔ سیستم وابستگی زمانی ندارد. این شرایط را به‌دلایلی آشکارحالتهای مانا می‌نامند. سیستمی‌که در حالت مانا باشد، برای تمام زمانها در همان حالت می‌ماند و تمام متغیرهـای دینامیکی آن ثابتهای حرکت به شمار می‌روند. البته چنین حالتی جنبـهٔ ایده‌آلی‌وتخیلی دارد، زیرا هیچ سیستمی برای همیشه باقی نمی‌ماند. امابسیاری ازسیستمها را می‌توان در حالتهایی در نظرگرفت‌که تقریباً مانا هستند. از همین نظراست‌که می‌توانیم ازگذار اتم از یك حالت برانگیختهٔ «مانا» به‌حالت «مانا»ی دیگرسخن بگوییم.

همراه باهرتابع‌موج Ψ مفهوم چگالی جریان ذره را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \right) \qquad (۱۲.۲)$$

این‌کمیت با مفهوم جریان الکتریکی قابل مقایسه است، که با استفاده از آن تعداد ذرات گذرنده از هرنقطهٔ x در هرثانیه مشخص می‌شود.

شکل معادلهٔ شرودینگر درحالت سه‌بعدی، بستگی به‌دستگاه مختصاتی داردکه برای بررسی مسئله انتخاب می‌شود. در دستگاه مختصات دکارتی، انـرژی پتانسیل تابعـی از (x, y, z) است ومعادلهٔ شرودینگرچنین می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)+V(x, y, z)\psi(x, y, z)=E\psi(x, y, z) \qquad (۱۳.۲)$$

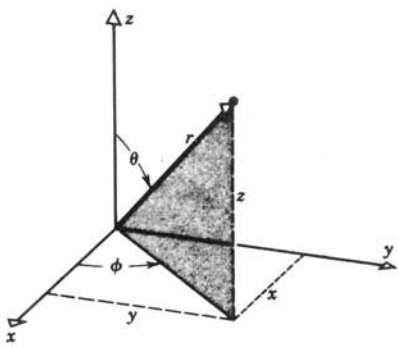
جواب کامل وابسته به‌زمان دراین حالت به‌صورت زیراست

$$\Psi(x, y, z, t)=\psi(x, y, z)e^{-i\omega t} \qquad (۱۴.۲)$$

چگالی احتمال $\Psi^*\Psi$ در این مورد هم احتمال وجود در واحد حجم را به دست می‌دهد. احتمال حضور ذره درجزء حجم $dv = dx\,dy\,dz$ درنقطهٔ (x, y, z) عبارت است از

$$P\,dv = \Psi^*\Psi\,dv \qquad (۱۵.۲)$$

برای تعیین احتمال وجودکل در حجم V باید بـه کمك انتگرال سه‌گانه روی متغیرهای



شکل ۱۰۲ دستگاه مختصات قطبی کروی و ارتباط آن با دستگاه دکارتی.

x، y، و z انتگرال‌گیری کرد. همهٔ آن خواصی راکه در بالا برای سیستم یك‌بعدی بیان کردیم، به‌آسانی می‌توان برای سیستم سه‌بعدی تعمیم داد.

چون هسته‌ها تقریباً کروی شکل‌اند، دستگاه مختصات دکارتی مناسب‌ترین دستگاه برای بررسی آنها نیست. به جای مختصات دکارتی، بهتراست از دستگاه مختصات قطبی کروی مطابق شکل ۱۰۲ استفاده کنیم. معادلهٔ شرودینگر در این دستگاه بـه صورت زیر نوشته می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}\right]$$

$$+V(r,\theta,\phi)\psi(r,\theta,\phi)=E\psi(r,\theta,\phi) \quad (16.2)$$

تمام مطالب قبلی در این مورد هـم صادق است. جزء حجم در این حالت به صورت زیر درمی‌آید

$$dv=r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi \quad (17.2)$$

کاربرد اصول فوق‌الذکر را در دو بخش بعدی تشریح خواهیم‌کرد. نخست مسائل سادهٔ یك‌بعدی ریاضی را بررسی می‌کنیم، وسپس مسائل فیزیکی‌تر سه‌بعدی را موردتوجه قرار می‌دهیم.

۳.۲ مسائل یك‌بعدی

ذرهٔ آزاد

در ایـن حالت هیچ نیرویی بر ذره اثر نمی‌کند، و انرژی پتانسیل را درتمام نقاط برابر $V(x)=0$ درنظر می‌گیریم. بنابراین، معادلهٔ (۴.۲) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi \quad (18.2)$$

جواب این معادلهٔ دیفرانسیل را می‌توان چنین نوشت

$$\psi(x)=A'\sin kx+B'\cos kx \qquad (۱۹.۲)$$

شکل معادل این جواب به‌صورت زیر است

$$\psi(x)=Ae^{ikx}+Be^{-ikx} \qquad (۲۰.۲)$$

که در آن $k^2=2mE/\hbar^2$ است و A و B (یا A' و B') مقادیر ثابت‌اند.
تابع موج وابسته به‌زمان چنین می‌شود

$$\Psi(x,t)=Ae^{i(kx-\omega t)}+Be^{-i(kx+\omega t)} \qquad (۲۱.۲)$$

جملهٔ اول این جواب نمایشگر موجی است که درجهت مثبت x در حرکت است، و جملهٔ دوم موج متحرکی را درجهت منفی x نشان می‌دهد. شدت هریك ازاین موجها از مربع دامنه‌هایشان، $|A|^2$ و $|B|^2$، به‌دست می‌آید. چون هیچ شرط مرزی وجود ندارد، هیچ محدودیتی درانرژی ذره E نیست، یعنی تمام مقادیر E درجوابهای معادله صدق می‌کنند. شرط بهنجارش (۹.۲) هم در این مورد قابل استفاده نیست، زیرا انتگرالهای $\sin^2$ یا $\cos^2$ در گسترهٔ از $x=-\infty$ تا $x=+\infty$ همگرا نیستند. به‌جای استفاده ازشرط (۹.۲)، دراین گونه موارد که پتانسیل ثابت است، ازشرایط بهنجارش دیگری بهره گیری می‌کنیم. فرض کنید چشمه‌ای مانند یك شتابدهنده که در $x=-\infty$ قراردارد، در هرثانیه به‌تعداد I ذره با تکانهٔ $p=\hbar k$ درجهت مثبت x گسیل می‌کند. چون ذرات درجهت مثبت x در حرکت‌اند، می‌توانیم B را برابرصفر بگیریم. یعنی، شدت موج مربوط به‌ذراتی که در جهت منفی x حرکت می‌کنند باید برابرصفرشود تا هیچ ذره‌ای درآن جهت در حرکت نباشد. بنابراین، طبق معادلهٔ (۱۲.۲)، جریان ذرات به‌صورت زیر درمی‌آید

$$j=\frac{\hbar k}{m}|A|^2 \qquad (۲۲.۲)$$

که باید با شدت جریان I ذره درثانیه که ازچشمه گسیل می‌شود برابر باشد. بدین‌ترتیب، خواهیم داشت $A=\sqrt{mI/\hbar k}$.

پتانسیل پله‌ای $E>V_0$

دراین حالت پتانسیل به‌صورت زیراست

$$\begin{aligned} V(x)&=0 \qquad x<0 \\ &=V_0 \qquad x>0 \end{aligned} \qquad (۲۳.۲)$$

که در آن $V_0 > 0$ است. در اینجا بخش $x < 0$ را ناحیهٔ ۱ و بخش $x > 0$ را ناحیهٔ ۲ نامگذاری می‌کنیم. در این صورت در ناحیهٔ ۱، معادلهٔ شرودینگر به همان شکل معادلهٔ (۱۸.۲) است و جوابهای ψ_1 از معادلهٔ (۲۰.۲) به‌دست می‌آید که در آن $k = k_1 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ می‌شود. در ناحیهٔ ۲، معادلهٔ شرودینگر چنین می‌شود

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} = -\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_2 \qquad (۲۴.۲)$$

چون $E > V_0$ است، جواب این معادله را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\psi_2 = Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x} \qquad (۲۵.۲)$$

که در آن $k_2 = \sqrt{2m(E-V_0)/\hbar^2}$ است.

با توجه به شرایط مرزی در $x = 0$، از معادلهٔ (۶.۲ الف) به‌دست می‌آید

$$A + B = C + D \qquad (۲۶.۲ \text{ الف})$$

واز معادلهٔ (۶.۲ب) هم حاصل می‌شود

$$k_1(A - B) = k_2(C - D) \qquad (۲۶.۲ \text{ ب})$$

فرض کنید که ذرات از چشمه‌ای مستقر در $x = -\infty$ به‌طرف پله تابیده می‌شوند. در این صورت، جملهٔ A در ψ_1 نمایشگر موج تابشی (یا فرودی) و جملهٔ B در ψ_1 نمایشگر موج بازتابیده است (موج تابشی موجی است که در ناحیهٔ $x < 0$ به‌طرف پله در $x = 0$ حرکت می‌کند، درحالی که موج بازتابیده در همین ناحیه به طرف $x = -\infty$ درحرکت است). جملهٔ C در ψ_2 نمایشگر موج عبوری است (یعنی موجی که از $x = 0$ وارد ناحیهٔ $x > 0$ می‌شود). جملهٔ D در این مسئله نمی‌تواند جایی داشته باشد، زیرا هیچ راهی وجود ندارد که از طریق آن موج ناحیهٔ ۲ به‌طرف مبدأ حرکت کند، و بنابراین با قراردادن $D = 0$ آن را از بین می‌بریم. ازحل معادلات (۲۶.۲ الف‌وب) خواهیم داشت

$$B = A\frac{1 - k_2/k_1}{1 + k_2/k_1} \qquad (۲۷.۲)$$

$$C = A\frac{2}{1 + k_2/k_1} \qquad (۲۸.۲)$$

ضریب بازتاب R را به‌صورت نسبت جریان موج بازتابیده به‌جریان تابشی تعریف می‌کنیم

$$R = \frac{j_{\text{بازتابش}}}{j_{\text{تابش}}} \qquad (۲۹.۲)$$

با استفاده ازمعادلهٔ (۲۲.۲) خواهیم داشت

$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2}=\left(\frac{1-k_2/k_1}{1+k_2/k_1}\right)^2 \qquad (۳۰.۲)$$

به همین ترتیب، ضریب عبور T به صورت نسبت جریان عبوری به جریان تابشی تعریف می‌شود

$$T=\frac{j_{\text{عبور}}}{j_{\text{تابش}}} \qquad (۳۱.۲)$$

که درنتیجه داریم

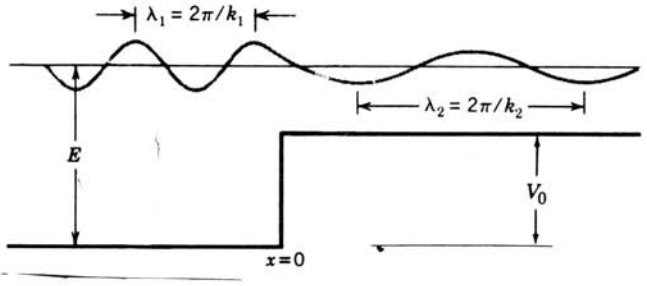
$$T=\frac{k_2|C|^2}{k_1|A|^2}=\frac{4k_2/k_1}{(1+k_2/k_1)^2} \qquad (۳۲.۲)$$

توجه‌کنید، همچنانکه انتظار می‌رود، خواهیم داشت $R+T=1$. نتایج حاصل از این مسئله را درشکل ۲.۲ نشان داده‌ایم.

این مسئله، نمونهٔ ساده‌ای از مسئلهٔ پراکندگی است. در فصل ۴، چگونگی تعمیم این مفاهیم را به‌حالتهای سه‌بعدی نشان می‌دهیم و آن‌را درمسائل پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون به‌کار می‌بریم.

پتانسیل پله‌ای $E<V_0$

در این حالت، پتانسیل همچنان به‌صورت معادلهٔ (۲۳.۲) است، و حل مسئله در ناحیهٔ ۱ ($x<0$) نیز همانند محاسبات قبلی است. اما درناحیهٔ ۲، معادلهٔ شرودینگر چنین می‌شود



شکل ۲.۲ تابع موج یك ذره با انرژی E در رویارویی با پله‌ای به ارتفاع V_0 که درآن $E>V_0$ است. هنگامی‌که ذره از پله عبور می‌کند، طول موج دوبروی از λ_1 به λ_2 تغییر می‌کند، ولی ψ و $d\psi/dx$ هردو در $x=0$ پیوسته‌اند.

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}=\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)\psi_2 \qquad (۳۳.۲)$$

جواب این معادله به‌صورت زیر است

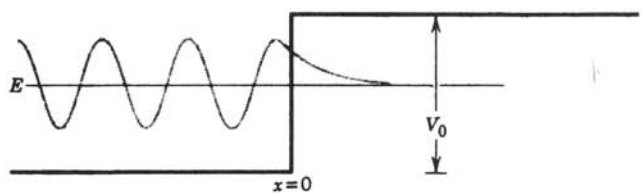
$$\psi_2=Ce^{k_2x}+De^{-k_2x} \qquad (۳۴.۲)$$

که در آن $k_2=\sqrt{2m(V_0-E)/\hbar^2}$ است. توجه کنیدکـه برای حالتهایی که پتانسیل ثابت داشته باشند، جوابها یا به‌صورت نوسانی نظیرمعادلات (۱۹.۲ و ۲۰) هستندکه در شرایط $E>V_0$ حاصل می‌شوند، یا به‌صورت نمایی نظیرمعادلهٔ (۳۴.۲) که درشرایط $E<V_0$ به‌دست می‌آیند. جوابهای معـادلهٔ شرودینگر، اگرچه در پتانسیلهای غیرثابت $V(x)$ صورتهای متفاوتی پیدا می‌کنند، ولی رفتار عمومی‌شان تغییرنمی‌کند. یعنی، هنگامی که $E>V(x)$ باشد جواب همیشه نوسانی است (هرچندکـه لازم نیست حتماً نوسان آن ازنوع سینوسی باشد)، و هنگامی که $E<V(x)$ باشد جواب همیشه نمایی است.

لازم است‌که جواب (۳۴.۲) برای سراسر ناحیهٔ $x>0$ صادق باشد. چون جملهٔ اول به‌ازای $x\to\infty$ به‌سوی بینهایت میل می‌کند، شرط متناهی بودن تابع موج موجب می‌شودکه $C=0$ باشد. جملهٔ D درتابع ψ_2، یکی ازتفاوتهای مهم بین فیزیك کلاسیك وکوانتومی را نشان می‌دهد: این جمله نشانگر نفوذ تابع موج بـه ناحیه‌ای است که از دیدگاه کلاسیك ممنوع‌الورود است. تمام ذرات (کلاسیك) در مرز ناحیهٔ ممنوع بازتابیده می‌شوند و به ناحیهٔ قبلی باز می‌گردند، ولی بسته‌موج کوانتوم مکانیکی می‌تواند با نفوذ از مرز تا حدودی در ناحیهٔ ممنوع پیشروی‌کند. ذرهٔ کلاسیك دراین ناحیه هرگز به‌طور مستقیم قابل مشاهده نیست، زیرا به‌دلیل $E<V_0$ درناحیهٔ۲ انرژی جنبشی آن باید منفی شود. وضعیت این مسئله را درشکل ۳.۲ نشان داده‌ایم.

سد پتانسیل $E>V_0$

دراین مسئله، تابع پتانسیل چنین تعریف می‌شود



شکل ۳.۲ تابع موج یك ذره با انرژی E در رویارویی بـا پله‌ای به‌ارتفاع V_0 کـه درآن $E<V_0$ است. تابع موج درناحیه‌ای‌که ازنظر کلاسیك ممنوع است به‌طورنمایی کاهش می‌یابد، وانرژی جنبشی کلاسیك دراین‌ناحیه منفی می‌شود. درمرز $x=0$، توابع ψ و $d\psi/dx$ پیوسته‌اند.

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \qquad x<0 \\ &= V_0 \qquad 0\leqslant x\leqslant a \\ &= 0 \qquad x>a \end{aligned} \tag{۳۵.۲}$$

جوابهای معادلهٔ شرودینگر دراین نواحی ۱، ۲، و ۳ عبارت‌اند از

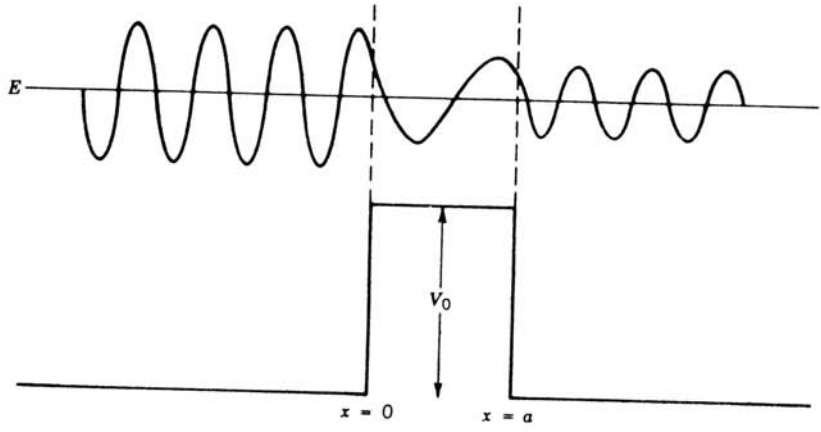
$$\begin{aligned} \psi_1 &= Ae^{ik_1x}+Be^{-ik_1x} \\ \psi_2 &= Ce^{ik_2x}+De^{-ik_2x} \\ \psi_3 &= Fe^{ik_2x}+Ge^{-ik_2x} \end{aligned} \tag{۳۶.۲}$$

که در آنها $k_1=k_3=\sqrt{2mE/\hbar^2}$ و $k_2=\sqrt{2m(E-V_0)/\hbar^2}$ است.

با استفاده از شرایط پیوستگی در $x=0$ و $x=a$ و این فرض که ذرات از $x=-\infty$ گسیل می‌شوند (یعنی G را می‌توان برابرصفر گرفت)، پس‌ازانجام محاسبات جبری، ضریب عبور $T=|F|^2/|A|^2$ را می‌توان چنین به‌دست آورد

$$T=\frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(E-V_0)}\sin^2 k_2a} \tag{۳۷.۲}$$

این پاسخ را درشکل ۴.۲ نشان داده‌ایم.



شکل ۴.۲ تابع موج یك ذره با انرژی $E>V_0$ در رویارویی با سد پتانسیل. ذره از طرف چپ تابیده می‌شود. موج در هردو مرز بازتاب دارد، و دامنهٔ آن پس از عبور از سد کوچکتر خواهد شد.

سد پتانسیل $E<V_0$

دراین حالت، جوابهای ψ_1 و ψ_3 به‌همان صورت قبلی هستند، ولی ψ_2 چنین می‌شود

$$\psi_2 = Ce^{k_2 x} + De^{-k_2 x} \qquad (۳۸.۲)$$

که دراینجا $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$ است. چون ناحیهٔ ۲ به‌داخل مرزهای $x=0$ و $x=a$ محدود می‌شود، مسئلهٔ بینهایت شدن جواب نمایی مطرح نخواهد شد، و در نتیجه نمی‌توان C یا D را برابرصفر گرفت.

دراینجا هم با به‌کاربردن شرایط مرزی در $x=0$ و $x=a$ می‌توان ضریب عبور را به‌صورت زیر به‌دست آورد

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0 - E)}\sinh^2 k_2 a} \qquad (۳۹.۲)$$

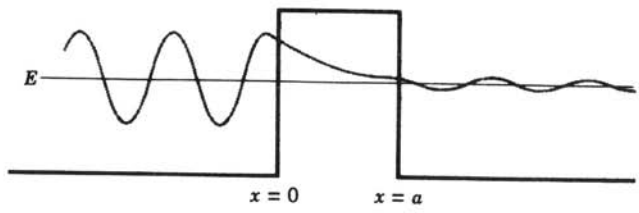
از دیدگاه کلاسیك انتظار داریم که $T=0$ شود، یعنی ذره نمی‌تواند به‌ناحیهٔ ممنوع که در آنجا انرژی جنبشی‌اش منفی خواهد شد وارد شود. موج کوانتومی می‌تواند در سد نفوذ کند، زیرا احتمال حضور ذره را در آن‌سوی سد برابر یك مقدارغیرصفر به‌دست می‌آوریم. جواب این مسئله را درشکل ۵.۲ نشان داده‌ایم.

این‌پدیدهٔ نفوذ از سد یا تونل‌زنی کوانتوم‌مکانیکی کاربردهای مهمی درفیزیك‌هسته‌ای، بویژه درنظریهٔ واپاشی آلفازا، داردکه درفصل ۸ ازآن بحث خواهیم کرد.

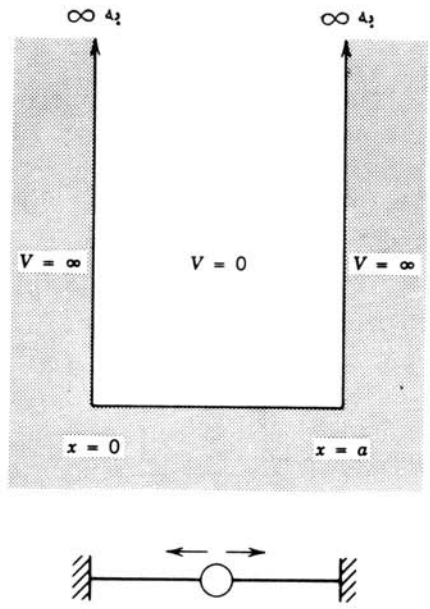
چاه پتانسیل نامتناهی

پتانسیل دراین مورد (مطابق شکل ۶.۲) به‌صورت زیرتعریف می‌شود

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty \qquad x<0,\ x>a \\ &= 0 \qquad 0 \leqslant x \leqslant a \end{aligned} \qquad (۴۰.۲)$$



شکل ۵.۲ تابع موج یك ذره با انرژی $E<V_0$ در رویارویی با سد پتانسیل. ذره ازطرف چپ تابیده می‌شود. طول موج در دو طرف سد یکسان است، اما دامنهٔ موج پس از عبور از سد خیلی از دامنـهٔ اولیه کمتر می‌شود. ذره را هرگز نمی‌توان در داخل سد (کـه درآن انرژی جنبشی‌اش منفی خواهد شد) مشاهده‌کرد، اما این ذره درآن‌سوی سد قابل مشاهده است.



شکل ۶.۲ ذره در ناحیهٔ یک‌بعدی $0 \leqslant x \leqslant a$ آزادانه در حرکت است، اما هرگز راهی به‌نواحی $x > a$ و $x < 0$ ندارد. نمونهٔ فیزیکی سادهٔ این مسئله، مهره‌ای است که روی یک سیم بدون اصطکاک می‌لغزد و با برخورد الاستیک از دیوارهای دوطرف سیم برمی‌گردد.

این بدان معنی است که ذره درفاصلهٔ بین $x = 0$ و $x = a$ به‌دام افتاده است. دیوارها در مرز $x = 0$ و $x = a$ مطلقاً غیرقابل نفوذند. از این‌رو ذره را هرگز نمی‌توان در خارج از چاه یافت، و درنواحی $x < 0$ و $x > a$ داریم $\psi = 0$. معادلهٔ شرودینگردر داخل چاه به صورت معادلهٔ (۱۸.۲) است که جواب آن را به‌صورت معادلهٔ (۱۹.۲) در نظر می‌گیریم

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx \qquad (۴۱.۲)$$

بنابر شرط پیوستگی ψ در $x = 0$ داریم $\psi(0) = 0$ که لازمهٔ آن $B = 0$ است. در $x = a$، شرط پیوستگی ψ به‌صورت زیردرمی‌آید

$$A \sin ka = 0 \qquad (۴۲.۲)$$

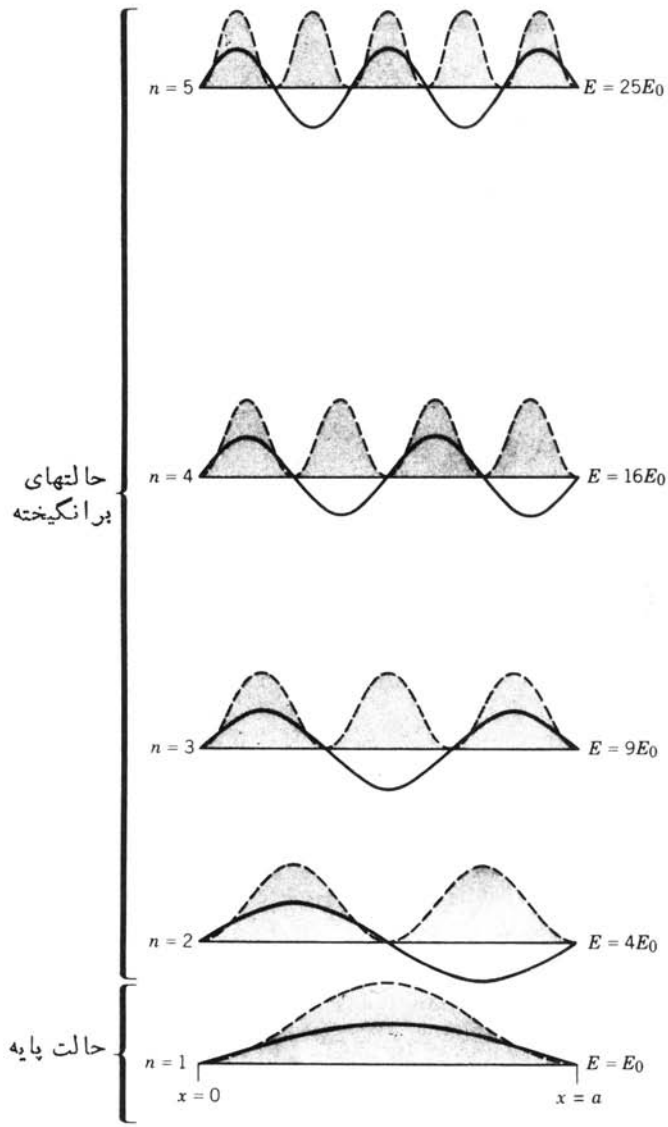
جواب $A = 0$ در این معادله قابل قبول نیست، زیرا درآن صورت در تمام نقاط $\psi = 0$ می‌شود. پس باید $\sin ka = 0$ شودکه درنتیجه خواهیم داشت

$$ka = n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \cdots \qquad (۴۳.۲)$$

و

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 \qquad (۴۴.۲)$$

دراین حالت انرژی کوانتیده است، یعنی فقط مقادیرمعینی از انرژی مجاز (یا قابل قبول) است. طیف انرژی این مسئله درشکل ۷.۲ نشان داده شده است. این حالتها راکه در آنها



شکل ۷.۲ ترازهای مجاز انرژی درچاه مربعی نامتناهی یك‌بعدی. تابع موج هرتراز را با منحنی پیوسته (خط پررنگ) نشان داده‌ایم. منحنی خط‌چین، چگالی احتمال هر تراز را نشان می‌دهد. انرژی E_0 برابراست با $\hbar^2\pi^2/2ma^2$.

ذره تحت تأثیر پتانسیل درناحیهٔ مشخصی ازفضا محصور می‌شود، حالتهای مقید می‌نامند. تابع‌موجهای متناظر به‌حالتهای انرژی پیشگفته به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\psi_n = \sqrt{\frac{۲}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \qquad (۴۵.۲)$$

کـه درآن مقدار ثابت A با استفاده از معادلهٔ (۹.۲) محاسبه شده است. چگالی احتمال $|\psi|^۲$ را برای چند حالت پایین درشکل ۷.۲ نشان داده‌ایم.

چاه پتانسیل متناهی

دراین حالت، عمق چاه پتانسیل را درفاصلهٔ بین $+a/۲$ و $-a/۲$ برابر $V_۰$ می‌گیریم

$$V(x) = V_۰ \qquad |x| > \frac{a}{۲} \qquad (۴۶.۲)$$

$$= ۰ \qquad |x| < \frac{a}{۲}$$

حال می‌خواهیم جوابهای حالت مقید را، وقتی‌که $E < V_۰$ است، پیدا کنیم. جوابهای نواحی مختلف را به‌صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$\psi_۱ = Ae^{k_۱ x} + Be^{-k_۱ x} \qquad x < -\frac{a}{۲}$$

$$\psi_۲ = Ce^{ik_۲ x} + De^{-ik_۲ x} \qquad -\frac{a}{۲} \leqslant x \leqslant \frac{a}{۲} \qquad (۴۷.۲)$$

$$\psi_۳ = Fe^{k_۱ x} + Ge^{-k_۱ x} \qquad x > \frac{a}{۲}$$

کـه درآنها $k_۱ = \sqrt{۲m(V_۰ - E)/\hbar^۲}$ و $k_۲ = \sqrt{۲mE/\hbar^۲}$ است. بـرای آنـکـه تـابع موج درناحیهٔ ۱ به‌ازای $x \to -\infty$ متناهی بماند، لازم است‌که $B = ۰$ شود؛ و برای اینکه درناحیهٔ ۳ و به‌ازای $x \to +\infty$ این تابع متناهی بماند، باید $F = ۰$ شود.

با استفاده ازشرایط پیوستگی در $x = -a/۲$ و $x = +a/۲$ خواهیم‌داشت

$$k_۲ \tan \frac{k_۲ a}{۲} = k_۱ \qquad (۴۸.۲\text{الف})$$

یا

$$-k_۲ \cot \frac{k_۲ a}{۲} = k_۱ \qquad (۴۸.۲\text{ب})$$

این‌معادلات غیرجبری را به‌طورمستقیم نمی‌توان حل‌کرد، بلکه باید حل‌آنها را به‌صورت ترسیمی یا با استفاده از کامپیوتراز طریق عددی به‌دست آورد. اگرمعادلات (۴۸.۲) را به‌صورت زیر درآوریم، راه‌حل ترسیمی آسانتراست

$$\alpha \tan \alpha = (P^2 - \alpha^2)^{1/2} \qquad (۴۹.۲ \text{ الف})$$

$$-\alpha \cot \alpha = (P^2 - \alpha^2)^{1/2} \qquad (۴۹.۲ \text{ب})$$

که در آنها $\alpha = k_2 a/2$ و $P = (mV_0 a^2/2\hbar^2)^{1/2}$ است. عبارت سمت راست این معادلات دایره‌ای به‌شعاع P است، در حالی‌که سمت چپ آنها تابعی تانژانت‌گونه است که چندین شاخهٔ جدا از هم دارد. چنانکه در شکل ۸.۲ دیده می‌شود، جوابهای مسئله از محل برخورد دایره با تابع تانژانتی تعیین می‌شود. بنابراین، تعداد جوابها را شعاع P و در نتیجه عمق V_0 چاه تعیین می‌کند. به‌وجه تمایزاین مسئله بامسئلهٔ چاه نامتناهی، که تعداد حالتهای مقید در آن بینهایت می‌شد، توجه‌کنید. برای نمونه، وقتی‌که $P < \pi/2$ باشد، این مسئله فقط یک حالت مقید دارد. هنگامی $\pi/2 < P < \pi$ باشد، دوحالت مقید خواهیم داشت. برعکس اگردر بررسی سیستمی ازاین نوع فقط یک حالت مقید بیابیم، می‌توانیم حداکثرعمق چاه موردنظررا استنباط کنیم. چنانکه درفصل ۴ خواهیم دید، با استفاده از همین‌تکنیک، عمق پتانسیل‌هسته‌ای دوترون را براورد می‌کنیم. زیرا، دوترون‌که ساده‌ترین سیستم دونوکلئونی است، فقط یک حالت مقید دارد.

نوسانگرهماهنگ ساده

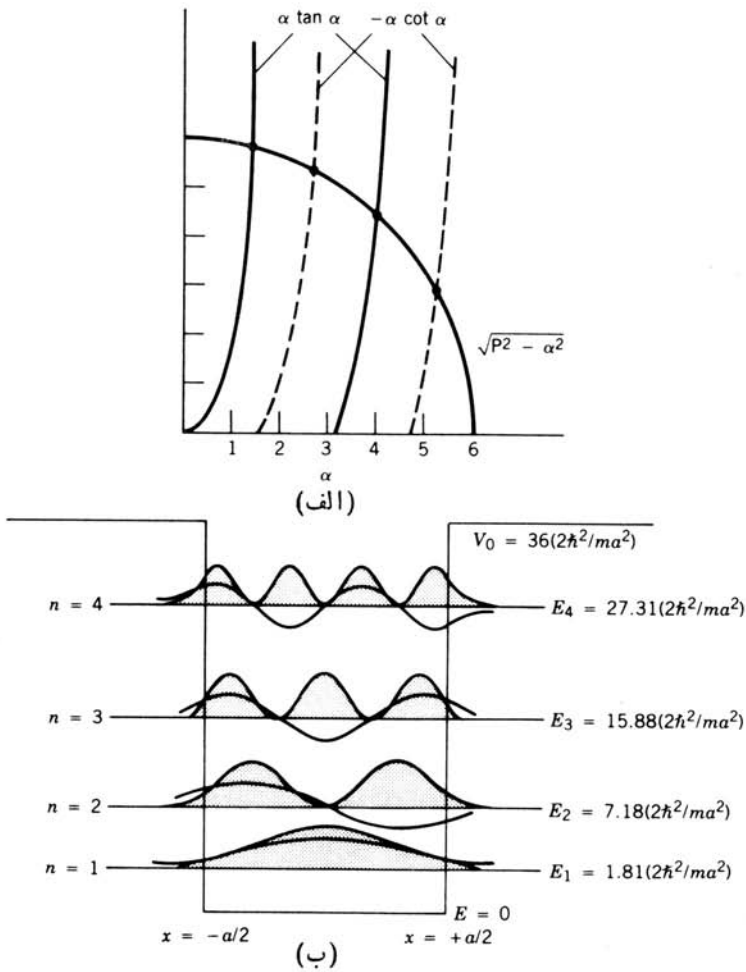
هر تابع پتانسیل نسبتاً خوشرفتاری را می‌توان برحسب سری تایلور، حول نقطهٔ x_0، به‌صورت زیر بسط داد

$$V(x) = V(x_0) + \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_0}(x-x_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_{x=x_0}(x-x_0)^2 + \ldots \qquad (۵۰.۲)$$

اگر x_0 درکمینهٔ پتانسیل درنظرگرفته شود، جملهٔ دوم سری ناپدید می‌شود، و چون جملهٔ اول فقط یک مقدارثابت انرژی است، جملهٔ سوم جملهٔ جالب توجهی خواهدبود. بنابراین سیستم درتقریب‌اول، درنزدیکی پتانسیل کمینه، رفتاری همانند یک نوسانگرهماهنگ ساده خواهد داشت‌که پتانسیل آن به‌صورت $(1/2)k(x-x_0)^2$ است. بدین ترتیب، مطالعهٔ نوسانگرهماهنگ ساده برای شناسایی یک دسته از سیستمها مفید خواهد بود.

انرژی پتانسیل‌سیستم مورد نظر را، برای تمام مقادیر x، به صورت زیر اختیار می‌کنیم

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (۵۱.۲)$$



شکل ۸.۲ (الف) حل ترسیمی معادلات (۴۹.۲ الف وب). برای نمونه وقتی‌که $P=۶$ باشد، چهارجواب به‌صورت $\alpha=$ ۱٫۳۴۵, ۲٫۶۷۹, ۳٫۹۸۵, ۵٫۲۲۶ به‌دست می‌آید. (ب)منحنیهای تابع موج و چگالی احتمال برای این چهار حالت. (با نتایج شکل ۷.۲ برای چاه نامتناهی مقایسه شود.)

معادلهٔ شرودینگر این سیستم به صورت $\psi(x)=h(x)e^{-\alpha^2x^2/2}$ قابل حل است $(\alpha^2=\sqrt{km}/\hbar)$. تابع $h(x)$ یك چندجمله‌ای ساده برحسب x است. درجهٔ این چندجمله‌ای (یا بزرگترین توان x) را عددکوانتومی n که مشخصهٔ حالتهای انرژی است تعیین می‌کند، واین حالتها خود ازحل معادلهٔ شرودینگر به‌دست می‌آیند

$$E_n=\hbar\omega_0\left(n+\frac{1}{2}\right)\qquad n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots \qquad (۵۲.۲)$$

که در آن $\omega_0=\sqrt{k/m}$ بسامد زاویه‌ای کلاسیک نوسانگر است. چند تابع‌موج این سیستم را درجدول ۱.۲، وترازهای انرژی وهمچنین چگالی احتمال آنها را درشکل ۹.۲ نشان داده‌ایم. توجه کنید کـه چگالی احتمالها با نتایج شکل ۸.۲ مشابهت دارد. در جایی کـه $E>V$ است جواب تقریباً به‌طورسینوسی نوسان می‌کند، درجایی که $E<V$ می‌شود (در آن‌سوی نقـاط بازگشت کلاسیک کـه در آن نوسانگر به حال سکون می‌رسد و جهت حرکتش معکوس می‌شود) جواب به‌طورنمایی کاهش می‌یابد و به‌صفر می‌رسد. این‌جواب همچنین نفوذ چگالی احتمال را به‌درون ناحیهٔ ممنوع‌الورود کلاسیک نشان می‌دهد.

یکی از ویژگیهای درخور توجه این جواب مساوی بودن فاصلهٔ ترازهای انرژی است. این نکته را هم باید درنظر داشت که به‌خاطرعمق بینهایت پتانسیل، تعداد حالتهای مقید هم بینهایت زیاد است.

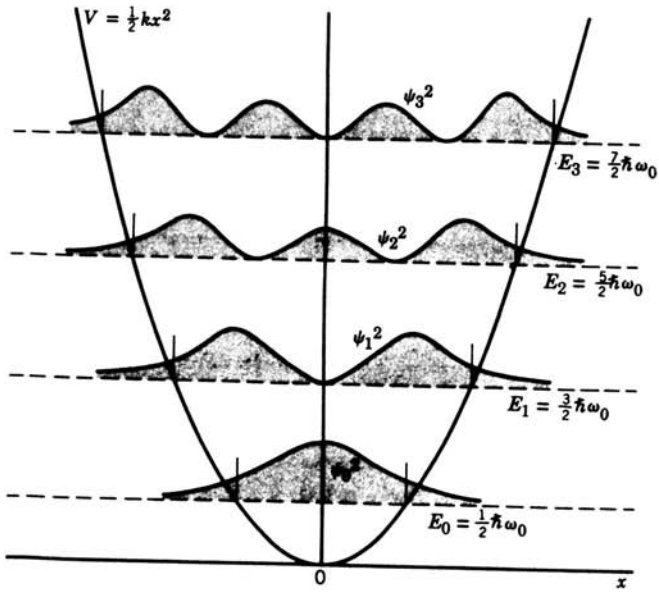
جدول ۱.۲ نمونه‌هایی از تابع‌موج یک‌بعدی نوسانگرهماهنگ ساده.

n	E_n	$\psi_n(x)$
۰	$\frac{1}{2}\hbar\omega_0$	$\pi^{-1/4}e^{-\alpha^2x^2/2}$
۱	$\frac{3}{2}\hbar\omega_0$	$2^{-1/2}\pi^{-1/4}(2\alpha x)e^{-\alpha^2x^2/2}$
۲	$\frac{5}{2}\hbar\omega_0$	$2^{-3/2}\pi^{-1/4}(4\alpha^2x^2-2)e^{-\alpha^2x^2/2}$
۳	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{1}{4\sqrt{3}\pi^{1/4}}\right)(8\alpha^3x^3-12\alpha x)e^{-\alpha^2x^2/2}$
۴	$\frac{9}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{1}{8\sqrt{6}\pi^{1/4}}\right)(16\alpha^4x^4-48\alpha^2x^2+12)e^{-\alpha^2x^2/2}$

$$E_n=\hbar\omega_0\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

$$\psi_n(x)=(2^n n!\sqrt{\pi})^{-1/2}H_n(\alpha x)e^{-\alpha^2x^2/2}$$

که در آن $H_n(\alpha x)$ یک چندجمله‌ای هرمیتی است



شکل ۹.۲ چند تراز انرژی پایین در نوسانگرهماهنگ وچگالی احتمال هریك ازآنها.

خلاصه

درمطالعهٔ این‌نوع مسائل یك‌بعدی، بانکات مهمی ازخواص موجی ذرات روبه‌رو می‌شویم که موارد زیر ازآن جمله است:

۱. موج‌کوانتومی وقتی‌که با سد پتانسیل روبه‌رو می‌شود، می‌تواند از سد بازتابیده شود ویا ازآن عبورکند. این طرز رفتار درست مشابه عملکرد موج‌کلاسیك است.
۲. بسته‌موج می‌تواند به درون ناحیهٔ ممنوع کلاسیك نفوذ کند، و به پشت سد پتانسیلی‌که ارتفاعش بیشتراز انرژی بسته‌موج است برسد.
۳. تابع موج درحالت $E > V(x)$ تابعی نوسانی است، ودرحالت $E < V(x)$ تابعی نمایی است‌که به‌سوی صفرمیل می‌کند.
۴. هنگامی‌که یك ذره به‌وسیلهٔ یك پتانسیل در ناحیه‌ای ازفضا محبوس می‌شود، تابع موج آن حالتهای مقیـد دارد. برای این ذره فقط مجموعه‌ای از مقادیر گسستهٔ انرژی مجاز است، وتعداد این مقادیرمجاز انرژی را عمق چاه پتانسیل تعیین می‌کند.

۴.۲ مسائل سه‌بعدی

چاه دکارتی نامتناهی

بـا مسئله‌ای در دستگاه مختصات دکارتی آغاز می‌کنیم‌که ویژگی مهمی ازمسائل سه‌بعدی

را که در مسائل یك‌بعدی دیده نمی‌شود، نشان می‌دهد. تابع پتانسیل را در این حالت به‌صورت زیردرنظر می‌گیریم

$$V(x, y, z)=0 \qquad 0\leqslant x\leqslant a,\ 0\leqslant y\leqslant a,\ 0\leqslant z\leqslant a$$
$$=\infty \quad x<0,\ x>a,\ y<0,\ y>a,\ z<0,\ z>a \qquad (۵۳.۲)$$

بدین‌گونه، این ذره در جعبه‌ای مکعبی شکل به ابعاد a محبوس است. چنانکه قبلا دیدیم، درخارج از دیوارهای نفوذناپذیراین جعبه $\psi=0$ است. معادلهٔ شرودینگردر داخل چاه به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)=E\psi(x, y, z) \qquad (۵۴.۲)$$

روش رایج حل معادلات دیفرانسیل جزئی این است که سعی می‌شود جوابی با متغیرهای جداگانه، مثل $\psi(x, y, z)=X(x)Y(y)Z(z)$ پیدا شود، که درآن هر یك ازعبارات X، Y، و Z تابع یك متغیرمنفرد هستند. در اینجا از تفصیل ریاضی این راه‌حل صرفنظر می‌کنیم، وفقط نتیجهٔ محاسبه را درنظرمی‌گیریم

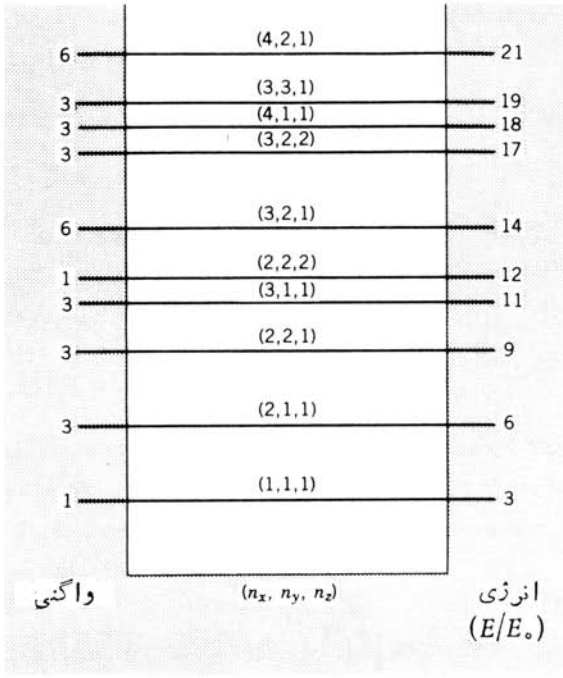
$$\psi_{n_xn_yn_z}(x, y, z)=\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^3}\sin\frac{n_x\pi x}{a}\sin\frac{n_y\pi y}{a}\sin\frac{n_z\pi z}{a} \qquad (۵۵.۲)$$

$$E_{n_xn_yn_z}=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2+n_y^2+n_z^2) \qquad (۵۶.۲)$$

که در آنها n_x، n_y، و n_z اعداد درست غیرصفر ومستقل از یکدیگرند. اعداد کوانتومی پایینترین حالت، که حالت پایه نام دارد، عبارت‌اند از $(n_x, n_y, n_z)=(1, 1, 1)$. بیشینهٔ توزیع احتمال در مرکز جعبه $(x=y=z=a/2)$ دیده می‌شود، واحتمال وجود با نزدیك شدن به‌دیوارها همانند تابع $\sin^2$ به‌سوی صفرمیل می‌کند.

نخستین حالت برانگیخته را می‌توان با سه دسته اعداد کوانتومی (۲, ۱, ۱)، (۱, ۲, ۱)، و (۱, ۱, ۲) به‌دست‌آورد. هریك ازاین حالتهای مستقل و متمایز دارای یك تابع موج خاص است، و بنابراین چگالی احتمال و مقادیرانتظاری کمیتهای فیزیکی قابل مشاهده هم برای هر یك ازآنها متفاوت خواهد بود. اما تمام این حالتها انرژی یکسان دارند. این وضعیت را باعنوان واگنی می‌شناسیم، و واگنی نخستین‌حالت برانگیختهٔ سه‌تایه است. اهمیت مفهوم واگنی درساختاراتمی فوق‌العاده زیاد است، زیرا به‌کمك آن می‌توان فهمیدکه در هر زیرپوستهٔ اتمی چند الکترون جای می‌گیرد. بزودی نقش مشابه آن را در مدل پوسته‌ای هسته مورد بحث قرارخواهیم داد.

پایینترین قسمت طیف انرژی حالتهای برانگیخته را در شکل ۱۰.۲ نشان داده‌ایم. به‌این‌نکته توجه کنیدکه ترتیب وفاصلهٔ ترازها به‌همان صورتی نیست‌که درمسئلهٔ یك‌بعدی مشاهده‌کردیم.



شکل ۱۰.۲ ترازهای انرژی یك ذرهٔ محبوس درجعبهٔ مکعبی سه‌بعدی. انرژی حالتها برحسب یکای $E_0=\hbar^2\pi^2/2ma^2$ مشخص شده است.

چاه کروی نامتناهی

اگر چارچوب مرجع را دستگاه مختصات کروی انتخاب کنیم و در آن پتانسیلی را که فقط وابسته به r باشد (و به θ یا ϕ وابسته نباشد) در نظر بگیریم، به ویژگی جدید دیگری برمی‌خوریم که در آینده در بررسی ساختار هسته‌ای برای ما حائز اهمیت خواهد شد. هنگامی که جوابهای با متغیرهای جداگانه را به‌صورت $\psi(r,\theta,\phi)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ می‌نویسیم، پتانسیل مرکزی $V(r)$ فقط درقسمت شعاعی تابع موج ظاهرمی‌شود، وقسمتهای زاویه‌ای معادله هم به‌طور مستقیم قابل حل خواهد بود. معادلهٔ دیفرانسیل $\Phi(\phi)$ به‌قرار زیراست

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}+m_l^2\Phi=0 \qquad (۵۷.۲)$$

که در آن m_l^2 ثابت جداسازی است.

جواب این معادله به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\Phi_{m_l}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{im_l\phi} \qquad (58.2)$$

که در آن $m_l=0,\pm1,\pm2,\ldots$ است. معادلهٔ $\Theta(\theta)$ چنین می‌شود

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)+\left[l(l+1)-\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta=0 \qquad (59.2)$$

که در آن $l=0,1,2,3,\ldots$ و $m_l=0,\pm1,\pm2,\ldots,\pm l$ است. جواب $\Theta_{lm_l}(\theta)$ را به‌صورت یك چندجمله‌ای درجهٔ l برحسب $\sin\theta$ یا $\cos\theta$ می‌توان به‌دست آورد. جوابهای $\Phi_{m_l}(\phi)$ و $\Theta_{lm_l}(\theta)$ پس از ادغام و بهنجار شدن، به‌صورت هماهنگهای کروی $Y_{lm_l}(\theta,\phi)$ درمی‌آیند که نمونه‌هایی از آن را در جدول ۲.۲ نشان داده‌ایم. این توابع، بخش زاویه‌ای جواب معادلهٔ شرودینگر را برای هر پتانسیل مرکزی به دست می‌دهند. برای نمونه، همین توابع زاویه‌ای هستند که خواص فضایی اوربیتالهای اتمی را که منشأ پیوندهای مولکولی به‌شمار می‌روند تعیین می‌کنند.

درمورد هر پتانسیلی مانند $V(r)$، تمام آنچه باید انجام شود این است که جواب معادلهٔ شعاعی زیر را پیدا کنیم

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right)+\left[V(r)+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R=ER \qquad (60.2)$$

جملهٔ $l(l+1)$ را عموماً به‌صورت ضمیمهٔ پتانسیل می‌نویسند و آن را «پتانسیل گریز از مرکز» می‌نامند، زیرا وقتی که $l>0$ باشد این قسمت همانند پتانسیلی عمل می‌کند که ذره را از مرکز سیستم دور نگه می‌دارد.

برای نمونه، مورد چاه کروی نامتناهی را درنظر می‌گیریم

$$\begin{aligned} V(r)&=0 \qquad r<a \\ &=\infty \qquad r>a \end{aligned} \qquad (61.2)$$

دراینجا چون دیوارهای چاه نامتناهی را نفوذناپذیر می‌دانیم، برای نواحی $r>a$ بخش شعاعی را باید به صورت $R(r)=0$ درنظر بگیریم. در داخل چاه، جواب معادلهٔ (60.2) برای $V=0$ را می‌توانیم به‌صورت توابع نوسانی $j_l(kr)$ که توابع کروی بسل نامیده می‌شوند بنویسیم. درجدول ۳.۲ چند نمونه از این توابع را نشان داده‌ایم. برای تعیین ویژه‌مقدارهای انرژی، درست به همان شیوهٔ مسائل یك‌بعدی عمل می‌کنیم و شرط پیوستگی ψ را در $r=a$ به‌کار می‌بریم. بدین‌ترتیب خواهیم داشت

$$j_l(ka)=0 \qquad (62.2)$$

جدول ۲.۲ هماهنگهای کروی برای چند مقدار پایین l.

l	m_l	$Y_{lm_l}(\theta,\phi)=\Theta_{lm_l}(\theta)\Phi_{m_l}(\phi)$
۰	۰	$\left(\frac{۱}{۴\pi}\right)^{۱/۲}$
۱	۰	$\left(\frac{۳}{۴\pi}\right)^{۱/۲}\cos\theta$
۱	±۱	$\mp\left(\frac{۳}{۸\pi}\right)^{۱/۲}\sin\theta\, e^{\pm i\phi}$
۲	۰	$\left(\frac{۵}{۱۶\pi}\right)^{۱/۲}(۳\cos^{۲}\theta-۱)$
۲	±۱	$\mp\left(\frac{۱۵}{۸\pi}\right)^{۱/۲}\sin\theta\cos\theta\, e^{\pm i\phi}$
۲	±۲	$\left(\frac{۱۵}{۳۲\pi}\right)^{۱/۲}\sin^{۲}\theta e^{\pm ۲i\phi}$

$$\Phi_{m_l}(\phi)=\frac{۱}{\sqrt{۲\pi}}e^{im_l\phi}$$

$$\Theta_{lm_l}(\theta)=\left[\frac{۲l+۱}{۲}\,\frac{(l-m_l)!}{(l+m_l)!}\right]^{۱/۲}P_l^{m_l}(\theta)$$

که در آن $P_l^{m_l}(\theta)$ چندجمله‌ای وابستهٔ لژاندر است

این معادله هم درعمل یك معادلهٔ غیرجبری است که باید به‌طریقهٔ عددی حل‌شود. جداولی از توابع کروی بسل چاپ و منتشرشده‌اندکـه برای تعیین مواضع صفر هـرمقداری از l می‌توان به آنها مراجعه کرد.[1] به‌عنوان مثال، مورد $l=۰$ را در نظرمی‌گیریم. بـا رجوع به‌جدول معلوم می‌شودکه تابع $j_۰(x)$ به‌ازای مقادیر

$$x=۳\text{٫}۱۴,\ ۶\text{٫}۲۸,\ ۹\text{٫}۴۲,\ ۱۲\text{٫}۵۷,\ \cdots$$

برابر صفـرخواهد شد. برای $l=۱$، مواضع چنـد صفراول تابع $j_۱(x)$ عبارت‌اند از

1. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (New York : Dover, 1965).

جدول ۳.۲ توابع کروی بسل ـ چند نمونه ازعبارات وحدود آنها.

$$j_0(kr)=\frac{\sin kr}{kr}$$

$$j_1(kr)=\frac{\sin kr}{(kr)^2}-\frac{\cos kr}{kr}$$

$$j_2(kr)=\frac{3\sin kr}{(kr)^3}-\frac{3\cos kr}{(kr)^2}-\frac{\sin kr}{kr}$$

$$j_l(kr)\cong\frac{(kr)^l}{1\cdot3\cdot5\cdots(2l+1)} \qquad kr\to 0$$

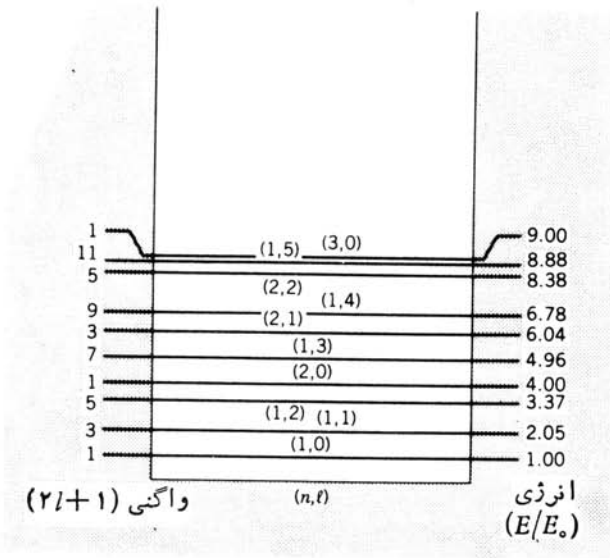
$$j_l(kr)\cong\frac{\sin(kr-l\pi/2)}{kr} \qquad kr\to\infty$$

$$j_l(kr)=\left(-\frac{r}{k}\right)^l\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)^l j_0(kr)$$

$x=4.49,\ 7.73,\ 10.90,\ 14.07$. چون می‌دانیم $E=\hbar^2k^2/2m$ است، ازاینجا می‌توانیم مقادیرمجاز انرژی را به‌دست آوریم. با تکرار این عمل برای $l=2$، $l=3$، وغیره، می‌توان طیف حالتهای انرژی را به صورتی که در شکل ۱۱.۲ نموده شده است به‌دست آورد. همچنانکه دربررسی چاه دکارتی دیده‌ایم، دراین طیف هم از آن نظم خاص مسئلهٔ یك‌بعدی خبری نیست. نکتهٔ قابل توجه دیگر در این مورد، واگنی ترازهای انرژی است: چون انرژی فقط به‌مقدار l بستگی دارد، همهٔ تابع موجهایی که از لحاظ مقادیر m_l متفاوت‌اند انرژی یکسان دارند. بدین‌گونه، واگنی ترازی که بامقدار $l=2$ مشخص می‌شود پنج‌تایه است، و تابع‌موجهای ممکن عبارت‌اند از $j_2(kr)Y_{22}(\theta,\phi)$، $j_2(kr)Y_{21}(\theta,\phi)$، $j_2(kr)Y_{20}(\theta,\phi)$، $j_2(kr)Y_{2-1}(\theta,\phi)$، و $j_2(kr)Y_{2-2}(\theta,\phi)$. درواقع، چون m_l محدود به‌مقادیر ۰، ±1، ±2، ...، $\pm l$ است، به‌ازای هر مقداری از l دقیقاً تعداد $(2l+1)$ تابع Y_{lm_l} وجود دارد، وبنابراین واگنی هر تراز $(2l+1)$ تایه است. (این وضع خیلی شبیه به وضع مدارهای الکترونی دراتمهاست که درآن مورد هم پتانسیل ازنوع مرکزی است. در ظرفیت زیرپوستهٔ اتمی هم با عامل $(2l+1)$ روبه‌رو می‌شویم که از واگنی m_l ناشی می‌شود.)

احتمال وجود ذره درحجم dv برابر $|\psi|^2\,dv$ است که درآن جزء حجم dv همان است که درمعادلهٔ (۱۷.۲) مطرح شد. نمایش ترسیمی این توزیعهای سه بعدی کار دشواری

www.ghaem.info



شکل ۱۱.۲ ترازهای انرژی ذره‌ای که در یك محفظهٔ سه‌بعدی کروی محبوس است. انرژیها برحسب یکای $E_0=\hbar^2\pi^2/2ma^2$ مشخص شده‌اند. فواصل و واگنیهای این طیف را با شکل ۱۰.۲ مقایسه کنید. دراین مورد عددکوانتومی n مستقیماً از حل معادله حاصل نمی‌شود، بلکه برای شماره‌گذاری حالتهای l مشخص از آن استفاده می‌شود.

است، و ازهمین‌رو اغلب بخشهای شعاعی و زاویه‌ای را به‌طور جداگانه درنظرمی‌گیریم. برای تعیین چگالی احتمال شعاعی که متوسط احتمال وجود ذره را در فاصلهٔ بین r و $r+dr$ وتحت تمام زوایا به‌دست می‌دهد، چگالی احتمال را روی θ و ϕ انتگرال‌گیری می‌کنیم

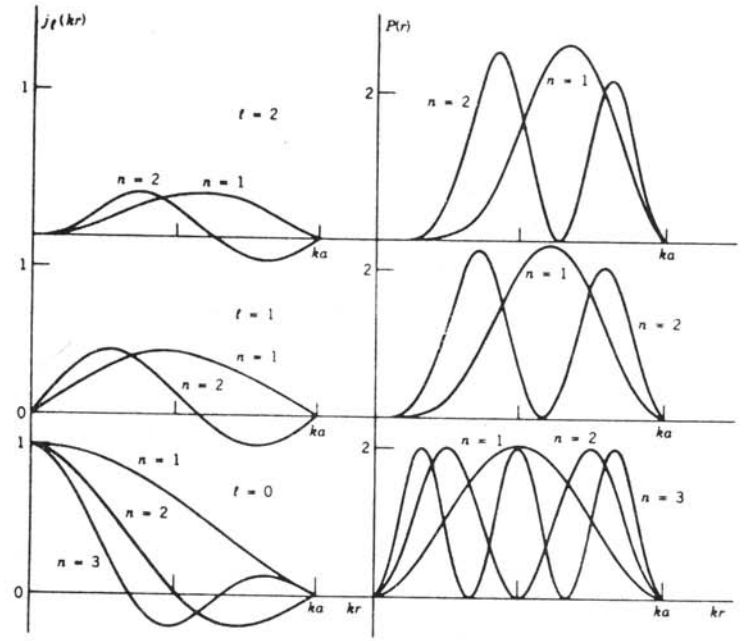
$$P(r)\,dr=\int|\psi|^2\,dv$$

$$=r^2|R(r)|^2\,dr\int\sin\theta\,d\theta\int d\phi|Y_{lm_l}|^2 \qquad (۶۳.۲)$$

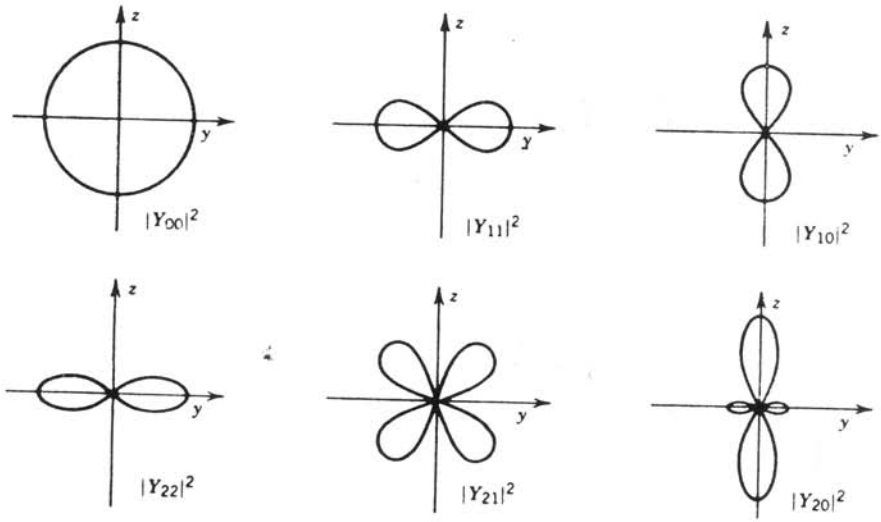
چون هماهنگهای کروی Y_{lm_l} بهنجار شده‌اند، مقدار انتگرال برابر ۱ می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت

$$P(r)=r^2|R(r)|^2$$

نمونه از توزیع احتمال شعاعی را برای چاه نامتناهی درشکل ۱۲.۲ نشان داده‌ایم. وابستگی زاویه‌ای چگالی احتمال برای هر پتانسیل مرکزی از $|Y_{lm_l}(\theta,\phi)|^2$ به‌دست می‌آید، که چند نمونه ازآن را درشکل ۱۳.۲ نشان داده‌ایم.



شکل ۱۲.۲ درسمت چپ، منحنیهای بهنجارنشدهٔ $j_l(kr)$ را پس‌ازتنظیم براساس $j_l(ka)=0$ برای چند تراز انرژی پایین نشان داده‌ایم. درسمت راست، چگالی احتمال شعاعی r^2R^2 همان توابع سمت چپ را پس از بهنجارش نشان داده‌ایم. توجه کنید که درمبدأ، غیراز j_0، توابع دیگر j_l برابرصفرند، وچگالی‌احتمال هم برای همهٔ آنها برابرصفراست. به این نکته هم توجه کنیدکه «دافعهٔ گریز از مرکز» همراه باافزایش l، بیشینه‌های $P(r)$ را از مبدأ دورترمی‌کند.



شکل ۱۳.۲ توزیعهای احتمال فضایی حاصل از Y_{lm_l}. با دوران هریك ازشکلها حول محور z می‌توان نمایش سه‌بعدی چگالی احتمال را بدست آورد.

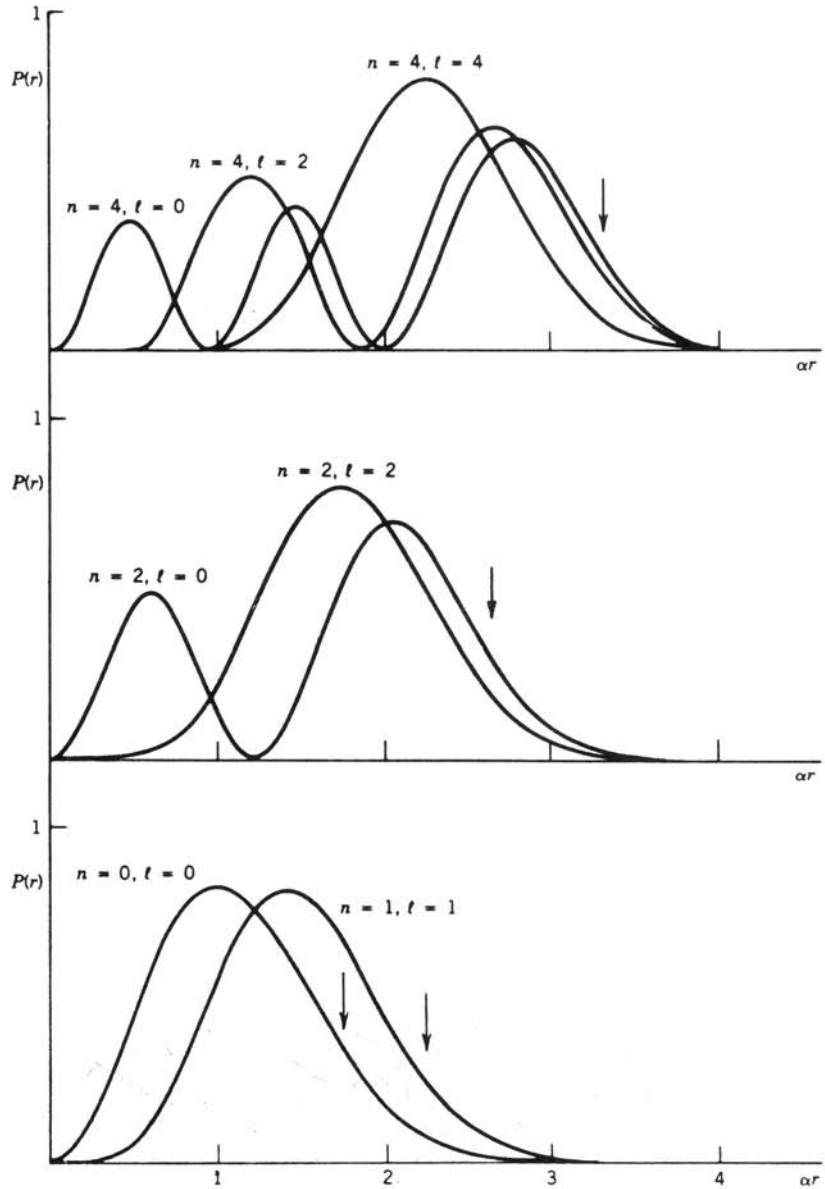
نوسانگر هماهنگ ساده

پتانسیل مرکزی یک نوسانگر را به‌صورت $V(r)=(1/2)kr^2$ در نظر می‌گیریم. جواب بخش زاویه‌ای معادلهٔ شرودینگر برای تمام پتانسیلهای مرکزی بـه صورت $Y_{lm_l}(\theta, \phi)$ است، و بنابراین تمام آنچه دراین موارد لازم داریم حل معادلهٔ شعاعی است. چنانکه در حالت یک‌بعدی دیدیم، جواب را به‌صورت حاصلضرب یک تابع نمایی و یک چندجمله‌ای محدود می‌توان نشان داد. چند نمونه ازجوابها را درجدول ۴.۲، وچگالی احتمال شعاعی آنها را درشکل ۱۴.۲ نشان داده‌ایم. خواص عمومی جوابهای یک‌بعدی را در این مورد

جدول ۴.۲ نمونه‌هایی ازتابع‌موج شعاعی برای نوسانگرهماهنگ‌ساده درحالت‌سه‌بعدی.

n	l	E_n	$R(r)$
۰	۰	$\frac{3}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}}{\pi^{1/4}}\right)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۱	۱	$\frac{5}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{3}\pi^{1/4}}\right)(\alpha r)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۲	۰	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{2\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{3}\pi^{1/4}}\right)\left(\frac{3}{2}-\alpha^2r^2\right)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۲	۲	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}}{\sqrt{15}\pi^{1/4}}\right)(\alpha^2r^2)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۳	۱	$\frac{9}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}}{\sqrt{15}\pi^{1/4}}\right)\left(\frac{5}{2}\alpha r-\alpha^3r^3\right)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۳	۳	$\frac{9}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{105}\pi^{1/4}}\right)(\alpha^3r^3)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۴	۰	$\frac{11}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{15}\pi^{1/4}}\right)\left(\frac{15}{8}-\frac{5}{2}\alpha^2r^2+\frac{1}{2}\alpha^4r^4\right)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۴	۲	$\frac{11}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{4\alpha^{3/2}\sqrt{2}}{\sqrt{105}\pi^{1/4}}\right)\left(\frac{7}{2}\alpha^2r^2-\alpha^4r^4\right)e^{-\alpha^2r^2/2}$
۴	۴	$\frac{11}{2}\hbar\omega_0$	$\left(\frac{8\alpha^{3/2}}{3\sqrt{105}\pi^{1/4}}\right)\alpha^4r^4e^{-\alpha^2r^2/2}$

به‌شباهت صوری (حاصلضرب تـابع‌نمایی در چندجمله‌ای) بین این جوابها و جوابهای مسئلهٔ یک‌بعدی درجدول ۱.۲ توجه کنید. چندجمله‌ایها را دراین‌حالت چندجمله‌ایهای لژاندرمی‌نامند. بحث تفصیلی این جوابها را در فصل ۷ کتاب **مکانیک کوانتومی**، تألیف جان ل.پاول و برند کریسمن، مرکز نشردانشگاهی (۱۳۶۸) ببینید.



شکل ۱۴۰۲ چگالی احتمال شعاعی چند حالت از نوسانگرهماهنگ سه‌بعدی. پیکانهای قائم، نقاط برگشت کلاسیك را نشان می‌دهند. توجه کنید که همانند شکل ۱۲.۲، احتمال $P(r)$ در $r=0$ برابرصفر است (ولی طبق جدول۴۰۲، تابع $R(r)$ در $r=0$ برای مورد $l=0$ غیرصفر است). «دافعهٔ گریز از مرکز» به‌ازای مقادیر بزرگ l نیز قابل توجه است.

هم مشاهده می‌کنیم: بدین‌معنی که درناحیهٔ مجاز کلاسیک جواب نوسانی است، و درناحیهٔ ممنوع کلاسیک جواب به‌طور نمایی به‌سوی صفر میل می‌کند.

ترازهای انرژی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$E_n = \hbar\omega_0\left(n+\frac{3}{2}\right) \qquad (۶۵.۲)$$

که در آن $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ است. این انرژی بـه مقدار l بستگی ندارد، ولی همهٔ مقادیر l هم مجاز نیستند. محدودیتی که حل ریاضی معادلهٔ شعاعی برمقدار l تحمیل می‌کند بدین شرح است: حداکثرمقدار l برابر n است وبسته به‌اینکه n زوج یا فرد باشد، l هم فقط می‌تواند یا مقادیرزوج ویا مقادیرفرد را دارا شود. برای مثال وقتی‌که $n = 5$ باشد، مقادیر مجاز l عبارت‌اند از ۱، ۳، و ۵، و چنانچه $n = 4$ باشد مقادیرمجاز l برابر ۰، ۲، و ۴ می‌شوند. چون مقدار انرژی به m_l هم بستگی ندارد، بـرای هر مقدار l تعداد $(2l+1)$ واگنی اضافی نیزخواهیم داشت. بدین‌سان، واگنی تراز $n = 5$ به‌صورت

$$[(2\times 1+1)+(2\times 3+1)+(2\times 5+1)] = 21 \text{(تایه)}$$

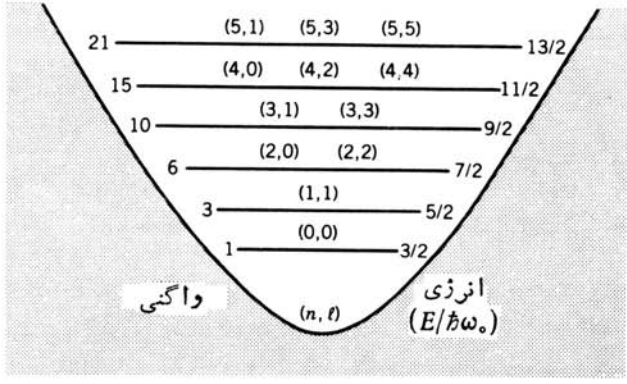
و واگنی تراز $n = 4$ به‌صورت

$$[(2\times 0+1)+(2\times 2+1)+(2\times 4+1)] = 15 \text{(تایه)}$$

خواهد شد. چندنمونه از ترازهای انرژی و واگنی آنهاراکه برابر $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ است درشکل ۱۵.۲ نشان داده‌ایم.

سد کولنی

برای برهم‌کنش بین بارهای الکتریکی $+Ze$ و $-e$ نیز همانند مورد اتم تك‌الکترون با عـدد اتمی Z، تابع انرژی پتانسیل جاذبهٔ کولنی بـه‌صورت پتانسیل مرکـزی سادهٔ



شکل ۱۵.۲ چند تراز انرژی پایین برای یك ذره در پتانسیل مرکزی نوسانگرسه‌بعدی.

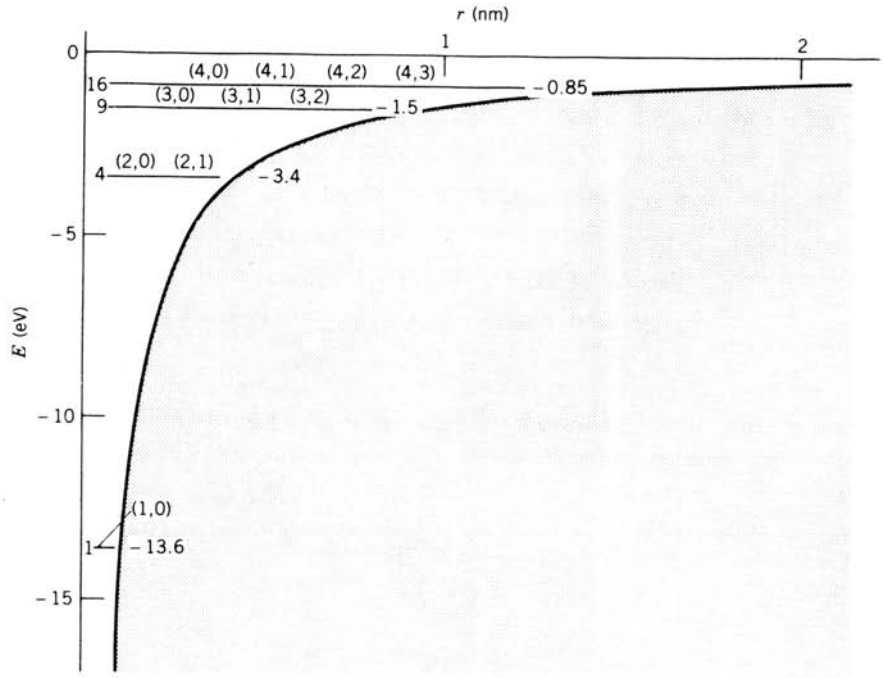
$V(r) = -Ze^2/4\pi\varepsilon_0 r$ نوشته می‌شود. دراینجاهم بخش زاویه‌ای تابع موج به‌صورت $Y_{lm_l}(\theta, \phi)$ به‌دست می‌آید، وبعضی‌از تابع‌موجهای شعاعی $R(r)$ آن درجدول۵.۲نشان داده شده است. ترازهای انرژی‌از $E_n = (-mZ^2e^4/32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2n^2)$ به‌دست می‌آیند که چند حالت آن را درشکل ۱۶.۲ نشان داده‌ایم. چگالی احتمال شعاعی چند حالت نیز برای نمونه درشکل ۱۷.۲ نشان داده شده است. دراینجا رابطهٔ بین n و l با آنچه در مورد پتانسیل نوسانگردیده‌ایم متفاوت است. دراین مورد، مقادیرمجاز l برای هرتراز n عبارت‌اند از ۰، ۱، ۲، ۳، ...، $(n-1)$. واگنی کل هر تراز انرژی، با احتساب مقادیر مختلف l وتعداد $(2l+1)$ واگنی برای هریك ازآنها، n^2تایه می‌شود.

جدول ۵.۲ چند تابع‌موج شعاعی کولنی (برای اتم هیدروژنی).

n	l	$R(r)$
۱	۰	$2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$
۲	۰	$\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{3/2}\left(2-\frac{Zr}{a_0}\right)e^{-Zr/2a_0}$
۲	۱	$3^{-1/2}\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right)e^{-Zr/2a_0}$
۳	۰	$\frac{2}{3}\left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2}\left[3-\frac{2Zr}{a_0}+2\left(\frac{Zr}{3a_0}\right)^2\right]e^{-Zr/3a_0}$
۳	۱	$\left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)\left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right)\left(1-\frac{Zr}{6a_0}\right)e^{-Zr/3a_0}$
۳	۲	$\left(\frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}}\right)\left(\frac{Z}{3a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right)^2 e^{-Zr/3a_0}$

شکل ریاضی تابع‌موج بـه صورت حاصلضرب چندجمله‌ای وابستهٔ لژاندر در تابع‌نمایی است. a_0 شعاع بور و برابر $4\pi\varepsilon_0\hbar^2/me^2$ است. برای بحث مشروح این جوابها رجوع‌کنید به‌فصل پنجم ازکتاب

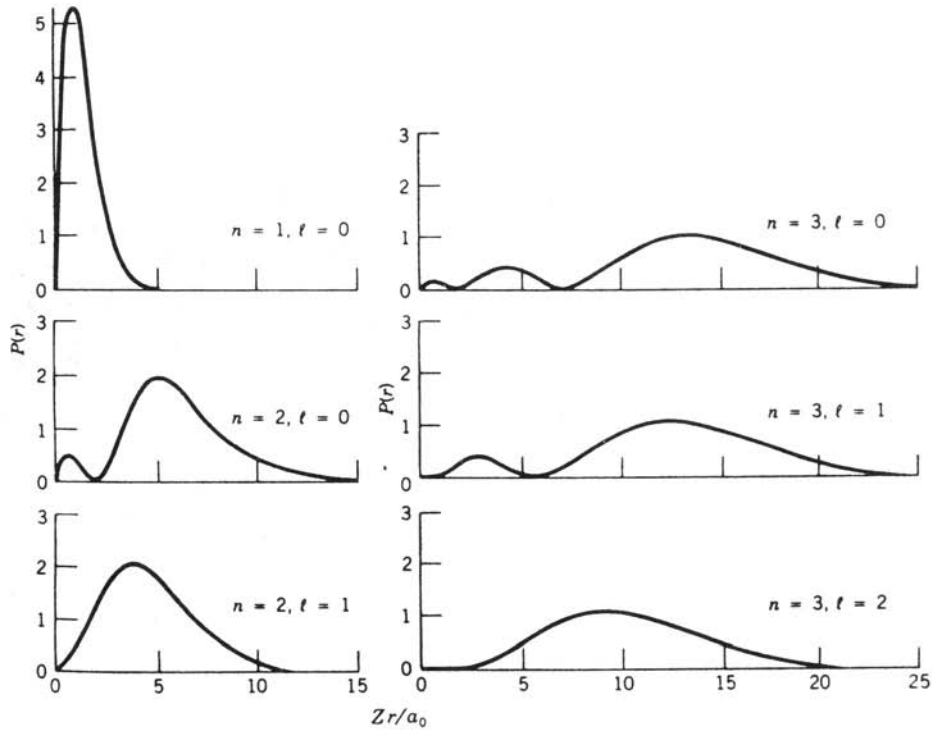
L. Pauling, E. B. Wilson, *Introduction to Quantum Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1935).



شکل ۱۶.۲ ترازهای انرژی پایین در یک پتانسیل کولنی با عدد اتمی $Z=1$ (اتم هیدروژن). حالتها با (n, l) مشخص شده‌اند. واگنیها در سمت چپ هر تراز و مقادیر انرژی آنها در سمت راست نوشته شده‌اند.

خلاصه

شیوه‌های ریاضی تعیین معادلهٔ شرودینگر در سه بعد و طرز استفاده از آنها به‌همان صورتی است که قبلا در مورد مسائل یک‌بعدی دیدیم. در محاسبات سه‌بعدی با دو ویژگی مهم و جدید روبه‌رو می‌شویم که در محاسبات یک‌بعدی دیده نمی‌شوند: (۱) ترازهای انرژی واگنی دارند، یعنی چند تابع‌موج مختلف ممکن است انرژی یکسان داشته باشند. این واگنیها درمدل پوسته‌ای هسته‌ای همان اثراتی‌را خواهندداشت که درمورد واگنی‌ترازهای انرژی پتانسیل کولنی در مدل پوسته‌ای اتم با آنها روبه‌رو بودیم. به‌کمک این واگنیها، تعداد ذراتی که در هر تراز می‌توان جا داد مشخص می‌شود. (۲) هنگامی که پتانسیل فقط به r (و نه به θ یا ϕ) بستگی داشته باشد، به هر تابع‌موج می‌توان یک عدد کوانتومی معین تکانهٔ زاویه‌ای l نسبت داد. این ویژگیهای جدید متضمن نتایج بسیار مهمی هستند که در بحث مدلهای هسته‌ای در فصل ۵ آنها را بررسی خواهیم کرد. رفتار کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای را در بخش بعدی شرح می‌دهیم.



شکل۱۷.۲ توزیع احتمال شعاعی یك ذره در پتانسیل کولنی (اتم هیدروژن). احتمال در $r=0$ برابر صفر می‌شود، ولی تابع موج $l=0$ در آن نقطه صفر نمی‌شود. این خاصیت بویژه برای پدیده‌هایی که به همپوشی تابع‌موجهای اتم و هسته وابسته‌اند، حائز اهمیت فراوان است. فقط حالتهای $l=0$ است که در این پدیده‌ها (گیراندازی الکترون، ساختار فوق ریز، وغیره) سهم قابل توجه دارد. چرا «دافعهٔ گریز از مرکز» در این مورد ظاهر نمی‌شود؟

۵.۲ نظریهٔ کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای

در جوابهای معادلهٔ شرودینگر در مسائل سه‌بعدی، عدد کوانتومی l نقش برجسته‌ای دارد. برای نمونه، در فیزیك اتمی این عدد تابع موج الکترونهای مختلف را مشخص می‌کند و اطلاعاتی از رفتار فضایی تابع‌موج به‌دست می‌دهد. این عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای در تمام مسائل سه‌بعدی با پتانسیل مرکزی $V=V(r)$ همین نقش را برعهده دارد.

در فیزیك کلاسیك، تکانهٔ زاویه‌ای $\mathbf{l}$ ذره‌ای که با تکانهٔ خطی $\mathbf{p}$ در مکان $\mathbf{r}$ نسبت به‌یك مبدأ در حرکت است، چنین تعریف می‌شود

$$\mathbf{l}=\mathbf{r}\times\mathbf{p} \qquad (۶۶.۲)$$

درمکانیک کوانتومی، می‌توانیم مقدار انتظاری تکانهٔ زاویه‌ای را با استفاده ازمعادلهٔ(۱۰.۲) به‌دست آوریم. نخست، بزرگی تکانهٔ زاویه‌ای را در نظر می‌گیریم و برای این منظور مقدار $\mathbf{l}^2$ را محاسبه می‌کنیم که آسانترین راه است. چنانکه در بخش ۲.۲ گفتیم، در گام اول باید برای $\mathbf{l}^2$ یك عملگر کوانتوم مکانیکی پیدا کنیم. با جانشین کردن مؤلفه‌های $\mathbf{p}$ با عملگرهای معادل $p_x=-i\hbar\partial/\partial x$، $p_y=-i\hbar\partial/\partial y$، و $p_z=-i\hbar\partial/\partial z$، به‌آسانی می‌توان عملگر موردنظر را به‌دست آورد. از مساوی قراردادن حاصلضربهای برداری، جملاتی به صورت $l_x=yp_z-zp_y$ حاصل می‌شود، و سرانجام از محاسبهٔ $\langle\mathbf{l}^2\rangle=\langle l_x^2+l_y^2+l_z^2\rangle$ نتیجه‌ای فوق‌العاده ساده به دست می‌آوریم که مستقل از شکل $R(r)$ است

$$\langle\mathbf{l}^2\rangle=\hbar^2 l(l+1) \qquad (۶۷.۲)$$

هروقت که بامسئله‌ای مقید به‌پتانسیل مرکزی که تابع‌موج آن به‌صورت $R(r)Y_{lm_l}(\theta,\phi)$ باشد سروکار داشته باشیم، بزرگی تکانهٔ زاویه‌ای مقداری است ثابت که ازمعادلهٔ(۶۷.۲) به دست می‌آید. یعنی در موارد پتانسیل مرکزی (همچنانکه در فیزیك کلاسیك دیدیم)، تکانهٔ زاویه‌ای یك مقدار ثابت حرکت است. در فیزیك اتمی، زیرحالتهای مربوط به هر مقدار l را با استفاده از نمادهای طیف‌نمایی مشخص می‌کنیم. در فیزیك هسته‌ای نیز همان نمادها را به کار می‌بریم، مثلا برای نمایش $l=0$ از نماد s، برای $l=1$ از p، وغیره استفاده می‌کنیم. فهرست این نمادها را درجدول ۶.۲ نشان داده‌ایم.

هنگامی که سعی می‌کنیم جهت $\mathbf{l}$ را پیدا کنیم، با مشکل اصل عدم قطعیت روبه‌رو می‌شویم. بدین‌معنی که بنا برمکانیك کوانتومی، می‌توانیم درهر لحظه فقط یکی از مؤلفه‌های $\mathbf{l}$ را دقیقاً تعیین کنیم. همین که مقدار یکی از این مؤلفه‌ها را به‌دست آوردیم، دو مؤلفهٔ دیگر آن کاملا نامعین می‌شوند. (این نتیجه، محدودیتی بنیادی است که هیچ شگرد و ترفندی هم نمی‌تواند بر آن چیره شود. همان نفس عمل اندازه‌گیری یك مؤلفه است که عدم قطعیت در دومؤلفهٔ دیگر را موجب می‌شود. هنگامی که l_x را اندازه‌گیری می‌کنیم، درمقادیر l_y و l_z باعث ایجاد عدم قطعیت می‌شویم. سپس وقتی که l_y را برای همان سیستم اندازه می‌گیریم، شناسایی قبلی‌مان از l_x اعتبارش را ازدست می‌دهد وعدم‌قطعیت در آن وارد می‌شود.) قرارداد متداول این است که مؤلفهٔ z تکانهٔ زاویه‌ای $\mathbf{l}$ را برای اندازه‌گیری انتخاب می‌کنیم و $\langle l_z\rangle$ را به‌شرحی که در بالا گفته‌شد، چنین به‌دست می‌آوریم

جدول ۶.۲ نمادهای طیف‌نمایی.

مقدار l	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
نماد	s	p	d	f	g	h	i

$$\langle l_z\rangle = \hbar m_l \qquad (۶۸.۲)$$

که در آن $m_l = ۰, \pm ۱, \pm ۲, \cdots, \pm l$ است. توجه کنید که

$$|\langle l_z\rangle| < |\mathbf{l}| = \hbar\sqrt{l(l+۱)}$$

است، یعنی مؤلفهٔ z بردار تکانهٔ زاویه‌ای همیشه از طول بردار کوچکتر است. اگر $|\langle l_z\rangle| = |\mathbf{l}|$ مجاز بود، آنگاه شناسایی دقیق هر سه مؤلفهٔ $\mathbf{l}$ امکان‌پذیر می‌شد (اگر $\mathbf{l}$ در راستای محور z قرار می‌گرفت، مؤلفه‌های l_x و l_y صفر می‌شد). نمایش برداری متداول را برای این عدم قطعیت در شکل ۱۸.۲ نشان داده‌ایم. در حالی که $\mathbf{l}$ با حرکت تقدیمی به‌دور محور z در گردش است، l_z ثابت می‌ماند ولی l_x و l_y همیشه در حال تغییرند.

توصیف کامل حالت الکترون در یک اتم مستلزم یک عدد کوانتومی جدید به‌نام عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی یا اسپین است. عدد کوانتومی اسپین برای الکترون برابر $s = ۱/۲$ است. بزرگی اسپین را به همان روش محاسبهٔ تکانهٔ زاویه‌ای می‌توان تعیین کرد (هرچند که این کمیت را نمی‌توان برحسب متغیرهای کلاسیک نمایش داد، چون برای آن هیچ مشابه کلاسیکی سراغ نداریم). پس می‌نویسیم

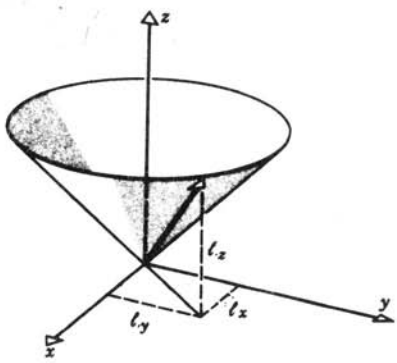
$$\langle \mathbf{s}^۲\rangle = \hbar^۲ s(s+۱) \qquad (۶۹.۲)$$

$$\langle s_z\rangle = \hbar m_s \qquad \left(m_s = \pm\frac{۱}{۲}\right) \qquad (۷۰.۲)$$

در اغلب موارد آسانتر است که اسپین را به صورت بردار $\mathbf{s}$ با دو مؤلفهٔ $\hbar(۱/۲)\pm$ در راستای z در نظر بگیریم.

عدد کوانتومی اسپین نوکلئونها هم مانند الکترونها برابر ۱/۲ است. تکانهٔ زاویه‌ای کل نوکلئونی که با تکانهٔ زاویه‌ای مداری $\mathbf{l}$ و اسپین $\mathbf{s}$ در یک پتانسیل مرکزی در حرکت است، چنین به‌دست می‌آید

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \qquad (۷۱.۲)$$



شکل ۱۸.۲ بردار $\mathbf{l}$ حول محور z به‌سرعت در گردش است. بدین ترتیب مؤلفهٔ l_z ثابت است، ولی مؤلفه‌های l_x و l_y متغیرند.

خواص و رفتار تکانهٔ زاویه‌ای کل $\mathbf{j}$ همانند خواصی است که درمورد $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ دیدیم:

$$\langle \mathbf{j}^2 \rangle = \hbar^2 j(j+1) \qquad (۷۲.۲)$$

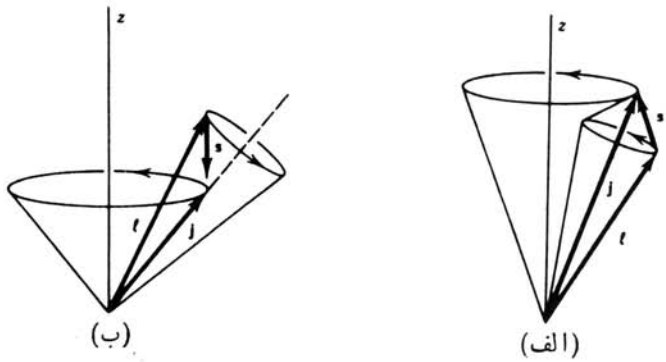
$$\langle j_z \rangle = \langle l_z + s_z \rangle = \hbar m_j \qquad (۷۳.۲)$$

که درآنها $m_j = -j, -j+1, \ldots, j-1, j$ و j عددکوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای کل است. با توجه به‌معادلات (۶۸.۲، ۷۰، و ۷۳) داریم

$$m_j = m_l + m_s = m_l \pm \frac{1}{2} \qquad (۷۴.۲)$$

چون m_l همیشه عددی درست است، m_j عددی نیم‌درست $(\ldots, \pm 5/2, \pm 3/2, \pm 1/2)$ و بنابراین j هم عددی نیم‌درست خواهد شد. برای جفت‌شدگی برداری معادلهٔ (۷۱.۲) فقط دومقدار j، یعنی $(l+1/2)$ و $(l-1/2)$، متصور است که آنها را درشکل ۱۹.۲ نشان داده‌ایم.

معمولا مقدار j را درنمادگذاری طیف‌نمایی به صورت شاخص زیرنشان می‌دهیم. مثلا برای $l=1$ (حالتهای p) دو مقدار j خواهیم داشت که عبارت‌اند از $l+1/2 = 3/2$ و $l-1/2 = 1/2$. این حالتها را به‌صورت $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$ نشان



شکل ۱۹.۲ تکانهٔ زاویه‌ای کل $\mathbf{j}$ ازجفت‌شدگی تکانهٔ زاویه‌ای مداری $\mathbf{l}$ وتکانهٔ زاویه‌ای اسپین $\mathbf{s}$ حاصل می‌شود. (الف) نتیجهٔ جفت‌شدگی $j=l+(1/2)$ است. بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ وهمین‌طور $\mathbf{j}$ طولهای مشخصی دارند. مجموعهٔ بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ با حرکت تقدیمی حول $\mathbf{j}$ درگردش است. دراین جفت‌شدگی، مؤلفه‌های l_z و s_z مقادیرمشخصی ندارند. بردار $\mathbf{j}$ با حرکت تقدیمی حول z درگردش است، و بنابراین j_z مقداری مشخص خواهد داشت. (ب) مطالب فوق در مورد جفت‌شدگی $j=l-(1/2)$ نیز صادق است. درتعبیراین شکلها همیشه باید به‌خاطرداشته باشیم که تمام این نمایشهای برداری که ازقواعد مکانیک کوانتومی پیروی می‌کنند، دربهترین حالت نمادین و در بدترین حالت گمراه کننده هستند.

خواهیم‌داد. هنگامی‌که یك عدد کوانتومی دیگر هم نظیر عدد کوانتومی اصلی n (که شمارهٔ ردیف حالتها را برحسب افزایش انرژی نشان می‌دهد) دراختیار داشته باشیم، حالتهای موردنظر را به‌صورت $2p_{3/2}$، $3p_{3/2}$، وغیره، مشخص خواهیم کرد.

در مورد اتمها، اغلب آسانتر است که الکترونها را در حال حرکت در مدارهای خوش‌تعریف با مقادیر مشخص l و j درنظر بگیریم. اما به‌هیچوجه روشن نیست که تصویر مشابهی از نوکلئونهای درون هسته هم قابل استفاده باشد. بنابراین، سودمندی برچسبهای l و j برای نوکلئونها مورد تردید است. در بحث مدل پوسته‌ای هسته درفصل ۵ این موضوع را به‌تفصیل بررسی خواهیم کرد.

۶.۲ پاریته

عمل پاریته در انواع دستگاه مختصات نسبت به مبدأ ایجاد انعکاس می‌کند، یعنی باعث تبدیل $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$ می‌شود. این بدان معنی است که در دستگاه مختصات دکارتی $x \to -x$، $y \to -y$، $z \to -z$، و در دستگاه مختصات کروی $r \to r$، $\theta \to \pi - \theta$، $\phi \to \phi + \pi$ تبدیل می‌شود. اگر سیستمی تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند، در این صورت انتظار داریم که هیچ‌یك ازخواص قابل مشاهدهٔ آن دراثرانعکاس تغییرنکند. چون مقادیری که برای کمیتهای قابل‌مشاهده اندازه‌گیری می‌کنیم به $|\psi|^2$ بستگی دارد، به‌طور منطقی می‌توانیم ادعا کنیم

$$\text{اگر } V(\mathbf{r}) = V(-\mathbf{r}) \text{ باشد، آنگاه خواهیم داشت } |\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi(-\mathbf{r})|^2$$

این ادعا که عکس آن هم درست است، در عرصهٔ فیزیك هسته‌ای دو پیامد بسیار مهم به‌شرح زیردارد:

۱. اگر $|\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi(-\mathbf{r})|^2$ باشد، آنگاه داریم $\psi(-\mathbf{r}) = \pm\psi(\mathbf{r})$. یعنی عمل پاریته بر تابع‌موج یکی از این دو اثر را خواهد داشت. حالت $\psi(-\mathbf{r}) = +\psi(\mathbf{r})$ را پاریتهٔ زوج یا مثبت، وحالت $\psi(-\mathbf{r}) = -\psi(\mathbf{r})$ را پاریتهٔ فرد یا منفی می‌گویند. اگر پتانسیل $V(\mathbf{r})$ تحت عمل پاریته بدون تغییر بماند، آنگاه تابع‌موجهای حالت مانا باید دارای یکی‌از دونوع پاریتهٔ فرد یا زوج باشد. تابع‌موجهای با پاریتهٔ آمیخته مجاز نیستند. جوابهای نوسانگر هماهنگ یك‌بعدی را در نظر می‌گیریم. پتانسیل $(1/2)kx^2$ مسلماً تحت عمل پاریتهٔ $x \to -x$ ناوردا می‌ماند. توانهای x در تابع‌موجهایی که درجدول ۱.۲ فهرست شده‌اند، یا فقط فرد است که دراین صورت پاریته فرد می‌شود، یا فقط زوج است که پاریته هم درآنها زوج می‌شود. چندجمله‌ایها هیچگاه به صورت آمیخته‌ای از توانهای فرد و زوج نیستند. جوابهای چاه پتانسیل متناهی را هم در اینجا مورد توجه قرار می‌دهیم. چون این چاه در فاصلهٔ بین $x = +a/2$ و $x = -a/2$ قرار دارد، پتانسیل نسبت به عمل پاریته تقارن دارد:

$V(x)=V(-x)$. با توجه به جوابهایی که در شکل ۸.۲ نموده شده است معلوم می‌شود که در بعضی از جوابها $\psi(x)=\psi(-x)$ و پاریته زوج است، درحالی که در جوابهای دیگر $\psi(x)=-\psi(-x)$ و پاریته فرد است.

درموارد سه‌بعدی، در نتیجهٔ عمل پاریته بر تابع‌موج Y_{lm_l} فازی به‌صورت $(-1)^l$ به‌دست می‌آید

$$Y_{lm_l}(\pi-\theta, \phi+\pi)=(-1)^l Y_{lm_l}(\theta, \phi) \qquad (۷۵.۲)$$

بدین ترتیب، پتانسیلهای مرکزی که فقط به مقدار $\mathbf{r}$ بستگی دارند تحت تأثیر پاریته ناوردا می‌مانند و پاریتهٔ تابع‌موجهای مربوط به‌آنها ثابت است. پاریتهٔ این توابع، در صورت فرد بودن l فرد و درصورت زوج بودن l زوج است.

تابع‌موج سیستمی که از تعدادی ذره تشکیل شده باشد، از حاصلضرب تابع‌موجهای تک‌تک ذرات آن به‌دست می‌آید. اگر سیستم از تعدادی ذره با پاریتهٔ زوج یا تعداد زوجی از ذرات با پاریتهٔ فرد تشکیل شده باشد تابع‌موج سیستم زوج خواهد شد، و چنانچه سیستم از تعداد فردی ذره با پاریتهٔ فرد تشکیل شود تابع‌موج آن فرد خواهد بود. بدین ترتیب به هرحالت هسته‌ای می‌توان یك پاریتهٔ مشخص، فرد یا زوج، نسبت داد. معمولا علامت پاریته را همراه با تکانهٔ زاویه‌ای کل حالت موردنظر نشان می‌دهند، مثلا به‌صورت $^+(۵/۲)$ یا $^-(۳/۲)$. در فصل ۱۰ طرز تعیین پاریتهٔ حالتها را به‌طور تجربی خواهیم دید.

۲. دومین پیامد از قاعدهٔ معکوس پاریته حاصل می‌شود. اگر با سیستمی روبه‌رو شویم که در آن $|\psi(\mathbf{r})|^2 \neq |\psi(-\mathbf{r})|^2$ باشد، آنگاه باید نتیجه بگیریم که $V(\mathbf{r})\neq V(-\mathbf{r})$ است. یعنی دراین‌صورت، سیستم نسبت به‌پاریته ناوردا نیست. درسال ۱۹۵۷ فرایندهای خاصی (ازنوع واپاشیهای بتازا) کشف شد که مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ کمیتهای قابل مشاهده در آنها از تقارن پاریته برخوردار نبود. از سوی دیگر، هنوز هیچ شاهدی در دست نیست که برهم‌کنش هسته‌ای قوی یا برهم‌کنش الکترومغناطیسی با نقض پاریته همراه باشد. اثبات نقض پاریته در واپاشی بتازا یکی از هیجان‌انگیزترین کشفهای فیزیك هسته‌ای بوده است که در پیدایش نظریات برهم‌کنشهای بنیادی بین ذرات، تأثیری عمیق و اساسی داشته‌است. آزمایش نقض پاریته را در بخش ۹.۹ شرح داده‌ایم.

۷.۲ آمار کوانتومی

هنگامی که از گردهمایی تعدادی ذره یك سیستم کوانتومی بزرگتر به‌وجود می‌آوریم (مانند مورد نوکلئونهای موجود دریك هسته، الکترونهای موجود دریك اتم، واتمهای موجود در یك مولکول)، درصورتی که ذرات سیستم از همدیگر تمایزناپذیر باشند، با اثر کوانتومی جدیدی روبه‌رو خواهیم شد. اجازه دهید که یك مورد دو ذره‌ای، مثلا دو الکترون موجود

در اتم هلیم، را درنظر بگیریم. فرض کنید تابع‌موج الکترونی که در $\mathbf{r}_1$ قراردارد ψ_A، و تابع‌موج الکترونی که در $\mathbf{r}_2$ قرار دارد ψ_B باشد. تابع‌موج سیستم متشکل از این دو ذره از حاصلضرب همین مؤلفه‌های تابع‌موج، به‌صورت $\psi=\psi_A(\mathbf{r}_1)\psi_B(\mathbf{r}_2)$، به‌دست می‌آید. حال اگر این دو الکترون را با هم تعویض کنیم، تابع‌موج جدید به صورت $\psi'=\psi_B(\mathbf{r}_1)\psi_A(\mathbf{r}_2)$ درمی‌آید. آیا آزمایشی وجود دارد که تحقق یا عدم تحقق این تعویض را آشکارسازد؟

اگر الکترونها براستی تمایزناپذیر باشند، پاسخ این پرسش باید منفی باشد. هیچ طرح قابل مشاهده‌ای برای متمایز کردن «الکترون اول» از «الکترون دوم» وجود ندارد. بدین ترتیب، نتیجه‌ای که به دست می‌آید تا حدودی شبیه به نتیجهٔ عمل پاریته است: چگالیهای احتمال نسبت به‌تعویض ذرات یکسان باید ناوردا باشند. یعنی حداکثر تفاوتی که تابع‌موج تعویضی ψ_{21} با تابع‌موج اولیهٔ ψ_{12} دارد، فقط در علامت جبری است. بنابراین‌دراینجا دوحالت پیش‌می‌آید. اگردرتعویض ذرات علامت تغییرنکند، با تابع‌موج متقارن سروکارداریم که دراین صورت $\psi_{12}=\psi_{21}$ می‌شود. اگردرتعویض ذرات علامت تغییر کند، تابع‌موج پاد متقارن است و دراین صورت داریم $\psi_{12}=-\psi_{21}$. تمام تابع‌موجهای ترکیبی برای ذرات یکسان باید یا کاملا متقارن یا کاملا پاد متقارن باشند. تابع‌موجهای با «تقارن آمیخته» مجاز نیستند.

هنگامی که برای تأیید این ادعا به آزمایشگاه می‌رویم و به‌آزمایش دست می‌زنیم، به‌رده‌بندی دیگری می‌رسیم که تاکنون استثنایی درآن دیده نشده است: تابع‌موج ترکیبی تمام ذراتی که اسپین درست (۰، ۱، ۲، . . .) دارند متقارن است، درحالی که تابع ترکیبی تمام ذرات با اسپین نیم‌درست (۱/۲، ۳/۲، ۵/۲، . . .) پادمتقارن است.

تابعهای دو ذره‌ای ψ و ψ' که دربالا ذکرشدند نه متقارن‌اند ونه پادمتقارن (یعنی ψ' هیچ شباهتی با ψ یا $-\psi$ ندارد)، و از این‌رو برای نمایش تابع‌موجهای ترکیبی مناسب نیستند. درعوض، تابع‌موج ترکیبی زیررا درنظر می‌گیریم

$$\psi_{12}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_A(\mathbf{r}_1)\psi_B(\mathbf{r}_2)\pm\psi_B(\mathbf{r}_1)\psi_A(\mathbf{r}_2)] \qquad (۷۶.۲)$$

اگر علامت مثبت را اختیارکنیم، آنگاه تابع‌موج ترکیبی نسبت به تعویض ذرات متقارن است. چنانچه علامت منفی را اختیارکنیم، نتیجه یك تابع‌موج پاد متقارن خواهد بود. ضریب $1/\sqrt{2}$ برای بهنجارکردن موج ترکیبی در نظرگرفته شده است (فرض این است که هریك از مؤلفه‌های موج از قبل بهنجار بوده‌اند).

هنگامی که با حالتهای کوانتومی یکسان A و B سروکار داشته باشیم، با وضعیتی خاص روبه‌رو می‌شویم. (می‌توان A و B را به صورت مجموعه‌ای از اعداد کوانتومی در نظر گرفت.) هرگاه A و B یکسان باشند، تابع موج ترکیبی پادمتقارن آنها برابرصفر می‌شود، ودرنتیجه چگالی‌احتمال آن همواره برابرصفر است. احتمال وجود دو ذرهٔ یکسان

که اسپین نیم‌درست دارند، در حالت کوانتومی یکسان همیشه باید برابر صفر شود. البته این همان اصل طرد پاؤلی است که وضعیت خاص پرشدن زیرپوسته‌های اتمی را تعیین می‌کند. مبنای ریاضی اصل پاؤلی همین صفرشدن تابع‌موج پادمتقارن است. در ترکیب متقارن تابع‌موج برابرصفر نمی‌شود، بنابراین برای ذرات یکسانی که اسپین درست دارند هیچ مانعی نیست که حالتهای کوانتومی یکسان داشته باشند.

درقسمتهای آیندهٔ این کتاب، اصل پاؤلی را برای نوکلئونها به‌کار می‌بریم و اهمیت آن را برای درك مدل پوسته‌ای هسته نشان می‌دهیم. همچنین برای کوارکها که اجزای سازندهٔ نوکلئونها و دیگر ذرات مشابه هستند، چند تابع‌موج پادمتقارن ساده در نظر می‌گیریم.

۸.۲ گذار بین حالتها

حالتی که حقیقتاً مانا باشد، برای همیشه پایدار می‌ماند. مقادیر انتظاری کمیتهای قابل‌مشاهده‌ای که با استفاده از تابع‌موج حالت مانا محاسبه می‌شوند، درطی زمان تغییر نمی‌کنند. بویژه، مقدار انتظاری انرژی درطی زمان ثابت می‌ماند. انرژی حالت مانا دقیقاً معلوم است، و عدم قطعیت آن

$$\Delta E = \sqrt{\langle E^2\rangle - \langle E\rangle^2} \qquad (۷۷.۲)$$

برابرصفر می‌شود، زیرا در این حالت داریم $\langle E^2\rangle = \langle E\rangle^2$. پس بنابررابطهٔ هایزنبرگ، $\Delta E\,\Delta t \geqslant \hbar/2$، داریم $\Delta t = \infty$. از این‌رو، حالتی که انرژی دقیقاً مشخصی دارد برای همیشه پایدار است، یعنی طول عمرش در برابر واپاشی (به حالتهای پایینتر) بینهایت است.

اکنون فرض می‌کنیم که براین‌سیستم، علاوه‌بر پتانسیل اولیهٔ V، یك پتانسیل پریشندهٔ ضعیف V' هم وارد شود. درغیاب پتانسیل V'، می‌توانیم معادلهٔ شرودینگر را برای پتانسیل V حل کنیم و مجموعه‌ای از ویژه‌ـحالتها ψ_n و ویژه‌ـمقدارهای E_n را به دست آوریم. حال اگر پتانسیل اضافی وضعیف V' را هم درنظربگیریم، معلوم می‌شود که حالتها تقریباً، اما نه دقیقاً، همان ویژه‌ـحالتهای قبلی ψ_n هستند که از پتانسیل V حاصل شده‌اند. این پتانسیل اضافی ضعیف موجب می‌شود که سیستم بتواند بین ویژه‌ـحالتهای «تقریبی» ψ_n در نوسان باشد. به‌همین ترتیب است که اتم هیدروژن، تحت برهم‌کنش یك میدان ضعیف الکترومغناطیسی می‌تواند گذارهایی مثلا به‌صورت $1s \to 2p$ یا $2p \to 3d$ داشته‌باشد. دراینجا، ترازهای مختلف را به‌صورتی توصیف می‌کنیم که گویی همان ویژه‌ـحالتهای سیستم هستند.

با وجود اینکه سیستم می‌تواند از یك حالت انرژی اولیهٔ E_i به‌حالت نهایی E_f گذر کند، انرژی آن باید پایسته بماند. بنابراین انرژی کل واپاشی باید ثابت باشد.

چنانچه انرژی حالت نهایی E_f از انرژی E_i پایینتر باشد، اختلاف انرژی $(E_i - E_f)$ در واپاشی باید به‌صورت تابش گسیل شود. درگذارهای بین حالتهای برانگیختهٔ اتمی یا هسته‌ای، اختلاف انرژی $(E_i - E_f)$ به‌صورت فوتون درمی‌آید.

عدم قطعیت درانرژی حالت نامانا برابر با یك مقدارغیرصفر ΔE است. این کمیت را اغلب «پهنای» آن حالت می‌نامند و معمولا با Γ نمایش می‌دهند. طول عمر τ حالت نامانا (یا متوسط زمان دوام آن پیش ازگذار به‌حالت پایینتر) را از طریق وابستگی آن با زمان Δt، که درفاصلهٔ آن می‌توانیم انرژی این حالت را اندازه گیری کنیم، و با استفاده از اصل عدم قطعیت می‌توان براوردکرد. بدین ترتیب داریم $\tau \simeq \hbar/\Gamma$. احتمال‌واپاشی یا احتمال گذار λ (که برابر تعداد واپاشی در واحد زمان است) با عمرمیانگین τ نسبت معکوس دارد

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \qquad (۷۸.۲)$$

دستیابی به روشی که با کاربرد آن بتوانیم λ یا τ را مستقیماً ازتابع موج هسته محاسبه‌کنیم، بسیارمفید خواهد بود. ما با داشتن اطلاعات زیرمی‌توانیم این‌کار را انجام دهیم: (۱) تابع‌موجهای حالتهای اولیه ونهایی، ψ_i و ψ_f، راکه به تقریب همان حالتهای مانای پتانسیل V هستند، باید دراختیار داشته باشیم؛ (۲) برهم‌کنش V' که باعث گذار بین این‌حالتها می‌شود باید معلوم باشد. محاسبهٔ λ مفصلتر ازآن است که آن را دراین کتاب بررسی کنیم، ولی در هر کتاب درسی مکانیك‌کوانتومی پیشرفته می‌توان آن را یافت. ما دراینجا، صرفاً نتیجهٔ محاسبه راکه قاعدهٔ طلایی فرمی نامیده می‌شود می‌آوریم

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f) \qquad (۷۹.۲)$$

کمیت V'_{fi} به‌شکل یك مقدار انتظاری است

$$V'_{fi} = \int \psi_f^* V' \psi_i dv \qquad (۸۰.۲)$$

دراینجا هم باید به ترتیب حالتهای f و i درانتگرال توجه داشته باشیم. انتگرال V'_{fi} را گاهی **جزء ماتریسی عملگر گذار** V' می‌گویند. این اصطلاح به صورتبندی دیگری از مکانیك‌کوانتومی مربوط‌می‌شودکه به‌جای معادلهٔ‌دیفرانسیل برماتریس‌مبتنی‌است. مخصوصاً این نکته را باید در نظرداشت‌که احتمال واپاشی با استفاده از **مجذور جزء ماتریس** گذار به‌دست می‌آید.

کمیت $\rho(E_f)$ را چگالی حالتهای نهایی می‌گویندکه منظورازآن، تعدادحالتهای موجود درفاصلهٔ واحد انرژی درانرژی E_f است. دلیل استفاده از این مفهوم به‌این شرح

است: احتمال واپاشی وقتی که حالت نهایی E_f به‌صورت یك تك حالت منـزوی باشد، نسبت به‌وقتی کـه تعداد بسیار زیادی حالت نهایی در یـك نوار باریك در نزدیکی E_f متمرکز شود، خیلی کمتر است. در صورتی که چگالی حالتها در نزدیکی E_f زیاد باشد، حالتهای نهایی ممکن برای گذار فراوانترو درنتیجه احتمال گذار هـم بیشترخواهد شد. چگالی حالتهای نهایی را براساس نوع واپاشی مورد نظر باید محاسبه‌کرد. هنگام بحث دربـارهٔ سطح مقطعهای واپاشی بتازا، واپاشی گامازا، و پراکندگی، نمونه‌هایی از ایـن مسئله را بررسی خواهیم کرد.

مراجع مطالعات تکمیلی

کتابهای فیزیك جدید زیر که در سطحی مقدماتی تهیه شده‌اند، زمینهٔ لازم را برای مطالعهٔ مکانیك کوانتومی‌فراهم می‌آورند:

A. Beiser, *Concepts of Modern Physics*, 3rd Ed. (New York: McGraw-Hill, 1981),

K. S. Krane, *Modern Physics* (New York: Wiley, 1983),

P. A. Tipler, *Modern Physics* (New York: Worth, 1978),

ریچارد وایدنر و رابرت سلز، مبانی فیزیك نوین (مرکزنشردانشگاهی، ۱۳۶۵).

مراجع مکانیك کوانتومی درسطح کتاب حاضرعبارت‌اند از

R. Eisberg and R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, 2nd ed. (New York: Wiley, 1985),

ترجمهٔ فارسی نیمهٔ اول این کتاب بـا عنوان فیزیك کوانتومی جلد اول، در سال ۱۳۶۲ توسط مرکز نشردانشگاهی منتشرشده است.ـو.

A. P. French and E. F. Taylor, *An Introduction to Quantum Physics* (New York: Norton, 1978),

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York: McGraw-Hill, 1969),

D. S. Saxon. *Elementary Quantum Mechanics* (San Francisco: Holden-Day, 1968).

کتابهای مکانیك کوانتومی پیشرفته‌که برای بحث تفصیلی مطالب مطرح شده دراین کتاب می‌توان بدانها مراجعه‌کرد، عبارت‌اند از:

C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics* (New York: Wiley-Interscience, 1977).

بخشی ازترجمهٔ فارسی این‌کتاب تحت عنوان مکانیك کوانتومی جلد اول، درسال ۱۳۶۵ توسط مرکز نشردانشگاهی منتشرشده است.ـو.

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2nd ed. (New York: McGraw-Hill, 1974),

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2nd ed. (New York: Wiley 1970).

مسائل

۱. معادلهٔ (۳۷.۲) را محاسبه کنید ومنحنی ضریب عبور را برحسب انرژی ذرهٔ فرودی E رسم کنید. دربارهٔ چگونگی تغییرات T بحث کنید.

۲. معادلهٔ (۳۹.۲) را محاسبه کنید ومنحنی ضریب عبور را برحسب E رسم کنید.

۳. معادلهٔ شرودینگر را با پتانسیل زیر حل کنید:

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty && x < 0 \\ &= -V_0 && 0 < x < a \\ &= 0 && x > a \end{aligned}$$

دراینجا V_0 مثبت است و می‌خواهیم جوابها را در انرژیهای $E > 0$ تعیین کنیم. همهٔ ضرایب نامعین را برحسب یك ضریب منفرد به دست آورید، ولی لازم نیست که تابع‌موج را بهنجار کنید. فرض کنید که ذرات از $x = -\infty$ تابیده می‌شوند.

۴. تعداد حالتهای مقید وانرژی آنهارا درچاه مربعی یك‌بعدی متناهی، هنگامی که $P = 10$ است، تعیین کنید.

۵. جواب نوسانگر «نیم» هماهنگ زیررا پیدا کنید

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty && x < 0 \\ &= \frac{1}{2} k x^2 && x > 0 \end{aligned}$$

تابع‌موجها و مقادیر انرژی این نوسانگر را با نوسانگر تمام هماهنگ مقایسه کنید. چرا در این مسئله، تعدادی از جوابهای نوسانگر کامل را مشاهده می‌کنیم و تعدادی را نمی‌یابیم؟

۶. برای حالت پایه و دو حالت برانگیختهٔ اول در نوسانگرهماهنگ سادهٔ یك بعدی، احتمال وجود ذره را درخارج ازنقاط بازگشت کلاسیك پیدا کنید.

۷. (الف) مقادیر $\langle x \rangle$ و $\langle x^2 \rangle$ را برای نوسانگرهماهنگ سادهٔ یك‌بعدی تعیین کنید.

(ب) مقدار $\Delta x = [\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2]^{1/2}$ را دراین مسئله پیدا کنید.

(ج) بدون هیچگونه محاسبهٔ اضافی، مقادیر $\langle p_x \rangle$ و $\langle p_x^2 \rangle$ رابه‌دست آورید. (راهنمایی: مقدار $\langle p_x^2/2m \rangle$ را تعیین کنید.)

(د) مقدار Δp_x وحاصلضرب $\Delta x \cdot \Delta p_x$ را به دست آورید. چرا بسته‌موجی به این

شکل‌را (که شکل گاؤسی نامیده می‌شود) بسته‌موجی با «حداقل عدم‌قطعیت» می‌دانند؟

۸. (الف) تابع‌موجها و ترازهای انرژی ذره‌ای را که در یك جعبهٔ مربع ـ مستطیل دو بعدی محبوس است، پیدا کنید. پتانسیل ذره را به‌صورت زیر در نظر بگیرید

$$V(x, y) = 0 \qquad -a \leqslant x \leqslant +a,\ -b \leqslant y \leqslant +b$$
$$= \infty \qquad |x| > a,\ |y| > b$$

(ب) نموداری مشابه شکل ۱۰.۲ رسم کنید که ترازها و واگنیها را برای موارد $b = a$ و $b = 2a$ نشان دهد.

۹. شکل ۱۰.۲ را تا حد $50E_0$ ادامه دهید.

۱۰. شکل ۱۱.۲ را تا حد $20E_0$ ادامه دهید.

۱۱. برای حل معادلهٔ (۵۴.۲)، جداسازی مورد نیاز را انجام دهید.

۱۲. نشان دهید که چهار تابع‌موج شعاعی اول در جدول ۴.۲، جوابهای معادلهٔ شرودینگر با همان مقادیر انرژی هستند، و بهنجار بودن آنها را نیز تحقیق کنید.

۱۳. جوابهای چاه مربعی نامتناهی یك‌بعدی را وقتی که گسترهٔ پتانسیل، به‌جای از ۰ تا $a+$، از $-a/2$ تا $+a/2$ باشد، پیدا کنید. آیا این پتانسیل نسبت به پاریته ناوردا است؟ آیا تابع‌موج نسبت به‌پاریته ناوردا است؟ دربارهٔ انتساب پاریتهٔ فرد و زوج به‌این جوابها بحث کنید.

۱۴. زاویهٔ بین بردار تکانهٔ زاویه‌ای $\mathbf{l}$ ومحور z را، وقتی که $l = 3$ است، برای تمام سمتگیریهای ممکن پیدا کنید.

۱۵. (الف) مقادیر ممکن j را برای حالتهای f پیدا کنید.
(ب) مقادیر متناظر m_j را پیدا کنید.
(ج) تعداد کل حالتهای m_j را پیدا کنید.
(د) اگر به‌جای m_j از m_l و m_s استفاده می‌کردیم، تعداد حالتها چقدر می‌شد؟

۱۶. یك تابع موج ترکیبی معرف اسپین کل S برای مجموعه‌ای سه الکترونی را می‌توان به‌صورت $\psi = \psi_1(m_s)\psi_2(m_s)\psi_3(m_s)$ نشان داد که در آن برای هر الکترون با اسپین $1/2$ داریم $m_s = \pm 1/2$. (الف) فهرستی از تمام تابع‌موجهای ممکن و تصاویر اسپین کل آنها M_S تهیه کنید. (ب) نشان دهید که تعداد مقادیر M_S با تعداد مقادیر مختلف اسپین کل S برابر است. (بعضی از مقادیر S ممکن است بیش از یکبار ظاهر شوند.) (ج) با رسم نمودارهای برداری ساده از جفت شدگیهای مختلف $\mathbf{s}_1$، $\mathbf{s}_2$، و $\mathbf{s}_3$ نشان دهید که می‌توان به‌تعداد S و مقادیر آنها دست یافت. (راهنمایی: نخست دوتا از اسپینها را با هم جفت کنید، و سپس جفت‌شدگی اسپین سوم را با برایندهای دو اسپین اول در نظر بگیرید.) (د) در جفت‌شدگی چهار الکترون، مقادیر ممکن S و چندتایگی آنها را به دست آورید، و نشان دهید که تعداد حالتهای M_S با آنچه از فهرست تابع‌موجهای ممکن به‌دست می‌آید سازگاری دارد.

۳

خواص هسته‌ها

هسته هم مانند بسیاری از سیستمهای پیرو قوانین مکانیك کوانتومی، جسمی پیچیده و اسرارآمیز است که توصیف رفتار و خواص آن خیلی دشوارتر از اجسام ماکروسکوپی است. مثلا توصیف کامل یك هستهٔ میان‌وزن ۵۰ نوکلئونی، برحسب کلیهٔ برهم‌کنشهای بین نوکلئونهای موجود در هسته، مستلزم تعداد !۵۰ عبارت یا درحدود $۱۰^{۶۴}$ جمله است! بنابراین ما باید رهیافتی متفاوت در پیش بگیریم و سعی کنیم که مشخصات کلی هرسیستم هسته‌ای را به عنوان یك واحد جداگانه شناسایی کنیم. اکنون باید پرسید که **آیا خواصی** فیزیکی سراغ داریم که بااستفاده از آنها بتوانیم توصیف کاملی ازهرهسته به‌دست دهیم؟

هسته‌ها را به کمك تعدادی از پارامترهای هسته‌ای تا حد قابل توجهی می‌توان توصیف کرد. این پارامترها عبارت‌اند از: بار الکتریکی، شعاع، جرم، انرژی بستگی، تکانهٔ زاویه‌ای، پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی، و انرژی حالتهای برانگیخته. اینها خواص استاتیکی هسته‌ها هستندکه درهمین فصل آنها را بررسی می‌کنیم. درفصلهای بعدی خواص دینامیکی هسته‌ها، ازجمله احتمال واپاشی و احتمال واکنش هسته‌ها را بررسی خواهیم کرد. درك خواص استاتیکی و دینامیکی و تفسیر آنها برپایهٔ برهم‌کنش بین تك‌تك نوکلئونهای موجود در هسته، وظیفه‌ای بس خطیراست که هر متخصص فیزیك هسته‌ای باید با آن دست و پنجه نرم کند.

۱.۳ شعاع هسته

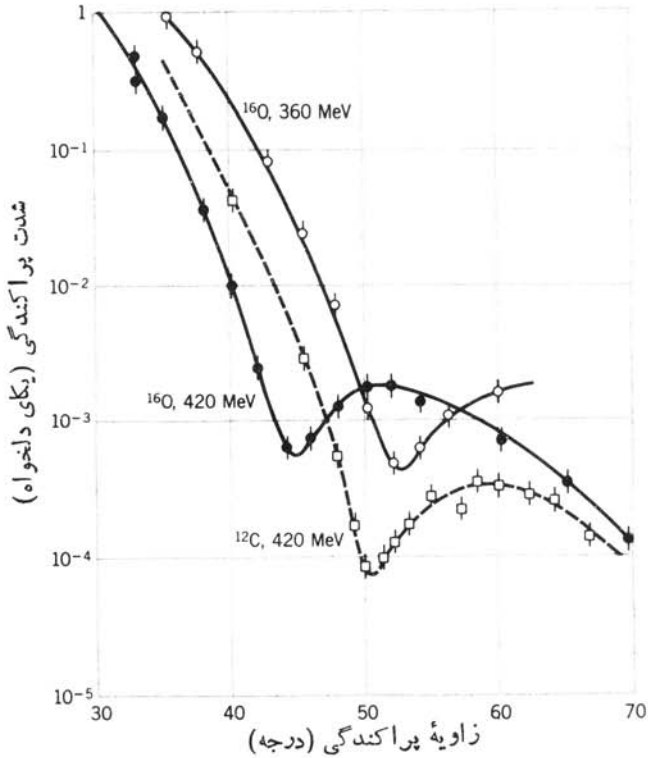
شعاع هسته هم مانند شعاع اتم، کمیتی دقیقاً تعریف شده نیست. هیچیك از این دو (یعنی اتم و هسته) را نمی‌توان به‌صورت کره‌هایی جامد با مرزهای مشخص تصور کرد. در هر دومورد، پتانسیل کولنی که عامل پیوند اتمی و توزیع بارالکترونهاست تا بینهایت ادامه دارد، هرچند که مقدار آن در فواصل دورتراز شعاع اتمی (10^{-10}m) فوق‌العاده ناچیز است. چیزی که در اینجا نیاز داریم این است که با به‌دست دادن یك «تعریف عملیاتی» مقصودمان را از شعاع اتم روشن کنیم. برای نمونه، می‌توانیم شعاع اتم را به صورت مقدارمتوسط بزرگترین شعاع حالتهای الکترونی مختلف اتم تعریف کنیم. اما اندازه‌گیری چنین شعاعی فوق‌العاده دشوار است و به‌همین دلیل از تعاریفی عملیتر، مانند فاصلهٔ بین اتمها دریك ترکیب یونی از اتمهای مورد نظر، استفاده می‌شود. این تعریف نیز مشکلاتی دارد: وقتی که اتم تحت بررسی را در ترکیبهای مختلف یا درحالتهای ظرفیتی مختلف در نظرمی‌گیریم، شعاعهای متفاوتی برای آن به‌دست می‌آوریم.

وضع هسته‌ها، ازجهاتی بهتر و ازجهات دیگری بدتراست. چنانکه بزودی خواهیم دید، وضعیت بستگی فضایی چگالی نوکلئونها و پتانسیل هسته‌ای مشابه یکدیگراست، بدین‌معنی که چگالی و پتانسیل تافواصل کوتاهی توزیع نسبتاً ثابت دارند وآنگاه بسرعت به‌صفرمیل می‌کنند. بنابراین تا حدودی طبیعی است که شکل هسته را با دو پارامترمشخص کنیم: شعاع میانگین که نشانگر فاصله‌ای از مرکز هسته است که چگالی نوکلئونی در آن به نصف مقدار مرکزی آن کاهش می‌یابد، و «ضخامت پوست» که در طی آن چگالی نوکلئونی ازمقدار نزدیك به‌حداکثر به‌مقدار نزدیك به‌حداقل کاهش می‌یابد. (در بخش ۵ همین‌فصل، پارامترسومی را هم معرفی خواهیم کرد که برای شناسایی هسته‌های غیرکروی لازم می‌شود.)

مسائلی که در اینجا باآنها روبه‌رو می‌شویم، به‌تعیین دقیق نوع کمیتی که با توزیع موردنظر توصیف می‌شود مربوط است. مثلا شعاعی که اندازه‌گیری می‌کنیم، به‌نوع آزمایشی که برای تعیین شکل‌هسته انجام می‌دهیم بستگی دارد. دربعضی آزمایشها نظیرپراکندگی الکترونهای پرانرژی، پرتوهای‌ایکس موئونی، انتقال **ایزوتوپی پرتوایکس وتابش‌اپتیکی**، و اختلاف انرژی هسته‌های آینه‌ای، برهم‌کنش کولنی بین یك ذرهٔ باردار و هسته را اندازه‌گیری می‌کنیم. پس کمیت مورد اندازه‌گیری دراین آزمایشها، توزیع بار هسته‌ای است (این‌توزیع عمدتاً توزیع پروتونها و اندکی هم‌توزیع نوترونها را، به‌خاطرساختار داخلی‌شان، شامل می‌شود). در آزمایشهای دیگر نظیر پراکندگی رادرفورد، واپاشی آلفازا، و پرتوهای ایکس پیونی، برهم‌کنش هسته‌ای قوی بین ذرات موجود در هسته اندازه‌گیری می‌شود، و توزیع تعیین شده توزیع نوکلئونهاست که **توزیع مادهٔ هسته‌ای** نامیده می‌شود.

توزیع بار هسته‌ای

روش معمولی تعیین اندازه وشکل جسم، بررسی تابش پراکنده شده توسط آن جسم است (و این درست همان کاری است که در نگاه‌کردن به یك جسم یا عکسبرداری از آن انجام می‌دهیم). برای اینکه بتوانیم جسم و جزئیات آن را ببینیم باید طول‌موج تابش مورد استفاده از ابعاد جسم کوچکتر باشد، چه درغیراین صورت اثرات پراش تمام یا بخشی از تصویرجسم را محو خواهد کرد. تابش مورد نیاز برای هسته‌هایی به‌ابعاد حدود ۱۰ fm باید دارای طول موج $\lambda \lesssim 10$ fm یا تکانهٔ $p \gtrsim 100$ MeV/c باشد. باریکه‌های الکترونی با انرژی ۱۰۰ MeV تا ۱ GeV را با استفاده از شتابدهنده‌های پرانرژی نظیر شتابدهندهٔ خطی استانفورد می‌توان تولید کرد، و بررسی و تحلیل آنها نیز نیازمند طیف‌سنجهای دقیقی است که بتوانند فقط الکترونهای پراکنده شده از هدفهای هسته‌ای خاصی را آشکارسازی کنند. نمونه‌ای ازنتایج چنین آزمایشی را درشکل ۱.۳ نشان داده‌ایم. دراین‌شکل، اولین کمینهٔ منحنی سطح مقطع راکه مشابه نقش پراش است به‌وضوح مشاهده می‌کنیم. اولین کمینهٔ نقش‌پراش برای پراش‌ازیك‌قرص دایره‌ای به‌قطر D باید تحت زاویهٔ

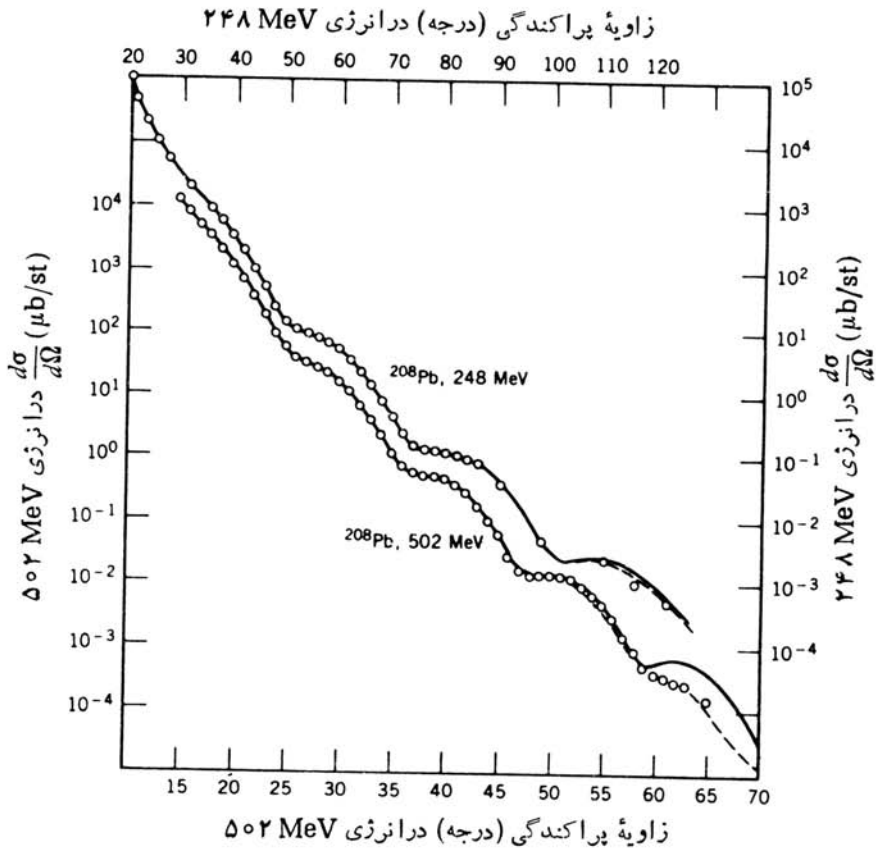


شکل ۱.۳ پراکندگی الکترون ازهدفهای ^{16}O و ^{12}C. شکل سطح‌مقطع تا حدودی مشابه نقش پراش حاصل از امواج نوری است.

$\theta = \sin^{-1}(۱٫۲۲\lambda/D)$ ظاهر شود. براوردی که از شعاع هسته در این آزمایش به‌دست می‌آید عبارت است از ۲٫۶ fm برای ^{16}O و ۲٫۳ fm برای ^{12}C. مقادیر این براوردها خیلی تقریبی است، زیرا پتانسیل پراکندگی را باید یك مسئلهٔ سه بعدی در نظر گرفت که فقط به‌طور تقریبی با پراش حاصل از یك قرص دوبعدی قابل مقایسه است.

نتایج حاصل از پراکندگی الاستیك از یك هستهٔ سنگین، ^{208}Pb، را در شکل ۲.۳ نشان داده‌ایم. درمنحنی پراش ـ مانند سطح مقطع پراکندگی، چندین کمینه دیده می‌شود. علت اینکه این کمینه‌ها مانند کمینه‌های پراش نورتابیده‌شده برقرص کدر به‌صفر نمی‌رسند، این است که هسته مرز دقیقاً مشخصی ندارد.

اجازه دهید که این مسئله را به‌صورت کمی‌تری بررسی کنیم. تابع موج اولیهٔ الکترون که ذره‌ای آزاد با تکانهٔ $\mathbf{p}_i = \hbar\mathbf{k}_i$ محسوب می‌شود، به شکل $e^{i\mathbf{k}_i\cdot\mathbf{r}}$ است. الکترون



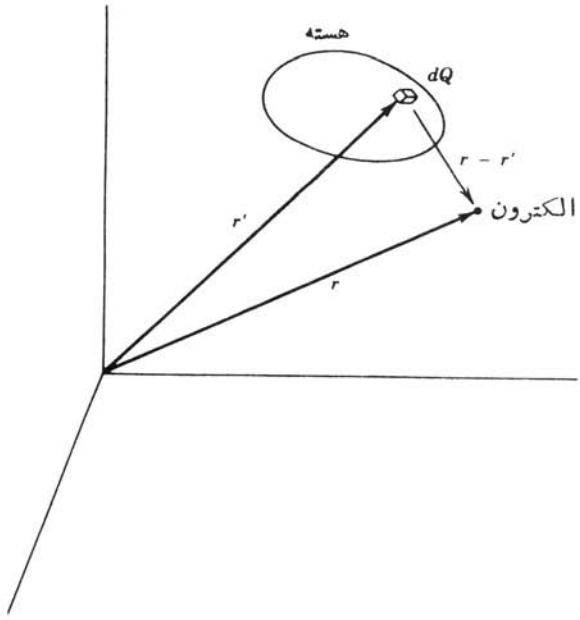
شکل ۲.۳ پراکندگی الاستیك الکترونها از هدف ^{208}Pb. توجه داشته باشید که مقیاسهای افقی متناظر با دومقدار انرژی باهم تفاوت دارند. در این آزمایش هم رفتار پراش ـ مانند دیده می‌شود، اما کمینه‌ها به‌صفر نمی‌رسند.

پراکنده را هم می‌توان به‌صورت ذره‌ای آزاد با تکانهٔ $\mathbf{p}_f = \hbar\mathbf{k}_f$ و تابع‌موج $e^{i\mathbf{k}_f\cdot\mathbf{r}}$ در نظر گرفت. برهم‌کنشی که موج اولیه را به موج پراکنده تبدیل می‌کند از پتانسیل $V(r)$ سرچشمه می‌گیرد وطبق معادلهٔ (۸۰۲)، احتمال گذار با مربع کمیت زیرمتناسب می‌شود

$$F(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) = \int \psi_f^* V(r) \psi_i \, dv \qquad (۱۰۳)$$

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} V(r) \, dv \qquad (۲۰۳)$$

دراینجا ثابت بهنجارش را بایدچنان انتخاب کرد که $F(0) = ۱$ شود. کمیت $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$ همان تغییر تکانهٔ الکترون پراکنده است. برهم‌کنش $V(r)$ به چگالی بار هسته‌ای $Ze\rho_e(\mathbf{r}')$ بستگی دارد که درآن $\mathbf{r}'$ بردار مکان نقطه‌ای از هسته و ρ_e توزیع بار هسته است. چنانکه درشکل ۳.۳ دیده می‌شود، انرژی پتانسیل الکترونی که در $\mathbf{r}$ قرار داردبر اثرجزء بار dQ مستقردر $\mathbf{r}'$ عبارت است از



شکل ۳.۳ نمایش هندسی آزمایش پراکندگی. مبدأ مختصات را دلخواه در نظر گرفته‌ایم. بردار مکان $\mathbf{r}'$ جای جزء بار dQ را در داخل هسته مشخص می‌کند، و بردار $\mathbf{r}$ مکان الکترون را درهمان دستگاه مختصات نشان می‌دهد.

$$dV = -\frac{e\,dQ}{4\pi\varepsilon_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$
$$= -\frac{Ze^2\rho_e(\mathbf{r}')\,dv'}{4\pi\varepsilon_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \qquad (۳.۳)$$

برای تعیین انرژی کل برهم‌کنش $V(r)$ باید ازمقدار فوق برای تمام مقادیر dQ درداخل هسته انتگرال گیری کرد

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho_e(\mathbf{r}')\,dv'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \qquad (۴.۳)$$

بـا قرار دادن $\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} = qr\sin\theta$ درمعادلهٔ (۲.۳) وانتگرال گیری روی $\mathbf{r}$، نتیجه پس‌از بهنجارشدن به‌صورت زیردرمی‌آید

$$F(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}.\mathbf{r}'}\rho_e(\mathbf{r}')\,dv' \qquad (۵.۳)$$

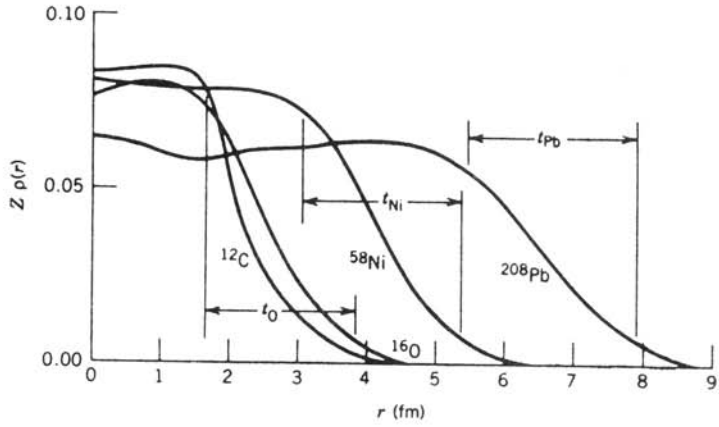
چنانچه $\rho_e(\mathbf{r}')$ فقط به‌مقدار r' (ونه به θ' یا ϕ') بستگی داشته باشد، خواهیم داشت

$$F(q) = \frac{4\pi}{q}\int\sin qr'\,\rho_e(r')r'\,dr' \qquad (۶.۳)$$

این کمیت فقط تابع q، یعنی بزرگی $\mathbf{q}$، است. چون پراکندگی را ازهمان آغاز الاستیك در نظر گرفتیم، داریم $|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_f|$ و q صرفاً تابعی از زاویهٔ پراکندگی α (زاویهٔ بین $\mathbf{p}_i$ و $\mathbf{p}_f$) است. اندکی محاسبهٔ برداری نشان می‌دهدکه $q = (2p/\hbar)\sin\alpha/2$ که در آن p تکانهٔ‌الکترون است. اندازه‌گیری احتمال پراکندگی به‌صورت تابعی‌از α، بستگی معادلهٔ (۶.۳) را بـه مقدار q مشخص می‌کند. کمیت $F(q)$ را عامل شکل می‌گویند، و معکوس عددی معادلهٔ(۶.۳) که درواقع همان تبدیل معکوس فوریه است چگالی $\rho_e(r')$ را به‌دست می‌دهد.

نتایج این روش محاسباتی را برای چنـد هستهٔ مختلف درشکل ۴.۳ نشان داده‌ایم. نکتـهٔ مهمی که با توجه به‌این منحنیها حاصل می‌شود این است که چگالی بار هسته‌ای در مرکز تمام هسته‌ها تقریباً مقـداری ثابت است. نوکلئونها ظاهراً در مـرکز هسته متراکم نمی‌شوند، بلکه توزیع آنهـا در تمام حجم هسته نسبتاً ثـابت می‌ماند. (نتیجه‌ای‌کـه از اندازه‌گیریهای توزیع‌مادهٔ هسته‌ای به‌دست می‌آید نیزهمین امر را تأیید می‌کند.) بنابراین، نتیجه می‌گیریم که تعداد نوکلئونهای موجود در واحد حجم هسته تقریباً ثابت است

$$\frac{A}{(4/3)\pi R^3} \sim \text{const.} \qquad (۷.۳)$$



شکل ۴.۳ نمونه‌هایی از توزیع شعاعی بار در هسته که بـا استفاده از پراکندگی الکترونها حاصل شده است. ضخامت پوست t برای هسته‌های O، Ni، و Pb نشان داده شده‌است که مقدار آن ثابت ودرحدود ۲٫۳ fm است. تغییرچگالی بار مرکزی ازسبکترین تاسنگینترین هسته، چندان زیاد نیست.

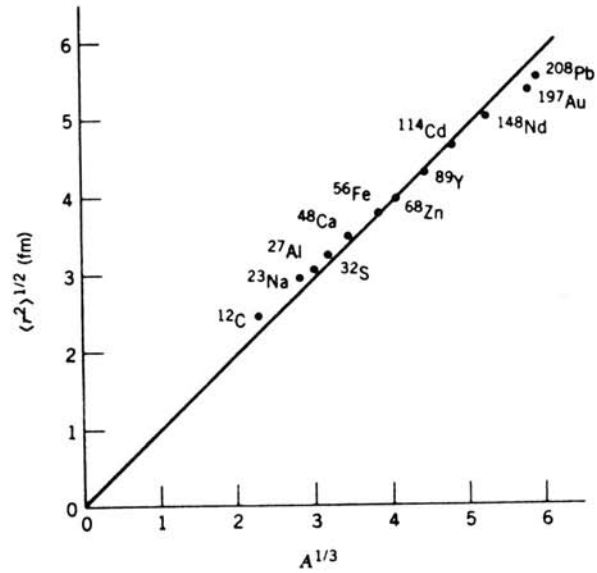
که در آن R شعاع میانگین هسته است. از این‌رو داریم $R \propto A^{1/3}$ و بـا تعریف ثابت تناسب R_0 می‌توان نوشت

$$R = R_0 A^{1/3} \qquad (۸.۳)$$

با توجه بـه اندازه‌گیریهای پراکندگی الکترون، نظیرآنچه درشکل ۴.۳ نشان داده شده است، معلوم می‌شود که $R_0 \simeq 1٫2$ fm است. تمام جزئیات مربوط به‌توزیع بارهسته‌ای را می‌توان ازاین اندازه‌گیریها به‌دست آورد.

شکل۴.۳ میزان پخش‌شدگی سطح هسته‌ها (ونامشخص بودن مرزآنها) را هم نشان می‌دهد. چگالی بارتا نقطهٔ معینی تقریباً ثابت می‌ماند وآنگاه به‌کندی به صفرمیل می‌کند. فاصله‌ای کـه در طی آن چگالی بار به‌صفرمی‌رسد، تقریباً مستقل از اندازهٔ هسته است و معمولا مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود. ضخامت پوست را به صورت پارامتر t چنان تعریف می‌کنیم که در طی آن چگالی بار هسته از ۹۰٪ مقدار مرکزی بـه ۱۰٪ مقدارآن کاهش می‌یابد. مقدار t تقریباً برابر ۲٫۳ fm است.

ارتباط کمی بین شعاع هسته وعدد جرمی درشکل ۵.۳ که مبتنی برنتایج پراکندگی الکترون است، به‌صورت آشکارتری نموده شده است. دراین شکل، ریشهٔ میانگین مربعی شعاع $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ مستقیماً از توزیع الکترونهای پراکنده به‌دست آمده است. برای کره‌ای که به‌طور یکنواخت باردار باشد، داریم $\langle r^2 \rangle = (3/5)R^2$ که درآن R شعاع کره است. شکل ۵.۳ نشان می‌دهد که بستگی خطی بین R و $A^{1/3}$ به‌طور تقریبی از سبکترین هسته



شکل ۵.۳ ریشهٔ میانگین مربعی شعاع هسته‌ها که از آزمایشهای پراکندگی الکترون به‌دست آمده است. با توجه به شیب خط داریم $R_0 = 1.23$ fm. این خط، از برازش حقیقی نقاط تجربی حاصل نشده است، بلکه آن را از مبدأ مختصات عبور داده‌ایم تا معادلهٔ $R = R_0 A^{1/3}$ برقرارشود. خطای آزمایش نوعاً ازقطرنقاط تجربی (± 0.01 fm) کوچکتر است.

تاسنگینترین‌هسته اعتباردارد. باتوجه به‌شیب خط‌معلوم می‌شودکه $R_0 = 1.23$ fm است.

چگالی بار هسته‌ای را با مطالعهٔ دقیق گذارهای اتمی هم می‌توان تعیین کرد. درحل معادلهٔ شرودینگر برای اتم تك‌الکترونی، همیشه فرض می‌شودکه الکترون تحت جاذبهٔ یك هستهٔ نقطه‌ای با پتانسیل $V(r) = -Ze^2/4\pi\varepsilon_0 r$ قرار دارد. چون هسته‌های واقعی به صورت نقطه نیستند، تابع‌موج الکترون می‌تواند به $r < R$ نفوذ کند، و بدین‌گونه الکترون قسمتی‌از اوقاتش را درون توزیع بار هسته‌ای می‌گذراند، و در آنجا برهم‌کنشی کاملا متفاوت با پتانسیل کولنی را تجربه می‌کند. بویژه برای هسته‌ای‌که شعاع غیرصفر دارد، وقتی‌که $r \to 0$، پتانسیل $V(r)$ به‌سوی بینهایت میل نخواهدکرد. به‌طور تقریبی می‌توان هسته را کرهٔ باردار یکنواختی به‌شعاع R تصورکردکه انرژی پتانسیل الکترون درفواصل $r \leqslant R$ عبارت است از

$$V'(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left\{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right\} \qquad (۹.۳)$$

واین در حالی است‌که انرژی پتانسیل الکترون درفواصل $r \geqslant R$ به همان شکل پتانسیل هستهٔ نقطه‌ای است.

انرژی کل E الکترون در حالت ψ_n برای یك هستهٔ نقطه‌ای، تا حدودی به مقدار انتظاری انرژی پتانسیل بستگی دارد

$$\langle V\rangle=\int\psi_n^* V\psi_n dv \qquad (۱۰.۳)$$

که در آن V انرژی پتانسیل کولنی هستهٔ نقطه‌ای است. اگر (در تقریب اول) فرض کنیم که تبدیل هستهٔ نقطه‌ای به هستهٔ کروی با بار یکنواخت تغییر قابل توجهی در تابع‌موج الکترون ψ_n به‌وجود نمی‌آورد، آنگاه انرژی کل E' الکترون درهرحالت ازهستهٔ کروی به‌مقدار انتظاری پتانسیل V' بستگی پیدا می‌کند

$$\langle V'\rangle=\int_{r<R}\psi_n^* V'\psi_n dv+\int_{r>R}\psi_n^* V\psi_n\, dv \qquad (۱۱.۳)$$

که در آن انتگرال دوم فقط به انرژی پتانسیل $1/r$ بستگی دارد. بنابراین، اثر هستهٔ کروی این است که انرژی حالتهای الکترون را به نسبت هستهٔ نقطه‌ای به مقدار $\Delta E=E'-E=\langle V'\rangle-\langle V\rangle$ تغییر می‌دهد. اینکه اختلاف انرژی از تفاضل $\langle V\rangle-\langle V'\rangle$ به‌دست بیاید، ازاین فرض ناشی می‌شود که تابع‌موجها تغییر نکرده‌اند. در این صورت، جملات مربوط به انرژی جنبشی در E و E' یکسان خواهند بود. با استفاده از تابع‌موج هیدروژنی 1s درجدول ۵.۲ حاصل می‌شود

$$\Delta E=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{4Z^4}{a_0^3}\int_0^R e^{-2Zr/a_0}\left\{\frac{1}{r}-\frac{3}{2R}+\frac{1}{2}\,\frac{r^2}{R^3}\right\}r^2\,dr \qquad (۱۲.۳)$$

عامل نمایی در زیرانتگرال تقریباً برابر واحد است، زیرا $R/a_0\simeq 10^{-5}$ می‌شود، و با توجه به‌جملات باقیمانده خواهیم داشت

$$\Delta E=\frac{2}{5}\,\frac{Z^4e^2}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{R^2}{a_0^3} \qquad (۱۳.۳)$$

این مقدار ΔE مابه‌التفاوت انرژی بین حالت 1s دراتمی باهستهٔ «نقطه‌ای» وحالت 1s دراتم با هستهٔ کروی باردار یکنواخت به شعاع R است. هستهٔ کروی باردار یکنواخت با شعاع R، چنانکه شکل ۴.۳ نشان می‌دهد، تقریب خوبی ازهستهٔ واقعی است. هرگاه چشمه‌ای از اتمها با هسته‌های «نقطه‌ای» در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم ΔE را اندازه‌گیری کنیم و از آنجا R را به‌دست آوریم! چون چنین هسته‌هایی وجود ندارند، راه‌حل مناسب بعدی این است که E' را از طریق اندازه‌گیری (مثلا پرتوهای ایکس K) تعیین کنیم وسپس بااستفاده ازتابع‌موج اتم درحالت 1s مقدار E متناظر به‌هستهٔ نقطه‌ای را محاسبه کنیم. متأسفانه تابع‌موجهای اتم با دقت کافی در اختیار نیست که این‌کار انجام شود. مابه‌التفاوت ΔE خیلی کوچك و شاید در حدود $10^{-4}E$ است، وتابع‌موجهای 1s

اتمهای هیدروژنی برای محاسبهٔ E بـا دقت ۱ قسمت در 10^4 کافی نیست (عوامل جنبی نظیر اثرات نسبیتی وحضور الکترونهای دیگر دراتم هم برمقدار انرژی حالت 1s تأثیر می‌گذارند). بنابراین، بااستفاده ازیك اندازه‌گیری منفرد انرژی پرتوایکس K نمی‌توان شعاع هسته را به‌دست آورد.

به جای اندازه‌گیری منفـرد، اجازه دهید انرژی پرتو ایکس K (حاصل از گذار الکترونی $1s \rightarrow 2p$) را در دو ایزوتوپ مجاور با اعداد جرمی A و A' اندازه‌گیری وآنها را باهم مقایسه‌کنیم. اگراین انرژیها را با $E_K(A)$و$E_K(A')$ نمایش دهیم، داریم

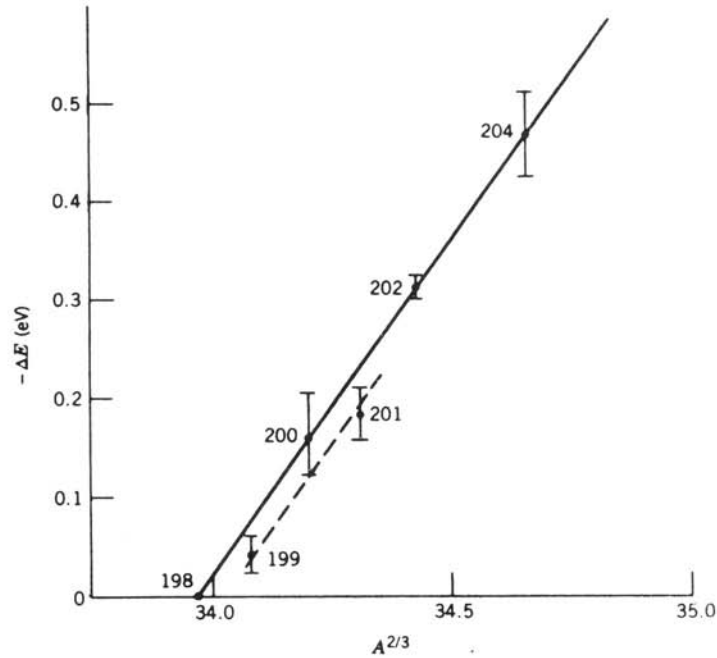
$$E_K(A)-E_K(A')=E_{2p}(A)-E_{1s}(A)-E_{2p}(A')+E_{1s}(A') \quad (۱۴.۳)$$

اگراختلاف انرژی 2p را ناچیز بگیریم (یادآور می‌شودکه بنابرآنچه درفصل ۲ دیدیم، تابع‌موجهای p الکترون در $r=0$ ناپدید می‌شوند)، اختلاف انرژی حالتهای باقیماندهٔ 1s بـه اختلاف مقادیـر ΔE حاصل از معادلـهٔ (۱۳.۳) تبـدیل می‌شـود، زیـرا $E_{1s} \equiv E' = E+\Delta E$ است ومقـادیر E هستهٔ «نقطه‌ای» بـرای ایزوتوپهای A و A' یکسان خواهد بود. پس خواهیم داشت

$$\begin{aligned} E_K(A)-E_K(A') &= \Delta E(A')-\Delta E(A) \\ &= -\frac{2}{5}\frac{Z^4e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a_0^3}R_0^2(A^{2/3}-A'^{2/3}) \end{aligned} \quad (۱۵.۳)$$

کمیت $E_K(A)-E_K(A')$ را انتقال ایزوتوپی پرتوایکس K می‌نامند. ازترسیم منحنی تغییرات این‌کمیت برحسب $A^{2/3}$ برای تعـدادی ایزوتوپ با مقادیر مختلف A و مقایسهٔ همهٔ آنها با A' یکسان، خط راستی حاصل می‌شودکـه شیب آن مقدار R_0 را به دست می‌دهد. شکل۶.۳ نمونه‌ای ازاین نوع منحنی را برای چند ایزوتوپ Hg نشان می‌دهد. تناسب بین انتقال ایزوتوپی ومقدار $A^{2/3}$ در این شکل بسیار خوب است. اما مقدار R_0 حاصل از شیب خط مقـدار مناسبی نیست، زیـرا تابع‌موج 1s مورد استفاده در معادلهٔ (۱۲.۳) نمـایندهٔ خیلی خـوبی از تـابع‌موج حقیقی 1s نیست. بـرای مثال، مقـادیر محاسبه شدهٔ انرژی پرتو ایکس K در حدود ۱۰درصد کمتراز مقادیرمشاهده شده است. چنانچه درمحاسبات تفصیلی الکترون 1s اثرات نسبیتی واثرات حضورالکترونهای دیگر را در اتم در نظر بگیریم، رابطهٔ واقع‌بینانه‌تری بین شیب شکل ۶.۳ ومقدار R_0 به‌دست می‌آید. مقـادیرحاصل برای R_0 درگسترهٔ 1.2 fm قرار دارند، و بـا نتایج حاصل از آزمایشهای پراکندگی الکترون سازگارند.

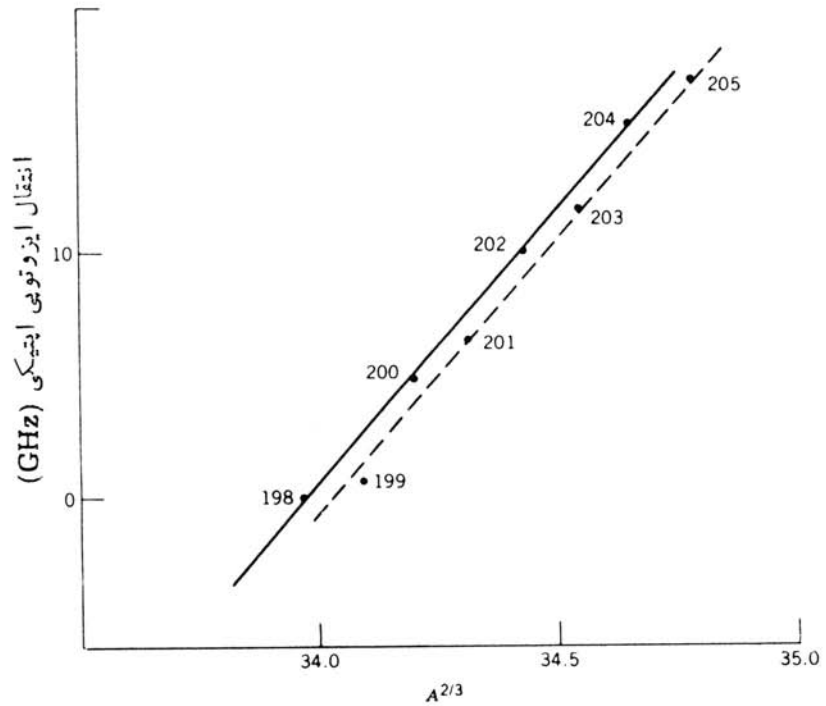
انتقال ایزوتوپی رابه‌کمك تابش اپتیکی دراتمها (گذارهای بین پوسته‌های‌بیرونی الکترون که منجر به تولید نور مرئی می‌شود) هم می‌توان اندازه‌گیری کرد. چـون این مدارهای الکترونی نسبت به‌مدار 1s خیلی دورتراز هسته قرار می‌گیرند، انتقال حاصل ازانتگرال‌گیری تابع‌موج آنها درحجم هسته‌که نظیرمعادلهٔ (۱۲.۳) است، خیلی‌کوچکتر از انتقال الکترونهای درونی 1s خواهد بود. درفصل ۲ نشان دادیم‌که حد تابع‌موجهای



شکل ۶.۳ انتقال ایزوتوپی پرتوایکس K در Hg. انرژی پرتوایکس K در Hg در حدود ۱۰۰ keV است، بنابراین انتقال ایزوتوپی نسبی از مرتبهٔ 10^{-6} می‌شود. تناسب پیش‌بینی شده با $A^{2/3}$ با این اطلاعات تأیید می‌شود. جابه‌جایی «فرد ـ زوج» منحنی بر اثر مدار ذرهٔ فرد در هسته به وجود می‌آید. به همین دلیل، ایزوتوپهای A فرد را باید جدا از ایزوتوپهای A زوج رسم کرد. اما تناسب با $A^{2/3}$ در هردو گروه دیده می‌شود.

ψ برای حالتهای s (تابع‌موجهای $l=0$) به‌ازای مقادیر کوچك r غیرصفر است. اگر گذارهای اپتیکی به‌حالتهای s مربوط باشد، انتقالهای ایزوتوپی آنها می‌تواند به حدی بزرگ شود که اندازه‌گیری‌شان، بویژه با استفاده از روشهای نوین تداخل‌سنجی لیزری، بدقت امکان‌پذیر باشد. نمونه‌ای از انتقالهای اپتیکی در ایزوتوپهای Hg را درشکل ۷.۳ نشان داده‌ایم. دراین اطلاعات هم تناسب مورد انتظار با $A^{2/3}$ تأیید می‌شود. مقدار $R_0 = 1.2$ fm با اندازه‌گیریهای انجام شده درگسترهٔ وسیعی از هسته‌ها سازگار است.

این‌گونه اثرات اندازهٔ هسته بر انتقالهای اپتیکی و پرتو ایکس، خیلی کوچك و در حدود 10^{-4} تا 10^{-6} برابر انرژی گذار هستند. علت آن هم به‌اختلاف مقیاس 10^4 بین شعاع بور a_0 و شعاع هستهٔ R مربوط می‌شود. برای آنکه اثرات ناشی از انتگرالهای (۱۲.۳) بزرگ باشد، تابع‌موج اتم به ازای مقادیر r نزدیك به R باید بزرگ باشد. اما تابع‌موجهای اتم به‌ازای مقادیر نزدیك به $r = a_0/Z$ که خیلی بزرگتر از R هستند، بزرگ می‌شوند. برای بهبود این‌وضع می‌توان از اتم موئونی استفاده کرد. موئون ذره‌ای

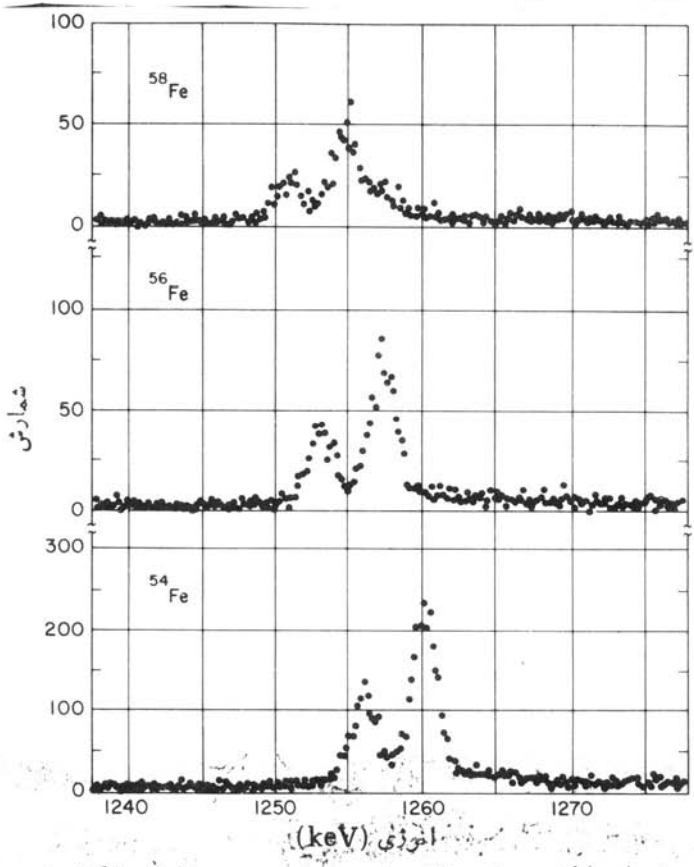


شکل ۷.۳ انتقالهای ایزوتوپی اپتیکی در ایزوتوپهای Hg از ۱۹۸ تـا ۲۰۵ درمقایسه با ایزوتوپ ۱۹۸. این اطلاعات ازطریق طیف‌نمایی لیزری به‌دست آمده است که خطای آزمایشی آن درحدود ۱ $\pm$ درصد است. طول موج گذار اپتیکی دراین‌اندازه‌گیریها برابر ۲۵۳٫۷nm، و انتقال ایزوتوپی در حدود یك قسمت در هر 10^7 قسمت بوده است. ایـن نتایج را با نتایج شکل ۶.۳ مقایسه کنید.

است که تمام خصوصیاتش، غیرازجرم، همانند الکترون‌است، جرم موئون ۲۰۷ برابر جرم الکترون است. چون شعاع بور نسبت معکوس باجرم دارد، شعاع مدارهای موئونی برابر ۱/۲۰۷ شعاع مدارهای الکترونی متناظرخواهدبود. درواقع، درهستهٔ سنگینی مانند Pb، شعاع متوسط مدار موئونی ۱s کمتراز شعاع هسته خواهد شد. بدین‌ترتیب، اندازهٔ هسته با ضریب ۲ در انرژی گذار تأثیرخواهدگذاشت که درمقایسه با ضریب 10^{-4} تا 10^{-6} درگذارهای الکترونی، بهبود قابل توجهی به‌شمار می‌رود.

در مواد معمولی موئون وجود ندارد، اما می‌توان آن را بااستفاده از شتابدهنده‌های بزرگ که باریکه‌های شدید مزونهای π تولید می‌کنند به‌طور مصنوعی به وجود آورد. این مزونهای π پس ازتولید، به‌سرعت (در زمانی از مرتبهٔ 10^{-8}s) واپاشیده وبه موئون تبدیل می‌شوند. (خواص موئونها و مزونهای π را درفصلهای ۱۷ و ۱۸ بررسی خواهیم کرد.) هنگامی کـه باریکه‌های موئون روی هدفهای مناسبی متمرکز شوند، اتمهای هدف

موئونها را گیراندازی می‌کنند و آنها را در مدارهایی مشابه مدارهای الکترونی قرار می‌دهند. موئون در آغاز درحالتی باعدد کوانتومی اصلی n خیلی بالا قرارمی‌گیرد، وسپس درحالی که به‌حالت پایهٔ 1s نزدیك می‌شود، ازخود فوتونهایی گسیل می‌کند که بافوتونهای گسیل‌شونده در گذارهای الکترونی بین ترازهای انرژی اتم قابل مقایسه است. ترازهای انرژی اتم هیدروژن مستقیماً به‌جرم الکترون بستگی دارد. بنابراین، می‌توان انتظارداشت که انرژی ترازهای موئونی و انرژی گذار آنها، ۲۰۷ برابرانرژی حالتهای الکترونی باشد. چون انرژی پرتوهای ایکس K درحالت عادی درحدود دهها keV است، انرژی پرتوایکس K درحالت موئونی درحدود چند MeV خواهدشد. چند نمونه از پرتوهای ایکس موئونی K درشکل ۸.۳ نشان داده شده است. این انتقال ایزوتوپی، در مقایسه با

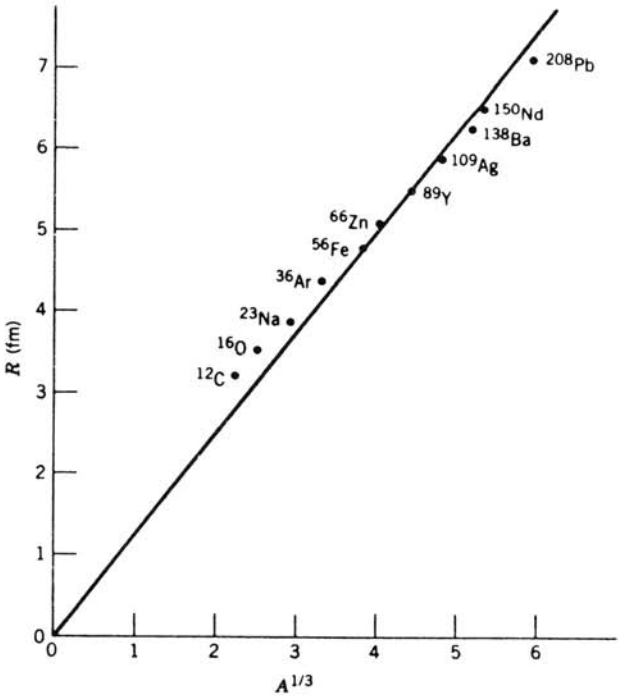


شکل ۸.۳ پرتوهای ایکس موئونی K برای چند ایزوتوپ Fe. قله‌ها گذارهای $2p_{3/2}$ به $1s_{1/2}$ و $2p_{1/2}$ به $1s_{1/2}$ را نشان می‌دهند که شدت نسبی آنها به‌نسبت ۲:۱ است. این نسبت ازطریق وزن آماری $(2j+1)$ حالت اولیه قابل تعیین است. انتقال ایزوتوپی را به روشنی می‌توان از تغییر انرژی گذار تشخیص داد. اثرنسبی انتقال دراینجا درحدود ۴ره درصد است که باید آن را با مقدار 10^{-6} حاصل از پرتوهای ایکس الکترونی K (شکل۶.۳) مقایسه کرد.

انتقال ایزوتوپی پرتوایکس الکترونی K که نوعاً درحدود 10^{-2} eV به‌ازای واحدتغییر عدد جرمی A است، خیلی زیاد است.

برخلاف مورد پرتوهای ایکس الکترونی K که درآنها عدم قطعیت تابع‌موجهای اتم باعث دشواری تعبیرانتقال ایزوتوپی می‌شود، دراینجا می‌توانیم بااستفاده ازانرژیهای مشاهده‌شدهٔ پرتوایکس موئونی مستقیماً پارامترهای توزیع بار هسته‌را محاسبه‌کنیم. نتایج حاصل‌را براساس مدل کرهٔ باردار یکنواخت برای ریشهٔ میانگین مربعی(rms) شعاعهای هسته‌ای درشکل ۹.۳ نشان داده‌ایم. اطلاعات موجود در این شکل بـه تقریب با عبارت $R_0 A^{1/3}$ که درآن $R_0 = 1.25$ fm باشد، سازگار است.

راه‌دیگرتعیین‌شعاع بار هسته، استفاده از اندازه‌گیری مستقیم اختلاف انرژی‌کولنی هسته‌هاست. برای نمونه، $^3_2H_2$ و $^3_2He_1$ را درنظرمی‌گیریم. برای آنکه از ^3He به ^3H برسیم، باید یك پروتون را به یك نوترون تبدیل کنیم. چنانکه در بحث فصل ۴ خواهیم دید، شواهدی قوی دال براین امر در دست‌است که نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نمی‌گذارد. بنابراین، تبدیل پروتون به نوترون نباید تأثیری در انرژی هسته‌ای



شکل ۹.۳ تعیین شعاع میانگین هسته بـا استفاده از اندازه‌گیریهای پرتوایکس موئونی. در اینجاهم، مانند مورد شکل۵.۳، بستگی خطی بین شعاع و $A^{1/3}$ به‌تقریب تأیید می‌شود (دراین مورد نیزخط را عمداً از مبدأ مختصات عبورداده‌ایم). باتوجه به‌شیب خطداریم $R_0 = 1.25$fm.

این سیستم سه نوکلئونی برجای بگذارد. امـا انرژی کولنی سیستم باید تغییر کند، زیرا پروتونها در ^{3}He تحت تأثیر دافعه‌اند درحالی‌کـه در ^{3}H چنین دافعه‌ای وجود ندارد. بدین تـرتیب، اختلاف انرژی بین ^{3}He و ^{3}H براوردی از انرژی کولنی پروتون دوم به‌دست می‌دهد. برای محاسبهٔ فاصلهٔ بین پروتونها، وتعیین اندازهٔ هسته، می‌توان ازفرمول معمولی انرژی دافعهٔ کولنی استفاده کرد.

اکنون یك هستهٔ پیچیده‌تر، مانند $^{238}_{92}U_{146}$، را در نظرمی‌گیریم. در این مورد اگر بخواهیم یك پروتون را به یك نوترون تبدیل کنیم، با وضعیتی کاملا متفاوت با حالت قبل روبه‌رو می‌شویم. زیرا دراین حالت، نود و دومین پروتون باید به یکصد وچهل و هفتمین نوترون تبدیل شود. چون نوترونها و پروتونها هـردو تابع اصل پاؤلی هستند، اوربیتال ۹۲امین پروتون بـا اوربیتال ۱۴۷امین نوترون تفاوت خواهـد داشت، و درحالت‌کلی محاسبهٔ این اثر به‌طور دقیق امکان‌پذیرنیست و نمی‌توان به‌انرژی‌کولنی دست یافت. اگر موردی را درنظربگیریم که (مانند نمونهٔ تبدیل ^{3}He به ^{3}H) متضمن تغییراوربیتال نباشد، یعنی اگر شمارهٔ آخرین پروتون تبدیل‌شونده به نوترون با شمارهٔ آخرین نوترون بعد از تبدیل یکسان باشد، مشکل برطرف خواهد شد. دراین صورت، Z هستهٔ اول باید بـا N هستهٔ دوم برابر باشد (کـه در نتیجه، N هستهٔ اول هم بـا Z هستهٔ دوم برابر می‌شود). این‌گونه زوج هسته‌ها را هسته‌های آینه‌ای می‌نامند، زیرا از طریق انعکاس از آینه‌ای‌که پروتون را به‌نوترون تبدیل می‌کند یك هسته به‌هستهٔ دیگر بدل می‌شود. زوجهای $^{13}_{7}N_{6}$ و $^{13}_{6}C_{7}$ یا $^{39}_{20}Ca_{19}$ و $^{39}_{20}K_{19}$ رابه‌عنوان نمونه‌هایی‌ازهسته‌های‌آینه‌ای می‌توان‌درنظر گرفت.

انرژی‌کولنی یك‌کرهٔ باردار یکنواخت به‌شعاع R عبارت است از

$$E_c=\frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{R} \qquad (16.3)$$

که درآن Q بارکل کره است. بـا توجه به‌این عبارت، اختلاف انرژی‌کولنی بین زوج هسته‌های آینه‌ای چنین به‌دست می‌آید

$$\Delta E_c=\frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}[Z^2-(Z-1)^2]$$

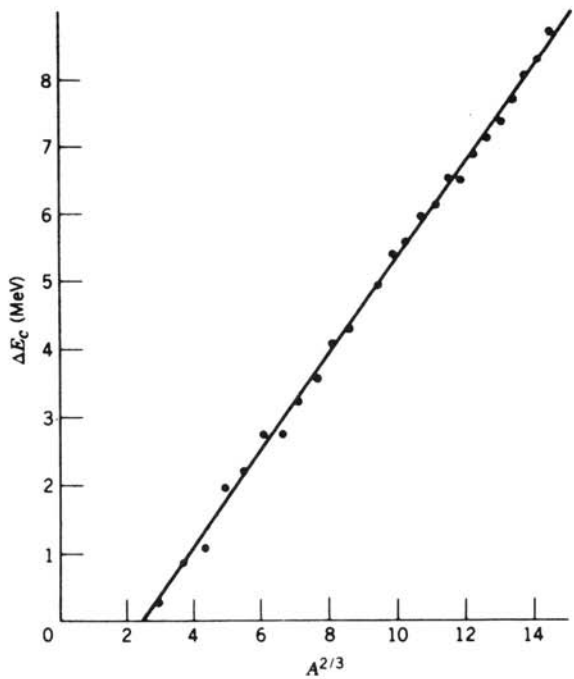
$$=\frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}(2Z-1) \qquad (17.3)$$

چون Z نمایندهٔ عدد اتمی هسته‌ای است‌کـه عدد اتمی بالاتری دارد، N آن باید برابر $(Z-1)$ شود. دراین صورت داریم $A=2Z-1$، وبا توجه به $R=R_0A^{1/3}$ حاصل می‌شود

$$\Delta E_c=\frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0}A^{2/3} \qquad (18.3)$$

اختلاف انرژی کولنی را به‌دو روش می‌توان مستقیماً اندازه‌گیری کرد. در روش اول یکی از زوج هسته‌ها از طریق واپاشی **هسته‌ای** بتازا، که در طی آن یك پروتون با گسیل یك الکترون مثبت (پوزیترون) به‌نوترون تبدیل می‌شود، به‌صورت هستهٔ دیگردرمی‌آید. دراین روش، بیشینهٔ انرژی پوزیترون گسیل‌شده میـزان اختلاف انـرژی بین هسته‌ها را تعیین می‌کند. در روش دوم، بـرای اندازه‌گیری اختلاف انرژی از واکنشهای هسته‌ای استفاده می‌شود. برای نمونه، هنگامی که هسته‌ای مانند ^{11}B را با پروتون بمباران می‌کنیم، گاهی ازاین واکنش یك نوترون گسیل می‌شود و هسته‌ای به‌صورت ^{11}C برجای می‌ماند. کمینهٔ انرژی پروتون برای انجام این واکنش، میزان اختلاف انرژی بین ^{11}B و ^{11}C را به‌دست می‌دهد. [واپاشی بتازا درفصل ۹ وسینماتیك واکنشها درفصل ۱۱ (جلددوم، ترجمهٔ فارسی) مورد بحث قرار خواهد گرفت.] اختلاف انرژی اندازه‌گیری‌شده را برای تعدادی ازهسته‌ها برحسب $A^{2/3}$ در شکل ۱۰.۳ رسم کرده‌ایم. چنانکه از معادلهٔ (۱۸.۳) انتظار می‌رود، تناسب بین این دو کمیت تقریباً خطی است. از شیب خط حاصل خواهیم داشت $R_0 = 1.22\ \mathrm{fm}$.

هرچندکه دراین اندازه‌گیریهای شعاع بـار هسته از روشهای متفاوتی استفاده شده است، ولی نتایج حاصل از همهٔ آنهـا یکسان است. تغییرات شعاع هسته برحسب عـدد جرمی به صورت $R_0 A^{1/3}$ به‌دست می‌آیدکه درآن R_0 برابر ۱.۲ تا ۱.۲۵ fm است.



شکل ۱۰.۳ اختلاف انرژی کولنی بین هسته‌های آینه‌ای. چنانکه انتظار می‌رود، تناسب بین اختلاف انرژی و $A^{2/3}$ بخوبی مشهود است. با توجه به شیب خط، داریم $R_0 = 1.22\ \mathrm{fm}$.

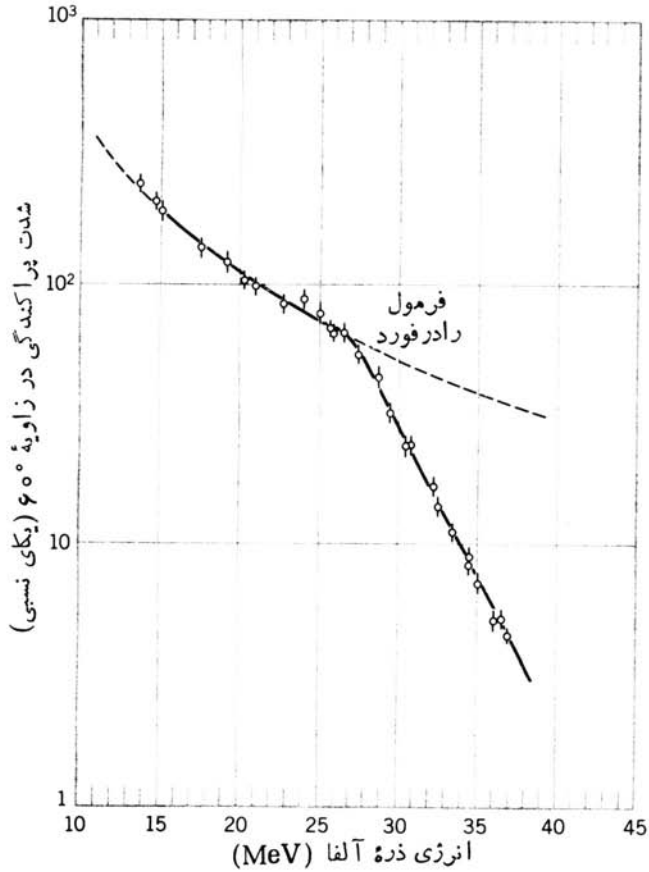
توزیع مادهٔ هسته‌ای

اغلب شعاع هسته را ازطریق آزمایشی که متضمن نیروی هسته‌ای بین دوهسته است، تعیین می‌کنیم. باتعیین تغییرات فضایی نیروی بین هسته‌ها می‌توان شعاع هسته‌ها را محاسبه‌کرد. دراین‌صورت، شعاع تعیین‌شده را باید به‌عنوان‌مشخصهٔ نیروی هسته‌ای تلقی‌کنیم نه‌نیروی کولنی. بنابراین، چنین شعاعی نمایانگرتوزیع پروتونها به‌تنهایی‌نیست بلکه توزیع‌تمامی نوکلئونهای موجود درهسته را نشان می‌دهد.

به عنوان نمونه‌ای از اندازه‌گیریهای توزیع مادهٔ هسته‌ای، آزمایشی را در نظر می‌گیریم که در طی آن هستهٔ ^{4}He (ذرهٔ آلفا) توسط هستهٔ هدف خیلی سنگینتری مانند ^{197}Au پراکنده می‌شود. اگرفاصلهٔ بین دوهسته همیشه از مجموع شعاعهای آنها بزرگتر باشد، همواره یك هسته درفراسوی برد نیروی هسته‌ای هستهٔ دیگرقرار می‌گیرد، و دراین صورت فقط نیروی کولنی در برهم‌کنش آنها دخالت دارد. [این فرایند را پراکندگی رادرفورد می‌نامندکه درفصل ۱۱ (جلد دوم) بررسی خواهد شد.] هنگامی‌که انرژی ذرهٔ فرودی‌کمتر از مقدار معینی باشد، احتمال پراکندگی تحت هر زاویهٔ مشخصی را می‌توان دقیقاً از فرمول رادرفورد پیش‌بینی‌کرد. با افزایش انرژی ذرات آلفای فرودی می‌توان بردافعهٔ کولنی غلبه کرد، که دراین صورت نزدیکی ذره و هسته ممکن است آنچنان زیاد باشدکه نیروی هسته‌ای وارد عمل شود. در این حالت، فرمول رادرفورد دیگر نمی‌تواند برقراربماندکه نمونه‌ای ازآن را درشکل ۱۱.۳ نشان داده‌ایم.

به‌عنوان نمونه‌ای دیگر، شکل واپاشی رادیواکتیو آلفازا راکه درآن یك ذرهٔ آلفا از هسته گسیل می‌شود در نظر می‌گیریم (بحث کامل واپاشی آلفازا را درفصل ۸ خواهیم دید). چنانکه درشکل ۱۲.۳ نشان داده‌ایم، ذرهٔ آلفای گسیل‌شونده باید با فرار از پتانسیل هسته‌ای در یك سد پتانسیل‌کولنی نفوذکند. احتمال واپاشی آلفازا را به‌کمك یك روش استاندارد نفوذ ازسد وبا استفاده ازمعادلهٔ شرودینگر، می‌توان محاسبه‌کرد. این مقادیرمحاسبه شدهٔ احتمال به‌شعاع مادهٔ هسته‌ای R بستگی دارد، واز مقایسهٔ آن با احتمال واپاشی اندازه‌گیری شده می‌توان مقدار R را تعیین‌کرد.

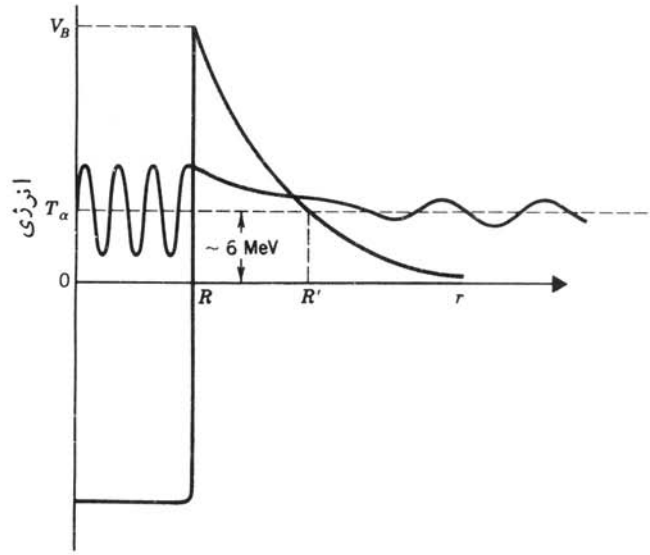
روش سوم در تعیین شعاع مادهٔ هسته‌ای، استفاده از اندازه‌گیری انرژی پرتوهای ایکس مزون π است. این روش خیلی شبیه به همان روش پرتوایکس موئونی است‌که در اندازه‌گیری‌شعاع بار هسته دربالا موردبحث‌قرارگرفت. اختلاف این‌دو روش، به‌اختلاف بین موئونها و مزونهای π مربوط می‌شود. برهم‌کنش موئونها با هسته از طریق نیروی کولنی است، درحالی‌که برهم‌کنش مزونهای π با هسته ازطریق نیروی‌کولنی و نیروی هسته‌ای است. مزونهای باردار منفی π هم، مانند موئونها، در گذار از مدارهایشان که مشابه مدارهای الکترونی است فوتونهایی به نام پرتوهای ایکس مزون π از خود گسیل می‌کنند. هنگامی‌که تابع‌موجهای مزون-π شروع به همپوشی با هسته می‌کند، ترازهای انرژی این نوع اتمها تاحدودی جابه‌جا می‌شوند و دیگر بامحاسباتی‌که صرفاً ازبرهم‌کنش کولنی حاصل شده است، مطابقت نخواهد داشت. بعلاوه، این امکان هم وجود داردکه



شکل ۱۱۰۳ نقض فرمول پراکندگی رادرفورد. وقتی‌که ذرهٔ فرودی α آنچنان به هستهٔ هدف Pb نزدیك شودکه برهم‌کنش با نیروی هسته‌ای (علاوه‌برنیروی‌کولنی) امکان‌پذیرشود، فرمول رادرفورد اعتبارش را از دست می‌دهد. با استفاده از نقطهٔ شکست این قانون می‌توان بزرگی هسته را براوردکرد.

مزونهای π و بویژه مزونهای مدارهای درونی مستقیماً توسط هسته جذب شوند، که دراین صورت تعداد گذارهای پرتوایکس ترازهای درونی کاهش خواهد یافت. «آهنگ ناپدید شدن» مزونهای π را می‌توان به عنوان روش دیگری از تعیین شعاع هسته مورد بهره‌برداری قرار داد.

در اصل، تمام این اثرات را می‌توان به عنوان اساس محاسبات تعیین شعاع هسته به‌کاربرد. اما این محاسبات نسبت به مختصات دقیق همپوشی (یا برخورد) بین ذرهٔ کاونده و مادهٔ هسته‌ای، بسیار حساس است. بنابراین، در این محاسبات استفاده از مدل



شکل ۱۲.۳ نفوذ از سد در واپاشی آلفازا. نیمه عمر گسیل آلفا به‌احتمال نفوذ از سد بستگی دارد، واحتمال نفوذ هم به‌ضخامت سد بستگی دارد. بنابراین با استفاده از نیمه‌عمر اندازه‌گیری شده می‌توان شعاع R را در جایی که نیروی هسته‌ای به‌پایان می‌رسد و سپس دافعهٔ کولنی وارد عمل می‌شود، تعیین کرد.

«کرهٔ یکنواخت» به‌صورتی که چگالی درفاصلهٔ R برابرمقدارثابت ودرخارج از R برابر صفرباشد، کاری نادرست است. به‌جای این‌کار، باید از توزیعی مانند منحنیهای شکل ۴.۳ استفاده‌کنیم، وعلاوه‌برشعاع متوسط هسته دنبالهٔ مناسبی هم برای آن درنظر بگیریم.

در اینجا شعاع مادهٔ هسته‌ای را به‌تفصیل محاسبه نمی‌کنیم، زیراکه از محاسبات قبلی شعاع بارهسته‌ای خیلی پیچیده‌تراست. اکنون نتیجهٔ این محاسبه را ذکـرمی‌کنیم‌که ممکن است تاحدودی شگفت‌انگیزباشد: شعاعهای بار و مادهٔ هسته‌ها، باتقریب حدود $1.0\,fm$، باهم برابرند. هردوشعاع به $A^{1/3}$ بستگی‌دارند، وضریب تناسب آنهابرابر $R_0 \simeq 1.2\,\mathrm{fm}$ است. درهسته‌های سنگین، چون تعداد نوترونها درحدود ۵۰درصد بیشتراز پروتونهاست، ممکن است انتظار داشته‌باشیم‌که شعاع نوترونی هسته‌ها اندکی‌بزرگتر ازشعاع پروتونی آنها باشد. امـا، از سوی دیگر باید توجه‌کرد کـه نیروی دافعهٔ پروتونی درصدد است پروتونها رابه‌قسمت بیرونی هسته براند ونیروی نوترون-پروتون هم مایل‌است نوترونها را بـه قسمت درونی هسته بکشاند. این‌کشاکش، نوترونها و پروتونهای هسته را آنچنان درهم می‌آمیزدکه شعاعهای بار و ماده تقریباً باهم برابرمی‌شوند.

۲.۳ جرم نوکلیدها و فراوانی آنها

فهرست مقادیر اندازه‌گیری شدهٔ جرم و فراوانی نسبی اتمهای خنثی را برای انواع هسته‌های پایدار و رادیواکتیو در جدول پیوست ج گردآوری کرده‌ایم. با اینکه توازن انرژی در واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای را باید براساس جرمهای هسته‌ای محاسبه کنیم، ولی رسم بر این است که جرم اتمهای خنثی را در این گونه جدولها ذکر می‌کنند. بنابراین، گاهی لازم می‌شود که با در نظر گرفتن جرم و انرژی بستگی الکترونها این مقادیر جرمی را تصحیح کنیم.

ساختار ماده را هرچه ژرفتر در نظر بگیریم، انرژی بستگی سیستم نیز در مقایسه با انرژی سکون بیشتر می‌شود. برای نمونه، انرژی بستگی اتمی هیدروژن برابر ۱۳٫۶ eV و نسبت آن به انرژی سکون کل اتم فقط در حدود $۱٫۴ \times ۱۰^{-۸}$ است. در حالی که در ساده‌ترین هسته یعنی دوتریم، انرژی بستگی برابر ۲٫۲ MeV و نسبت آن به انرژی سکون جرم کل آن در حدود $۱٫۲ \times ۱۰^{-۳}$ است. انرژی بستگی دوتریم نسبتاً کم، و بدین جهت این عدد در مقایسه با هسته‌های دیگر نسبتاً کوچك است. نسبت انرژی بستگی به انرژی سکون هسته‌های معمولی به‌حدود ۸×۱۰^{-۳} می‌رسد. در بررسی بازهم ژرفتر از ساختار ماده، با سه نوع کوارك سنگین که سازندهٔ نوکلئونها هستند سروکار پیدا می‌کنیم. جرم کوارکها معلوم نیست (هنوز در آزمایش با کوارك آزاد روبه‌رو نشده‌ایم و ممکن است وجود کوارکها در حالت آزاد امکان‌پذیر نباشد)، اما امکان دارد که جرم کوارك از $۱۰۰ \text{ GeV}/c^۲$ هم بزرگتر باشد. در این صورت، نسبت انرژی بستگی کوارکها به جرم کل آنها در هر نوکلئون کسری بزرگتر از ۰٫۹۹ خواهد بود ــ یعنی از ترکیب سه کوارك که انرژی سکون کل آنها شاید در حدود ۳۰۰ GeV است نوکلئونی با انرژی سکون حدود ۱ GeV تولید می‌شود!

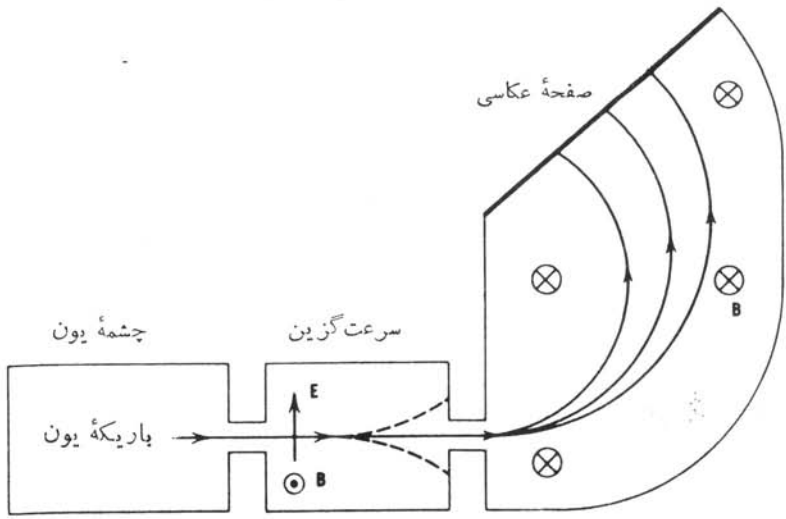
بدین گونه، بحث مربوط به جرم هسته‌ها از بحث انرژی بستگی هسته‌ای جدایی‌ناپذیر است. در غیر این صورت، جرم هسته‌ها به شکل $Zm_p + Nm_n$ قابل محاسبه می‌شد و موضوعی چندان جالب توجه نبود. در این بخش، بحث‌مان را به تعیین تجربی جرم هسته‌ها محدود می‌کنیم، و هسته را به‌صورت جسمی ساده و بدون هیچگونه ساختار داخلی در نظر می‌گیریم. در بخش بعدی، با استفاده از جرم هسته‌های اندازه‌گیری‌شده، به تعیین انرژی بستگی هسته‌ها می‌پردازیم.

اندازه‌گیری جرم هسته‌ها، در تکامل فیزیك هسته‌ای نقش بسیار مهمی داشته است. طیف‌سنجی جرمی، نخستین تکنیك بادقت بالا بود که در اختیار آزمایشگران قرار گرفت؛ و چون جرم هسته به‌طور منظم با افزایش یك پروتون یا نوترون افزایش می‌یابد، با اندازه‌گیری جرمها توانسته‌ایم نمودار کاملی از ایزوتوپهای پایدار تهیه کنیم. در حالی که در فیزیك اتمی وضع به‌این صورت نبوده است. اندازه‌گیریهای وزن اتمی متوسط در قرن نوزدهم به‌پیدایش اختلافاتی در جدول تناوبی عناصر منجر شد که از جمله موارد آن، برهم خوردن ترتیب عناصر کبالت و نیکل در جدول بود. وزن کبالت سنگینتر از وزن نیکل به‌دست می‌آمد، در حالی که ترتیب استقرار آن در جدول برمبنای عدد اتمی (و نه وزن اتمی)

باید قبل از نیکل باشد. مطلب دیگری که به‌همان درجه از اهمیت است این است که بدون توجیه تغییرات خواص هسته از یك ایزوتوپ به ایزوتوپ دیگر، نمی‌توانیم درك درستی از ساختار هسته‌ای داشته باشیم. بنابراین، پیش از آنکه بـه اندازه‌گیری خواص هسته‌ها بپردازیم، باید انواع ایزوتوپهای موجود را مشخص کنیم و سعی کنیم که آنها را به‌منظور بررسیهای تجربی از یکدیگر جدا سازیم.

برای تعیین جرم هسته‌ها و فراوانی نسبی آنها در نمونه‌ای از مادهٔ معمولی، با توجه به‌اینکه حتی در یك جسم خالص هم ممکن است مخلوطی از چند ایزوتوپ وجود داشته باشد، باید بتوانیم ایزوتوپها را بـه‌کمك جرمشان از یکدیگر جدا کنیم. اگر مقصود فقط جداسازی ایزوتوپها از یکدیگر باشد، به‌دستگاهی باحساسیت فوق‌العاده زیاد نیازی نیست. اختلاف جـرم ایزوتوپهای مجـاور در هسته‌های میان‌ـوزن در حـدود ۱٪ است. برای اندازه‌گیری جرم بـا مرتبهٔ دقت 10^{-6} به دستگاههای خیلی پیچیده‌تری کـه طیف‌نمای جرمی نامیده می‌شوند نیاز داریم. اگر بتوانیم جرمهای جدا شده را بـه‌صورت تصاویر جداگانه‌ای روی یك صفحهٔ عکاسی متمرکز کنیم، چنین دستگاهی را طیف‌نگار می‌گوییم. هرگاه جرمهای جدا شده پس از عبور ازشکافهای آشکارساز بـه طور الکترونیکی (مثلا به صورت جریان الکتریکی) ثبت شوند، چنین دستگاهی را طیف‌سنج می‌نامند. نمودار ساده‌ای از یك نوع طیف‌نگار جرمی را درشکل ۱۳.۳ نشان داده‌ایم.

اولین قسمت از هر دستگاه طیف‌نمای جرمی، یك چشمهٔ یون است که باریکه‌ای از



شکل ۱۳.۳ نمودارساده‌ای ازطیف‌نگار جرمی. چشمهٔ یون، باریکه‌ای با توزیع سرعت‌گرمایی تولید می‌کند. در ناحیهٔ سرعت‌گزین به یونهایی اجازهٔ عبور داده می‌شود که سرعت خاصی داشته باشند (و بقیه مطابق‌شکل منحرف می‌شوند). سپس جرمهای مختلف موجود درباریکه، متناسب با تکانه‌هایشان، درمیدان مغناطیسی یکنواختی منحرف وبدین‌ترتیب قابل شناسایی خواهندشد.

اتمها یا مولکولهای یونیده تولید می‌کند. اغلب برای تولید یون، بخار مادهٔ مورد مطالعه را با استفاده از الکترون بمباران می‌کنند. در برخی ازحالتها هم یونها را از طریق تخلیهٔ جرقه‌ای بین الکترودهای آغشته به‌مادهٔ موردنظر تولید می‌کنند. سرعت یونهای خارج‌شده از چشمه، هم به سبب توزیع گرمایی و هم به خاطر جرم متفاوت یونها، گسترهٔ وسیعی را در برمی‌گیرد.

قسمت بعدی دستگاه، سرعت‌گزین نام دارد و ناحیه‌ای است که در آن دو میدان متعامد الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد. میدان $\mathbf{E}$ بر یون خارج شده از چشمه، نیروی qE وارد می‌کند ومی‌خواهدآن را مطابق شکل۳.۳ به‌طرف بالا منحرف کند. اما میدان $\mathbf{B}$ نیروی روبه‌پایین qvB را بر یون وارد خواهد ساخت. اگر این دو نیرو اثر همدیگر را خنثی کنند، آنگاه یونها انحرافی نخواهند داشت و از شکاف خروجی سرعت‌گزین عبور خواهندکرد. دراین‌صورت داریم

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} \qquad (۱۹.۳)$$

قسمت نهایی این دستگاه تکانه‌ـگزین نام دارد و اساساً از یك میدان مغناطیسی یکنواخت تشکیل شده است که مسیر باریکهٔ ذرات را به صورت دایره‌ای به شعاع r درمی‌آوردکه بزرگی آن به‌مقدار تکانهٔ ذرات بستگی دارد

$$mv = qBr$$

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad (۲۰.۳)$$

چون q، B، و v برای تمام ذرات یکسان اختیارشده است، ذرات با جرمهای مختلف شعاعهای متفاوت خواهند داشت. اغلب میدان مغناطیسی در قسمتهای سرعت‌گزین و تکانه‌گزین یکسان اختیار می‌شودکه در این صورت داریم

$$m = \frac{qrB^2}{E} \qquad (۲۱.۳)$$

برای تعیین جرم با دقت یك قسمت در هر10^6، باید تمام‌کمیتهای معادلهٔ (۲۱.۳) را با همین دقت دراختیار داشته باشیم‌که احتمال آن خیلی ضعیف است. درعمل مقیاس سنجش را روی یك ذرهٔ خاص تنظیم می‌کنیم، و سپس اندازه‌گیری جرم سایر ذرات را نسبت به‌آن انجام می‌دهیم. نقطهٔ ثابت درمقیاس جرم اتمی ^{12}C است‌که جرم اتمی آن را دقیقاً برابر ۱۲٫۰۰۰۰۰۰ u اختیار می‌کنیم. برای تعیین جرم اتمهای دیگری مانند ^1H لازم است‌که E و B رابه‌میزان قابل‌توجهی تغییر دهیم. پس اینکه درجه‌بندی مقیاس

سنجش درچنین گستره‌ای باهمان دقت یك قسمت در $۱۰^۶$ معتبر بماند، می‌تواند محل تردید باشد. اما بهتر است که اندازه‌گیری را به‌تعیین اختلاف میان جرمهای تقریباً یکسان محدود کنیم. برای نمونه، دستگاه را برای جرم ۱۲۸ تنظیم می‌کنیم و اختلاف جرم بین مولکولهای $C_۹H_{۲۰}$ (نونان) و $C_{۱۰}H_۸$ (نفتالین) را به‌دست می‌آوریم. این اختلاف جرم به صورت $\Delta = ۰٫۰۹۳۹۰۰۳۲ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۱۲$ u اندازه‌گیری می‌شود. با صرفنظرکردن ازاختلاف انرژی بستگی مولکولی این دو مولکول (که ازمرتبهٔ $۱۰^{-۹}$ u است)، می‌توان نوشت

$$\Delta = m(C_۹H_{۲۰}) - m(C_{۱۰}H_۸) = ۱۲m(^۱H) - m(^{۱۲}C)$$

پس خواهیم داشت

$$m(^۱H) = \frac{۱}{۱۲}[m(^{۱۲}C) + \Delta]$$

$$= ۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + \frac{۱}{۱۲}\Delta$$

$$= ۱٫۰۰۷۸۲۵۰۳ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰۱ \text{ u}$$

با در دست داشتن این مقدار دقیق جرم هیدروژن، اکنون می‌توانیم دستگاه طیف‌سنج را برای جرم ۲۸ تنظیم کنیم و به‌تعیین اختلاف بین $C_۲H_۴$ و $N_۲$ بپردازیم

$$\Delta = m(C_۲H_۴) - m(N_۲) = ۲m(^{۱۲}C) + ۴m(^۱H) - ۲m(^{۱۴}N)$$

$$= ۰٫۰۲۵۱۵۲۱۹۶ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۳۰ \text{ u}$$

که از آن حاصل می‌شود

$$m(^{۱۴}N) = m(^{۱۲}C) + ۲m(^۱H) - \frac{۱}{۲}\Delta = ۱۴٫۰۰۳۰۷۳۹۶ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰۲ \text{ u}$$

این روش اندازه‌گیری اختلاف جرم بین جرمهای خیلی نزدیك به هم را روش دوتایهٔ جرمی می‌نامند، و همچنانکه دیده می‌شود، با استفاده ازآن مقادیرجرم را با دقت فوق‌العاده زیاد به‌دست‌آوردند. بویژه توجه کنید که خطای ۱ قسمت در $۱۰^۶$ دراندازه‌گیری Δ، به‌خطاهایی ازمرتبهٔ ۱ قسمت در $۱۰^۸$ یا $۱۰^۹$ درجرمهای اتمی تبدیل می‌شود.

با اندازه‌گیری انرژی ذرات در واکنشهای هسته‌ای هم می‌توان اختلاف جرمها را تعیین کرد. واکنش هسته‌ای $x + X \rightarrow y + Y$ را در نظر می‌گیریم که درآن ذرهٔ بمباران‌کنندهٔ x برهدف ساکن X فرود می‌آید. با اندازه‌گیری انرژی ذرات درگیردر واکنش، می‌توان اختلاف جرمها راکه مقدار Q واکنش نامیده می‌شود تعیین کرد

$$Q = [m(\mathrm{x}) + m(\mathrm{X}) - m(\mathrm{y}) - m(\mathrm{Y})]c^2 \qquad (۲۲.۳)$$

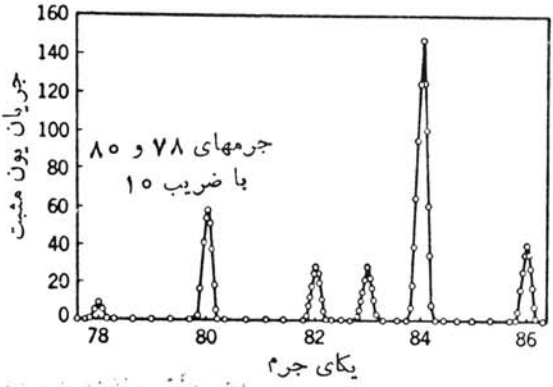
مقدار Q واکنش را در بخش ۲.۱۱ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) به‌تفصیل بررسی خواهیم کرد. به عنوان نمونه، واکنش $^{14}\mathrm{N} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{12}\mathrm{N} + {}^{1}\mathrm{H}$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به اندازه‌گیریهای دوتایهٔ جرمی می‌دانیم: $m(^1\mathrm{H}) = 1.007825\ \mathrm{u}$، $m(^{14}\mathrm{N}) = 14.003074\ \mathrm{u}$، و $m(^2\mathrm{H}) = 2.016049\ \mathrm{u}$. مقدار اندازه‌گیری شدهٔ Q عبارت است از $-22.1355 \pm 0.0010\ \mathrm{MeV}$. پس با استفاده از این اطلاعات به‌دست می‌آید

$$m(^{12}\mathrm{N}) = m(^1\mathrm{H}) + m(^{14}\mathrm{N}) - m(^2\mathrm{H}) - \frac{Q}{c^2}$$

$$= 12.018613 \pm 0.000001\ \mathrm{u}$$

بخش عمدهٔ خطای موجود در جرم تعیین شده از خطای Q ناشی می‌شود، زیرا جرمهای $^1\mathrm{H}$، $^2\mathrm{H}$، و $^{14}\mathrm{N}$ را با دقتی خیلی بالاتر در دست داریم. نوکلید $^{12}\mathrm{N}$ ناپایدار است و با نیمه‌عمری در حدود $0.015\ \mathrm{s}$ واپاشیده می‌شود، یعنی طول عمر آن به‌قدری کوتاه است که اندازه‌گیری جرم آن با استفاده از طیف‌سنج جرمی امکان‌پذیر نیست. اما به کمک روش واکنش هسته‌ای، تعیین جرم نوکلیدهای ناپایداری که جرمشان به‌طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست نیز امکان‌پذیر می‌شود.

فراوانی نوکلیدها. با استفاده از طیف‌سنج جرمی، فراوانی نسبی ایزوتوپهای مختلف یك عنصر را نیز می‌توان اندازه‌گیری کرد. اگر در شکل ۱۳.۳ به‌جای صفحهٔ عکاسی یك صفحهٔ شکاف‌دار قرار دهیم، با تغییر مقادیر E یا B و اندازه‌گیری جریان گذرنده از شکاف می‌توان جرم ذرات مختلف موجود در باریکه را مورد بررسی قرار داد، و نتایجی مطابق شکل ۱۴.۳ به‌دست آورد. در این شکل، با توجه به مساحت نسبی قله‌ها می‌توان فراوانی ایزوتوپهای پایدار کریپتون را به‌شرح زیر تعیین کرد



شکل ۱۴.۳ نمونه‌ای از طیف جرمی کریپتون. برای آنکه قله‌های مربوط به جرمهای ۷۸ و ۸۰ با قله‌های دیگر قابل مقایسه باشد، باید مقیاس محور قائم آنها بر عدد ۱۰ تقسیم شود.

^{78}Kr %۰٫۳۵۶ ^{83}Kr %۱۱٫۵
^{80}Kr %۲٫۲۷ ^{84}Kr %۵۷٫۰
^{82}Kr %۱۱٫۶ ^{86}Kr %۱۷٫۳

جرمهایی که در این بررسی ظاهر نشده‌اند (^{79}Kr، ^{81}Kr، ^{85}Kr، وهمچنین ایزوتوپهای پایینتر از ^{78}Kr و بالاتر از ^{86}Kr) رادیواکتیوهستند و در کریپتون طبیعی دیده نمی‌شوند. هر نمونه‌ای از کریپتون طبیعی، مخلوطی است از این شش ایزوتوپ پایدار که فراوانی نسبی هریك از آنها نیز درجدول فوق مشخص شده است. اگر جرم اندازه‌گیری‌شدهٔ این شش ایزوتوپ را با احتساب فراوانی هریك از آنها به‌عنوان ضریب وزن نسبی باهم جمع کنیم، جرم اتمی «متوسط» کریپتون به‌دست می آید

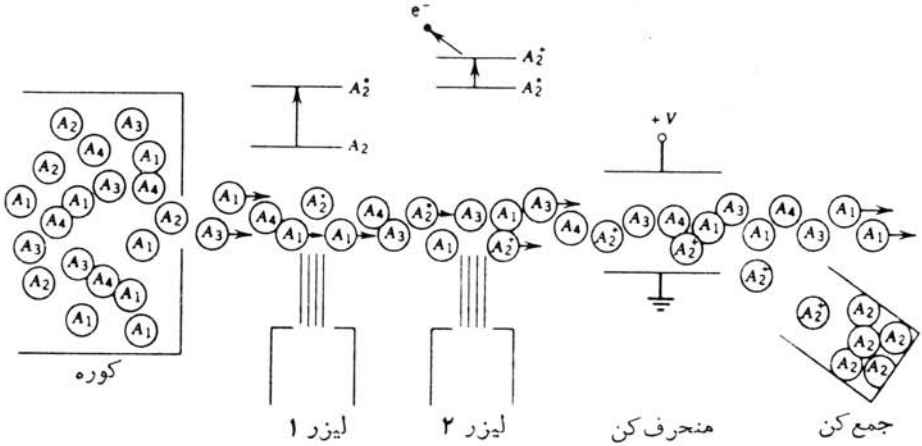
$$\bar{m} = ۰٫۰۰۳۵۶m(^{78}Kr) + ۰٫۰۲۲۷m(^{80}Kr) + \cdots$$
$$= ۸۳٫۸\ u$$

که‌همان جرم اتمی پذیرفته شدهٔ Kr است که معمولاً درجدول تناوبی عناصر درج می‌شود.

جداسازی ایزوتوپها. اگر طیف‌سنج جرمی را روی یك جرم منفرد تنظیم کنیم و به جمع‌آوری ایزوتوپ خاصی بپردازیم، پس ازمدتی می‌توانیم مقدار قابل توجهی از یك نوع ایزوتوپ را برای بررسیهای آزمایشگاهی در اختیار داشته باشیم. بعضی از طیف‌سنجهای جرمی را چنان طراحی می کنندکه به‌کمك آنها بتوان‌کار فرایش وجداسازی مقادیرعظیمی از مواد را انجام داد (این کارایی به‌قیمت ازدست رفتن برخی ویژگیهای دیگردستگاه ازجمله توان تفکیك جرمی‌آن تمام می‌شود). این‌گونه دستگاههای جداسازی ایزوتوپها (که نمونه‌ای از آن در آزمایشگاه ملی «اوك‌ریج» درایالات متحدهٔ امریکا وجود دارد) برای مقاصد متنوع به‌کار می‌روند. ایزوتوپهای جداشده‌ای‌که در این مراکز تهیه می‌شوند، نه‌تنها در فیزیك هسته‌ای بلکه در زمینه‌های دیگری مانند شیمی یا زیست‌شناسی نیز کاربرد دارند. در فیزیك هسته‌ای، با استفاده از ایزوتوپهای جداشده می‌توان خواص مشخصی همچون سطح مقطع واکنشها را اندازه‌گیری‌کرد. به‌عنوان نمونه‌ای ازکاربرد در زمینه‌های دیگر، می‌توان به‌جذب مواد غذایی درگیاهان وجانشینی ایزوتوپهای پایداراین موادبا ایزوتوپهای رادیواکتیو ردیاب اشاره‌کرد. می‌دانیم که‌کربن معمولی به‌نسبت حدود ۹۹٪ از ^{12}C و ۱٪ از ^{13}C، ونیتروژن به‌نسبت ۹۹٫۶٪ از ^{14}N و ۰٫۴٪ از ^{15}N تشکیل شده است. اگر یك نوع‌گیاه را با جوی از گاز CO_2 که از ایزوتوپهای ^{13}C ساخته شده است احاطه‌کنیم، وآن را با کود حاوی ^{15}N (به‌جای ^{14}N) پرورش دهیم، دراین صورت نحوهٔ جذب این ایزوتوپها در این گیاه برای ما قابل مطالعه خواهد شد. نیمهٔ‌عمر مربوط به‌دراز-عمرترین ایزوتوپ نیتروژن درحدود ۱۰دقیقه است، پس‌مطالعهٔ درازمدت با استفاده از ردیابهای‌رادیواکتیو امکان‌پذیر نیست. همچنین باید توجه‌داشت‌که واپاشیهای رادیواکتیو ممکن است اثرات نامطلوبی برگیاه و اشخاصی که با آن سروکار دارند، برجای بگذارد.

جداسازی لیزری ایزوتوپها. دریکی ازروشهای‌کاملا متفاوت جداسازی ایزوتوپها،

از باریکه‌های لیزری فوق‌العاده تکفام استفاده می‌شود. چنانکه در بخش قبلی دیدیم، تابشهای اپتیکی ناشی از ایزوتوپهای مختلف یك عنصر انرژی دقیقاً یکسانی ندارند. اختلاف اندازهٔ هسته‌ها باعث تغییراتی درانرژیهای گذار می‌شود که به انتقال ایزوتوپی معروف است. تکفامی باریکه‌های لیزری به حدی دقیق است که به‌کمك این باریکه‌ها می‌توان در مخلوطی از ایزوتوپها الکترونهای ایزوتوپ خاصی را به حالت برانگیخته درآورد. چگونگی این فرایند جداسازی را به طور ساده درشکل ۱۵.۳ نشان داده‌ایم. بسامد باریکهٔ لیزر اول را چنان تنظیم می‌کنیم که توسط الکترونهای ایزوتوپ موردنظر (و نه الکترونهای ایزوتوپهای دیگر) قابل جذب باشد. در حالی که باریکه‌ای از اتمهای خنثی از مقابل باریکهٔ لیزر عبور می‌کند، ایزوتوپهای مورد نظر با جذب فوتونهای لیزر به‌حالت برانگیخته درمی‌آیند. باریکهٔ لیزر دوم را روی چنان طول موجی تنظیم می‌کنیم که بتواند اتمهای برانگیخته را یونیده کند. چون حالتهای انرژی نهایی الکترونهای آزاد غیرکوانتومی و پیوسته است، گسترهٔ انرژی لیزر دوم باید پهن و پیوسته باشد. اما این امر به‌یونش ایزوتوپهای ناخواسته نخواهد انجامید، زیرا فقط اتمهایی‌که دراثر لیزر اول برانگیخته شده‌اند دارای حالتهای برانگیخته‌اند. اتمهای موجود در باریکهٔ اتمی، پس‌ازعبور ازمقابل لیزردوم، به‌صورت اتمهای یونیدهٔ یکی از ایزوتوپها واتمهای خنثای



شکل ۱۵.۳ جداسازی لیزری ایزوتوپها. باریکهٔ اتمهای خنثای خارج‌شده از کوره شامل چهارنوع ایزوتوپ A_1، A_2، A_3، و A_4 است. لیزر اول چنان تنظیم شده‌است‌که باگذارخاصی از ایزوتوپ A_2 درحال تشدید است. به‌خاطرتکفامی انرژی لیزر ومتفاوت بودن انرژی‌گذار درایزوتوپهای دیگر، فقط اتمهای A_2 به‌حالت برانگیخته درمی‌آیند. لیزر دوم گسترهٔ انرژی پهنی دارد، ومی‌تواند تعداد زیادی ازاتمهای برانگیختهٔ A_2 را به‌حالت انرژی‌آزاد برساند. اما چون فقط اتمهای A_2 در حالت برانگیخته‌اند، فقط همین اتمها یونیده می‌شوند. سپس یونهای A_2 را درمیدان الکتریکی منحرف و جمع‌آوری می‌کنند.

ایزوتوپهای دیگرخواهد بود. بدین ترتیب، اتمهای یونیدهٔ موجود در باریکه را می‌توان به‌کمك یك میدان الکتریکی منحرف و به‌طور جداگانه جمع آوری کرد.

۳.۳ انرژی بستگی هسته‌ای

انرژی متناظر به جرم هر نوکلید، $m_N c^2$، عبارت است ازحاصل تفریق انرژی جرم اتمی آن نوکلید $m_A c^2$ و انرژی جرمی Z الکترون وانرژی بستگی الکترونی کل آن

$$m_N c^2 = m_A c^2 - Z m_e c^2 + \sum_{i=1}^{Z} B_i \qquad (۲۳.۳)$$

که درآن B_i انرژی بستگی iامین الکترون‌است. انرژی بستگی الکترونی دراتمهای سنگین ازمرتبهٔ ۱۰ تا ۱۰۰ keV است، درحالی‌که انرژی جرم‌اتمی‌ازمرتبهٔ $A\times ۱۰۰۰\,\mathrm{MeV}$ است. بنابراین با دقت حدود ۱ قسمت در $۱۰^۶$ می‌توان از آخرین جملهٔ معادلهٔ (۲۳.۳) صرفنظرکرد. (وجود این جمله، حتی به‌میزان $۱۰^{-۶}$ هم دراندازه‌گیریهای فیزیك هسته‌ای تأثیرندارد، زیرا در انرژیهای جرمی معمولا بـا اختلافات سروکار داریم. مثلا در تعیین انرژی واپاشی یا انرژی واکنش، انرژیهای بستگی الکترونی تأثیری درمحاسبهٔ اختلافات نخواهند داشت.)

انرژی بستگی B یك هسته عبارت است از اختلاف انرژی بین جرم هستهٔ ${}^A_Z X_N$ و جرم‌کل پروتونها (Z پروتون) و نوترونهای تشکیل دهندهٔ آن (N نوترون)

$$B = \{Z m_p + N m_n - [m({}^A X) - Z m_e]\} c^2 \qquad (۲۴.۳)$$

که درآن شاخص پایین جرم اتمی m_A را حذف کرده‌ایم. ازاین پس همیشه دراین‌گونه روابط از جـرم اتمی استفاده می‌کنیم، مگر آنکـه مورد خاصی را به صورت دیگـری متذکرشویم.

اگرمجموع جرم Z پروتون و Z الکترون را به‌صورت جرم Z اتم خنثای هیدروژن درنظرگیریم، معادلهٔ (۲۴.۳) چنین می‌شود

$$B = [Z m({}^1 H) + N m_n - m({}^A X)] c^2 \qquad (۲۵.۳)$$

با توجه به‌اینکه جرمها معمولا برحسب یکای جرم اتمی بیان می‌شوند، بهتراست‌که ضریب تبدیل c^2 را به‌صورت $c^2 = ۹۳۱٫۵۰\ \mathrm{MeV/u}$ درنظر بگیریم.

گاهی با جدولهایی از جرم اتمی روبه‌رو می‌شویم که درآنها، به جای جرم اتمی $m({}^A X)$، کاستی جرم $\Delta = (m - A)c^2$ درج شده‌است. با در دست داشتن کاستی جرم و استفاده ازمعادلهٔ (۲۵.۳)، جرم اتمی را می‌توان تعیین کرد.

انرژی جداسازی پروتون ونوترون هم ازجمله اطلاعات مفید دیگری‌است‌که اغلب درجداول خواص هسته‌ای با آنها برخورد می‌کنیم. انرژی جداسازی نوترون S_n درهستهٔ

${}^{A}_{Z}X_{N}$ عبارت است ازمقدار انرژی لازم برای دورکردن یك نوترون ازاین هسته و برابر است با اختلاف انرژیهای بستگی بین ${}^{A}_{Z}X_{N}$ و ${}^{A-1}_{Z}X_{N-1}$

$$S_n = B({}^{A}_{Z}X_{N}) - B({}^{A-1}_{Z}X_{N-1})$$
$$= [m({}^{A-1}_{Z}X_{N-1}) - m({}^{A}_{Z}X_{N}) + m_n]c^2 \qquad (۲۶.۳)$$

به‌همین‌ترتیب، انرژی جداسازی پروتون S_p رابه‌صورت انرژی لازم برای دورکردن یك پروتون از هسته تعریف می‌کنیم

$$S_p = B({}^{A}_{Z}X'_{N}) - B({}^{A-1}_{Z-1}X_{N})$$
$$= [m({}^{A-1}_{Z-1}X_{N}) - m({}^{A}_{Z}X_{N}) + m({}^{1}H)]c^2 \qquad (۲۷.۳)$$

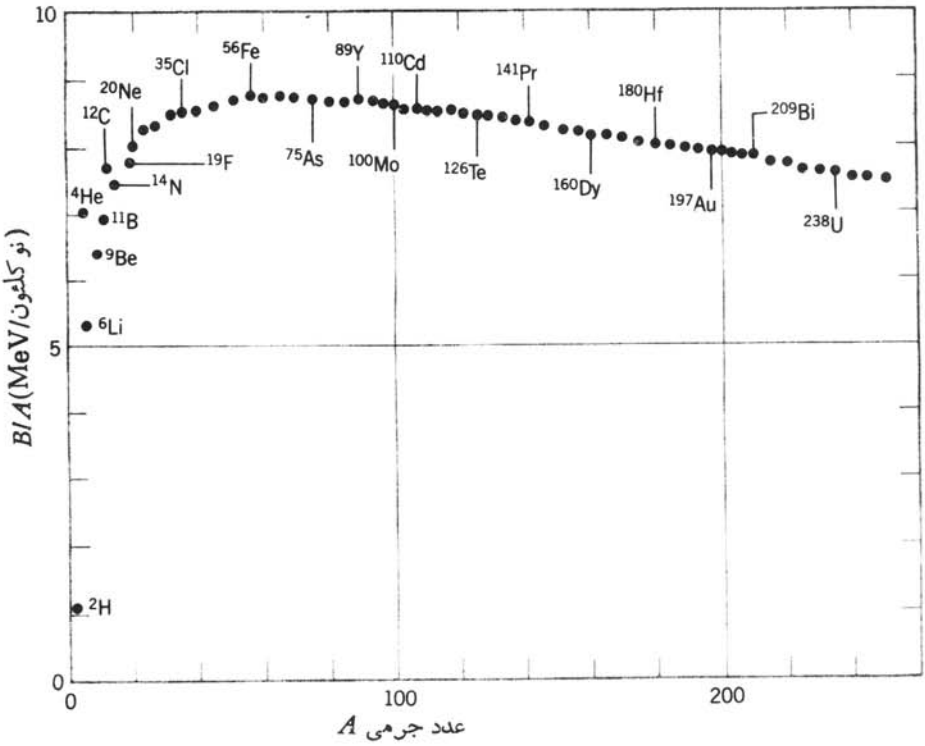
دراین معادله، به‌جای پروتون، جرم هیدروژن را قراردادهایم. چون همیشه دراین روابط با جرمهای اتمی سروکار داریم، به‌آسانی می‌توان نحوهٔ حذف شدن جرم Z الکترون را درمعادلات (۲۶.۳) و (۲۷.۳) نشان داد.

انرژی جداسازی نوترون و پروتون در فیزیك هسته‌ای با انرژی یونش در فیزیك اتمی‌مشابهت دارد، یعنی‌مقدار آن میزان بستگی بیرونی‌ترین نوکلئون (یا نوکلئون‌ظرفیت) را به هسته نشان می‌دهد. انرژی جداسازی هم، درست مانند انرژی یونش دراتمها، بر ساختار پوسته‌ای هسته‌ها دلالت می‌کندکه مشابه ساختار پوسته‌ای اتمهاست. ازاین‌رو، ما بحث دربارهٔ انرژیهای جداسازی را به بحث مدلهای هسته‌ای درفصل ۵ موکول می‌کنیم. نمونه‌هایی ازمقادیرکاستی جرم وانرژی جداسازی را درجدول ۱.۳ نشان داده‌ایم.

همچنانکه دربسیاری ازموارد خواص هسته‌ای خواهیم دید، با بررسی نظم وترتیب انرژی بستگی هسته‌ها می‌توان مدارك ارزنده‌ای از ساختار هسته‌ای به‌دست آورد. چون انرژی بستگی کم و بیش به‌طور خطی برحسب A افزایش می‌یابد، عموماً درعمل انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون، یعنی B/A، را به صورت تابعی از A نشان می‌دهند. در شکل ۱۶.۳ تغییرات B/A را برحسب عدد نوکلئونی نشان داده‌ایم. دراین شکل، چند ویژگی مهم مربوط به‌هسته‌ها جلب‌توجه می‌کند. نخست اینکه منحنی جزدرناحیهٔ هسته‌های بسیار سبك، مقدار نسبتاً ثابتی را نشان می‌دهد. انرژی بستگی متوسط بسیاری از هسته‌ها، با تقریب ۱۰٪، درحدود ۸ MeV برای هرنوکلئون است. دوم اینکه منحنی در نزدیکی $A = ۶۰$ قلهٔ پهنی دارد و درهمین ناحیه است‌که بستگی هسته‌ای به‌حداکثرمی‌رسد. وجود این قله بدان معنی است‌که به‌دو طریق می‌توان به «تولید» (یا آزادسازی) انرژی هسته یافت: درنواحی پایینتراز $A = ۶۰$ از طریق ترکیب هسته‌های سبك و تشکیل هسته‌های سنگینتر، و در نواحی بالاتراز $A = ۶۰$ ازطریق شکستن هسته‌های سنگین و تبدیل آنها به‌هسته‌های سبکتر. در هردو صورت باید «ازمنحنی انرژی بستگی بالا رفت» که این امر به آزادسازی انرژی هسته‌ای منجر می‌شود. روش اول را همجوشی هسته‌ای (یا گداخت

جدول ۱۰۳ نمونه‌هایی ازمقادیرکاستی جرم وانرژی جداسازی.

نوکلید	Δ(MeV)	S_n(MeV)	S_p(MeV)
^{16}O	−۴٫۷۳۷	۱۵٫۶۶	۱۲٫۱۳
^{17}O	−۰٫۸۱۰	۴٫۱۴	۱۳٫۷۸
^{17}F	+۱٫۹۵۲	۱۶٫۸۱	۰٫۶۰
^{40}Ca	−۳۴٫۸۴۷	۱۵٫۶۴	۸٫۳۳
^{41}Ca	−۳۵٫۱۳۸	۸٫۳۶	۸٫۸۹
^{41}Sc	−۲۸٫۶۴۴	۱۶٫۱۹	۱٫۰۹
^{208}Pb	−۲۱٫۷۵۹	۷٫۳۷	۸٫۰۱
^{209}Pb	−۱۷٫۶۲۴	۳٫۹۴	۸٫۱۵
^{209}Bi	−۱۸٫۲۶۸	۷٫۴۶	۳٫۸۰



شکل ۱۶۰۳ انرژی بستگی هر نوکلئون درهسته.

هسته‌ای) و روش دوم را شکافت هسته‌ای می‌نامند. این موضوعات مهم را در فصلهای ۱۳ و ۱۴ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) بررسی خواهیم کرد.

تلاش برای درك منحنی انرژی بستگی به فرمول نیمه تجربی جرم منتهی می‌شود که در طی آن با استفاده از چند پارامتر کلی، سعی می‌کنیم کـه تغییرات B را بـرحسب A توضیح دهیم.

بدیهی‌ترین جمله‌ای که دربراورد عبارت B/A باید درنظر گرفت جملهٔ ثابت‌است، زیرا درتمام موارد داریم $B \propto A$. بنابراین، سهم این‌جملهٔ «حجمی» را درانرژی بستگی به‌صورت $B = a_v A$ می‌نویسیم که در آن a_v مقدارثابت قابل تعیین است (مقدار آن باید درحدود ۸ MeV باشد). این بستگی خطی بین B و A که درواقع تاحدودی شگفت‌انگیز است، درجهت شناخت خواص نیروی هسته‌ای اولین رهنمودی است که دراختیار ما قرار می‌گیرد. اگرهرنوکلئونی همهٔ نوکلئونهای دیگرموجود در هسته را جذب می‌کرد، آنگاه انرژی بستگی باید متناسب با $A(A-1)$ یا به‌تقریب متناسب بـا A^2 می‌شد. چـون B به‌طور خطی برحسب A تغییر می‌کند، این بدان معنی است کـه هر نوکلئون در هسته فقط نزدیکترین نوکلئونهای‌اطرافش را جذب می‌کند وهمهٔ نوکلئونهای دیگرراجذب نمی‌کند. با توجه به پراکندگی الکترون می‌دانیم چگالی هسته‌ای تقریبـاً ثابت است، یعنی تعـداد نوکلئونهای موجود در اطراف هـر نوکلئون تقریبـاً ثابت می‌ماند. بدین ترتیب، نتیجه می‌گیریم که سهم هر نوکلئون درانرژی بستگی هسته به‌تقریب مقداری ثابت است.

نوکلئونی که درسطح هسته قرارگرفته است از شمول حکم فوق مستثنی است، زیرا چنین نوکلئونی را همسایه‌های کمتری احاطه‌کرده‌اند و به‌همین دلیـل بستگی آن به هسته از نوکلئونهای مرکزی کمتراست. سهم نوکلئونهای سطحی درانرژی بستگی B بـه‌همان میزان نوکلئونهای مرکزی نیست، وچون در رابطهٔ $B = a_v A$ این نکته درنظر گرفته نشده است، مقدار B درآن بیش ازحد لازم براورد شده است. بنابراین، ازاین مقدار B باید جمله‌ای را کـه متناسب با مساحت سطح هسته است کم کنیم. چون شعاع هسته $R \propto A^{1/3}$ است، مساحت سطح هسته متناسب بـا R^2 یا $A^{2/3}$ می‌شود. بنابراین، سهم نوکلئونهای سطحی هسته را درانرژی بستگی باید به‌صورت $-a_s A^{2/3}$ درنظر گرفت.

در فرمول انـرژی بستگی، دافعهٔ کـولنی پروتونها را نیز باید درنظر بگیریم که این مؤلفه هم درجهت تضعیف انرژی بستگی هسته عمـل می‌کند. چون هر پروتون همـهٔ پروتونهای موجود در هسته را دفع می‌کند، این جمله متناسب بـا $Z(Z-1)$ می‌شود که بافرض هسته به‌شکل کـرهٔ باردار یکنواخت، مقدار دقیق این جمله را می‌توان به صورت $-(3/5)(e^2/4\pi\varepsilon_0 R_0)Z(Z-1)/A^{1/3}$ — محاسبه کرد که درآن علامت‌منفی به‌معنی‌کاهش انرژی بستگی دراثراین جمله است. با درنظرگرفتن $R_0 = 1.2\ \text{fm}$، مقـدار ثابت این جمله برابر $0.72\ \text{MeV}$ به‌دست می‌آیدکه با جانشین کردن آن با یك ثابت کولنی کلی a_c می‌توان آن را به‌شکل ساده‌تر نوشت.

همچنین، باتوجه به‌چگونگی توزیع ایزوتوپهای پایدار و رادیواکتیو (شکل ۱۰۱)،

می‌دانیم که در هسته‌های پایدار $Z \simeq A/2$ است. (توضیح این خاصیت هسته‌ای را در بحث مدل پوسته‌ای درفصل ۵ خواهیم دید.) اگر بخواهیم فرمول انرژی بستگی توصیف واقع‌بینانه‌ای از هسته‌های پایدار به دست بدهد، خاصیت $Z \simeq A/2$ هم باید در آن درنظر گرفته‌شود. (درغیر این‌صورت، بنا بر پیش‌بینی این‌فرمول، وجود ایزوتوپهای پایدار هیدروژن با صدها نوترون هم امکان‌پذیر می‌شود!) این‌جملهٔ انرژی بستگی، برای هسته‌های سبك که در آنها رابطهٔ $Z \simeq A/2$ بیشتر رعایت می‌شود، اهمیت زیادی دارد. این جمله درهسته‌های سنگین اهمیت کمتری دارد، زیرا افزایش مربع دافعهٔ کولنی مستلزم نوترونهای اضافی است تا به‌این وسیله پایداری هسته تضمین شود. این جمله را که به خاطر تأثیرش درمتقارن نگه‌داشتن هسته ازلحاظ تعداد پروتونها و نوترونها جملهٔ تقارن نامیده می‌شود، می‌توان به‌صورت $-a_{\mathrm{sym}}(A-2Z)^2/A$ نوشت که شکل آن‌هم به‌علت ترجیح هسته‌های متقارن $(Z=A/2)$ وهم به‌علت کاهش وزن درموارد A بزرگ، قابل قبول است.

سرانجام، جملهٔ دیگری را هم باید درنظر بگیریم که تمایل نوکلئونهای مشابه را به‌تشکیل زوج و تحکیم پیکر بندی پایدار هسته‌ای نشان دهد. هنگامی که با تعداد فرد نوکلئونها (Z فرد و N زوج، یا Z زوج و N فرد) سروکار داشته‌باشیم، این جمله نقشی درانرژی بستگی ندارد. اما اگر NوZ هردو فرد باشند، انرژی بستگی هسته با تبدیل یکی از پروتونهای فرد به‌نوترون (یا برعکس) و قابلیت تزویج نوترون جدید با نوترونی که درهسته به‌صورت منفرد باقی مانده بود افزایش خواهد یافت. صرفاً با توجه به هسته‌های پایداری که درطبیعت یافت می‌شوند، می‌توان شواهدی دال بر وجود نیروی تزویج در هسته‌ها به‌دست آورد. تعداد هسته‌های با NوZفرد درطبیعت فقط چهارتاست (^{2}H، ^{6}Li، ^{10}B، ^{14}N)، ولی تعداد هسته‌های با Z وNزوج ۱۶۷ تاست. انرژی تزویج δ را معمولا برای NوZ زوج به‌صورت $+a_{\mathrm{p}}A^{-3/4}$، برای Z و N فرد به‌صورت $-a_{\mathrm{p}}A^{-3/4}$، و برای A فرد برابرصفردر نظرمی‌گیریم.

از ترکیب تمام این پنج جمله، فرمول کامل انرژی بستگی به‌صورت زیر به دست می‌آید

$$B = a_{\mathrm{v}}A - a_{\mathrm{s}}A^{2/3} - a_{\mathrm{c}}Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{\mathrm{sym}}\frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta \qquad (۲۸.۳)$$

و با به‌کاربردن این انرژی بستگی، فرمول نیمه‌تجربی جرم را چنین به‌دست می‌آوریم

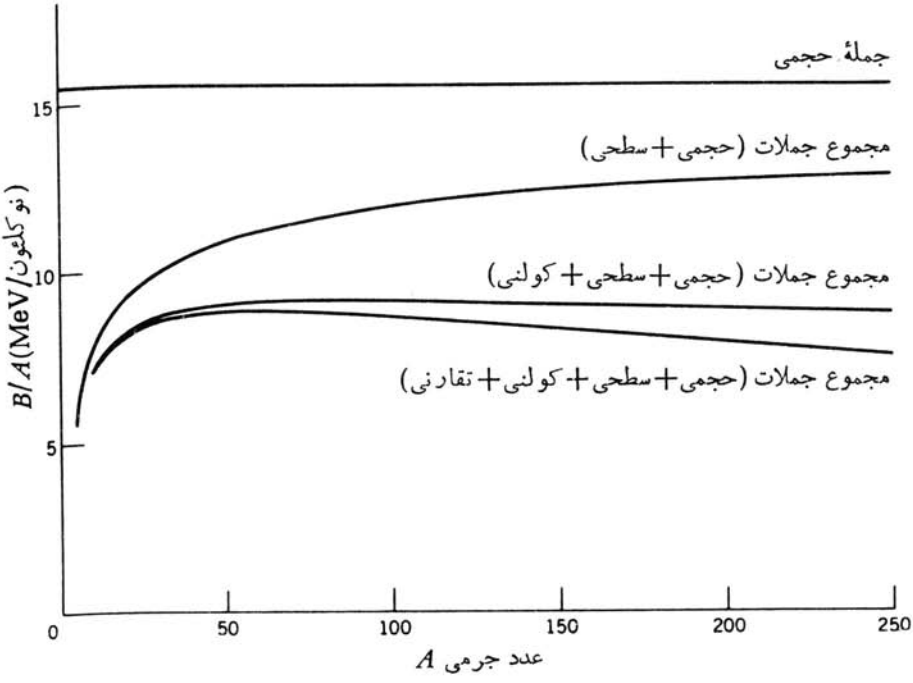
$$M(Z, A) = Zm(^1\mathrm{H}) + Nm_{\mathrm{n}} - \frac{B(Z, A)}{c^2} \qquad (۲۹.۳)$$

ضرایب ثابت را باید چنان انتخاب کرد که حداکثر سازگاری بین این فرمول و منحنی تجربی شکل ۱۶.۳ حاصل شود. گزینش خاصی از این مقادیر ثابت به صورت

$a_v = ۱۵٫۵\ \text{MeV}$، $a_s = ۱۶٫۸\ \text{MeV}$، $a_c = ۰٫۷۲\ \text{MeV}$، $a_{sym} = ۲۳\ \text{MeV}$، و $a_p = ۳۴\ \text{MeV}$ است که منحنی نمایش هر یك از جملات حاصل ازاین مقادیرو همچنین نتیجهٔ جمعی آنها را که چگونگی تغییرات B را نسبتاً خوب پیش‌بینی می کند، در شکل ۱۷.۳ نشان داده‌ایم.

اهمیت فرمول نیمه تجربی جرم دراین نیست که با استفاده از آن بتوانیم هر پدیدهٔ جدید یاعجیب‌وغریبی را درفیزیك‌هسته‌ای پیش‌بینی کنیم. بلکه این فرمول را باید نخستین تلاش درکاربرد مدلهای هسته‌ای برای درك رفتار قانونمند یکی از خواص هسته که دراین مورد همان انرژی بستگی است، تلقی کرد. این فرمول متضمن چند نوع مدل هسته‌ای مختلف است: مدل قطره مایع که در آن برخی از ویژگیهای جمعی و بزرگ ـ مقیاس هسته‌ها به‌شیوه‌ای مشابه با محاسبات قطره مایع در نظر گرفته می‌شود (در واقع، سه جملهٔ اول معادلهٔ (۲۸.۳) در محاسبهٔ انرژی یك قطره مایع باردار هم ظاهر می‌شود)؛ و مدل پوسته‌ای که بیشتر با تك‌تك نوکلئونها سروکاردارد [دوجملهٔ آخر معادلهٔ (۲۸.۳) با استفاده ازاین مدل قابل محاسبه است].

در معادلهٔ (۲۹.۳) به‌ازای یك مقدار ثابت A، نمودار تغییرات M برحسب Z به‌صورت سهمی است. مرکز این سهمی در همان نقطه‌ای است که مقدار معادلهٔ (۲۹.۳)



شکل ۱۷.۳ سهم هریك ازجملات موجود درفرمول نیمه‌تجربی جرم دربازسازی انرژی بستگی متوسط نوکلئونها.

به‌کمینه می‌رسد. برای مقایسهٔ این نتیجه با طرز رفتار هسته‌های واقعی باید محل کمینه را با قراردادن $\partial M/\partial Z = 0$ به‌دست آورد

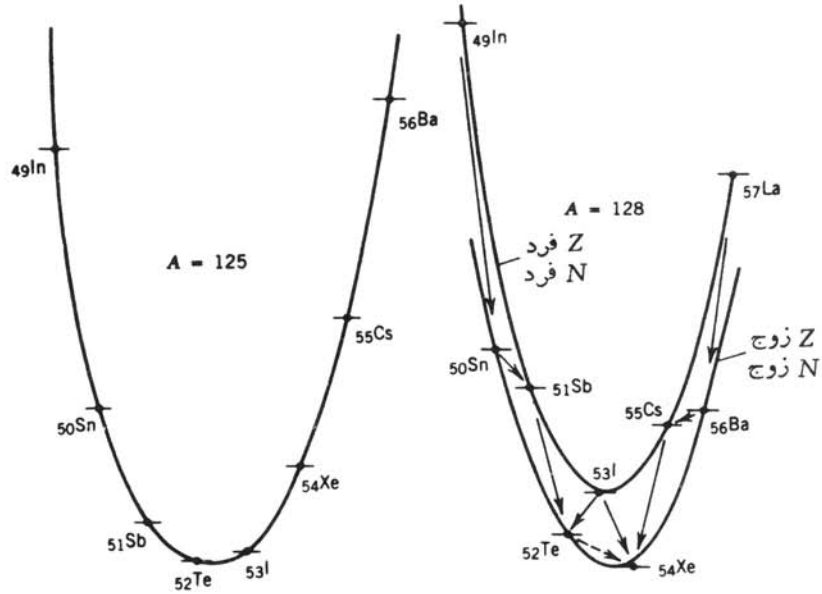
$$Z_{\min} = \frac{[m_n - m(^1\mathrm{H})] + a_c A^{-1/3} + 4a_{\mathrm{sym}}}{2a_c A^{-1/3} + 8a_{\mathrm{sym}} A^{-1}} \qquad (۳۰.۳)$$

با قراردادن $a_c = 0.72\ \mathrm{MeV}$ و $a_{\mathrm{sym}} = 23\ \mathrm{MeV}$، دو جملهٔ اول صورت کسر فوق قابل صرفنظرمی‌شوند، و بنابراین داریم

$$Z_{\min} \simeq \frac{A}{2} \frac{1}{1 + (1/4)A^{2/3} a_c / a_{\mathrm{sym}}} \qquad (۳۱.۳)$$

برای مقادیر کوچك A چنانکه انتظار می‌رود $Z_{\min} \simeq A/2$ می‌شود، اما برای مقادیر بزرگ A داریم $Z_{\min} < A/2$. برای هسته‌های سنگین، با توجه به معادلهٔ (۳۱.۳) خواهیم‌داشت $Z/A \simeq 0.41$ که با مقادیرمتناظر به‌هسته‌های پایدارسنگین سازگاراست.

نمونه‌ای از زنجیرهٔ واپاشی A فرد را برای $A = 125$ در شکل ۱۸.۳ نشان



شکل ۱۸.۳ زنجیره‌های جرمی برای دو دسته از ایزومرهای $A = 125$ و $A = 128$. در مورد $A = 125$ اختلاف انرژی بین ایزوتوپهای مجاور و افزایش آن، دراثردورشدن از عضو پایدار زنجیره، درخور توجه است. در مورد $A = 128$ به تأثیر جملهٔ تزویجی توجه کنید. ایزوتوپ $^{128}\mathrm{I}$ می‌تواند به‌دو طریق واپاشیده شود. ازنقطه‌نظرانرژی این امکان وجود داردکه $^{128}\mathrm{Te}$ دراثرفرایندی به‌نام واپاشی دوبتایی مستقیماً به $^{128}\mathrm{Xe}$ تبدیل شود.

داده‌ایم که عنصر پایدار پایانی آن هسته‌ای با $Z=۵۲$ است. هسته‌های ناپایدار این زنجیره، ازطریق تبدیل یك نوترون به‌یك پروتون یا تبدیل یك پروتون بـه یك نوترون و درطـی واپاشی رادیواکتیو بتازا، به طرف هستهٔ پایدار نزدیك می‌شوند. توجه کنید که هرچه از موضع پایداری دورتر می‌رویم، مقدار انرژی واپاشی (که ازاختلاف جرم بین ایزوبارهای مجاور حاصل می‌شود) افزایش می‌یابد. برای هسته‌های A زوج، به خاطر وجـود جملهٔ تزویج، دو منحنی سهمی شکل به دست می‌آیند که به فاصلهٔ ۲δ از یکدیگرقرار دارند. وجود این دو سهمی منجر به‌پیش‌بینی دو خاصیت غیرعادی می‌شودکـه در واپاشیهای A فرد دیده نمی‌شوند: (۱) هسته‌های Zفرد و Nفرد می‌توانند به‌هردو روش تبدیل نوترون به پروتون یا تبدیل پروتون به‌نوترون واپاشیده شوند؛ (۲) بعضی از واپاشیهای دوبتایی که درآنها در اثر واپاشی ۲ پروتون به ۲ نوترون تبدیل می‌شوند، نیز از نقطه‌نظر انرژی امکان‌پذیرخواهند بود. دربارهٔ این دوخاصیت درفصل ۹ بحث خواهیم کرد.

۴.۳ تکانهٔ زاویه‌ای هسته‌ها و پاریته

در بخش ۵.۲ دربارهٔ جفت‌شدگی تکانهٔ زاویه‌ای مداری $\mathbf{l}$ واسپین $\mathbf{s}$ که حاصل آن تکانهٔ زاویه‌ای کل $\mathbf{j}$ است، بحث کردیم. تاآنجا که بتوانیم پتانسیل هسته‌ای را مرکزی بگیریم، $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ (وبنابراین $\mathbf{j}$) ازجمله ثابتهای حرکت خواهندبود. ازاین‌رو، به‌زبان مکانیك کوانتومی می‌توانیم هر نوکلئونی را با اعدادکوانتومی l، s، و j مشخص کنیم. در ایـن صورت، تکانهٔ زاویه‌ای کل هسته‌ای که شامل A نوکلئون باشد از جمع برداری تکانه‌های زاویه‌ای همهٔ نوکلئونهای آن به‌دست می‌آید. این تکانهٔ زاویه‌ای کل را معمولا اسپین هسته می‌نامند و با نماد I نشان می‌دهند. تکانهٔ زاویه‌ای I تمامی خواص بردارهای تکانهٔ زاویه‌ای راکه درمکانیك کوانتومی متداول‌اند، داراست

$$I_z=m\hbar(m=-I,\ \cdots,\ +I)\quad \text{و}\quad \mathbf{I}^۲=\hbar^۲I(I+۱)$$

در بسیاری از اثرات مربوط به‌تکانهٔ زاویه‌ای، رفتار هسته به‌گونه‌ای است که گویی بایك جسم منفرد با تکانهٔ زاویه‌ای ذاتی I سروکار داریم. برای نمونه، در میدانهای مغناطیسی معمولی با مشاهدهٔ شکافتگی حالت I به‌تعداد $(۲I+۱)$ زیرحالت

$$m=-I,\ -I+۱,\ \cdots,\ I-۱,\ I$$

می‌توانیم اثرهسته‌ای زیمان را تجربه کنیم. این زیرحالتها، همچنانکه دراثرعادی زیمان در اتمها دیدیم، به فاصلهٔ یکسان از یکدیگرتوزیع می‌شوند. اگرمیدان مغناطیسی اعمال شده را فوق‌العاده قوی می گرفتیم به‌حدی که می‌توانست جفت‌شدگی بین نوکلئونها را بشکند، آنگاه هرحالت منفرد j به‌تعداد $(۲j+۱)$ زیرحالت شکافته می‌شد. مـورد مشابه ایـن خاصیت در فیزیك اتمی هم دیده می‌شود: هنگامی کـه میدان مغناطیسی اعمال شده قوی باشد، جفت‌شدگی بین $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ الکترونها شکسته می‌شود و در این صورت بـا $(۲I+۱)$

مؤلفهٔ $\mathbf{l}$ و $(2s+1)$ مؤلفهٔ $\mathbf{s}$ مواجه خواهیم شد. درحال حاضر نمی‌توانیم میدانی را که برای شکستن جفت‌شدگی نوکلئونها قدرت کافی داشته باشد، تولید کنیم. بنابراین رفتار هسته برای ما به‌گونه‌ای است که گویی فقط با یك ذرهٔ منفرد «چرخان» سروکار داریم. به‌همین دلیل است که در توصیف حالتهای هسته‌ای از اسپین (یا تکانهٔ زاویه‌ای کل) $\mathbf{I}$ وعدد کوانتومی اسپین I استفاده می‌کنیم.

برای جلوگیری ازسردرگمی، درسراسر این کتاب اسپین هسته را با نماد I وتکانهٔ زاویه‌ای کل یك نوکلئون منفرد را با نماد j نشان خواهیم داد. اغلب با مواردی روبه‌رو می‌شویم که تمام خواص هسته را یك تك‌ذرهٔ ظرفیت تعیین می‌کند؛ در این حالت داریم $I=j$. در موارد دیگر، ممکن است لازم باشدکه دو ذرهٔ ظرفیت را در نظر بگیریم. در این‌گونه حالتها داریم $\mathbf{I}=\mathbf{j}_1+\mathbf{j}_2$ که در آن برایند I می‌تواند چند مقدار مختلف داشته باشد. در پاره‌ای از موارد، ذرهٔ منفرد وقلب حاصل از نوکلئونهای باقیمانده هردو با هم در تکانهٔ زاویه‌ای کل هسته سهم دارند، یعنی $\mathbf{I}=\mathbf{j}_p+\mathbf{j}_c$ می‌شود که در آن $\mathbf{j}_p$ تکانهٔ ذرهٔ منفرد و $\mathbf{j}_c$ تکانهٔ قلب نوکلئونهای باقیمانده است.

یکی از شرایط مهم مقادیرمجاز I، با توجه به مؤلفه‌های تکانهٔ زاویه‌ای کل هر یك از نوکلئونها در راستای z به‌دست می‌آید. چون تمام مقادیر j باید اعدادی نیم درست $(1/2, 3/2, 5/2, \ldots)$ باشند، مؤلفه‌های آنها در راستای z هم فقط اعداد نیم‌درست $(\pm 1/2\,\hbar, \pm 3/2\,\hbar, \pm 5/2\,\hbar, \ldots)$ خواهند بود. اگر تعداد نوکلئونهای موجود در هسته زوج باشد، تعداد زوجی از مؤلفه‌های نیم‌درست در هسته خواهیم داشت و درنتیجه مؤلفهٔ z تکانهٔ کل I فقط مقادیر درست خواهد داشت. این امرمستلزم آن است که مقدار I هم باعدد درستی بیان شود. اگرتعداد نوکلئونها فرد باشد، مؤلفهٔ z تکانهٔ کل وبنابراین مقدار Iهردو باید نیم‌درست‌باشند. بدین‌ترتیب، قاعده‌ای به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

در هسته‌های Aفرد: $I=$ نیم‌درست

در هسته‌های Aزوج: $I=$ درست

اندازه‌گیری مقادیراسپین هسته‌ها، اطلاعات زیادی دربارهٔ ساختار هسته به دست می‌دهد. برای نمونه، صدها هسته (پایدار و رادیواکتیو) با Z زوج و N زوج می‌شناسیم که اسپین حالت پایهٔ همگی آنها برابر صفر است. این نکته دال بر وجود نیروی تزویج است که در بخش قبلی از آن سخن گفته‌ایم: نوکلئونها به صورت زوجهایی با اسپین صفر باهم جفت می‌شوند و درنتیجه I کل برابرصفرمی‌شود. به‌همین ترتیب، اسپین حالت پایه درهسته‌های A فرد باید با مقدار j آخرین پروتون یانوترون منفرد برابرشود. هنگامی‌که مدل‌پوسته‌ای‌هسته را درفصل۵ بررسی‌می‌کنیم،بازهم دراین‌باره به‌بحث خواهیم‌پرداخت.

برای مشخص کردن حالتهای هسته، علاوه‌براسپین هسته‌از پاریته نیزاستفاده می‌شود. پاریته می‌تواند دارای مقادیر مثبت (زوج) یا منفی (فرد) باشد. اگر تابع‌موج تك‌تك نوکلئونهای موجود در هسته را می‌شناختیم، از حاصلضرب پاریته‌های تمامی A نوکلئون

می‌توانستیم پاریتهٔ هسته را به‌صورت π مثبت یا منفی ($\pi = \pi_1\pi_2 \ldots \pi_A$) به‌دست آوریم. اما در عمل استفاده از چنین روشی امکان‌پذیر نیست، زیرا عموماً نمی‌توانیم به هر نوکلئون هسته تابع‌موجی با پاریتهٔ معلوم نسبت دهیم. پس پاریتهٔ π را هم، مانند اسپین I، به‌صورت یك خاصیت «جمعی» کل هسته در نظر می‌گیریم. پاریتهٔ کل هسته را با استفاده از روشهای گوناگون واپاشی و واکنش هسته‌ای می‌توانیم مستقیماً اندازه‌گیری کنیم. پاریتهٔ هسته را به‌صورت شاخص بالای اسپین هسته و با علامت + یا — نشان می‌دهیم، و می‌نویسیم I^{π}. برای نمونه می‌نویسیم 0^+، 2^-، $(1/2)^-$، $(5/2)^+$. هیچگونه رابطهٔ نظری مستقیمی بین I و π وجود ندارد، و در نتیجه برای هر مقداری از I علامت π می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۵.۳ گشتاور الکترومغناطیسی هسته

بیشتر اطلاعاتی که از ساختار هسته در اختیار داریم، نه از برهم‌کنش قوی هسته‌ای بین‌هسته‌ها و محیط اطرافشان، بلکه از برهم‌کنش خیلی ضعیفتر الکترومغناطیسی حاصل شده‌اند. به‌عبارت دیگر، نظم موجود در حرکت و توزیع نوکلئونهای درون هسته از برهم‌کنش قوی هسته‌ای حاصل می‌شود، اما وسیلهٔ کاوش در این توزیع، برهم‌کنش الکترومغناطیسی است. در این کار، ما می‌توانیم از میدانهای الکترومغناطیسی که در مقایسه با نیروی قوی درون هسته اثر ضعیفتری روی حرکت نوکلئونها دارد استفاده کنیم. بدین‌ترتیب، عمل اندازه‌گیری تأثیر شدیدی روی موضوع تحت بررسی نخواهد گذاشت.

هرگونه توزیع بار الکتریکی و جریان، تولید میدانهایی الکتریکی و مغناطیسی می‌کند که به شکل خاصی به فاصله بستگی دارند. معمولا به هریك از وابستگیهای فضایی مربوط به توزیع بار و جریان الکتریکی، یك گشتاور **چندقطبی** الکترومغناطیسی نسبت می‌دهند: به میدان الکتریکی $1/r^2$ که از بار الکتریکی خالص حاصل می‌شود، گشتاور مرتبهٔ صفر یا تك‌قطبی نسبت می‌دهیم. میدان الکتریکی $1/r^3$ را ناشی از گشتاور مرتبهٔ اول یا دوقطبی و میدان الکتریکی $1/r^4$ را ناشی از گشتاور مرتبهٔ دوم یا چارقطبی می‌دانیم، و همین‌طور ... . گشتاورهای چندقطبی مغناطیسی هم، به‌استثنای تك‌قطبی، وضعی مشابه دارند. تا آنجا که می‌دانیم، تك‌قطبی مغناطیسی یا وجود ندارد یا اینکه خیلی نادر است. به‌همین دلیل، میدان تك‌قطبی مغناطیسی را (که متناسب با $1/r^2$ می‌شود) به‌حساب نمی‌آوریم. نظریهٔ الکترومغناطیس برای محاسبهٔ گشتاورهای چندقطبی الکتریکی و مغناطیسی، دستورالعمل مشخصی دارد که با استفاده از این روش و با در نظر گرفتن شکل عملگر گشتاورها و محاسبهٔ مقادیر انتظاری آنها در حالتهای مختلف هسته‌ای، می‌توان گشتاورهای کوانتوم‌مکانیکی سیستمهای هسته‌ای را هم تعیین کرد. سپس این مقادیر انتظاری را می‌توانیم مستقیماً با مقادیر تجربی که در آزمایشگاه به دست می‌آوریم مقایسه کنیم. روشهای اندازه‌گیری گشتاورهای هسته‌ای را در فصل ۱۶ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) بررسی خواهیم کرد.

ساده‌ترین نوع توزیع بار و جریان، فقط می‌تواند میدانهای چندقطبی مرتبهٔ پایین

تولید کند. توزیع کروی بارالکتریکی فقط منجر به‌تولید میدان تک‌قطبی (کولنی) می‌شود، وهیچ گشتاوری ازمراتب بالاتردراین مورد به‌وجود نمی‌آید. یك‌حلقه ازجریان دایره‌ای، فقط یك میدان دوقطبی مغناطیسی تولید خواهدکرد. طبیعت درتولید هسته‌ها بی‌قاعده عمل نمی‌کند بلکه هر وقت‌که تولید ساختاری ساده و متقارن (و سازگار با برهم‌کنش هسته‌ای) امکان‌پذیرباشد، گرایش طبیعی چنان است‌که هسته‌ها باهمان ساختار تولید شوند. ازاین‌رو برای مشخص‌کردن خواص‌الکتروومغناطیسی هسته، معمولا به‌اندازه‌گیری یامحاسبهٔ پایینترین مرتبهٔ گشتاورهای چندقطبی اکتفا می‌شود.

یکی دیگرازشرایط محدودکنندهٔ گشتاورهای چندقطبی، ازتقارن هسته‌ناشی می‌شود که مستقیماً به پاریتهٔ حالتهای هسته‌ای بستگی دارد. هرگشتاور چندقطبی الکترومغناطیسی، پاریتهٔ خاصی دارد که با توجه به رفتار عملگر چندقطبی در طی تبدیل $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ تعیین می‌شود. پاریتهٔ گشتاورهای الکتریکی ازعدد نمایی $(-1)^L$ حاصل می‌شودکه درآن L مرتبهٔ گشتاور است (برای تک‌قطبی $L=0$، برای دوقطبی $L=1$، برای چارقطبی $L=2$ است وهمین‌طور تا آخر). پاریتهٔ گشتاورهای مغناطیسی ازعدد نمایی $(-1)^{L+1}$ به‌دست می‌آید. هنگامی‌که می‌خواهیم مقدارانتظاری‌یك گشتاور را محاسبه‌کنیم، بایدمقدارانتگرال $\int \psi^* \Theta \psi \, dv$ را تعیین‌کنیم‌که درآن Θ عملگر الکترومغناطیسی موردنظر است. ازآنجا که تابع‌موج ψ دو بار درانتگرال ظاهرمی‌شود، پاریتهٔ خـود ψ اهمیتی ندارد، زیرا تبدیل $\psi \rightarrow +\psi$ یا $\psi \rightarrow -\psi$ تابع زیرانتگرال را تغییرنمی‌دهد. اما اگر Θ دارای پاریتهٔ فرد باشد، آنگاه تابع زیرانتگرال برحسب مختصات تابعی فـرد است‌کـه باید به مقدار انتظاری گشتاور صفرمنتهی شود. پس تمامی گشتاورهای چندقطبی استاتیکی که پاریتهٔ فرد دارند باید برابر صفر باشندکه ازآن جمله‌است دوقطبی الکتریکی، چارقطبی مغناطیسی، هشت‌قطبی الکتریکی $(L=3)$، وغیره.

گشتاورالکتریکی تک‌قطبی،درست با بارهسته Ze مساوی می‌شود. گشتاورغیرصفر بعدی هسته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ است. مقـدار گشتاور مغناطیسی یـك حلقهٔ دایـره‌ای به مساحت A که حامل جریان i باشد، عبارت است از $|\mu| = iA$. اگر جریان i دراثر گردش بار e که بـا سرعت v در دایره‌ای به‌شعاع r (و بـا دورهٔ تناوب $2\pi r/v$) در حرکت است به‌وجود آید، داریم

$$|\mu| = \frac{e}{(2\pi r/v)} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2m} |\mathbf{l}| \qquad (۳۲.۳)$$

که درآن $|\mathbf{l}|$ تکانهٔ زاویه‌ای کلاسیك بارمتحرك یا mvr است. درمکانیك کوانتومی، گشتاور مغناطیسی قابل مشاهده را به طور عملیاتی در راستای بزرگترین مؤلفهٔ $\mathbf{l}$ تعریف می‌کنیم. بنابراین، چنانچه به‌جای $\mathbf{l}$ مقدار انتظاری آن را نسبت به محوری‌که تصویر بردار تکانه روی آن بـزرگترین مقـدار یعنی $m_l\hbar$ است $(m_l = +l)$ قرار دهیم، معادلهٔ (۳۲.۳) را می‌توانیم مستقیماً وارد محاسبات کوانتومی کنیم. دراین صورت، خواهیم داشت

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} l \qquad (۳۳.۳)$$

که در آن l اکنون عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای مداری است.

کمیت $e\hbar/2m$ را یك مگنتون می‌نامند. در حرکتهای اتمی، به‌جای m جرم الکترون را قرار می‌دهیم و مگنتون بور را به صورت $\mu_B = ۵٫۷۸۸۴ \times ۱۰^{-۵}\,\mathrm{eV/T}$ به‌دست می‌آوریم. اگر به جای m جرم پروتون قرار گیرد، مگنتون هسته‌ای به صورت $\mu_N = ۳٫۱۵۲۵ \times ۱۰^{-۸}\,\mathrm{eV/T}$ به‌دست می‌آید. توجه کنید که به خاطر اختلاف جرم داریم $\mu_N \ll \mu_B$، یعنی در بسیاری از شرایط مغناطیس اتمی خیلی قویتر از مغناطیس هسته‌ای است. برهم‌کنشهای مغناطیسی عادی درماده (مثل خاصیت فرومغناطیسی) از طریق مغناطیس اتمی ماده تعیین می‌شود. اثرات مغناطیس هسته‌ای مواد را فقط در شرایط خیلی خاص می‌توان مشاهده کرد (فصل ۱۶، جلد دوم ترجمهٔ فارسی را ببینید).

معادلهٔ (۳۳.۳) را به‌شکل مفیدتر زیر می‌توانیم بنویسیم

$$\mu = g_l l \mu_N \qquad (۳۴.۳)$$

که در آن g_l را ضریب g می‌گویند که به تکانهٔ زاویه‌ای مداری l وابسته است. برای پروتونها $g_l = ۱$ است. چون نوترونها بارالکتریکی ندارند، در صورتی می‌توانیم از معادلهٔ (۳۴.۳) برای توصیف حرکت مداری نوترونها استفاده کنیم که در مورد آنها $g_l = ۰$ باشد.

تاکنون فقط حرکت مداری نوکلئونها را درنظر گرفته‌ایم. پروتونها و نوترونها هم مانند الکترونها، علاوه بر گشتاور مداری، دارای گشتاور مغناطیسی ذاتی یا اسپینی هستند که هیچ‌گونه مشابه کلاسیك ندارد. دراینجا این گشتاور را به همان صورت معادلهٔ (۳۴.۳) درنظر می‌گیریم

$$\mu = g_s s \mu_N \qquad (۳۵.۳)$$

که در آن برای هر سه ذرهٔ پروتون، نوترون، و الکترون داریم $s = ۱/۲$. کمیت g_s را ضریب اسپینی g می‌گویند که از حل معادلهٔ نسبیتی مکانیك کوانتومی حاصل می‌شود. برای ذره‌ای مانند الکترون که ذره‌ای نقطه‌ای با اسپین $۱/۲$ است، بنابر معادلهٔ دیراك داریم $g_s = ۲$ که با مقدار حاصل از اندازه‌گیری $g_s = ۲٫۰۰۲۳$ سازگاری کامل دارد. دراینجا اختلاف بین g_s و عدد ۲ خیلی کم و با درنظر گرفتن مراتب بالاتر تصحیحات الکترودینامیك کوانتومی به دقت قابل محاسبه است. اما تفاوت بین مقادیر تجربی g_s برای نوکلئونهای آزاد، ومقدار انتظاری ذرات نقطه‌ای خیلی چشمگیر است

برای پروتون: $g_s = ۵٫۵۸۵۶۹۱۲ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۲۲$

برای نوترون: $g_s = -۳٫۸۲۶۰۸۳۷ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۱۸$

(گشتاور مغناطیسی اندازه‌گیری شده، برحسب مگنتون هسته‌ای، درست برابر نصف ضریب g_s به‌دست می‌آید.) نه‌تنها اختلاف بین گشتاورمغناطیسی تجربی پروتون ومقدار انتظاری ۲ برای یك ذرهٔ نقطه‌ای بسیار زیاد است، بلکه برای نوترون بدون بارهم گشتاور مغناطیسی غیرصفر به دست می‌آوریم! شاید ایـن اختلافات اولین قرائنی هستند کـه نشان می‌دهند نوکلئونها ذرات بنیادی نقطه‌ای شکلی مانند الکترون نیستند، بلکه ساختاری داخلی دارند. در ساختار داخلی نوکلئونها باید ذرات باردار در حـال حرکت دخالت داشته باشند، و حرکت این ذرات باید به تولید جریانهایی منجرشود که با گشتاورهای مغناطیسی مشاهده شده سازگار باشند. یکی ازنکات جالب توجه این است که g_s پروتون درحدود ۳٫۶ از مقدار انتظاری‌اش بزرگتراست، درحالی‌که g_s نوترون درهمین حدود از مقدار انتظاری آن (صفر) کوچکتر است. قبلا اختلاف بین مقادیر انتظاری و اندازه‌گیـری شدهٔ g_s را به‌ابرهای مزونی (مزون π) حول نوکلئونها نسبت می‌دادند. به‌این ترتیب که ابرپروتونها را متشکل ازمزونهای مثبت وخنثای π، و ابرنوترونها را متشکل ازمزونهای منفی وخنثای π می‌دانستند. در ایـن صورت، سهم مساوی و مختلف‌العلامت گشتاور مغناطیسی نـاشی از ابرمزونی قابل توجیه به‌نظر می‌رسید. درنظریه‌های امروزی، نوکلئونها را متشکل از سه کوارك درنظر می‌گیرند وگشتاور مغناطیسی هـر نوکلئون را مستقیماً از جمع گشتاورهای مغناطیسی کوارکها به‌دست می‌آورند (فصل ۱۸ جلددوم، ترجمهٔ فارسی را ببینید).

نیروی تزویج درهسته‌ها، جفت‌شدگی میان نوکلئونها راچنان تنظیم می‌کندکه برایند تکانه‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی هرزوج برابر صفرمی‌شود. بدین ترتیب، نوکلئونهای تزویج شده هیچ گونه سهمی درگشتاور مغناطیسی ندارند، و در تعیین آن فقط کافی است که نوکلئونهای ظرفیت را درنظر بگیریم. اگر چنین نبود، براساس ملاحظات آماری در بعضی از هسته‌های سنگین احتمالا با گشتاورهای مغناطیسی خیلی بزرگ که شاید به دهها مگنتون هسته‌ای بالغ می‌شد، روبه‌رو می‌شدیم. اما تاکنون هیچ هسته‌ای با گشتاورمغناطیسی دوقطبی بزرگتر از حدود $6\mu_N$ مشاهده نشده است.

جدول ۲.۳ نمونه‌هایی از مقادیر گشتاورمغناطیسی دوقطبی هسته‌ها را نشان می‌دهد. بـا توجه به‌نیروی تزویج، می‌توانیم این مقادیر گشتاورمغناطیسی را مورد تجزیه و تحلیل قراردهیم واطلاعاتی ازساختارهسته‌ای به‌دست‌آوریم. درفصل ۴ گشتاورمغناطیسی دوترون را بررسی می‌کنیم، و درفصل ۵ پیش‌بینی مدلهای هسته‌ای را درمـورد گشتاورمغناطیسی هسته‌های سنگین خواهیم دید.

گشتاورغیرصفر بعدی درهسته‌ها، گشتاور چارقطبی الکتریکی است. گشتاورچارقطبی eQ یك ذرهٔ باردار کلاسیك e به صورت $e(3z^2-r^2)$ است. اگـر حرکت ذره تقارن کـروی داشته باشد، آنگاه (به‌طور متوسط) داریم $z^2=x^2=y^2=r^2/3$ و در نتیجه گشتاور چارقطبی آن برابر صفرخواهد شد. اگر ذره در یك مدار تخت کلاسیك (مثلا در صفحهٔ xy) حرکت کند، آنگاه $z=0$ و $Q=-r^2$ خواهد شد. در مکانیك کوانتومی، گشتاور چارقطبی یك پروتون منفرد عبارت است از

جدول ۳.۳ چند نمونه از مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی.

نوکلید	$\mu(\mu_N)$
n	$-۱٫۹۱۳۰۴۱۸$
p	$+۲٫۷۹۲۸۴۵۶$
$^{۲}H(D)$	$+۰٫۸۵۷۴۳۷۶$
^{۱۷}O	$-۱٫۸۹۳۷۹$
^{۵۷}Fe	$+۰٫۰۹۰۶۲۲۹۳$
^{۵۷}Co	$+۴٫۷۳۳$
^{۹۳}Nb	$+۶٫۱۷۰۵$

تمام مقادیر به‌حالتهای پایه درهسته‌ها مربوط می‌شوند. عدم‌قطعیت این مقادیر نوعاً به چند قسمت از آخرین ارقام محدود می‌شود.

$$eQ = e\int \psi^*(۳z^۲ - r^۲)\psi\, dv \qquad (۳۶.۳)$$

اما برای نوترونی که دریك مدار درحرکت است، داریم $Q = ۰$. اگر $|\psi|^۲$ تقارن‌کروی داشته باشد، $Q = ۰$ می‌شود. اگر $|\psi|^۲$ درصفحهٔ xy قرارگیرد (یعنی $z \cong ۰$ باشد)، خواهیم داشت $Q \sim -\langle r^۲\rangle$؛ و چنانچه $|\psi|^۲$ حول محور z (یعنی $r \cong z$) تمرکز داشته باشد، داریم $Q \sim +۲\langle r^۲\rangle$. در اینجا $\langle r^۲\rangle$ شعاع میانگین مربعی مدار است. سودمندی نیروی تزویج دراین‌مورد هم به‌روشنی مشاهده می‌شود. اگر نوکلئونهای تزویج شده در مدارهایی با تقارن کروی در حرکت باشند، در مقدار گشتاور Q نقشی نخواهند داشت. بدین ترتیب می‌توانیم انتظار داشته باشیم که گشتاور چارقطبی بسیاری از هسته‌ها را به‌کمك نوکلئونهای ظرفیت براوردکنیم. مدار نوکلئونهای ظرفیت را می‌توانیم در نزدیکی سطح هسته در نظر بگیریم، که در این صورت $r = R_۰A^{۱/۳}$ می‌شود. بنابر این برآورد، گشتاور چارقطبی به صورت $|eQ| \leqslant eR_۰^۲A^{۲/۳}$ به‌دست می‌آید که مقدار آن از حدود $۶ \times ۱۰^{-۳۰}\mathrm{em}^۲$ برای هسته‌های سبك تا $۵۰ \times ۱۰^{-۳۰}\mathrm{em}^۲$ برای هسته‌های سنگین درتغییراست. یکای $۱۰^{-۲۸}\mathrm{m}^۲$ را که برای سطح‌مقطع‌واکنشهای‌هسته‌ای به‌فراوانی مورد استفاده است یك بارن می‌گویند و با b نمایش می‌دهند. این یکا برای تعیین مقدار گشتاورهای چارقطبی هسته‌ها هم مناسب است، و بیشینه‌های انتظاری هسته‌های مختلف برحسب این یکا بین ۰٫۶ تا ۵٫۰ eb به‌دست می‌آید. چنانکه در جدول ۳.۳ دیده

جدول ۳.۳ چند نمونه از مقادیر گشتاور چارقطبی الکتریکی.

نوکلید	Q(b)
$^{2}H(D)$	+۰٫۰۰۲۸۸
^{17}O	−۰٫۰۲۵۷۸
^{59}Co	+۰٫۴۰
^{63}Cu	−۰٫۲۰۹
^{133}Cs	−۰٫۰۰۳
^{161}Dy	+۲٫۴
^{176}Lu	+۸٫۰
^{209}Bi	−۰٫۳۷

تمام مقادیر به‌حالتهای پایهٔ هسته‌ها مربوط می‌شوند. عدم قطعیتها در این مقادیر نوعاً به‌چند قسمت از آخرین ارقام محدود است.

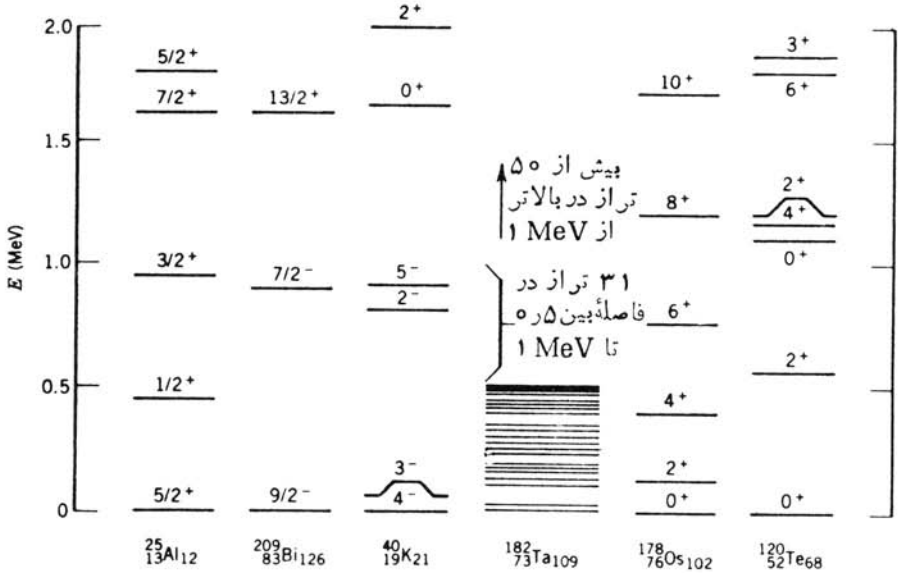
می‌شود، گشتاور چارقطبی بسیاری از هسته‌ها در همین گستره قراردارد. اما گشتاور تعدادی از هسته‌ها، بویژه عناصر قلیایی خاکی، خیلی از این مقادیر فاصله دارد. در این موارد، گشتاور چارقطبی متضمن اطلاعات مهمی است، و معلوم می‌شود که مدل تك ذره قادر به‌توجیه مقادیر بزرگ گشتاور چارقطبی نیست. همهٔ پروتونهای موجود در هسته یا بیشتر آنها باید به‌نوعی در تولید این مقادیر بزرگ Q شرکت داشته باشند. فرض وجود قلب کروی متقارنی از نوکلئونهای تزویج شده برای این هسته‌ها معتبر نیست. در بعضی از هسته‌ها ممکن است این قلب یك شکل غیرکروی ایستا داشته باشد که به تولید گشتاور چارقطبی بزرگ منجرشود. خواص این‌گونه هسته‌های شدیداً تغییر شکل‌یافته را در فصل ۵ بررسی خواهیم کرد.

۶.۳ حالتهای برانگیختهٔ هسته

همچنانکه ازمطالعهٔ حالتهای برانگیختهٔ اتمی اطلاعاتی از ساختاراتمها به‌دست می‌آوریم، با توجه به‌حالتهای برانگیختهٔ هسته‌ای نیز می‌توانیم تاحدودی ساختارهسته‌ها را بشناسیم. حالتهای برانگیختهٔ هسته هم، مانند حالتهای برانگیختهٔ اتمی، ناپایدارند وسریعاً به‌حالت پایه برمی‌گردند. برانگیختگی اتمها در اثر جابه‌جا کردن الکترونها و رساندن آنها

به مدارهای انرژی بالاترصورت می‌گیرد. همین‌کار را برای نوکلئونهای موجود درهسته نیـز می‌توان انجام داد. بدین ترتیب، به‌کمك حالتهـای برانگیخته می‌تـوان بعضی از خصوصیات مدارهای نوکلئونی را درهسته‌ها نشان داد. ما قبلا درهمین فصل درچندمورد، به‌خواص مکمل ساختارتك‌ذره‌ای وساختارجمعی هسته‌ها اشاره‌کردیم. بعلاوه، می‌دانیم‌که حالتهای برانگیختهٔ هسته‌ای را نیز می‌توانیم با افزودن انرژی به قلب نوکلئونهای تزویج شده در هسته‌ها تولیدکنیم. این انرژی، ممکن است به‌صورت انرژی نوسانات یا دوران جمعی درکل قلب هسته ظاهرشود، و یا اینکه صرف شکستن یکـی از زوجهای نوکلئونی شود وازاین طریق دو نوکلئون برنوکلئونهای ظرفیتی هسته بیفزاید.

بخشی ازهدف طیف‌نمایی هسته‌ای، مشاهدهٔ حالتهای قابل برانگیزش واندازه‌گیری خواص آنهاست. روشهای تجربی متداول درطیف‌نمایی هسته‌ای، انواع روشهای موجود در مطالعات واپاشی رادیواکتیو و واکنشهای هسته‌ای را دربرمی‌گیرد. بررسی تفصیلی واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای را در بخشهای آینده خواهیم دید. از جمله نکاتی‌کـه در اندازه‌گیری خواص هرحالت برانگیخته باید درنظرگرفت، انرژی برانگیزش، طول‌عمر و مد (یا مدهای) واپاشی، اسپین و پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، وگشتاور چارقطبی



شکل ۱۹۰۳ چنـد نمونه از نمودارهای حالتهای برانگیختهٔ پـایینتراز ۲ MeV. حالتهای برانگیخته در بعضی هسته‌ها مانند ^{209}Bi خیلی ساده است، درحالی‌که در برخی دیگراز هسته‌ها مانند ^{182}Ta خیلی پیچیده است. نظمی‌که در ترازهای ^{178}Os دیده می‌شود، در تمام هسته‌های زوج ـ زوج (N و Z هردو زوج) موجود درگسترهٔ $150 \leqslant A \leqslant 190$ تکرارمی‌شود. ساختار مشابه ^{120}Te هم دربسیاری از هسته‌های موجود درگسترهٔ $50 \leqslant A \leqslant 150$ تکرار می‌شود.

الکتریکی است. با توجه به وجود تعداد بیش از ۱۰۰۰ نوکلیدکه هر یك ازآنها ممکن است صدها حالت برانگیخته داشته باشد، کار اندازه‌گیری، تنظیم جدول، وتحلیل وتفسیر اطلاعات مربوط به‌حالتهای برانگیخته، برنامه‌ای بسیار بسیار سنگین است.

نمونه‌هایی ازنمودار تراز هسته‌ای را درشکل۱۹.۳ نشان داده‌ایم. منشأ تعدادکمی از حالتهای برانگیخته را می‌توان مشخص کرد و فهمیدکه از برانگیختگی نوکلئونهای ظرفیت تولید شده‌اند یا ازبرانگیختگی قلب هسته. این‌تشخیص هم فقط‌بعد از اندازه‌گیری تمامی خواص فوق‌الذکرو مقایسهٔ آنها باپیش‌بینی مبتنی برمحاسبات برانگیزش تك‌ذره‌ای و برانگیزش جمعی قلب هسته، و همچنین مشاهدهٔ سازگاری بین آزمایش و محاسبه، امکان‌پذیر می‌شود. در فصلهای آینده، روشهای تجربی رایج برای جمع‌آوری این‌گونه اطلاعات و مدلهای هسته‌ای مورد نیاز برای تفسیر آنها را بررسی خواهیم کرد. این نوع تحلیل و تعبیر جامع از ساختار هسته‌ای را صرفاً از طریق آزمایشهای بسیار دقیق و دشوار، و با استفاده از محاسبات مفصل کامپیوترهای قدرتمند امروزی، می‌توانیم به‌دست آوریم.

مراجع مطالعات تکمیلی

درمورد توزیع جرم و بارهسته‌ای از دومرجع اصلی زیرمی‌توان استفاده‌کرد:

Roger C. Barrett and Daphne F. Jackson, *Nuclear Sizes and Structure* (Oxford: Clarendon, 1977),

مرجع زیرهم حاوی مجموعه مقالاتی دربارهٔ توزیع بار وگشتاور هسته‌ای است

Atomic Data and Nuclear Data Tables, **14**, 479–653, (1974).

مجموعه‌ای از مقالات تجدید چاپ‌شدهٔ مربوط به‌پراکندگی الکترون را می‌توان درکتاب زیر یافت:

R. Hofstadter, *Nuclear and Nucleon Structure* (New York: Benjamin, 1963),

استفاده از اتمهای موئونی برای تعیین توزیع بار هسته‌ای در مرجع زیرمرور شده است:

C. S. Wu and L. Wilets, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **19**, 527(1969),

روشهای عام کاربرد لیزر در طیف‌نمایی اپتیکی و بررسی خواص هسته‌ها را می‌توان در مرجع زیر یافت:

D. E. Murnick and M. S. Feld, *Ann. Rev, Nucl. Sci.* **29**, 411(1979),

برای بحث تفصیلی دربارهٔ فرمول نیمه‌تجربی جرم به‌کتاب زیررجوع کنید:

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

مسائل

۱. نشان دهید که میانگین مربعی شعاع بار یک کرهٔ باردار یکنواخت عبارت است از $\langle r^2\rangle = 3R^2/5$.

۲. (الف) معادلهٔ (۹.۳) را به‌دست آورید. (ب) با شروع ازمعادلهٔ (۹.۳) وتکمیل تمام مراحل محاسبه، فرمول (۱۳.۳) را به‌دست آورید.

۳. عامل شکل $F(q)$ را در هریك از توزیع بارهای زیرمحاسبه کنید:

$$\rho(r) = \rho_0, \quad r < R \quad \text{(الف)} \qquad \rho(r) = \rho_0 e^{-(\ln 2)r^2/R^2} \quad \text{(ب)}$$

$$= 0, \quad r > R$$

۴. یکی از توزیع بارهای هسته‌ای که‌واقع‌بینانه‌تر از توزیع بار یکنواخت‌است، توزیع فرمی[۱] $\rho(r) = \rho_0\{1+\exp[(r-R)/a]\}^{-1}$ است. (الف) این‌توزیع را رسم‌کنید وآن را با شکل ۴.۳ مقایسه کنید. (ب) به‌فرض آنکه $t = 2.3\ \text{fm}$ باشد، مقدار a را به‌دست آورید. (ج) مفهوم پارامتر R چیست؟ (د) مقدار $\langle r^2\rangle$ را در این توزیع به‌دست آورید.

۵. تصحیح استتار الکترونی که در تحلیل پرتوایکس الکترونی مشکل بزرگی به‌وجود می‌آورد، چرا درمورد پرتوایکس موئونی ایجاد اشکال نمی‌کند؟

۶. (الف) با استفاده از مدل تك‌الکترونی و با فرض یك هستهٔ نقطه‌ای، انرژی پرتوهای ایکس موئونی پوستهٔ K را در Fe تعیین کنید، وآنها رابا انرژیهای شکل۸.۳ مقایسه کنید. (ب) تصحیح ΔE مربوط به‌اندازهٔ محدود هسته را به‌دست آورید، و مقدار تصحیح شده را با انرژی اندازه‌گیری شده مقایسه کنید.

۷. (الف) با استفاده از جرمهای معلوم ^{15}O و ^{15}N، اختلاف انرژی بستگی آنها را محاسبه کنید. (ب) به فرض آنکه این اختلاف ناشی از اختلاف انرژی کولنی باشد، شعاع هسته‌های ^{15}O و ^{15}N را محاسبه کنید.

۸. با در دست داشتن مقادیردوتایهٔ جرمی زیر (برحسب $10^{-6}u$)، مقدارجرم اتمی ^{37}Cl را در هرمورد محاسبه کنید:

$$m(C_3H) - m(^{37}Cl) = 41922.2 \pm 0.3$$

$$m(C_2D_8) - m(^{37}ClH_3) = 123436.5 \pm 0.1$$

$$m(C_3H_6O_2) - m(^{37}Cl_2) = 104974.24 \pm 0.08$$

دراینجا $D \equiv {}^2H$، $C \equiv {}^{12}C$، و $O \equiv {}^{16}O$ است. دراین محاسبات، عدم قطعیت در جرمهای H، D، O، و C را درنظر بگیرید.

۹. انرژی بستگی کل و انرژی بستگی هرنوکلئون را در هر یك ازموارد زیرحساب کنید: (الف) ^7Li، (ب) ^{20}Ne، (ج) ^{56}Fe، (د) ^{235}U.

۱۰. با استفاده از فرمول نیمه‌تجربی جرم، برای هریك از هسته‌های زیر انرژی بستگی کل و انرژی کولنی را محاسبه کنید: (الف) ^{21}Ne، (ب) ^{57}Fe، (ج) ^{209}Bi، (د) ^{256}Fm.

۱۱. کاستی جرم هسته‌های زیر را حساب کنید: (الف) ^{32}S، (ب) ^{20}F، (ج) ^{238}U.

۱۲. با در دست داشتن کاستی جرم هسته‌های زیر، جرم اتمی آنها را به دست آورید: (الف) ^{24}Na: −۸٫۴۱۸ MeV، (ب) ^{144}Sm: −۸۱٫۹۶۴ MeV، (ج) ^{240}Pu: +۵۰٫۱۲۳ MeV.

۱۳. (الف) انرژی جداسازی نوترون را در هر یك از هسته‌های ^{7}Li، ^{91}Zr، و ^{236}U به‌دست آورید. (ب) انرژی جداسازی پروتون را در هر یك از هسته‌های ^{20}Ne، ^{55}Mn، و ^{197}Au تعیین کنید.

۱۴. با بررسی دقیق مقادیر S_n و S_p در جدول ۱۰۳، در مورد میزان استحکام و بستگی آخرین پروتون یا آخرین نوترون در زوجهای آینه‌ای (^{17}F, ^{17}O) و (^{41}Sc, ^{41}Ca) اظهارنظر کنید. سعی کنید که رفتار کلی یا سیستماتیك این گونه هسته‌ها را توضیح دهید. انرژیهای جداسازی نوکلئون را در هسته‌هایی که تعداد پروتون یا نوترون یکسان دارند، با هم مقایسه کنید (برای نمونه، مقدار S_n را در ^{16}O و ^{17}F یا S_p را در ^{16}O و ^{17}O). این بررسی سیستماتیك را با تعیین و تنظیم مقادیر S_n و S_p برای هسته‌های ^{4}He، ^{5}He، ^{5}Li و برای ^{56}Ni، ^{57}Ni، و ^{57}Cu ادامه دهید. (توجه: هسته‌هایی که Z یا N آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، یا ۲۸ باشد، از پایداری خاصی برخوردارند. علت این امر را در فصل ۵ خواهیم دید.)

۱۵. با استفاده از فرمول نیمه‌تجربی جرم، برای انرژی جداسازی دو نوترون از هسته‌های $A \gg 1$ عبارتی به‌دست آورید. (راهنمایی: در این مسئله استفاده از روش تفاضلی یا دیفرانسیلی خیلی آسانتر از روش جبری است.) بزرگی جملات مختلف را برآورد کنید، و بستگی آنها را با A مورد بحث قرار دهید. نتیجه را با اطلاعات مربوط به Al و Te مقایسه کنید:

^{25}Al	۳۱٫۸۲ MeV	^{117}Te	۱۸٫۸۹ MeV	^{124}Te	۱۶٫۳۶ MeV
^{26}Al	۳۸٫۳۰ MeV	^{118}Te	۱۸٫۴۵ MeV	^{125}Te	۱۶٫۰۰ MeV
^{27}Al	۲۴٫۴۲ MeV	^{119}Te	۱۸٫۱۷ MeV	^{126}Te	۱۵٫۶۹ MeV
^{28}Al	۲۰٫۷۸ MeV	^{120}Te	۱۷٫۸۸ MeV	^{127}Te	۱۵٫۴۱ MeV
^{29}Al	۱۷٫۱۶ MeV	^{121}Te	۱۷٫۴۶ MeV	^{128}Te	۱۵٫۰۷ MeV
^{30}Al	۱۵٫۱۹ MeV	^{122}Te	۱۷٫۰۴ MeV	^{129}Te	۱۴٫۸۶ MeV
^{31}Al	۱۳٫۰۳ MeV	^{123}Te	۱۶٫۸۰ MeV	^{130}Te	۱۴٫۵۰ MeV

چرا در این مقایسه، انرژی جداسازی دو نوترون را انتخاب کردیم نه یك نوترون را؟

۱۶. همانند مسئلهٔ قبلی، با استفاده از فرمول نیمه‌تجربی جرم، عبارت تقریبی تغییرات انرژی S_p را برحسب A، در حالی که Z ثابت مانده باشد، به‌دست آورید. اطلاعات عددی

چنددسته از ایزوتوپها را جمع‌آوری کنید و پس‌از رسم منحنی تغییرات آنها، نتایج را با پیش‌بینی فرمول نیمه‌تجربی جرم مقایسه کنید.

۱۷. اسپین - پاریتهٔ هردوهستهٔ ^{9}Be و ^{9}B به‌صورت $-(3/2)$ است. به‌فرض آنکه اسپین و پاریته در هردو حالت فقط خصوصیت نوکلئون منفرد را نشان دهد، طرز تعیین اسپین - پاریتهٔ قابل مشاهدهٔ $^{10}B(3^{+})$ را مشخص کنید. چه ترکیب دیگری از اسپین - پاریته ممکن است دراین مورد ظاهرشود؟ (این ترکیبات به صورت حالتهای برانگیختهٔ ^{10}B مشاهده می‌شوند.)

۱۸. فرض کنیدکه با افزودن یك پروتون یا یك نوترون به ^{2}H که اسپین آن برابر ۱ و پاریتهٔ آن زوج است، آن را به ^{3}He یا ^{3}H تبدیل کنیم. تکانهٔ زاویه‌ای مداری نوکلئون اضافی را نسبت به مرکز جرم ^{2}H با l نشان می‌دهیم. مقادیر ممکن برای تکانهٔ زاویه‌ای کل ^{3}H یا ^{3}He چقدراست؟ با توجه به زوج بودن پاریتهٔ حالت پایهٔ ^{3}H و ^{3}He، کدام‌یك ازاین مقادیرقابل حذف است؟ محتملترین مقدارتکانهٔ زاویه‌ای حالت پایهٔ ^{3}H یا ^{3}He کدام است؟ آیا درجداسازی یك پروتون یایك نوترون از ^{4}He هم می‌توان چنین استدلالی را مطرح کرد؟ (اسپین - پاریتهٔ حالت پایهٔ ^{4}He چقدراست؟) اسپین - پاریتهٔ ^{5}Li و $^{5}He(3/2)^{-}$ را چگونه می‌توان تعیین کرد؟

۱۹. (الف) نوترون را به صورت ترکیبی از یك پروتون و یك مزون منفی π در حالت مداری $l=1$ در نظر بگیرید. گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری چنین مجموعه‌ای چقدر خواهد شد؟ نتیجه را به‌صورت مضربی از گشتاورمغناطیسی پروتون بیان کنید. (ب) آیا با استفاده ازاین مدل، گشتاورمغناطیسی قابل مشاهدهٔ نوترون را می‌توان تعیین کرد؟ فرض کنیدکه تابع‌موج نوترون متشکل از دو قسمت باشد: یك قسمت مربوط به‌نوترون «دیراك» با $g=0$، وقسمت دیگرمربوط به‌مجموعهٔ پروتون ومزون π. بزرگی نسبی این دوقسمت ازتابع‌موج چقدراست؟ (فرض کنیدکه پروتون هم مانند یك ذرهٔ ایده‌آل دیراك عمل کند.) (ج) تحلیل قبلی را برای گشتاورمغناطیسی پروتون تکرارکنید. یعنی پروتون را متشکل از دو قسمت در نظر بگیرید: یك قسمت پروتون خالص دیراك و قسمت دیگر نوترون دیراك همراه با مزون مثبت π در حالت مداری $l=1$.

۲۰. فرض کنیدکه گشتاور مغناطیسی پروتون را ناشی از حرکت دورانی یك توزیع بار مثبت یکنواخت و کروی به شعاع R، که با سرعت زاویه‌ای ω حول محورش می‌چرخد، درنظر بگیریم. (الف) از طریق انتگرال‌گیری توزیع بار نشان دهیدکه $\mu=e\omega R^{2}/5$ است. (ب) با استفاده از رابطهٔ کلاسیك بین تکانهٔ زاویه‌ای وسرعت دورانی نشان‌دهیدکه $\omega R^{2}=s/0.4m$ است. (ج) سرانجام، رابطهٔ $\mu=(e/2m)s$ را که مشابه معادلهٔ (۳۲.۳) است، به‌دست آورید.

۲۱. گشتاور چرقطبی الکتریکی یك بیضیوار دوار را با توزیع بار یکنواخت و نیم‌محورهای بزرگ و کوچك b و a محاسبه کنید.

۴

نیروی بین نوکلئونها

حتی پیش از پرداختن به هرگونه آزمایشی برای بررسی نیروی بین دونوکلئون می‌توان بعضی ازخواص نیروی نوکلئون ـ نوکلئون را حدس زد:

۱. این نیرو درفواصل کوتاه قویتر ازنیروی کولنی است؛ زیرا نیروی هسته‌ای می‌تواند بر دافعهٔ کولنی پروتونها درهسته غلبه کند.
۲. نیروی هسته‌ای درفواصل بلندی که درحدود ابعاد اتمی باشند، به حدی ضعیف می‌شود که می‌توان از آن صرفنظر کرد. برهم‌کنش هسته‌های موجود دریك مولکول با یکدیگر فقط براساس نیروی کولنی قابل درك است.
۳. بعضی از ذرات تحت تأثیرنیروی هسته‌ای قرار نمی‌گیرند. برای نمونه، هیچ دلیلی از ساختار اتمی دردست نیست که نیروی هسته‌ای تأثیری روی الکترونها داشته باشد.

وقتی که به‌منظور کشف خواص نیروی هسته‌ای به‌انجام آزمایشهایی خاص مبادرت می‌ورزیم، به‌چند خاصیت قابل توجه دیگرهم برخورد می‌کنیم:

۴. به‌نظر می‌رسد که نیروی نوکلئون ـ نوکلئون تقریباً مستقل از نوع نوکلئونهاست، یعنی پروتون و نوترون هیچ فرقی با هم ندارند. این حاصیت را استقلال از بار می‌گویند.
۵. نیروی نوکلئون ـ نوکلئون به‌موازی یا پادموازی بودن اسپین نوکلئونها بستگی دارد.
۶. نیروی نوکلئون ـ نوکلئون شامل یك جملهٔ دافعه نیز هست که نوکلئونها را در فاصلهٔ متوسط معینی از یکدیگر نگه می‌دارد.

۷. نیروی نوکلئون ـ نوکلئون دارای مؤلفهٔ تانسوری یـا غیرمرکزی است. این بخش از نیرو باعث ناپایستگی تکانهٔ زاویه‌ای مـداری می‌شود. تکانهٔ زاویه‌ای یکی از ثابتهای حرکت درمیدان نیروی مرکزی است.

دراین فصل خواص نیروی هسته‌ای را به‌تفصیل مورد بحث قرارمی‌دهیم، چگونگی آزمایش و طرز اندازه‌گیری آنهـا را بررسی می‌کنیم، و چند شکل اساسی برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون را مطرح خواهیم‌کرد.

۱.۴ دوترون

دوترون (هستهٔ ^{2}H)، ازگردهمایی یك نوترون و یك پروتون تشکیل می‌شود. (اتم خنثای ^{2}H را دوتریم می‌نامند.) ایـن هسته ساده‌ترین حالت مقید نوکلئونهاست، و به همین دلیل سیستمی ایده‌آل برای مطالعهٔ برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون به‌شمارمی‌رود. دوترون برای متخصصان فیزیك هسته‌ای همان نقشی را دارد کـه اتم هیدروژن برای متخصصان فیزیك اتمی داشته است. همچنانکه گذار الکترومغناطیسی بین حالتهای برانگیختهٔ اتم هیدروژن در سری تجربی بالمر به درك ساختار هیدروژن کمك کرده است، گذار الکترومغناطیسی بین حالتهای برانگیختهٔ دوترون نیز باید به درکی از ساختار هستهٔ ^{2}H بینجامد. متأسفانه در ایـن هسته، هیچ نوع حالت برانگیخته‌ای سراغ نداریم. بستگی این سیستم آن چنان ضعیف است که «حالتهای برانگیختهٔ» آن فقط به‌صورت پروتون و نوترون آزاد درسیستم نامقید ظاهرمی‌شود.

انرژی بستگی

انرژی بستگی دوترون، کمیتی است که بـا دقت بسیار زیاد اندازه‌گیری می‌شود و به سه روش مختلف قابل تعیین است. جرم دوترون را ازطریق طیف‌نمایی می‌توان مستقیماً تعیین کرد، وسپس انرژی بستگی را به‌کمك معادلهٔ (۲۵.۳) به‌دست آورد. با استفاده از روش دوتایهٔ جرمی که دربخش ۲.۳ توصیف شد، نتایج زیـر به دست آمده است (نماد D را برای ^{2}H به‌کار می‌بریم)

$$m(C_6H_{12}) - m(C_6D_6) = (۹ر۲۸۹۷۱۰ \pm ۰ر۰۰۰۰۲۴) \times ۱۰^{-۳}\,u$$

و

$$m(C_5D_{12}) - m(C_6D_6) = ۸۴ر۶۱۰۶۲۶ \pm ۰ر۰۰۰۰۹۰) \times ۱۰^{-۳}\,u$$

با قراردادن $m(^{1}H) = ۱ر۰۰۷۸۲۵۰۳۷\,u$ از رابطهٔ اول به‌دست می‌آید

$$m(^{2}H) = ۲ر۰۱۴۱۰۱۷۸۹ \pm ۰ر۰۰۰۰۰۰۰۲۱\,u$$

واز رابطهٔ دوم حاصل می‌شود

$$m(^{2}\mathrm{H}) = ۲٫۰۱۴۱۰۱۷۷۱ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۰۱۵\ \mathrm{u}$$

مقادیرحاصل بسیار دقیق وسازگاری‌شان باهم خیلی خوب است. با استفاده ازاین مقادیر وجرمهای اندازه‌گیری شدهٔ $^{1}\mathrm{H}$ و نوترون، انرژی بستگی را می‌توان به‌دست آورد

$$B = [m(^{1}\mathrm{H}) + m(\mathrm{n}) - m(^{2}\mathrm{H})]c^{2} = ۲٫۲۲۴۶۳ \pm ۰٫۰۰۰۰۴\ \mathrm{MeV}$$

با نزدیك‌سازی یك پروتون به یك نوترون و تشکیل $^{2}\mathrm{H}$، و اندازه‌گیری انرژی فوتون پرتوگامای‌گسیل‌شده دراین فرایند نیزمی‌توانیم انرژی بستگی دوترون را مستقیماً تعیین کنیم

$$^{1}\mathrm{H} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{2}\mathrm{H} + \gamma$$

انرژی بستگی حاصل از این روش که از انرژی فوتون تولید شده و پس از مختصری تصحیح، به‌خاطر پس‌زنی $^{2}\mathrm{H}$، به‌دست می‌آید برابر $۲٫۲۲۴۵۸۹ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۲\mathrm{MeV}$ است که بخوبی با مقدار حاصل از روش طیف‌نمایی جرمی سازگاری دارد. در روش سوم، از واکنش معکوس موسوم به‌تجزیهٔ فوتونی استفاده می‌شود

$$\gamma + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{1}\mathrm{H} + \mathrm{n}$$

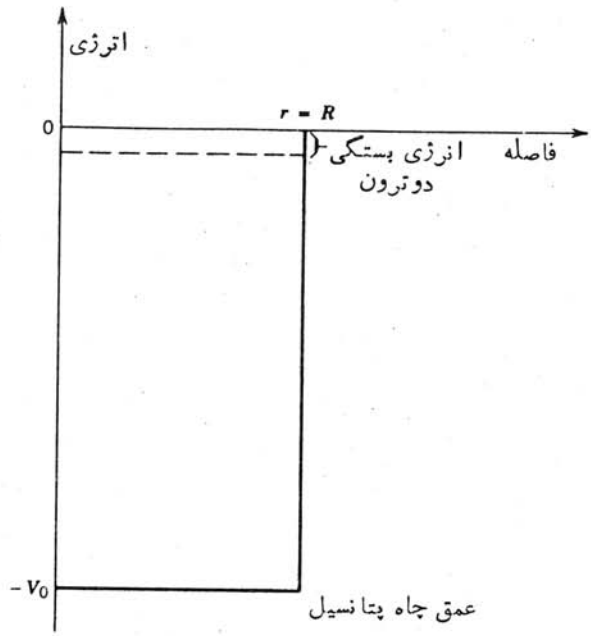
که درآن فوتون پرتوگاما، دوترون را به دو پاره تقسیم می‌کند. کمینهٔ انرژی پرتوگامایی که بتواند چنین فرایندی را انجام دهد، برابر انرژی بستگی است (در اینجا هم باید تصحیح مربوط به‌پس‌زنی محصولات نهایی درنظرگرفته شود). مقدار مشاهده شده برابر $۲٫۲۲۴ \pm ۰٫۰۰۲\ \mathrm{MeV}$ است که بامقدارحاصل از روش طیف‌نمایی‌جرمی سازگاری خوبی دارد.

چنانکه دربحث بخش ۳.۳ گفتیم، انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون در حدود $۸\mathrm{MeV}$ است. بنابراین، بستگی دوترون در مقایسه با هسته‌های دیگرخیلی ضعیف است. اکنون ببینیم درمطالعهٔ خواص دوترون، این نتیجه را چگونه می‌توان تحلیل کرد.

برای سهولت‌این بررسی، پتانسیل نوکلئون ـ نوکلئون رامطابق شکل ۱.۴ به‌صورت یك چاه مربعی سه‌بعدی نشان می‌دهیم

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_{۰}, \quad r < R \\ &= ۰, \qquad r > R \end{aligned} \tag{۱.۴}$$

البته این فرض مسئله را بیش از حد ساده می‌کند، ولی دستکم برای بعضی نتیجه‌گیریهای کیفی کفایت خواهدکرد. دراینجا r فاصلهٔ جدایی بین نوترون و پروتون را نشان می‌دهد، و از این‌رو R حدود بزرگی قطر دوترون را مشخص می‌کند. فرض کنیدکه در پایینترین



شکل ۴.۱ این چاه پتانسیل سه‌بعدی تقریبی از پتانسیل هسته‌ای است. عمق چاه $-V_0$ است که مقدار آن در حدود ۳۵ MeV برآورد می‌شود. انرژی حالت مقید دوترون در حدود ۲ MeV− وخیلی نزدیك به‌لبهٔ چاه است.

حالت انرژی دوترون، درست مانند پایینترین حالت انرژی اتم هیدروژن، داریم $l=0$. (درستی این فرض را بعداً درهمین بخش، هنگام بحث از اسپین دوترون، توجیه خواهیم کرد.) اگر بخش شعاعی تابع‌موج $\psi(\mathbf{r})$ رابه‌صورت $u(r)/r$ نشان دهیم، معادلهٔ(۶۰.۲) را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2}+V(r)u(r)=Eu(r) \qquad (۲.۴)$$

این‌معادله دقیقاً مانند معادلهٔ یك‌بعدی(۴.۲) است که جواب آن را درقیاس بامعادلهٔ(۴۷.۲) می‌توان پیدا کرد. برای ناحیهٔ $r<R$ داریم

$$u(r)=A\sin k_1 r+B\cos k_1 r \qquad (۳.۴)$$

که درآن $k_1=\sqrt{2m(E+V_0)/\hbar^2}$ است، و برای ناحیهٔ $r>R$ خواهیم داشت

$$u(r)=Ce^{-k_2 r}+De^{+k_2 r} \qquad (۴.۴)$$

که در آن $k_۲=\sqrt{-۲mE/\hbar^۲}$ است. (یادآور می‌شود که برای حالتهای مقید، $E<۰$ است.) برای آنکه تابع به‌ازای $r\to\infty$ متناهی بماند لازم است که $D=۰$ باشد، و برای آنکه تابع به‌ازای $r\to ۰$ متناهی بماند باید $B=۰$ شود. [تابع ψ به $u(r)/r$ بستگی دارد، وقتی‌که $r\to ۰$ تابع $u(r)$ هم باید به‌سمت صفرمیل کند.] با اعمال شرایط پیوستگی u و du/dr در $r=R$، به‌دست می‌آوریم

$$k_۱\cot k_۱R=-k_۲ \qquad (۵.۴)$$

این معادلهٔ غیرجبری، ارتباط میان $V_۰$ و R را نشان می‌دهد. در آزمایشهای پراکندگی الکترون، ریشهٔ میانگین مربعی شعاع دوترون درحدود ۲٫۱ fm به‌دست می‌آید که نخستین برآورد معقول از R است. با قراردادن این مقدار درمعادلهٔ(۵.۴) وحل‌عددی‌آن (مسئلهٔ ۶ را درپایان همین‌فصل ببینید)، خواهیم‌داشت $V_۰=۳۵\ \mathrm{MeV}$. این برآورد عمق پتانسیل نوکلئون ـ نوکلئون، درعمل حتی برای هسته‌های پیچیده‌تر هم کاملا پذیرفتنی است. (اما توجه داشته باشید که فاصله‌های بزرگتر از R هم برای پروتون و نوترون کاملا محتمل است، مسئلهٔ ۴.)

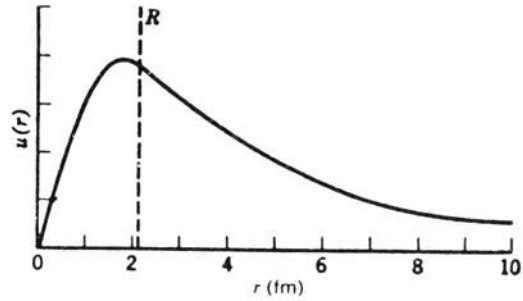
چنانکه در شکل ۱.۴ دیده می‌شود، حالت انرژی دوترون خیلی به‌لبهٔ چاه نزدیک است. اگر نیروی نوکلئون ـ نوکلئون فقط اندکی ضعیفتر بود، حالت مقید دوترون نمی‌توانست وجود داشته باشد (مسئلهٔ ۳). اما جای خوشبختی است که چنین حالت مقیدی وجود دارد. زیرا تشکیل دوتریم ازهیدروژن، نه‌تنها نخستین‌مرحلهٔ چرخهٔ همجوشی پروتون ـ پروتون به‌عنوان منشأ انرژی خورشیدی است، بلکه نخستین مرحلهٔ تشکیل مواد پایدار هم به‌شمارمی‌رود. دراین صورت عناصر پایدار، با استفاده ازسنگ بنای هیدروژن آغازین که در بدو امر سراسرعالم را فراگرفته بود، ساخته شده‌اند. اگرحالت مقید دونوکلئونی پایدار وجود نمی‌داشت، ماهم نبودیم تادربارهٔ آن بحث کنیم! [برای‌توضیح بیشتردربارهٔ پیامدهای‌کیهانشناختی تشکیل دوتریم در مراحل اولیهٔ عالم به‌فصل ۱۹ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) رجوع کنید.]

تابع‌موج دوترون را درشکل۲.۴ نشان داده‌ایم. انرژی بستگی‌کم دراینجا بدان‌معنی است که تابع $\psi(r)$ درست در داخل چاه و درنزدیکی مرز $r=R$ از قله سرازیرمی‌شود تا در $r=R$ با شیب منفی به‌تابع‌نمایی نزولی بپیوندد.

اسپین و پاریته

تکانهٔ زاویه‌ای‌کل $\mathbf{I}$ در دوترون باید دارای سه‌مؤلفه باشدکه عبارت‌اند از: اسپین هریک از ذرات پروتون و نوترون، $\mathbf{s}_p$ و $\mathbf{s}_n$ (که هرکدام برابر ۱/۲ است)، و تکانهٔ زاویه‌ای مداری $\mathbf{l}$ نوکلئونها در حرکت حول مرکز جرم مشترک

$$\mathbf{I}=\mathbf{s}_n+\mathbf{s}_p+\mathbf{l} \qquad (۶.۴)$$



شکل ۲.۴ تابع‌موج دوترون برای $R=2.1$ fm. توجه کنید که پیوند تابعهای نمایی و سینوسی در $r=R$ چنان ملایم است که $u(r)$ و du/dr هردو پیوسته‌اند. اگر قلهٔ تابع‌موج در داخل $r=R$ قرار نمی‌گرفت، پیوند ملایم آن با تابع نمایی درحال نزول (با شیب منفی) امکان‌پذیر نمی‌شد وحالت مقید هم تحقق پیدا نمی‌کرد.

هنگامی که معادلهٔ شرودینگر را برای دوترون حل کردیم، همانند مورد پایینترین حالت مقید (یا نخستین حالت) اتم هیدروژن فرض کردیم $l=0$ است. اسپین اندازه‌گیری شدهٔ دوترون برابر $I=1$ است [چگونگی این اندازه‌گیری را درفصل۱۶ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) بررسی می‌کنیم]. چون اسپین پروتون ونوترون یا با هم موازی (با اسپین کل ۱) و یا پاد موازی (با اسپین کل صفر) هستند، بردارهای $\mathbf{s}_n$، $\mathbf{s}_p$، و $\mathbf{l}$ به چهار صورت می‌توانند با هم جمع شوند به‌طوری‌که منتجهٔ I برابر ۱ شود:

(الف) $\mathbf{s}_n$ و $\mathbf{s}_p$ موازی و $l=0$.

(ب) $\mathbf{s}_n$ و $\mathbf{s}_p$ پادموازی و $l=1$.

(ج) $\mathbf{s}_n$ و $\mathbf{s}_p$ موازی و $l=1$.

(د) $\mathbf{s}_n$ و $\mathbf{s}_p$ موازی و $l=2$.

یکی دیگر از خواص قابل تعیین دوترون، پاریتهٔ آن (به‌صورت زوج یا فرد) است که رفتار تابع موج را هنگام $\mathbf{r}\to-\mathbf{r}$ نشان می‌دهد (بخش ۶.۲). از بررسی واکنشهایی که دوترون در آنها شرکت دارد و بررسی خواص فوتون گسیل شده در طی تشکیل دوترون، پاریتهٔ دوترون را زوج به‌دست می‌آوریم. در بخش ۶.۲ گفتیم که پاریتهٔ منتسب به‌حرکت مداری به‌صورت $(-1)^l$ قابل‌تعیین‌است. یعنی برای $l=0$ (حالتهای s) و $l=2$ (حالتهای d) پاریتهٔ زوج است، و برای $l=1$ (حالتهای p) پاریته فرد است. با توجه به نتیجهٔ تجربی زوج بودن پاریتهٔ دوترون، ترکیبهای (ب) و (ج) در بالا که در آنها $l=1$ است قابل حذف‌اند، و ترکیبهای (الف) و (د) به صورت مقادیر قابل قبول $l=0$ و $l=2$ باقی می‌مانند. بنابراین اسپین و پاریتهٔ دوترون با فرض $l=0$ سازگار است، ولی هنوز نمی‌توانیم احتمال $l=2$ را منتفی بدانیم.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

در بخش ۵.۳ دربارهٔ سهم حرکت‌مداری و اسپین در تولید گشتاور دوقطبی مغناطیسی بحث کردیم. اگرفرض $l = 0$ درست‌باشد، حرکت مداری هیچ‌گونه سهمی در گشتاورمغناطیسی نباید داشته باشد و می‌توانیم گشتاورمغناطیسی کل را حاصل ترکیب گشتاورهای مغناطیسی نوترون و پروتون تلقی کنیم

$$\mu = \mu_n + \mu_p$$

$$= \frac{g_{sn}\mu_N}{\hbar}\mathbf{s}_n + \frac{g_{sp}\mu_N}{\hbar}\mathbf{s}_p \qquad (۷.۴)$$

که در آن $g_{sn} = -۳٫۸۲۶۰۸۴$ و $g_{sp} = ۵٫۵۸۵۶۹۱$ است. چنانکه در بخش ۵.۳ دیدیم، گشتاور مغناطیسی مشاهده شده را با مؤلفهٔ μ در راستای z در شرایطی که اسپینها بزرگترین‌مقدارشان $(+۱/۲\ \hbar)$ را دارند برابرمی‌گیریم

$$\mu = \frac{۱}{۲}\mu_N(g_{sn} + g_{sp}) \qquad (۸.۴)$$

$$= ۰٫۸۷۹۸۰۴\mu_N$$

مقدارمشاهده شده برابر $۰٫۸۵۷۴۳۷۶ \pm ۰٫۰۰۰۰۰۰۴\mu_N$ است که سازگاری خوبی با مقدار محاسبه شده دارد، ولی این سازگاری کامل نیست. اختلاف کوچکی راکه بین این دومقدار وجود دارد می‌توان به عواملی از قبیل مزونهای مبادله شده بین نوترون و پروتون نسبت داد. در بحث فعلی، می‌توانیم این اختلاف را ناشی از اختلاط تابع‌موج و وجود سهم کوچکی از حالت d$(l = ۲)$ در تابع موج دوترون بگیریم

$$\psi = a_s\psi(l = ۰) + a_d\psi(l = ۲) \qquad (۹.۴)$$

گشتاورمغناطیسی دوترون به‌کمك این تابع‌موج، چنین به‌دست می‌آید

$$\mu = a_s^۲\mu(l = ۰) + a_d^۲\mu(l = ۲) \qquad (۱۰.۴)$$

که در آن $\mu(l = ۰)$ همان مقداری است که در معادلهٔ (۸.۴) محاسبه شده است، و $\mu_N(۱/۴)(۳ - g_{sp} - g_{sn}) = \mu(l = ۲)$ مقدارمحاسبه‌شده برای حالت d است. مقدار مشاهده شدهٔ گشتاورمغناطیسی با $a_s^۲ = ۰٫۹۶$ و $a_d^۲ = ۰٫۰۴$ سازگاراست، یعنی دوترون از ترکیب ۹۶٪ حالت $l = ۰$ وفقط ۴٪ حالت $l = ۲$ حاصل می‌شود. بدین‌ترتیب معلوم می‌شودکه فرض حالت خالص $l = ۰$، که درمحاسبهٔ عمق چاه درنظر گرفتیم، فرضی نسبتاً خوب است ولی خیلی کامل نیست.

گشتاور چارقطبی الکتریکی

نوترون و پروتون به‌طور جداگانه هیچ‌گونه گشتاور چارقطبی الکتریکی ندارند. پس هر مقدار غیرصفری که از اندازه‌گیری گشتاور چارقطبی به‌دست آید، باید ناشی از حرکت مداری تلقی شود. دراین صورت، گشتاور چارقطبی حاصل از تابع‌موج $l=0$ خالص برابر صفرخواهد شد. گشتاور چارقطبی مشاهده شده عبارت است از

$$Q=0.00288\pm 0.00002\ \mathrm{b}$$

که در عین کوچك بودن در مقایسه با گشتاور بسیاری از هسته‌های دیگر، مسلماً برابرصفر نیست.

تابع‌موج مخلوط معادلهٔ (۹.۴) هنگامی که برای محاسبهٔ Q در معادلهٔ (۳۶.۳) به‌کار برده می‌شود، مقدار Q را در دو قسمت به دست می‌دهد: یك قسمت متناسب با a_d^2 و قسمت دیگرمتناسب با حاصلضرب $a_s a_d$. با انجام این محاسبه خواهیم داشت

$$Q=\frac{\sqrt{2}}{10}a_s a_d\langle r^2\rangle_{sd}-\frac{1}{20}a_d^2\langle r^2\rangle_{dd} \qquad (۱۱.۴)$$

که در آن $\langle r^2\rangle_{sd}=\int r^2 R_s(r)R_d(r)r^2\,dr$ انتگرال r^2 روی تابع‌موجهای شعاعی است، $\langle r^2\rangle_{dd}$ نیز به‌همین ترتیب تعریف می‌شود. برای محاسبهٔ Q لازم است که تابع‌موج حالت d دوترون راکه مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیست بدانیم. با استفاده از پتانسیلهای پدیده‌شناختی واقع‌بینانه‌ای که بعداً درهمین فصل مورد بحث قرار می‌گیرد، با چند درصد اختلاط حالت d مقادیرقابل قبولی برای Q به‌دست می‌آوریم که با ۴٪ اختلاط استنباط شده از گشتاورمغناطیسی بخوبی سازگاری دارد.

این سازگاری بین اختلاطهای حالت d که با استفاده از کمیتهای μ و Q حاصل می‌شود را نباید زیاد جدی گرفت بلکه باید آن را ناشی ازحسن تصادف تلقی کرد. در مورد گشتاور دوقطبی مغناطیسی، هیچ دلیلی نداریم که انتظارداشته‌باشیم استفاده از گشتاور مغناطیسی نوکلئون آزاد در هسته‌ها کار درستی باشد. (در واقع، درفصل بعد خواهیم دید که شواهد محکمی دردست است که خلاف آن را نشان می‌دهد.) متأسفانه نوکلئون درون دوترون حالتی بینابینی دارد، یعنی نه‌آزاد است و نه قیدی قوی دارد، و هیچ نشانه‌ای هم در دست نیست که گشتاور مغناطیسی آن را چقدر باید درنظرگرفت. برهم‌کنش اسپین‌مدار، اثرات نسبیتی، و تبادل مزون ممکن است تأثیری بزرگتر از اختلاط حالت d بر مقدار μ داشته باشند (ولی این احتمال هم وجود دارد که این‌گونه اثرات درجهت حذف یکدیگر عمل کنند). درمورد گشتاورچارقطبی، اطلاع اندك از تابع‌موج حالت d باعث عدم‌اطمینان از درصد اختلاط براورد شده برای حالت d می‌شود. (شاید بهتر باشد که محاسبهٔ Q را براساس درصد اختلاط معلوم حالت d، به عنوان آزمونی برای تابع‌موج حالت d تلقی کنیم.) آزمایشهای دیگر هم، بویژه آزمایشهای پراکندگی هدفهای دوترون، اختلاط حالت d را درحدود ۴٪ به‌دست می‌دهد. بدین ترتیب معلوم می‌شود که نتیجهٔ حاصل از

گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی وچارقطبی الکتریکی، درنهایت ممکن است معتبر باشد.

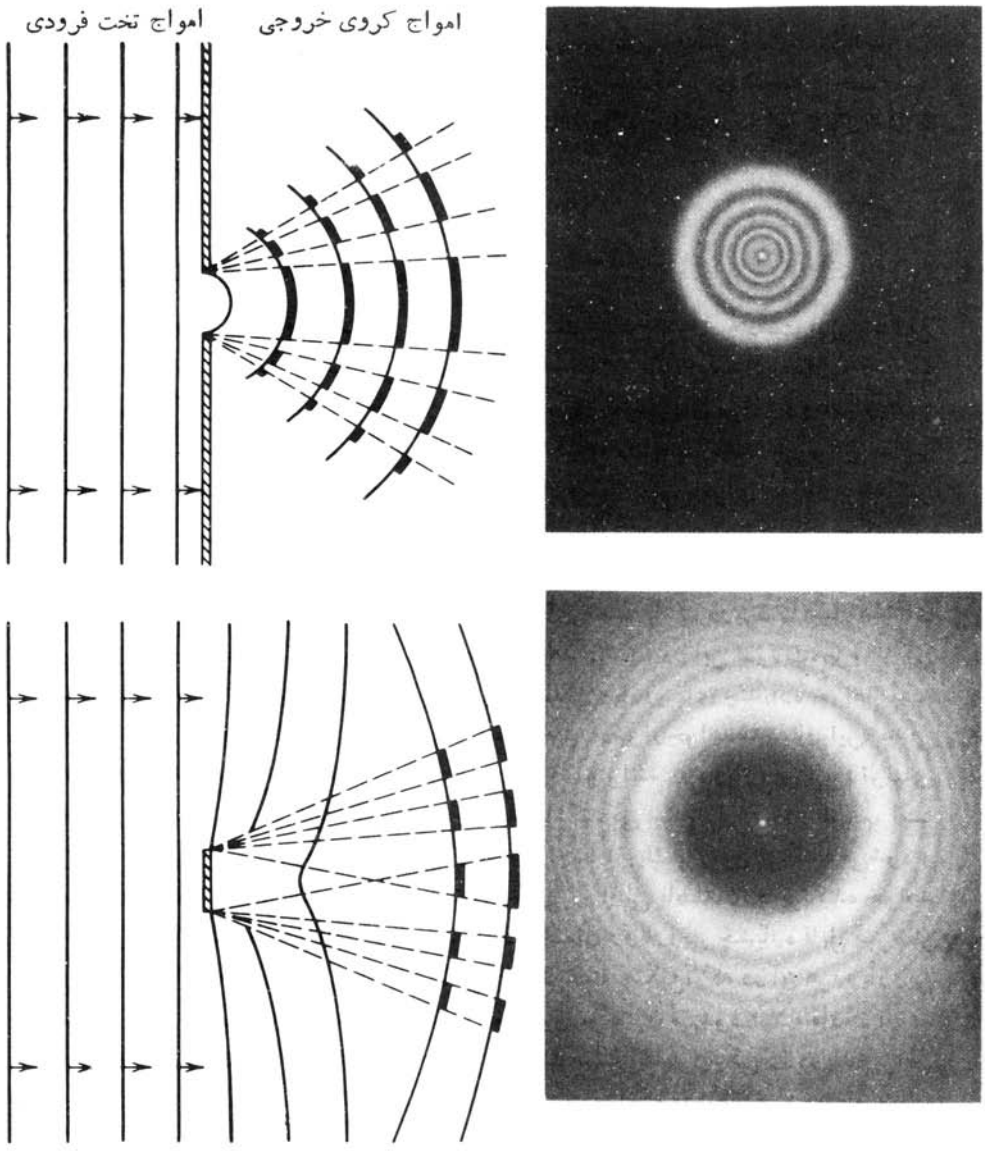
آگاهی‌دقیق‌ازتابع‌موج‌حالت d ازاین جهت مهم است‌که برای تشخیص خصوصیت غیرمرکزی (یا تانسوری) نیروی هسته‌ای بهترین‌نشانه‌ای‌که دراختیارداریم همان‌اختلاط مقادیر l در دوترون است.

۲.۴ پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون

بررسی دوترون اگرچه قرائنی از برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون به دست می‌دهد، ولی مقدار اطلاعات آن محدود است. چون دوترون هیچ حالت برانگیخته‌ای ندارد، دینامیک برهم‌کنش‌نوکلئون‌ـنوکلئون را فقط درپیکربندی $l = 0$، اسپینهای موازی، وفاصلهٔ 2fm می‌توانیم مورد مطالعه قراردهیم. (اگرحالتهای برانگیخته دراختیارباشد، می‌توانیم مقادیر مختلف l یـا سمتگیریهای متفاوت اسپین را هـم بررسی کنیم.) برای مطالعهٔ برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون در پیکربندیهای مختلف، می‌توانیم آزمـایشهای پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون را که درآنها باریکه‌ای از نوکلئونهای فرودی توسط هدف نوکلئونی پراکنده می‌شود بررسی کنیم. اگرهدف یك‌هسته بانوکلئونهای متعدد باشد، دربرد پتانسیل هسته‌ای نوکلئون فرودی چندین نوکلئون هدف وجود خواهد داشت. در این صورت، پراکندگی ایجادشده برای‌هرنوکلئون منفرد شامل اثرات پیچیدهٔ رویارویی‌های چندباره خواهد بود، وتعیین خواص برهم‌کنش بین نوکلئونهای منفرد خیلی دشوارخواهدشد. بنابراین، هدفی ازهیدروژن انتخاب می‌کنیم به‌طوری‌که ذرات فرودی بتوانند در رویارویی باپروتونهای منفرد پراکنده شوند. در اینجا هم ممکن است با پراکندگی چندباره روبه‌رو شویم، امـا این پراکندگیها به‌این صورت خواهد بودکه ذره ابتدا از یك پروتون پراکنده می‌شود و سپس از پروتون دیگری‌که در مقیاس هسته‌ای خیلی از اولی فاصله دارد پراکنده خواهد شد. اگراحتمال رویارویی منفـردکوچك باشد، احتمال رویارویی چندباره قابل صرفنظر خواهد بود. این مورد بـا پراکندگی ناشی از یك هستهٔ سنگین، که درآن هررویارویی منفرد با هستهٔ هدف شامل چندین برهم‌کنش نوکلئون‌ـنوکلئون می‌شودکاملا متفاوت است.

قبل از بحث دربارهٔ پراکندگی هسته‌ای، یك مسئلهٔ مشابه اپتیکی را دربارهٔ پراش امواج از یك شکاف یا مانع کوچك یادآوری می‌کنیم. چنانکه درشکل ۳.۴ دیده می‌شود، نقش پراش حاصل از یك مانع خیلی شبیه به نقش حاصل از یك شکاف بـا همان اندازه است. پراکندگی هسته‌ای شباهت زیادی به‌پراش ازیك مانع دارد، وبه‌همین دلیل بحثمان را روی آن متمرکـز می‌کنیم. پـراش اپتیکی دارای سه ویژگـی مشابه بـا پراکندگی نوکلئونهاست:

۱. موج فرودی به‌صورت موج تخت نموده می‌شود، در حالی‌کـه در نقاط دور از مانع جبههٔ‌موج پراکنده به‌صورت موج کروی است. کل‌انرژی موجود درهرجبههٔ موج کروی در حال گسترش، قابل تغییرنیست. یعنی، شدت موج باید برحسب r^{-2} و دامنـهٔ آن



شکل ۳.۴ نمایش پراکندگی حاصل از یك روزنهٔ کوچك (بالا) و یك مانع کوچك (پایین). نواحی شدت زیاد و کم، روی جبهه‌های موج با خطوط کلفت و نازك نموده شده‌است. درعکسهای سمت راست، نقش پـراش حاصل از یك روزنهٔ دایره‌ای و یك قرص دایره‌ای کدر نشان داده شده است.

باید برحسب r^{-1} کاهش یابد.

۲. پدیدهٔ‌پراش باعث‌می‌شود که شدت تابش پراکنده درنقاط مختلف سطح جبههٔ موج کروی تغییر کند. بدین جهت، شدت امواج پراکنده به‌مختصات زاویه‌ای θ و ϕ بستگی پیدا می‌کند.

۳. آشکارسازی‌که درنقطه‌ای دور ازمانع قرار می‌گیرد، هردو موج فرودی و پراکنده را ثبت خواهدکرد.

برای حل‌کوانتوم مکانیکی مسئلهٔ پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون، همانند بخش قبلی، باز هم فرض می‌کنیم کـه بتوانیم برهم‌کنش را به‌کمك چاه پتانسیل مربعی نمایش دهیم. در واقع، تنها فرقی‌که این محاسبه با مورد دوترون دارد، این است‌که در اینجا با ذرات فـرودی آزاد با انرژی $E>0$ سروکار داریم. باردیگر معادلهٔ شرودینگر را بـا فرض $l=0$ ساده می‌کنیم. توجیه این‌فرض هیچ ربطی به‌توجیه فرض مشابه درمحاسبهٔ دوترون ندارد. یك نوکلئون فرودی را چنان درنظرمی‌گیریم که درست درسطح خارجی نوکلئون هدف بـا آن برخوردکند، یعنی پارامتر برخورد (فاصلهٔ عمودی مرکـز نوکلئون هدف از خط سیر نوکلئون فرودی) از مرتبهٔ $R\simeq 1\,\mathrm{fm}$ باشد. اگرسرعت ذرهٔ فرودی v باشد، تکانهٔ زاویه‌ای آن نسبت به‌هدف برابر mvR می‌شود. تکانهٔ زاویه‌ای نسبی بین نوکلئونها بـاید برحسب یکای $\hbar$ کوانتیده باشد، یـا به زبان نیمه‌کلاسیك $mvR=l\hbar$ شود. اگـر $mvR\ll\hbar$ باشد، آنگاه فقط برهم‌کنشهای $l=0$ قابل تحقق‌اند. دراین صورت، داریم $v\ll\hbar/mR$ وانرژی جنبشی متناظرچنین براورد می‌شود

$$T=\frac{1}{2}mv^2\ll\frac{\hbar^2}{2mR^2}=\frac{\hbar^2c^2}{2mc^2R^2}=\frac{(200\,\mathrm{MeV\cdot fm})^2}{2(1000\mathrm{MeV})(1\mathrm{fm})^2}=20\,\mathrm{MeV}$$

هرگاه انرژی فرودی خیلی کمتر از $20\,\mathrm{MeV}$ باشد، فرض $l=0$ قـابل توجیه است. پس در اینجا فقط پـراکندگی کم‌ـانرژی را در نظر می‌گیریم‌که برای آن فرض $l=0$ معتبراست.

مسئلـهٔ پراکندگـی نوکلئون‌ـنوکلئون را در دستگـاه مختصات مرکز جـرم (پیوست ب) حل می‌کنیم. جرمی که در معادلهٔ شرودینگرظاهر می‌شود، جرم کاهیده‌است که دراین حالت تقریباً برابرنصف جرم نوکلئون می‌شود.

در اینجا هم برای آنکه $u(r)/r$ به‌ازای $r\to 0$ متناهی بماند، داریم $B=0$ و جواب مسئلهٔ چاه مربعی برای $r<R$ به صورت معادلهٔ (۳.۴) خواهد بـود. در ناحیهٔ $r>R$، تابع‌موج چنین می‌شود

$$u(r)=C'\sin k_2r+D'\cos k_2r \qquad (12.4)$$

که درآن $k_2=\sqrt{2mE/\hbar^2}$ است، آسانتراست‌که معادلهٔ(۱۲.۴) را به‌صورت زیربنویسیم

$$u(r)=C\sin(k_2r+\delta) \qquad (13.4)$$

که در آن داریم

$$C' = C\cos\delta \quad و \quad D' = C\sin\delta \tag{۱۴.۴}$$

با استفاده از شرایط مرزی u و du/dr در $r = R$ حاصل می‌شود

$$C\sin(k_2 R+\delta) = A\sin k_1 R \tag{۱۵.۴}$$

و

$$k_2 C\cos(k_2 R+\delta) = k_1 A\cos k_1 R \tag{۱۶.۴}$$

که پس از تقسیم آنها خواهیم داشت

$$k_2\cot(k_2 R+\delta) = k_1\cot k_1 R \tag{۱۷.۴}$$

بازهم به‌یك معادلهٔ غیرجبری می‌رسیم که باید حل شود. درصورت معلوم بودن E (که از طریق انرژی ذرهٔ فرودی قابل تعیین است)، V_0، و R، می‌توان مقدار δ را به‌دست‌آورد.

قبل از بحث دربارهٔ روشهای تعیین پارامتر δ درمعادلهٔ (۱۷.۴)، چگونگی پیدایش δ را در جواب معادلهٔ شرودینگر بررسی می‌کنیم. هنگامی‌که $V_0 \to 0$ (در این حالت هرگز پراکندگی اتفاق نمی‌افتد)، داریم $k_1 \to k_2$ و $\delta \to 0$. این همان جواب ذرهٔ آزاد است. اثر V_0 را برتابع‌موج درشکل ۴.۴ نشان داده‌ایم. تابع‌موج درناحیهٔ $r > R$ همان شکل تابع‌موج ذرهٔ آزاد را دارد، ولی در این حالت یك اختلاف فاز δ درآن پیدا شده است. پتانسیل پراکننده‌ای که از نوع جاذبه است، نقطهٔ صفر یا گرهٔ تابع‌موج را به‌طرف مبدأ «می‌کشد». (اما پتانسیلی‌که از نوع دافعه است، گره‌ها را ازمبدأ دور می‌کند واختلاف فاز منفی می‌شود.) امواج فرودی را برحسب تکانهٔ زاویه‌ای‌شان نسبت به هدف می‌توان به‌صورت مؤلفه‌های $l = 0$ (که تاکنون درنظر بوده است)، $l = 1$، وغیره درنظر گرفت. به‌ازای هرمؤلفه‌ای از l یك جواب متفاوت برای معادلهٔ شرودینگر ویك اختلاف فاز مشخص δ_l خواهیم داشت.

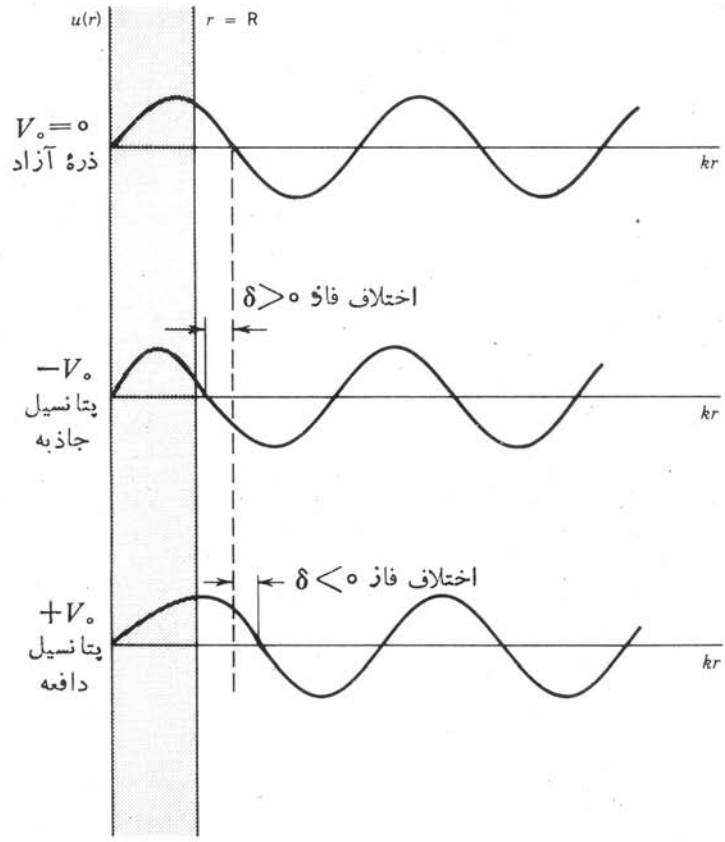
اکنون ببینیم رابطهٔ بین مسئلهٔ چاه مربعی ونظریهٔ کلیتر پراکندگی چیست. تابع‌موج فرودی(چنانکه در نمونهٔ اپتیکی‌دیدیم)، یك موج تخت‌است که درراستای z حرکت‌می‌کند

$$\psi_{\text{in}} = Ae^{ikz} \tag{۱۸.۴}$$

هدف را درمبدأ درنظرمی‌گیریم. با توجه به‌عامل وابسته به‌زمان، داریم

$$\psi(z, t) = Ae^{i(kz-\omega t)} \tag{۱۹.۴}$$

که همیشه در جهت $z+$ در حرکت است (موج در نواحی $z<0$ به‌هدف نزدیك، و در نواحی $z>0$ از هدف دور می‌شود). عملیات ریاضی با استفاده از امواج‌کروی e^{ikr}/r و e^{-ikr}/r آسانتر انجام می‌شود و با ضرب آنها در $e^{-i\omega t}$، امواج خروجی به صورت e^{ikr} وامواج ورودی به صورت e^{-ikr} مشخص می‌شوند. [بررسی دقیقترنظریهٔ پراکندگی



شکل ۴.۴ در اثر پتانسیل پراکننده فاز تابع موج پراکنده نسبت به‌تابع‌موج ذرهٔ آزاد تغییر می‌کند و به‌خارج ازنواحی پراکندگی کشیده می‌شود.

را همراه با جملات مربوط به $l > 0$، درفصل ۱۱ (جلددوم، ترجمهٔ‌فارسی) خواهیم دید.] برای حالتِ $l = 0$، تابع‌موج فرودی عبارت است از

$$\psi_{in} = \frac{A}{2ik}\left[\frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r}\right] \qquad (20.4)$$

علامت منفی بین دوجمله باعث می‌شود که به‌ازای $r \to 0$ تابع ψ متناهی بماند، واستفاده ازضریب A برای هردوجمله نشانگر برابری دامنهٔ‌امواج ورودی‌وخروجی است. دراینجا فرض ما این است که پراکندگی باعث تولید یا نابودی ذرات نمی‌شود، و به همین دلیل دامنه‌های جملات e^{ikr} و e^{-ikr} در اثـر پراکندگی تغییر نمی‌کند (مجذور دامنه، احتمال وجود ذرات ورودی وخروجی رابه‌دست می‌دهد). نتیجهٔ نهایی پراکندگی را فقط به‌صورت یك اختلاف فاز موج خروجی می‌توان نشان داد

$$\psi(r)=\frac{A}{2ik}\left[\frac{e^{i(kr+\beta)}}{r}-\frac{e^{-ikr}}{r}\right] \qquad (۲۱.۴)$$

که در آن β همان اختلاف فاز است.

با استفاده از معادلهٔ (۱۳.۴)، رابطهٔ بین β و δ_0 به‌دست می‌آید

$$\psi(r)=\frac{C}{r}\sin(kr+\delta_0)$$

$$=\frac{C}{r}\frac{e^{i(kr+\delta_0)}-e^{-i(kr+\delta_0)}}{2i}$$

$$=\frac{C}{2i}e^{-i\delta_0}\left[\frac{e^{i(kr+2\delta_0)}}{r}-\frac{e^{-ikr}}{r}\right] \qquad (۲۲.۴)$$

که از آن حاصل می‌شود $\beta=2\delta_0$ و $A=kCe^{-i\delta_0}$.

برای تعیین احتمال پراکندگی باید دامنهٔ موج پراکنده را به‌دست آوریم. تابع‌موج ψ تمام امواج موجود در ناحیهٔ $r>R$ را نشان می‌دهد. برای تعیین تابع‌موج پراکنده، ψ_{sc}، به‌طور خالص، لازم است که دامنهٔ موج فرودی را از آن کم کنیم

$$\psi_{sc}=\psi-\psi_{in}$$

$$=\frac{A}{2ik}(e^{2i\delta_0}-1)\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (۲۳.۴)$$

جریان ذرات پراکنده از واحد سطح را می‌توان به‌کمک معادلهٔ (۱۲.۲) و تعمیم آن در سه بعد به‌دست آورد

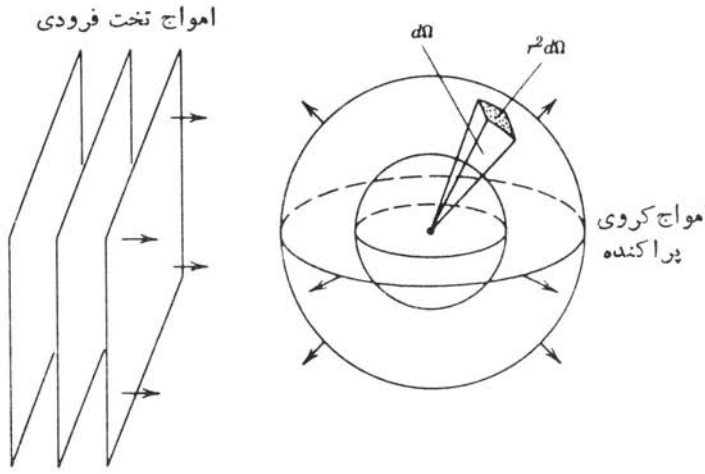
$$j_{sc}=\frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial r}-\frac{\partial\psi^*}{\partial r}\psi\right) \qquad (۲۴.۴)$$

$$=\frac{\hbar|A|^2}{mkr^2}\sin^2\delta_0 \qquad (۲۵.۴)$$

و جریان ذرات فرودی را، با توجه به‌شباهت با معادلهٔ (۲۲.۲)، چنین به‌دست می‌آوریم

$$j_{in}=\frac{\hbar k|A|^2}{m} \qquad (۲۶.۴)$$

جریان پراکنده به‌طور یکنواخت در کره‌ای به شعاع r پخش می‌شود. همچنانکه در شکل ۵.۴ دیده می‌شود، هرجزء سطح $r^2\,d\Omega$ از این کره در برابر یك زاویهٔ حجمی $d\Omega=\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$ که رأس آن در مرکز پراکندگی است قرار دارد. سطح مقطع



شکل ۵.۴ نمایش هندسهٔ پراکندگی.

دیفرانسیلی (یا سطح مقطع جزئی) $d\sigma/d\Omega$ را بـه صورت احتمال پراکندگی یك ذرهٔ فرودی در زاویهٔ $d\Omega$ به‌ازای واحد زاویهٔ حجمی تعریف می‌کنیم. احتمال $d\sigma$ مربوط‌به پراکندگی یك ذرهٔ فرودی در زاویهٔ $d\Omega$، از نسبت جریـان پراکنده تحت زاویـهٔ $d\Omega$ به‌جریان فرودی به‌دست می‌آید

$$d\sigma = \frac{(j_{sc})(r^2 d\Omega)}{j_{in}} \qquad (۲۷.۴)$$

با استفاده ازمعادلات (۲۵.۴ و ۲۶) برای جریانهای پراکنده وفرودی، خواهیم داشت

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sin^2 \delta_0}{k^2} \qquad (۲۸.۴)$$

سطح مقطع کلی σ احتمال کل پراکندگی درتمام راستاهاست

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \qquad (۲۹.۴)$$

در حالت کلی، مقدار $d\sigma/d\Omega$ درسطح کره به‌راستای پراکندگی بستگی دارد. در حالت خاص پراکندگی $l = 0$، مقدار $d\sigma/d\Omega$ ثابت است و از زیر انتگرال خارج می‌شود

$$\sigma = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$= \frac{4\pi \sin^2 \delta_0}{k^2} \qquad (۳۰.۴)$$

پس، اختلاف فاز $l=0$ مستقیماً با احتمال پراکندگی متناسب است. بدین گونه، با استفاده از مدل سادهٔ چاه مربعی (معادلهٔ ۱۷.۴) می‌توانیم مقدار δ_0 را به دست آوریم و آنگاه، پس از تعیین سطح مقطع کل از معادلهٔ (۳۰.۴)، آن‌را با مقادیر تجربی سطح مقطع مقایسه کنیم.

اکنون به تحلیل معادلهٔ (۱۷.۴) بازمی‌گردیم. فرض می‌کنیم که انرژی ذرهٔ فرودی خیلی کم، مثلا $E \lesssim 10\ \mathrm{keV}$، است. در این صورت، با قراردادن $V_0 = 35\ \mathrm{MeV}$ که از تحلیل حالت مقید دوترون به‌دست آمده است و $k_2 = \sqrt{2mE/\hbar^2} \leqslant 0.016\ \mathrm{fm}^{-1}$، خواهیم داشت $k_1 = \sqrt{2m(V_0+E)/\hbar^2} \simeq 0.92\ \mathrm{fm}^{-1}$. اگر طرف راست معادلهٔ (۱۷.۴) را برابر $-\alpha$ بگیریم

$$\alpha = -k_1 \cot k_1 R \qquad (۳۱.۴)$$

آنگاه با استفاده از قواعد مثلثاتی داریم

$$\sin^2\delta_0 = \frac{\cos k_2 R + (\alpha/k_2)\sin k_2 R}{1+\alpha^2/k_2^2} \qquad (۳۲.۴)$$

و بنابراین

$$\sigma = \frac{4\pi}{k_2^2+\alpha^2}\left(\cos k_2 R + \frac{\alpha}{k_2}\sin k_2 R\right) \qquad (۳۳.۴)$$

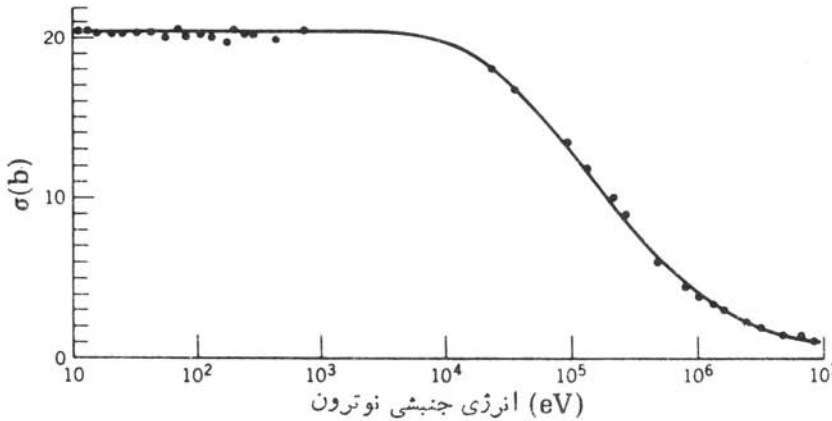
پس از قراردادن $R \simeq 2\ \mathrm{fm}$ که از بررسی حالت مقید $^2\mathrm{H}$ حاصل می‌شود، داریم $\alpha \approx 0.2\ \mathrm{fm}^{-1}$. بدین ترتیب $k_2^2 \ll \alpha^2$ و $k_2 R \ll 1$ است که درنتیجه خواهیم داشت

$$\sigma \simeq \frac{4\pi}{\alpha^2}(1+\alpha R) = 4.6\ \mathrm{b} \qquad (۳۴.۴)$$

که در آن یکای بارن معادل $1\ \mathrm{b} = 10^{-28}\ \mathrm{m}^2$ است. این نتیجه نشان می‌دهد که سطح مقطع درانرژیهای کم ثابت است و مقدار آن نزدیک به ۴ تا ۵ b است.

سطح مقطع تجربی پراکندگی نوترونها توسط پروتونها در شکل ۶.۴ نشان داده شده‌است. سطح‌مقطع درانرژیهای پایین واقعاً ثابت است، وطبق پیش‌بینی معادلهٔ (۳۳.۴) درانرژیهای زیاد کاهش می‌یابد، ولی مقدار ثابت سطح مقطع درانرژیهای کم (یعنی مقدار 20.4 b) با مقدار ۴ تا ۵ b حاصل ازمحاسبه سازگاری ندارد.

برای پی بردن به منشأ این اختلاف، باید اسپینهای نسبی نوکلئونهای فرودی و پراکنده را مورد بررسی قرار دهیم. از ترکیب اسپینهای نوترون و پروتون (که هر یك برابر ۱/۲ است) اسپین کل $\mathbf{S} = \mathbf{s}_p + \mathbf{s}_n$ به‌دست می‌آید که مقدار آن می‌تواند برابر ۰ یا ۱ باشد. برایند $S=1$ سه سمتگیری متفاوت می‌تواند داشته باشد (که مؤلفه‌های z آن برابر $+1$، ۰، و -1 می‌شود)، و برایند $S=0$ فقط یك سمتگیری منفرد خواهد



شکل ۴.۶ سطح مقطع پراکندگی نوترون-پروتون درانرژیهای پایین.

داشت. به‌همین دلیل، برایند $S=1$ راحالت سه‌تایه و برایند $S=0$ را حالت تك‌تایه می‌نامند. در این چهار سمتگیری نسبی اسپین، سه سمتگیری مربوط به حالت سه‌تایه و یك سمتگیری مربوط به‌حالت تك‌تایه است. هنگامی‌که نوکلئون فرودی به‌هدف نزدیك می‌شود، احتمال تحقق حالت سه‌تایه برابر ۳/۴ و حالت تك‌تایه برابر ۱/۴ است. اگرسطح مقطع پراکندگی برای حالتهای سه‌تایه و تك‌تایه باهم فرق داشته باشد، آنگاه داریم

$$\sigma=\frac{3}{4}\sigma_t+\frac{1}{4}\sigma_s \qquad (۳۵.۴)$$

که در آن σ_t و σ_s به‌ترتیب سطح مقطع پراکندگی حالتهای سه‌تایه و تك‌تایه هستند. در براورد سطح مقطع معادلهٔ (۳۴.۴)، پارامترهای دوترون را به‌کار برده‌ایم‌که به حالت $S=1$ مربوط می‌شود. بنابراین می‌دانیم $\sigma_t=4.6\ \mathrm{b}$ است و با استفاده از مقدار اندازه‌گیری شدهٔ $\sigma=20.4\ \mathrm{b}$ درانرژیهای پایین، خواهیم داشت

$$\sigma_s=67.8\ \mathrm{b}$$

این‌نتیجه نشان می‌دهدکه اختلاف بین سطح مقطعهای حالتهای تك‌تایه وسه‌تایه خیلی زیاد است، و بدین‌سان نیروی هسته‌ای باید وابسته به‌اسپین باشد.

حتی در بررسی دوترون هم باید به این نتیجه می‌رسیدیم‌که نیروی هسته‌ای وابسته به اسپین است. اگرنیروی نوترون ـ پروتون به جهت نسبی اسپینها بستگی نمی‌داشت، در دوترونها باید با هر دو حالت مقید $S=0$ و $S=1$ با انرژی تقریباً یکسان روبه‌رو می‌شدیم. چون هیچ‌گاه با حالت مقید $S=0$ روبه‌رو نمی‌شویم، پس نیروی هسته‌ای الزاماً وابسته به‌اسپین است.

نتایجی راکه درمورد سطح مقطعهای تك‌تایه و سه‌تایه به‌دست‌آورده‌ایم، ازراههای

مختلف می‌توانیم به تأیید برسانیم. یکی از این روشها، استفاده از پراکندگی نوترونهای کم‌انرژی در رویارویی با مولکولهای هیدروژن است. هیدروژن مولکولی به دو صورت موجود است: اورتوهیدروژن و پارا هیدروژن. در اورتوهیدروژن اسپین هردو پروتون باهم موازی است، در حالی که در پاراهیدروژن اسپینها پاد موازی‌اند. اختلاف بین سطح مقطعهای پراکندگی نوترون با این دو نوع هیدروژن حاکی از وابستگی اسپینی نیروی نوکلئون ـ نوکلئون است.

بحثی که در اینجا دربارهٔ سطح مقطع پراکندگی نوترون ـ پروتون مطرح شد، برای تحلیل پراکندگی نوترونها از مولکولهای H_2 ناکافی است. طول موج دوبروی برای نوترونهای خیلی کم‌انرژی ($E<0.01\ \mathrm{eV}$)، بزرگتراز $0.05\ \mathrm{nm}$ ودرنتیجه بزرگتر ازفاصلهٔ بین پروتونها در مولکول H_2 است. بنابراصل عدم قطعیت، اندازهٔ بسته‌موجی که یک ذره را توصیف می‌کند نباید از طول موج دوبروی مربوط به‌آن کوچکتر شود. بدین‌گونه، با وجودآنکه برد نیروی هسته‌ای در هر برهم‌کنش نوترون ـ پروتون از مرتبهٔ $1\ \mathrm{fm}$ است، بسته‌موج نوترون فرودی به‌طور همزمان با هردو پروتون موجود درمولکول H_2 همپوشی خواهد داشت. پس امواج نوترونی ψ_1 و ψ_2 که ازاین دو پروتون پراکنده می‌شوند به‌طور همدوس با هم ترکیب خواهند شد، یعنی این امواج پراکنده باهم تداخل خواهندداشت وسطح مقطع به $|\psi_1|^2+|\psi_2|^2$ بستگی‌ندارد بلکه به $|\psi_1+\psi_2|^2$ بستگی دارد. بنابراین ما نمی‌توانیم به‌سادگی‌سطح مقطعهای دو پراکندگی جداگانه راباهم جمع کنیم. در انرژیهای بالاترکه طول موج دوبروی درمقایسه با فاصلهٔ بین پروتونها کوچك است، امواج پراکنده با هم تداخل نخواهند داشت و ما می‌توانیم سطح‌مقطعها را مستقیماً با هم جمع کنیم. یکی از دلایل انتخاب انرژی پایین این است که اثرات تداخلی را بررسی کنیم، و دلیل دیگراین است‌که از انتقال انرژی زیاد به‌مولکول H_2 و به چرخش درآوردن آن ممانعت به‌عمل آوریم. زیرا دراین صورت، تحلیل مسئله پیچیدگی بیشتری پیدا می‌کند. کمینهٔ انرژی دورانی مولکول در حدود $0.015\ \mathrm{eV}$ است، و بنابراین نوترونهای با انرژی حدود $0.01\ \mathrm{eV}$ نمی‌توانند باعث تحریك دورانی مولکول شوند.

برای تحلیل اثرات تداخلی دراین نوع مسائل، طول پراکندگی a را چنان تعریف می‌کنیم که سطح مقطع درانرژی پایین برابر $4\pi a^2$ شود

$$\lim_{k\to 0}\sigma=4\pi a^2 \qquad (۳۶.۴)$$

ازمقایسهٔ این معادله با معادلهٔ (۳۰.۴) حاصل می‌شود

$$a=\pm\lim_{k\to 0}\frac{\sin\delta_0}{k} \qquad (۳۷.۴)$$

انتخاب علامت دلخواه است، اما معمول این است‌که علامت منفی را انتخاب می‌کنند.

اگرچه طول پراکندگی ازلحاظ‌ابعادی ازجنس طول است، ولی پارامتری است‌که

قدرت پراکندگی را نشان می‌دهد و نه برد آن را. برای درك این مطلب، به‌معادلهٔ (۳۷.۴) توجه می‌کنیم که در آن مقدار δ_0 در انرژیهای کم باید به سمت صفر میل کند تا a متناهی بماند. به‌ازای δ_0 کوچك، تابع‌موج پراکندهٔ (۲۳.۴) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

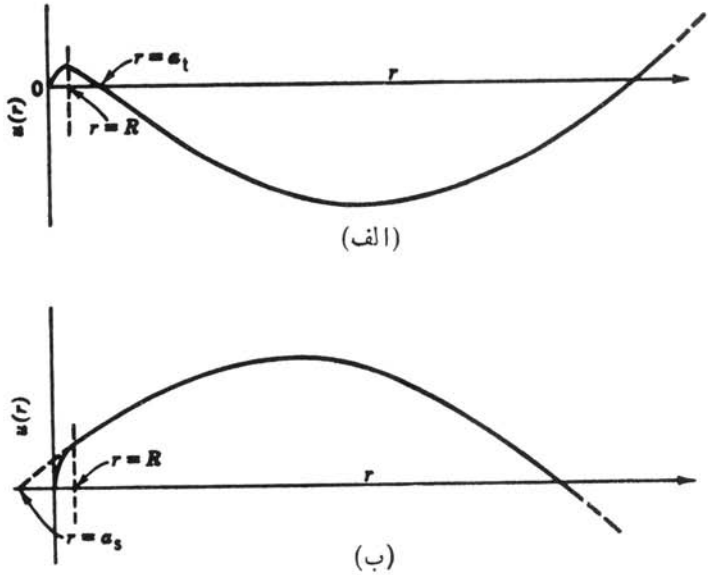
$$\psi_{sc} \simeq A\frac{\delta_0}{k}\frac{e^{ikr}}{r} = -Aa\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (۳۸.۴)$$

پس درعمل a دامنهٔ موج پراکنده را تعیین می‌کند.

علامت طول پراکندگی متضمن اطلاعات فیزیکی نیز هست. تابع‌موج پراکندهٔ $u(r)$ را برای حالتهای سه‌تایه و تك‌تایه درشکل ۷.۴ نشان داده‌ایم. درانرژی کم می‌توان نوشت $a \simeq -\delta_0/k$ و تابع‌موج پراکنده، معادلهٔ (۱۳.۴)، چنین می‌شود

$$u(r) = C\sin k_2(r-a) \qquad (۳۹.۴)$$

مقدار a با توجه به‌نقطه‌ای که در آن $u(r)$ برابر صفرمی‌شود، قابل تعیین است. تابع‌موج حالت سه‌تایه درناحیهٔ $r<R$ درست مانند تابع‌موج حالت مقید دوترون است: تابع $u(r)$ برای تشکیل حالت مقید در ناحیهٔ $r<R$ «برمی‌گردد». در این صورت، مقدار a_t مثبت است. چون حالت تك‌تایه شکل مقید ندارد، تابع $u(r)$ در ناحیهٔ $r<R$ «برنمی‌گردد»



شکل ۷.۴ (الف) تابع‌موج پراکندگی سه‌تایهٔ np برای نوترونهای آزمایشگاهی با انرژی حدود ۲۰۰ keV و به شعاع چاه ۱٫۲ fm. در این مورد، طول پراکندگی مثبت است. (ب) تابع‌موج با طول پراکندگی منفی. این تابع‌موج با مورد مربوط به پراکندگی تك‌تایهٔ np انطباق دارد.

بلکه بـا شیب مثبت به مرز $r=R$ می‌رسد. هنگامی کـه تابع‌موج را در $r=R$ به‌طور هموار برون‌یابی می‌کنیم و به $u(r)=0$ امتداد می‌دهیم، طول پراکندگی تک‌تایهٔ a_s را منفی به‌دست می‌آوریم.

براورد $\sigma_t=4.6\ \mathrm{b}$ باتوجه به‌خواص دوترون به‌مقدار $a_t=+1.6\ \mathrm{fm}$ منتهی می‌شود، و براورد $\sigma_s=67.8\ \mathrm{b}$ که باتوجه به‌سطح مقطع کل تجربی به‌دست آمده است طول پراکندگی تک‌تایه را برابر $a_s=-23.2\ \mathrm{fm}$ به‌دست می‌دهد.

بنابرنظریهٔ پراکندگی نوترون از پاراهیدروژن و اورتوهیدروژن، داریم

$$\sigma_{pa}=5.7(3a_t+a_s)^2 \qquad (40.4)$$

$$\sigma_{or}=\sigma_{pa}+12.9(a_t-a_s)^2 \qquad (41.4)$$

که ضرایب عددی در آنها به‌سرعت نوترون فرودی بستگی دارد. معادلات (۴۰.۴ و ۴۱) برای نوترونهای باسرعت ۷۷۰ m/s، که حتی ازنوترونهای «گرمایی» (۲۲۰۰ m/s) هم کندترند، نوشته شده‌اند. سطح مقطعهای اندازه‌گیری شده برای چنین نوترونهایی، پس ازتصحیح فرایند جذب، عبارت‌اند از

$$\sigma_{pa}=(3.2\pm0.2)\ \mathrm{b} \quad \text{و} \quad \sigma_{or}=(10.8\pm1)\ \mathrm{b}$$

اگرنیروی هسته‌ای مستقل ازاسپین بود، σ_s و $\sigma_t=\sigma_s$ و $a_t=a_s$ می‌شد و درنتیجه σ_{pa} و σ_{or} باید یکسان به‌دست می‌آمد. اختلاف بزرگ بین مقادیراندازه‌گیری شده نشان می‌دهدکه $a_t\neq a_s$ است، و اینکه علامتهای a_t و a_s هم باید مخالف باشند تـا با توجه بـه رابطهٔ $3a_t\simeq a_s$ — مقدار σ_{pa} کوچك شود. ازحل معادلات (۴۰.۴ و ۴۱) خواهیم داشت

$$a_s=(-23.55\pm0.12)\ \mathrm{fm}$$

$$a_t=(+5.35\pm0.06)\ \mathrm{fm}$$

که با مقادیرحاصل از σ_t و σ_s که قبلا به‌دست آوردیم سازگار است.[1]

آزمایشهای دیگری هم هستندکه تمایزبین طول پراکندگی تک‌تایه وسه‌تایه رانشان می‌دهند. از جملهٔ این آزمایشها، می‌توان پراش نوترونها در بلورهای محتوی هیدروژن (مانند هیدریدها)، و همچنین **بازتاب کلی باریکه‌های نوترونی راکه** بـا زوایای کوچك به‌مواد آکنده از هیدروژن (مانند هیدروکربنها) تابیده می‌شوند نام برد. نتایج حاصل از این روشها بخوبی با مقادیر a_s و a_t مذکور دربالا سازگار است.

نظریه‌ای کـه در اینجـا بیان کرده‌ایم، فقط برای پراکندگی $l=0$ ذرات فرودی

---

۱. برای مطالعهٔ شرح این آزمایشها می‌توانید رجوع کنید به

G. L. Squires and A. T. Stewart, *Proc. Roy. Soc.* (London) **A230**, 19 (1955).

کم‌انرژی اعتبار دارد. شرط $l=0$ مستلزم ذرات فرودی بـا انرژی کمتراز ۲۰ MeV است، درحالی‌که منظور از انرژی کم در تقریبهای دیگرانرژیهایی درحدود eV یا keV است. بـا افزایش انرژی ذرهٔ فرودی، خیلی پیشتر ازآنکه بـه‌انرژی ۲۰ MeV برسیم، معادلهٔ (۳۶.۴) را نقض خواهیم کرد. دراین‌صورت همچنان با پراکندگی $l=0$ سروکار داریم، اما در این انرژیها (که از مرتبهٔ ۱ MeV است) معادلاتی مانند (۳۸.۴) دیگـر معتبر نیستند. چنین مواردی را عموماً در تقریب برد مؤثر بررسی می‌کنیم که در آن داریم

$$k\cot\delta_0=\frac{1}{a}+\frac{1}{2}r_0k^2+\cdots \qquad (۴۲.۴)$$

دراینجا ازتوانهای بالاتر k صرفنظرمی‌شود. کمیت a همان‌طول پراکندگی انرژی صفراست که قبلا ازآن سخن گفتیم [در واقع، درحد $k\to 0$ این معادله به صورت معادلهٔ (۳۷.۴) درمی‌آید]، وکمیت r_0 پارامترجدیدی است‌که برد مؤثر نامیده می‌شود. یکـی از مزایای این طرز نمایش آن است‌کـه پارامترهای a و r_0 پتانسیل هسته‌ای را مستقل از شکل آن به‌دست می‌آوریم. یعنـی، تمام محاسبات انجام‌شده در ایـن بخش را می‌توانیم بـرای پتانسیلی غیراز چاه مربعی نیز تکرار کنیم، که در این صورت با توجه به سطح مقطعهای تجربی برای a و r_0 مقادیری مشابه به‌دست خواهیم آورد. البته وجه ناخوشایند این‌روش آن است‌که از تحلیلی‌که محاسبات با پتانسیلهای مختلف در آن به‌نتایج یکسانی‌منجرشود، هیچ اطلاعی ازشکل پتانسیل هسته‌ای به‌دست نمی‌آید!

دراینجا هم مثل مورد طول پراکندگی، برد مؤثر درحالتهای تك‌تایه وسه‌تایه با هم تفاوت دارد. با توجه به‌انواع آزمایشهای پراکندگی، بهترین مجموعهٔ پارامترهای $l=0$ را در برهم‌کنش نوترون ـ پروتون به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم

$$a_s=-۲۳٫۷۱۵\pm ۰٫۰۱۵\ \text{fm} \qquad a_t=۵٫۴۲۳\pm ۰٫۰۰۵\ \text{fm}$$

$$r_{0s}=۲٫۷۳\pm ۰٫۰۳\ \text{fm} \qquad r_{0t}=۱٫۷۴۸\pm ۰٫۰۰۶\ \text{fm}$$

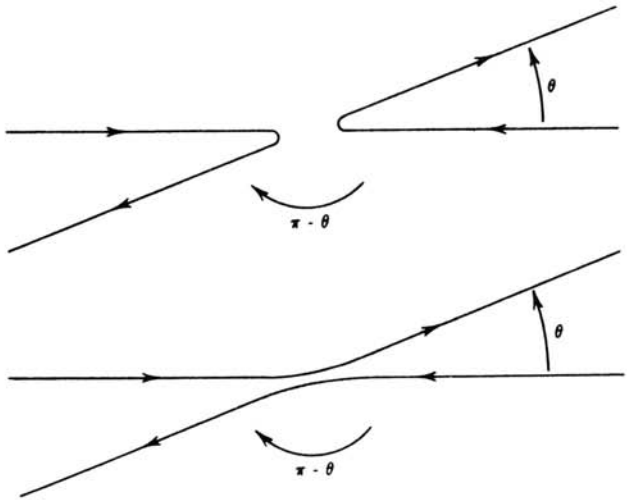
به‌عنوان آخرین نکته در برهم‌کنش نوترون ـ پروتون درحالتهای تك‌تایه و سه‌تایه، سعی می‌کنیم‌که انرژی حالت تك‌تایهٔ n-p را براورد وآن راباانرژی حالت مقید سه‌تایه (۲٫۲۲ MeV ـ) مقایسه‌کنیم. بـا استفاده از معـادلات (۳۴.۴)، (۳۱.۴)، و (۵.۴)، انرژی حالت تك‌تایه را درحدود ۷۷ keV + به‌دست می‌آوریم. بدین‌گونه‌می‌توان‌گفت که حالت تك‌تایه فقط تاحدودی نامقید است.

۳.۴ برهم‌کنشهای پروتون ـ پروتون و نوترون ـ نوترون

بین پراکندگی نوکلئونهای یکسان (پراکندگی پروتون ـ پروتون و نوترون ـ نوترون) و پراکندگی نوکلئونهای نایکسان (پراکندگی نوترون ـ پروتون) یك اختلاف بسیار مهـم

وجود دارد. این اختلاف از آنجا ناشی می‌شود که، چنانکه در بخش ۷.۲ دیدیم، نوکلئونهای یکسان هدف و پرتابه را باید بایك تابع‌موج مشترك توصیف کرد. چون نوکلئونها اسپین ۱/۲ دارند، تابع‌موج آنها باید نسبت به‌تعویض نوکلئونها پادمتقارن باشد. اگر دراینجا هم فقط پراکندگی نوکلئونها در انرژیهای پایین را درنظر بگیریم، $l = 0$ می‌شود و در نتیجه تعویض مختصات فضایی دو ذره به‌تغییر علامت منتهی نمی‌شود. (این وضعیت تاحدودی به عملیات پاریته که در بخش ۶.۲ شرح داده شد شباهت دارد.) پس تابع‌موج کـه نسبت به‌تعویض مختصات فضایی متقارن است، باید نسبت به تعویض مختصات اسپینی پادمتقارن باشد تـا تابع‌موج کل (حاصلضرب فضایی و اسپینی) پادمتقارن بماند. تابع‌موج اسپینی پادمتقارن به‌صورت معادلهٔ (۷۶.۲) است و باید با اسپین کل صفر متناظر شود، یعنی سمتگیری اسپینها باید متفاوت باشد. بنابراین فقط حالتهای اسپینی تك‌تایه می‌توانند در پراکندگی شرکت کنند. (درانرژیهای بالاتر، حالتهای فضایی پادمتقارن $l = 1$ کـه فقط درحالتهای اسپینی سه‌گانهٔ متقارن دیده می‌شوند نیز قابل قبول‌اند.)

سطح مقطع دیفرانسیلی برپایهٔ ویژگی دیگری از فیزیك کوانتومی تعیین می‌شود. شکل ۸.۴ راکه نمایشگر پراکندگی دو ذرهٔ یکسان در چارچوب مرجع مرکز جرم است درنظر می‌گیریم. چون ذره‌ها یکسان هستند، هیچ راه تجربی برای تشخیص تمایز بین دو حالتی که درشکل نشان داده‌ایم وجودندارد. بنابراین تابع‌موج پراکنده باید پراکندگیهای تحت هردو زاویهٔ θ و $\pi - \theta$ را شامل‌شود. هنگامی که برای تعیین سطح مقطع، تابع‌موج



شکل ۸.۴ پراکندگی ذرات یکسان در دستگاه مرکز جرم. یك ذره تحت زاویهٔ θ و دیگری تحت زاویهٔ $\pi - \theta$ خارج می‌شود. چـون ذرات یکسان هستند، هیچ راه تجربی برای تشخیص اینکه کدام ذره از کدام زاویه خارج می‌شود وجود ندارد، و بنابراین تمایز بیـن دو حالتی که نموده شده است امکان‌پذیر نیست.

پراکنده را مجذور می‌کنیم، با یك جملهٔ متناسب با تداخل روبه‌رو می‌شویم که از اجزای تابع‌موج پراکنده‌شده در زوایای θ و $\pi-\theta$ حاصل می‌شود. این تداخل صرفاً یك اثر کوانتومی است وهیچ مشابه کلاسیکی ندارد.

نخست پـراکندگی بین دو پروتون را درنظر می‌گیریم: چون تابع‌موج باید هردو نوع پراکندگی هسته‌ای وکولنی را توصیف کند، یك جملهٔ تداخلی هسته‌ای ـ کولنی اضافی هم درسطح مقطع وجود خواهدداشت. تابع‌موج پراکنده باید شامل‌جمله‌ای ازپراکندگی کولنی وجملهٔ دیگری از پراکندگی هسته‌ای باشد. جملهٔ کولنی باید درحد $e\longrightarrow 0$ ناپدید شود، وجملهٔ هسته‌ای هم باید وقتی پتانسیل هسته‌ای به‌سوی صفرمیل می‌کند ناپدید شودکه دراین صورت داریم $\delta_0\longrightarrow 0$. هنگامی که برای تعیین سطح مقطع تابع‌موج را مجذور می‌کنیم، جمله‌ای به‌دست می‌آیدکـه هر دو پراکندگی هسته‌ای وکولنی را شامل می‌شود.[۱] سطح مقطع دیفرانسیلی عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{1}{4T^2}\left\{\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}+\frac{1}{\cos^4(\theta/2)}-\frac{\cos[\eta\ln\tan^2(\theta/2)]}{\sin^2(\theta/2)\cos^2(\theta/2)}\right.$$
$$-\frac{2}{\eta}(\sin\delta_0)\left(\frac{\cos[\delta_0+\eta\ln\sin^2(\theta/2)]}{\sin^2(\theta/2)}+\frac{\cos[\delta_0+\eta\ln\cos^2(\theta/2)]}{\cos^2(\theta/2)}\right)$$
$$\left.+\frac{4}{\eta^2}\sin^2\delta_0\right\}\qquad(۴۳.۴)$$

دراینجا T انرژی‌جنبشی ذرهٔ فرودی درآزمایشگاه (که درآن پروتون هدف درحال سکون درنظر گرفته می‌شود)، θ زاویهٔ پراکندگی در دستگاه مرکزجرم، δ_0 اختلاف فاز $l=0$ برای پراکندگی هسته‌ای خالص‌است، و به‌علاوه داریم $\eta=(e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c)\beta^{-1}=\alpha/\beta$ که درآن α ثابت ساختار ریز (با مقداری نزدیك به ۱/۱۳۷) و $\beta=v/c$ سرعت نسبی (بدون‌بعد) پروتونهاست. جملات‌شش‌گانهٔ‌درون‌آکولاد دراین‌معادله به‌آسانی‌قابل‌شناسایی هستند: (۱) جملهٔ $\sin^{-4}(\theta/2)$ مشخصهٔ‌پراکندگی‌کولنی‌است‌که پراکندگی رادرفورد هم نامیده می‌شود. ما درفصل ۱۱ (جلددوم، ترجمهٔ فارسی) دربارهٔ این نوع پراکندگی بحث بیشتری خواهیم داشت. (۲) چون دوپروتون مشابه یکدیگرند، تشخیص اینکه (در دستگاه مرکز جرم) پروتون‌فرودی با زاویهٔ θ وپروتون هدف با زاویهٔ $\pi-\theta$ پراکنده می‌شود یا برعکس، امکان‌پذیر نیست. بنابراین سطح مقطع پراکندگی بـاید شامل یك جملهٔ مشخصهٔ کولنی (یا رادرفوردی) $\sin^{-4}(\pi-\theta)/2=\cos^{-4}(\theta/2)$ هم باشد. (۳) این جمله نشانگر تداخل بین پراکندگیهای‌کولنی تحت زوایای θ و $\pi-\theta$ است. (۴ و ۵) ایـن

---

۱. برای محاسبهٔ سطح مقطع باید پا را ازحد این‌کتاب فراترگذاشت. برای بحث دراین باره وکارهای اولیهٔ پراکندگی پروتون ـ پروتون رجوع کنید به

J. D. Jackson and J. M. Blatt, *Rev. Mod. Phys.*, 22, 77(1950).

دوجمله از تداخل بین پراکندگیهای کولنی و هسته‌ای حاصل می‌شوند. (۶) آخرین جمله به پراکندگی هسته‌ای خالص مربوط است. در حد $k \to 0$ (پراکندگی هسته‌ای خالص)، فقط همین جمله است که برجای می‌ماند و معادلهٔ (۴۳.۴) چنانکه باید به صورت معادلهٔ (۲۸.۴) درمی‌آید.

برهم‌کنش پروتون - پروتون اگرچه در عمل ممکن است پیچیده باشد، ولی درك مفهوم و روش بررسی آن ساده است: چون δ_0 تنها مجهول معادلهٔ (۴۳.۴) است، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را می‌توانیم به صورت تابعی از زاویه (برای هر مورد از انرژی جنبشی ذرات فرودی) اندازه‌گیری کنیم، وآنگاه بااستفاده از بهترین برازش نتایج با معادلهٔ (۴۳.۴) مقدار δ_0 را به‌دست آوریم. نموندای از نتایج این نوع اندازه‌گیری را در شکل ۹.۴ نشان داده‌ایم که با توجه به‌آن درانرژی $T = ۳٫۰۳۷\ \mathrm{MeV}$ اختلاف فاز برابر $\delta_0 = ۵۰٫۹۶۶^\circ$ می‌شود. با استفاده از تعداد زیادی آزمایش به همین صورت می‌توان بستگی δ_0 را به‌انرژی، مطابق شکل ۱۰.۴، به‌دست آورد.

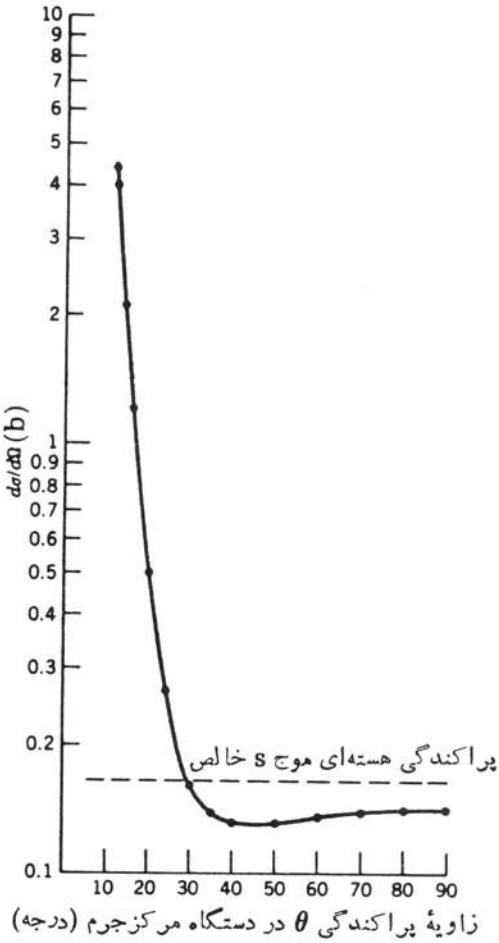
گام‌بعدی در تعبیر این‌اطلاعات این‌است که همچنانکه درمورد معادلهٔ(۴۲.۴) دیدیم، پراکندگی را بـا استفاده از کمیتهایی مستقل از انرژی نظیرطول پراکندگی و برد مؤثر نشان دهیم. متأسفانه این کار را به‌آسانی نمی‌توان انجام داد، زیرا برد برهم‌کنش کولنی بینهایت است وحتی درحد $k \to 0$ نمی‌توانیم از جملات مرتبهٔ بالاتر درمعادلهٔ (۴۲.۴) صرفنظر کنیم. اما بـا قبول بعضی اصلاحات، می‌توانیم به صورتی مشابه معادلهٔ (۴۲.۴) عبارتی حاوی اثرات پراکندگی کولنی و هسته‌ای به‌دست آوریم، ومقادیرطول پراکندگی پروتون - پروتون و برد مؤثررا تعیین کنیم

$$a = -۷٫۸۲ \pm ۰٫۰۱\ \mathrm{fm}$$

$$r_0 = ۲٫۷۹ \pm ۰٫۰۲\ \mathrm{fm}$$

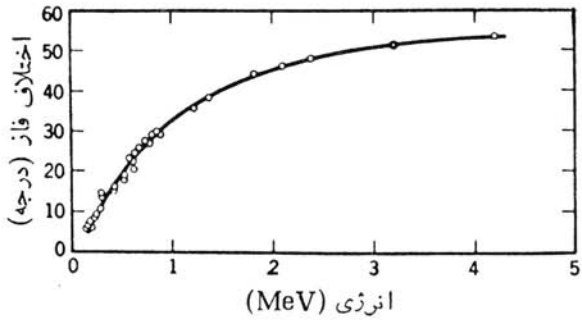
این مقدار برد مؤثرکاملا با مقادیر مربوط به تك‌تایهٔ np که در بخش قبلی به‌دست آمد، سازگار است. طول پراکندگی‌که قدرت برهم‌کنش را نشان می‌دهد، هردو اثـر کولنی و هسته‌ای را شامل می‌شود و بنابراین مستقیماً با مقدار مربوط‌به برهم‌کنش np قابل مقایسه نیست. (اما، به‌این نکتهٔ مهم باید توجه داشت‌که a منفی است، و این بدان معنی است‌کـه مجموعهٔ pp هیـچ حالت مقیدی ندارد، و درنتیجه هستهٔ $^2\mathrm{He}$ در طبیعت موجود نیست.) مقایسهٔ بین طولهای پراکندگی pp و np را دربخش بعدی دنبال خواهیم‌کرد.

پراکندگی نوترون - نوترون را باید فارغ از اثرات برهم‌کنش کولنی، کـه باعث پیچیدگی تحلیل پراکندگی پروتون - پروتون می‌شود، مطالعه‌کرد. مشکلی‌که دراین مورد وجود دارد، مشکل آزمایش‌است. هرچندکه باریکهٔ نوترون را به‌آسانی می‌توان تهیه‌کرد، ولـی هدفهایی‌که نوترون آزاد داشته باشند در اختیـار نداریم. بنابراین، اندازه‌گیری پارامترهای پراکندگی نوترون - نوترون نیازمند استفاده از نوعی واکنش هسته‌ای است‌که درطی آن دونوترون تولید شوند واین دو در محدودهٔ نیروی هسته‌ای نسبت به‌یکدیگر در



شکل ۹.۴ سطح مقطع پراکندگی پروتون- پروتون در انرژی کم و درحالتی که انرژی پروتون فرودی برابر ۳٫۰۳۷ MeV است. از برازش این اطلاعات با معادلهٔ (۴۳.۴)، اختلاف فاز موج s برابر $\delta_0 = 50.966^\circ$ به‌دست می‌آید. سطح مقطع پراکندگی هسته‌ای خالص برابر ۱٫۶۵ b است. وجود سطح مقطعهایی که از مقادیرمربوط به پراکندگی هسته‌ای خالص کوچکترند، حاکی از تداخل قسمتهای کولنی وهسته‌ای تابع‌موج است.

حرکت باشند. وقتی این دونوترون ازیکدیگرفاصله می‌گیرند، مثل این است که با آزمایش پراکندگی سروکار داریم. متأسفانه، در این‌گونه واکنشها یك ذرهٔ سوم هم حتماً تولید می‌شود که با هردو نوترون (هم به‌طور جداگانه و هم به‌طور جمعی) برهم‌کنش خواهد داشت. امابرای به‌دست‌آوردن مقادیرمربوط به برد مؤثروطول پراکندگی نوترون-نوترون، تصحیحات لازم را با دقت کافی می‌توان محاسبه‌کرد. در آزمایشهایی که تاکنون در این مورد گزارش شده‌اند، از واکنشهای تجزیهٔ دوترون، در پی گیراندازی مزون منفی π



شکل ۱۰۰۴ اختلاف فازموج s درپراکندگی pp. این منحنی بااستفاده ازنتایج تعداد زیادی آزمایش رسم شده است.

$(\pi^- + {}^2H \to 2n + \gamma)$ و در پی پراکندگی نوترون $(n + {}^2H \to 2n + p)$، استفاده شده است. ایـن امکان هم وجود داردکه پارامترهای nn را از مقایسهٔ واکنشهای آینه‌ای ${}^3He + {}^2H \to {}^3H + 2p$ و ${}^3H + {}^2H \to {}^3He + 2n$ و بـا استفاده از پارامترهای معلوم pp، به‌عنوان وسیله‌ای برای محاسبهٔ اثرات حالت نهایی ذرات سه‌گانه، تعیین کنیم. از تحلیل این آزمایشها (وآزمایشهای دیگر)، پارامترهای نوترون ـ نوترون به صورت زیر به‌دست می‌آید

$$a = -۱۶٫۶ \pm ۰٫۵ \text{ fm}$$

$$r_۰ = ۲٫۶۶ \pm ۰٫۱۵ \text{ fm}$$

همچنانکه در برهم‌کنش پروتون ـ پروتون دیدیم، طول پراکندگی منفی نشان می‌دهد که ازاجتماع دونوترون یك حالت مقید پایدار حاصل نمی‌شود. دلیل دافعهٔ کولنی برای توضیح عدم وجود دی ـ پروتون، اگرچه وسوسه‌انگیز است، دلیل درستی نمی‌تواند باشد. درمورد دی ـ نوترون چنین وسوسه‌ای نداریم، و عدم وجود آن را باید ناشی از وابستگی اسپینی واکنش هسته‌ای تلقی کنیم. خلاصهٔ قرائن به این صورت است که گفتیم: حالت پایهٔ دوترون یك سه‌تایهٔ اسپینی است، وهیچ حالت مقیدی با اسپین تك‌تایه وجود ندارد. سپس استدلال کردیم که چـون فرمیونهای یکسان باید تابع موجهای کلی پادمتقارن داشته باشند و چـون انتظار براین است کـه پایینترین حالت یك حـالت متقارن فضایی $l = ۰$ باشد، سیستمهای دی ـ پروتون و دی ـ نوترون باید حالتهای اسپینی پادمتقارن (یا تك‌تایه) داشته باشندکه حالتهایی نامقیدند.

۴.۴ خواص نیروی هسته‌ای

بر پایهٔ خواص هسته‌ها در انرژیهای پایین کـه در بخشهای پیشین مورد بحث قرارگرفت،

بسیاری از خصوصیات نیروی هسته‌ای قابل بررسی است. هنگامی‌که نتایج آزمایشهای انجام‌شده درانرژیهای بالاتر را هم‌بدانها بیفزاییم، جزئیات بیشتری از نیروی‌هسته‌ای‌برای ما روشن می‌شود. در این بخش، ویژگیهای اصلی نیروی بین نوکلئونها را به‌طور خلاصه شرح می‌دهیم، و در بخش بعدی نمایش خاصی ازاین نیرو را که متضمن بسیاری ازاین خصوصیات است مورد بحث قرار می‌دهیم.

برهم‌کنش بین دو نوکلئون از پایینترین مرتبهٔ پتانسیل مرکزی جاذبه‌ای حاصل می‌شود

در این فصل این پتانسیل را به‌صورت چاه مربعی در نظرگرفته‌ایم، که این فرض باعث سادگی محاسبات می‌شود و اطلاعات تجربی را بخوبی بازتولید می‌کند. به همین ترتیب می‌توانستیم دیگرصورتهای واقع‌بینانه‌تر پتانسیل را درنظربگیریم، ولی درنتیجه‌گیریهای اصلی تغییری حاصل نمی‌شد (در حقیقت، تقریب بردمؤثرعملا از شکلی‌که برای پتانسیل درنظرمی‌گیریم مستقل است). ویژگی مشترك همهٔ این پتانسیلها در بستگی انحصاری آنها به فاصلهٔ بین نوکلئونی r است. به همین دلیل این عبارت مرکزی را به صورت $V_c(r)$ نشان داده‌ایم. برنامهٔ آزمایشی بررسی $V_c(r)$ به‌این‌ترتیب خواهد بودکه وابستگی انرژی پارامترهایی نظیر اختلاف فازهای پراکندگی را اندازه‌گیری کنیم، وآنگاه سعی‌کنیم که شکل $V_c(r)$ را چنان انتخاب‌کنیم‌که به‌بهترین وجهی پارامترهای یادشده را بازتولیدکند.

برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون قویاً وابسته به اسپین است

این نتیجه‌گیری از عدم موفقیت در مشاهدهٔ حالت مقید تك‌تایهٔ دوترون و همچنین از اندازه‌گیری اختلاف سطح مقطعهای حالتهای تك و سه‌تایه حاصل شده است. شکل جملهٔ اضافی‌ای‌که با درنظرگرفتن این اثر باید به‌پتانسیل افزود چیست؟ روشن‌است‌که این‌جمله باید به اسپین $\mathbf{s}_1$ و $\mathbf{s}_2$ نوکلئونها بستگی داشته باشد، ولی همهٔ ترکیبهای $\mathbf{s}_1$ و $\mathbf{s}_2$ مجاز نیستند. نیروی هسته‌ای باید متضمن بعضی ازتقارنها باشد، که این امرمنجر به محدودیت شکل پتانسیل می‌شود. انعکاس پاریته ($\mathbf{r} \longrightarrow -\mathbf{r}$) و برگشت زمان ($t \longrightarrow -t$) رامی‌توان به‌عنوان نمونه‌هایی ازاین تقارنها نام برد. آزمایش نشان می‌دهدکه پتانسیل بین‌نوکلئونی نسبت به این عملیات تاحد زیادی (**برای پاریته بادقت یك در** 10^7 و برای برگشت زمان یك در 10^3 قسمت) ناورداست. در اثر عملگر پاریته، که متضمن انعکاس فضایی است، بردار تکانهٔ زاویه‌ای بدون تغییرمی‌ماند. این‌گفته ممکن‌است که تاحدی عجیب به‌نظربیاید، زیرا طبیعی است‌که با معکوس شدن دستگاه مختصات تمام بردارهای تعریف‌شده در آن دستگاه نیز وارونه می‌شوند. اما تکانهٔ زاویه‌ای ازجنس بردارحقیقی یا بردارقطبی نیست، بلکه ازجنس شبه‌بردار یا بردارمحوری است‌که دراثرتبدیل $\mathbf{r} \longrightarrow -\mathbf{r}$ معکوس نمی‌شود. این نکته را مستقیماً ازتعریف $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ یا از نمودار جسم چرخان می‌توان استنباط‌کرد. در اثرعملگر برگشت زمان، تمام حرکتها (ازجمله تکانهٔ خطی و زاویه‌ای) معکوس می‌شوند.

ازاین‌رو جملاتی مانند $\mathbf{s}_1$ و $\mathbf{s}_2$ یا ترکیبی از آنها $A\mathbf{s}_1+B\mathbf{s}_2$ در تابع پتانسیل، باعث نقض ناوردایی برگشت زمان خواهند شد و آنها را نمی‌توان بخشی از پتانسیل هسته‌ای به‌شمار آورد. جملاتی مانند $\mathbf{s}_1^2\cdot\mathbf{s}_2^2$، یا $\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2$ که نسبت به برگشت زمان ناوردا هستند، مجازخواهند بود. (تمام این جملات نسبت به‌پاریته هم ناوردا هستند.) ساده‌ترین جمله‌ای که اسپین هردو نوکلئون را شامل شود به صورت $\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2$ است. اکنون مقدار $\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2$ را برای حالتهای تك‌تایه و سه‌تایه تعیین می‌کنیم. برای این منظور اسپین کل $\mathbf{S}=\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2$ را به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^2&=\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}=(\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2)\cdot(\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2)\\&=\mathbf{s}_1^2+\mathbf{s}_2^2+2\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2\end{aligned}$$

پس داریم

$$\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2=\frac{1}{2}(\mathbf{S}^2-\mathbf{s}_1^2-\mathbf{s}_2^2) \qquad (۴۴.۴)$$

برای تعیین مقدار این عبارت، باید یادآور شد که درمکانیك کوانتومی مربع تکانهٔ زاویه‌ای به‌صورت $\mathbf{s}=\hbar^2 s(s+1)$ محاسبه می‌شود [به‌بخش ۵.۲ ومعادلهٔ (۶۹.۲) رجوع شود]. بنابراین خواهیم داشت

$$\langle\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2\rangle=\frac{1}{2}[S(S+1)-s_1(s_1+1)-s_2(s_2+1)]\hbar^2 \qquad (۴۵.۴)$$

باتوجه به‌اینکه $s_1=s_2=1/2$ است، مقدار $\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2$ درحالت سه‌تایه ($S=1$) عبارت است از

$$\langle\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2\rangle=\frac{1}{2}\left[1(1+1)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right]\hbar^2=\frac{1}{4}\hbar^2 \qquad (۴۶.۴)$$

ومقدار آن درحالت تك‌تایه ($S=0$) عبارت است از

$$\langle\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2\rangle=\frac{1}{2}\left[0(0+1)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right]\hbar^2=-\frac{3}{4}\hbar^2 \qquad (۴۷.۴)$$

بنابراین درتابع پتانسیل عبارتی به‌صورت $\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2V_s(r)$ را می‌توان در نظر گرفت که با وجود آن سطح مقطعهای مختلف حالتهای تك‌تایه وسه‌تایه قابل محاسبه خواهد شد. بزرگی V_s را می‌توان چنان تنظیم کرد که اختلاف سطح مقطعهای تك‌تایه و سه‌تایه را به درستی پیش‌بینی کند، و وابستگی شعاعی آن همچنان قابل تنظیم است که انرژی حالتها نیز به‌طور مناسبی درنظر گرفته شود.

پتانسیل دربرگیرندهٔ V_c و V_s را به‌صورت زیرنیز می‌توانیم بنویسیم

$$V(r)=-\left(\frac{\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2}{\hbar^2}-\frac{1}{4}\right)V_1(r)+\left(\frac{\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2}{\hbar^2}+\frac{3}{4}\right)V_3(r) \qquad (۴۸.۴)$$

که در آن $V_1(r)$ و $V_3(r)$ پتانسیلهایی هستند که به‌طور جداگانه رفتار تك‌تایه و سه‌تایه را توضیح می‌دهند.

پتانسیل بین نوکلئونی شامل یك جملهٔ غیرمرکزی، به‌نام پتانسیل تانسوری، است عمده‌ترین دلیل وجود نیروی تانسوری ازمشاهدهٔ گشتاور چارقطبی درحالت پایهٔ دوترون حاصل می‌شود. تابع‌موج حالت S ($l=0$) تقارن کروی دارد، یعنی گشتاور چارقطبی الکتریکی آن صفر است. تابع‌موجهای باحالتهای مختلط l را باید از پتانسیلهای غیرمرکزی به وجود آورد. این نیروی تانسوری باید، به‌جای $V(r)$، به‌صورت $V(\mathbf{r})$ باشد. برای نوکلئون منفرد، بدیهی است که انتخاب یك جهت مشخص در فضا اختیاری است یعنی شمال و جنوب یا شرق وغرب برای آن تفاوتی ندارد. تنها جهت مرجع برای نوکلئون جهت اسپین آن است، وازاین‌رو تنها جمله‌ای که می‌توان درنظرگرفت به‌صورت $\mathbf{S}\cdot\mathbf{r}$ یا $\mathbf{S}\times\mathbf{r}$ است که بردار مکان $\mathbf{r}$ را با جهت $\mathbf{S}$ ارتباط می‌دهد. برای آنکه شرط ناوردایی پاریته تأمین شود، باید باتعداد زوجی ازعوامل $\mathbf{r}$ سروکار داشته‌باشیم، وبنابراین پتانسیل بین دو نوکلئون می‌باید به جملاتی مانند $(\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{r})(\mathbf{S}_2\cdot\mathbf{r})$ یا $(\mathbf{S}_1\times\mathbf{r})\cdot(\mathbf{S}_2\times\mathbf{r})$ بستگی داشته‌باشد. بااستفاده ازاتحادهای برداری می‌توان نشان دادکه صورت دوم‌همان صورت اول بعلاوهٔ جملهٔ $\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2$ است که قبلا در پتانسیل $V(r)$ گنجانده شده است. بنابراین بدون‌آنکه‌کلیت مسئله را ازدست بدهیم، می‌توانیم بخش تانسوری پتانسیل بین نوکلئونی را به‌صورت $V_T(r)S_{12}$ درنظر بگیریم که درآن $V_T(r)$ بستگی شعاعی نیرو و بزرگی‌آن را تأمین می‌کند، و داریم

$$S_{12}=\frac{3(\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{r})(\mathbf{S}_2\cdot\mathbf{r})}{r^2}-\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2 \qquad (۴۹.۴)$$

که این عبارت متضمن ویژگی تانسوری نیروست و متوسط آن درتمام زوایا برابر صفر می‌شود.

نیروی نوکلئون ـ نوکلئون نسبت به‌بار نوکلئون تقارن دارد

این بدان معنی است که پس ازتصحیح نیروی‌کولنی درسیستم پروتون ـ پروتون، فرقی بین برهم‌کنش پروتون ـ پروتون و برهم‌کنش نوترون ـ نوترون نیست. دراینجامقصود از «بار» خصوصیت یا جنس نوکلئون (پروتون یا نوترون) است و نه بارالکتریکی آن. دلیل این امرآن است که طولهای پراکندگی و همچنین بردهای مؤثر در برهم‌کنشهای pp و nn با هم مساوی است. البته، در ابتدا لازم است که تصحیح برهم‌کنش کولنی را در مورد

پارامترهای pp درنظر بگیریم. با درنظر گرفتن این تصحیح، پارامترهـای تك‌تایهٔ pp چنین می‌شود

$$a = -۱۷٫۱ \pm ۰٫۲ \text{ fm}$$

$$r_0 = ۲٫۸۴ \pm ۰٫۰۳ \text{ fm}$$

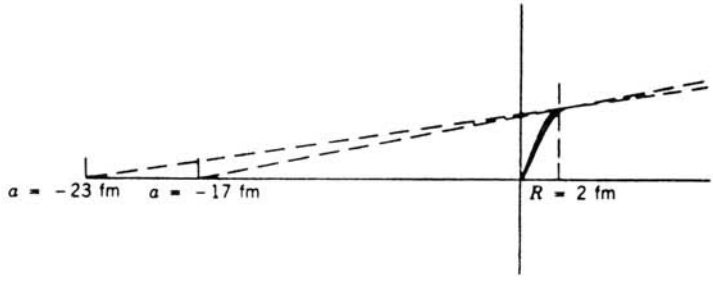
ایـن مقادیر بـا پـارامترهای اندازه‌گیـری شـدهٔ nn ($a = -۱۶٫۶ \pm ۰٫۵$ fm، $r_0 = ۲٫۶۶ \pm ۰٫۱۵$ fm) سازگاری خوبی دارند، که‌این سازگاری قویاً مؤید مفهوم تقارن بار است.

نیروی نوکلئون ـ نوکلئون تقریباً مستقل از بارالکتریکی است

این بدان معنی است که (همانند حالتهای اسپین) پس از تصحیح نیروی کولنی pp، هرسه نیروی هسته‌ای nn، pp، و pn باهم مساوی‌اند. به‌این ترتیب، استقلال بارشرطی قویتر ازتقارن بار است. دراین مورد، شواهد امرچندان قاطع نیست. درواقع، به‌نظرمی‌رسد که **طول** پراکندگی حالت تك‌تایهٔ np ($-۲۳٫۷$ fm) تفاوت زیادی باطولهای پراکندگی pp و nn (-۱۷ fm) داشته باشد. امـا با توجه به‌شکل ۱۱.۴ معلوم می‌شود که **طول** پراکندگی منفی نسبت به‌تابع‌موج هسته درنزدیکی $r = R$ حساسیت قابل‌ملاحظه‌ای دارد، به‌طوری‌که تغییر بسیارکوچك ψ می‌تواند به تغییر بزرگی درطول پراکندگی منجرشود. بنابراین اختلاف زیاد بین طولهای پراکندگی را می‌توان ناشی ازاختلاف بسیارکوچکی (در حدود ۱٪) در پتانسیلها دانست، که (چنانکه دربخش بعدی می‌بینیم) به‌آسانی به‌وسیلهٔ مدل نیروی تبادل قابل توجیه است.

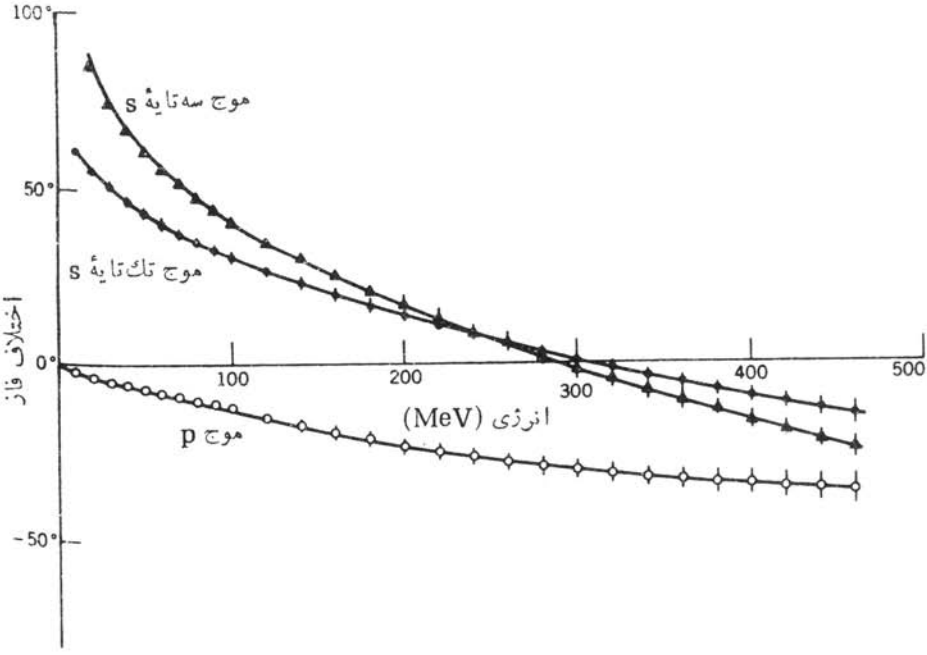
برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون درفواصل خیلی‌کوتاه دافعه می‌شود

ایـن نتیجه از بررسی کیفی چگالی هسته‌ای حـاصل می‌شود. رشد هسته در اثـر افزایش



شکل ۱۱.۴ تغییر بسیارکوچکی در تابع‌موج نوکلئون ـ نوکلئون درنزدیکی $r = R$ می‌تواند در اثر برونیابی به اختلاف قابل‌توجهی در طول پراکندگی منجر شود [این شکل را با شکل ۷.۴ (ب) مقایسه کنید].

نوکلئونها به صورتی است کـه چگالی مرکزی آن تقریباً ثابت می‌ماند، واز این‌رو باید عاملی وجود داشته باشدکه از تجمع و نزدیك شدن بیش از حد نوکلئونها جلوگیری کند. برای آنکه مسئله را کمیتر بررسی کنیم، پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون را در انـرژیهای بالا درنظرمی گیریم. اختلاف فازموج تك‌تایهٔ s برای پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون را تا انرژی ۵۰۰ MeV درشکل ۱۲.۴ نشان داده‌ایم. (در ایـن انرژیها اختلاف فاز امواج جزئی مراتب بالاتر، مثلا موجهای p و d، نیز دراین سطح مقطعها سهیم‌اند. اختلاف‌فاز موج s را به‌آسانی می‌توان از اندازه‌گیریهای پراکندگی دیفرانسیلی $d\sigma/d\Omega$ برحسب θ استخراج کرد، زیرا این اختلاف‌فاز به θ بستگی ندارد.) اختلاف‌فازموج s درانرژی حدود ۳۰۰MeV منفی می‌شود، که این امرحاکی ازتغییر نیروازصورت جاذبه به‌صورت دافعه است. برای آنکه مغزدافعه را به حساب آوریم، بایـد پتانسیلهای مورد استفاده را اصلاح کنیم. برای مثال، اگـر در اینجا هم برای سهولت محاسبات چاه‌مربعی را انتخاب کنیم، ممکن است تابع پتانسیل را به‌صورت زیر درنظر بگیریم



شکل ۱۲.۴ اختلاف فـاز حاصل از پراکندگی نوترون ـ پروتون درانرژیهای متوسط. تغییر اختلاف فازموج s ازمقادیرمثبت به‌منفی، درانرژی حدود ۳۰۰ MeV، نشان می‌دهدکه دراین انرژیها نوکلئون فرودی با مغز دافعه در برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون روبه‌رو شده است.

$$V(r)=+\infty \qquad r<R_c$$
$$=-V_0 \qquad R_c\leqslant r\leqslant R \qquad (۵۰.۴)$$
$$=0 \qquad r>R$$

در اینجا R_c شعاع مغز دافعه است که با تنظیم مقدار آن می‌توان به‌سازگاری رضایتبخشی بااختلاف فاز تجربی موج s دست یافت. با انتخاب $R_c\simeq$ ۰٫۵ fm مقدار حاصل از محاسبه با اختلاف فاز تجربی سازگار می‌شود.

برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون می‌تواند به‌تکانه یاسرعت نسبی نوکلئونهاهم بستگی‌داشته باشد نیروهای وابسته به‌سرعت یا تکانه را نمی‌توان با پتانسیل نرده‌ای نشان داد، اما با استفاده ازجملات درجهٔ اول $\mathbf{p}$، درجهٔدوم $\mathbf{p}$، وغیره، که هرکدام ازآنها بـا یك پتانسیل مشخصهٔ $V(r)$ متناظرند، می‌توان آنها را بـه طرز قابل قبولی در نظرگرفت. تحت تأثیرعملگر پاریته داریم $\mathbf{p}\longrightarrow-\mathbf{p}$، و دراثرعملگر برگشت زمان هم داریم $\mathbf{p}\longrightarrow-\mathbf{p}$. پس هـر جمله‌ای‌که فقط شامل توانهای درجهٔ اول $\mathbf{p}$ باشد غیرقابل قبول است، زیرا دراین‌صورت ناوردایی‌های پاریته و برگشت زمان هردو نقض خواهند شد. جملاتی‌که به صورت $\mathbf{r}\cdot\mathbf{p}$ یـا $\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ باشند، نسبت به پاریته ناوردا هستند ولی ناوردایی برگشت زمـان را نقض می‌کنند. یکی از صورتهای قابل قبول این جمله‌کـه شامل توانهای درجهٔ اول $\mathbf{p}$ می‌شود و نسبت به پاریته و برگشت زمان هر دو ناورداست، $V(r)(\mathbf{r}\times\mathbf{p})\cdot\mathbf{S}$ است‌کـه درآن $\mathbf{S}=\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2$ اسپین کل دو نوکلئون مورد بررسی است. تکانهٔ زاویه‌ای نسبی نوکلئونها برابر $\mathbf{l}=\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ است، و در نتیجه این جمله‌که به خاطر مشابهت بـا فیزیك اتمی جملهٔ اسپین - مدار نامیده می‌شود، به‌صورت $V_{so}(r)\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$ نوشته می‌شود. هرچندکـه از جملات درجهٔ بالاتر هم می‌توان استفاده‌کرد، ولی این عبارت تنها عبارت درجهٔ اول $\mathbf{p}$ است‌که با تقارن پاریته و برگشت زمان هردو سازگاری دارد.

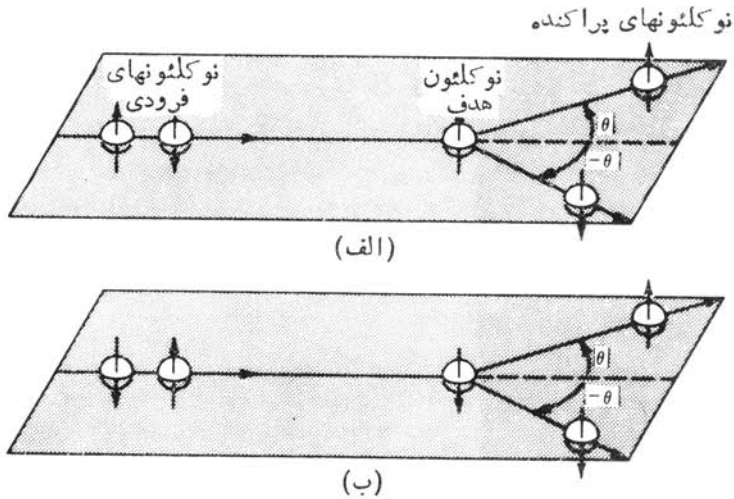
فرض برهم‌کنش اسپین - مدار، بـا این مشاهدهٔ تجربـی تقویت می‌شود کـه اسپین نوکلئونهای پراکنده ممکن است سمتگیری خاصی در فضا داشته باشد کـه دراین حالت اسپین نوکلئونها را قطبیده می‌گویند. قطبیدگی نوکلئونهای موجود در یك باریکه (یا یك هدف) چنین تعریف می‌شود

$$P=\frac{N(\uparrow)-N(\downarrow)}{N(\uparrow)+N(\downarrow)} \qquad (۵۱.۴)$$

که درآن $N(\uparrow)$ و $N(\downarrow)$ به ترتیب تعداد نوکلئونهایی است کـه سمتگیری اسپین آنها به‌طرف بالا و به‌طرف پایین است. مقدار P درگستره‌ای از مقادیر $+1$ برای باریکه‌ای با ۱۰۰٪ اسپین رو به‌بالا، تا -1 برای باریکه‌ای بـا ۱۰۰٪ اسپین رو به‌پایین، قـرار می‌گیرد. برای یك باریکهٔ ناقطبیده $P=0$ می‌شود، وایـن بدان معنی است‌کـه نیمی از

نوکلئونها جهت اسپین‌شان رو به‌بالا و نیمی دیگر رو به‌پایین است.

آزمایش پراکندگی شکل ۱۳.۴(الف) را درنظر می‌گیریم که در آن باریکه‌ای ناقطبیده (که به صورت مخلوطی از نوکلئونهای با اسپین بالا و پایین نموده شده است) بر نوکلئون هدفی که سمتگیری اسپین آن رو به‌بالاست فرود می‌آید. فرض کنید که برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون موجب شود که نوکلئونهای با اسپین رو به‌بالا تحت زاویهٔ θ به طرف چپ، و نوکلئونهای با اسپین رو به‌پایین تحت زاویهٔ θ— به‌طرف راست پراکنده شوند. شکل(ب)، همان آزمایش را از دیدگاه ناظری که نسبت به‌اولی معکوس ایستاده است یا ناظری که حول باریکهٔ فرودی به اندازهٔ 180° دوران کرده است، نشان می‌دهد. آزمایش شکل ۱۳.۴ (ب) را همچنین می‌توان به صورت پراکندگی یك باریکهٔ ناقطبیده از هدف نوکلئونی با اسپین رو به‌پایین تلقی کرد که در این مورد هم نوکلئونهای فرودی با اسپین رو به‌بالا به‌طرف چپ، و نوکلئونهای اسپین پایین به‌طرف راست پراکنده می‌شوند. نتیجهٔ آزمایش، حتی درمورد هدف ناقطبیده که شامل مخلوطی از نوکلئونهای اسپین بالا و اسپین پایین‌است نیز همین‌است: هنگامی که باریکه‌ای ناقطبیده ازهدفی ناقطبیده پراکنده می‌شود، ترجیحاً نوکلئونهای با اسپین رو به‌بالا تحت زاویهٔ θ و نوکلئونهای با اسپین رو به‌پایین

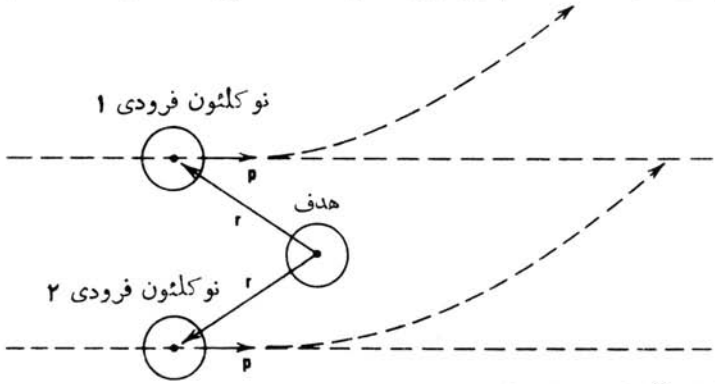


شکل ۱۳.۴ یك باریکهٔ ناقطبیده (که به‌صورت مخلوطی از نوکلئونهای با اسپین بالا و پایین نموده شده‌است) ازهدفی که می‌تواند اسپین رو به‌بالا یا رو به‌پایین داشته‌باشد پراکنده می‌شود. درحالت (الف)، نوکلئونهای با اسپین رو به‌بالا با زاویهٔ θ به طرف چپ پراکنده می‌شوند، درحالی که نوکلئونهای با اسپین رو به‌پایین با زاویهٔ θ— به‌طرف راست پراکنده می‌شوند. حالت (ب) را می‌توان همان حالت (الف) از دیدگاه ناظری معکوس یا ناظری پس از دوران 180° حول راستای باریکه تلقی کرد. حالت اخیر نشان می‌دهد که پراکندگی ازهدفی که اسپین آن رو به‌پایین باشد نیز به‌همان نتیجه منتهی می‌شود.

تحت زاویهٔ θ — پراکنده خواهند شد.

هرچندکه در اینجا ظاهراً به‌نظرمی‌رسدکـه تقارن انعکاسی (پاریته) نقض می‌شود، ولی با ترسیم آزمایش و تصویرآینه‌ای آن می‌توانیم خودمان را قانع‌کنیم کـه در واقع نقضی درکار نیست. اگر قطبیدگی خالص نوکلئونهای پراکنده تحت زاویهٔ θ برابر P و تحت زاویهٔ θ — برابر P — باشد، پاریته پایسته می‌ماند.

اکنون می‌خواهیم ببینیم که برهم‌کنش اسپین ـ مدار چگونه ممکن‌است به‌پراکندگی بـا قطبیدگی مشخص منتهی شود. در شکل ۱۴.۴ دو نوکلئون بـا اسپین روبه بـالا نشان داده شده‌انـد که بـر یك هدف با اسپین روبه‌بالا فرود می‌آیند، بنابراین $S=1$ است. [پراکندگیی‌که در آن فقط امواج s شرکت داشته باشند باید تقارن کروی داشته باشد، و بنابراین هیچ‌گونه قطبیدگی در آن وجودندارد. پراکندگی‌موج p ($l=1$) درنوکلئونهای یکسان، یك تابع‌موج فضایی پادمتقارن و بنابراین یك تابع‌موج اسپینی متقارن خواهـد داشت.] در اینجا بنابه‌فرض $V_{so}(r)$ را منفی می‌گیریم. برای نوکلئون فرودی ۱، جهت $\mathbf{l}=\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ به طرف پایین (به طرف داخـل صفحهٔ کاغذ) است. در ایـن صورت، چون بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{S}$ درخلاف جهت یکدیگرند، بردار $\mathbf{l}\cdot\mathbf{S}$ منفی خواهدشد. بنابراین، ترکیب $V_{so}(r)\mathbf{l}\cdot\mathbf{S}$ مثبت است و در نتیجه بین نوکلئون فرودی ۱ و نوکلئون هدف یك نیروی دافعه به وجود می‌آیدکه نوکلئون فرودی را به طرف چپ می‌راند. امـا برای نوکلئون فرودی ۲، جهت $\mathbf{l}$ به‌طرف بالا، حاصلضرب $\mathbf{l}\cdot\mathbf{S}$ مثبت، وبرهم‌کنش ازنوع جاذبه‌است. درنتیجه، نوکلئون۲ به‌طرف هدف‌کشیده می‌شود ومانند نوکلئون قبلی به‌طرف‌چپ پراکنده خواهد شد. بنابراین نوکلئونهای فرودی با اسپین بالا ترجیحاً به‌طرف چپ و (بـا همین استدلال) نوکلئونهای بـا اسپین پایین به طرف راست پراکنده خواهند شد. بدین‌گونه،



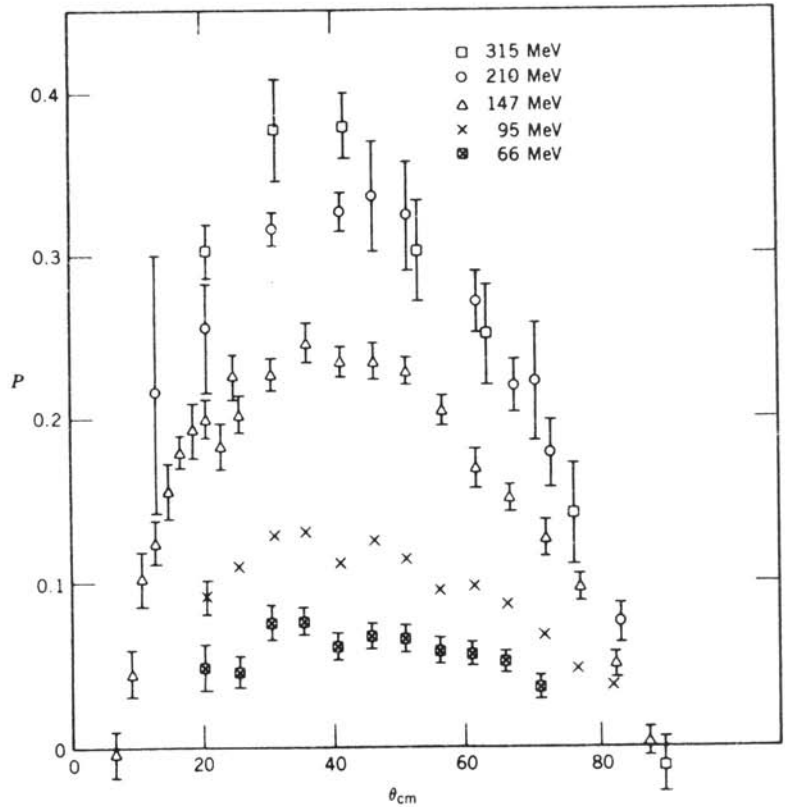
شکل ۱۴.۴ آزمایش پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون از دید قائم. جهت همهٔ اسپینها روبه‌بالا (به‌طرف خارج از صفحهٔ کاغذ) است. جهت $\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ برای نوکلئون فرودی ۱ بـه طرف داخل صفحه، و بنابراین $\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$ منفی است‌که به تولید نیروی دافعه و پراکندگی به طرف چپ منتهی می‌شود. جهت $\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ برای نوکلئون فرودی ۲ به‌طرف خارج صفحه است‌کـه به تولید نیروی جاذبه و بازهم پراکندگی به‌طرف چپ منجرمی‌شود.

هنگامی‌که باریکه‌ای‌از ذرات ناقطبیده برهدفی فرود می‌آید، نیروی اسپین ـ مدارمی‌تواند باریکه‌های پراکندهٔ قطبیدهٔ تولیدکند.

درانرژیهای‌کم‌که درآن غلبه با پراکندگی موج s است، نمی‌توان انتظار قطبیدگی را داشت. هنگامی که انرژی ذرات فرودی افزایش می‌یابد، سهم پراکندگی موج p نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه بایـد افزایش مقدار قطبیدگی را انتظار داشت. شکل ۱۵۰۴ صحت این انتظار را تأیید می‌کند. باتوجه به‌نحوهٔ تغییرات P برحسب θ وانرژی، می‌توان درمورد شکل $V_{so}(r)$ به‌نتایجی دست یافت.

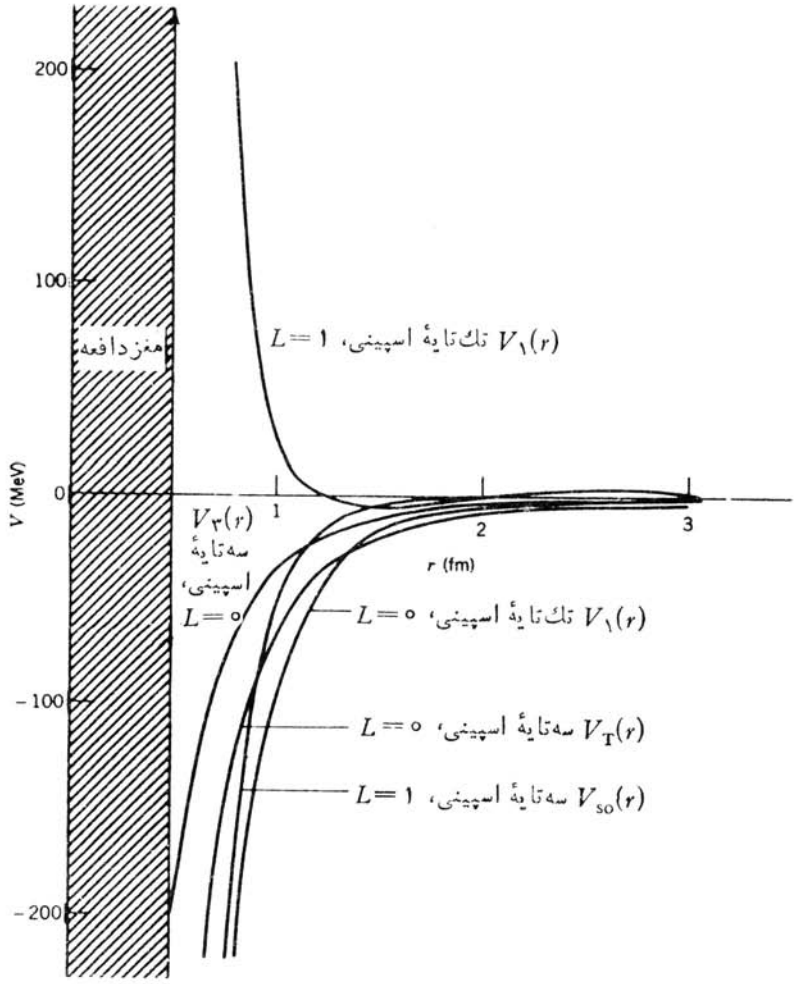
موضوع کلی قطبیدگی در واکنشهای هسته‌ای خیلی پیچیده‌تراز آن چیزی است‌که دراین بحث‌کوتاه بدان پرداخته‌ایم. ما می‌بایست میزان تأثیراستفاده ازباریکه‌های قطبیده وهدفهای‌قطبیده را دراندازه‌گیری سطح مقطع واکنشها نیز درنظرمی‌گرفتیم‌که درفصل ۱۱ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) بدان خواهیم پرداخت.

بااستفاده ازاین‌همه اطلاعات تجربی (سطح مقطع جزئی وکلی، وابستگی به‌اسپین،



شکل ۱۵۰۴ در پراکندگی پروتون ـ پروتون، با افزایش انرژی ذرات فرودی مقدارقطبیدگی بیشینه نیزافزایش می‌یابد.

وقطبیدگی)، می‌توان مجموعه‌ای از پتانسیلهای پدیده‌شناختی $V(r)$ پیشنهاد کرد که سازگاری قابل قبولی بـا اطلاعات موجود نوکلئون ـ نوکلئون داشته باشد. آنگاه این پتانسیلها را می‌توان درمحاسبات مربوط به هسته‌های پیچیده‌تر مورد استفاده قرار داد. برای نمونه، یك مجموعه از این‌گونه پتانسیلها را در شکل ۱۶.۴ نشان داده‌ایم. مطابق معمول، پتانسیلهای



شکل ۱۶.۴ چند نمونه از پتانسیلهای نوکلئون ـ نوکلئون. این نمونه‌ها شامل مـوارد زیر می‌شوند: جملات تك‌تایه وسه‌تایهٔ مربوط به‌جاذبه‌که در پراکندگی موج s شرکت دارند، جملهٔ دافعه‌ای‌که یك نوع پراکندگی موج p ($L=1$) ازآن ناشی می‌شود، وجملات مربوط به‌جاذبهٔ تانسوری و برهم‌کنش اسپین ـ مدار. درتمام این پتانسیلها، مغزدافعه‌ای به‌شعاع $r=0.49\,\mathrm{fm}$ وجود دارد.

منفی‌مولد نیروی جاذبه وپتانسیلهای مثبت مولد نیروی دافعه‌هستند. توجه به‌نحوهٔ مشارکت خصوصیاتی ازقبیل برد برهم‌کنشها، مغز دافعه، اختلاف فاز موج s مربوط به‌نیروی جاذبهٔ قوی، اختلاف فاز موج دافعهٔ p، واستقلال از بار (به‌خاطرآنکه نوکلئونها به‌طور متمایز در نظرگرفته نشده‌اند)، آموزنده است.

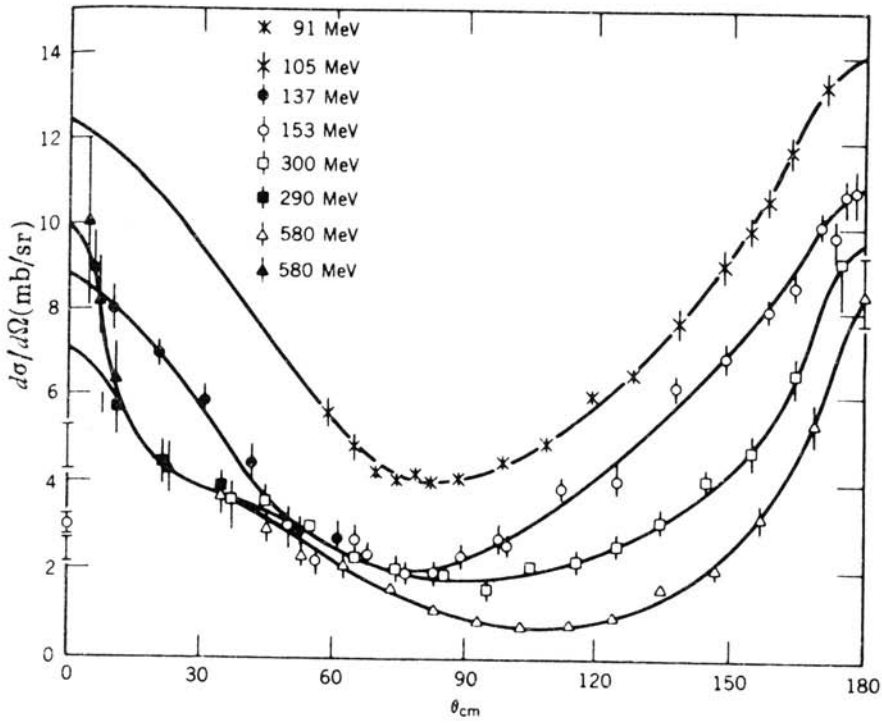
۵.۴ مدل نیروی تبادل

پتانسیلهای پدیده‌شناختی مورد بحث در بخش پیشین، در تعیین بسیاری از خواص اندازه‌گیری‌شدهٔ برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون موفقیت خوبی داشته‌اند. البته با افزایش تعداد جملات دخیل در برهم‌کنش، قدرت و دقت پیش‌بینی این پتانسیلها نیز افزایش خواهد یافت. برای نمونه، می‌توانیم جمله‌ای به‌پتانسیل بیفزاییم که بستگی آن را با توان دوم تکانه ($\mathbf{l}^2$) نشان دهد، می‌توانیم پتانسیلها را به‌صورتی درآوریم که برای هر مقداری از l شکلی متفاوت داشته باشند، و همین طور الی آخر. هر جملهٔ جدیدی که در پتانسیل وارد می‌شود ممکن است نتیجهٔ محاسبات را بهبود ببخشد، ولی با این کار شکل پتانسیل سادگی‌اش را از دست می‌دهد. بعلاوه، با این کار ممکن است ما هدف اصلی خود را که همان درك برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون است، گم کنیم. صرف اینکه پتانسیلها آن‌قدر گسترش یابند که محاسبات دقیقی از آنها حاصل شود، بدان معنی نیست که درك ما از ویژگی بنیادی برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون افزایش یافته است. بنابراین، با روش اصل موضوعی می‌کوشیم که سازوکاری فیزیکی برای نیروی نوکلئون ـ نوکلئون در نظرگیریم که بتواند پتانسیلهایی را که در محاسبات موفق بوده‌اند به‌دست دهد.

یکی از سازوکارهای موفق، سازوکار نیروی تبادل است. برای تأیید حضور نیروی تبادل درهسته‌ها، دو دلیل اصلی دردست است. دلیل اول به‌خاصیت اشباع نیروی هسته‌ای مربوط می‌شود. پشتوانهٔ تجربی خاصیت اشباع را از چگالی هسته‌ای نسبتاً ثابت وانرژی بستگی تقریباً ثابت به‌ازای هر نوکلئون در هسته‌های سنگین گوناگون به‌دست می‌آوریم. به نظر می‌رسد که هر نوکلئون فقط تعداد کمی از همسایه‌های نزدیکش را جذب می‌کند، اما این نوکلئون در فواصل خیلی کوتاه همان همسایه‌های نزدیك را هم دفع می‌کند تا از نزدیکی بیش از حد آنها جلوگیری‌کند. (در بخش پیشین این طرز رفتار را با انتخاب یك پتانسیل مرکزی که بردی محدود و مرکزیتی به صورت یك مغز دافعه داشت توضیح دادیم.) در مورد مولکولها نیز با طرز رفتاری دقیقاً از همین نوع روبه‌رو هستیم. وقتی دواتم را به‌همدیگر نزدیك می‌کنیم تا از ترکیب آنها یك مولکول دواتمی حاصل شود، نظیر آنچه در مورد پیوندهای کووالان دیده می‌شود، الکترونهای بین دو اتم به اشتراك گذاشته می‌شوند یا مبادله می‌شوند. در این صورت، در حالی‌که اتمها در فاصله‌ای تعادلی از یکدیگر قرار گرفته‌اند، یك مولکول پایدار تشکیل می‌شود. اگر بخواهیم اتمها را به‌زور به یکدیگر نزدیکتر کنیم، در اثر همپوشی پوسته‌های الکترونی پر یك نیروی دافعهٔ

قوی بین اتمها به‌وجود خواهد آمد. علاوه‌براین، نزدیك شدن مولکول به‌یك اتم سوم هم ممکن است فقط به تولید نیروی بسیار ضعیفی بین این اتم و دو اتم قبلی منجر شود. در صورتی‌که در مجموعهٔ مقید (یا مولکول) اولی، از همهٔ الکترونهای ظرفیت استفاده شده باشد، هیچ‌الکترونی برای تشکیل پیوند جدید نخواهیم‌داشت ودرنتیجه نمی‌توان پیوندی بین مولکول و اتم سوم ایجاد کرد. نیروهای هسته‌ای هم خصوصیت اشباعی مشابهی از خود بروز می‌دهند.

یکی دیگر از دلایل تأییدکنندهٔ مدل نیروی تبادل را از مطالعهٔ پراکندگی np در انرژیهای بالا به‌دست می‌آوریم. سطح‌مقطع دیفرانسیلی پراکندگی np را درشکل۱۷.۴ نشان داده‌ایم. سطح‌مقطع پراکندگی در زوایای نزدیك به‌صفر در جهات روبه‌جلو دارای مقادیر بزرگ قله‌ای است، و این نشانگر آن است که انتقال تکانه در برخورد بین ذرات فرودی و هدف کوچك است. مرتبهٔ بزرگی این قلهٔ رو به‌جلو را با بررسی بیشینهٔ انتقال



شکل ۱۷.۴ سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی نوترون ـ پروتون در انرژیهای متوسط. قلهٔ بزرگ پراکندگی رو به‌جلو (در زوایای نزدیك به صفر) را انتظار داریم، اما قله‌ای به همان بزرگی را در پراکندگی رو به عقب (در زوایای نزدیك به ۱۸۰°) نشانهٔ وجود نیروی تبادل می‌دانیم.

تکانه، بـه ترتیب زیر، می‌توان براورد کـرد: برای انحراف در زوایـای کوچك داریم $\sin\theta \simeq \theta = \Delta p/p$ کـه در آن p تکانهٔ ذرهٔ فرودی و Δp تکانهٔ عـرضی حاصل از برخورد است. اگر متوسط نیروی وارد در طی زمان برخورد Δt را F بگیریم، داریـم $\Delta p = F\Delta t$. نیروی F برابر $-dV/dr$ — است، و از این‌رو نیـروی متوسط از مرتبهٔ V_0/R می‌شود که در آن V_0 عمق چاه پتانسیل مربعی نوکلئون ـ نوکلئون و R برد آن است. (حتی اگـر پتانسیل واقعی صورت ثابتی هـم نداشته باشد، همان‌طورکه در جملهٔ مرکزی شکل ۱۶.۴ دیده می‌شود، مقـدار متوسط dV/dr باید از مرتبهٔ V_0/R شود.) زمان برخورد Δt باید ازمرتبهٔ R/v باشد، که در آن v سرعت ذرهٔ فرودی‌است. بنابراین خواهیم داشت

$$\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{F\Delta t}{p} = \frac{1}{p}\frac{V_0}{R}\frac{R}{v} = \frac{V_0}{pv} = \frac{V_0}{2T} \qquad (۵۲.۴)$$

که در آن T انرژی جنبشی ذرهٔ فرودی است. برای انرژیهایی که در شکل ۱۷.۴ نموده شده‌اند، مقادیر θ در حدود $10°$ یا کمتراز $10°$ است. مسلماً انتظار نداریم‌که در زاویهٔ پراکندگی $180°$ با قله‌ای روبه‌روشویم! امااین وسوسه وجود داردکه این‌قلهٔ «روبه‌عقب» را نتیجهٔ بـرخورد رودررو در چارچوب مرکز جـرم تلقی کنیم که در آن حرکت ذرهٔ فرودی معکوس می‌شود. براورد بـالا نشان می‌دهد کـه چنین توضیحی نمی‌تواند درست باشد.

اگرفرض‌کنیم‌که درطی برخورد، نوترون و پروتون جایشان راباهم عوض می‌کنند، مدل تبادل می‌تواند توضیح قانع‌کننده‌تری ارائه‌کند. این بدان معنی است کـه نوترونی که به‌طرف جلو در حرکت است به پروتون تبدیل می‌شود، و پروتونی‌که به طرف عقب در حرکت است (از دیدگاه چارچوب مرکز جرم) به نوترون تبدیـل می‌شود. در ایـن صورت از دیدگاه چارچوب آزمایشگاه، نوکلئون فرودی به صورت نوکلئونی نمـایان می‌شودکه به طرف جلو در حرکت است. چنین تحلیلی با براورد زاویهٔ انحراف کوچك در پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون که در بالا مطرح شد، سازگاری دارد.

خلاصه اینکه، هـم خصوصیت اشبـاع نیروهای هسته‌ای و هم وجود قلـهٔ بزرگ روبه‌عقب در پراکندگی np را با استفاده ازنیروی تبادل می‌توان تـوضیح داد. درمورد اول می‌گـوییم برای‌آنکه نوعی پیوند اشباعی بین نوکلئونها وجود داشته باشد باید بین آنها «چیزی» رد و بدل شود. در مورد دوم می‌گوییم که بین نوکلئونها «چیزی» مبادله می‌شودکه عملا خصوصیت آنها را تغییر می‌دهد.

در مراحل آغازین تکامل فیزیك‌کلاسیك، برهم‌کنش بین اجسام را ازطریق «کنش از دور» می‌دانستند. این بدان معنی است‌که نیروی یك جسم به‌طریق اسرارآمیزی درفضا به جسم دیگر منتقل می‌شود. پیشرفت بزرگ فیزیك نظری قرن نوزدهم را باید در معرفی مفهوم میدان دانست. طبق این نظر، هر جسمی در فضا یك میدان نیرو (که نمونه‌های آن

میدانهای الکترومغناطیسی وگرانشی هستند) ایجاد می‌کند و برهم‌کنش جسم دوم، نه‌مستقیماً باجسم اول، بلکه‌فقط ازطریق همین میدان صورت می‌گیرد. درمورد میدان الکترومغناطیسی، چگونگی انتقال میدان درفضا توسط ماکسول نشان داده شد. عمده‌ترین تحول فیزیك قرن بیستم را باید پیدایش مکانیك کوانتومی بدانیم که بنابر آن، هرگونه تبادل انرژیی لزوماً به‌صورت بسته‌ها یا مضربهایی ازیك مقدار گسسته یا کوانتوم انرژی است. میدان کلاسیك کمیتی یکنواخت و پیوسته است، و برای اینکه نظریهٔ کلاسیك میدان را با نظریهٔ کوانتومی سازگار کنیم، خـود میدان را باید بـه صورت کوانتومی درآوریم. یعنـی بنابرنظریهٔ کوانتومی میدان، جسم اول در فضای اطرافش یك میدان کلاسیك به‌وجود نمی‌آورد بلکه از خودکوانتوم میدان گسیل می‌کند. در این صورت، جسم دوم می‌تواند این کوانتومهای میدان را جذب‌کند (و به طـرف جسم اول بازپس فـرستد). پس ایـن دو جسم به طور مستقیم با کـوانتومهای (میدان) مبادله شده، و به طور غیرمستقیم با یکدیگر، برهم‌کنش دارند.

با توجه به‌بحث پیشین، طبیعی است‌که آن «چیزی» راکه در برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون مبادله می‌شود، کوانتوم میدان هسته‌ای در نظر بگیریم. روشن است کـه برای تبدیل یك نوترون بااسپین ۱/۲ به‌یك پروتون بااسپین ۱/۲، ذرهٔ مبادله شده باید دارای اسپین درست (۰ یا ۱) و بار الکتریکی باشد. بعلاوه، اگر بخواهیم همان مفهوم نیروی تبادل را برای برهم‌کنشهای nn و pp هم به‌کار ببریم، نوع بدون بار ذرهٔ مبادله شونده نیز باید وجود داشته باشد. با استفاده از برد نیروی هسته‌ای که در عمل مشاهده می‌کنیم، می‌توانیم جرم ذرهٔ تبادلی را براوردکنیم. فرض‌کنیدکه نوکلئون (که آن را با N نشان می‌دهیم تا پروتون و نوترون هردو را شامل شود) ذره‌ای مانند x از خود گسیل می‌کند. نوکلئون دومی این ذرهٔ x را جذب می‌کند

$$N_1 \rightarrow N_1 + x$$

$$x + N_2 \rightarrow N_3$$

یك نوکلئون چگونه می‌تواند یك ذره بـا انرژی جرمی $m_x c^2$ از خودگسیل‌کند و بدون نقض پایستگی انرژی همچنان به صورت نوکلئون باقی بماند؟ چنین عملی ممکن نیست، مگراینکه گسیل و جذب مجدد نوکلئون در چنان فاصلهٔ زمانی‌کوتاهی Δt صورت بگیرد که ما از نقض پایستگی انرژی مطلع نشویم. چون اصل عدم قطعیت توانایی مـا را در اندازه‌گیـری انـرژی (و در نتیجـه در تعیین پایستگی انرژی) محـدود می‌کند، اگـر $\Delta t < \hbar/(m_x c^2)$ باشد، مـا از نقض پـایستگی انـرژی به میـزان $\Delta E = m_x c^2$ مطلع نخواهیم شد. بیشینهٔ بـرد نیرو را بیشینهٔ فـاصله‌ای‌کـه ذرهٔ x می‌تواند در زمـان Δt طی کند، تعیین می‌کند. اگر سرعت ذره را از مرتبهٔ c بگیریم، حداکثر برد ذرهٔ R چنین می‌شود

$$R = c\,\Delta t = \frac{\hbar c}{m_x c^2} = \frac{200\ \mathrm{MeV \cdot fm}}{m_x c^2} \qquad (۵۳.۴)$$

که در آن به‌جای $\hbar c$ از تقریب ساده‌ای استفاده شده است. معادلهٔ (۵۳.۴) حاکی از وجود رابطه‌ای مفید بین انرژی جرمی ذرات مبادله‌شونده و برد نیروی تبادل است. روشن‌است که اگر برد نیروی هسته‌ای در حدود ۱ fm باشد، انرژی جرمی ذرهٔ تبادلی‌می‌باید در حدود ۲۰۰ MeV شود.

چنین ذراتی را که فقط برای لحظاتی زودگذر دوام می‌آورند و می‌توانند قانون پایستگی انرژی و تکانه را نقض کنند (در نوکلئونهای جذب‌کننده و گسیل کننده پس‌زنی دیده نمی‌شود)، ذرات مجازی می‌گویند. مامی‌توانیم نیروی حاصل‌ازتبادل ذرات مجازی را مشاهده کنیم، ولی نمی‌توانیم خود این ذرات را در حین تبادل مشاهده کنیم. (اما، ذرات مجازی مبادله‌شونده را می‌توان همانند ذرات معمولی در نظر گرفت. بنابرنظریهٔ میدان، برهم‌کنش کولنی بین بارهای الکتریکی را می‌توان به صورت تبادل فوتونهای مجازی که خواص مشابهی با فوتونهای حقیقی و معمولی دارند، در نظر گرفت.)

ذرات تبادلی حامل نیروی هسته‌ای را مزون می‌نامند (واژهٔ «مزو» در یونانی به‌معنی میانه و متوسط است که به‌جرم متوسط این ذرات که از الکترون بیشتر واز نوکلئون کمتر است، اشاره دارد). سبکترین مزونها را که مزون π یا پیون نامیده می‌شود، عامل اصلی آن قسمت از پتانسیل نوکلئون-نوکلئون که برد بلندتر (از ۱٫۰ تا ۱٫۵ fm) دارد می‌دانیم. برای آنکه انواع تبادلهای لازم در سیستم دو نوکلئونی امکان‌پذیر باشد، باید سه‌نوع پیون با بارهای الکتریکی ۱+، ۰، و ۱− وجود داشته‌باشند. پیونها اسپین صفر دارند و انرژی سکون‌شان معادل ۱۳۹٫۶ MeV (برای $\pi^{\pm}$) و ۱۳۵٫۰ MeV (برای π°) است. در بردهای کوتاهتر (از ۰٫۵ تا ۱٫۰ fm)، شاید بتوان عامل پیوند هسته‌ای را تبادل دو پیونی دانست. در بردهای خیلی کوتاهتر (۰٫۲۵ fm)، تبادل مزون ω ($mc^2 = 783$ MeV) ممکن است درتشکیل مغزدافعه دخالت داشته‌باشد وتبادل مزون ρ ($mc^2 = 769$ MeV) می‌تواند تأمین‌کنندهٔ اثراسپین-مدار در برهم‌کنش هسته‌ای باشد. درفصل۱۷ (جلددوم، ترجمهٔ فارسی) دربارهٔ خواص این مزونها بیشتر بحث خواهیم کرد.

اختلاف جرم پیونهای باردار وخنثی می‌تواند نقض احتمالی‌کوچکی راکه قبلا در مورد استقلال بارمطرح شد، توضیح دهد. پیون منفردی‌که در برهم‌کنش بین نوکلئونهای یکسان مبادله می‌شود، لزوماً از نوع π° است

$$n_1 \rightarrow n_1 + \pi^{\circ} \qquad \pi^{\circ} + n_2 \rightarrow n_2$$

یا

$$p_1 \rightarrow p_1 + \pi^{\circ} \qquad \pi^{\circ} + p_2 \rightarrow p_2$$

چون هیچ نوکلئونی که بار ۱− یا ۲+ داشته باشد وجود ندارد، تبادل پیون باردار در این موارد کارساز نیست

$$\pi^- + n_2 \to ? \quad \text{اما} \quad n_1 \to p_1 + \pi^-$$

$$\pi^+ + p_2 \to ? \quad \text{اما} \quad p_1 \to n_1 + \pi^+$$

[چنانکه در فصلهای ۱۷ و ۱۸ (جلد دوم، ترجمهٔ فارسی) خواهیم دید، نوکلئونهای با بار ۱ — و ۲ + در حالتهای برانگیخته وجود دارند، ولی این حالتهای پرانرژی در آزمایشهای انرژی پایین که در این فصل مورد بحث است سهم قابل توجهی ندارد.] امـا برهم‌کنش نوترون ـ پروتون با تبادل هر دو نوع پیون، باردار و خنثی، تحقق‌پذیر است

$$n_1 \to n_1 + \pi^\circ \qquad \pi^\circ + p_2 \to p_2$$

$$n_1 \to p_1 + \pi^- \qquad \pi^- + p_2 \to n_2$$

همین جملهٔ اضافی در برهم‌کنش np (و اختلاف جرم بین پیونهای باردار و خنثی) است که احتمالا اختلاف کوچکی را در پتانسیلها موجب می‌شود، و این اختلاف به‌نوبهٔ خود به اختلافی فاحش بین طولهای پراکندگی np از یك سو و pp و nn از سوی دیگر منجر می‌شود.

نظریهٔ تبادل‌مزون را در نیروهای هسته‌ای، نخستین بار یوکاوا درسال ۱۹۳۵ مطرح کرد. خلاصه‌ای از کار یوکاوا را درفصل ۱۷ (جلددوم، ترجمهٔ فارسی) شرح می‌دهیم. تبادل‌مزون را می‌توان با استفاده از پتانسیلی به‌شکل کلی $r^{-1}e^{-r/R}$ نشان‌داد، که درآن R برد نیروست (برای پیونها $R = \hbar/m_\pi c = 1.5$ fm می‌شود). شکل تفصیلی پتانسیل تبادل تك‌پیونی (که در نشریات تخصصی با نماد OPEP مشخص می‌شود) به‌صورت زیر است

$$V(r) = \frac{g_\pi^2 (m_\pi c^2)^3}{3(Mc^2)^2\hbar^2}\left[\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 + S_{12}\left(1 + \frac{3R}{r} + \frac{3R^2}{r^2}\right)\right]\frac{e^{-r/R}}{r/R} \qquad (۵۴.۴)$$

در اینجا g_π^2 یك ثابت بدون بعد جفت‌شدگی است که (درست همانند e^2 در برهم‌کنش الکترومغناطیسی) قدرت برهم‌کنش را نشان می‌دهد، و M جرم نوکلئون است. این پتانسیل خاص، فقط بخش بلند ـ برد برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون را توصیف می‌کند، وجوه دیگر برهم‌کنش را باید با پتانسیلهای دیگری مشخص کرد.

مـدل نیروی تبادل، در تحلیل خواص سیستم نوکلئون ـ نوکلئون موفقیت شایـان توجهی داشته است. منشأ این نیروها را در تبادل مزونهای مجازی می‌دانیم. تمـام این مزونها را می‌توان درآزمایشگاه تولیدکرد و به‌طور مستقیم مورد بررسی قرارداد. پیون، سبکترین مزون و در نتیجه بلند ـ بردترین مزون درمیان آنهاست. بـا استفاده از کاوه‌های پرانرژیتر (کـه طول موج دوبروی کوتاهتری دارند) می‌توانیم هسته‌ها را مورد بررسی قراردهیم و پدیده‌های مربوط به‌خصوصیات ظریفترساختار هسته‌ای را که فقط درفواصل بسیارکوتاه اتفـاق می‌افتند، مطالعه کنیم. این‌گونه پدیده‌ها را ناشی از تبـادل مزونهای سنگینتر تلقی می‌کنیم. بـا بررسی وابستگی فضایی و اسپینی ایـن برهم‌کنشهای تفصیلی

می‌توان خواص مزونهای فرضی مبادله‌شونده را استنباط کرد. از سوی دیگر، متخصصان فیزیك ذرات قادرند که گونه‌های بسیار متنوعی از مزونها را در برخوردهای پرانرژیی که درشتا بدهنده‌های بزرگ اتفاق می‌افتند مورد آزمایش قراردهند. درمیان خرده‌پاشهای همین برخوردهاست که ایـن فیزیکدانها انـواع مختلفی از ذرات جدیـد را تشخیص می‌دهند و فهرست خواص آنها را تهیه می‌کنند. متخصصان فیزیك هسته‌ای آنگاه با توجه به این فهرستها، مزونهایی را کـه ممکن است در پیدایش خصوصیات مختلف برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون سهم داشته باشند مشخص می‌کنند. چشم‌اندازی که دراینجا به‌طورساده تصویر شده است، برارتباط تنگاتنگ تاریخی میان فیزیك هسته‌ای وفیزیك ذرات بنیادی تأکید می‌کند.

مراجع مطالعات تکمیلی

بحث مشابهی از برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون را می‌توان در مراجع زیر یافت:

H. Enge, *Introduction to Nuclear Physics* (Reading : Addison-Wesley, 1966), Chap. 2&3,

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York : McGraw-Hill, 1955), Chap. 10,

E. Segre, *Nuclei and Particles* (Reading, MA : Benjamin, 1977), Chap. 10.

تك‌نگاریهایی‌که به برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون اختصاص یافته‌اند عبارت‌اند از

H. A. Bethe and P. Morrison, *Elementary Nuclear Theory* (New York : Wiley, 1956),

M. J. Moravcsik, *The Two Nucleon Interaction* (Oxford : Clarendon, 1963),

R. Wilson, *The Nucleon-Nucleon Interaction* (New York: Wiley, 1963).

مروری از کارهای اولیه در مـورد پراکندگی نوکلئون ـ نوکلئون را می‌توان در مرجع زیر خواند

R. K. Adair, *Rev. Mod. Phys.* 22, 249 (1950),

برای مروری بـر تحلیل اطلاعات پراکندگی و تعیین اختلاف فازها و پارامترهای دیگر رجوع کنید به

M. H. MacGregor, M. J. Moravcsik, and H. P. Stapp, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 10, 291 (1960),

H. P. Noyes, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 22, 465 (1972),

M. H. MacGregor, *Phys. Today.* 22, 21 (Dec. 1969).

مسائل

۱. حداقل انرژی فوتون لازم برای تجزیهٔ ^{۲}H چقدر است؟ انرژی بستگی این هسته را برابر ۲٫۲۲۴۵۸۹ MeV بگیرید.

۲. (الف) با استفاده ازشرایط پیوستگی و بهنجارش، ضرایب A و C را درتابع‌موجهای دوترون، معادلات (۳.۴) و (۴.۴)، به‌دست آورید.
(ب) بااستفاده ازتابع‌موج حاصل، ریشهٔ میانگین مربعی شعاع دوترون را تعیین کنید.

۳. شرط وجود حالت مقید را در پتانسیل چاه‌مربعی به‌ترتیب زیر می‌توان تعیین کرد:
(الف) با استفاده از تابع‌موج بهنجار شدهٔ کامل، یعنی معادلات (۳.۴) و (۴.۴)، نشان دهیدکه مقدار انتظاری انرژی پتانسیل عبارت است از

$$\langle V\rangle=\int\psi^{*}V\psi\,dv=-V_{۰}A^{۲}\left[\frac{۱}{۲}R-\frac{۱}{۴k_{۱}}\sin ۲k_{۱}R\right]$$

(ب) نشان دهیدکه مقدار انتظاری انرژی جنبشی عبارت است از

$$\langle T\rangle=\frac{\hbar^{۲}}{۲m}\int_{۰}^{\infty}\left|\frac{\partial\psi}{\partial r}\right|^{۲}dv$$

$$=\frac{\hbar^{۲}}{۲m}A^{۲}\left[\frac{۱}{۲}k_{۱}^{۲}R+\frac{۱}{۴}k_{۱}\sin ۲k_{۱}R+\frac{k_{۲}}{۲}\sin^{۲}k_{۱}R\right]$$

(ج) نشان دهیدکه شرط‌لازم برای وجود حالت مقید به‌صورت $\langle T\rangle<-\langle V\rangle$ است.
(د) سرانجام، نشان دهید که فقط در صورتی حالت مقید خواهیم داشت که $V_{۰}\geqslant\pi^{۲}\hbar^{۲}/۸mR^{۲}$ شود، و حداقل عمق پتانسیل را برای حالت مقید دوترون تعیین کنید.

گوشزد: این‌محاسبه فقط برای مسائل‌سه‌بعدی معتبراست. درمورد چاه‌مربعی یك‌بعدی (در واقع، درتمام موارد پتانسیلهای یك‌بعدی جاذبه‌که نسبتاً خوشرفتار باشند) همواره دستکم یك حالت مقید وجود دارد. فقط در مورد مسائل سه‌بعدی است‌که برای وجود حالت‌مقید به‌یك حداقل عمق نیازمندیم.[۱]

۴. نوترون و پروتون موجود در دوترون، چه کسری از عمرشان را در خارج از برد نیروی هسته‌ای می‌گذرانند؟

۵. با استفاده ازمعادلهٔ (۵.۴)، نمایش تغییرات $V_{۰}$ را برحسب R درفاصلهٔ $R=۱٫۰$ تا $R=۳٫۰$ fm رسم‌کنید. چگونگی بستگی $V_{۰}$ به R را مورد بحث قرار دهید.

۶. (الف) نشان دهیدکه معادلهٔ (۵.۴) را می‌توان به‌صورت غیرجبری $x=-\tan bx$ نوشت، که درآن $x=\sqrt{-(V_{۰}+E)/E}$ است. مقدار پارامتر b را به‌ازای

1. C. A. Kocher, *Am. J. Phys.* 45, 71 (1977).

$R = ۲\,\mathrm{fm}$ تعیین کنید. توجه داشته باشید که درمعادلهٔ (۲.۴)، m همان جرم کاهیدهٔ $m_p m_n/(m_p+m_n)$ است که تقریباً برابر $m_p/۲$ می‌شود.
(ب) این معادلهٔ غیرجبری را به‌دو روش حل کنید: روش ترسیمی و روش دوره‌ای با استفاده از ماشین حساب برنامه‌پذیر یاکامپیوتر.[۱]

۷. تابع‌موج دوترون را به صورت معادلهٔ (۹.۴) در نظر بگیرید و بگویید که چرا در عبارت مربوط به گشتاور چارقطبی الکتریکی، یعنی معادلهٔ (۱۱.۴)، یك جملهٔ متناسب با حاصلضرب $a_s a_d$ وجود دارد، در حالی‌که در عبارت مربوط به گشتاور دوقطبی مغناطیسی یعنی معادلهٔ (۱۰.۴) چنین جمله‌ای نیست.

۸. انرژی برهم‌کنش دوقطبی ـ دوقطبی مغناطیسی را در دوترون تعیین کنید، و آن را با انرژی بستگی هسته مقایسه کنید. حالاتی را که در آنها اسپین نوکلئونها به‌موازات خط واصل بین نوکلئونها و عمود بر آنهاست، به‌طور جداگانه در نظر بگیرید.

۹. سطح مقطع پراکندگی از «کرهٔ سخت» را با پتانسیل زیر به‌دست آورید

$$V(r) = \infty \qquad (r < R) \quad \text{درون کره}$$

$$= ۰ \qquad (r > R) \quad \text{بیرون کره}$$

۱۰. فرض کنید که انرژی بستگی دوترون خیلی ضعیفتر از مقدار واقعی آن، مثلا درحدود $۱۰\,\mathrm{keV}$، باشد. دراین صورت، سطح‌مقطع موج s نوترون ـ پروتون چقدر می‌شود؟

۱۱. نشان دهید که حالت تك‌تایهٔ نوترون ـ پروتون نامقید است، و انرژی این حالت را به‌دست آورید.

۱۲. امروزه پادپروتون ($\bar{\mathrm{p}}$) و پادنوترون ($\bar{\mathrm{n}}$) را درتعدادی‌ازشتابدهنده‌های دنیا می‌توان تولید کرد. خواص سیستمهای زیر را درمقایسه با سیستمهای مطرح شده در این فصل موردبحث قراردهید: (الف)حالت مقید $\bar{\mathrm{n}}\bar{\mathrm{n}}$، (ب)حالت مقید $\mathrm{n}\bar{\mathrm{p}}$، (ج) پراکندگی موج s در $\bar{\mathrm{n}}\mathrm{p}$، (د) پراکندگی $\bar{\mathrm{p}}\mathrm{p}$.

۱۳. معادلهٔ شرودینگر را با پتانسیلی که در معادلهٔ (۵۰.۴) برای پراکندگی موج s نوترون ـ پروتون داده شده است، حل کنید. عبارتی به‌دست آورید که رابطهٔ اختلاف فازموج s را با شعاع مغزدافعه نشان دهد، و مقدار شعاع مغز R_c را که باعث منفی شدن اختلاف فاز در شکل ۱۲.۴ می‌شود، پیدا کنید.

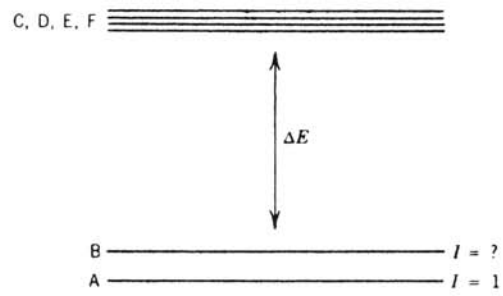
۱۴. در یکی از اندازه‌گیریهای سطح‌مقطع دیفرانسیلی pp، در انرژی آزمایشگاهی $۴۲۲\,\mathrm{MeV}$ و زاویهٔ‌پراکندگی آزمایشگاهی ۳۰°، نتیجهٔ $d\sigma/d\Omega = ۰.۱۱۱\,\mathrm{b/Sr}$ را به‌دست آورده‌ایم. اختلاف فاز موج s دراین مورد چقدر است؟

۱۵. فرض کنید که نیروی نوکلئون ـ نوکلئون قویتر، و حالتهای مقید دوترون به‌شرح زیر

---

۱. برای مروری برروشهای دوره‌ای حل این‌گونه معادلات رجوع کنید به
K. S. Krane, *Am. J. Phys.* **50**, 521 (1982).

باشد: حالت A همان حالت «شناخته‌شدهٔ» پایه است که خواص آن را در این فصل بررسی کردیم. حالت B خیلی به حالت A نزدیك است. بالاتراز حالتهای A و B و درفاصلهٔ زیاد ΔE ازآنها چهارحالت C، D، E، و F وجود دارند، وهیچ حالت دیگری در نزدیکی آنها نیست.



(الف) محتملترین مقدار تکانهٔ زاویه‌ای مداری نسبی نوکلئونها در حالت B چقدر است؟ سمتگیری نسبی اسپین ذاتی نوکلئونها درحالت B چیست، ومقدار منتجه تکانهٔ زاویه‌ای کل I درحالت B چقدر است؟

(ب) نوکلئونها درحالتهای C،D،E،وF، تکانهٔ زاویه‌ای مداری نسبی یکسان دارند (که باحالت A متفاوت است). حدسی قابل‌قبول ازاین مقدارتکانهٔ زاویه‌ای مداری ارائه کنید، و دلیل توجیهی خودتان را در این مورد شرح دهید.

(ج) با بررسی جفت‌شدگیهای ممکن بین تکانهٔ زاویه‌ای مداری و اسپین ذاتی این‌دو نوکلئون، نشان دهید که در چندتایهٔ برانگیخته باید فقط چهار حالت وجود داشته باشد. مقادیر چهارگانهٔ تکانهٔ زاویه‌ای کل I و پاریتهٔ آنها را تعیین کنید.

(د) به‌فرض آنکه فاصلهٔ انرژی ΔE عمدتاً از قسمت «مرکزگرای» پتانسیل حاصل شده باشد، مقدار ΔE را براوردکنید. سعی کنید انتخاب پارامترهایی که برای این براورد به‌کار می‌برید، قابل توجیه باشد.

۱۶. در آزمایشی که در آن نوترونهای کم‌انرژی (موج s) توسط پروتونها پراکنده می‌شوند، می‌خواهیم توزیع پروتونهای «پس‌زده» را اندازه‌گیری و تحلیل کنیم. زاویهٔ پراکندگی نوترون را در دستگاه مختصات آزمایشگاه θ می‌گیریم، و انرژی جنبشی نوترون فرودی را با T_n نشان می‌دهیم. (الف) نشان دهیدکه زاویهٔ خروج پروتونها نسبت به جهت نوترونهای فرودی برابر $\phi = ۹۰^\circ - \theta$ است. (ب) نشان دهید که در این فرایند $T'_n = T_n \cos^۲\theta$ و $T'_p = T_n \sin^۲\theta$ می‌شود. در اینجا مقصود از T' انرژی جنبشی پس از پراکندگی است. (ج) نشان دهید که رابطهٔ سطح‌مقطعها در دو دستگاه آزمایشگاه و مرکز جرم به‌صورت

$$(d\sigma/d\Omega)_{lab} = (۴\cos\theta)(d\sigma/d\Omega)_{cm}$$

است. (د) به‌فرض آنکه در دستگاه مرکز جرم پراکندگی مستقل ازجهت باشد، نشان دهید که در دستگاه آزمایشگاه داریم $d\sigma/dT'_{\mathrm{p}}=\sigma/T_{\mathrm{n}}$ که در آن σ سطح‌مقطع کل است. نتیجهٔ اخیر نشان می‌دهد که تعداد پروتونهایی که با انرژی معین $T'_{\mathrm{p}}(0\leqslant T'_{\mathrm{p}}\leqslant T_{\mathrm{n}})$ پس‌زده می‌شوند مستقل از مقدار انرژی T'_{p} است. (ه) توزیع زاویه‌ای پروتونهای پس‌زده را در دستگاه آزمایشگاه پیدا کنید.

۵

مدلهای هسته‌ای

اکنون در شرایطی هستیم که میل داریم ملاحظات فصل قبلی را به هسته‌های سنگین نیز گسترش دهیم. متأسفانه، هنگامی که به این عمل مبادرت می‌ورزیم، به چند مشکل بنیادی برخورد می‌کنیم. یکی از مشکلات این است که از لحاظ ریاضی در حل مسئلهٔ چندجسمی باکار دشواری روبه‌رو هستیم. اگردراین مورد هم برای پتانسیل هسته‌ای شکل فوق‌العاده ساده‌ای مانند پتانسیل چاه‌مربعی یا پتانسیل نوسانگرساده در نظر بگیریم، در اساس برای توصیف برهم‌کنش متقابل A نوکلئون می‌توانیم یك دستگاه معادلات مرتبط به دست آوریم. این دستگاه معادلات را نمی‌توان به طور تحلیلی حل کرد، بلکه با استفاده از روشهای عددی باید به‌حل آن پرداخت. مشکل دوم مسئله، به‌ماهیت نیروی هسته‌ای مربوط می‌شود. شواهد موجود نشان می‌دهد که برهم‌کنش نوکلئونها نه‌تنها از طریق نیروهای متقابل دوجسمی، بلکه از طریق نیروهای سه‌جسمی نیزصورت می‌گیرد. یعنی نیروی وارد برنوکلئون ۱ نه‌فقط به‌مواضع هر یك از نوکلئونهای ۲ و ۳ بستگی دارد، بلکه شامل یك جملهٔ اضافی است که از همبستگی بین مواضع نوکلئونهای ۲ و ۳ ناشی می‌شود. برای این نوع نیرو، در فیزیك کلاسیك نیروی مشابهی سراغ نداریم.

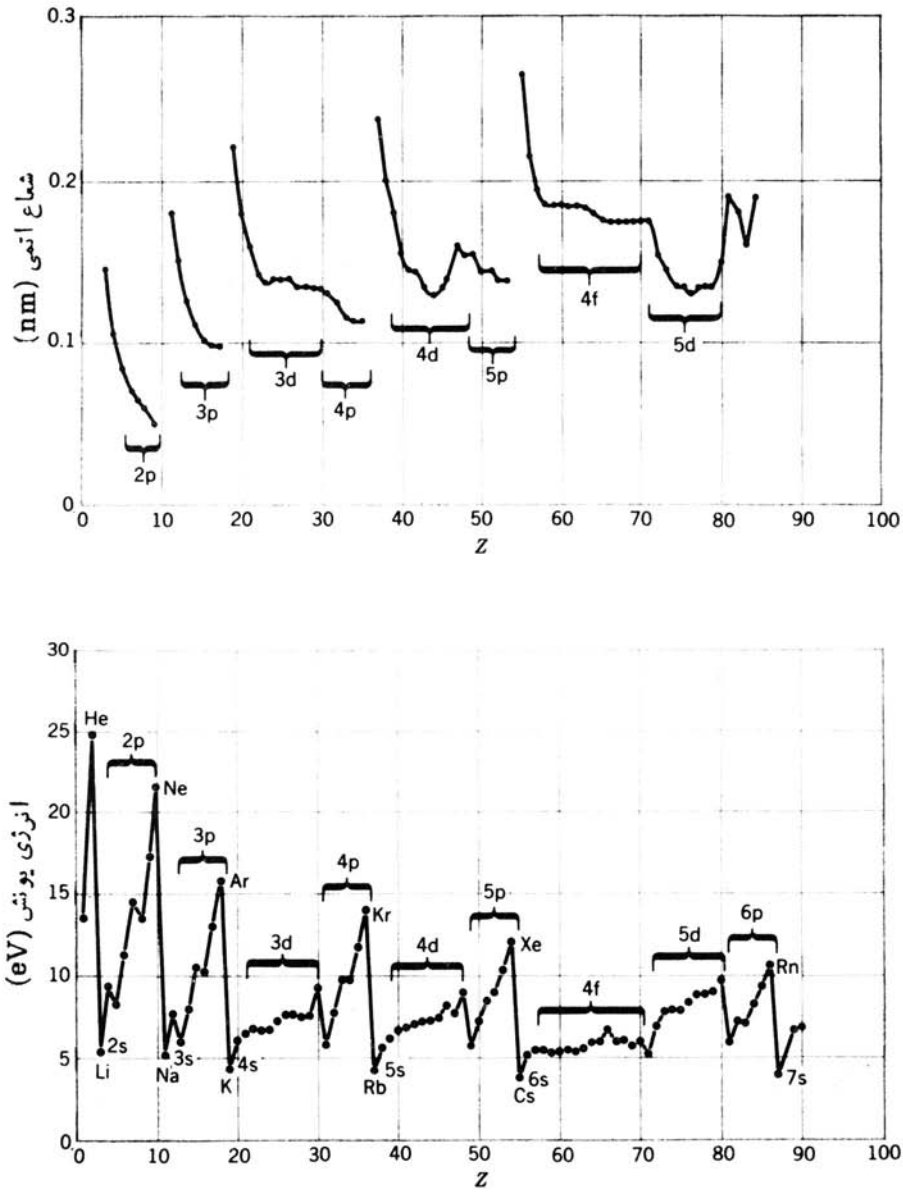
در اصل، برای به‌دست آوردن بعضی از پارامترهای مشخصهٔ نیروهای سه‌جسمی (همان طور که در بررسیهای دوجسمی در فصل ۴ دیدیم) می‌توانیم پراکندگی سیستم سه‌جسمی را به‌طورتجربی موردبررسی قراردهیم. اما خیلی زود معلوم می‌شودکه این‌گونه رهیافت میکروسکوپیك، به‌جای آنکه مبانی فیزیك هسته‌ها را برای ما روشنترکند، آن را

مبهمتر می‌کند. این عمل تاحدودی مثل آن است که با مطالعهٔ برهم‌کنشهای اتمهای موجود در یك حجم گازی و حل معادلات دینامیکی توصیف کنندهٔ نیروهای بین اتمی، بخواهیم خواص گاز را به‌طور میکروسکوپیك شرح دهیم. بیشتر شناخت ما از خواص گازها، از چند پارامترعمومی نظیر فشار و دما حاصل می‌شود نه از بررسی تفصیلی ومیکروسکوپیك اتمهای موجود در آن.

بنابراین، برای بررسی هسته‌ها رهیافت زیررا در پیش می‌گیریم. در اینجا عمداً یك نظریهٔ فوق‌العاده ساده راکه ازلحاظ ریاضی بدون مشکل وازلحاظ فیزیکی غنی باشد، انتخاب می‌کنیم. اگر این نظریه در توصیف دستکم چند خاصیت هسته‌ای نسبتاً موفق باشد، آنگاه با افزودن جمله‌های اضافی آن را تکمیل می‌کنیم. بدین ترتیب، یك مدل هسته‌ای می‌سازیم، یعنی چشم‌انداز ساده‌ای از ساختار هسته‌ای درنظر می‌گیریم که متضمن خصوصیات اصلی فیزیك هسته‌هاست. معیار موفقیت هر مدلی را باید در دو نکته دانست: (۱) مدل باید بتواند خواص هسته‌ای تاکنون اندازه‌گیری شده را به طور قابل قبولی توضیح دهد، و همچنین (۲) مدل باید خواص دیگری را پیش‌بینی کندکه در آزمایشهای جدیدی قابل اندازه‌گیری باشند. این شیوهٔ مدل‌سازی فرایندهای پیچیده، در بسیاری از عرصه‌های علمی رایج است. مدل‌سازی زیست‌ـشیمیدانها در مورد فرایندهای پیچیدهٔ تکثیر ژنها، ومدل‌سازی متخصصان هواشناسی درمورد دینامیك پیچیدهٔ جریانهای جوی که باعث تغییر آب و هوا می‌شود، نیز از همین قبیل است.

۱۰۵ مدل پوسته‌ای

نظریهٔ اتمی با استفاده از مدل پوسته‌ای توانسته است به‌طور کاملا روشن جزئیات پیچیدهٔ ساختار اتمها را توضیح‌دهد. به‌همین دلیل متخصصان فیزیك هسته‌ای، به‌امیدآنکه بتوانند به توصیف روشنی از خواص هسته‌ها دست یابند، سعی کردند در بررسی ساختار هسته‌ای از نظریهٔ مشابهی استفاده کنند. در مدل پوسته‌ای اتمها، پوسته‌ها را با الکترونهایی که انرژی‌شان به‌ترتیب افزایش می‌یابد پر می‌کنیم، واین آرایش الکترونی به‌گونه‌ای است که اصل طرد پاؤلی درآن رعایت می‌شود. بدین‌ترتیب، هراتمی متشکل‌است از یك ناحیهٔ مرکزی خنثی که پوسته‌های پردارد، و چند الکترون ظرفیت که در پوسته‌ای خارج از این ناحیهٔ مرکزی قرار می‌گیرند. در این مدل، فرض براین است که عمدتاً همین الکترونهای ظرفیت هستند که خواص اتمها را تعیین می‌کنند. هنگامی که پیش‌بینیهای این مدل را با بعضی از خواص اندازه‌گیری شدهٔ سیستمهای اتمی مقایسه می‌کنیم، آنها را بخوبی باهم سازگارمی‌یابیم. بویژه مشاهده می‌کنیم که تغییرات خواص اتمی در محدودهٔ هرزیرپوسته تدریجی و کم است، درحالی که وقتی ازیك زیرپوسته به زیرپوستهٔ دیگرمی‌رویم تغییرات خواص ناگهانی و زیاد است. اثرات تغییر زیرپوسته را بسرشعاع یونها و انرژی یونش عناصر، در شکل ۱۰۵ نشان داده‌ایم.



شکل ۱۰۵ تغییرات شعاع اتمی (در شکل بالا) و انرژی یونش عناصر (درشکل پایین) نشان داده شده است. تغییرات کم با پرشدن تدریجی پوستهٔ اتمی متناظراست، در حالی که تغییرات زیاد به‌گذار از یك پوسته به‌پوستهٔ دیگرمربوط می‌شود.

هنگامی که سعی می‌کنیم تا این مدل را به‌قلمرو هسته‌ای هم گسترش دهیم، از همان آغازکار باچند مانع روبه‌رو می‌شویم. درمورد اتمها، پتانسیل حاکم را میدان کولنی هسته تأمین می‌کند، یعنی یك عامل خارجی زیرپوسته‌ها یا «مدارها» را سازمان می‌دهد. در این حالت، معادلهٔ‌شرودینگر را باهمین پتانسیل می‌توان حل کرد، و انرژی زیرپوسته‌هایی راکه الکترونها باید در آنها قرارگیرند محاسبه کرد. امـا در مورد هسته هیچ عامل خارجیی وجود ندارد، و نوکلئونها در پتانسیلی که خودشان به‌وجود می‌آورند در حرکت‌اند.

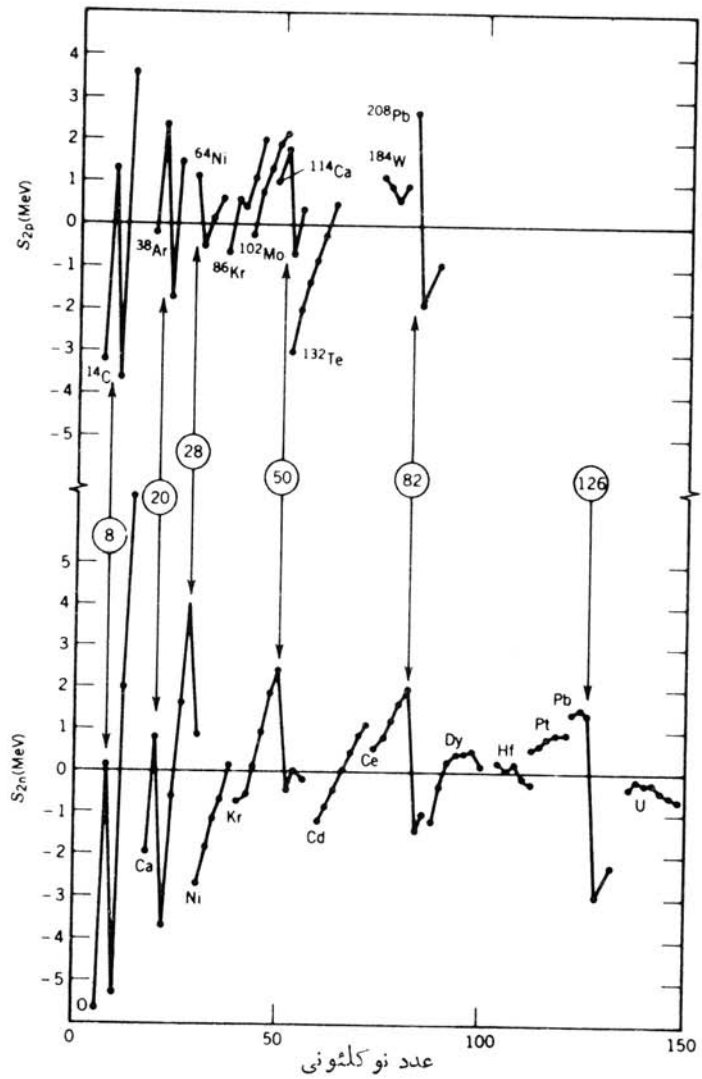
یکی دیگر از جنبه‌های جالب توجه نظریهٔ پوسته‌ای اتمها وجـود مدارهای فضایی است. خواص اتمها را اغلب برحسب مدارهـای فضایی الکترونهـا توصیف مـی‌کنیم. الکترونها می‌توانند نسبتاً آزادانه در این مدارها حرکت کنند، بدون اینکه برخوردی با الکترونهای دیگرداشته‌باشند. قطر نوکلئونها درمقایسه با اندازهٔ هسته نسبتاً بزرگ است. در حالی که هرنوکلئون منفرد در خلال حرکتش در هرمدار می‌تواند برخوردهای متعددی با نوکلئونهای دیگرداشته باشد، چگونه می‌توان نوکلئونها را در مدارهای کاملا مشخص در حرکت تصورکرد؟

درآغاز، شواهد تجربی وجود پوسته‌های هسته‌ای را ازنظر می‌گذرانیم. در شکل ۲.۵، مقادیراندازه‌گیری شدهٔ انرژی جدایی پروتون و نوترون را به صورت انحراف از مقادیرپیش‌بینی‌شده توسط فرمول نیمه‌تجربی جرم [معادلهٔ (۲۸.۳)] نشان داده‌ایم. (با این شیوهٔ نمایش، اختلاف زیاد بین بستگیهای هسته‌ای برطرف می‌شود واثرات پوسته به‌طور برجسته‌تری نمایان می‌شود.) شباهت بیـن این شکل و شکل ۱.۵ چشمگیر است: انرژی جدایی، مانند انرژی یونش دراتمها، به‌استثنای موارد افت سریع درمقابل بعضی‌ازاعداد پروتونی و نوترونی یکسان، به تدریج با افزایش N یا Z افزایش می‌یابد. توجه به‌این نکته ما را به این حدس می‌رساندکه شاید ناپیوستگیهای تیزانرژی جدایی (همانند مورد مشابه اتمی) با پرشدن پوسته‌های اصلی ارتباط داشته باشد. شواهد دیگری از چند نوع آزمایش را در شکل ۳.۵ نشان داده‌ایم. طرز رفتار ناگهانی و ناپیوستهٔ هسته‌ها در ایـن موارد هم در مقابل همان اعداد پروتونی یا نوترونییکـه در انرژی جدایی دیدیم اتفاق می‌افتد. این اعداد پروتونی یا نوترونی هسته‌هاییکه Z یا N آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، و ۱۲۶ است ومعرف اثرات پوسته‌های اصلی پرشده هستند را «اعداد جادویی» می‌گویند. هـر نظریهٔ موفقی باید بتواند برای وجود این پوسته‌های پر با اعداد اشغالی‌که برشمرده‌ایم، توضیحی قابل قبول فراهم‌کند.

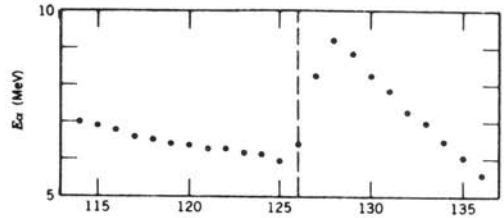
درمدل پوسته‌ای، مسئلهٔ پتانسیل‌هسته‌ای را با این فرض بنیادی حل می‌کنیم: حرکت هر نوکلئون منفرد را تحت تأثیر پتانسیل واحدی که نوکلئونهای دیگر همه در تولید آن شرکت دارند، در نظر می‌گیریم. اگر هر یك از نوکلئونها را به این نحو مورد بررسی قـرار دهیم، آنگاه برای تمامی نوکلئونهای موجود در هسته می‌توانیم ترازهای انـرژی متناظر به زیرپوسته‌ها را به‌دست آوریم.

وجود مدارهای فضایی مشخص را اصل پاؤلی تعیین می‌کند. فرض می‌کنیم که در

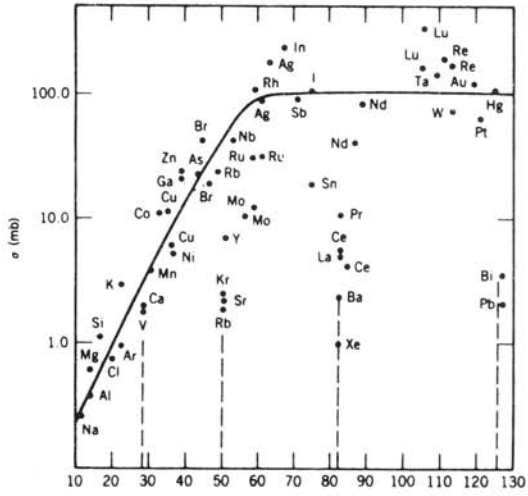
یك هستهٔ سنگین، تقریباً در ته‌چـاه پتانسیل، برخوردی بین دو نوکلئون صورت می‌گیرد و نوکلئونهـا هنگام برخورد با هم انرژی مبادله می‌کنند، اما اگر تمامی ترازهای انرژی



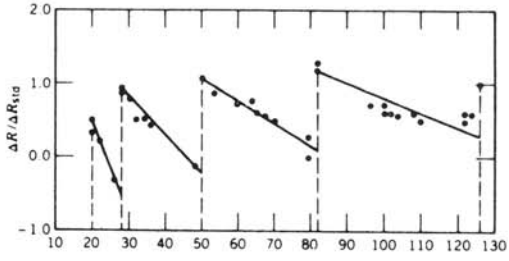
شکل ۲.۵ نمودار بالا: انرژی جدایی دوپروتونی در چند رشته از ایزوتونها (N ثابت). در هررشته‌هسته‌ای که کمترین Z را دارد مشخص‌شده‌است. نمودار پایین: انرژی جدایی دونوترونی درچندرشته ازایزوتوپها، تغییرات ناگهانی درمقابل «اعدادجادویی» به‌وضوح قابل‌مشاهده‌اند. دراین نمودار، اختلاف بین مقادیراندازه‌گیری‌شده و مقادیر پیش‌بینی شدهٔ فرمول نیمه‌تجربی جرم نشان داده شده است.



(الف) عدد نوترونی



(ب) عدد نوترونی



(ج) عدد نوترونی

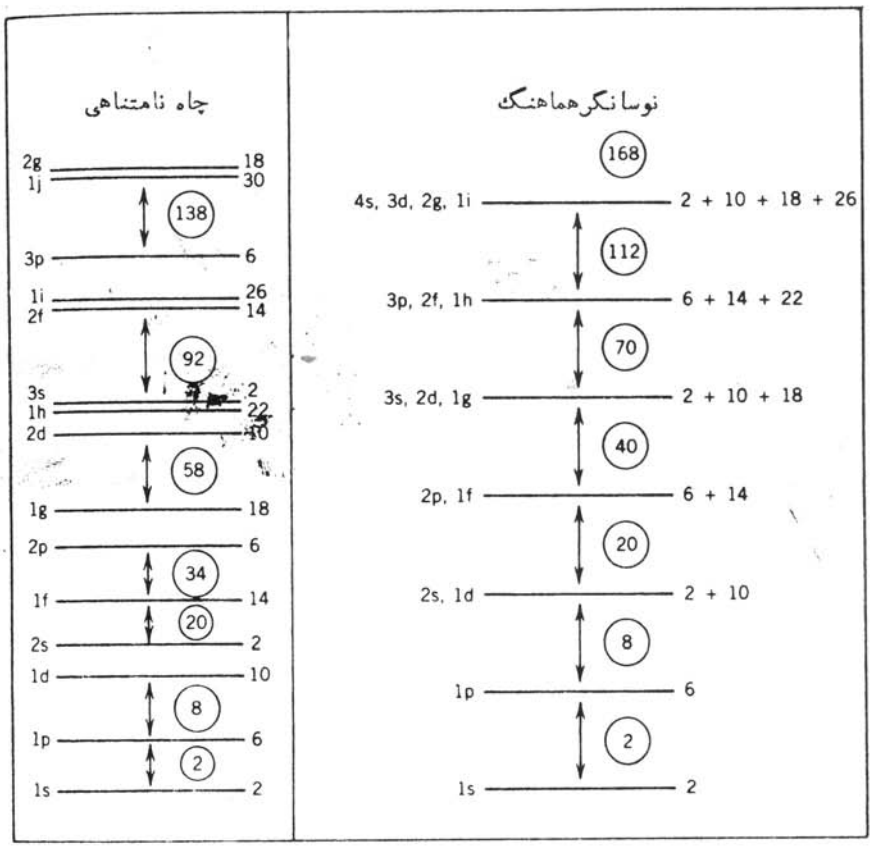
شکل ۳.۵ شواهد اضافی درتأیید ساختار پوسته‌ای هسته‌ها. (الف) انرژی ذرات آلفای گسیل شده از ایزوتوپهای مختلف Rn. بـه افزایش ناگهانی انرژی در **دختر هستهٔ** $N=126$ (یـا مادرهستهٔ $N=128$) توجه کنید. انـرژی بستگی دخترهسته هرچه بیشتر باشد، ذرهٔ آلفـا می‌تواند با انرژی زیادتری گسیل شود. (ب) سطح‌مقطع گیراندازی نوترون درهسته‌های مختلف. سطح‌مقطع در نواحی $N=50, 82, 126$ تقریباً به اندازهٔ دو مرتبهٔ بزرگی کاهش می‌یابد. (ج) تغییرات شعاع بـار هسته در فواصل $\Delta N=2$. بـه صعودهای ناگهانـی در نقاط $N=20, 28, 50, 82, 126$ توجه کنید وآن را با شکل ۱.۵ مقایسه‌کنید. برای برجسته کردن اثرات پوسته‌ای، اختلاف شعاع ΔR به اختلاف شعاع استاندارد حاصل از رابطهٔ $A^{1/3}$ تقسیم شده است.

تا تراز نوکلئونهای ظرفیت پرشده‌باشد، هیچ راهی برای کسب انرژی نوکلئون نمی‌ماند مگر آنکه مقدار انرژی به اندازه‌ای باشد کـه نوکلئون را به تراز ظرفیت برساند. سایر ترازهای نزدیکتر به تراز اولیهٔ نوکلئون همگی پرهستند و نمی‌توانند یك نوکلئون اضافی را بپذیرند. انرژی لازم برای این انتقال که از ترازی نزدیك به تراز پایه به‌نوار ظرفیت انجام می‌شود، بیشتر از مقداری است که معمولا در برخورد بین دو نوکلئون از یکی از آنها به‌دیگری منتقل می‌شود. ازاین‌رو، چنین برخوردی بین نوکلئونها نمی‌تواند صورت گیرد، وگویی نوکلئونها درحرکت مداری‌شان با هیچ‌گونه ممانعتی ازطرف نوکلئونهای درون هسته روبه‌رو نمی‌شوند!

پتانسیل مدل پوسته‌ای

نخستین گام در ارائهٔ مدل پوسته‌ای، انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است. در آغاز دو نوع پتانسیل چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ را درنظر می‌گیریم که حل معادلهٔ سه‌بعدی شرودینگر مربوط به‌آنها را در فصل ۲ دیدیم. ترازهای انرژی حاصل را در شکل ۴.۵ نشان داده‌ایم. همچنانکه در فیزیك اتمی دیدیم، واگنی هرتراز را تعداد نوکلئونهایی که می‌توانند در آن قـرار بگیرند تعیین می‌کند. بـه عبارت دیگر، واگنی هـر تراز برابر $(۱+۲l)$۲ می‌شود که در آن عامل $(۱+۲l)$ از طریق واگنی m_l، و عامل ۲ از طریق واگنی m_s حاصل شده است. بـرای نامگذاری این ترازها، مثـل مورد فیزیك اتمی، از نمادهای طیف‌نمودی استفاده می‌کنیم. امـا این نمادگذاری از یك نظر بـا فیزیك اتمی تفاوت دارد. در اینجا n عدد کوانتومی اصلی نیست، بلکه صرفاً شمارهٔ تراز مربوط به l مشخص را نشان می‌دهد. بنابراین ۱d به‌معنی اولین (یا پایینترین) حالت d، ۲d به‌معنی دومین حالت d است وهمین‌طور... . (در نمادگذاری فیزیك‌اتمی، هیچ حالتی به‌صورت ۱d یا ۲d نداریم.) درشکل ۴.۵، عدد اشغال هرتراز وتعداد جمعی نوکلئونهای متناظر به‌پوسته‌های اصلی‌کامل را هم نشان داده‌ایم. (نوترونها و پروتونها، چون ذرات نایکسان هستند، به‌طورجداگانه شمرده می‌شوند. بنابراین درتراز ۱s، علاوه‌بر۲نوترون، ۲پروتون هـم می‌تواند قرار گیرد.) ظهور اعـداد جادویی ۲، ۸، و ۲۰ در هـر دو نوع پتانسیل دل‌گرم کننده است، ولی در ترازهای انرژی بالاتر هیچ‌گونه ارتباطی با اعداد جادویی تجربی به‌چشم نمی‌خورد.

به‌عنوان اولین‌گام در اصلاح مدل، سعی می‌کنیم پتانسیل واقع‌بینانه‌تری را انتخاب کنیم. چاه نامتناهی، بنابردلایلی، تقریب خوبی برای پتانسیل هسته‌ای نیست: برای جـدا کردن یك نوترون یا پروتون از هسته، با صرف انرژی کافی باید بتوانیم آن را از چاه خارج کنیم. دراین‌صورت، عمق چاه نمی‌تواند بی‌نهایت باشد! بعلاوه، لبهٔ پتانسیل‌هسته‌ای نباید تیز باشد بلکه مثل توزیع بار و جرم هسته‌ای، مقدار پتانسیل بعد از شعاع میانگین R باید به آهستگی به‌سوی صفر میل کند. از طرف دیگر، پتانسیل نوسانگر هماهنگ هم

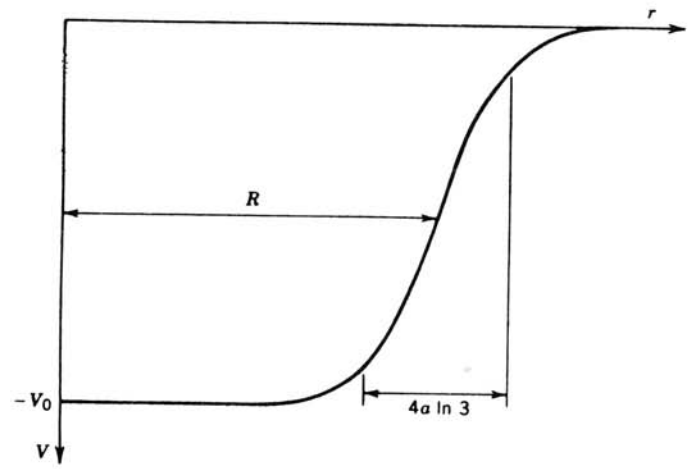


شکل ۴.۵ ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیلهای چاه نامتناهی و نوسانگرهماهنگ. ظرفیت هر تراز را درسمت راست آن نشان داده‌ایم. فاصلهٔ زیاد بین ترازها را ناشی از پرشدن پوسته‌ها می‌دانیم. اعداد درون دایره‌ها نشانگر تعداد کل نوکلئونهای موجود در پوسته‌های پرهستند.

لبه‌اش به‌قدر کافی تیز نیست و انرژی جدایی آن نیز بی‌نهایت می‌شود. از این‌رو، شکل واقع‌بینانه‌تر پتانسیل را به‌صورت بینابینی

$$V(r)=\frac{-V_{\circ}}{1+\exp[(r-R)/a]} \qquad (۱.۵)$$

انتخاب می‌کنیم که منحنی نمایش آن درشکل ۵.۵ رسم شده است. پارامترهای R و a به‌ترتیب شعاع میانگین وضخامت پوست هستند که مقادیرشان طبق اندازه‌گیریهای مذکور در فصل ۳ انتخاب می‌شود: $R=1.25A^{1/3}$ fm و $a=0.524$ fm. عمق چاه $V_{\circ}$ چنان تنظیم می‌شود که برای انرژیهای جدایی که از مرتبهٔ ۵۰ MeV است، مقادیرمناسبی



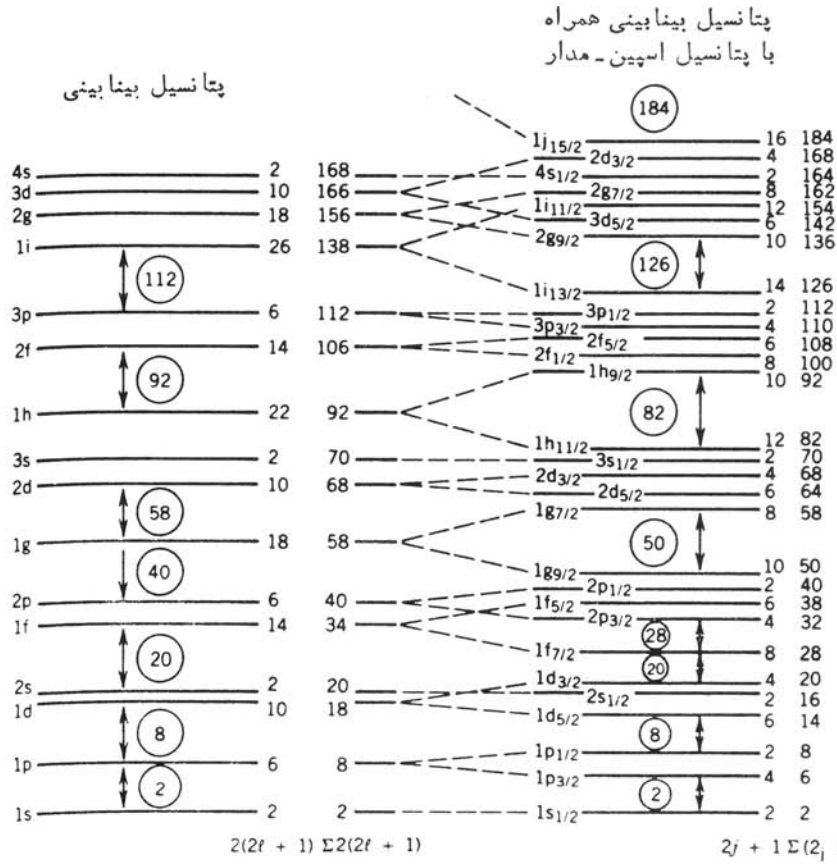
شکل۵.۵ شکل واقع‌بینانهٔ پتانسیل درمدل‌پوسته‌ای. «ضخامت پوست» $4a \ln 3$ برابرفاصله‌ای است که درطی آن پتانسیل از $0.9V_0$ به $0.1V_0$ کاهش می‌یابد.

به‌دست آید. ترازهای انرژی حاصل را درشکل ۶.۵ نشان داده‌ایم. نتیجهٔ پتانسیل جدید، درمقایسه با نوسانگر هماهنگ (شکل ۴.۵)، این است که واگنی l را در پوسته‌های اصلی بر طرف می‌کند. هرچه به طرف انرژیهای بالاتر پیش می‌رویم، فاصلهٔ ایجادشده در این مورد بیشتروبیشتر می‌شود، به‌طوری که سرانجام این فاصله بافاصلهٔ بین ترازهای نوسانگر هماهنگ قابل مقایسه خواهد شد. وقتی پوسته‌های حاصل را به ترتیب با $2(2l+1)$ نوکلئون پر می‌کنیم، بازهم اعداد جادویی ۲، ۸، و ۲۰ را به‌دست می‌آوریم، ولی اعداد جادویی بالاتر را نمی‌توان با این محاسبات پیدا کرد.

پتانسیل اسپین ـ مدار

این پتانسیل را چگونه می‌توانیم اصلاح کنیم تاهمهٔ اعداد جادویی را ازآن به‌دست‌آوریم؟ چون نمی‌خواهیم محتوای فیزیکی مدل را از بین ببریم، مسلماً نمی‌توانیم تغییر زیادی در پتانسیل واردکنیم. دلایل توجیهی معادلهٔ (۱.۵) را به عنوان یك حدس خوب پتانسیل هسته‌ای قبلا ارائه کردیم. بنابراین، برای بهبود محاسبات لازم است که جمله‌های مختلفی به معادلهٔ (۱.۵) افزوده شود. در دههٔ ۱۹۴۰ تلاشهای نافرجام زیادی برای یافتن این جملهٔ تصحیحی صورت گرفت و سرانجام مایر، هاکسل، سوئس، و جنسن در سال ۱۹۴۹ موفق شدند که با افزودن یك پتانسیل اسپین ـ مدار فاصله‌های مناسبی بین زیرپوسته‌ها به‌دست آورند.

دراینجا، باردیگر به‌فیزیك اتمی روی می‌آوریم و یکی دیگرازمفاهیم آن را به‌کار می‌گیریم. برهم‌کنش اسپین ـ مدار در فیزیك اتمی که مولد ساختار ریز مشاهده‌شده در



شکل ۶.۵ در نمـودار چپ، ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل شکل ۵.۵ را نشان داده‌ایم. درسمت‌راست هر تراز، ظرفیت نوکلئونی تراز وتعدادکل نوکلئونهای منتهی به‌آن‌تراز مشخص شده است. نمودار سمت راست، تأثیر برهم‌کنش اسپین ـ مدار را به صورت شکافتگی ترازهای $l > 0$ و تبدیل آنها به دو تراز جدید نشان می‌دهد. اثر پوسته‌ای کاملا نمایان شده است، و اعداد جادویی دقیقاً بازتولید شده‌اند.

خطوط طیفی است، از برهم‌کنش الکترومغناطیسی بین‌گشتاور مغناطیسی الکترون ومیدان مغناطیسی ناشی از حرکت الکترون به دور هسته حاصل می‌شود. اثر این برهم‌کنش نوعاً خیلی کوچك و شاید از مرتبهٔ یك قسمت از 10^5 قسمت فاصلهٔ بین ترازهای اتمی است. هیچ برهم‌کنش الکترومغناطیسیی از این نوع نخواهد توانست تغییرات محسوسی را در فواصل تراز هسته‌ای ایجاد و اعداد جادویی تجربی را بازتولید کند. با وجود این، در اینجا مفهوم نیروی اسپین ـ مدار هسته‌ای را به‌همان صورت نیروی اسپین ـ مدار اتمـی، ولی نه از نوع الکترومغناطیسی آن، درنظر مـی گیریم. در واقع، با توجه به آزمایشهای

پراکندگی در فصل ۴، شواهدی قوی در دست داریم که حاکی از وجود نیروی اسپین ـ مدار در برهم‌کنش نوکلئون ـ نوکلئون است.

برهم‌کنش اسپین ـ مدار را به‌صورت $V_{so}(r)\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$ درنظر می‌گیریم، ولی شکل $V_{so}(r)$ خیلی مهم نیست. این عامل $\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$ است که باعث تجدید سازمان ترازها می‌شود. همچنانکه در فیزیك اتمی دیدیم، حالتها را در حضور برهم‌کنش اسپین ـ مدار باید با تکانهٔ زاویه‌ای کل $\mathbf{j}=\mathbf{l}+\mathbf{s}$ نشانه‌گذاری کنیم. عدد کوانتومی اسپین هر نوکلئون برابر $s=۱/۲$ است، پس مقادیر ممکن برای عدد کوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای کل عبارت‌اند از $j=l+۱/۲$ و $j=l-۱/۲$ (البته به استثنای مورد $l=۰$ که در آن فقط مقدار $j=۱/۲$ مجاز است). مقدار انتظاری $\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$ را با استفاده از یك شگرد متداول می‌توان محاسبه کرد. نخست، مقدار $\mathbf{j}^۲=(\mathbf{l}+\mathbf{s})^۲$ را به‌دست می‌آوریم

$$\begin{aligned}\mathbf{j}^۲&=\mathbf{l}^۲+۲\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}+\mathbf{s}^۲\\ \mathbf{l}\cdot\mathbf{s}&=\frac{۱}{۲}(\mathbf{j}^۲-\mathbf{l}^۲-\mathbf{s}^۲)\end{aligned}\qquad(۲.۵)$$

با قرار دادن مقادیر انتظاری در این معادله، حاصل می‌شود

$$\langle\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\rangle=\frac{۱}{۲}[j(j+۱)-l(l+۱)-s(s+۱)]\hbar^۲\qquad(۳.۵)$$

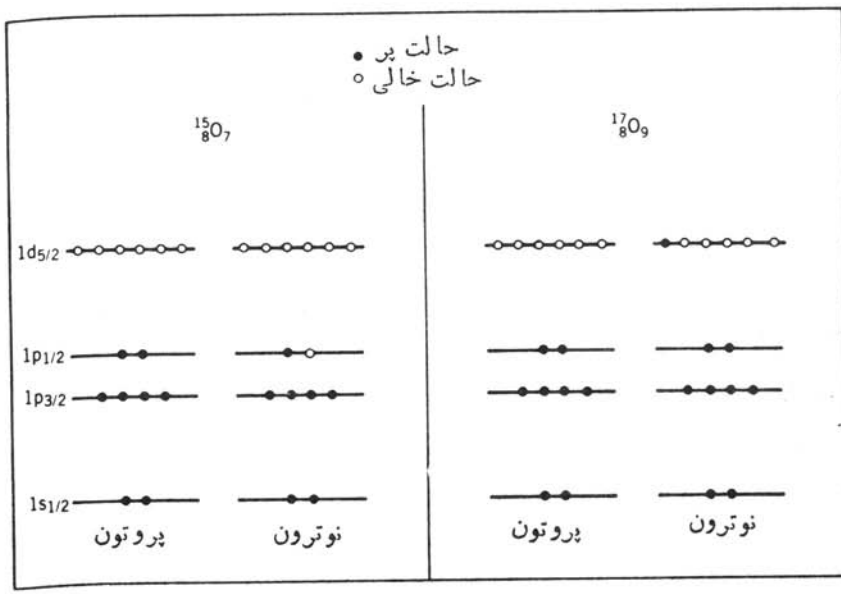
اکنون تراز $۱\,f$ $(l=۳)$ را که دارای واگنی $۱۴=(۲l+۱)۲$ است درنظر می‌گیریم. مقادیر ممکن برای j در این تراز عبارت‌اند از $l\pm۱/۲=۵/۲, ۷/۲$. بنابراین، ترازهای مورد نظر به‌صورت $۱\,f_{۵/۲}$ و $۱\,f_{۷/۲}$ خواهند بود. واگنی هر تراز برابر $(۲j+۱)$ است که از مقادیر m_j حاصل می‌شود. (در حضور برهم‌کنش اسپین ـ مدار، m_s و m_l دیگر اعداد کوانتومی «خوب» به حساب نمی‌آیند و نمی‌توان آنها را برای نمایاندن حالتها یا شمردن واگنیها به‌کار برد.) در این صورت، ظرفیت نوکلئونی تراز $۱\,f_{۵/۲}$ برابر ۶ وظرفیت $۱\,f_{۷/۲}$ برابر ۸ می‌شود که از جمع آنها مجدداً تعداد ۱۴ حالت به دست می‌آید (تعداد حالتهای ممکن باید حفظ شود، فقط نحوهٔ دسته‌بندی آنها را تغییر داده‌ایم). فاصلهٔ انرژی بین حالتهای $۱\,f_{۵/۲}$ و $۱\,f_{۷/۲}$، که زوج اسپین ـ مدار یا دوتایه نامیده می‌شوند، متناسب بامقدار $\langle\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\rangle$ است. در واقع می‌توان اختلاف انرژی هرزوج حالتی را که در آن $l>۰$ باشد، به‌کمك معادلهٔ (۳.۵) محاسبه کرد

$$\langle\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\rangle_{j=l+۱/۲}-\langle\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\rangle_{j=l-۱/۲}=\frac{۱}{۲}(۲l+۱)\hbar^۲\qquad(۴.۵)$$

شکافتگی (یا فاصلهٔ) انرژی بین حالتها با افزایش l افزایش می‌یابد. حال اگر اثر $V_{so}(r)$ را به‌صورت منفی درنظر بگیریم، عضوی از زوج که مقدار j در آن بزرگتر است در سطح

پایینتر قرار خواهد گرفت. اثر این شکافتگی را در نمودار شکل ۶.۵ نشان داده‌ایم. در اینجا، تراز $f_{7/2}$ ۱ در فاصلهٔ (یا گاف) بین پوسته‌های دوم و سوم قرار می‌گیرد. ظرفیت این تراز برابر ۸ نوکلئون است، و بدین‌سان عدد جادویی ۲۸ از آرایش جدید حاصل خواهد شد. (شکافتگیهای dو p به‌اندازه‌ای نیستند که تغییرات مهمی در دسته‌بندی ترازها به‌وجود آورند.) اثر مهم بعدی ناشی از جملهٔ تصحیحی اسپین ـ مدار را در تراز g ۱ می‌بینیم. حالت $g_{9/2}$ ۱ آن‌قدر به پایین رانده می‌شود که در پوستهٔ اصلی پایینتر قرار می‌گیرد، و وقتی ظرفیت ۱۰ نوکلئونی آن به‌پوستهٔ ۴۰ نوکلئونی قبلی افزوده می‌شود، عدد جادویی ۵۰ به دست می‌آید. این اثر روی پوسته‌های اصلی دیگر نیز تکرار می‌شود. در هر یك ازاین‌موارد، عضو کم‌انرژی‌تر زوج اسپین ـ مدار ازپوستهٔ بعدی به‌پوستهٔ قبلی تنزل‌می‌کند، و بدین ترتیب باقیماندهٔ اعداد جادویی هم طبق انتظار به دست می‌آیند (حتی یك عدد جادویی جدید، ۱۸۴، هم پیش‌بینی می‌شود که هنوز در عمل مشاهده نشده است.)

برای بررسی نمونه‌ای از کاربرد مدل پوسته‌ای، نحوهٔ پرشدن ترازهای انرژی را در تشکیل هسته‌های $^{15}_{8}O$ و $^{17}_{8}O$ درنظر می‌گیریم. در هر دو مورد، تعداد ۸ پروتون در یك پوستهٔ اصلی قرار می‌گیرد و نقشی در ساختار هسته‌ای ندارد. پرشدن ترازهای انرژی در نمودار شکل ۷.۵ نشان داده شده است. مدل پوسته‌ای در نهایت به این نتیجه می‌رسد که فقط نوکلئون تزویج‌نشده در تعیین خواص هسته دخالت دارد. نوترون تزویج‌نشده در هستهٔ ^{15}O در تراز $p_{1/2}$ قرار دارد. بنابراین، حالت پایهٔ ^{15}O را باید با اسپین ۱/۲



شکل ۷.۵ پرشدن پوسته‌ها در ^{15}O و ^{17}O. ترازهای کامل پروتونی در ساختارهسته دخالتی ندارد. خواص حالت پایه را عمدتاً نوترون منفرد تعیین می‌کند.

و پاریتهٔ فرد پیش‌بینی کنیم، زیرا پاریته از $(-1)^l$ به دست می‌آید. حالت پایهٔ ^{17}O را با مشخصات یك نوترون منفرد در تراز $d_{5/2}$، یعنی اسپین ۵/۲ و پاریتهٔ زوج، تعیین می‌کنیم. این دو پیش‌بینی دقیقاً با آنچه در عمل برای اسپین و پاریته مشاهده می‌شود، سازگاری دارند. در واقع، در گستره‌ای که مدل پوسته‌ای برای هسته‌های A فرد اعتبار دارد (به دلایلی که بعداً در همین فصل خواهیم دید، عموماً برای هسته‌هایی که در آنها $A<۱۵۰$ و $۱۹۰<A<۲۲۰$ است)، با چنین سازگاریهایی بین پیش‌بینی مدل و مشاهدات تجربی روبه‌رو می‌شویم. این موفقیت در پیش‌بینی اسپین و پاریتهٔ حالت پایهٔ هسته‌ها را باید پیروزی بزرگی برای مدل پوسته‌ای به‌شمار آورد.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

یکی دیگرازموارد سازگاری قابل‌قبول (ولی نه‌چندان دقیق) بین خواص هسته‌ای مشاهده شده و پیش‌بینی مدل پوسته‌ای، مورد گشتار دوقطبی مغناطیسی است. چنانکه در فصل ۳ دیدیم، گشتاور مغناطیسی را ازطریق مقدار انتظاری عملگرگشتاورمغناطیسی در حالتی که تصویر z تکانهٔ زاویه‌ای حداکثر مقدارش را دارد، محاسبه می‌کنیم. بنابراین، با درنظر گرفتن هر دو جملهٔ l و s باید مقدار زیررا در حالی‌که $j_z=j\hbar$ است، به‌دست آوریم

$$\mu=\mu_N\frac{g_l l_z+g_s s_z}{\hbar} \qquad (۵.۵)$$

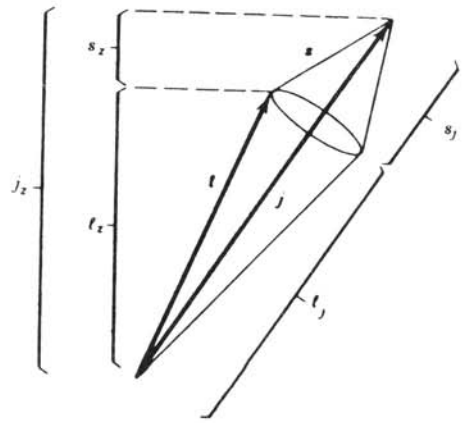
این مقدار را به‌طور مستقیم نمی‌توان تعیین‌کرد. زیرا، وقتی در سیستمی که در آن j دقیقاً تعریف شده‌است کار می‌کنیم، مقادیر l_z و s_z دقیقاً مشخص نیستند. این عبارت رابا استفاده از $\mathbf{j}=\mathbf{l}+\mathbf{s}$ می‌توان به‌صورت زیرنوشت

$$\mu=\frac{[g_l j_z+(g_s-g_l)s_z]\mu_N}{\hbar} \qquad (۶.۵)$$

و چنانچه مقدار انتظاری آن را در حالت $j_z=j\hbar$ درنظر بگیریم، خواهیم داشت

$$\langle\mu\rangle=\left[\frac{g_l j+(g_s-g_l)\langle s_z\rangle}{\hbar}\right]\mu_N \qquad (۷.۵)$$

مقدار انتظاری $\langle s_z\rangle$ را با یادآوری این نکته که $\mathbf{j}$ تنها بردار مورد توجه در این مسئله است (بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ تنها در ارتباطشان با $\mathbf{j}$ درنظر گرفته می‌شوند)، به‌آسانی می‌توان محاسبه‌کرد. وقتی‌که به‌طورمشخص $\langle s_z\rangle$ رامحاسبه می‌کنیم، همچنانکه ازنمودار برداری شکل ۸.۵ استنباط می‌شود، تنها قسمتی‌که باقی می‌ماند همان مؤلفهٔ $\mathbf{s}$ در امتداد $\mathbf{j}$ است. مقدار لحظه‌ای s_z تغییر می‌کند، اما مؤلفهٔ آن در امتداد $\mathbf{j}$ ثابت می‌ماند. بنابراین، برای بردار $\mathbf{s}_j$ که مؤلفهٔ $\mathbf{s}$ درامتداد $\mathbf{j}$ است، باید بتوانیم عبارتی به دست آوریم. بردار یکهٔ



شکل ۸.۵ همان‌طور که بردار تکانهٔ زاویه‌ای کل $\mathbf{j}$ با ثابت ماندن j_z با حرکت تقدیمی به‌دور محور z درگردش است، بردارهای $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ هم حول j درگردش‌اند. مؤلفه‌های $\mathbf{l}$ و $\mathbf{s}$ در امتداد $\mathbf{j}$ ثابت می‌مانند، ولی l_z و s_z تغییر می‌کنند.

امتداد $\mathbf{j}$ برابر $\mathbf{j}/|\mathbf{j}|$، و مؤلفهٔ $\mathbf{s}$ در امتداد $\mathbf{j}$ برابر $|\mathbf{s}\cdot\mathbf{j}|/|\mathbf{j}|$ است. بنابراین، بردار $\mathbf{s}_j$ برابر $\mathbf{j}|\mathbf{s}\cdot\mathbf{j}|/|\mathbf{j}|^2$ می‌شود که با قرار دادن مقادیر انتظاری خواهیم داشت

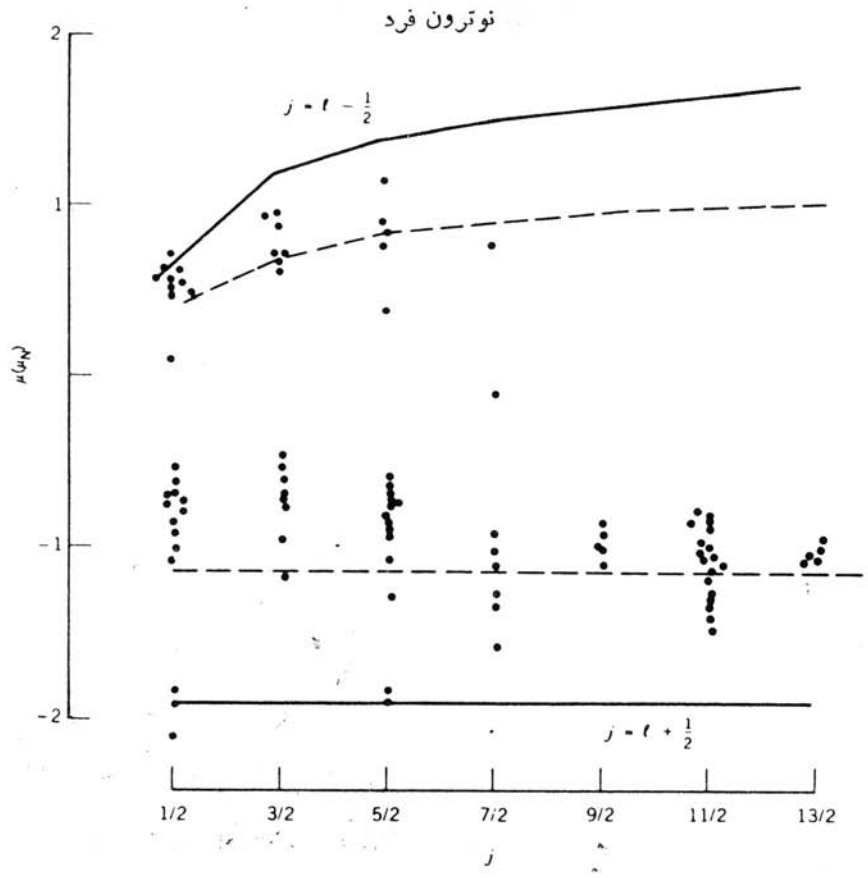
$$\langle s_z\rangle=\frac{j}{2j(j+1)}[j(j+1)-l(l+1)+s(s+1)]\hbar \qquad (۸.۵)$$

که در آن $\mathbf{s}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{s}\cdot(\mathbf{l}+\mathbf{s})$ به کمک معادلهٔ (۳.۵) محاسبه می‌شود. پس برای $j=l+1/2$ داریم $\langle s_z\rangle=\hbar/2$، و برای $j=l-1/2$ داریم $\langle s_z\rangle=-\hbar j/2(j+1)$. گشتاورهای مغناطیسی متناظر به‌این مقادیر عبارت‌اند از

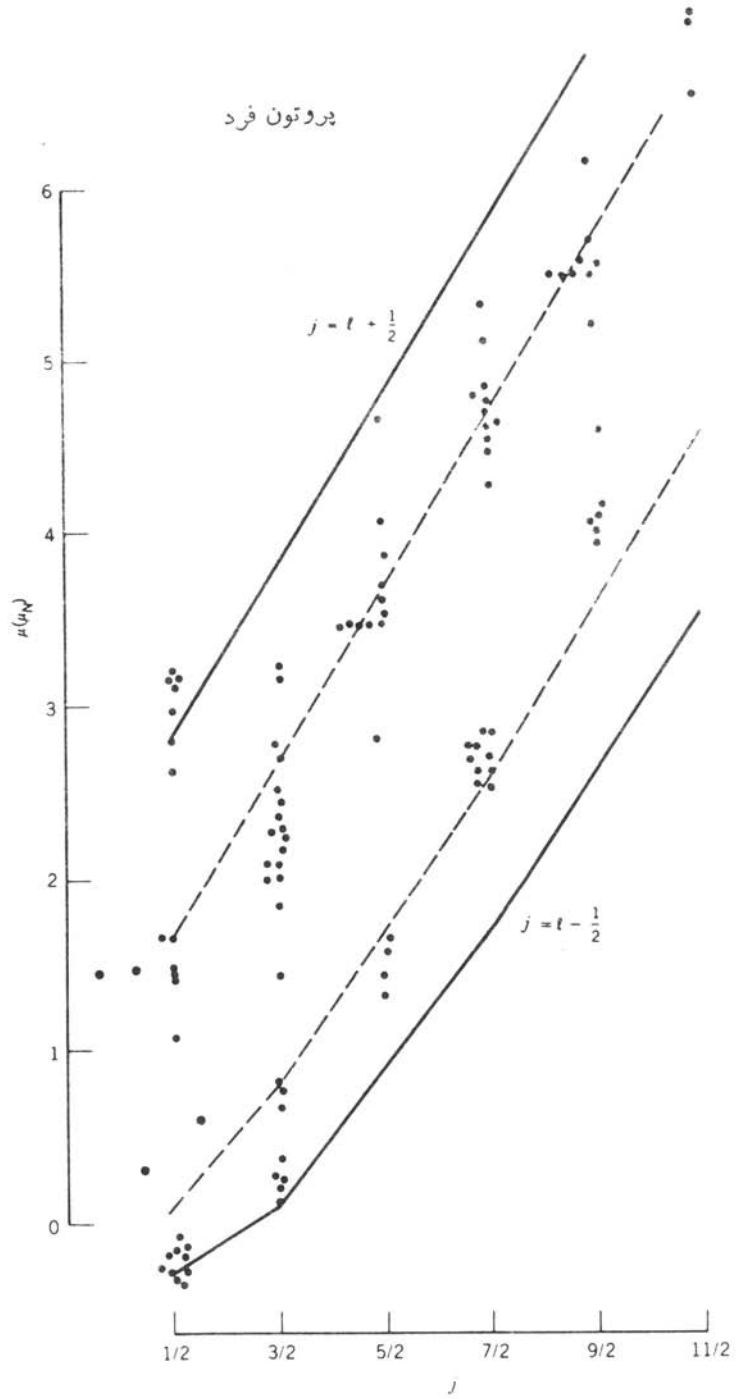
$$\begin{aligned} j&=l+\tfrac{1}{2} \qquad \langle\mu\rangle=\left[g_l\left(j-\tfrac{1}{2}\right)+\tfrac{1}{2}g_s\right]\mu_N \\ j&=l-\tfrac{1}{2} \qquad \langle\mu\rangle=\left[g_l\frac{j(j+3/2)}{(j+1)}-\frac{1}{2}\frac{1}{j+1}g_s\right]\mu_N \end{aligned} \qquad (۹.۵)$$

نتایج اندازه‌گیری‌شدهٔ گشتاورهای مغناطیسی را با مقادیر حاصل از محاسبات مبتنی بر مدل پوسته‌ای برای هسته‌های A فرد در شکل ۹.۵ مقایسه کرده‌ایم. مقادیر محاسبه‌شده به‌صورت خطوط پرکه خطوط اشمیت نامیده می‌شوند نموده شده‌اند. این محاسبه را نخستین بار اشمیت درسال ۱۹۳۷ انجام داد. مقادیر تجربی که در محدودهٔ خطوط اشمیت قراردارند، بزرگی‌شان عموماً کوچکتر و پراکندگی‌شان خیلی زیاد است. یکی از نقصهای این نظریه، قبول این فرض است که عامل g_s نوکلئون موجود در هسته را با g_s نوکلئون آزاد برابر می‌گیرد. در فصل ۳ اختلاف قابل توجه بین عامل اسپینی g مربوط به نوکلئونها و مقدار انتظاری ۲ را برای ذرهٔ «بنیادی» با اسپین $1/2$ شرح دادیم. اگر این اختلاف قابل‌توجه را ناشی از «ابر مزونی» اطراف نوکلئون بدانیم، جای هیچ تعجبی نیست که ابر مزونی

درون هسته که در آن مزونها و نوکلئونهای دیگر هم حضور دارند، با ابرمزونی نوکلئون آزاد تفاوت داشته‌باشد. معمولا این اثررا با کاهش (تقریباً اختیاری) عامل g_s درمحاسبه وارد می‌کنند کـه برای نمونه خطوط متناظر به (آزاد) g_s را در شکل ۹.۵ $g_s = 0.6 g_s$ نشان داده‌ایم. دراین صورت، سازگاری کلی بین مقادیر تجربی و نظری بهتر می‌شود، ولی پراکندگی نقاط حاکی از آن است که محاسبهٔ گشتاورمغناطیسی دراین مدل بیش از حد ساده درنظر گرفته شده‌است. با وجود این، موفقیت محاسبه درنشان دادن روندکلی مقادیر تجربی گشتاورهای مغناطیسی، دال برآن است که مدل پوسته‌ای می‌تواند دستکم درکی تقریبی از ساختار این‌گونه هسته‌ها به‌دست بدهد.



شکل ۹.۵ مقادیرتجربی گشتاورمغناطیسی هسته‌های نوترون فرد و پروتون فرد مدل پوسته‌ای. خطوط اشمیت را برای (آزاد) $g_s = g_s$ به صورت خطوط پر، و برای (آزاد) $g_s = 0.6 g_s$ به‌صورت خط‌چین نشان داده‌ایم.


پروتون فرد
$j = l + \frac{1}{2}$
$j = l - \frac{1}{2}$
$\mu(\mu_N)$
0
1
2
3
4
5
6
1/2
3/2
5/2
7/2
9/2
11/2
j

شکل ۹.۵ (ادامه).

گشتاور چارقطبی الکتریکی

گشتاور چارقطبی الکتریکی درمدل پوسته‌ای به‌کمك عملگر چارقطبی الکتریکی $3z^2-r^2$، درحالتی که تصویر تکانهٔ زاویه‌ای کل ذرهٔ فرد درامتداد محور z بیشینه (یعنی $m_j=+j$) است، محاسبه می‌شود. در اینجا فرض می‌کنیم کـه ذرهٔ فرد یك پروتون است. اگر تکانهٔ زاویه‌ای این ذره (تاحدی که درمکانیك کوانتومی مجاز است) درامتداد محور z قرار گیرد، مـدار درون آن باید عمدتاً در صفحهٔ xy قرار داشته باشد. همچنانکه در بحث پس از معادلـهٔ (۳۶.۳) گفتیم، در این صورت گشتاور چارقطبی منفی و از مرتبهٔ $-\langle r^2\rangle$ $Q\approx$ خواهد بود. بعضی از مقادیر تجربی گشتاورچارقطبی هسته‌هایی که یك پروتون بعد از یك زیرپوستهٔ کامل دارند، در جدول ۱۰۵ نشان داده شده است. مقـدار $\langle r^2\rangle$ درگسترهٔ بیـن $0.3\,b$ تا $0.5\,b$، بنـه ترتیب بـرای هسته‌های $A=7$ تا $A=209$، تغییر می‌کند. از این‌رو، سازگاری بین مقادیرتجربی وانتظاری را باید خوب بدانیم.

محاسبهٔ دقیقترکوانتوم مکانیکی، گشتاورچارقطبی تك‌ذره‌ای یك پروتون فرد را در حالت j مدل پوسته‌ای چنین به‌دست می‌دهد

$$\langle Q_{sp}\rangle=-\frac{2j-1}{2(j+1)}\langle r^2\rangle \qquad (10.5)$$

برای یك کرهٔ باردار یکنواخت داریم $\langle r^2\rangle=(3/5)R^2=(3/5)R_0^2A^{2/3}$. با استفاده از این نتایج می‌توان گشتاور چارقطبی هسته‌های موجود در جدول ۱۰۵ را محاسبه کرد. علامت مقادیر محاسبه‌شده به‌درستی به‌دست می‌آید، ولی اندازهٔ آنها به‌میزان ۲ تا ۳ برابر کوچکتر است.

درمورد هسته‌هایی‌که یك نوترون فرد دارند، دردسر بزرگتری داریم. نوترون بدون بار درخارج ازیك زیرپوستهٔ کامل نباید مولدگشتاورچارقطبی باشد. باتوجه به‌جدول۱۰۵ معلوم می‌شود که مقادیر مربوط به نوترون فرد عموماً از مقادیر مربوط بـه پروتون فرد کوچکترند، ولی مسلم است‌که این مقادیر برابر صفرنیستند.

هنگامی‌که یك زیرپوسته بیش از یك ذرهٔ منفرد داشته باشد، تمام ذرات موجود در زیرپوسته می‌توانند در تولید گشتاور چارقطبی شرکت کنند. چون ظرفیت هر زیرپوسته برابر $(2j+1)$ است، تعداد نوکلئونهای موجود در زیرپوستهٔ پرنشده از ۱ تا $2j$ نوکلئون تغییر می‌کند. گشتاور چارقطبی دراین حالت عبارت است از

$$\langle Q\rangle=\langle Q_{sp}\rangle\left[1-2\frac{n-1}{2j-1}\right] \qquad (11.5)$$

کـه در آن n تعداد نوکلئونهای موجـود در زیرپوسته $(1\leqslant n\leqslant 2j)$ و Q_{sp} گشتاور چارقطبی ذرهٔ منفرد است که از معادلهٔ (۱۰۵) به دست می‌آید. هنگامی‌که $n=1$ باشد داریم $Q=Q_{sp}$، ولی وقتی‌که $n=2j$ باشد (یعنی زیرپوسته‌ای‌که ازحالت کاملا پرفقط یك نوکلئون کمتردارد) داریم $Q=-Q_{sp}$. درجدول۱۰۵ گشتاورهای چارقطبی مربوط

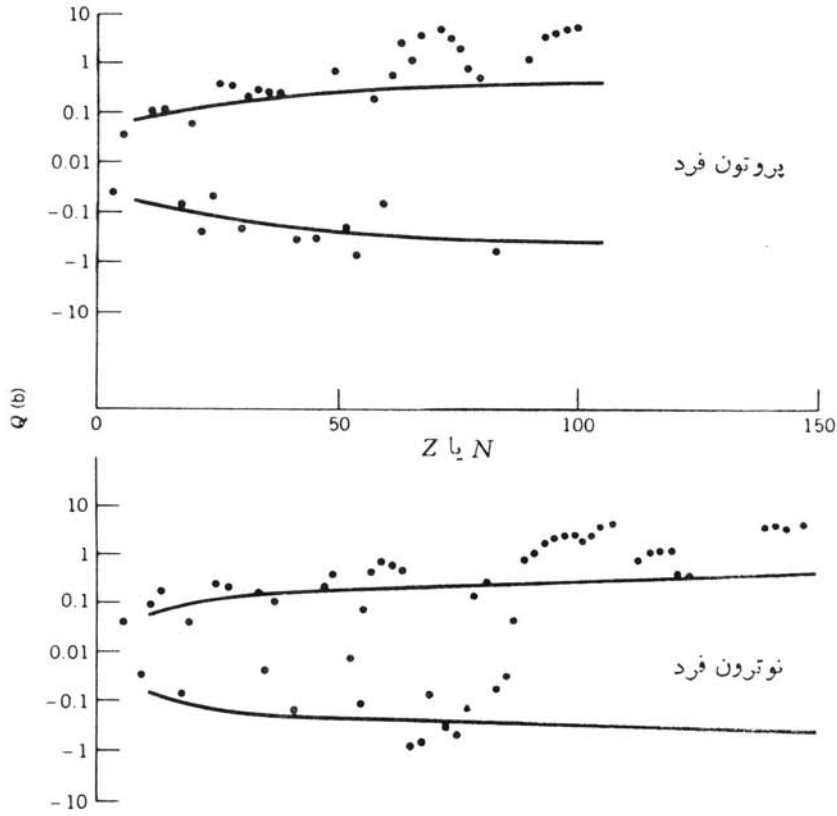
جدول ۱۰۵ گشتاورهای چارقطبی مدل پوسته‌ای.

حالت مدل پوسته‌ای	مقدارمحاسبه شدهٔ Q (پروتون منفرد)	مقدار اندازه‌گیری شدهٔ Q			
		ذرهٔ منفرد		حفرهٔ منفرد	
		p	n	p	n
$1p_{3/2}$	−۰٫۰۱۳	−۰٫۰۳۶۶(^{7}Li)		+۰٫۰۴۰۷(^{11}B)	+۰٫۰۵۳(^{9}Be)
$1d_{5/2}$	−۰٫۰۳۶	−۰٫۱۲(^{19}F)	−۰٫۰۲۶(^{17}O)	+۰٫۱۴۰(^{27}Al)	+۰٫۲۰۱(^{25}Mg)
$1d_{3/2}$	−۰٫۰۳۷	−۰٫۰۸۲۴۹(^{35}Cl)	−۰٫۰۶۴(^{33}S)	+۰٫۰۵۶(^{39}K)	+۰٫۴۵(^{35}S)
$1f_{7/2}$	−۰٫۰۷۱	−۰٫۲۶(^{43}Sc)	−۰٫۰۸۰(^{41}Ca)	+۰٫۴۰(^{59}Co)	+۰٫۲۴(^{49}Ti)
$2p_{3/2}$	−۰٫۰۵۵	−۰٫۲۰۹(^{63}Cu)	−۰٫۰۲۸۵(^{53}Cr)	+۰٫۱۹۵(^{67}Ga)	+۰٫۲۰(^{57}Fe)
$1f_{5/2}$	−۰٫۰۸۶		−۰٫۲۰(^{61}Ni)	+۰٫۲۷۴(^{85}Rb)	+۰٫۱۵(^{67}Zn)
$1g_{9/2}$	−۰٫۱۳	−۰٫۳۲(^{93}Nb)	−۰٫۱۷(^{73}Ge)	+۰٫۸۶(^{115}In)	+۰٫۴۵(^{85}Kr)
$1g_{7/2}$	−۰٫۱۴	−۰٫۴۹(^{123}Sb)		+۰٫۲۰(^{139}La)	
$2d_{5/2}$	−۰٫۱۲	−۰٫۳۶(^{121}Sb)	−۰٫۲۳۶(^{91}Zr)		+۰٫۴۴(^{111}Cd)

عدم‌قطعیت مقادیراین جدول نوعاً درحدود چند قسمت ازآخرین رقم بامعنایی است که دراینجا ذکرشده است.

بـه این حالتهـای موسوم بـه «حفره» را هـم نشان داده‌ایم، و چنـانکه می‌بینیم رابطهٔ $Q(\text{حفره}) = -Q(\text{ذره})$ با تقریب خوبی برقرار است. بویژه باید به‌این نکته در جدول توجه داشت کـه گشتاور چارقطبی حالتهای حفـره مثبت است، یعنـی علامت آن نسبت به‌گشتاور چارقطبی حالتهای ذره‌ای تغییر کرده است.

پیش از آنکه هیجان ناشی از موفقیت این مدل ساده بر ما غلبه کند، رفتار و نظم عمومی گشتاورهای دوقطبی را به‌طور دسته‌جمعی درنظر می‌گیریم. مقادیر اندازه‌گیری‌شدهٔ گشتاورچارقطبی حالت پایه، برای هسته‌هایی‌که عدد جرمی فرد دارند، به‌طور خلاصه در شکل ۱۰.۵ نشان داده شده است. شواهدی از تغییر علامت Q کـه در معادلهٔ (۱۱.۵)



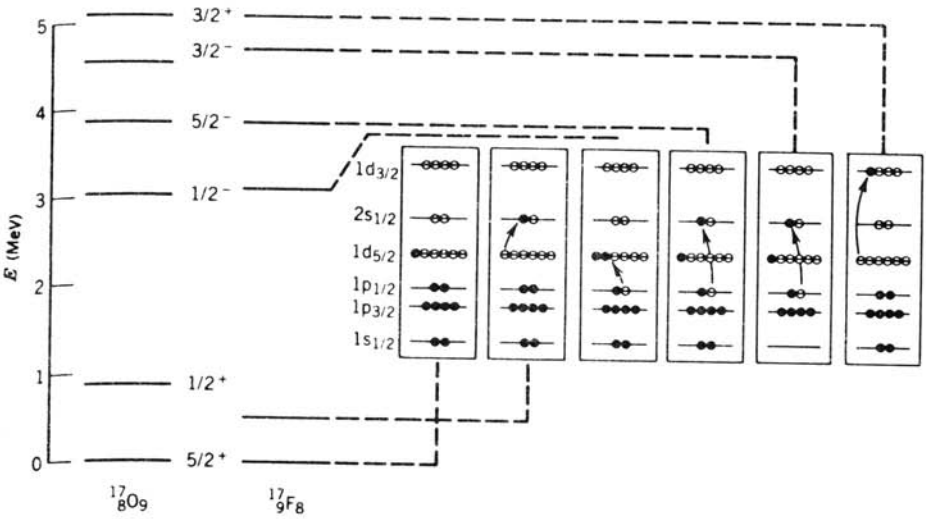
شکل ۱۰.۵ مقادیر تجربی گشتاور چارقطبی الکتریکی برای هسته‌هایی کـه پروتون فرد و نوترون فرد دارند. خطوط پر حدود انتظاری $Q \sim \langle r^2 \rangle$ را برای هسته‌های مـدل پوسته‌ای نشان می‌دهند. بجـز در نواحی $60<Z<80$، $Z>90$، $90<N<120$، و $N>140$ کـه مقادیر تجربی یك مرتبه از مقادیر پیش‌بینی شده در مدل پوسته‌ای بزرگترند، اطلاعات تجربی در محدودهٔ مدل قرار دارند.

پیش بینی شده‌است، دراین شکل دیده می‌شود. اما دراین مورد با نظمی سراسری روبه‌رو نیستیم، زیرا تعداد مقادیر گشتاور چارقطبی مثبت خیلی بیشتر از گشتاورهای منفی است. نکتهٔ ناخوشایندتراینکه، این مدل از پیش‌بینی گشتاورهای چارقطبی بسیار بزرگ چندین بارنی که در مورد بعضی از هسته‌های سنگین دیده شده است، ناتوان است. با توضیح این نارساییها، به جنبه‌های دیگری از ساختار هسته‌ای رهبری می‌شویم که در چارچوب مدل پوسته‌ای توجیه‌پذیر نیستند. این ویژگیهای جدید را در دوبخش آخر این فصل موردبحث قرار می‌دهیم.

نوکلئونهای ظرفیت

مدل پوسته‌ای، با وجود سادگی‌اش، در توضیح اسپین و پاریتهٔ حالت پایهٔ تقریباً تمام هسته‌های A فرد موفق است و برای گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چارقطبی الکتریکی آنها نیز توضیحی نسبتاً موفق (و رضایت‌بخش) به دست می‌دهد. کاربرد خاصی از مدل پوسته‌ای راکه دراینجا درنظر گرفتیم، مدل ذرهٔ خیلی مستقل می‌گویند. فرضیهٔ اساسی مدل ذرهٔ خیلی مستقل این است که به استثنای یکی از نوکلئونها، بقیهٔ نوکلئونهای موجود در هسته تزویج شده‌اند و خواص هسته از حرکت همین نوکلئون تزویج نشدهٔ منفرد ناشی می‌شود. روشن است که چنین برخوردی مسئله را بیش از حد ساده می‌کند، و بهتر است که در تقریب بعدی تمام ذرات موجود در زیرپوستهٔ پرنشده را در نظر بگیریم. برای نمونه، در مورد هسته‌ای مانند $^{43}_{20}Ca_{23}$ که بعد از پوستهٔ کامل $N=20$ دارای سه نوترون است، نوع خیلی مستقل مدل پوسته‌ای فقط بیست و سومین نوترون را در نظر می گیرد، درحالی که در محاسبهٔ کاملترمدل پوسته‌ای باید هرسه نوترون ظرفیت را درنظر گرفت. برای هستهٔ $^{45}_{22}Ti_{23}$ باید هر پنج ذرهٔ (۲ پروتون، ۳ نوترون) بالاتراز پوسته‌های $Z=20$ و $N=20$ را درنظر بگیریم.

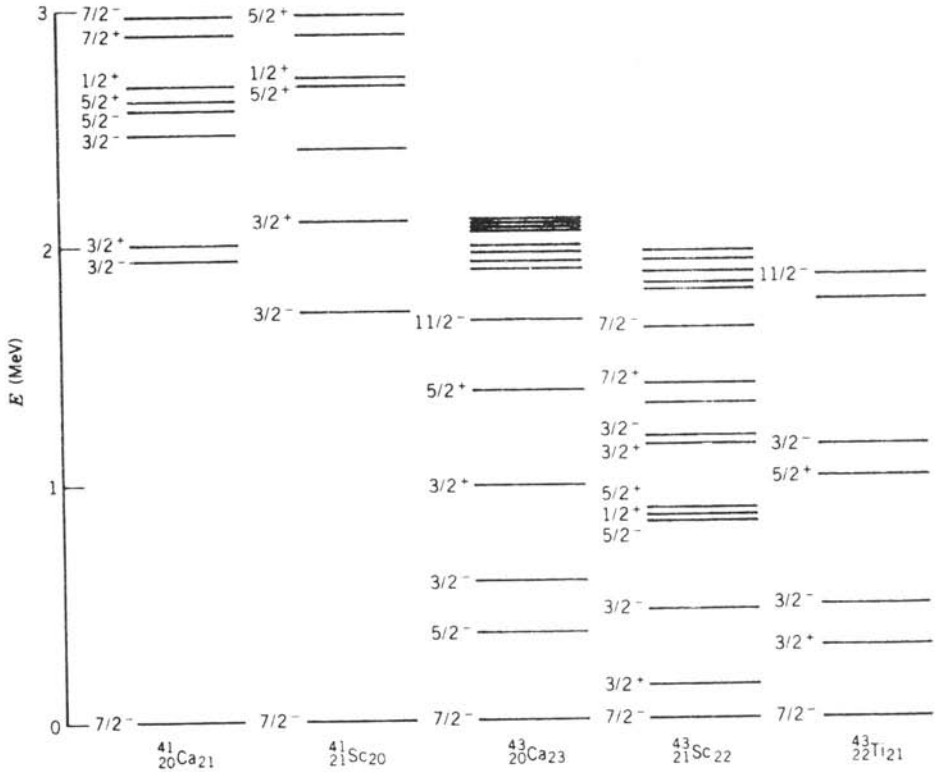
اگر مدل ذرهٔ خیلی مستقل معتبر بود، باید می‌توانستیم با بررسی حالت برانگیختهٔ هسته‌ها نمودار ترازهای انرژی شکل ۶.۵ را بازتولیدکنیم. دراینجا نمونه‌هایی را مورد بررسی قرارمی‌دهیم. برخی ازحالتهای برانگیختهٔ هسته‌های $^{17}_{8}O_9$ و $^{17}_{9}F_8$ راکه هرکدام از آنها پس از بخش مرکزی دوجادویی ($N=8$ و $Z=8$) فقط شامل یك نوکلئون هستند، درشکل۱۱.۵ نشان داده‌ایم. حالت پایه، همچنانکه از حالت $d_{5/2}$ نهمین نوکلئون مدل پوسته‌ای انتظار می‌رود، به صورت $^{+}(5/2)$ است. با توجه به شکل ۶.۵ انتظار خواهیم داشت که متناظر با ترازهای $1s_{1/2}$ و $1d_{3/2}$ در مدل پوسته‌ای، با حالتهای برانگیخته‌ای با اسپین-پاریتهٔ $^{+}(1/2)$ و $^{+}(3/2)$ روبه‌رو شویم. طبق این فرضیه، وقتی که به هسته انرژی می‌دهیم، بخش مرکزی هسته هیچ تغییری نمی‌کند ولی نوکلئون فرد باجذب انرژی به‌یکی ازترازهای بالاترمدل پوسته‌ای خواهد رفت. حالت $^{+}(1/2)$ که مورد انتظار مدل پوسته‌ای است، به عنوان اولین حالت برانگیخته ظاهر می‌شود، و حالت $^{+}(3/2)$ هم در فاصلهٔ زیادی بالاتر از آن قرار می گیرد. اما حالتهای $^{-}(1/2)$،



شکل ۱۱.۵ ترازهای ^{17}O و ^{17}F از دیدگاه مدل پوسته‌ای. تمام ترازهای پایینتر از حدود 5 MeV نشان داده شده‌اند. شباهت بین ترازهای این دو هسته حاکی‌ازساختار یکسانی‌است که نوکلئونهای ظرفیت به وجود می‌آورند. حالتهای پاریته‌ـزوج را به آسانی می‌توان با برانگیختگی تنها نوکلئون فرد از حالت پایهٔ $d_{5/2}$ به حالت $2s_{1/2}$ یا $1d_{3/2}$ توضیح داد. حالتهای پاریته‌ـ فرد ساختار پیچیده‌تری دارند. یکی از پیکربندیهای ممکن نشان داده شده است، ولی پیکربندیهای دیگر نیز حائز اهمیت‌اند.

$^-(3/2)$، و $^-(5/2)$ را چگونه می‌توان به‌حساب آورد؟ (حالتهای پاریته‌ـ منفی $2p_{1/2}$، $2p_{3/2}$، و $1f_{5/2}$ درمدل پوسته‌ای خیلی بالاتر ازحالت $1d_{3/2}$ قرار می‌گیرندکه دراین صورت، حالت اخیر باید پایینترظاهرشود.) درشکل۱۱.۵ یکی ازتوضیحات ممکن برای حالت $^-(1/2)$ نشان داده شده‌است: به‌جای‌آنکه نوکلئون فرد به‌حالت برانگیختهٔ بالاتر برود، زوج نوکلئون موجود در تراز $1p_{1/2}$ می‌شکند و یکی از نوکلئونهای آن در اثر برانگیزش به‌تراز $d_{5/2}$ می‌رود وبا نوکلئون موجود در آنجا زوج جدیدی تشکیل‌می‌دهد. دراین‌صورت، نوکلئون فرد درحالت $1p_{1/2}$ خواهدبودکه به‌حالت برانگیختهٔ $^-(1/2)$ منجر می‌شود. (چون انرژی تزویج با افزایش l افزایش می‌یابد، در واقع از نقطه‌نظر انرژی بهتر است که زوج $l=1$ شکسته و زوج $l=2$ تشکیل شود.) تأیید این فرضیه مستلزم آن است که به‌کمك آزمایش مشخص شودکه خواص حالت $^-(1/2)$ با خواص مورد انتظار حالت $p_{1/2}$ در مدل پوسته‌ای سازگاری دارد. برای حالت $^-(3/2)$ نیز می‌توان از فرضیه‌ای مشابه استفاده کرد (با شکستن زوج $p_{3/2}$)، ولی حالت $^-(5/2)$ و بسیاری از حالتهای برانگیختهٔ دیگر بدون توضیح می‌مانند.

در شکل ۱۲.۵ وضعیت مشابهی را برای هسته‌های پوستهٔ $1f_{7/2}$ نشان داده‌ایم.



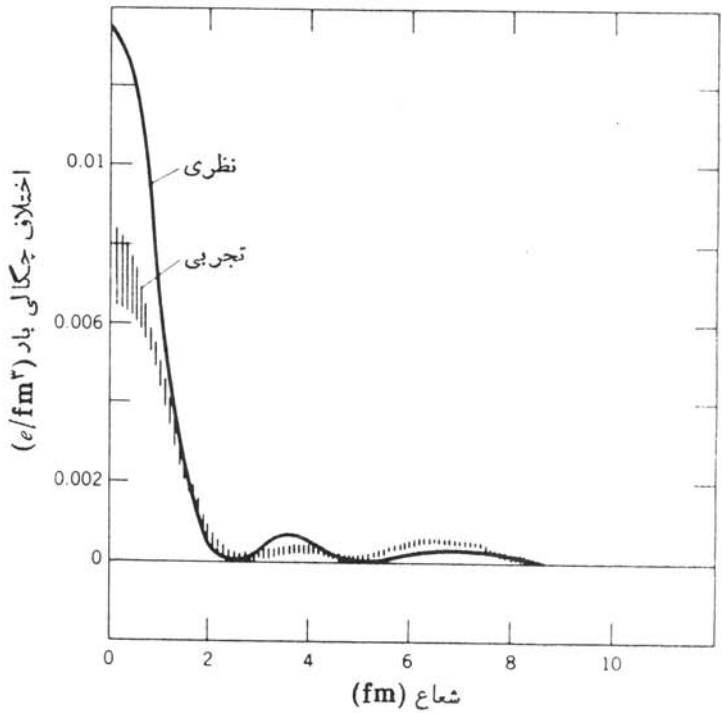
شکل ۱۲.۵ ترازهای انرژی چندهسته که تعداد ذرات موجود در پوستهٔ $1f_{7/2}$ در آنها فرد است.

حالت پایهٔ $^{-}(7/2)$ مربوط به $(1f_{7/2})$ وحالت برانگیختهٔ $^{-}(3/2)$ مربوط به $(2p_{3/2})$، طبق انتظار در هسته‌های ^{41}Ca و ^{41}Sc که هر یك درخارج از بخش مرکزی دوجادویی $(N=20, Z=20)$ فقط یك نوکلئون منفرد دارند، ظاهرمی‌شود. چنانکه دیده می‌شود، ساختار ^{43}Ca کاملا با ^{41}Ca تفاوت دارد. در مورد ^{43}Ca تعداد حالتهای کم-انرژی خیلی زیاد است. این حالتها درنتیجهٔ جفت‌شدگی سه ذره درپوستهٔ $1f_{7/2}$ حاصل‌می‌شوند واختلاف بین مدل پوسته‌ای کامل و مدل پوسته‌ای ذرهٔ خیلی مستقل را نشان می‌دهند. اگر فقط ذرهٔ فرد درساختار هسته اهمیت داشته‌باشد، ترازهای ^{43}Ca باید با ترازهای ^{41}Ca مشابه باشد. تأثیر قابل توجه نوترونهای بیست و یکم و بیست و دوم در ^{43}Sc، که در مدل حدی ذرهٔ خیلی مستقل از آنها صرفنظرمی‌شود، بخوبی درنمودار تراز انرژی مشخص شده است. نمودار تراز انرژی ^{43}Ti هم تأثیرمشابه پروتونهای بیست و یکم و بیست و دوم را برترازهای مدل پوسته‌ای نوترون بیست و یکم نشان می‌دهد.

مدل پوسته‌ای نه‌تنها برای تعیین خواص اسپین-پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی، وحالت برانگیختهٔ هسته‌ها، بلکه برای محاسبهٔ احتمال گذار

هسته‌ای از یك حالت به حالت دیگر در اثر واپاشی رادیواکتیو یا واکنش هسته‌ای نیز به‌کار برده می‌شود. پیش‌بینی مدل پوسته‌ای را در مورد این فرایندها در فصلهای بعدی خواهیم دید.

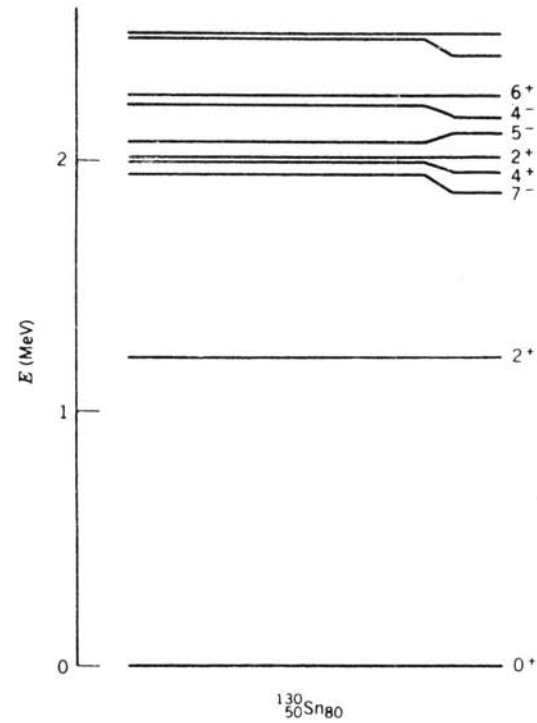
بحث مدل پوسته‌ای را دراینجا با اشاره به‌پرسشی که درآغاز مطرح کردیم به‌پایان می‌رسانیم. چگونه می‌توانیم مطمئن باشیم که فرض اولیهٔ ما، مبنی بر وجود نوکلئون با خواص مداری مشخص در اعماق هسته، معتبر می‌ماند؟ حقیقت این است که بسیاری از آزمونهایی که درمورد مدل پوسته‌ای انجام‌می‌شوند، به‌خواصی مانند اسپین و گشتاورهای الکترومغناطیسی نوکلئونهای ظرفیت که محل استقرارشان در نزدیکی سطح هسته است، مربوط می‌شوند. به‌همین‌ترتیب، بسیاری از ابزارهای تجربی کاوش درون هسته نیز بیشتر از خواص سطحی هسته‌ها خبر می‌دهند. ذرات مورد استفاده در تحقیق نیروی هسته‌ای هم ازجملهٔ این ابزارها هستند. برای آنکه بتوانیم به پرسش مطرح شده پاسخ دهیم، به‌وسیلهٔ کاونده‌ای نیاز داریم که به اعماق هسته رسوخ کند. با استفاده از این وسیله باید بتوانیم به‌جای خواص‌سطحی، خواص درونی هسته‌ها را مورد اندازه‌گیری قراردهیم. همچنانکه درمطالعهٔ توزیع بار هسته در فصل ۳ عمل کردیم، الکترونهای پرانرژی را به‌عنوان وسیلهٔ کاونده اختیار می‌کنیم. خاصیتی که می‌خواهیم اندازه‌گیری کنیم، چگالی بار یك نوکلئون منفرد درمدار است که کمیتی معادل مربع تابع‌موج آن $|\psi|^2$ است. بامراجعه به‌شکل ۱۲.۲، به خاطر می‌آوریم که فقط تابع‌موج حالت s می‌تواند عمیقاً به درون هسته نفوذ کند و تابع‌موج حالتهای دیگردر مرکز هسته به‌صفرمیل می‌کند ($r \to 0, \psi \to 0$). پس برای این‌منظور، هسته‌ای مانند $^{205}_{81}Tl_{124}$ را انتخاب می‌کنیم که ازتمامی زیرپوسته‌های پایینتر از گاف $Z = 82$ یك‌پروتون منفرد مربوط به‌مدار $3s_{1/2}$ راکم دارد. اماچگونه می‌توانیم سهم پروتون $3s_{1/2}$ را به تنهایی در توزیع بار اندازه‌گیری کنیم و پروتونهای دیگر را در نظر نگیریم؟ با اندازه‌گیری اختلاف توزیع بار بین هسته‌های ^{205}Tl و $^{206}_{82}Pb_{124}$ که پوستهٔ پروتونی کاملی دارد، می‌توان به این هدف دست یافت. هرگونه اختلاف بین توزیع بارهای این دو هسته را باید به پروتون $3s_{1/2}$ موجود در ^{206}Pb نسبت داد. اختلاف توزیع بار تجربی که اخیراً در یك آزمایش اندازه‌گیری شده است، در شکل ۱۳.۵ نموده شده‌است. نتیجهٔ تجربی بخوبی بامربع یك تابع‌موج s ۳ قابل مقایسه است (دراینجا از همان تابع‌موج نوسانگرهماهنگ شکل ۱۲.۲ استفاده شده است، با این استثنا که ترسیم فعلی تغییرات $|\psi|^2$ را نشان می‌دهد نه r^2R^2 را). پس اعتبار این فرضیه که ویژگیهای مداری نوکلئونها حتی دراعماق درون هسته‌ها هم‌حفظ می‌شود، به‌تأیید می‌رسد. بااستفاده ازاین‌گونه آزمایشها مطمئن می‌شویم که توصیف ذرهٔ مستقل که درنظریهٔ پوسته‌ای نقشی اساسی برعهده دارد، صرفاً به‌خاطرسهولت در تحلیل اندازه‌گیریهای نزدیك به‌سطح هسته اختیار نشده است، بلکه می‌توان آن را معرف رفتار نوکلئون در سراسر حجم هسته تلقی کرد.



شکل ۱۳.۵ اختلاف چگالی بار بین ^{205}Tl و ^{206}Pb که بااستفاده از پراکندگی الکترون حاصل شده‌است. منحنی «نظری»، صرفاً مربع تابع‌موج ۳s را در یك نوسانگرهماهنگ نشان می‌دهد. تغییرات چگالی بار به‌کمك نظریه بخوبی بازتولید می‌شود.

۲.۵ هسته‌های Z زوج و N زوج و ساختار جمعی

اکنون سعی می‌کنیم که ساختارهسته‌های باتعداد زوج پروتون و نوترون را (که هسته‌های زوج-زوج نامیده می‌شوند) درك کنیم. برای نمونه، هستهٔ ^{130}Sn را که تراز انرژی آن در شکل ۱۴.۵ نموده شده است، در نظر می‌گیریم. بنابر پیش‌بینی مدل پوسته‌ای، حالت پایهٔ تمام هسته‌های زوج-زوج به صورت 0^+ (اسپین صفر، پاریتهٔ زوج) خواهد بود، زیرا همهٔ نوکلئونها در این‌گونه هسته‌ها تزویج شده‌اند. موافق مدل پوسته‌ای، تعداد ۵۰ پروتون هستهٔ ^{130}Sn پوستهٔ $g_{9/2}$ را پر می‌کند و تعداد ۸۰ نوترون آن برای پرکردن پوستهٔ $h_{11/2}$ که متناظر باعدد جادویی ۸۲ است، ۲نوترون‌کم دارد. برای تشکیل حالت برانگیخته، می‌توان یکی از زوجها را شکست و یك نوکلئون آن را به‌تراز بالاتری برد که دراین‌صورت جفت‌شدگی بین این دونوکلئون فرد، اسپین و پاریتهٔ ترازها را مشخص خواهدکرد. بالابردن یکی‌از پروتونهای $g_{9/2}$ یایکی ازنوترونهای $h_{11/2}$ مستلزم انرژی زیاد است، زیرا دراین‌موارد بایدازفاصلهٔ زیاد بین پوسته‌های اصلی‌عبورکرد(شکل۶.۵).



شکل ۱۴۰۵ چند تراز انرژی سطح پایین درهستهٔ ^{130}Sn.

بنابراین انتظار می‌رود که مؤلفه‌های اصلی تابع‌موجهای مربوط بـه حالتهای برانگیختهٔ پایین، از برانگیزش نوترون در داخل آخرین پوستهٔ اصلی اشغال‌شده حاصل شود. برای نمونه، اگر فرض کنیم پیکربندی حالت پایهٔ ^{130}Sn به صورت زیرپوسته‌های کامل $s_{1/2}$ و $d_{3/2}$ و اشغال ۱۰ نوترون در زیرپوستهٔ $h_{11/2}$ (که با ۱۲ نوترون پر می‌شود) باشد، حالت برانگیخته را می‌توان بـا شکستن زوج $s_{1/2}$ و رسانـدن یکی از نوترونهای آن به‌زیرپوستهٔ $h_{11/2}$ به‌وجود آورد. دراین صورت، یك نوترون در زیرپوستهٔ $s_{1/2}$ و ۱۱ نوترون در زیرپوستهٔ $h_{11/2}$ موجـود خواهند بـود. خواص چنین سیستمی عمـدتاً از جفت‌شدگی نوترون موجود در $s_{1/2}$ و نوترون تزویج‌نشدهٔ $h_{11/2}$ حـاصل خواهد شد. جفت‌شدگی تکانه‌های زاویه‌ای j_1 و j_2 درمکانیك‌کوانتومی، مقادیری باحداکثر (j_1+j_2) تا حداقل $|j_1-j_2|$ به فاصله‌های واحد به‌دست خواهد داد. مقادیر ممکن در این مورد عبارت‌اند از $6=(1/2)+(11/2)$ و $5=(1/2)-(11/2)$. احتمال دیگراین‌است که یکی از زوجهای $d_{3/2}$ شکسته شود و باز هم یك نوترون فـرد در زیرپوستهٔ $h_{11/2}$ قرار گیرد. دراین‌صورت، بزرگی‌تکانهٔ زاویه‌ای درگسترهٔ مقادیر $7=(3/2)+(11/2)$ تا $4=(3/2)-(11/2)$ قرار خواهند گرفت. چون نوترونهای $s_{1/2}$ و $d_{3/2}$ پاریتهٔ زوج و نوترون $h_{11/2}$ پاریتهٔ فرد دارند، تمام این جفت‌شدگیها به‌حالتهای با پاریتهٔ فرد

منجر خواهند شد. هنگامی که نمودار تراز ^{۱۳۰}Sn را بررسی می‌کنیم، عملا با چند حالت پاریتهٔ فرد واسپینهایی که در گسترهٔ ۴ تا ۷ قراردارند، وانرژیهای حدود ۲ MeV، روبه‌رو می‌شویم. این انرژی از مشخصهٔ لازم برای شکستن یك زوج و برانگیزش یکی از ذرات درون پوسته برخوردار است، و بدین گونه می‌توان گفت دلیلی قوی کـه حاکی از درك این حالتهاست در اختیار داریم. احتمال دیگر در تشکیل حالتهای برانگیخته این است که یکی‌از زوجهای $h_{۱۱/۲}$ شکسته شود، وهردو عضو زوج شکسته درهمان زیرپوستهٔ $h_{۱۱/۲}$ نگهداشته شوند. دراین صورت، جفت‌شدگی مجدد این دو نوکلئون به‌اسپینی غیراز صفر قبلی منجرخواهد شدکه بنابرقواعد جفت‌شدگی تکانهٔ زاویه‌ای می‌تواند برابربا هرمقداری از $(۱۱/۲)+(۱۱/۲)$ تـا $(۱۱/۲)-(۱۱/۲)=۰$ باشد. ایـن دو نوترون موجود در $h_{۱۱/۲}$ را بـاید مانند ذرات یکسان تلقی کـرد، و بنابراین تابع‌موج مربوط به‌آنهاهم باید متقارن درنظر گرفته شود. این شرط، اسپین برایند حاصل ازجفت‌شدگی را به‌مقادیرزوج محدود می‌کند و درنتیجه حالتهای ممکن عبارت‌اند از $^{+}۰$، $^{+}۲$، $^{+}۴$، $^{+}۶$، $^{+}۸$، $^{+}۱۰$. برای این حالتها درناحیهٔ ۲ MeV می‌توان نمونه‌های متعددی به‌دست‌آورد. بدین ترتیب، به‌نظر می‌رسدکه مدل پوسته‌ای دراین مورد هم می‌تواند توصیفی قابل‌قبول از ساختار ترازها ارائه دهد.

یکی از استثناهای مهـم این تعبیر موفق، حالت $^{+}۲$ درانرژی حدود ۱٫۲ MeV است. در شرایطی که بحث ما به حالتهای نوترونی محدود است، طریقه‌های ممکن برای جفت‌شدگی دونوترون درتشکیل $^{+}۲$ چه خواهد بود؟ چنانکه دربالا گفته شد، حالت $^{+}۲$ می‌تواند از جفت‌شدگی دو نوترون در $h_{۱۱/۲}$ حاصل شود. همچنین به کمك برانگیزش می‌توان یك زوج ازنوترونهای $d_{۳/۲}$ را تا زیرپوستهٔ $h_{۱۱/۲}$ بالابرد (که بدین‌ترتیب این پوسته کاملا پر و پیکربندی بسیار پایدار خواهـد شد)، وآنگاه با شکستن جفت‌شدگی دونوترون باقیمانده در $d_{۳/۲}$ وجفت‌شدن مجددآنها به‌حالت $^{+}۲$ دست‌یافت. یك احتمال دیگرهم این خواهدبودکه زوج نوترونهای $s_{۱/۲}$ در زیرپوستهٔ $h_{۱۱/۲}$ قرارگیرد، وسپس یکـی از نوترونهای $d_{۳/۲}$ به زیرپوستهٔ $s_{۱/۲}$ بـرود. در این صورت، در هـرکدام از زیرپوسته‌های $s_{۱/۲}$ و $d_{۳/۲}$ یك نوترون فرد خواهیم داشت که ازجفت‌شدگی آنها ممکن است حالت $^{+}۲$ حاصل شود. به‌هرحال، در تمام این موارد نخست باید یك زوج شکسته شود، و در نتیجه انرژی حالتهای انتظاری در حدود ۲ MeV خواهد بود.

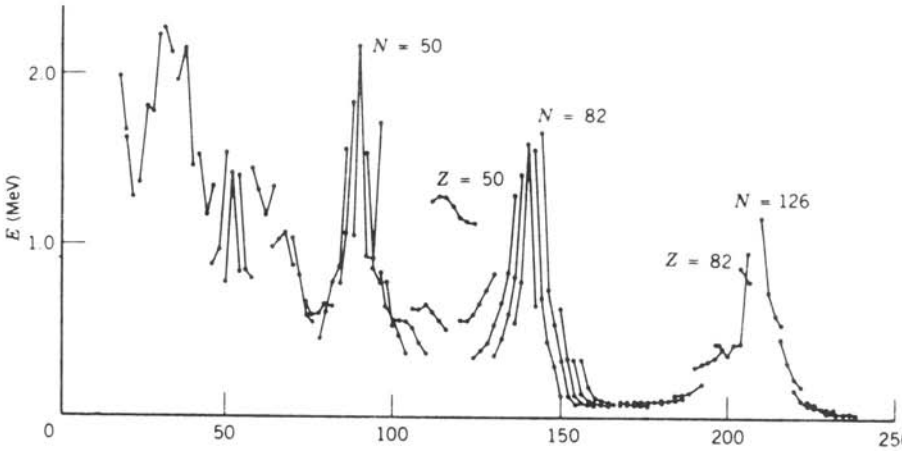
البته توصیف مـدل پوسته‌ای صرفاً نوعی تقریب است، و بعید است کـه بتوانیم حالتهای مدل پوسته‌ای «ناب» را در یك نمودار تراز انرژی پیچیده پیدا کنیم. رهیافت بهتراین است که وقتی ازمدل پوسته‌ای به‌عنوان وسیله‌ای برای تعبیرساختارهسته‌ای‌استفاده می‌کنیم، حالتهای فیزیکی را به‌صورت ترکیبی از حالتهای مدل پوسته‌ای در نظر بگیریم

$$\psi(۲^{+})=a\psi(\nu\,h_{۱۱/۲}\oplus\nu\,h_{۱۱/۲})+b\psi(\nu\,d_{۳/۲}\oplus\nu\,d_{۳/۲})$$
$$+c\psi(\nu\,d_{۳/۲}\oplus\nu\,s_{۱/۲})+\cdots \qquad (۱۲\cdot۵)$$

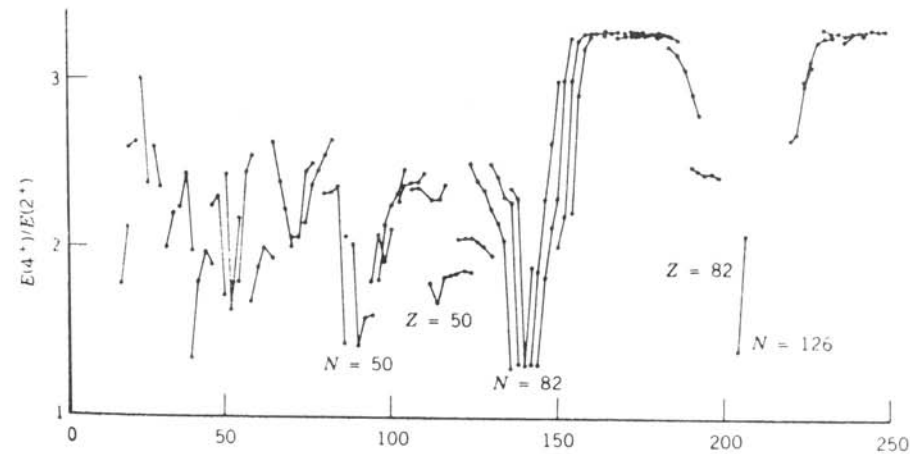
که در آن ν نشانهٔ نوترون است و علامت $\oplus$ حاکی از این است کـه جفت‌شدگی تکانهٔ زاویه‌ای را باید چنان تنظیم کنیم که برایند $^{+}۲$ حاصل شود. اکنون مسئلهٔ پیچیدهٔ حالت $^{+}۲$ درانرژی پایین را می‌توان چنین بیان کرد: انرژی هریك‌ازحالتهای سازنده(یاحالتهای جزئی) درحدود ۲ MeV است، اما دربارهٔ برهم‌کنش هسته‌ایی‌که منجر به‌ترکیب مناسبی ازضرایب a، b، c، ... دربسط (۱۲.۵) می‌شود وحالت برایند راتا انرژی ۱٫۲ MeV تنزل می‌دهد، چه می‌توان گفت؟

نخستین حدس ما این است که چنین ساختاری ممکن است از ترازهای خاصی از مدل پوسته‌ای، در حالی‌که بـا ذرات ظرفیتی هستهٔ ^{۱۳۰}Sn اشغال شده‌اند، حاصل شود. وقتی هسته‌های زوج-زوج دیگـر را مورد بررسی قرار می‌دهیم، به این واقعیت درخور توجه می‌رسیم: از کاربرد مدل پوسته‌ای درصدها مورد هسته‌های زوج-زوج شناخته شده معلوم می‌شودکه همگی آنها دارای یك حالت «بی‌هنجار» $^{+}۲$ هستندکه انرژی آن معادل یا کوچکتر ازنصف انرژی لازم برای شکستن یك زوج نوکلئونی است. این حالت $^{+}۲$، جز در چنـد مورد استثنایی، در همهٔ موارد پایینترین حالت برانگیخته است. از این‌رو، ظهور این حالت یك امر تصادفی نیست که از ساختار مدل پوسته‌ای ^{۱۳۰}Sn حاصل شده باشد بلکه از یك خاصیت کلی هسته‌های زوج-زوج ناشی می‌شود که صرفنظر از اشغال حالتهای خاص مدل پوسته‌ای، در سراسر گسترهٔ جرم معتبر است. چنانکه خواهیم دیـد، خواص کلی دیگری هم وجود دارند که در همهٔ هسته‌ها مشترك‌اند، پس همان بهترکه این خواص را نه بـا حرکت چند نوکلئون ظرفیت بلکه با تمام هسته مرتبط بدانیم. این‌گونه خواص راکه منشأ آنها درحرکت دسته‌جمعی اجزای هسته‌ای است وبسیاری ازنوکلئونهای هسته درایجادشان شرکت دارند، خواص جمعی می‌گویند. خواص جمعی هسته‌ها برحسب عدد جرمی به‌طور ملایم و تدریجی تغییر می‌کند، و اکثراً هم ازتعداد و نوع نوکلئونهای ظرفیت که خارج از زیرپوسته‌های کامل قرار دارند، مستقل است (هرچند که نوکلئونهای ظرفیت درساختار پوسته‌ای ادغام‌شونده در ساختارجمعی شرکت خواهند داشت).

درشکلهای ۱۵.۵ و ۱۶.۵ چهارخاصیت مختلف هسته‌های زوج-زوج راکه حاکی از رفتار جمعی هسته‌ها هستند، نشان داده‌ایم. با توجه به‌شکل ۱۵.۵(الف) به‌نظر می‌رسد که انرژی نخستین حالت برانگیختهٔ $^{+}۲$ بـا افزایش A به تدریج کاهش می‌یابد (نواحی نزدیك به پوسته‌های کامل استثناست). مقادیـر $E(^{+}۲)$ در ناحیهٔ تقریبی $A=۱۵۰$ تـا $A=۱۹۰$ هم فوق‌العاده ثابت‌اند و هم بسیار کوچك. در شکل ۱۵.۵(ب) نیز، به‌استثنای نواحی نـزدیك به پوسته‌های کامل، نسبت $E(^{+}۴)/E(^{+}۲)$ بـرای هسته‌هـای سبکتر از $A=۱۵۰$ تقریباً برابر ۲٫۰ و برای هسته‌های $۱۵۰<A<۱۹۰$ و $A>۲۳۰$ برابر مقدار ثابت ۳٫۳ است. گشتاور مغناطیسی حالتهای $^{+}۲$ (طبق شکل ۱۶.۵الف) درگسترهٔ مقادیر ۰٫۷ تا ۱٫۰ تقریباً ثابت می‌مانند، وگشتاور چارقطبی الکتریکی (طبق شکل۱۶.۵ب) برای‌هسته‌های $A<۱۵۰$ دارای مقادیرکوچك و برای هسته‌های $A>۱۵۰$ دارای مقادیر خیلی بزرگتری است. بـرای توضیح این خصوصیات باید دو نوع ساختار جمعی در نظر



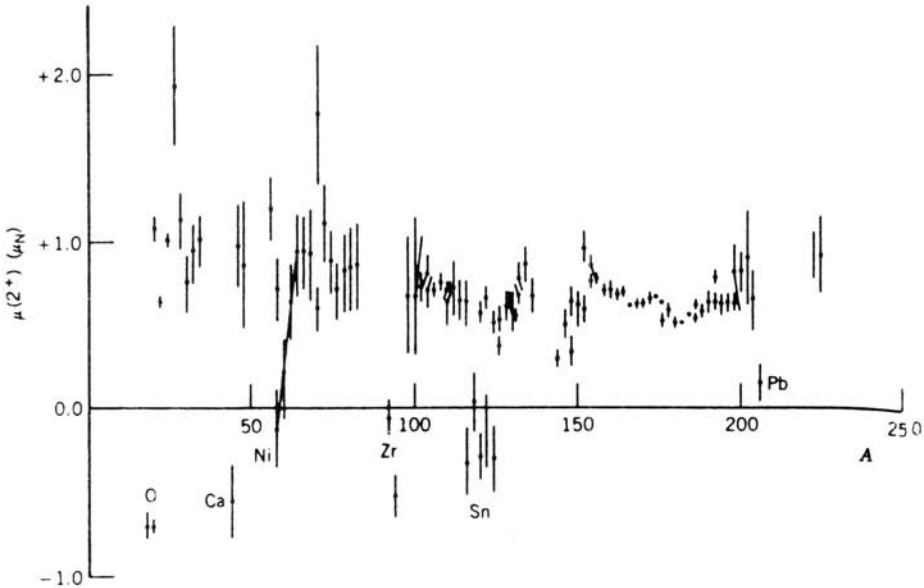
شکل ۱۵۰۵(الف) انرژی پایینترین حالتهای $^{+}۲$ در هسته‌های زوج ـ زوج. نقاط مربوط به‌ایزوتوپهای متوالی با خط به‌هم وصل شده‌اند.



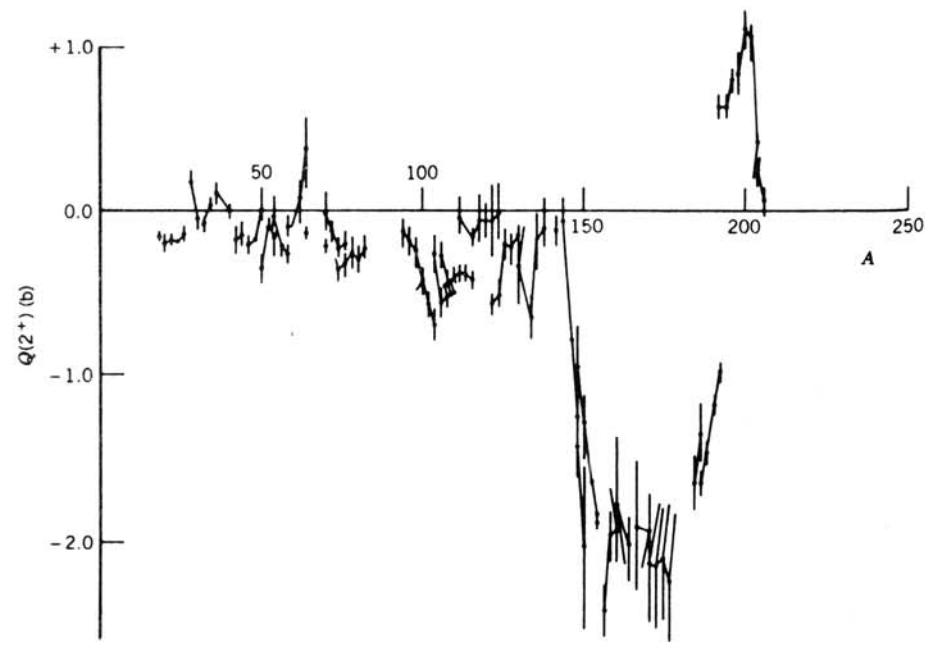
شکل ۱۵۰۵(ب) نسبت $E(۴^{+})/E(۲^{+})$ برای پایینترین حالتهای $^{+}۲$ و $^{+}۴$ در هسته‌های زوج ـ زوج. نقاط مربوط به‌ایزوتوپهای متوالی با خط به‌هم وصل شده‌اند.

بگیریم، زیرا به نظر می‌رسد که یك دسته از خواص به هسته‌های $A<۱۵۰$ و دستهٔ دیگر به‌هسته‌های $۱۵۰<A<۱۹۰$ مربوط می‌شوند.

هسته‌های با عدد جرمی $A<۱۵۰$ را عموماً به کمك مدلی که مبتنی بر ارتعاشات حول شکل تعادل کروی است بررسی می‌کنیم، در حالی که خواص هسته‌های با عدد جرمی بین ۱۵۰ و ۱۹۰ خیلی شبیه اثرات دورانی سیستمهای غیرکروی است. ارتعاش ودوران،



شکل ۱۶.۵(الف) گشتاورمغناطیسی پایینترین‌حالتهای $^{+}۲$ درهسته‌های زوج ـ زوج. هسته‌های مدل پوسته‌ای که رفتار غیرجمعی دارند، مشخص شده‌اند.



شکل ۱۶.۵(ب) گشتاورچارقطبی الکتریکی پایینترین حالتهای $^{+}۲$ درهسته‌های زوج‌ـزوج. نقاط مربوط به‌ایزوتوپهای متوالی با خط به‌هم وصل شده‌اند.

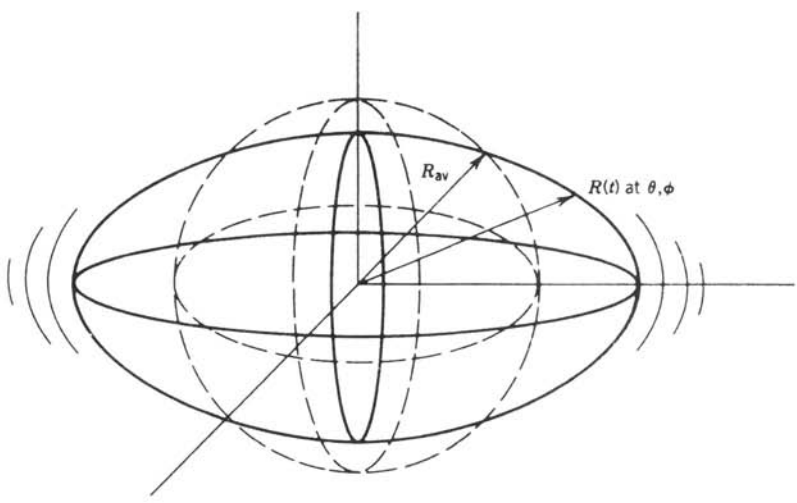
دو نوع اصلی حرکت جمعی در هسته‌هاست که هریك ازآنها را به‌نوبت بررسی خواهیم کرد. مدل‌جمعی هسته‌ها را غالباً مدل «قطره مایع» می گویند، زیرا ارتعاش و دوران هسته کاملا مشابه ارتعاش و دوران قطرهٔ مایع معلق است وباهمان تحلیل ریاضی می‌توان هسته‌ها را مورد بررسی قرار داد.

ارتعاشات هسته‌ای

با در نظرگرفتن قطرهٔ مایعی که با بسامد زیاد در حال ارتعاش باشد، می‌توان به مفهوم قابل‌قبولی ازفیزیك ارتعاشات هسته‌ای دست یافت. هرچندکه شکل چنین قطره‌ای به‌طور متوسط کروی است، ولی شکل لحظه‌ای آن کروی نیست. مختصهٔ لحظه‌ای $R(t)$ یك نقطه از سطح هسته را در زوایای (θ, ϕ) به‌آسانی می‌توان، مطابق شکل ۱۷.۵، به صورت هماهنگ کروی $Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$ نشان داد. هرمؤلفه از هماهنگ کروی دارای دامنهٔ $\alpha_{\lambda\mu}(t)$ خواهد بود

$$R(t) = R_{av} + \sum_{\lambda \geqslant 1} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \qquad (۱۳.۵)$$

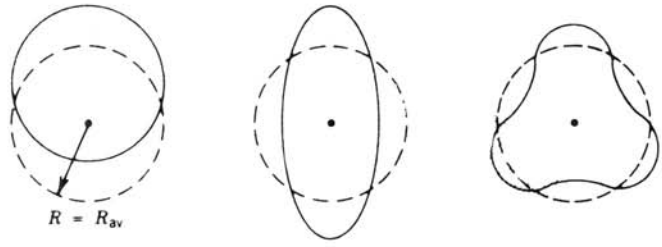
دامنه‌های $\alpha_{\lambda\mu}$ کاملا اختیاری نیستند؛ تقارن انعکاسی مستلزم آن است که $\alpha_{\lambda\mu} = \alpha_{\lambda-\mu}$ شود واگرمایع‌هسته‌ای را تراکم‌ناپذیر بگیریم، محدودیتهای دیگری هم وارد خواهندشد. جملهٔ ثابت $(\lambda = 0)$، در شعاع متوسط $R_{av} = R_0 A^{1/3}$ مستتر است. ارتعاش نمونه‌وار



شکل ۱۷.۵ یك هستهٔ درحال ارتعاش باشکل تعادل‌کروی. مختصهٔ وابسته به‌زمان $R(t)$، یك نقطه ازسطح هسته را تحت زوایای θ, ϕ مشخص می‌کند.

$\lambda = ۱$ را کـه ارتعاش دوقطبی نامیده می‌شود، در شکل ۱۸.۵ نشان داده‌ایم. باید توجه داشتـه باشیم که در این ارتعاش با جابه‌جایی مرکز جـرم روبه‌رو هستیم، و بنـابراین نمی‌توانیم آن را نتیجهٔ عملکرد نیروهای درون هسته به شمار آوریم. در ایـن صورت، پایینترین مد بعدی ارتعاش را کـه ارتعاش (چارقطبی) $\lambda = ۲$ است، در نظر می‌گیریم. همانند نظریهٔ کوانتومی الکترومغناطیس که در آن واحد انرژی الکترومغناطیسی را فوتون می‌نامند، یك کوانتوم انرژی ارتعاشی را فونون می‌گویند. درهرجایی که ارتعاش مکانیکی وجود داشته باشد، می‌توان گفت که فونونهای ارتعاشی تولید می‌شود. بدین‌گونه، واحد منفرد انرژی ارتعاشی متناظر به $\lambda = ۲$ را فونون چارقطبی می‌نامند.

در اینجا نتیجهٔ افزایش یك واحد انرژی ارتعاشی (یـا یك فونون چارقطبی) را به‌حالت پایهٔ هسته‌ای زوج-زوج مورد بررسی قرارمی‌دهیم. فونون $\lambda = ۲$ حاوی ۲ واحد تکانهٔ زاویه‌ای (که درست مانند مورد Y_{lm} بـا $l = ۲$، باعث افزایش مؤلفهٔ $Y_{۲\mu}$ بـه تابع‌موج هسته می‌شود) و پاریتهٔ زوج است، زیرا پاریتهٔ Y_{lm} به صورت $(-۱)^l$ است. با افزودن دو واحد تکانهٔ زاویه‌ای به حالت $^{+}۰$ یك حالت $^{+}۲$ حاصل می‌شود که با نتایج تجربی اسپین-پاریتهٔ نخستین حالتهای برانگیختهٔ هسته‌های زوج-زوج سازگاری دقیقی دارد. (در این نظریه، انرژی فونون چارقطبی پیش‌بینی نمی‌شود و باید آن را به‌صورت یك پارامترقابل تنظیم در نظر گرفت.) اکنون فرض می‌کنیم که فونون چارقطبی دومی را هم به‌هسته افزوده‌ایم. تعداد مؤلفه‌های ممکن μ برای هرفونون برابر ۵ است وهمچنانکه در جدول ۲.۵ نموده شده است، برای این دو فونون تعداد ۲۵ ترکیب $\lambda\mu$ قابل تصور است. حـال ترکیبات مختلف را بررسی می‌کنیم. در میان این ترکیبات، یك حالت بـا جمع کل $\mu = +۴$ وجود دارد. طبیعی است که این ترکیب را متناظر با انتقال ۴ واحد تکانهٔ زاویه‌ای (یك تابع Y_{lm} که در آن $m = +۴$ و در نتیجه $l = ۴$ است) تلقی کنیم. دو ترکیب با مقدارکل $\mu = +۳$ وجود دارد که یکی از $(\mu_۲ = +۲, \mu_۱ = +۱)$ و دیگری‌از $(\mu_۲ = +۱, \mu_۱ = +۲)$ به‌دست می‌آید. اما وقتی ترکیب متقارن تابع‌موجهای



$\lambda = ۱$ (دوقطبی) $\lambda = ۲$ (چارقطبی) $\lambda = ۳$ (هشت‌قطبی)

شکل ۱۸.۵ سه مد از پایینترین مدهای ارتعاشی هسته. دراین شکلها، برش مرکزی هسته‌ها نشان داده شده است. منحنیهای خط‌چین شکل تعادل‌کروی، وخطوط پر وضعیت لحظه‌ای سطح درحال ارتعاش را نشان می‌دهد.

جدول ۲۰۵ مؤلفهٔ z تکانهٔ برایند از جمع تصاویر تکانه‌های زاویه‌ای دوفونون در راستای z به‌دست می‌آید.[۱]

$\mu_۲$	$\mu_۱$				
	-۲	-۱	۰	$+۱$	$+۲$
-۲	-۴	-۳	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۲	-۱	۰	$+۱$
۰	-۲	-۱	۰	$+۱$	$+۲$
$+۱$	-۱	۰	$+۱$	$+۲$	$+۳$
$+۲$	۰	$+۱$	$+۲$	$+۳$	$+۴$

۱. مقادیر این جدول نشان می‌دهد که $\mu=\mu_۱+\mu_۲$ است.

فونونی (مطابق آنچه در بخش ۷.۲ گفته شد، فونونهای با اسپین درست باید تابع موجهای متقارن داشته باشند) را مورد توجه قرار می‌دهیم، فقط یك نوع ترکیب دیده می‌شود. سه ترکیب با مقدار $\mu=+۲$ وجود دارد که از مجموعه‌های

$$(\mu_۱, \mu_۲)=(+۲, ۰), (+۱, +۱), (۰, +۲)$$

حاصل می‌شود. از ترکیب اولی وسومی باید یك تابع موج متقارن به‌دست آید. پیش‌ازاین دیدیم که ترکیب $(+۱, +۱)$ متقارن است. اگر تعداد ترکیبهای ممکن را به‌همین‌طریق تعیین کنیم، تعداد ترکیبهای مجاز را نه ۲۵ بلکه ۱۵ خواهیم یافت: یك ترکیب با $\mu=+۴$، یك ترکیب دیگر با $\mu=+۳$، دوتا با $\mu=+۲$، دوتا با $\mu=+۱$، سه‌تا با $\mu=۰$، دوتا با $\mu=-۱$، دوتا با $\mu=-۲$، یکی با $\mu=-۳$، و یکی با $\mu=-۴$ به‌دست می‌آید. این ترکیبها را به‌صورت زیر می‌توان دسته‌بندی کرد

$$l=۴ \quad \mu=+۴, +۳, +۲, +۱, ۰, -۱, -۲, -۳, -۴$$

$$l=۲ \quad \mu=+۲, +۱, ۰, -۱, -۲$$

$$l=۰ \quad \mu=۰$$

به‌این‌ترتیب، در انرژیی معادل دوبرابر انرژی نخستین حالت $^+۲$ (چون انرژی دوفونون یکسان، دوبرابر انرژی یکی از آنهاست)، انتظار داریم که با سه‌تایه‌ای از حالتهای $^+۰$، $^+۲$، $^+۴$ روبه‌رو شویم. سه‌تایهٔ $^+۰$، $^+۲$، $^+۴$ یکی از ویژگیهای مشترك هسته‌های ارتعاشی

است و پشتوانه‌ای قوی برای اعتبار این مدل به شمار می‌رود. این سه حالت، به دلیل اثرات دیگری که در این مدل ساده در نظر گرفته نشده‌اند، هرگز انرژی دقیقاً یکسان ندارند. با محاسبهٔ مشابهی می‌توان نشان داد که با افزودن سه فونون چارقطبی به هسته، حالتهای 0^+، 2^+، 3^+، 4^+، 6^+ به‌دست می‌آیند (مسئلهٔ ۱۰ را ببینید).

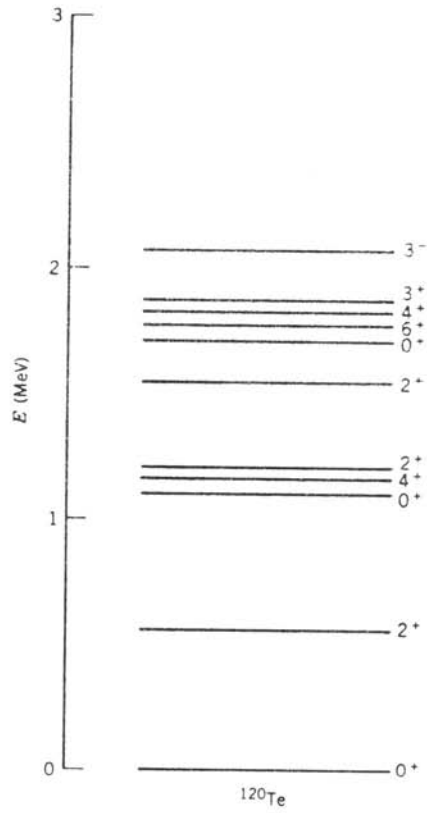
مد ارتعاشی بعدی، مد هشت‌قطبی $\lambda = 3$ است که حاوی سه واحد تکانهٔ زاویه‌ای با پاریتهٔ منفی است. با افزایش یك فونون منفرد هشت‌قطبی به حالت پایهٔ 0^+، یك حالت 3^- حاصل می‌شود. معمولا در انرژیهای اندکی بالاتر از سه‌تایهٔ دوفونونی، چنین حالتهایی را هم می‌توان در هسته‌های ارتعاشی پیدا کرد. وقتی به طرف انرژیهای بالاتر می‌رویم، ساختار ارتعاشی به‌تدریج با ساختار برانگیزش ذره‌ای جایگزین می‌شود که با شکسته‌شدن یك زوج حالت پایه متناظر است. بررسی این گونه برانگیختگیها بسیار پیچیده است، و جای بحث آن در ساختار جمعی هسته‌ها نیست.

مدل ارتعاشی متضمن چند پیش‌بینی است که می‌توان آنها را در آزمایشگاه مورد بررسی قرار داد. اگر شکل تعادل را کروی بگیریم، از گشتاور چارقطبی نخستین حالت 2^+ باید صرفنظر کرد. چنانکه در شکل ۱۶.۵(ب) دیدیم، مقادیر این گشتاورها کوچك و اغلب در ناحیهٔ $A < 150$ نزدیك به صفر هستند. گشتاور مغناطیسی نخستین حالتهای 2^+ به‌صورت $2(Z/A)$ پیش‌بینی می‌شود که برای هسته‌های موردنظر در گسترهٔ ۰٫۸ تا ۱٫۰ قرارمی‌گیرد، و سازگاری قابل قبولی هم با آزمایش دارد. اگر حالت 4^+ را عضوی از سه‌تایهٔ دوفونونی و حالت 2^+ را نخستین حالت برانگیخته بگیریم، نسبت $E(4^+)/E(2^+)$ برابر با ۲٫۰ پیش‌بینی می‌شود که طبق شکل ۱۵.۵(ب)، در ناحیهٔ $A < 150$ سازگاری قابل قبولی با آزمایش نشان می‌دهد. در فصل ۱۰، سازگاری قابل قبول دیگری را بین مقادیر تجربی و نظری احتمال گذار پرتوگاما خواهیم دید. نمونه‌ای از ساختار تراز انرژیهای پایین را برای یك نوع هستهٔ «ارتعاشی» درشکل ۱۹.۵ نشان داده‌ایم که در آن بسیاری از ویژگیهای پیش‌بینی شده به‌آسانی قابل مشاهده است. بدین‌سان، می‌توان گفت که مدل ارتعاشی کروی تصویر نسبتاً دقیقی از ساختار این گونه هسته‌ها به‌دست می‌دهد.

دورانهای هسته‌ای

حرکت دورانی را تنها درهسته‌هایی می‌توان مشاهده کرد که شکل تعادل غیرکروی دارند. این هسته‌ها را که ممکن است تغییرشکل زیادی به‌نسبت شکل کروی در آنها رخ داده‌باشد، غالباً هسته‌های تغییر شکل‌یافته می‌گویند. این گونه هسته‌ها در گستره‌های جرمی $150 < A < 190$ و $A > 220$ (خاکهای نادر و آکتینیدها) دیده می‌شوند. درشکل ۱۰.۵ دیدیم که گشتاور چارقطبی هسته‌های با عدد جرمی فرد نیز در این نواحی به‌طور استثنایی بزرگ است. شکل عمومی این نوع هسته‌ها را به‌صورت یك بیضیوار دوار (شکل ۲۰.۵) می‌توان نشان داد که سطح آن با معادلهٔ زیر توصیف می‌شود

$$R(\theta, \phi) = R_{av}[1 + \beta Y_{20}(\theta, \phi)] \qquad (۱۴.۵)$$

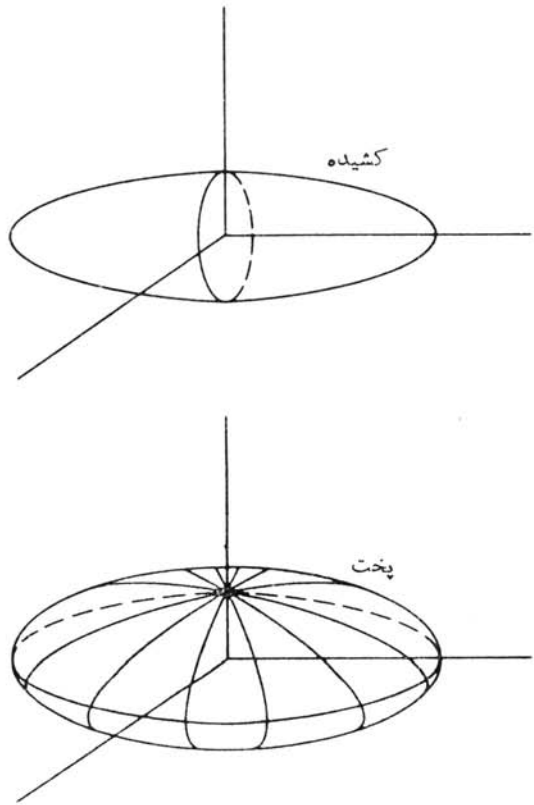


شکل ۱۹.۵ ترازهای انرژی پایین در ^{120}Te. حالت تک‌فونون چارقطبی (اولین 2^+)، سه‌تایهٔ دوفونونی، و پنج‌تایهٔ سه فونونی را به‌آسانی می‌توان مشاهده کرد. حالت 3^- را می‌توان ناشی از ارتعاش هشت‌قطبی دانست. در انرژیهای بالاتر از ۲ MeV، ساختار آنچنان پیچیده است که هیچ‌گونه نقش ارتعاشی در آن دیده نمی‌شود.

چون این معادله مستقل از ϕ است، هسته دارای تقارن استوانه‌ای می‌شود. رابطهٔ بین پارامتر تغییر شکل β و خروج از مرکز بیضی به‌صورت زیراست

$$\beta=\frac{۴}{۳}\sqrt{\frac{\pi}{۵}}\frac{\Delta R}{R_{av}} \qquad (۱۵.۵)$$

که در آن ΔR اختلاف طول محورهای بزرگ و کوچک بیضی است. معمولا شعاع متوسط هسته را به صورت $R_{av}=R_{\circ}A^{۱/۳}$ در نظر می‌گیرند که چندان دقیق نیست. چون حجم هسته‌ای که با معادلهٔ (۱۴.۵) توصیف می‌شود کاملا برابر $۴/۳\pi R_{av}^{۳}$ نمی‌شود، تقریب حاضردقت زیادی ندارد (مسئلهٔ ۱۱ را ببینید). محور تقارن معادلهٔ (۱۴.۵) محور مرجعی



شکل ۲۰.۵ شکل تعادل هسته‌های با تغییرشکل دائمی. اختلاف بین این طرح شکلها و شکلهای ۱۷.۵ و ۱۸.۵ در آن است که این طرح شکلها تصاویری فوری ازسطح متحرك هسته دریك لحظهٔ خاص زمانی نیستند، بلکه شکل هسته را درحالت ایستا نشان می‌دهند.

است که زاویهٔ θ نسبت به آن تعریف می‌شود. هنگامی که $\beta > ۰$ باشد، هسته به‌صورت یك بیضیوار کشیده و طویل است؛ و هنگامی که $\beta < ۰$ باشد، هسته به‌شکل یك بیضیوار پخت و پهن درمی‌آید.

یکی از نشانه‌های تغییرشکل پایدار در هسته، وجود گشتاور چارقطبی الکتریکی قابل توجه است که نمونه‌های آن در شکل ۱۰.۵ نموده شده است. رابطهٔ بین گشتاور چارقطبی و پارامتر تغییرشکل به‌صورت زیراست

$$Q_{۰} = \frac{۳}{\sqrt{۵\pi}} R_{av}^{۲} Z\beta(۱ + ۰.۱۶\beta) \qquad (۱۶.۵)$$

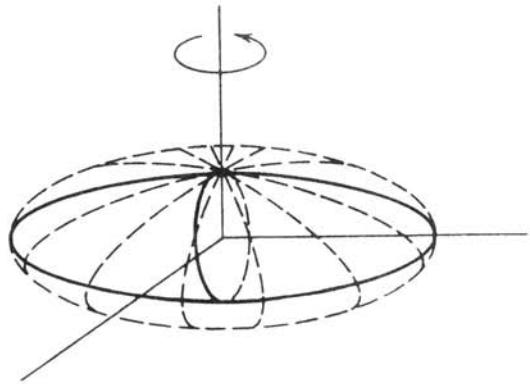
گشتاور چارقطبی $Q_{۰}$ را گشتاور چارقطبی ذاتی می‌نامند و فقط در چارچوب مرجعی که نسبت به هسته در حال سکون باشد قابل مشاهده است. در چارچوب مرجع آزمایشگاه،

هسته حالت دورانی دارد واندازه‌گیری گشتارچارقطبی آن به‌مقدار کاملا متفاوت Q منتهی می‌شود. در واقع، چنانکه در شکل ۲۱۰۵ دیده می‌شود، از دوران یك توزیع ذاتی کشیده حول محوری که برمحور تقارن آن عمود باشد (دورانهای حول محور موازی بـا محور تقارن قابل مشاهده نیستند)، توزیعی حاصل می‌شود که متوسط زمانی آن به‌صورت پخت است. بنابراین برای وقتی‌که $Q_0 > 0$ باشد، خواهیم داشت $Q < 0$. رابطهٔ‌بین Q و Q_0 به‌تکانهٔ زاویه‌ای هسته بستگی دارد: برای حالتهای 2^+ داریم $Q = -(2/7)Q_0$. مطابق شکل ۱۶۰۵(ب)، بـرای هسته‌هایی کـه در ناحیهٔ تغییرشکل دائمی پایدار قـرار دارند ($150 \leqslant A \leqslant 190$)، داریم $Q \simeq -2\,b$ که دراین‌صورت $Q_0 = +7\,b$ خواهدشد. باتوجه به‌معادلهٔ (۱۶۰۵) معلوم می‌شودکه $\beta \simeq 0{,}29$ است. این مقدار نشانگرانحراف قابل توجهی نسبت به هستهٔ کروی است، به‌طوری‌که بنابرمعادلهٔ (۱۵۰۵)، اختلاف طول نیم‌محورهای بزرگ وکوچك در حدود ۳ره شعاع هسته می‌شود.

انرژی جنبشی یك جسم دوار به‌صورت $(1/2)\mathcal{J}\omega^2$ است، که در آن $\mathcal{J}$ گشتاور لختی جسم است. این مقدارانرژی را می‌توان برحسب تکانهٔ زاویه‌ای $l = \mathcal{J}\omega$ به‌صورت $l^2/2\mathcal{J}$ نوشت. اگر مقادیرکوانتوم مکانیکی l^2 را در نظر بگیریم و عددکوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای را با I نشان دهیم، بنابرمکانیك‌کوانتومی انرژی جسم دوار چنین می‌شود

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} I(I+1) \qquad (۱۷۰۵)$$

افزایش انرژی دورانی هسته با افزایش عددکوانتومی I متناظراست، واز توالی حالتهای برانگیختهٔ هسته یك نوار دورانی به وجود می‌آید. (حالتهای برانگیخته در مولکولها هم نوار دورانی تشکیل می‌دهندکه دراین مورد دوران مولکول حول مرکز جرم آن خواهد بود.) حالت پایهٔ یك هستهٔ Z زوج و N زوج، همیشه حالت 0^+ است و تقـارن آینه‌ای



شکل ۲۱۰۵ از دوران یك توزیع کشیدهٔ ایستا حول محورعمود برمحورتقارن، یك توزیع پخت عملا مسطح حاصل می‌شود.

هسته دراین مورد خاص باعث می‌شود که تمامی حالتهای دورانی به‌مقادیر زوج I محدود شوند. بنابراین، توالی حالتها چنین خواهد شد

$$E(0^+) = 0$$

$$E(2^+) = 6\,\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

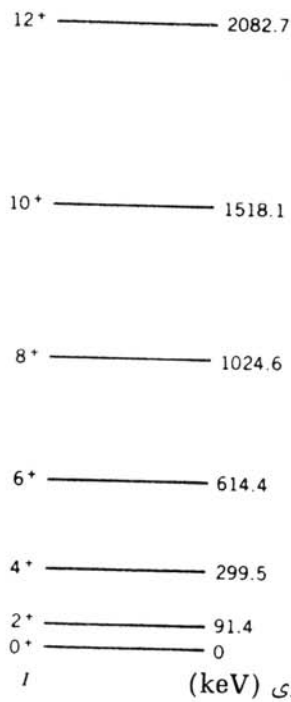
$$E(4^+) = 20\,\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

$$E(6^+) = 42\,\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

$$E(8^+) = 72\,\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

و همین‌طور تا آخر.

حالتهای برانگیختهٔ یك نمونه از هسته‌های دوار را در شکل ۲۲.۵ نشان داده‌ایم. نخستین حالت برانگیخته دارای انرژی $E(2^+) = 91.4\ \mathrm{keV}$ است، و درنتیجه داریم



شکل ۲۲.۵ حالتهای برانگیختهٔ ناشی از دوران ^{164}Er درحالت پایه.

$\hbar^2/2\mathcal{I} = ۱۵٫۲\ \mathrm{keV}$. انرژیهای چند حالت بعدی در این نوار دورانی حالت پایه عبارت‌اند از

$$E(4^+) = 20\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} = 305\ \mathrm{keV}, \qquad (\text{اندازه‌گیری‌شده: } 300\ \mathrm{keV})$$

$$E(6^+) = 42\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} = 640\ \mathrm{keV}, \qquad (\text{اندازه‌گیری‌شده: } 614\ \mathrm{keV})$$

$$E(8^+) = 72\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} = 1097\ \mathrm{keV}, \qquad (\text{اندازه‌گیری‌شده: } 1025\ \mathrm{keV})$$

ترازهای انرژی محاسبه‌شده کاملا دقیق نیستند (شاید به این دلیل که هسته تاحدودی مثل شارهٔ نوکلئونی عمل می‌کند و درست مانند جسم صلبی‌که گشتاور لختی ثابتی داشته باشد نیست)، اما آن‌قدر خوب هستندکه مطمئن شویم دست‌کم ایده‌ای تقریبی از منشأ ترازهای برانگیخته در اختیار داریم. بویژه نسبت $E(4^+)/E(2^+)$ برابر با ۳٫۳۳ پیش‌بینی می‌شودکه سازگاری درخورتوجهی بانتایج ترازهای هسته‌ای هسته‌های $150 < A < 190$ و $A > 230$ در شکل ۱۵.۵(ب) دارد.

با بررسی گشتاور لختی هستهٔ تغییرشکل‌یافته در دو حالت حدی می‌توان اطلاعاتی از ساختار این‌گونه هسته‌ها به دست آورد. گشتاور لختی حالت صلب یك بیضیوار دوار به‌جرم M که سطح آن با معادلهٔ (۱۴.۵) مشخص می‌شود، عبارت است از

$$\mathcal{I}_r = \frac{2}{5}MR_{av}^2(1 + 0٫31\beta) \qquad (18.5)$$

که اگر $\beta = 0$ باشد، مقدار آن با گشتاور لختی یك‌کرهٔ توپر برابرمی‌شود. با استفاده از این معادله، مقدار ثابت انرژی دورانی یك هسته در ناحیهٔ تغییرشکل ($A \approx 170$) چنین می‌شود

$$\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_r} \cong 6\ \mathrm{keV}$$

مرتبهٔ بزرگی این مقدار ثابت درست است، ولی مقدار آن در مقایسه با مقادیر تجربی [حدود $15\ \mathrm{keV}$ برای $E(2^+) = 90\ \mathrm{keV}$] خیلی‌کم است. یعنی، گشتاورلختی حالت صلب بایك مضرب ۲ تا ۳ بزرگتر از مقدار مورد انتظار است. اکنون اگر حالت حدی دیگررا در نظر بگیریم و هسته را به‌صورت شاره‌ای‌که در یك ظرف بیضیوار دوار قرار گرفته است تصورکنیم، گشتاور لختی آن چنین خواهد شد

$$\mathcal{I}_f = \frac{9}{8\pi}MR_{av}^2\beta \qquad (19.5)$$

که با استفاده از آن، مقدار ثابت انرژی دورانی به‌صورت زیر براورد می‌شود

$$\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_f} \cong 90\ \mathrm{keV}$$

پس معلوم می‌شود که گشتاور لختی شاره خیلی کوچك است، و در نتیجه خواهیم داشت $\mathcal{I}_r > \mathcal{I} > \mathcal{I}_f$. بنابراین رفتار دورانی هسته‌ها را می‌توان به صورت رفتار بینابینی جسم صلب وجسم شاره‌ای توضیح داد. ذرات جسم صلب قویاً درقید یکدیگرند، درحالی‌که در شاره‌ها قید ذرات با یکدیگرخیلی ضعیف است. (شاید با توجه به شناختی‌که از نیروی هسته‌ای داریم، باید می‌توانستیم این نتیجه را حدس بزنیم. نیروی قوی فقط بین یك نوکلئون و نوکلئونهای دیوار به دیوارآن وجود دارد، و درست به همین دلیل است که ساختار بلندبردی راکه مشخصهٔ جسم صلب است نمی‌توان از هسته انتظار داشت.)

یکی دیگر از نشانه‌های صلب نبودن هسته، افزایش گشتاور لختی آن در تکانه‌های زاویه‌ای زیاد یا بسامدهای دورانی زیاد است. این اثرکه آن را «کشیدگی گریزازمرکز» می‌نامند، اغلب در واکنشهای یون سنگین دیده می‌شود که در بخش ۱۳.۱۱ دربارهٔ آنها بحث خواهد شد.

البته هسته هیچ‌گونه «ظرفی» ندارد که به شارهٔ دوار شکل بدهد، بلکه این همان پتانسیل ناشی از نوکلئونهای درون هسته است که شکل هسته را تعیین می‌کند. مطلب بعدی این است که ببینیم آیا مفهوم شکل برای یك هستهٔ دوار معنایی دارد یا نه. اگر دوران هسته در مقایسه با سرعت نوکلئونهای موجود در «مدار» که با پتانسیل هسته‌ای (واز دید چارچوب مرجع در حال سکون نسبت به‌هسته) مشخص می‌شود خیلی سریع باشد، دراین صورت چون حرکت نوکلئونها تحت‌الشعاع دوران هسته قرار می‌گیرد، مفهوم شکل ایستای هسته خیلی بامعنی نیست. انرژی جنبشی متوسط هر یك از نوکلئونهای هسته، از مرتبهٔ ۲۰ MeV و تقریباً متناظر با سرعت $0.2c$ است. این مقدار براورد معقولی از سرعت حرکت نوکلئونهای درون هسته به دست می‌دهد. سرعت زاویه‌ای یك حالت دورانی از رابطهٔ $\omega = \sqrt{2E/\mathcal{I}}$ به دست می‌آید، که در آن E انرژی حالت مورد نظر است. برای نخستین حالت دورانی داریم $\omega \simeq 1.1 \times 10^{20}\ \mathrm{rad/s}$؛ و دراین‌صورت نوکلئونی‌که نزدیك به سطح هسته باشد با سرعت مماسی $v \simeq 0.02c$ دوران خواهد کرد. بدین‌ترتیب معلوم می‌شودکه حرکت دورانی درمقایسه باحرکت درونی خیلی‌کندتر است. بنابراین تصویر درست یك هستهٔ تغییر شکل‌یافتهٔ دوار همانند شکل تعادل پایداری است که در اثر حرکت درونی سریع نوکلئونها در پتانسیل هسته‌ای حاصل می‌شود، و درحالی‌که این توزیع نوکلئونی به‌طور نسبتاً کند دوران می‌کند این دوران تأثیرچندانی برساختار هسته یا بر مدارهای نوکلئونی نخواهد داشت. (به‌همین دلیل، مدل دورانی را گاهی مدل «بی‌دررو» می‌گویند.)

تشکیل انواع دیگر حالتهای برانگیخته که نوارهای دورانی جدیدی به وجود

می‌آورند نیز امکان‌پذیر است. نمونه‌هایی از این‌گونه حالتها که به‌دلیل تغییردادن ساختار ذاتی هسته حالتهای ذاتی نامیده می‌شوند، عبارت‌اند از: حالتهای ارتعاشی (که در آن هسته حول یك شکل تعادل تغییر شکل‌یافته ارتعاش می‌کند) و برانگیختگی ذره‌ای زوج ـ شکن. اگر اسپین حالت ذاتی غیرصفر باشد، نوار دورانی مبتنی بر آن حالت به ترتیب دارای مقادیر اسپین I، $I+1$، $I+2$، و . . . خواهد شد. حالتهای ارتعاشی هسته‌های تغییرشکل یافته بردو نوع است: ارتعاشهای β که طی آن پارامتر تغییرشکل β نوسان می‌کند و هسته تقارن استوانه‌ای‌اش را حفظ می‌کند، و ارتعاشهای γ که طی آن تقارن استوانه‌ای هسته نقض می‌شود. (اگرهسته را به‌صورت توپ فوتبال درنظربگیریم، ارتعاشهای بتا به بالا و پایین رفتن دوسرتوپ و ارتعاشهای گاما به جلو و عقب رفتن دو پهلوی آن مربوط می‌شود.) هر دو حالت ارتعاشی و برانگیزش ذره‌ای در انرژیهای حدود $1\ \mathrm{MeV}$ اتفاق می‌افتند، درحالی‌که فواصل انرژی دورانی خیلی‌خیلی ازاین مقدار کمتراست (ازمرتبهٔ $10-20\ \mathrm{keV}$ $(\hbar^2/2\mathcal{J}\simeq)$.

درشکل ۲۳.۵، ساختار کامل هستهٔ $^{164}\mathrm{Er}$ را درانرژی پایین نشان داده‌ایم. اگرچه ازکل مجموعهٔ حالتهای برانگیخته هیچ نقش‌مشخصی به‌دست نمی‌آوریم، ولی این حالتها را با توجه به اسپین ـ پاریته‌شان می‌توان به‌صورت نوارهای دورانی با فواصل مشخصهٔ $I(I+1)$ دسته‌بندی‌کرد. برای شناسایی ساختارهسته، ازخواص دیگرحالتهای برانگیخته (مانند احتمال گسیل پرتوگاما) هم می‌توان کمك گرفت.

حرکتهای جمعی دورانی و ارتعاشی هر دو باعث تولید گشتاورمغناطیسی در هسته می‌شوند. حرکت پروتونها را می‌توان به صورت یك جریان الکتریکی در نظر گرفت، و دراین صورت گشتاورمغناطیسی ناشی ازیك پروتون منفرد با عددکوانتومی تکانهٔ زاویه‌ای l عبارت است از $\mu=l\mu_N$. اما چنانکه می‌دانیم، کل تکانهٔ زاویه‌ای یك هسته صرفاً از پروتونهای آن حاصل نمی‌شود بلکه نوترونهای هسته هم در ایجاد تکانهٔ زاویه‌ای کل سهیم‌اند. اگر حرکت جمعی پروتونها و نوترونهای درون هسته را یکسان بگیریم (که فرضی است معقول ولی نه‌چندان دقیق)، سهم تقریبی پروتونها را در ایجاد تکانهٔ زاویه‌ای کل هسته به‌نسبت Z/A به‌دست خواهیم آورد. (دراینجا فرض می‌کنیم که حرکت جمعی نوترونها دخالتی در تولید گشتاورمغناطیسی هسته ندارد، و همچنین فرض می‌کنیم که همهٔ نوترونها و پروتونها به‌صورت دوبه‌دو باهم جفت شده‌اند به‌طوری که گشتاورمغناطیسی ناشی از اسپین نیز درگشتاورمغناطیسی هسته سهمی ندارد.) بدین‌ترتیب، گشتاورمغناطیسی یك حالت دورانی یا ارتعاشی با تکانهٔ زاویه‌ای I درمدل جمعی چنین پیش‌بینی می‌شود

$$\mu(I)=I\frac{Z}{A}\mu_N \qquad (۲۰.۵)$$

برای هسته‌های سبك‌که درآنها $Z/A\simeq$ ۰٫۵ است، داریم $\mu(2)\simeq+1\mu_N$؛ درحالی که برای هسته‌های سنگین‌که درآنها $Z/A\simeq$ ۰٫۴ است، داریم $\mu(2)\simeq+0{,}8\mu_N$.

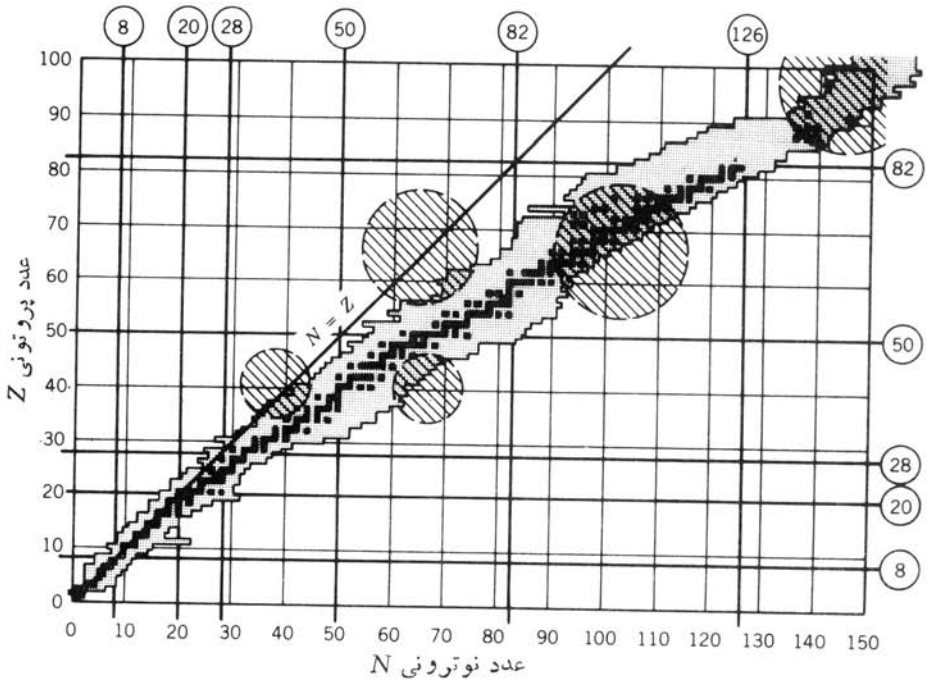
شکل ۲۳.۵ حالتهای ^{164}Er در انرژی پایینتر از ۲ MeV. اکثر حالتها را می‌توان در سه نوار دورانی جای داد که به ترتیب عبارت‌اند از: حالت پایهٔ هستهٔ تغییرشکل یافته، ارتعاش نوع گاما (که در آن ارتعاش سطوح برمحور تقارن عمود است)، و ارتعاش نوع بتا (که در آن ارتعاش سطوح به موازات محور تقارن است). منشأ بسیاری از حالتهای برانگیختهٔ دیگر را می‌توان در برانگیزش ذره‌ای زوج ـ شکن و نوارهای دورانی مربوط به آن جستجو کرد.

با توجه به شکل ۱۶.۵(الف) معلوم می‌شود که به‌استثنای مورد هسته‌های با پوستهٔ پر (که مدل جمعی برای آنها معتبر نیست)، مقادیر گشتاورمغناطیسی حالتهای 2^+ در سایر موارد بخوبی با این پیش‌بینی سازگار است.

به عنوان آخرین نکته در این آشنایی مختصر با حرکت جمعی هسته، باید بکوشیم که منشأ رفتارجمعی را با رهیافتی میکروسکوپیك‌تر درساختارهسته جستجو کنیم. این قضیه بویژه در مورد هسته‌های دورانی با تغییرشکل دائمی صادق است. قبلا دیده‌ایم که مدل پوسته‌ای را می‌توان بایك پتانسیل کروی متقارن بخوبی برای بسیاری ازهسته‌ها به‌کاربرد. وقتی‌که به هسته انرژی می‌دهیم، به‌آسانی می‌توانیم پتانسیل مدل پوسته‌ای را در اطراف وضع تعادل درحال ارتعاش تصور کنیم. دراین صورت، حرکت ارتعاشی هسته را به‌طور طبیعی می‌توان به‌کمك مدل پوسته‌ای بررسی کرد. چنانکه در بحث ازساختار ^{130}Sn در آغازاین بخش گفتیم، ساختار ارتعاشی‌جمعی‌را حتی با رهیافت میکروسکوپیك‌ترهم‌می‌توان

بررسی کرد. برای نمونه، می‌توان تمام نوکلئونهای ظرفیت (یعنی نوکلئونهای خارج از پوسته‌های بسته) را درنظر گرفت، تمام جفت‌شدگیهای ممکن که منجر به‌اسپین برایند 2^+ می‌شوند (از جمله آنهایی که زوج ـ شکن هستند) را پیدا کرد، و کوشید که ترکیب درست تابع‌موجهایی را که نخستین حالت برانگیختهٔ مورد مشاهدهٔ 2^+ را تولید می‌کنند به‌دست آورد. اگر تعداد جفت‌شدگیهای ممکن زیاد باشد، این روش ممکن است از لحاظ ریاضی پیچیدگی داشته باشد. اما مدل پوسته‌ای مبنای این روش، اساساً اختلاف چندانی با مدل ذرهٔ کاملا مستقل که در بخش قبلی بررسی شد ندارد. این رهیافت برای هسته‌های کروی کارایی دارد، ولی به طور طبیعی به یك هستهٔ دورانی با تغییر شکل دائمی منجر نمی‌شود.

سؤال بسیار حساسی که در اینجا مطرح می‌شود این است: مدارهای مدل پوسته‌ای که بـا استفاده از پتانسیل کروی محاسبه می‌شوند، چگونه بـه یك هستهٔ غیرکروی منجر می‌شوند؟ با روی‌هم قراردادن یك نمودار «اعداد جادویی» و یك نمودار انواع هسته‌های شناخته شده، همچنانکه در شکل ۲۴.۵ می‌بینیم، بـه جواب این سؤال نزدیك می‌شویم.



شکل ۲۴.۵ مناطق هاشورخورده، نواحی دور از پوسته‌های پر هستند که انتظار داریم اثرات دسته‌جمعی تعداد زیادی از ذرات منفرد و ترکیب چندین حالت مدل پوسته‌ای به پیدایش یك تغییرشکل دائمی در هسته منجر شود. این‌گونه هسته‌های تغییرشکل یافته را در تمامی نواحی همپوشی بین‌مناطق هاشورخورده ومناطق مربوط به‌انواع هسته‌های شناخته شده شناسایی کرده‌اند.

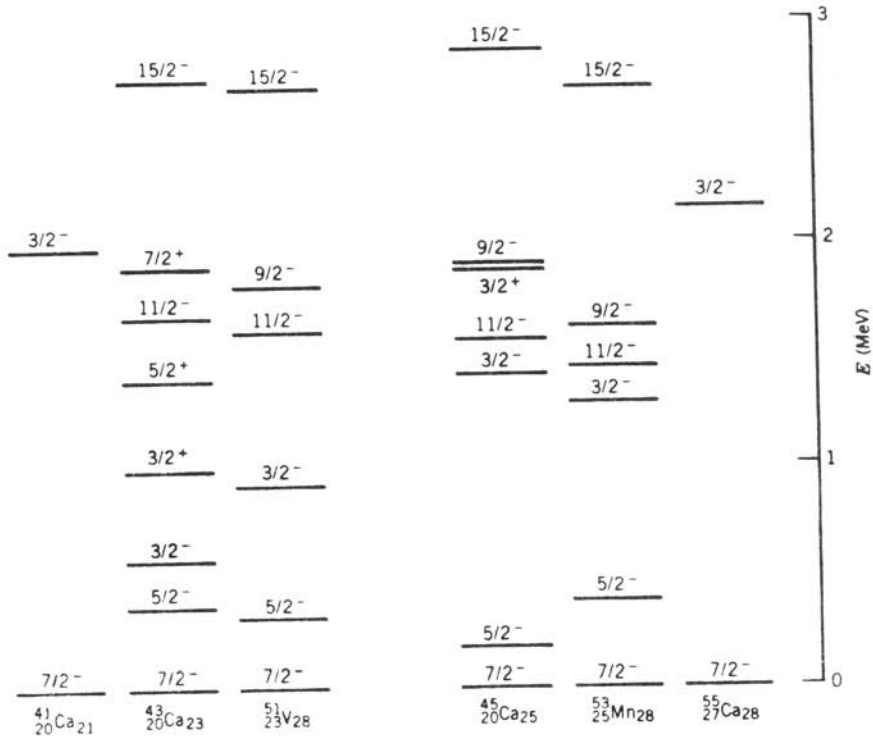
هسته‌های تغییرشکل‌یافته را فقط در نواحی دور از پوسته‌هـای کامل نوترونی و پروتونی می‌توان یافت. درست همان‌طور که تشریك مساعی چندزوج نوکلئونی خارج از پوستهٔ پر به ساختار میکروسکوپیك ارتعاشهای هسته‌ای کروی منجـر می‌شد، تشریك‌مساعی چندین زوج از نوکلئونهای ظرفیت هـم می‌تواند آنچنان تغییری در هستهٔ مرکـزی نوکلئونها به‌وجود آوردکه شکل تعادل هسته قویاً دگرگون شود.

۳.۵ مدلهای هسته‌ای واقعیتر

مدل پوسته‌ای هسته‌های A فرد ومدل جمعی هسته‌های زوج ـ زوج، هردو ایده‌آل‌سازیهایی هستندکه فقط به‌طورتقریبی برای هسته‌های واقعی قابل استفاده‌اند. ساختارهسته‌های واقعی خیلـی پیچیده‌تراز آن چیزی است که در ایـن مدلهای ساده مطرح می‌شود. بعلاوه، در هسته‌های واقعی نمی‌توان یك نوع ساختار را در نظر نگرفت و فقط نوع دیگر را مطرح کرد. از این‌رو، حتی درهسته‌های با خواص شدیداً جمعی نیز با اثرات ذرهٔ منفرد روبه‌رو می‌شویم. ضمناً بخش مرکـزی هسته‌های مدل پوسته‌ای هم می‌تواند در خواص جمعی آن نقشی داشته باشدکه تاکنون در این نوع بررسیها از آن صرفنظرکرده‌ایم. ساختار بسیاری از هسته‌ها را نمی‌توان به‌سادگی در یك گروه از دسته‌بندی دوگانهٔ ذرهٔ منفرد و حرکت جمعی قرارداد، بلکه معمولا لازم است‌که ترکیبی ازهردو مدل را برای توصیف ساختار هسته درنظر بگیریم. این مدل هسته‌ای وحدت‌یافته ازلحاظ ریاضی پیچیده‌تراز آن است که در اینجا مطرح شود، و به همین جهت ما در اینجا صرفاً برخی از خواص هسته‌ها را شرح می‌دهیم و می‌کوشیم رابطهٔ آنها را بـا وجوه بنیادیتر مدلهـای پوسته‌ای و جمعی نشان دهیم.

مدل پوسته‌ای چند ذره‌ای

در بررسی مدل پوسته‌ای، فقط اثرات ناشی از آخرین تك‌ذرهٔ تزویج‌نشده را در نظـر گرفتیم. رهیافت واقع‌بینانه‌تر برای هسته‌های A فرد این است که تمام ذرات خارج از پوسته‌های پر را در نظر بگیریم. برای نمونه هسته‌های Z فرد یا N فرد را درفاصلهٔ بین ۲۰ تا ۲۸ درنظر می‌گیریم‌که دراین صورت نوکلئونهای فرد در پوستهٔ $f_{7/2}$ قراردارند. برای سهولت، بحثمان را فقط به‌یك نوع نوکلئون محدود می‌کنیم و نوکلئون نوع دیگر را نه‌فقط باتعداد زوج بلکه بایك عدد جادویی در نظرمی‌گیریم. درشکل ۲۵.۵، حالتهای برانگیختهٔ انـرژی پایین را برای چندتـا از این هسته‌ها نشان داده‌ایم. هسته‌هایی کـه ساختارشان توسط یك ذرهٔ منفرد تعیین می‌شود (^{41}Ca و^{55}Co)، ترازهای مورد انتظار را نشان می‌دهند: حالت پایهٔ $(7/2)^-$که متناظر با ذرهٔ منفرد $f_{7/2}$ با پاریتهٔ فرد است (و یا متناظر با تهیجای نوکلئونی در ^{55}Co است، زیرا یك حفره یـا تهیجای منفرد در پوسته مانند یك ذرهٔ منفرد عمل می‌کند)؛ وحالت برانگیختهٔ $(3/2)^-$ درانرژی حدود ۲MeV



شکل ۲۵.۵ حالتهای برانگیختهٔ چند هسته که در پوستهٔ $f_{7/2}$ دارای نوکلئونهای ظرفیت‌اند. تمام ترازهای زیر MeV ۲ نموده شده‌اند، و حالت $^{-}(15/2)$ نیز بدانها افزوده شده است.

که با برانگیزش ذرهٔ منفرد با پاریتهٔ فرد به‌حالت $p_{3/2}$ متناظراست. هسته‌هایی که ۳ یا ۵ ذره در تراز $f_{7/2}$ دارند، طیف حالتهایشان خیلی غنیتراست، ومخصوصاً باید توجه داشت که حالتهای خیلی کم‌انرژی با پاریتهٔ منفی را نمی‌توان به کمك مدل پوسته‌ای تك‌ذره‌ای توضیح داد. برای نمونه اگرحالت $^{-}(5/2)$ از برانگیختگی یك ذرهٔ منفرد و انتقال آن به‌پوستهٔ $f_{5/2}$ حاصل‌شود، چون تراز $f_{5/2}$ بالاتر از تراز $p_{3/2}$ قرار می‌گیرد (شکل۶.۵) انتظار داریم که این حالت باانرژی بیش‌ازMeV ۲ ظاهر شود. پایینترین تراز $^{-}(5/2)$ در هسته‌های تك‌ذره در انرژی MeV ۶ر۲ (در مورد Ca^{41}) و MeV ۳ر۳ (درمورد Co^{55}) دیده می‌شود.

دراینجا برای نشان دادن پیکربندی nذره‌ای پوستهٔ $f_{7/2}$ از نمادگذاری اختصاری $(f_{7/2})^n$ استفاده می‌کنیم، و مقادیر برایند ممکن I را برای پیکربندی $(f_{7/2})^3$ مورد بررسی قرار می‌دهیم. (به‌خاطرتقارن بین ذرات وحفره‌ها، ترازهای مربوط به‌سه حفره یا پنج‌ذره در پوستهٔ $f_{7/2}$ با ترازهای سه ذره یکسان خواهد بود.) نوکلئونها چون اسپین نیم‌درست دارند، باید از اصل پاؤلی پیروی کنند، و در نتیجه هیچ دو ذره‌ای نمی‌توانند مجموعهٔ اعداد کوانتومی یکسان داشته باشند. تکانهٔ زاویه‌ای هر ذره در مدل پوسته‌ای

به صورت $j = ۷/۲$ توصیف می‌شود که تصاویر آن (m) در راستای z دارای مقادیر $\pm ۱/۲$، $\pm ۳/۲$، $\pm ۵/۲$، و $\pm ۷/۲$ است. بنابر اصل پاؤلی، مقادیر m برای این سه ذره با هم متفاوت است. در این صورت، فوراً معلوم می‌شود که حداکثر بزرگی تصویر برایند برای این سه ذره $(M = m_۱ + m_۲ + m_۳)$ برابر است با $+(۱۵/۲) = +(۳/۲) + (۵/۲) + (۷/۲)$ [اگر اصل پاؤلی را در نظر نگیریم، حداکثر بزرگی تصویر برایند برابر $۲۱/۲$ خواهد شد]. بنابراین، انتظار می‌رود که در پیکربندی $(f_{۷/۲})^۳$ مقدار I متناظر به هیچ حالتی بزرگتر از $۱۵/۲$ نباشد. بیشینهٔ تکانهٔ زاویه‌ای برایند در این مورد برابر $I = ۱۵/۲$ است که می‌تواند تمام مقادیر ممکن M را از $+۱۵/۲$ تا $-۱۵/۲$ به خود بگیرد. مقدار بعد از حداکثر M برابر $۱۳/۲$ است که فقط از مجموع $+۷/۲ + ۵/۲ + ۱/۲$ قابل حصول است (مجموعه‌های $+۷/۲ + ۳/۲ + ۳/۲$ و $+۷/۲ + ۷/۲ - ۱/۲$ مجاز نیستند). این حالت منفرد $M = ۱۳/۲$ باید به همان M حالتی که قبلا به پیکربندی $I = ۱۵/۲$ نسبت دادیم متعلق باشد، یعنی امکان ندارد که برایندی به صورت $I = ۱۳/۲$ در این پیکربندی وجود داشته باشد. با ادامهٔ این بحث معلوم می‌شود که برای مقدار

$$M = +\frac{۱۱}{۲}\left(+\frac{۷}{۲}+\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲} \quad و \quad +\frac{۷}{۲}+\frac{۵}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)$$

دو امکان وجود دارد، یعنی دو حالت ممکن برای $M = +۱۱/۲$ قابل تصور است: یکی از این دو حالت برای پیکربندی $I = ۱۵/۲$ است و دیگری حالتی است که به پیکربندی $I = ۱۱/۲$ نسبت می‌دهیم. با تکمیل این بحث، حالتهای ممکن برای پیکربندی $(f_{۷/۲})^۳$ یا $(f_{۷/۲})^۵$ را چنین به‌دست می‌آوریم: $I = ۱۵/۲, ۱۱/۲, ۹/۲, ۷/۲, ۵/۲, ۳/۲$. چون هر ذره از پیکربندیهای سه ذره‌ای یا پنج ذره‌ای پاریتهٔ منفی دارد، پاریتهٔ برایند به‌صورت $(-۱)^۳$ است. هسته‌هایی که در شکل ۲۵.۵ نشان داده شده‌اند، حالتهای کم‌انرژی با پاریتهٔ منفی را با اسپینهای مورد انتظار نشان می‌دهند [همچنین عدم امکان حالتهای $-(۱/۲)$ و $-(۱۳/۲)$ نیز چنانکه انتظار می‌رود، مشخص شده است].

این تحلیل اگرچه نسبتاً موفق است، ولی کامل نیست. در صورتی که تمام ذرات ظرفیتی را واقعاً مستقل و معادل در نظر بگیریم، انرژی هر تراز باید مستقل از سمتگیری مقادیر متفاوت m باشد. این بدان معنی است که تمامی برایندهای I باید انرژی یکسان داشته باشند. این نتیجه‌گیری حتی به‌طور تقریبی هم درست نیست. مثلا در مورد چندتایهٔ $(f_{۷/۲})^۳$، فاصلهٔ انرژی بین بالاترین و پایینترین تراز انرژی برابر $۲٫۷\ \mathrm{MeV}$ است که مقدار آن درهمان حدود انرژی برهم‌کنشهای زوج‌شکنی و برانگیزش ذره‌ای است. این گونه شکافتگی انرژی را با فرض برهم‌کنش باقیمانده بین ذرات ظرفیت می‌توان توضیح داد. بدین‌ترتیب، ساختار تراز انرژی این هسته‌ها وسیله‌ای برای بررسی برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون در یک محیط جدید در اختیار ما می‌گذارد که با آنچه در بررسی نوکلئون آزاد در فصل ۴ دیدیم متفاوت است.

به‌عنوان آخرین کلام، یکی دیگر از ویژگیهای عام پیکر بندیهای n ذره‌ای یك‌پوسته را بدون اثبات دراینجا ذکر می‌کنیم. این‌نکته‌که با آزمون تجربی قابل تحقیق است، بدین صورت است که گشتاورمغناطیسی هر پیکر بندی متناسب با تکانهٔ زاویه‌ای آن I خواهد بود. یعنی اگردوحالت مختلف ۱و۲ متعلق به‌یك پیکر بندی مشخص را در نظر بگیریم، داریم

$$\frac{\mu_1}{\mu_2}=\frac{I_1}{I_2} \qquad (۲۱۰۵)$$

متأسفانه تعداد موارد کاملا مشخص گشتاورمغناطیسی حالت برانگیخته کمتر از آن است‌که این پیش‌بینی قابل تحقیق باشد. در مورد ^{51}V می‌دانیم‌که گشتاورمغناطیسی حالت پایه برابر $\mu=+۵٫۱۵۱۴\pm ۰٫۰۰۰۱\mu_N$ و گشتاور نخستین حالت برانگیخته برابر $\mu=+۳٫۸۶\pm ۰٫۳۳\mu_N$ است. نسبت بین این دوگشتاور برابر $۱٫۳۳\pm ۰٫۱۱$ می‌شود که با نسبت مورد انتظار $۱٫۴=(۵/۲)/(۷/۲)$ سازگار است. نسبت بین گشتاورها برای همان حالتها در مورد ^{53}Mn برابر

$$\frac{۵٫۰۲۴\pm ۰٫۰۰۷\mu_N}{۳٫۲۵\pm ۰٫۳۰\mu_N}=۱٫۵۵\pm ۰٫۱۴$$

می‌شود. بدین‌گونه می‌توان گفت‌که شواهد حاصل از گشتاورمغناطیسی، فرض اولیهٔ ما را دربارهٔ ماهیت این حالتها تأیید می‌کند.

حالتهای تك‌ـ ذره‌ای در هسته‌های تغییرشکل یافته

ترازهای انرژی مدل پوسته‌ای هسته بر پایهٔ فرض کروی بودن پتانسیل هسته‌ای محاسبه می‌شوند. اما می‌دانیم که این فرض برای هسته‌های موجود در گسترهٔ $۱۵۰\leqslant A\leqslant ۱۹۰$ و $A>۲۳۰$ درست نیست. برای این‌گونه هسته‌ها باید از پتانسیلی در مدل پوسته‌ای استفاده‌کنیم‌که تقریبی ازشکل واقعی هسته، یعنی بیضیوار دوار، باشد. درمحاسبات معادلهٔ شرودینگر با پتانسیل غیرکروی، تکانهٔ زاویه‌ای l دیگر به‌صورت عددکوانتومی «خوب» نیست. یعنی، حالتهای پتانسیل غیرکروی را نمی‌توان مثل مورد مدل پوسته‌ای کروی با نمادهای طیف‌نمودی (s، p، d، f، وغیره) مشخص‌کرد. به‌عبارت دیگر، حالتهای حاصل ازمدل غیرکروی به‌صورت مخلوطی ازمقادیرمختلف l هستند (که با درنظرگرفتن پاریته، انتظار داریم این مخلوط فقط از مقادیر زوج l یا فقط از مقادیر فرد l تشکیل شود).

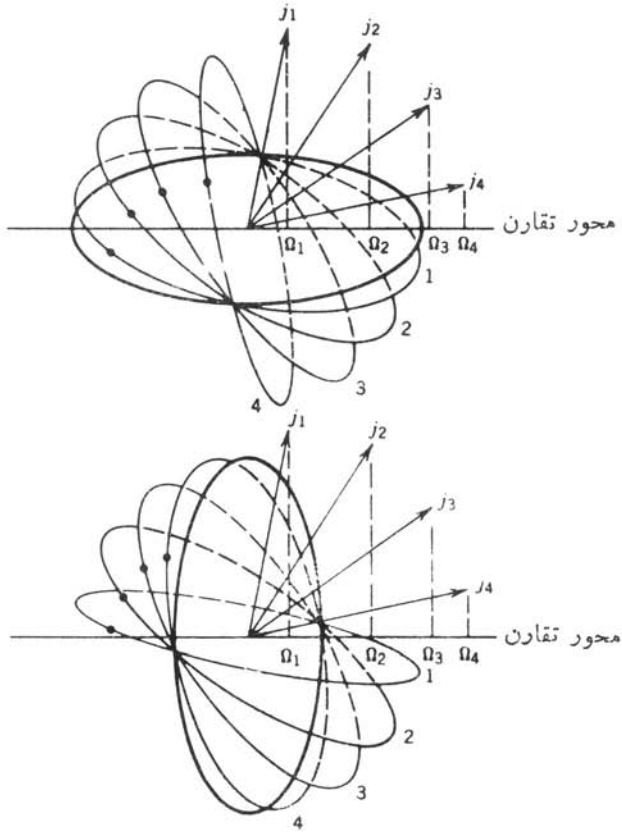
در مورد پتانسیل کروی، ترازهای انرژی هر حالت از ذرهٔ منفرد دارای واگنی $(۲j+۱)$ است. (این بدان معنی است که تمامی سمتگیریهای بردار $\mathbf{j}$ که تعداد آنها نسبت به‌هر محور دلخواه به $۲j+۱$ می‌رسد، با هم معادل هستند.) این واگنی ترازها یا هم‌ارزی سمتگیریها، دیگر برای پتانسیلی که تغییرشکل داده است معتبر نیست و ترازهای انرژی پتانسیل تغییر شکل یافته به سمتگیری فضایی مدار بستگی دارد. دقیقتر بگوییم،

انرژی هر تراز به مؤلفهٔ **j** در راستای محور تقارن قلب هسته بستگی پیدا می‌کند. برای نمونه، یك نوکلئون $f_{7/2}$ می‌تواند دارای هشت مؤلفهٔ مجاز **j** باشد که مقدار آنها از $-7/2$ تا $+7/2$ تغییر می‌کند. این مؤلفهٔ **j** در راستای محور تقارن را عموماً با Ω نشان می‌دهند. چون هسته‌ها نسبت به جهات دوگانهٔ محور تقارن دارای تقارن آینه‌ای هستند، انرژی مؤلفه‌های $+\Omega$ و $-\Omega$ با هم مساوی و در نتیجه واگنی هر تراز برابر ۲ خواهد شد. یعنی اگر پتانسیل مرکزی تغییرشکل پیدا کند، حالتی که قبلا با نماد $f_{7/2}$ مشخص شد به‌چهارحالت شکافته می‌شود که عبارت‌اند از $\Omega = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$ که پاریتهٔ همهٔ آنها منفی است. «مدار»های مجاز مختلف ذرهٔ فرد را برای تغییرشکلهای کشیده و پخت در شکل ۲۶.۵ نشان داده‌ایم. در تغییرشکل کشیده، مداری که کوچکترین مقدار ممکن Ω (مساوی $1/2$) را داراست قویترین برهم‌کنش را با قلب هسته خواهد داشت، بدین ترتیب بستگی این مدار از همه بیشتر و انرژی آن از همه پایینتر است. در تغییرشکل پخت، با وضعیت متفاوتی روبه‌رو می‌شویم. در این مورد، مداری که بزرگترین مقدار Ω (مساوی j) را داراست قویترین برهم‌کنش و پایینترین انرژی ممکن را خواهد داشت. چگونگی شکافته‌شدن حالتهای $f_{7/2}$، دراثر افزایش تغییرشکل هسته، در شکل ۲۷.۵ نموده شده است.

البته باید به خاطر داشته باشیم که شکلهای ۲۶.۵ و ۲۷.۵ چندان دقتی ندارند، زیرا اعداد کوانتومی l و j که با استفاده از پتانسیل کروی برای ذرهٔ منفرد به دست آمده‌اند در مورد پتانسیل تغییرشکل‌یافته فاقد اعتبارند. برای مثال، حالت پاریته ـ منفی $\Omega = 5/2$ را نمی‌توان همان حالت $f_{7/2}$ دانست، هرچند که وقتی $\beta \to 0$ تفاوت بین این دوحالت ازمیان می‌رود. تابع‌موج حالت $\Omega = 5/2$ را می‌توان به صورت مخلوطی (یا یك ترکیب خطی) از تعداد زیادی l و j مختلف نوشت (برای آنکه مؤلفهٔ $5/2$ حاصل شود، فقط مقادیر $j \geqslant 5/2$ را باید در نظر گرفت). معمولا تقریب را به‌صورتی درنظر می‌گیرند که پوسته‌های اصلی مختلف نوسانگر (شکلهای ۴.۵ و ۶.۵) باهم مخلوط نمی‌شوند. بنابراین، برای نمونه، حالت $\Omega = 5/2$ که در شرایط $\beta \to 0$ به‌سمت تراز $2f_{7/2}$ میل می‌کند، فقط شامل بعضی از حالتهای پوستهٔ پنجم نوسانگر ($2f_{5/2}$، $2f_{7/2}$، $1h_{9/2}$، $1h_{11/2}$) خواهد بود. پوسته‌های چهارم و ششم نوسانگر، پاریتهٔ متقابل دارند و درنتیجه قابل اختلاط نیستند. پوسته‌های پاریته ـ فرد بعدی نیز خیلی ازهم فاصله دارند و نمی‌توانند بخوبی با هم مخلوط شوند. اگر تابع‌موجهای کروی را با ψ_{Nlj} نشان دهیم، باید داشته باشیم

$$\psi'(\Omega) = \sum_{lj} a(Nlj)\psi_{Nlj} \qquad (۲۲.۵)$$

که در آن $\psi'(\Omega)$ معرف تابع‌موج حالت تغییرشکل‌یافتهٔ Ω است و $a(Nlj)$ ضرایب بسط هستند. برای حالت $\Omega = 5/2$ داریم

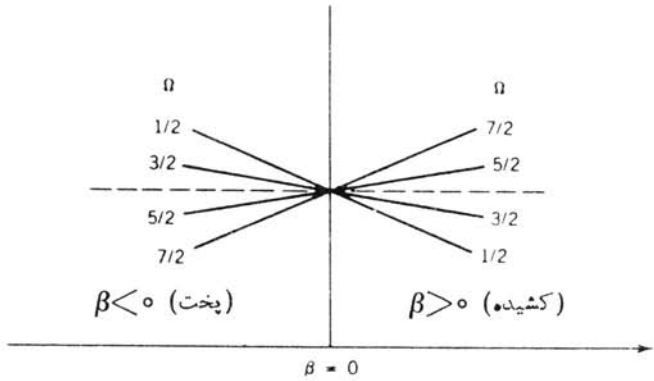


شکل ۲۶۰۵ مدارهای ذرهٔ منفرد با $j=7/2$ و تصاویر مجاز آن در راستای محور تقارن. تغییرشکل کشیده در بالا و تغییرشکل پخت در پایین نشان داده شده‌است. تصاویرمجاز عبارت‌اند از $\Omega_1=1/2$ ، $\Omega_2=3/2$ $\Omega_3=5/2$ و $\Omega_4=7/2$. (برای وضوح شکل، فقط تصاویر مثبت را نشان داده‌ایم.) توجه داشته باشید که در مورد هستهٔ کشیده، مدار ۱ (به‌طور متوسط) از همهٔ مدارهای دیگر به‌قلب هسته نزدیکتراست واز همه قویتر با آن برهم‌کنش می‌کند، درحالی‌که درمورد هستهٔ پخت، مدار ۴ قویترین برهم‌کنش را با قلب هسته خواهد داشت.

$$\psi'(\Omega)=a\left(53\,\frac{5}{2}\right)\psi_{53\frac{5}{2}}+a\left(53\,\frac{7}{2}\right)\psi_{53\frac{7}{2}}+a\left(55\,\frac{9}{2}\right)\psi_{55\frac{9}{2}}$$

$$+a\left(55\,\frac{11}{2}\right)\psi_{55\frac{11}{2}} \qquad (۲۳.۵)$$

ضرایب $a(Nlj)$ را می‌توان از حل معادلهٔ شرودینگر با پتانسیل تغییرشکل‌یافته به‌دست آورد، کـه محاسبهٔ آن نخستین بار در سال ۱۹۵۵ توسط نیلسون انجام شد. مقدار این



شکل ۲۷۰۵ نتیجهٔ سمتگیریهای مختلف مدار $f_{7/2}$ را مستقیماً در ایـن شکل نشان داده‌ایم. چنانکه درشکل۲۶.۵ دیده می‌شود، مداری که مؤلفه‌اش در راستای محور تقارن برابر $\Omega=1/2$ است قویترین برهم‌کنش را با قلب هستهٔ کشیده دارد، و درنتیجه انرژی آن از همهٔ مدارهای دیگر کمترمی‌شود. درمورد قلب هستهٔ پخت، مداری که مؤلفهٔ آن برابر $\Omega=7/2$ باشد پایینترین انرژی را داراست.

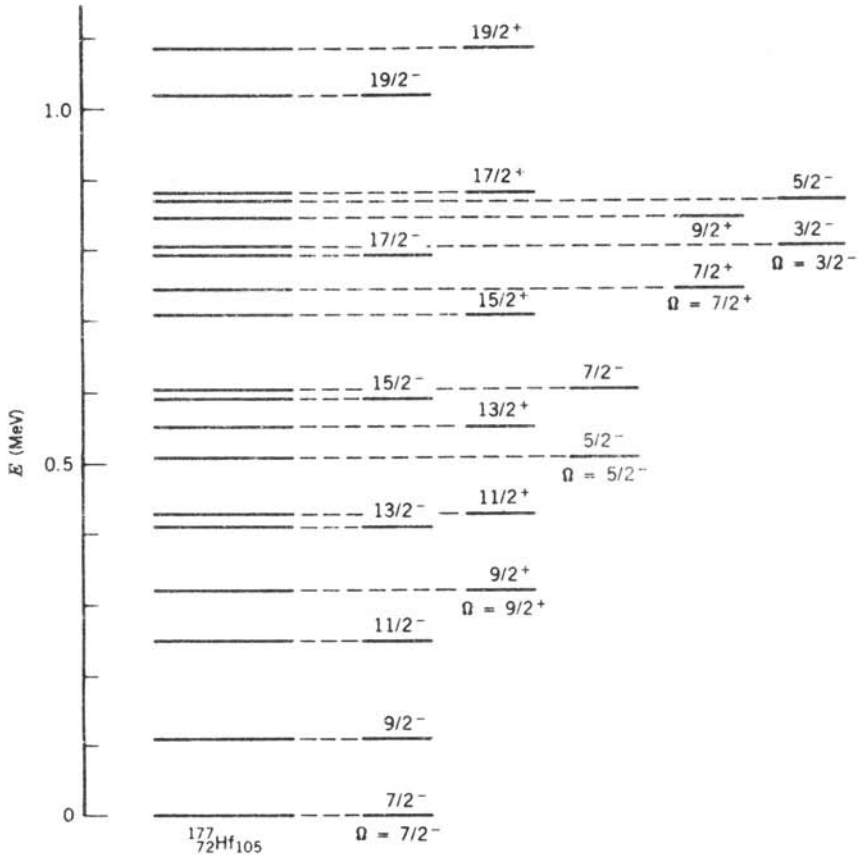
ضرایب به تبعیت از β تغییر می‌کند، و طبعاً انتظار داریم کـه به‌ازای $\beta \to ۰$ مقدار $a[۵۳(7/2)]$ به ۱ میل کند و ضرایب دیگر همگی صفر شوند. به‌ازای $\beta=۰ر۳$ (که معرف یك نمونه از تغییرشکل کشیده است)، نیلسون مقادیر ایـن ضرایب را برای تراز $\Omega=۵/۲$ که دراینجا مورد بحث است، به‌صورت زیر به‌دست آورد

$$a\left(۵۳\,\frac{۵}{۲}\right)=۰ر۲۶۷ \qquad a\left(۵۳\,\frac{۷}{۲}\right)=۰ر۸۳۲$$

$$a\left(۵۵\,\frac{۹}{۲}\right)=۰ر۴۱۵ \qquad a\left(۵۵\,\frac{۱۱}{۲}\right)=-۰ر۲۵۵$$

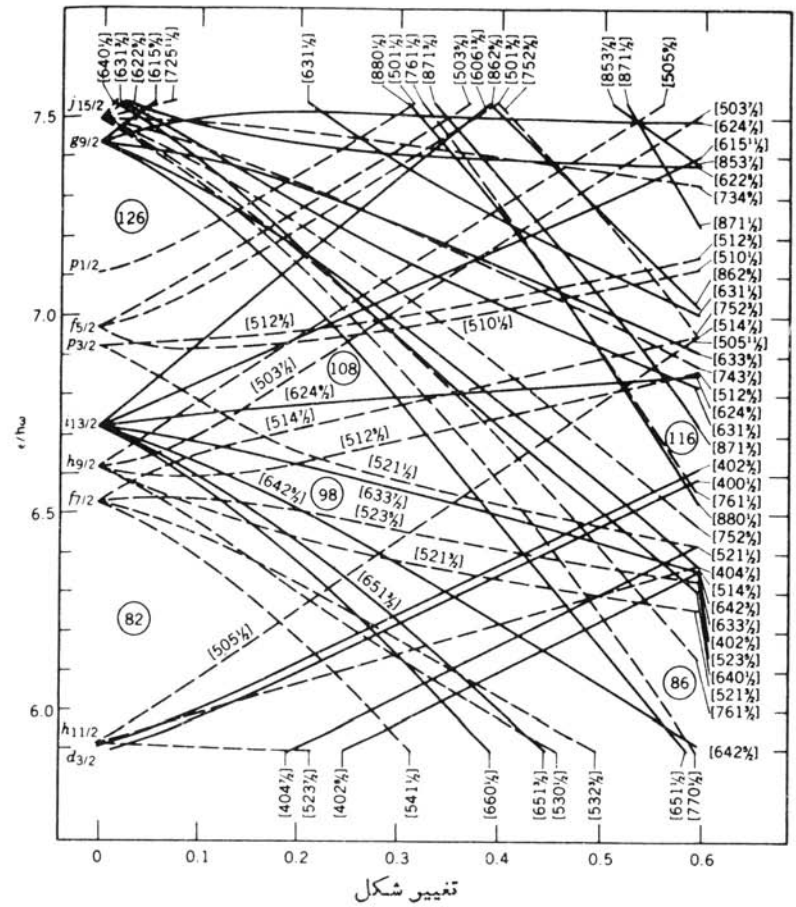
وقتی که این تابع‌موجهای حالتهای تك ـ ذرهٔ هسته‌های تغییرشکل‌یافته را دراختیار داشته باشیم، آنگاه می‌توانیم هسته‌ها را در حال دوران در نظر بگیریم. دراین صورت، برای هرحالت ذرهٔ منفرد یك سری حالتهای دورانی به دست می‌آوریم که فاصلهٔ انرژی بین آنها بـا عبارت $I(I+۱)$ متناسب است. در پایینترین حالت نوار دورانی $I=\Omega$ است، وتکانهٔ زاویه‌ای حالتهای متوالی، با افزایش انرژی دوران، به‌صورت Ω، $\Omega+۱$، $\Omega+۲$، ... افزایش می‌یابد. شکل۲۸.۵ ترازهای انرژی هستهٔ ^{۱۷۷}Hf را نشان می‌دهد. در ایـن هسته، علاوه‌بر دو نوار دورانی کاملا مشخص، چند حالت تك ـ ذره‌ای دیگر هم مشاهده شده است.

برای تعبیر ترازهای تك ـ ذرهٔ مشاهده‌شده، به‌نموداری مشابه شکل ۲۷.۵ نیازمندیم که تمام حالتهای مجاز تك ـ ذره و چگونگی تغییرانرژی آنها را برحسب تغییرشکل هسته



شکل ۲۸.۵ ترازهای انرژی ^{177}Hf. همانند مورد ^{164}Er (در شکل ۲۳.۵)، با استفاده از وضعیت اسپین ـ پاریته می‌توان حالتها را به‌صورت نوارهای دورانی دسته‌بندی کرد. در پایینترین حالت هر نوار $I=\Omega$ است و فاصلهٔ انرژی حالتهای بالاتر از $I(I+1)$ به‌دست می‌آید.

نشان دهـد. شکل ۲۹.۵ چنین نموداری را برای حالتهای نوترونی هسته‌های موجود در ناحیهٔ $150 \leqslant A \leqslant 190$ نشان می‌دهد. با توجه به اینکه واگنی هر یك از ترازهای ذرهٔ منفرد درهستهٔ تغییر شکل‌یافته برابر ۲ است، درست مانند آنچه درمورد مدل پوسته‌ای با پتانسیل کروی عمل کردیم، در هر حالت دونوترون قرار می‌دهیم تا به $N=105$ برسیم و همین‌طور درهر حالت دو پروتون می گذاریم تا به $Z=72$ برسیم. اکنون به‌دلیل تزویج نوکلئونی ازحالتهای تك ـ ذره‌ای پروتونها صرفنظر می‌کنیم، و به بررسی ترازهای مجاز یکصد و پنجمین نوترون در هستهٔ تغییرشکل یافته‌ای با مقدار مثلا $\beta \approx 0.3$ می‌پردازیم. چنانکه در نمودار می‌بینیم، ترازهای انتظاری تك ـ ذره دقیقاً با ترازهای مشاهده شده در ^{177}Hf مطابقت دارند.



شکل ۲۹.۵ ترازهای انرژی نوترونها دریك پتانسیل تغییرشکل‌یافتهٔ کشیده. تغییرشکل را اساساً با پارامتر β برآورد می‌کنند. اعداد درون قلابها نمایانگر حالتها هستند؛ در اینجا فقط اولین عدد که همان عدد کوانتومی اصلی N مربوط به پوستهٔ نوسانگر و معرف پاریتهٔ حالت $(-1)^N$ است و همچنین آخرین عدد که همان مؤلفهٔ Ω است، مورد توجه ماست. خطوط پر حالتهای با پاریتهٔ زوج، وخط‌چینها حالتهای با پاریتهٔ فرد را نشان می‌دهند. برای تغییرشکل بین۲ر۰و۳ر۰ (که معرف تغییرشکل نوعی‌هسته‌های موجود دراین‌ناحیه است)، یکصدوپنجمین نوترون ^{177}Hf درحالت [۵۱۴(۷/۲)] یعنی یك‌حالت پاریته ـ فردکه درآن $\Omega=7/2$ است، قرار می‌گیرد. یك برانگیزش کوچك کافی است که این نوترون را به‌حالت [۶۲۴(۹/۲)] که یك حالت پاریته ـ زوج و $\Omega=9/2$ است، برساند. هـر دو حالت ذاتی (و نوارهـای دورانی مربوط به‌آنها) را می‌توان درشکل ۲۸.۵ مشاهده‌کرد. حالتهای دیگری‌که در ^{177}Hf مشاهده می‌شوند، ازشکست زوج نوترونی یك حالت پایینتر و برانگیختگی یکی ازآنها و تزویج آن با نوترون $^{-}(7/2)$ حاصل می‌شوند. بدین‌گونه، مثلا، می‌توان یك نوترون منفرد در حالت [۵۱۲(۵/۲)] به‌دست آورد که نمایشگر حالت پاریته- فرد $\Omega=5/2$ در ^{177}Hf است.

بنابراین، ساختار کلی هسته‌های تغییرشکل‌یافتهٔ A فرد با نوارهای دورانی مشخص می‌شود. این نوارها را براساس حالتهای تک ـ ذره که با استفاده از پتانسیل مدل‌پوسته‌ای تغییرشکل‌یافته محاسبه می‌شوند، می‌توان تعیین کرد. حالتهای نوترون و پروتون (با استقرار دو نوکلئون در هرحالت) پر می‌شوند، و خواص هسته با استفاده از خواص ذرهٔ منفرد در مدل تک ذره قابل براورد است. این مدل که تابع‌موجهای آن توسط نیلسون محاسبه شده‌است، درتوجیه خواص هسته‌های موجود دراین ناحیه موفقیت چشمگیری داشته‌است. به‌طورکلی می‌توان گفت که محاسبات مبتنی برخواص ذرهٔ منفرد، برای ناحیهٔ تغییرشکل‌یافته بسیار موفقتر از ناحیهٔ هسته‌های کروی بوده است.

دراین فصل، نمونه‌هایی از ساختار هسته‌ای را که مبتنی برخواص ایستای هسته‌ها بوده‌اند بررسی کرده‌ایم که اهم آنها عبارت‌اند از: ترازهای انرژی، وضعیت اسپین‌ـ‌پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چارقطبی الکتریکی. با استفاده از تابع‌موجهای حاصل ازحل معادلهٔ شرودینگر در مدلهای مختلف می‌توان بسیاری از ویژگیهای دیگر ساختار هسته‌ای، از جمله گذار بین حالتهای هسته‌ای متفاوت را محاسبه کرد. اغلب مشاهده می‌شود که اگر برای نمونه بخواهیم فقط با استفاده از ترازهای انرژی شواهدی برای ساختار جمعی فراهم آوریم ممکن است تلاشمان بی‌نتیجه بماند، در حالی که استفاده از احتمال گذار بین حالتهای برانگیخته وجود اثرات جمعی را به‌طور قطعی ثابت می‌کند. همچنین ممکن است با مواردی روبه‌رو شویم که یك حالت برانگیختهٔ خاص به‌راههای مختلف قابل‌تعبیر باشد. حالت ارتعاشی یا جفت‌شدگی دو ذره‌ای را می‌توان به عنوان نمونه‌هایی از این موارد یادآور شد. معمولا با بررسی احتمال گذار، می‌توانیم تعبیرهای مختلف را با هم مقایسه کنیم و نقاط قوت و ضعف آنها را دریابیم. بنابراین بررسی کامل ساختار هسته‌ای مستلزم مطالعهٔ واپاشیهای رادیواکتیو و واکنشهای هسته‌ای است که اولی گذارخودبه‌خودی بین حالتها را نشان می‌دهد، و در دومی آزمایشگر می‌تواند حالتهای ابتدایی و نهایی را به میل خود انتخاب کند. در این دو زمینهٔ تحقیقی، ما می‌توانیم احتمالهای واپاشی و واکنش را محاسبه و با مقادیر تجربی آنها مقایسه کنیم، و بدین‌گونه ساختار حالتهای هسته‌ای را مورد پژوهش قرار دهیم. قسمت اعظم باقیماندهٔ این کتاب، به مطالعهٔ روشهای متداول در هر یك از این دو شاخهٔ طیف‌نمایی هسته‌ای اختصاص خواهد داشت.

مراجع مطالعات تکمیلی

کتابهای درسی فیزیك هسته‌ای که شامل مطالب پیشرفته‌تر ومفصلتر دربارهٔ مدلهای هسته‌ای هستند، عبارت‌اند از

B. L. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (New York: McGraw-Hill, 1971), ترجمهٔ فارسی این کتاب تحت عنوان مفاهیم فیزیك هسته‌ای در سال ۱۳۷۰ توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر شده است.ـ‌و.

H. Frauenfelder, E. M. Henley, *Subatomic Physics* (Englewood Cliffs, NJ : Prentice - Hall, 1974),

ترجمهٔ فارسی این کتاب تحت عنوان فیزیك زیر اتمی بزودی توسط مرکز نشر دانشگاهی منتشر خواهد شد.ـــو.

M. A. Preston, *Physics of Nucleus* (Reading, MA : Addison - Wesley, 1962).

دو اثر تك‌نگاری زیر به ترتیب دربارهٔ مدل پوسته‌ای و مدل جمعی نوشته شده‌اند. مؤلفان از برندگان جایزهٔ نوبل هستند که به‌خاطر کارشان درمدلهای هسته‌ای به‌دریافت این جایزه نایل شده‌اند.

M. G. Mayer, J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (New York : Wiley, 1955),

A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Reading, MA : Benjamin, 1975).

مرجع زیر یکی دیگر از کتابهای پیشرفته و جامع است

J. M. Eisenberg, W. Greiner, *Nuclear Models* (Amsterdam : North - Holland, 1970).

مسائل

۱. با استفاده از مدل پوسته‌ای، وضعیت پاریته و اسپین انتظاری حالتهای پایه را درهسته‌های زیر مشخص کنید: (الف) ^{7}Li، (ب) ^{11}B، (ج) ^{15}C، (د) ^{17}F، (ه) ^{31}P، (و) ^{141}Pr.

۲. ترازهای پایین در هستهٔ ^{13}C عبارت‌اند از: حالت پایه $^{-}(۱/۲)$، حالت $^{+}(۱/۲)$ با انرژی ۳٫۰۹ MeV ، حالت $^{-}(۳/۲)$ با انرژی ۳٫۶۸ MeV، حالت $^{+}(۵/۲)$ با انرژی ۳٫۸۵ MeV. حالتهای دیگر درحدود انرژی ۷ MeV و بالاتر هستند. تعبیر این چهار حالت را براساس مدل پوسته‌ای بیان کنید.

۳. بنابرنمودار تراز انرژی شکل۶.۵، برای حالت پایهٔ ^{203}Tl $(Z=81)$ انتظارداریم که $I^{\pi}=^{-}(۱۱/۲)$ شود، ولی وضعیت مشاهده شده به صورت $^{+}(۱/۲)$ است. در مورد هسته‌های ^{207}Pb $(N=125)$ و ^{199}Hg $(N=119)$ هم با شرایط مشابهی روبه‌رو می‌شویم: وضعیت انتظاری این هسته‌ها $^{+}(۱۳/۲)$ و وضعیت مشاهده شده $^{-}(۱/۲)$ است. به‌فرض آنکه نیروی تزویج قویاً برحسب I افزایش یابد، پیکربندی مدل پوسته‌ای این هسته‌ها را که با وضعیت مشاهده شدهٔ اسپین - پاریته سازگار باشد مشخص کنید.

۴. شکل۶.۵، متوسط حالتهای تك‌ذره‌ای مدل پوسته‌ای را فقط به‌طور کلی نشان می‌دهد. انرژی حالتها برحسب تعداد نوترونها و پروتونهای هسته تغییر می‌کند. برای نشان

دادن این اثر، حالتهای پنجاه و یکمین پروتون را در ایزوتوپهای Sb درنظر بگیرید. به‌همان شیوهٔ شکل ۲۵.۵، نموداری تهیه کنیدکه حالتهای $^{+}(2/5)$ و $^{+}(2/7)$ را در هسته‌های ^{113}Sb و ^{133}Sb نشان دهـد. (برای کسب اطلاعات مربوط به ترازهای انرژی به‌جدول ایزوتوپها رجوع کنید.) مواضع نسبی حالتهای پروتونی $g_{7/2}$ و $d_{5/2}$ را به‌صورت تابعی از تعداد نوترون مورد بحث قرار دهید.

۵. در مدل پوسته‌ای تك ذره، حالت پایهٔ یك هسته با تعداد فرد پروتون و نوترون را از جفت‌شدگی حـالتهای پروتون و نوترون در ایـن مدل تعیین می‌کنند: $\mathbf{I}=\mathbf{j}_p+\mathbf{j}_n$. هسته‌های $^{16}N-2^{-}$، $^{12}B-1^{+}$، $^{34}P-1^{+}$، و $^{28}Al-3^{+}$ را در نظر بگیرید. با رسم نمودارهای برداری ساده این جفت‌شدگیها را نشان دهید، وسپس $\mathbf{j}_p$ و $\mathbf{j}_n$ را به‌ترتیب با $\mathbf{l}_p+\mathbf{s}_p$ و $\mathbf{l}_n+\mathbf{s}_n$ جایگزین کنید. با بررسی نمودارهای این چهار هسته، بـرای سمتگیری نسبی $\mathbf{s}_p$ و $\mathbf{s}_n$ در حالت پایه یك قـاعدهٔ تجربی به دست آوریـد. سرانجام، بـا استفاده از قاعدهٔ تجربی به دست آمده، وضعیتهای I^{π} را در ^{26}Na و ^{28}Na پیش‌بینی کنید.

۶. (الف) اگر انرژی یك حالت تك‌ذره درغیاب برهم‌کنش(شکافتگی) اسپین ـ مدار برابر E_0 باشد، انرژی هر یك از اعضای دوتایهٔ اسپین ـ مدار را که اختلاف انرژیشان از معادلهٔ (۴.۵) به‌دست می‌آید پیـدا کنید. (ب) نشان دهید که «گرانیگاه» این دوتایه روی E_0 قرار دارد.

۷. گشتاور چارقطبی انتظاری $^{209}Bi(9/2)^{-}$ را براساس مدل پوسته‌ای محاسبه کنید، و آن را با مقدار تجربی $-0.37\,b$ مقایسه کنید.

۸. مقادیر انتظاری گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌های زیر را با استفاده از مدل پوسته‌ای محاسبه و آن را با مقادیر تجربی زیر مقایسه کنید:

هسته	I^{π}	μ تجربی (μ_N)
^{75}Ge	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-}$	$+0.510$
^{87}Sr	$\left(\frac{9}{2}\right)^{+}$	-1.093
^{91}Zr	$\left(\frac{5}{2}\right)^{+}$	-1.304
^{47}Sc	$\left(\frac{7}{2}\right)^{-}$	$+5.34$
^{147}Eu	$\left(\frac{11}{2}\right)^{-}$	$+6.06$

۹. بسامد ارتعاشی متناظر به‌نمونه‌ای از ارتعاشات چارقطبی را حساب کنید. با در نظر گرفتن مقادیر نمونهٔ طول‌عمر واپاشی حالتهای 2^+ درهسته‌های ارتعاشی (این مقادیر را می‌توان در جدول ایزوتوپها پیدا کرد)، نتیجه‌گیری کنید که واپاشیها در مقایسه با ارتعاشات هسته‌ای به‌طور کلی درزمان طولانیتر یا کوتاهتری اتفاق می‌افتند. چنانکه در معادلهٔ (۱۳.۵) دیده می‌شود، اگر α نمایشگر دامنهٔ ارتعاش باشد، آیا می‌توان کمیتهای متناسب با $\langle\alpha\rangle$ را مشاهده کرد؟ متناسب با $\langle\alpha^2\rangle$ را چطور؟

۱۰. با مشخص کردن فهرست حالتهای ممکن m برای سه فونون چارقطبی ($l=2$) و ترکیبهای قرینهٔ آنها، نشان دهید که حالتهای برایند مجاز عبارت‌اند از: 0^+، 2^+، 3^+، 4^+، و 6^+.

۱۱. حجم هسته‌ای را که سطح آن از معادلهٔ (۱۴.۵) به‌دست می‌آید تعیین کنید.

۱۲. یك هستهٔ بیضوی با توزیع بار یکنواخت را درنظر بگیرید که سطح آن با معادلهٔ (۱۴.۵) مشخص می‌شود. نشان دهید که گشتاور چارقطبی الکتریکی این هسته که با معادلهٔ (۳۶.۳) تعریف می‌شود، به‌صورت معادلهٔ (۱۶.۵) درمی‌آید.

۱۳. ترازهای انرژی ^{174}Hf دارای دو نوار دورانی مشابه به‌صورت زیراست:

	$E(0^+)$	$E(2^+)$	$E(4^+)$	$E(6^+)$	$E(8^+)$	$E(10^+)$	$E(12^+)$
نوار۱:	۰	۰٫۰۹۱	۰٫۲۹۷	۰٫۶۰۸	۱٫۰۱۰	۱٫۴۸۶	۲٫۰۲۱
نوار۲:	۰٫۸۲۷	۰٫۹۰۰	۱٫۰۶۳	۱٫۳۰۷	۱٫۶۳۰	۲٫۰۲۶	۲٫۴۸۹

(مقادیر بالا برحسب MeV داده شده‌اند). گشتاورلختی این دونوار را باهم مقایسه کنید، و دربارهٔ اختلاف آنها اظهارنظر کنید.

۱۴. اختلاف بین ترازهای انرژی پایین درهسته‌های ^{17}O و ^{19}O به‌علت وجود حالتهای $I^\pi=(9/2)^+$ و $I^\pi=(3/2)^+$ درهستهٔ ^{19}O است. این دو حالت درهستهٔ ^{17}O دیده‌نمی‌شوند. نشان دهید که این دوحالت ممکن‌است از پیکربندی $(d_{5/2})^3$ حاصل شوندکه در هستهٔ ^{17}O مورد انتظار نیستند.

۱۵. هستهٔ ^{24}Mg دارای یك‌حالت برانگیختهٔ‌اول 2^+ در انرژی ۱٫۳۶۹ MeV و یك حالت برانگیختهٔ دوم 4^+ در انرژی ۴٫۱۲۳ MeV است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت 2^+ برابر $1.02\mu_N$ و گشتاور چارقطبی الکتریکی آن برابر -0.27 b است. کدام‌یك ازمدلهای هسته‌ای می‌تواند توصیفی دقیق ازاین حالتها به‌دست دهد؟ انتخاب خود را با محاسبهٔ پارامترهای خاص مدل موردنظر توجیه کنید.

قسمت ۲

واپاشی هسته‌ای و رادیواکتیویته

٦

واپاشی رادیواکتیو

واپاشی رادیواکتیو کانیهای طبیعی حاوی اورانیم وتوریم تا حدود زیادی منشأ مطالعات اولیهٔ فیزیك هسته‌ای بوده است. این واپاشیها دارای نیمه‌عمرهایی درحدود عمرزمین‌اند، که این امر نمایانگر باقی ماندن این مواد از دوران اولیهٔ پیدایش ماده در اثر گردهمایی نوکلئونهاست. هسته‌های با عمر کوتاهتر مدتها قبل واپاشیده و ناپدید شده‌اند، و امروز ما فقط واپاشیهای باعمرطولانی را مشاهده می‌کنیم. اگر $U^{۲۳۵}$ و $U^{۲۳۸}$ دارای نیمه‌عمرهای بسیارطولانی‌نبودند، امروز دیگر اورانیمی درطبیعت وجودنداشت واحتمالا رآکتورهای هسته‌ای و سلاحهای هسته‌ای هم در کار نبودند.

علاوه‌بر رادیواکتیویتهٔ طبیعی، هسته‌های رادیواکتیو را ازطریق واکنشهای هسته‌ای درآزمایشگاه نیزمی‌توانیم تولیدکنیم. این عمل اولین‌بار درسال۱۹۳۴ توسط ایرن کوری و فردریك ژولیو، با بمباران آلومینیم به وسیلهٔ ذرات آلفای حاصل از واپاشی پولونیم رادیواکتیو، انجام شد. در این واکنش ایزوتوپ $P^{۳۰}$ تولید می‌شود که از طریق گسیل پوزیترون با نیمه‌عمر ۲٫۵ دقیقه واپاشیده خواهد شد. طبق گفتهٔ آنها:

> آخرین آزمایشهای ما حقیقت تکان دهنده‌ای را نشان داده است: هنگامی که یك ورقهٔ آلومینیم تحت تأثیر تابشهای یك ترکیب پولونیم قرار می‌گیرد، گسیل پوزیترون بلافاصله پس از برداشتن ترکیب رادیواکتیو متوقف نمی‌شود. ورقه همچنان رادیواکتیو می‌ماند وگسیل پرتوهای ناشی از واپاشی مانند یك عنصر رادیواکتیو معمولی به‌طور نمایی فرومی‌افتد.

برای این‌کار درزمینهٔ رادیواکتیویتهٔ مصنوعی، جایزهٔ نوبل شیمی سال ۱۹۳۵ به‌تیم ژولیو-کوری داده شد (در پی یك سنت خانوادگی-والدین ایرن، پی‌یر، و ماری‌کوری برای‌کار در زمینهٔ رادیواکتیویتهٔ طبیعی عنصر رادیم درجایزهٔ نوبل فیزیك سال ۱۹۰۳ با بکرل شریك شدند، و ماری کوری نخستین کسی است که با دریافت جایزهٔ نوبل شیمی درسال ۱۹۱۱ برای دومین بار به‌دریافت این جایزه مفتخر شد).

در این فصل قوانین فیزیکی حاکم بر تولید و واپاشی مواد پرتوزا را بررسی خواهیم‌کرد. در اینجا منظور از مواد پرتوزا موادی است که هسته‌های آنها در اثر گسیل خود به‌خود تابش تغییر حالت می‌دهد.

۱.۶ قانون واپاشی رادیواکتیو

ده سال پس‌ازکشف رادیواکتیویته درسال۱۸۹۶ ملاحظه شدکه آهنگ واپاشی یك مادهٔ پرتوزای خالص با گذشت زمان طبق یك قانون نمایی کاهش می‌یابد. تشخیص اینکه رادیواکتیویته نمایندهٔ تغییر درتك‌تك اتمها ونه‌درکل نمونه است، مستلزم سپری‌شدن‌مدت زمان بیشتری‌بود. پس ازگذشت دوسال دیگرمشخص شدکه واپاشی دارای طبیعت اماری است، یعنی پیش‌بینی زمان فروپاشی یك اتم معین غیرممکن است، و معلوم شد که این فرضیه مستقیماً به‌قانون نمایی منجر می‌شود. این موضوع عدم قابلیت پیش‌بینی رفتار یك ذره، امروزه دانشمندان را نگران نمی‌کند، ولی پذیرش آن در مراحل آغازین و قبل از گسترش نظریهٔ کوانتومی مشکل بود. تلاش فراوان همین محققان از خودگذشته بود که آنچه را که امروز حقایق مسلم به‌نظر می‌رسند، پابرجا ساخت.

اگر N هستهٔ پرتوزا در زمان t درنمونه‌ای موجود باشند و هسته‌های جدیدی وارد نمونه نشوند، تعداد dN هسته که در زمان dt واپاشیده می‌شوند با N متناسب خواهد بود، درنتیجه داریم

$$\lambda = -\frac{(dN/dt)}{N} \qquad (۱.۶)$$

که درآن λ یك مقدار ثابت است که ثابت واپاشی یا فروپاشی نامیده می‌شود. طرف راست معادلهٔ (۱.۶) احتمال واپاشی یك اتم در واحد زمان است. اینکه این احتمال بدون توجه به عمر اتمها ثابت می‌ماند، فرض اساسی نظریهٔ آماری واپاشی رادیواکتیو است. (طول عمر بشرازاین قانون پیروی نمی‌کند!)

با انتگرال‌گیری از معادلهٔ (۱.۶) به قانون نمایی واپاشی رادیواکتیو می‌رسیم

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (۲.۶)$$

که درآن N_0، ثابت انتگرال‌گیری، تعداد اولیهٔ هسته‌های موجود در $t = 0$ است. نیمه‌عمر

$t_{1/2}$ زمان لازم برای واپاشی نیمی از هسته‌هاست. با قرار دادن $N = N_0/2$ در معادلهٔ (۲.۶) داریم

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (3.6)$$

تعیین طول عمر متوسط، τ، (که گاهی فقط طول عمر خوانده می‌شود) نیز مفید است. این زمان طبق تعریف میانگین مدت زمانی است که هسته قبل از واپاشی باقی می‌ماند. تعداد هسته‌هایی که تا زمان t باقی می‌مانند برابر $N(t)$، و تعدادی که بین t و $t+dt$ واپاشیده می‌شوند برابر $|dN/dt|\,dt$ است. بنابراین عمر متوسط عبارت است از

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t|dN/dt|\,dt}{\int_0^\infty |dN/dt|\,dt} \qquad (4.6)$$

که مخرج آن نشاندهندهٔ تعداد کل واپاشیهاست. پس از انتگرال‌گیری نتیجهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad (5.6)$$

بنابراین عمر متوسط برابر عکس ثابت واپاشی است.

با استفاده از معادلهٔ (۲.۶) می‌توان تعداد هسته‌های از نوع معین را که پس از زمان t ناواپاشیده مانده‌اند، پیش‌بینی کرد. متأسفانه، قانون به‌این‌صورت ارزش محدودی دارد، زیرا اندازه‌گیری کمیت N مشکل است. به جای شمارش تعداد هسته‌های ناواپاشیده در یك نمونه، بهتر است تعداد واپاشیهایی که در فاصلهٔ زمانی بین t_1 و t_2 رخ می‌دهند شمرده شوند (از طریق مشاهدهٔ تابشهای گسیل‌شده). اگر تغییر تعداد هسته‌های موجود در فاصلهٔ t و $t+\Delta t$ برابر ΔN باشد، خواهیم داشت

$$|\Delta N| = N(t) - N(t+\Delta t) = N_0 e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda \Delta t}) \qquad (6.6)$$

اگر فاصلهٔ زمانی Δt که طی آن شمارش انجام می‌شود بسیار کوچکتر از λ^{-1} (و در نتیجه، در واقع $\Delta t \ll t_{1/2}$) باشد، می‌توان از جملهٔ مرتبهٔ بالا در بسط دومین جملهٔ پرانتز صرفنظر کرد و نوشت

$$|\Delta N| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}\Delta t \qquad (7.6)$$

در حد دیفرانسیلی رابطه به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N_{\circ} e^{-\lambda t} \qquad (۸.۶)$$

با تعریف فعالیت یا اکتیویتهٔ $\mathcal{A}$ به‌صورت آهنگ واپاشیهایی که در نمونه رخ می‌دهند، داریم

$$\mathcal{A}(t) \equiv \lambda N(t) = \mathcal{A}_{\circ} e^{-\lambda t} \qquad (۹.۶)$$

اکتیویتهٔ اولیه در $t = \circ$ برابر $\mathcal{A}_{\circ} = \lambda N_{\circ}$ است.

در حقیقت، می‌توانستیم معادلهٔ (۸.۶) را بـا مشتق‌گیری از معادلهٔ (۲.۶) مستقیماً به‌دست آوریم، ولی با انتخاب راه طولانیتر برنکته‌ای مهم تأکید کردیم که غالباً نادیده گرفته می‌شود: اندازه‌گیری تعداد شمارشهای ΔN درفاصلهٔ زمانی Δt، درصورتی اکتیویتهٔ نمونه را به دست می‌دهد که $\Delta t \ll t_{۱/۲}$ باشد. تعداد واپاشیها در فاصلهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابراست با

$$\Delta N = \int_{t_۱}^{t_۲ = t_۱ + \Delta t} \mathcal{A}\, dt \qquad (۱۰.۶)$$

که فقط درحالت $\Delta t \ll t_{۱/۲}$ برابر $\mathcal{A}\,\Delta t$ می‌شود (یك نمونهٔ نادر را درنظر بگیرید که در آن $t_{۱/۲} = ۱\,\mathrm{s}$ باشد، دراین‌صورت تعدادشمارش در دقیقه با شمارش‌درساعت برابر است). برای تشخیص ارتباط بیشتر بین $\mathcal{A}$ و ΔN به مسئلهٔ ۱ در انتهای این فصل رجوع کنید.

اکتیویتهٔ یك نمونهٔ رادیواکتیو درست برابر تعداد واپاشیهای نمونه در واحد زمان است، وتعداد واپاشی در ثانیه یکای مناسبی برای اندازه‌گیری‌است. یکای دیگراندازه‌گیری اکتیویته کوری (Ci) است، که درابتدا نمایندهٔ اکتیویتهٔ یك گرم رادیم محسوب می‌شد، ولی در حال حاضر به‌صورت سادهٔ زیر تعریف می‌شود

$$۱\,\mathrm{Ci} = ۳٫۷ \times ۱۰^{۱۰} \text{ واپاشی در ثانیه}$$

اغلب چشمه‌های رادیواکتیوی که در آزمایشگاهها مـورد استفاده قرار می‌گیرند دارای اکتیویته‌ای در محـدودهٔ میکروکوری و میلی‌کوری هستند. یکای اکتیویته در دستگاه SI بکرل (Bq) نامیده می‌شود که برابر یك واپاشی در ثانیه است. بـا وجود این، کوری به‌عنوان یکای اکتیویته به اندازه‌ای جا افتاده است که بکرل هنوز به‌صورت یکای متداول درنیامده است.

توجه کنیدکه اکتیویته فقط تعداد فروپاشی در ثانیه را بدون هیچگونه اطلاعی از نوع تابشهای گسیلی و یا انرژی آنها به‌دست می‌دهد. اگر بخواهیم اثرات تابش در یك سیستم زیست‌شناختی را بررسی کنیم، اکتیویته کمیت مفیدی نیست، زیرا تابشهای مختلف ممکن است اثـرات متفاوتی داشته باشند. در بخش ۸.۶ دربـارهٔ برخی یکاهای دیگـر

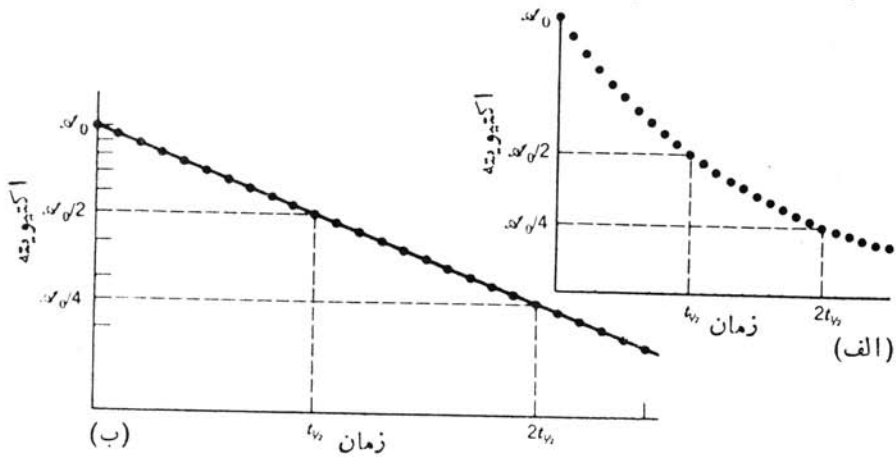
اندازه‌گیری تابش که اثرات نسبی زیست‌شناختی در آنهـا در نظر گرفته می‌شود، بحث خواهیم کرد.

معادلهٔ (۹.۶) نشان می‌دهد که اکتیویته با گذشت زمان به‌صورت نمایی فرومی‌افتد. بنابراین می‌توانیم تغییرات اکتیویته برحسب زمان را بـا شمارش تعداد واپاشیها در یك رشته فواصل زمانی کوتاه Δt اندازه بگیریم. بـا رسم ایـن اطلاعات روی نمـودار نیمه‌لگاریتمی، مطابق شکل ۱.۶، (یعنی نمودار $\ln \mathcal{A}$ برحسب t) خط راستی بـا شیب $-\lambda$ حاصل می‌شود، کـه از روی آن می‌توان نیمه‌عمر واپـاشی رادیواکتیو را تعیین کـرد.

این روش اندازه‌گیری فقط برای نیمه‌عمرهایی مفید است که بسیار کوتاه یا بسیار بلند نباشند. از یك‌سو، نیمه‌عمر باید به اندازهٔ کافی کوتاه باشد تا بتوانیم واپاشی نمونه را مشاهده کنیم ــ و از سوی دیگر برای نیمه‌عمرهای بسیار بیش از عمر انسان، قادر به مشاهدهٔ کاهش قابل ملاحظه در اکتیویتهٔ نمونه نیستیم. دراین موارد، می‌توان معادلهٔ (۱۰۶) را مستقیماً با اندازه‌گیری dN/dt (که همان میزان اکتیویته در این فرایند سادهٔ واپاشی است) و تعیین تعداد اتمها (مثلا به‌روش وزن‌کردن نمونه‌ای که ترکیب شیمیایی آن به‌دقت شناخته شده است) به‌کار برد.

برای نیمه‌عمرهای بسیار کـوتاه (کوتاهتـر از مثلا یك ثـانیه) مشاهـدهٔ آهنگ فروپاشیهای متوالی نیزسودمند نیست، زیرا اکتیویتهٔ نمونه در زمانهای لازم برای روشن وخاموش‌کردن دستگاه شمارش قابل اندازه‌گیری نیست. دراین‌صورت، از روش‌دقیقتری که درفصل۷ شرح داده شده‌است، استفاده می‌کنیم که اندازه‌گیریهای روزانهٔ نیمه‌عمرهای حدود نانوثانیه (10^{-9} s) وحتی پیکوثانیه (10^{-12} s) را ممکن می‌سازد.

این نکتهٔ مهم را باید به‌خاطر سپرد که قانون سادهٔ واپاشی نمایی رادیواکتیو فقط درشرایط محدودی به‌کارمی‌رود ــ دراین موارد، مقدارمعینی ازمادهٔ اولیه (باگسیل‌تابش)



شکل ۱۰۶ واپاشی نمایی اکتیویته. (الف) نمودار خطی. (ب) نمودار نیمه‌لگاریتمی.

به یك عنصر پایدار نهایی واپاشیده می‌شود. تحت این شرایط که هستهٔ رادیواکتیو ۱ با ثابت واپاشی λ_1 به‌هستهٔ پایدار ۲ واپاشیده می‌شود، تعداد هسته‌های موجود برابر است با

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t} \qquad (۱۱.۶ \text{ الف})$$

$$N_2 = N_0(1-e^{-\lambda_1 t}) \qquad (۱۱.۶ \text{ ب})$$

توجه کنید که تعداد هسته‌های نوع ۲ از صفر شروع می‌شود و با افزایش $t \to \infty$ به N_0 می‌رسد (تمام هسته‌های نوع ۱ در نهایت به نوع ۲ تبدیل می‌شوند) و نیز توجه کنید که داریم $N_1 + N_2 = N_0$ (تعداد کل هسته‌ها ثابت است). اگر هسته‌های نوع ۲ نیز رادیواکتیو باشند، ویا اگر هسته‌های نوع ۱ درحال تولید هم باشند (مثلا در اثر واکنش هسته‌ای)، دراین صورت معادلات (۱۱.۶) قابل استفاده نیستند. این موارد را در بخشهای ۳.۶ و ۴.۶ بررسی می‌کنیم.

دربسیاری ازموارد، یك هستهٔ اولیه می‌تواند به‌دو طریق یا بیشتر واپاشیده شود که در این صورت حالت نهایی شامل دو هستهٔ متفاوت یا بیشتر است. اگراین دو مد واپاشی را a و b بنامیم، آهنگ واپاشی در مد a با ثابت واپاشی جزئی λ_a برابر $(dN/dt)_a$ و آهنگ واپاشی درمد b با ثابت λ_b برابر $(dN/dt)_b$ خواهد شد

$$\lambda_a = -\frac{(dN/dt)_a}{N}$$
$$\lambda_b = -\frac{(dN/dt)_b}{N} \qquad (۱۲.۶)$$

آهنگ واپاشی کل برابر است با

$$-\left(\frac{dN}{dt}\right)_t = -\left(\frac{dN}{dt}\right)_a - \left(\frac{dN}{dt}\right)_b = N(\lambda_a+\lambda_b) = N\lambda_t \qquad (۱۳.۶)$$

که در آن $\lambda_t = \lambda_a + \lambda_b$ ثابت واپاشی کل است. بنابراین هسته‌ها طبق رابطهٔ $N = N_0 e^{-\lambda_t t}$ واپاشیده می‌شوند، وفعالیت $|dN/dt|$ با ثابت واپاشی λ_t فرومی‌افتد. حال اگر تابشهایی را که منجر به حالتهای نهایی a یا b می‌شوند بشماریم، فقط ثابت واپاشی کل λ_t را مشاهده خواهیم کرد؛ و هرگز با یك واپاشی نمایی فعالیت با ثابتهای λ_a یا λ_b روبه‌رو نمی‌شویم. ثابتهای واپاشی نسبی λ_a و λ_b احتمال واپاشی در مد a یا b را نشان می‌دهند. بنابراین کسری معادل λ_a/λ_t از هسته‌ها در مد a وکسر λ_b/λ_t از هسته‌ها در مد b واپاشیده می‌شوند، به‌طوری که

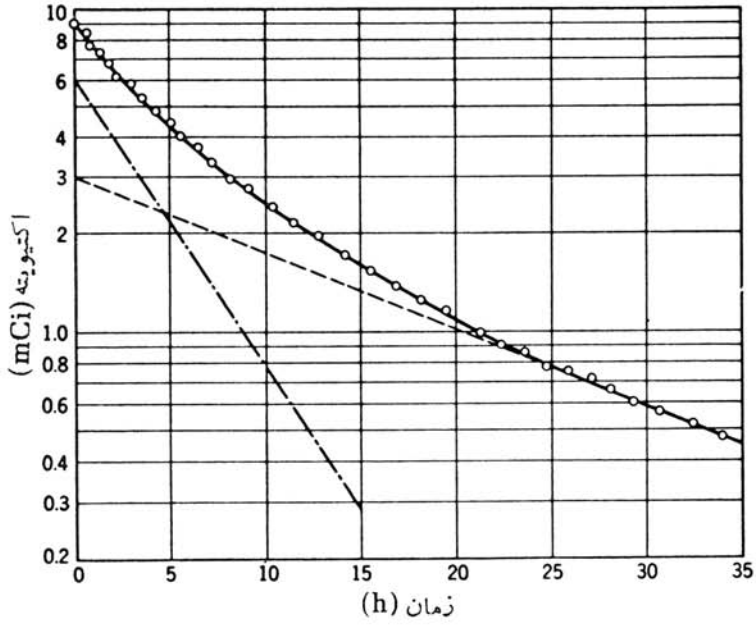
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_{1,0} t'}$$

$$N_{2,a} = \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_1}\right) N_0 (1 - e^{-\lambda_{1,0} t'}) \qquad (۱۴.۶)$$

$$N_{2,b} = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_1}\right) N_0 (1 - e^{-\lambda_{1,0} t'})$$

عوامل جداگانهٔ λ_a و λ_b هرگز درهیچ جملهٔ نمایی‌ای ظاهر نمی‌شوند: یعنی ما نمی‌توانیم یك مد واپاشی را برای مشاهدهٔ واپاشی مد دیگر «متوقف کنیم».

حالت خاص دیگر، مورد یك نمونه با دو یا چند هستهٔ رادیواکتیو با طرحهای واپاشی نامرتبط‌است. مخلوط ^{64}Cu (۱۲٫۷ h) و ^{61}Cu (۳٫۴ h) را درنظر بگیرید: البته این مخلوطها را نمی‌توان به‌طور شیمیایی ازهم جداکرد. اکتیویتهٔ یك مخلوط خاص برحسب زمان، برروی کاغذ نیمه‌لگاریتمی درشکل ۲.۶ رسم شده است. فرض می‌کنیم که درانتهای سمت راست منحنی فقط یك نوع اکتیویته وجود دارد (زیرا منحنی‌خطی‌است). شیب حدی این خط نیمه‌عمر ۱۲٫۷ h را نشان می‌دهد. با (۱) امتداد دادن این خط، و (۲) به دست آوردن تفاوت بین منحنی و این خط راست در نقاط مختلف محور زمان، و (۳) رسم این‌تفاوت برهمان مبنا، خط نقطه‌چین مستقیمی راکه نشاندهندهٔ نیمه‌عمر ۳٫۴ h



شکل ۲.۶ منحنی واپاشی نمونه‌ای‌که حاوی مخلوطی‌از ^{64}Cu (۱۲٫۷ h) و ^{61}Cu (۳٫۴ h) است.

است به‌دست می‌آوریم. محل برخورد هر یك ازاین خطوط با محور قائم، شمارش اولیهٔ هرمؤلفه را به‌دست می‌دهد. این روش را درصورتی‌که نیمه‌عمرها تفاوت قابل ملاحظه با هم داشته باشند، می‌توان برای مخلوطهای دارای بیش از دو مؤلفه نیز تعمیم داد.

۲.۶ نظریهٔ کوانتومی واپاشیهای رادیواکتیو

ترازهای انرژیی که از حل معادلهٔ شرودینگر برای پتانسیلهای گوناگون مستقل از زمان به‌دست می‌آیند یك خصوصیت مشترك دارند که همان حالتهای مانا در آنهاست. یك سیستم کوانتومی که ابتدا در یك حالت مانای خاص است همواره در آن حالت باقی می‌ماند و گذاری (یعنی‌واپاشی) به‌حالتهای دیگرنخواهدداشت. وجود یك‌سیستم‌کوانتومی گاه در یك حالت و گاهی در حالت دیگر با ساختن مخلوطی از دو یا چند حالت مانند $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ امکان‌پذیراست. دراین رابطه $|c_1|^2$ احتمال وجود سیستم درحالت۱ و $|c_2|^2$ احتمال وجود درحالت۲ است. برای پتانسیلهای مستقل از زمان، c_1 و c_2 مستقل از زمان‌اند که با مشاهدات مربوط به‌حالتهای واپاشنده که درآنها احتمال وجود در یك حالت برحسب زمان تغییرمی‌کند، توافق ندارد. به‌علاوه، از نظرفلسفی ناچاریم‌که پندارهٔ حالتهای ناب با توابع خوش‌تعریف را از سر بیرون‌کنیم‌که در این صورت تعبیرساختار هسته‌ای واقعاً مشکل می‌شود.

بنابراین رهیافت زیررا انتخاب می‌کنیم: پتانسیل به‌صورت $V+V'$ در نظر گرفته می‌شودکه V پتانسیل هسته‌ای است‌که حالتهای مانا را می‌دهد و V' پتانسیل اضافی بسیار ضعیفی است‌که می‌تواند سبب گذار بین حالتها شود. درحال حاضر با چشمپوشی از V'، معادلهٔ شرودینگر را برای پتانسیل V حل می‌کنیم و تابع‌موجهای ایستای هسته را به‌دست می‌آوریم، سپس ازاین توابع برای محاسبهٔ احتمال گذار بین «حالتهای مانا» در اثر V' استفاده می‌کنیم. این احتمال گذار همان ثابت واپاشی λ است که از قاعدهٔ طلایی فرمی به‌دست می‌آید و دربخش ۸.۲ بررسی شد

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}|V'_{fi}|^2\rho(E_f) \qquad (15.6)$$

که درآن داریم

$$V'_{fi} = \int \psi_f^* V' \psi_i \, dv \qquad (16.6)$$

بامعلوم‌بودن تابع‌موجهای اولیه ونهایی ψ_i و ψ_f، می‌توان «جزء ماتریس» V' و درنتیجه احتمال گذار را (که می‌تواند با مقدار تجربی مقایسه شود) به‌دست آورد.

احتمال گذار به‌چگالی حالتهای نهایی $\rho(E_f)$، درفاصلهٔ انرژی dE_f، نیزبستگی دارد. بنابراین‌تعداد حالتهای نهایی قابل‌حصول دستگاه برابر $dn_f = \rho(E_f)\,dE_f$ است.

اگـر تعداد حالات نهایی قابل حصول برای واپاشی زیـاد باشد، احتمال گذار بزرگ خواهدبود. چگالی حالات نهایی دارای دوجزء است، زیرا حالت نهایی پس از واپاشی شامل دومؤلفهٔ حالت هستهٔ نهایی وحالت ذرهٔ گسیل شده است. با شروع از حالت هسته، هریك ازاین مؤلفه‌ها را به‌ترتیب بررسی می‌کنیم.

با حل معادلهٔ شرودینگر برای پتانسیل مستقل از زمـان V حالتهای مانای $\psi_a(\mathbf{r})$ هسته به‌دست می‌آید. تابع‌موج وابسته به‌زمان برای حالت a به‌صورت زیراست

$$\Psi_a(\mathbf{r},t)=\psi_a(\mathbf{r})e^{-iE_a t/\hbar} \qquad (۱۷.۶)$$

که درآن E_a انرژی حالت است. احتمال وجود سیستم در حالت a برابر $|\Psi_a(\mathbf{r},t)|^2$ است که‌برای حالت مانا مستقل‌از زمان‌است. برای سازگاری باقانون واپاشی رادیواکتیو، علاقه‌مندیم که احتمال وجود سیستم درحالت a برحسب زمان به‌صورت e^{-t/τ_a} کاهش‌یابد

$$|\Psi_a(t)|^2=|\Psi_a(t=0)|^2e^{-t/\tau_a} \qquad (۱۸.۶)$$

که درآن $\tau_a=1/\lambda_a$ طول عمرمیانگین حالت با ثابت واپاشی λ_a است. بنابراین باید معادلهٔ (۱۷.۶) را به‌صورت زیر بنویسیم

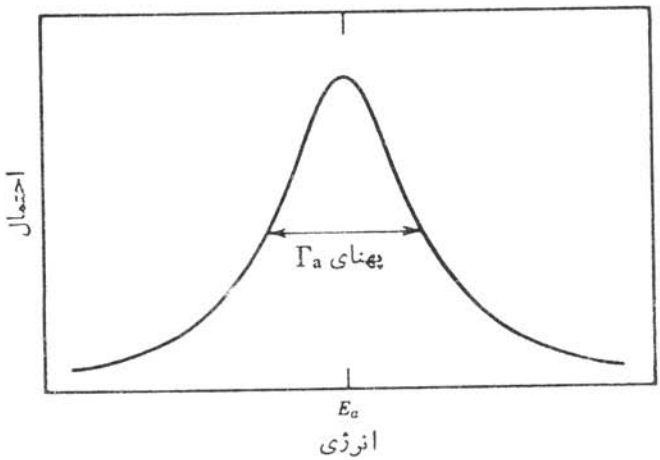
$$\Psi_a(\mathbf{r},t)=\psi_a(\mathbf{r})e^{-iE_a t/\hbar}e^{-t/2\tau_a} \qquad (۱۹.۶)$$

بهایی که برای حضورجملهٔ حقیقی درنمای Ψ_a می‌پردازیم، از دست دادن توانایی تعیین دقیق‌انرژی‌حالت‌است، زیرا دیگر حالت مانایی نداریم [رابطهٔ عدم قطعیت انرژی-زمان، معادلـهٔ (۲.۲)، را ببینید. اگـر یك حالت همواره وجود داشته باشد، داریم $\Delta t\to\infty$ که می‌توانیم انرژی آن را دقیقاً تعیین کنیم زیرا $\Delta E=0$ است. اگـرعمر متوسط یك حالت τ باشد، نمی‌توانیم انرژی آن را با دقتی بیش از $\Delta E\sim\hbar/\tau$ تعیین‌کنیم.] این بحث را می‌توانیم بـا محاسبهٔ توزیع حـالات انرژی (درحقیقت تبدیل فوریهٔ $e^{-t/2\tau_a}$) جدی‌تـر کنیم. احتمال مشاهدهٔ دستگاه در فاصلهٔ انرژی E و $E+dE$ در مجاورت E_a ازمربع توزیع زیر به‌دست می‌آید

$$P(E)\,dE=\frac{dE}{(E-E_a)^2+\Gamma_a^2/4} \qquad (۲۰.۶)$$

که درآن $\Gamma_a=\hbar/\tau_a$ پهنای حالت a است. شکل ۳.۶ تابع $P(E)$ را نشان می‌دهد. اگر انرژی این سیستم را اندازه بگیریم، ممکـن است مقدار E_a را بـه‌دست نیاوریم (اگرچه متوسط اندازه‌گیریهای متعدد مقدار E_a را می‌دهد). پهنای Γ_a معیـاری از عدم توانایی ما درتعیین دقیق انرژی حالت است (دراینجا کوتاهی ازما یاوسیلهٔ اندازه‌گیری نیست ــ طبیعت محدودیت عدم قطعیت را اعمال می‌کند، وچنانکه درشکل۳.۶ نشان داده شده است، یك حالت با انرژی «دقیق» E_a قابل مشاهده نیست).

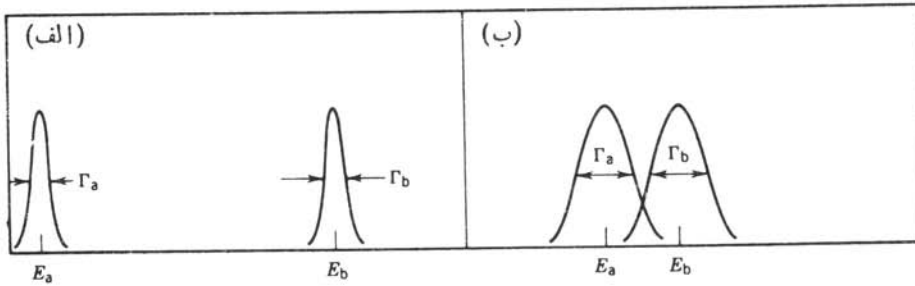
اگر حالات هسته دارای انرژی دقیق نباشند، آیا می‌توانیم از گذار بین ترازهای



شکل ۳.۶ احتمال اندازه‌گیری انرژی یك حالت ناپایدار به‌پهنای Γ_a.

مشخص صحبت کنیم؟ بلی، زیرا پهنای ترازهای هسته‌ای کم‌انرژی درمقایسه با فاصلهٔ بین آنها کوچك است. حالات هسته‌ای نوعاً دارای طول‌عمرهای بیش از 10^{-12} ثانیه هستند که‌با $\Gamma < 10^{-10}\,\mathrm{MeV}$ متناظرند. ترازهای هسته‌ای گسسته و کم‌انرژیی که در واپاشیهای عادی (و در بسیاری از واکنشهای هسته‌ای) دیده می‌شوند دارای فواصلی از مرتبهٔ $10^{-3}\,\mathrm{MeV}$ وبیشترهستند. بنابراین اگر بخواهیم حالت نهایی هسته‌ای را پس ازفرایند واپاشی اندازه بگیریم (به عنوان مثال بـا اندازه‌گیری انرژی ذرهٔ گسیل‌شده) همپوشی توزیعهای انرژی دوحالت نهایی مختلف a و b وایجاد ابهام درحالت «مانای» ناشی‌از واپاشی بسیار نامحتمل است (شکل ۴.۶).

بنابراین نتیجه می‌گیریم که صحبت از حالات شبه مانای گسسته منطقی است زیرا فاصلهٔ بین آنها بسیاربیشتراز پهنایشان است، و نیزمی‌توانیم نتیجه بگیریم که این حالات



شکل ۴.۶ هنگامی‌که پهنای حالت ناپایدار درمقایسه با فاصلهٔ بین‌آنها کوچك است، مانند مورد (الف)، حالتها گسسته و قابل مشاهده‌اند. در مورد (ب) حالتهای a و b در اثرهمپوشی کاملا با هم مخلوط شده‌اند؛ این حالتها تابع‌موجهای متمایز قابل مشاهده ندارند.

هسته‌ای درچگالی حالات نهایی سهمی ندارند زیرا تنها یك حالت هسته‌ای قابل حصول در فرایند واپاشی وجود دارد.

بنابراین تنها میدان تابش در چگالی حالات سهیم است و باید خصوصیات تابش گسیلی را درمحاسبهٔ $\rho(E_f)$ در نظر بگیریم. درحال حاضر به‌اظهارنظرهای کلی درمورد $\rho(E_f)$ قناعت می‌کنیم. اگر فقط احتمال تشکیل حالت هسته‌ای E_f را مشاهده کنیم، باید کلیهٔ تابشهای با انرژی $E_i - E_f$ را درنظر بگیریم. بویژه آنکه تابشها می‌توانند در هر جهت و با هرنوع قطبش (اگرتابشها از ذرات اسپین‌دار تشکیل شده‌باشند، اسپین می‌تواند جهت‌گیریهای مختلف داشته باشد) گسیل شوند. در اینجا فرض می‌کنیم که جهت تابش و قطبش آنها را مشاهده نمی‌کنیم. همین فرایند شمارش تعداد حالات نهایی قابل حصول است که چگالی حالتها را به‌دست می‌دهد و آن را در بحث انواع خاص تابش در فصول ۸ تا ۱۰ بیشتر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در حل معادلهٔ دیفرانسیل (۱۰.۶) برای به دست آوردن قانون واپاشی رادیواکتیو، فرض کردیم که احتمال واپاشی λ اولا کوچك و ثانیاً مستقل از زمان است که اتفاقاً همان فرضهایی هستند که درتعیین قاعدهٔ طلایی فرمی به‌کاربردیم. اگر V' مستقل از زمان باشد، λ که از رابطهٔ (۱۵.۶) محاسبه می‌شود نیز مستقل از زمان خواهد بود. در این شرایط، تأثیر V' برحالتهای مانای a و b ناشی از V به‌صورت زیراست

$$\psi_a \rightarrow \psi_a + \frac{V'_{ba}}{E_b - E_a}\psi_b$$

واحتمال اینکه دستگاهی که قبلا درحالت a بوده درحالت b دیده شود متناسب با $|V'_{ba}|^2$ است. ما این موضوع را به‌صورت «واپاشی» ازحالت a به‌حالت b مشاهده می‌کنیم.

برای استفاده ازقاعدهٔ طلایی فرمی نیزاحتمال واپاشی بایدکوچك باشد، به‌طوری که دامنهٔ ψ_b در رابطهٔ فوق کوچك‌شود. همین‌ضرورت است که منجر به‌فرایند واپاشی می‌شود. اگراحتمال واپاشی بزرگ بود، تابش کافی برای ایجاد گذار معکوس $b \rightarrow a$ ازطریق فرایند جذب تشدیدی وجود می‌داشت. در این صورت، سیستم مشابه یك سیستم کلاسیك متشکل از دو نوسانگر جفت‌شده بین حالات a و b نوسان می‌کرد.

ارتباط نهایی بین احتمال واپاشی مؤثر برای مجموعه‌ای ازتعداد زیادی ازهسته‌ها و احتمال واپاشی میکروسکوپیکی که با استفاده از مکانیك کوانتومی برای یك هستهٔ منفرد محاسبه می‌شود، مستلزم آن است که هر هسته از این مجموعه تابش خود را مستقل از همهٔ هسته‌های دیگر گسیل کند. فرض می‌کنیم که واپاشی یك هستهٔ معین، مستقل از واپاشی همسایگان آن است. بااین فرض اطمینان خواهیم یافت که ثابت واپاشی اندازه‌گیری‌شده درآزمایشگاه با محاسبات کوانتوم مکانیکی قابل مقایسه باشد.

۳.۶ تولید و واپاشی عناصر رادیواکتیو

در بسیاری موارد شرط اساسی قانون نمایی، یعنی عدم ورود هسته‌های جدید به نمونه، برقرار نمی‌ماند. درحل معادلهٔ (۱.۶) تعداد هسته‌های موجود در زمان $t=0$ برابر N_0 بود. اما در بسیاری از کاربردها، فعالیت رادیواکتیو را مانند مورد واکنشهای هسته‌ای به‌طور پیوسته به وجود می‌آوریم. در این صورت معادلهٔ (۲.۶) دیگر معتبرنیست و باید فرایندهای تولید و واپاشی عناصررادیواکتیو به‌تفصیل بررسی شوند.

فرض می‌کنیم که هدفی متشکل از هسته‌های پایدار را دریك رآکتور یا شتابدهنده مانند سیکلوترون قرارداده‌ایم. هسته‌های هدف باجذب نوترون یاذرات باردار،نمونه‌های رادیواکتیو تولید می‌کنند. آهنگ تولید R این هسته‌ها به تعداد N_0 اتمهای هدف، شار یا جریان I ذرات فرودی، و به‌سطح مقطع σ واکنش (که نمایندهٔ احتمال برهم‌کنش ذرهٔ فرودی با یك هستهٔ هدف است) بستگی دارد. شار ذرات دریك رآکتور یا سیکلوترون می‌تواند تا $10^{14}/s\cdot cm^2$ برسد و سطح مقطع نوعی واکنشها در حدود بارن ($10^{-24}cm^2$) است. بنابراین احتمال تبدیل یك هستهٔ هدف پایدار به هستهٔ رادیواکتیو در حدود $10^{-10}/s$ است. حتی اگر واکنش ساعتها هم ادامه داشته باشد، تعداد مطلق ذرات هدف تبدیل شده کوچك خواهد بود (مثلا کمتر از 10^{-6} برابر ذرات اولیه). بنابراین با تقریب خوب می‌توانیم تعداد هسته‌های هدف را ثابت در نظر بگیریم، وبا این تقریب آهنگ تولید R ثابت خواهد بود. (با «مصرف شدن» هسته‌های هدف، N_0 اندکی کاهش می‌یابد و در نتیجه آهنگ تولید در طی زمان کاهش می‌یابد. بدیهی است که وقتی $t\to\infty$، تعداد N_0 در نهایت به‌صفرمیل می‌کند. ولی در زمانهای معمولی واکنشها و با در نظرگرفتن سطح‌مقطعهای عادی، این اثرقابل چشمپوشی است). بنابراین، رابطهٔ

$$R=N_0\sigma I \qquad (۲۱.۶)$$

نشانگرمقدار ثابتی است که آهنگ تولید هسته‌های رادیواکتیو را به‌دست می‌دهد.

اکنون تعداد هسته‌هایی را که در اثر واکنش تولید می‌شوند با N_1 نشان می‌دهیم. این هسته‌ها با ثابت واپاشی λ_1 به هسته‌های پایداری تبدیل می‌شوند که تعداد آنها را با N_2 مشخص می‌کنیم. بنابراین تعداد هسته‌های N_1 موجود، به علت تولید با آهنگ R افزایش، و دراثر واپاشی رادیواکتیو کاهش می‌یابد

$$dN_1=R\,dt-\lambda_1N_1\,dt \qquad (۲۲.۶)$$

حل این معادله به‌آسانی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$N_1(t)=\frac{R}{\lambda_1}(1-e^{-\lambda_1t}) \qquad (۲۳.۶)$$

و

$$\mathcal{A}_1(t)=\lambda_1N_1(t)=R(1-e^{-\lambda_1t}) \qquad (۲۴.۶)$$

اگرزمان پرتودهی درمقایسه با یك نیمه‌عمر کوتاه باشد، با بسط نما وحفظ جملات خطی t رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathcal{A}_1(t) \cong R\lambda_1 t \qquad t \ll t_{1/2} \qquad (۲۵.۶)$$

بنابراین برای زمانهای کوتاه، اکتیویته با آهنگ ثابت افزایش می‌یابد. این‌حالت متناظر با انباشته شدن خطی (برحسب زمان) هسته‌های تولید شده است، که در اثر واپاشی رادیواکتیو از تعداد آنها هنوز به‌طور چشمگیری کاسته نشده است.

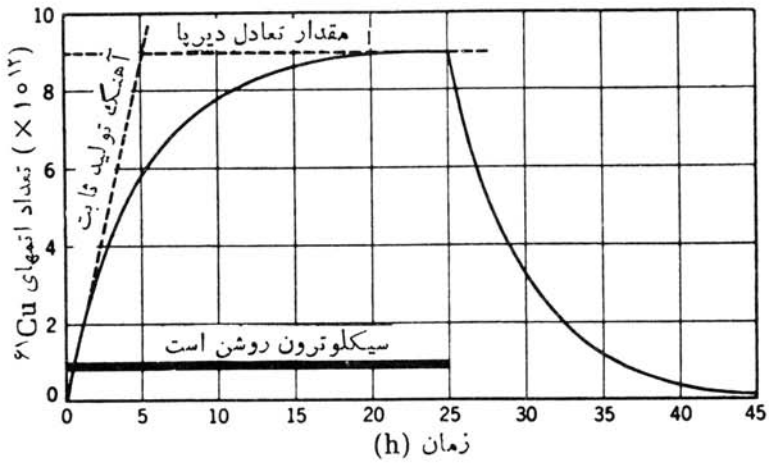
برای زمانهایی که در مقایسه با نیمه‌عمر طولانی هستند، جملهٔ نمایی به صفر میل می‌کند و اکتیویته تقریباً ثابت می‌ماند

$$\mathcal{A}_1(t) \cong R \qquad t \gg t_{1/2} \qquad (۲۶.۶)$$

دراین‌حالت آهنگ تولید عنصر رادیواکتیو جدید با آهنگ واپاشی عنصرقدیمیتر برابر است. این یك نمونه از تعادل دیرپا است که در بخش بعد به‌تفصیل بررسی می‌شود.

اگرنمونه را به‌مدت t_1 پرتودهی کنیم وسپس آن را ازشتابدهنده یا رآکتورخارج کنیم، طبق قانون سادهٔ نمایی واپاشیده می‌شود، زیرا در این حال هیچ اکتیویتهٔ جدیدی به‌وجود نمی‌آید. شکل ۵.۶ فعالیت حاصل از تولید ^{61}Cu ($t_{1/2} = ۳.۴$ h) را در اثر بمباران ^{61}Ni توسط دوترون نشان می‌دهد.

با توجه به‌معادلهٔ (۲۴.۶) ملاحظه می‌شود که ۷۵٪ اکتیویتهٔ بیشینه در اثر پرتودهی در دونیمه‌عمر و ۸۷.۵٪ درسه نیمه‌عمر حاصل می‌شود. ادامهٔ کار پرتودهی افزایش کمتری را در اکتیویتهٔ نمونه موجب می‌شود، به‌طوری که با پرتودهی بیشتر از ۲ تا ۳ نیمه‌عمر



شکل ۵.۶ نمودار تعداد اتمهای رادیواکتیو ^{61}Cu موجود درهدف Ni درطول مدت بمباران توسط دوترونهای یك سیکلوترون، و در زمان پس از قطع بمباران.

اکتیویتهٔ اضافی نسبتاً اندکی حاصل می‌شود. در حقیقت، چون هزینهٔ استفاده از رآکتور یا شتابدهنده معمولا با زمان پرتودهی رابطهٔ مستقیم دارد، بهترین نتیجه (حداکثر اکتیویته به‌ازای واحد هزینه) با توقف در نزدیکی ناحیهٔ خطی ($t \ll t_{1/2}$) حاصل می‌شود.

۴.۶ رشد اکتیویتهٔ دختر ـ هسته

وضعیت دیگری که اغلب با آن سروکار پیدا می‌کنیم مسئلهٔ واپاشیهای رادیواکتیوی است که منجر به‌تولید هسته‌های رادیواکتیو می‌شوند. دراین صورت، ممکن است با یك سری یـا زنجیره‌ای از واپاشیهای رادیواکتیو ۱ ← ۲ ← ۳ ← ۴ ... روبه‌رو شویم کـه معمولا هستهٔ اولیه (نوع۱) را هستهٔ مادر و «نسلهای» بعد را دختر(نوع۲)، نوه (نوع۳)، وغیره می‌نامند.

فرض می‌کنیم کـه در $t = 0$ تعداد هسته‌های مادر برابر N_0 است و هیچ محصول واپاشی وجود ندارد

$$N_1(t=0) = N_0$$

$$N_2(t=0) = N_3(t=0) = \ldots = 0 \qquad (۲۷.۶)$$

ثابتهای واپاشی مختلف با λ_1، λ_2، λ_3، ... نشان داده می‌شوند. در این محاسبات فرض می‌کنیم که عنصر نوه، محصول نهایی واپاشی، پایدار است. تعداد هسته‌های مادر با گذشت زمان طبق معمول به‌صورت زیر کاهش می‌یابد

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1\, dt \qquad (۲۸.۶)$$

تعداد هسته‌های دختر در اثـر واپاشی مادر افزایش و در نتیجه واپاشی خـودش کاهش می‌یابد

$$dN_2 = \lambda_1 N_1\, dt - \lambda_2 N_2\, dt \qquad (۲۹.۶)$$

تعداد هسته‌های مـادر را می‌توان مستقیماً با انتگـرال گیری از معادلهٔ (۲۸.۶) به دست آورد

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t} \qquad (۳۰.۶)$$

برای حـل معادلهٔ (۲۹.۶)، جوابی به صورت $N_2(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$ در نظـر می‌گیریم که با قرار دادن آن در معادلهٔ (۲۹.۶) و استفاده از شرایط اولیهٔ $N_2(0) = 0$ خواهیم داشت

$$N_۲(t)=N_۰\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲-\lambda_۱}(e^{-\lambda_۱t}-e^{-\lambda_۲t}) \qquad (۳۱.۶)$$

$$\mathcal{A}_۲(t)\equiv\lambda_۲N_۲(t)=N_۰\frac{\lambda_۲\lambda_۱}{\lambda_۲-\lambda_۱}(e^{-\lambda_۱t}-e^{-\lambda_۲t}) \qquad (۳۲.۶)$$

توجه کنید که اگر هسته‌های نوع ۲ پایدار باشند ($\lambda_۲ \to ۰$)، معادلهٔ (۳۱.۶) به معادلهٔ (۱۱.۶ب) تبدیل می‌شود. همچنین می‌توان نتایج قسمت قبل را به‌صورت حالت خاص معادلهٔ(۳۱.۶) درنظر گرفت. فرض می کنیم $\lambda_۱$ بسیار کوچك‌است (ولی برابرصفر نیست)، به‌طوری‌که داریم $N_۱ \simeq N_۰ - N_۰\lambda_۱t$. در یك واکنش هسته‌ای، تعداد هسته‌های هدف طبق رابطهٔ $N_۰ - Rt$ با آهنگ R کاهش می‌یابد، و در نتیجه با یکی‌گرفتن $N_۰\lambda_۱$ و R وچشمپوشی از $\lambda_۱$ درمقایسه با $\lambda_۲$، معادلهٔ (۳۱.۶) به‌معادلهٔ (۲۴.۶) برای فعالیت نوع۲ تبدیل می‌شود.

حالت $\lambda_۱ \ll \lambda_۲$

دراین‌مورد عمرمادر به‌اندازه‌ای طولانی است که واپاشی‌آن باآهنگ اساساً ثابتی‌صورت می‌گیرد؛ برای تمام زمانهای عملی $e^{-\lambda_۱t} \simeq ۱$ است و داریم

$$N_۲(t) \cong N_۰\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}(۱-e^{-\lambda_۲t}) \qquad (۳۳.۶)$$

کـه به همان صورت معادلهٔ (۲۴.۶) است. بنابراین اکتیویتهٔ $\mathcal{A}_۲$ چنانکه در شکل ۵.۶ نشان داده شده است به‌مقدار حدی $N_۰\lambda_۱$ میل می کند.

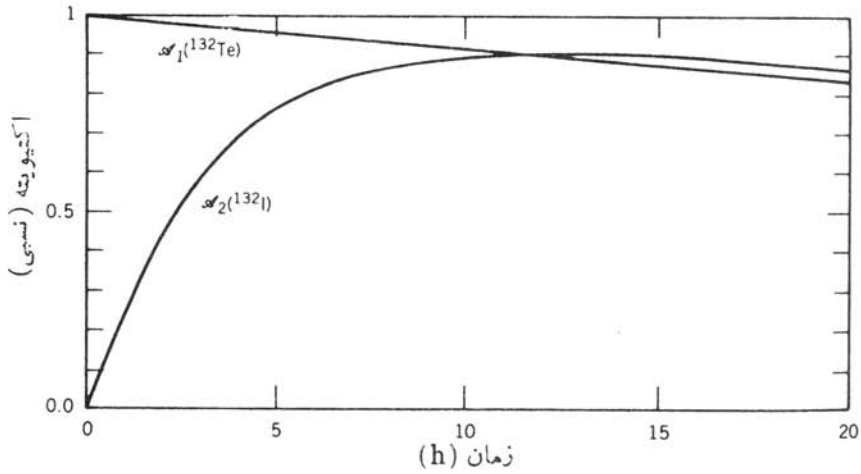
ایـن مثال دیگری از تعادل دیرپاست، که در آن با بزرگ شدن t آهنگ واپاشی هستهٔ نوع ۲ با آهنگ تولید آن برابر می‌شود: $\lambda_۱N_۱=\lambda_۲N_۲$ [توجه کنید که در این حالت طبق معادلـهٔ (۲۹.۶) داریم $dN_۲/dt=۰$.] شکل ۶.۶ مثالی از تعـادل دیرپای تقریبی را نشان می‌دهد.

حالت $\lambda_۱ < \lambda_۲$

با استفاده از معادلات (۳۰.۶) و (۳۱.۶) می‌توانیم نسبت دواکتیویته را محاسبه‌کنیم

$$\frac{\lambda_۲N_۲}{\lambda_۱N_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۲-\lambda_۱}(۱-e^{-(\lambda_۲-\lambda_۱)t}) \qquad (۳۴.۶)$$

با افزایش زمان، جملهٔ نمایی کوچکتر می‌شود و نسبت $\mathcal{A}_۲/\mathcal{A}_۱$ به مقـدار ثابت حدی



شکل ۶.۶ در واپاشی $^{132}\mathrm{Xe} \longrightarrow {}^{132}\mathrm{I}(2{,}28\ \mathrm{h}) \longrightarrow {}^{132}\mathrm{Te}(78\ \mathrm{h})$ پس از تقریباً ۱۲ ساعت تعادل دیرپا حاصل می‌شود.

$\lambda_2/(\lambda_2-\lambda_1)$ میل می‌کند. اکتیویته‌ها ثابت نیستند، ولی هسته‌های نوع ۲ (عملا) با ثابت واپاشی نوع ۱ واپاشیده می‌شوند. این وضعیت که در شکل ۷.۶ نشان داده شده‌است، تعادل گذرا نامیده می‌شود.

حالت $\lambda_1 > \lambda_2$

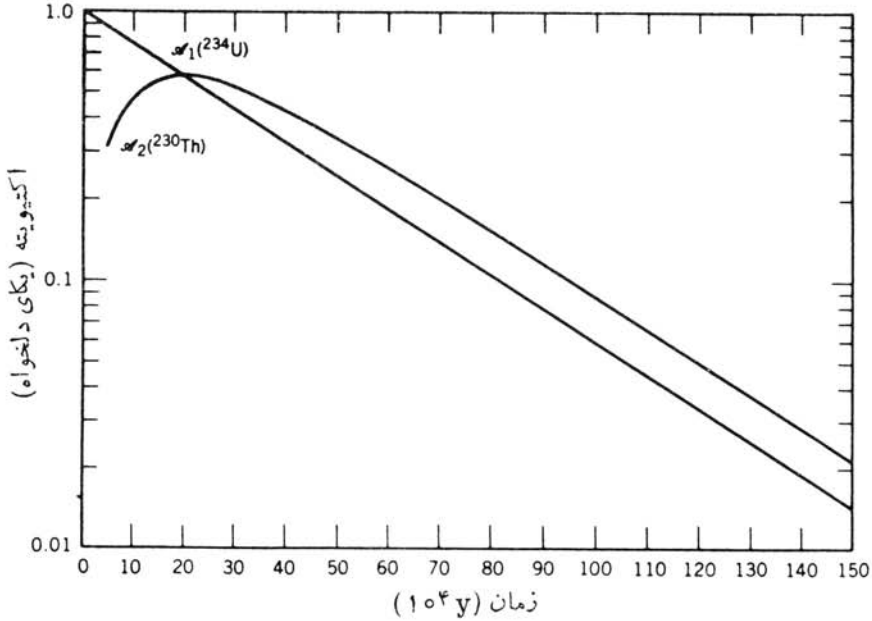
دراین‌مورد مادر به‌سرعت واپاشیده می‌شود و اکتیویتهٔ دختر پس‌از رسیدن به‌مقدار بیشینه با ثابت واپاشی خاص خودش کاهش می‌یابد. در چنین حالتی تعداد هسته‌های نوع ۱ کم و تقریباً ناچیز است. اگرزمان به‌اندازه‌ای طولانی باشدکه $e^{-\lambda_1 t}$ به‌سمت صفر میل کند، معادلهٔ (۳۱.۶) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$N_2(t) \cong N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \qquad (۳۵.۶)$$

که نشان می‌دهد واپاشی هسته‌های نوع ۲ تقریباً طبق قانون نمایی است.

سریهای واپاشی

حال اگر فرض کنیم‌که چند نسل متوالی هسته‌های رادیواکتیو وجود داشته باشند (یعنی، اگرهسته‌های نوهٔ نوع ۴، ۵، ۶، و... نیز رادیواکتیو باشند)، چون هر نمونه ازنمونهٔ قبل از خود به‌وجود می‌آید، می‌توانیم معادلهٔ (۲۹.۶) را به‌آسانی تعمیم دهیم



شکل ۷.۶ مثالی از تعادل در واپاشی $^{234}U(2{,}45\times10^5\ y)$ به $^{230}Th(8{,}0\times10^4\ y)$. نسبت $\mathscr{A}_2/\mathscr{A}_1$ به‌سمت مقدار ثابت ۱٫۴۸ میل می‌کند.

$$dN_i=\lambda_{i-1}N_{i-1}\,dt-\lambda_iN_i\,dt \qquad (۳۶.۶)$$

یك جواب عمومی برای موردی که در ابتدا N_0 هستهٔ نوع ۱ وجود داشته باشد و هیچ هستهٔ نوع دیگر موجود نباشد، از معادلات باتمان به دست می‌آید، که در آن اکتیویتهٔ عنصر nام زنجیره برحسب ثابت واپاشی کلیهٔ اعضای قبل از آن داده می‌شود

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_n&=N_0\sum_{i=1}^{n}c_ie^{-\lambda_it}\\&=N_0(c_1e^{-\lambda_1t}+c_2e^{-\lambda_2t}+\cdots+c_ne^{-\lambda_nt}) \qquad (۳۷.۶)\end{aligned}$$

که در آن داریم

$$\begin{aligned}c_m&=\frac{\prod_{i=1}^{n}\lambda_i}{\prod_{i=1}^{n}{}'(\lambda_i-\lambda_m)}\\&=\frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_n}{(\lambda_1-\lambda_m)(\lambda_2-\lambda_m)\cdots(\lambda_n-\lambda_m)} \qquad (۳۸.۶)\end{aligned}$$

علامت پریم در مخرج رابطهٔ فوق (علامت حاصلضرب Π') نشان می‌دهد کـه جملات با $i=m$ حذف شده‌اند.

دراین مورد نیز می‌توان به‌تعادل دیرپا رسید، که دراین صورت داریم

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \cdots = \lambda_n N_n$$

۵.۶ انواع واپاشیها

سه نوع عمدهٔ واپاشی که در فصول ۸، ۹، و ۱۰ به تفصیل بررسی می‌شوند، واپاشیهای آلفازا، بتازا، وگامازا هستند. در فرایندهای واپـاشی آلفازا و بتازا، یك هستهٔ ناپایدار برای رسیدن به‌هستهٔ پایدارتر(یعنی برای نزدیك‌شدن به‌پایدارترین ایزوبار باعدد جرمی مـورد نظر) یك ذرهٔ α یا β گسیل می‌کنـد. در فرایندهای واپاشی گامازا، یك حالت برانگیخته‌بدون هیچگونه تغییر هسته‌ای به‌حالت پایه واپاشیده می‌شود.

واپاشی آلفازا

دراین فرایند، هسته یك ذرهٔ آلفا گسیل می‌کند (که رادرفورد و همکارانش نشان دادندکه این ذره همان هستهٔ هلیم، ${}^4_2\mathrm{He}_2$، است). هستهٔ ${}^4\mathrm{He}$ از آن رو به‌عنوان عامل این فرایند درآمده است‌که سیستمی با پیوند بسیار مستحکم است، و درنتیجه انرژی جنبشی آزادشده در واپاشی به حداکثر می‌رسد. این واپاشیها، چنانکه در فصل ۸ خواهیم دید، فرایندهای ترجیحی هستند. این فرایند واپاشی را به‌صورت زیر می‌توان نشان داد

$${}^A_Z\mathrm{X}_N \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}'_{N-2} + {}^4_2\mathrm{He}_2$$

که در آن X و X' نمایندهٔ علائم شیمیایی هسته‌های اولیه و نهایی‌اند. باید توجه داشته باشیم‌که در فرایند واپاشی، تعداد پروتونها ونوترونها هریك به‌تنهایی باید پایسته بماند. نمونهٔ زیرمثالی از فرایند واپاشی آلفازاست

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}_{138} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}_{136} + \alpha$$

که درآن نیمه‌عمر برابر ۱۶۰۰ سال است و ذرهٔ α با انرژی جنبشی حدود $4{,}8\ \mathrm{MeV}$ ظاهر می‌شود.

واپاشی بتازا

در اینجا هسته می‌تواند اضافه نوترون یا اضافه پروتون خود را مستقیماً با تبدیل پروترن به‌نوترون و یا نوترون به‌پروتون برطرف کند. این فرایند به سه صورت امکان‌پذیراست،

که در هریك از آنها برای پایستگی بارالکتریکی باید ذرهٔ باردار دیگری نیز گسیل شود (بعدها معلوم شد که این ذرهٔ باردار که در ابتدا ذرهٔ β خوانده می‌شد، الکترون معمولی است).

$$n \rightarrow p + e^- \qquad \beta^- \text{ واپاشی}$$

$$p \rightarrow n + e^+ \qquad \beta^+ \text{ واپاشی}$$

$$p + e^- \rightarrow n \qquad (\varepsilon) \text{ گیراندازی الکترون}$$

نخستین فرایند که به‌نام واپاشی بتای منفی یا واپاشی نگاترون معروف است، مستلزم آفرینش و گسیل یك الکترون معمولی است. دومین فرایند واپاشی بتای مثبت یا واپاشی پوزیترون‌زاست، که در آن یك الکترون با بار مثبت گسیل می‌شود. در سومین فرایند، یك الکترون اتمی که به هسته نزدیك است بلعیده می‌شود، و بدین ترتیب تبدیل پروتون به‌نوترون تحقق می‌یابد.

در هر سه فرایند، ذرهٔ دیگری به نام نوترینو نیز گسیل می‌شود، ولی چون نوترینو بارالکتریکی ندارد، انضمام آن در فرایند واپاشی هویت سایر ذرات نهایی را تغییر نمی‌دهد.

توجه کنید که در واپاشیهای بتازای مثبت و منفی، یك ذره خلق می‌شود (با صرف انرژی واپاشی وطبق رابطهٔ $m = E/c^2$). الکترون و پوزیترون قبل از واپاشی در هسته وجود ندارند. (برخلاف مورد واپاشی آلفازا، که در آن نوکلئونهای گسیلی قبل‌از واپاشی درهسته موجودند.)

چند نمونه از فرایند واپاشی بتازا به‌صورت زیراست

$$^{131}_{53}I_{78} \xrightarrow[\beta^-]{} {}^{131}_{54}Xe_{77} \qquad t_{1/2} = 8{,}05\ \text{d}$$

$$^{25}_{13}Al_{12} \xrightarrow[\beta^+]{} {}^{25}_{12}Mg_{13} \qquad t_{1/2} = 7{,}2\ \text{s}$$

$$^{54}_{25}Mn_{29} \xrightarrow[\varepsilon]{} {}^{54}_{24}Cr_{30} \qquad t_{1/2} = 312\ \text{d}$$

دراین فرایند Z و N هریك به‌اندازهٔ یك واحد تغییرمی‌کنند، اما عدد جرمی کل $(Z+N)$ ثابت می‌ماند.

واپاشی گامازا

گسیل رادیواکتیو γ مشابه گسیل تابشهای اتمی، مانندگذارهای اپتیکی یا پرتو x است.

یك حالت هسته‌ای برانگیخته با گسیل یك فوتون γ با انرژی برابر با اختلاف انرژی دو حالت (منهای تصحیح قابل چشمپوشی مربوط به‌انرژی «پس‌زنی» هستهٔ گسیلنده) به‌حالت هسته‌ای پایینتر یا حالت پایه تنزل می‌کند. گسیل گاما در تمام هسته‌هایی که حالت برانگیختهٔ مقید دارند ($A>۵$) مشاهده می‌شود، ومعمولا به‌دنبال واپاشیهای آلفازا و بتازا صورت می‌گیرد، زیرا در این واپاشیها معمولا هستهٔ دختر درحالت برانگیخته تشکیل می‌شود.

نیمه‌عمر گسیل γ معمولا بسیار کوتاه، عموماً کمتراز $۱۰^{-۹}$ s، است. ولی درمواردی نیمه‌عمرهای طولانیتر در حدود ساعت یا روز نیز مشاهده شده است. این گذارها را گذارهای ایزومری و حالتهای برانگیختهٔ با عمر طولانی را حالتهای ایزومری یا ایزومرها (یا گاهی حالتهای شبه پایدار) می‌نامند. معیار روشنی برای طبقه‌بندی حالتها به صورت ایزومری و غیرایزومری وجود ندارد. قبلا معیار این تقسیم بندی، قابلیت اندازه‌گیری نیمه‌عمر به‌طور مستقیم بود، ولی امروزه می‌توانیم نیمه‌عمرهای خیلی کمتراز $۱۰^{-۹}$ s را نیز اندازه بگیریم. مسلماً حالت با $t_{۱/۲}=۱۰^{-۶}$ s ایزومر است و حالت با نیمه‌عمر $t_{۱/۲}=۱۰^{-۱۲}$ s ایزومرنیست، ولی بین این دوحد باوضعیتی نسبتاً مبهم روبه‌رو می‌شویم. معمولا حالتهای شبه‌پایدار راباشاخص بالای m مشخص می‌کنیم: مانند $^{۱۱۰}Ag^{m}$ یا ^{۱۱۰m}Ag.

فرایندی که غالباً با گسیل γ رقابت می‌کند تبدیل داخلی است، که در آن هسته با انتقال مستقیم انرژی‌اش به یك الکترون اتمی واانگیخته می‌شود. این الکترون سپس در آزمایشگاه به صورت الکترون آزاد ظاهر می‌شود. (این فرایند با واپاشی بتازا خیلی تفاوت دارد، زیرا در این فرایند تغییری در N و Z رخ نمی‌دهند، هرچند که اتم در اثر واپاشی یونیده می‌شود.)

شکافت خودبه‌خود

اغلب تصور می‌کنیم که شکافت تحت شرایط غیرطبیعی و مصنوعی، مثلا در یك رآکتور هسته‌ای، رخ می‌دهد. اما بعضی هسته‌ها درطبیعت وجود دارندکه عمل‌واپاشی رادیواکتیو درآنها به‌صورت شکافت خودبه‌خود ظاهرمی‌شود. این فرایند با شکافت ایجاد شده توسط نوترون، که در رآکتورها رخ می‌دهد، مشابهت دارد ولی با این تفاوت‌که دراین مورد لزومی به‌گیراندازی قبلی نوترون برای شروع شکافت نیست. دراین فرایند، هستهٔ سنگینی که نوترون اضافی دارد تقریباً به‌دو نیمه تقسیم می‌شود و به‌دو هستهٔ سبکتر تبدیل می‌شود. هسته‌های نهایی، برخلاف واپاشی آلفازا و بتازا دقیقاً مشخص نیستند، بلکه به‌طورآماری در گسترهٔ هسته‌های میان وزن توزیع می‌شونـد. هسته‌های $^{۲۵۶}Fm(t_{۱/۲}=۲ر۶\ h)$ و $^{۲۵۴}Cf(t_{۱/۲}=۶۰ر۵\ d)$ نمونه‌هایی هستندکه خود به‌خود شکافته می‌شوند.

گسیل نوکلئون

بادورشدن هرچه بیشتراز «درهٔ» هسته‌های پایدار، اختلاف انرژی بین ایزوبارهای مجاور

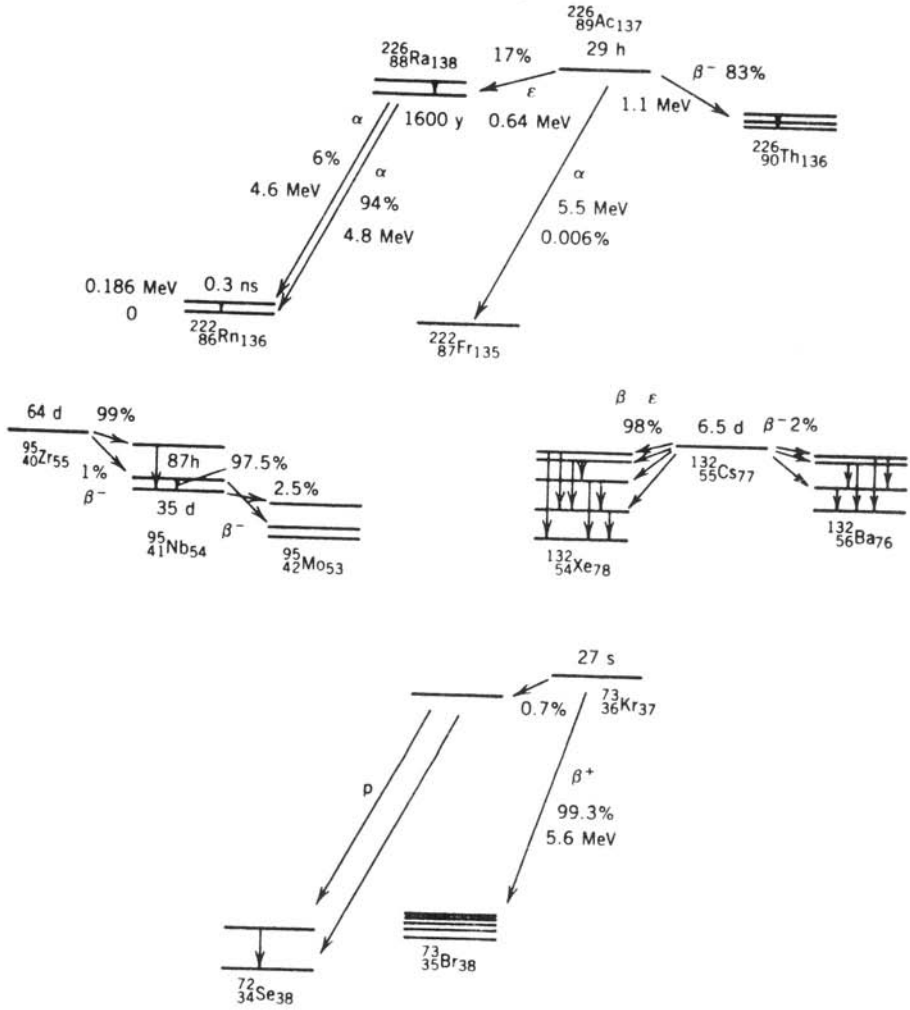
افزایش می‌یابد (سهمیهای جرمی برای هسته‌های با A ثابت در شکل ۱۸.۳). سرانجام این اختلاف انرژی از انرژی بستگی نوکلئون (که به‌طور متوسط برابر $8\,MeV$ است) بیشتر می‌شود و واپاشی رادیواکتیو با گسیل نوکلئون امکان‌پذیر می‌شود. این نوع واپاشی اغلب در محصولات شکافت که اضافه نوترون زیادی دارند رخ می‌دهد، و همین فرایند است که نوترونهای «تأخیری» (تأخیری درحد نیمه‌عمر واپاشی نوکلئونی) موردنیاز کنترل رآکتورهای هسته‌ای را تأمین می‌کند. به‌عنوان مثال، ^{138}I با تابش بتا با نیمه‌عمر ۶٫۵ s به ^{138}Xe واپاشیده می‌شود. بیشتر این واپاشیها منجر به حالات برانگیختهٔ کم‌انرژی در ^{138}Xe می‌شوند. ولی درحدود ۵٪ از واپاشیها در ^{138}I به‌ترازهای برانگیختهٔ ^{138}Xe با انرژی بیش از $6{,}5\,MeV$ منجر می‌شوند، که این حالات با گسیل مستقیم نوترون به ^{137}Xe منتهی می‌شوند. به‌همین ترتیب، ۰٫۷٪ از واپاشیهای ^{73}Kr از طریق گسیل β^+ ($t_{1/2} = 27\,s$) به ترازهای ^{73}Br با انرژی حدود $5\,MeV$ منتهی می‌شوند، که این حالات با گسیل پروتون به‌حالات ^{72}Se واپاشیده می‌شوند.

نسبتهای انشعاب و نیمه‌عمرهای جزئی

انواع مختلف فرایندهای واپاشی درشکل ۸.۶ خلاصه شده‌اند، وشکل ۹.۶ بخش کوچکی ازجدول هسته‌های پایدار و رادیواکتیو (شکل ۱.۱) را نشان می‌دهدکه درآن چند فرایند واپاشی مشخص شده است. بعضی هسته‌ها فقط طی یك فرایند واپاشیده می‌شوند، ولی غالباً نمودار واپاشی بسیار پیچیده و شامل گسیل آلفا، بتا، و گاما در مدهایی است که با همدیگر در رقابت‌اند. شدت نسبی مدهای رقیب را نسبتهای انشعاب می‌نامیم. بنابراین ^{226}Ra در واپاشی آلفازا با نسبت انشعاب ۹۴٪ به حالت پایه و با نسبت انشعاب ۶٪ به **اولین حالت برانگیختهٔ ^{222}Rn واپاشیده می‌شود. اغلب مدهای مختلف واپاشی باهم‌قابل** رقابت‌اند: واپاشی ^{226}Ac به صورتهای گسیل α (۰٫۰۰۶٪)، گسیل β^- (۸۳٪)، و گیراندازی الکترون ε (۱۷٪) انجام می‌شود؛ واپاشی ^{137}Cs به صورتهای گسیل β^- (۲٪)، β^+، و ε (۹۸٪) صورت می‌گیرد؛ حالت شبه‌پایدار ^{95m}Nb با گسیل β^- (۵٫۲٪) و با گذار ایزومری (۹۷٫۵٪) واپاشیده می‌شود. گذار ایزومری خود شامل یك شاخهٔ ۲۷ درصدی گسیل γ و یك شاخهٔ ۷۳ درصدی تبدیل داخلی است.

معمولا نسبت انشعاب را با ثابت واپاشی جزئی یا نیمه‌عمر جزئی مشخص می‌کنیم. به عنوان مثال واپاشی ^{226}Ac ($t_{1/2} = 29\,h$) را در نظر می‌گیریم. ثابت واپاشی کل برابر است با

$$\lambda_t = \frac{0{,}693}{t_{1/2}} = 0{,}024\,h^{-1} = 6{,}6 \times 10^{-6}\,s^{-1}$$



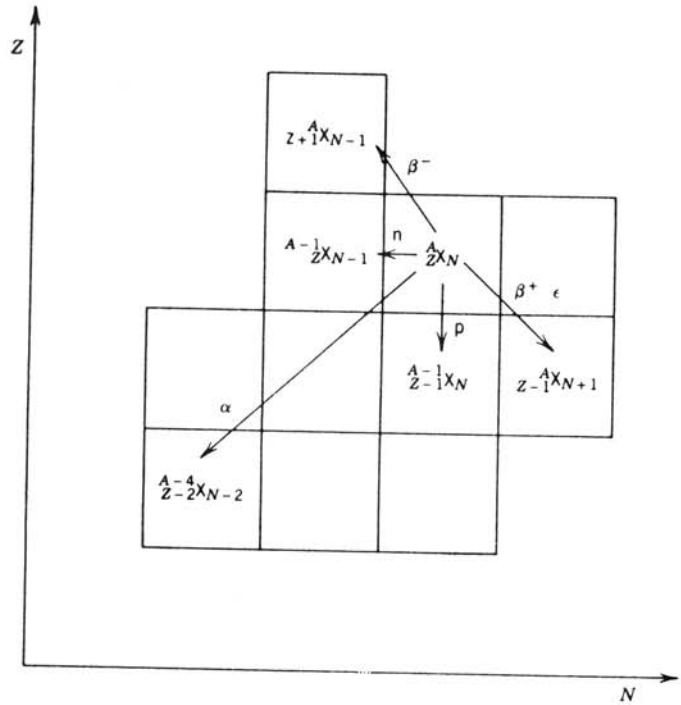
شکل ۸۰۶ انواع مختلف فرایندهای واپاشی.

و ثابتهای واپاشی جزئی عبارت‌اند از

$$\lambda_\beta = ۰٫۸۳\lambda_t = ۵٫۵ \times ۱۰^{-۶}\,s^{-۱}$$

$$\lambda_\varepsilon = ۰٫۱۷\lambda_t = ۱٫۱ \times ۱۰^{-۶}\,s^{-۱}$$

$$\lambda_\alpha = ۶ \times ۱۰^{-۵}\lambda_t = ۴ \times ۱۰^{-۱۰}\,s^{-۱}$$



شکل ۹.۶ هستهٔ اولیهٔ $^{A}_{Z}X_{N}$ از طریق فرایندهای مختلف واپاشی می‌تواند به‌حالتهای نهایی متنوعی برسد.

و نیمه‌عمرهای جزئی به‌قرار زیرند

$$t_{1/2,\beta}=\frac{0.693}{\lambda_\beta}=1.3\times10^{5}\,\mathrm{s}=35\,\mathrm{h}$$

$$t_{1/2,\varepsilon}=\frac{0.693}{\lambda_\varepsilon}=6.1\times10^{5}\,\mathrm{s}=170\,\mathrm{h}$$

$$t_{1/2,\alpha}=\frac{0.693}{\lambda_\alpha}=1.7\times10^{9}\,\mathrm{s}=55\,\mathrm{y}$$

استفاده از نیمه عمرجزئی روشی آسان برای معرفی نسبتهای انشعاب است؛ نظری به‌شکلهای بالا نشان می‌دهد که برای ^{226}Ac احتمال گسیل α بسیار کمتر از β است. اما، در عمل مشاهده می‌شود که اکتیویته فقط با نیمه‌عمرکل واپاشیده می‌شود. حتی اگر واپاشی ^{226}Ac را با توجه به گسیل α مورد مشاهده قرار دهیم، اکتیویته با گذشت زمان با نیمه عمر 29 h کاهش می‌یابد. (اگر این مطلب حقیقت نداشت و دو ناظر واپاشی ^{226}Ac را یکی با مشاهدهٔ β و دیگری با مشاهدهٔ α بررسی می‌کردند. چون قانون واپاشی رادیواکتیو تعداد هسته‌های ناواپاشیده را معین می‌کند، ناظر β نتیجه می‌گرفت که نیمی از هسته‌های ^{226}Ac پس از

۳۵ساعت باقیمانده است، درحالی‌که ناظر α برای مشاهدهٔ واپاشی نیمی از هسته‌ها باید ۵۵ سال صبر می‌کرد! درحقیقت، نیمی از هسته‌ها در هر ۲۹ ساعت بدون توجه به‌روش مشاهدهٔ واپاشیها واپاشیده می‌شوند.)

۶.۶ رادیواکتیویتهٔ طبیعی

زمین وسایر سیارات منظومهٔ شمسی درحدود $۴٫۸ \times ۱۰^۹$ سال قبل ازموادی تشکیل‌شدند که از نظر آهن، کربن، اکسیژن، سیلیسیم، و سایر عناصر میان‌وزن و سنگین غنی بودند. این عناصر هم به‌نوبهٔ خود از ترکیب هیدروژن و هلیم که طی انفجار بزرگ موسوم به‌مهبانگ درحدود ۱۵×۱۰^۹ سال قبل تولید شده بودند به‌وجودآمدند. درفاصلهٔ‌زمانی ۱۰×۱۰^۹ سال بین مهبانگ تا تشکیل منظومهٔ شمسی، هیدروژن وهلیم درقسمتهای‌داخلی ستاره‌ها، نواخترها، و ابرنواخترها «پخته» شدند و به‌صورت عناصرسنگین‌تر درآمدند که ما زمینی‌ها هم امروز ازبقایای تغییرشکل‌یافتهٔ همان ستاره‌های نابود شده به‌شمارمی‌رویم. بیشتر عناصری‌که به این طریق تولید شدند رادیواکتیو بودند، اما از آن زمان تاکنون به‌هسته‌های پایدار واپاشیده‌اند. نیمه‌عمر تعداد اندکی از عناصر رادیواکتیو درمقایسه با عمر زمین طولانی است، و بنابراین هنوزهم می‌توانیم رادیواکتیویتهٔ آنها را ملاحظه‌کنیم. همین رادیواکتیویته است که بخش عمده‌ای از اکتیویتهٔ محیط‌طبیعی ما را تشکیل می‌دهد، واحتمالا گرمای درونی سیاراتی مانند زمین نیز ازهمین‌جا نشأت می‌گیرد.

اگرچه انواع زیادی عناصر رادیواکتیو طبیعی با عمر طولانی وجود دارند، ولی منشأ اغلب آنهایی که امروزه مشاهده می‌شوند به‌عناصر بسیارسنگین مربوط می‌شودکه‌هیچ **ایزوتوپ پایداری ندارند.** این نوکلیدها باگسیل α و β واپاشیده می‌شوند، و Z و A درآنها آن‌قدر کاهش می‌یابد تا سرانجام یك هستهٔ پایدار سبکتر حاصل می‌شود. واپاشی آلفازا A را چهارواحد تغییر می‌دهد ولی واپاشی بتازا سبب تغییر A نمی‌شود. از این‌رو، درطبیعت باچهار زنجیرهٔ واپاشی مستقل بااعداد جرمی $4n$، $4n+1$، $4n+2$، $4n+3$ روبه‌رو می‌شویم که درآنها n عددصحیح است. فرایندهای واپاشی‌باعث وفور هسته‌هایی خواهند شدکه دراز ـ عمرترین عضو زنجیره محسوب می‌شوند، واگر طول‌عمر این نوع نوکلیدها دست‌کم درحدود عمر زمین‌باشد، هنوزهم قادر به‌مشاهدهٔ اکتیویتهٔ ناشی‌ازآنها خواهیم بود. این‌چهار زنجیره درجدول ۱.۶ فهرست شده‌اند. توجه کنیدکه نیمه عمر دراز ـ عمرترین عضو نپتونیم به‌اندازه‌ای‌کوتاه بوده است‌که از زمان تشکیل‌زمین تاکنون دوام نیاورده است؛ به‌همین‌دلیل این‌سری را درمواد طبیعی مشاهده نمی‌کنیم.

به‌عنوان مثال، سری توریم را درنظر بگیریدکه درشکل ۱.۶ نشان‌داده شده است. فرض می‌کنیم که‌درمدت‌زمان‌کوتاه، انواع‌ایزوتوپهای پلوتونیم (Pu) را تولیدکرده‌ایم. ایزوتوپهای ^{۲۳۲}Pu و ^{۲۳۶}Pu به‌سرعت به ^{۲۳۲}U با نیمه عمر ۷۲ سال و سایر نمونه‌های با نیمه عمر خیلی‌کوتاهتر واپاشیده می‌شوند. بنابراین، طی زمانی‌که درمقایسه با ۷۲سال

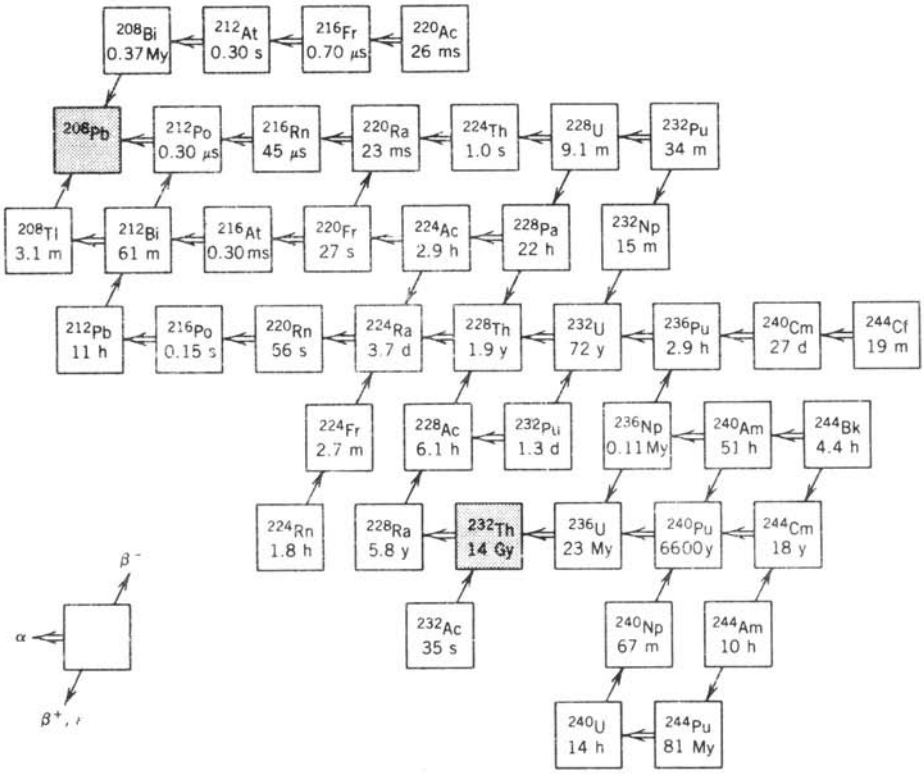
جدول ۱۰۶ بعضی از مشخصات سریهای فروپاشی عناصر سنگین.

نام سری	نوع*	هستهٔ پایدار نهایی	دراز ـ عمرترین عضو	
			هسته	نیمه عمر (y)
توریم	$4n$	^{208}Pb	^{232}Th	$1{,}41 \times 10^{10}$
نپتونیم	$4n+1$	^{209}Bi	^{237}Np	$2{,}14 \times 10^{6}$
اورانیم	$4n+2$	^{206}Pb	^{238}U	$4{,}47 \times 10^{9}$
اکتینیم	$4n+3$	^{207}Pb	^{235}U	$7{,}04 \times 10^{8}$

* nهمواره عدد صحیح است.

طولانی است (مثلا 10^3 سال) ردکلیهٔ این ایزوتوپها از بین می‌رود وفقط محصول پایدار نهایی ^{208}Pb بجا می‌ماند. ایزوتوپهای ^{240}Pu و ^{244}Pu بسیار کندتر به ^{236}U تبدیل می‌شوند(اولی نسبتاً سریعتر ودومی خیلی به‌کندی). اورانیم ۲۳۶ به‌نوبهٔ‌خود به‌دراز-عمرترین عضو این‌سری یعنی ^{232}Th واپاشیده می‌شود. در طی زمانی بیشتر از 81×10^6 سال وکمتر از 14×10^9 سال، ^{240}Pu و ^{244}Pu اولیه (و ^{236}U واسطه) تماماً واپاشیده‌شده و به‌صورت ^{232}Th درآمده‌اند، که واپاشی ^{232}Th هنوزهم قابل‌مشاهده است.

این ایزوتوپهای رادیواکتیو در موادی‌که در اطراف ما وجود دارند، و مخصوصاً درصخره‌ها وکانیهایی‌که $2{,}5 \times 10^9$ سال‌قبل‌همراه‌با زمین تشکیل شده‌اند، دیده‌می‌شوند. [درحقیقت، بررسی واپاشی‌آنها روش قابل اعتمادی برای تعیین‌زمان تشکیل صخره‌ها و درنتیجه عمرزمین به‌شمار می‌رود؛ برای بحث درمورد این روشها به‌بخش ۷۰۶وفصل۱۹ (جلددوم.ترجمهٔفارسی) رجوع کنید.] عموماً عناصررادیواکتیو به‌صورتی‌وجود دارندکه باموادمعدنی پیوند خورده‌اند وتهدیدی‌برای‌سلامت‌ما نیستند، ولی‌تمام سریهای‌رادیواکتیو طبیعی‌حاوی گاز رادیواکتیو رادن هستند. این عنصر، اگر دراعماق صخره‌ها تشکیل شود، معمولا قبل‌از واپاشی‌شانس‌اندکی‌برای‌رسیدن به‌سطح‌صخره ودرنتیجه ورودبه‌هوا را خواهد داشت. اما با شکسته‌شدن صخره‌ها، گاز رادن به‌خارج از صخره فرار می‌کند (درحقیقت، درسالهای اخیر وجـود گاز رادن درهوا مقدمهٔ بروز زلـزله تشخیص داده شده است). احتمال فرار رادن از سطح‌کانیها، ومخصوصاً مصالحی‌که برای‌ساختمانها به‌کار می‌روند، نیزوجود دارد. استنشاق‌این گاز رادیواکتیو می‌تواندعلت بسیاری‌ازسرطانهای ریه‌محسوب شود، و ظن قوی می‌رود که این فرایند سرطان‌زایی دراثر سیگارکشیدن و به‌واسطهٔ تجمع این محصولات‌رادیواکتیو در ریه‌ها تشدیدشود. شایان‌ذکراست‌که تمایل اخیر به‌احداث



شکل ۱۰.۶ واپاشیهای رادیواکتیو طبیعی در سری توریم. بعضی نیمه‌عمرها با My(۱۰⁶y) و Gy(۱۰⁹y) مشخص شده‌اند. دراز ـ عمرترین اعضای رادیواکتیو این سری (که توریم نامگذاری شده‌است) وهمچنین محصول پایدار نهایی آن به‌صورت سایه‌دار نشان‌داده شده‌اند.

ساختمانهای عایق‌بندی شده وکاملا بسته برای صرفه‌جویی انرژی ممکن‌است به‌افزایش گاز رادن منجر شده باشد، و درحال حاضر پژوهشهای زیـادی در این‌زمینه انجام می‌شود که اندازه‌گیری تجمع گاز رادن درساختمانها نیز از آن‌جمله است.

سریهای‌عناصر سنگین تنهاچشمهٔ ایزوتوپهای رادیواکتیو طبیعی با نیمه‌عمر طولانی در مواد زمینی نیستند. جدول ۲.۶ فهرستی از چشمه‌های دیگر را نشان می‌دهد که برخی از آنها می‌توانند برای عمرسنجی رادیواکتیو نیز به‌کار روند.

چشمه‌های رادیواکتیو دیگر با نیمه‌عمر نسبتاً کوتاه نیز وجود دارند که باقیماندهٔ عناصر تولید شده به‌هنگام تشکیل زمین نیستند، بلکه در زمان‌معاصر وبه‌طور پیوسته‌تولید می‌شوند. این‌عناصر که شامل ^{3}H و ^{14}C هستند، دراثر برخورد پرتوهای کیهانی (پروتونهای پرانرژی) با اتمهای موجود در جو ووقوع واکنش‌های هسته‌ای درجو فوقانی به‌وجـود می‌آیند. ایزوتوپ ^{14}C کاربردهای مهمی درعمرسنجی رادیواکتیو دارد.

جدول ۲.۶ برخی ایزوتوپهای رادیواکتیو طبیعی.

ایزوتوپ	$t_{1/2}(y)$
^{40}K	1.28×10^{9}
^{87}Rb	4.8×10^{10}
^{113}Cd	9×10^{15}
^{115}In	4.4×10^{14}
^{138}La	1.3×10^{11}
^{176}Lu	3.6×10^{10}
^{187}Re	5×10^{10}

۷.۶ عمرسنجی رادیواکتیو

گرچه نمی‌توان زمان واپاشی یك هسته را به‌دقت تعیین کرد، ولی تعیین دقیق زمان لازم برای واپاشی نیمی از تعداد زیادی از هسته‌ها امکان‌پذیر است. ممکن است دوگفتهٔ فوق متناقض به‌نظر آیند؛ ارتباط آنها به‌واسطهٔ استنتاجهای آماری است که با مطالعهٔ فرایندهای تصادفی فراهم می‌شود. اگر اتاقی حاوی یك مولکول گاز داشته باشیم، نمی‌توانیم با اطمینان احتمال وجود آن را در نیمهٔ چپ یا راست اتاق پیش‌بینی کنیم. اما اگر با تعداد بسیار زیاد N مولکول ($N \sim 10^{24}$) در اتاق سروکار داشته باشیم، انتظار داریم که به‌طور متوسط $N/2$ مولکول در هر نیمهٔ راست وچپ وجود داشته باشد. به‌علاوه، افت وخیز تعداد موجود در هر نیمهٔ محتوی $N/2$ مولکول درحدود $\sqrt{N}$ خواهد بود؛ بنابراین افت وخیز تعداد مولکولهای موجود در هر نیمهٔ اتاق درحدود $\sqrt{N}/N \simeq 10^{-12}$ خواهد شد. کسر مولکولهای موجوددرهر نیمهٔ اتاق برابر $0.500000000000 \pm 0.000000000001$ می‌شود؛ این دقت بسیار زیاد (و نامعقول) به‌علت بزرگ بودن N و کوچك بودن خطای نسبی $N^{-1/2}$ حاصل می‌شود.

برای واپاشی رادیواکتیو هم باوضعیت مشابهی روبه‌رو می‌شویم. (قوانین شمارش آماری درفصل ۷ به‌تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرند.) اگر درلحظهٔ $t = 0$ مجموعه‌ای متشکل از تعداد زیاد N_0 هستهٔ رادیواکتیو در دست باشد، پس از گذشت یك نیمه‌عمر کسر باقیماندهٔ هسته‌ها برابر $1/2 \pm N_0^{-1/2}/2$ خواهدشد. بنابراین، به‌رغم ماهیت کاتوره‌ای

فرایند واپاشی، واپاشی هسته‌های رادیواکتیو زمان‌سنج بسیار دقیق وکاملا قابل‌اعتمادی برای ثبت گذشت زمان است. یعنی اگر ثابت واپاشی λ را بدانیم، کاهش‌نمایی اکتیویتهٔ یك نمونه می‌تواند برای اندازه‌گیری زمان به‌کار رود.

استفاده ازاین‌فرایند وقتی‌با مشکل‌روبه‌رو می‌شودکه بخواهیم آن‌را در واپاشیهایی که طی زمانهای زمین‌شناختی ($\sim 10^9$y) رخ می‌دهند به‌کار ببریم، زیرا دراین مورد تغییرات اکتیویته برحسب زمان را اندازه نمی‌گیریم. درعوض، از تعداد نسبی هسته‌های مادر ودختر درزمان t_1 (زمان حال) درمقایسه‌با تعداد آنها در زمان t_0 (وقتی که«زمان‌سنج» شروع به‌کار کرده‌است، که معمولا همان‌زمان چگالش موادی مانندصخره‌های کانی است که بر اثر آن‌هسته‌های مادر درمحلهای فعلی محبوس شده‌اند) استفاده می‌کنیم. این فرایند دراصل فرایندی نسبتاً ساده است. با معلوم بودن واپاشی ایزوتوپ مادر P به‌دختر D، فقط (مثلا بااستفاده از روشهای شیمیایی) تعداد اتمهای موجود P و D یعنی $N_P(t_1)$ و$N_D(t_1)$ را را می‌شماریم

$$N_D(t_1)+N_P(t_1)=N_P(t_0) \qquad (۳۹.۶)$$

$$N_P(t_1)=N_P(t_0)e^{-\lambda(t_1-t_0)} \qquad (۴۰.۶)$$

$$\Delta t\equiv t_1-t_0=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{N_P(t_0)}{N_P(t_1)}$$

$$\Delta t=\frac{1}{\lambda}\ln\left(1+\frac{N_D(t_1)}{N_P(t_1)}\right) \qquad (۴۱.۶)$$

بامعلوم بودن ثابت واپاشی (که می‌توان آن‌را درآزمایشگاه اندازه‌گرفت) و نسبت فعلی هسته‌های دختر به‌مادر، سن نمونه مستقیماً به‌دست می‌آید. دقت این روش به‌دقت شناخت λ و آمار شمارش N_P و N_D بستگی دارد.

معادلات (۳۹.۶) و (۴۰.۶) متضمن فرضهایی است‌که باید قبل ازکاربرد معادلهٔ (۴۱.۶) برای تعیین عمر نمونه به‌دقت بررسی شوند. درمعادلهٔ (۳۹.۶) فرض شده‌است $N_D(t_0)=0$ و این بدان معنی است‌که در لحظهٔ $t=0$ هیچ اتم دختری وجود ندارد؛ همچنین فرض شده‌است‌که تعدادکل اتمها ثابت مانده است، یعنی هیچ اتم مادر یا دختری ازمحیط اولیهٔ کانی یا جسم‌جامد فرار نمی‌کند. در بحث زیر خواهیم دیدکه می‌توان‌طرز تعیین Δt را چنان اصلاح کرد که تعداد اتمهای‌دختر درلحظهٔ t_0 را هم شامل‌شود (اگرچه درتحلیل امروز که در زمان t_1 انجام می‌شود، نمی‌توانیم بگوییم که چه اتمهای دختری ابتدا درنمونه موجود بودند وکدامیك ازآنها دراثر واپاشی در زمان Δt ناشی شده‌اند). درمعادلهٔ (۴۰.۶) فرض شده‌است‌که تغییرات N_P فقط در اثر واپاشی موردنظر حاصل می‌شود، یعنی‌هیچ‌اتم مادری به‌روشهای دیگر (مثلادراثر واپاشی‌قبلی ویا دراثرواکنشهای هسته‌ای ایجاد شده توسط پرتوهای کیهانی) تولید نمی‌شود.

اکنون محدودیت فرضها را درمعادلهٔ (۳۹.۶) کمترمی کنیم، و فرض می کنیم تعدادی هستهٔ دخترهم در لحظهٔ $t=t_0$ درنمونه وجود داشته باشند. این هسته‌های دختر می‌توانند ناشی از واپاشی هسته‌های مادر در زمان قبل از t_0 یا فرایندهایی (مانند یك انفجار ابر نواختر) باشند که هسته‌های اولیهٔ مادر را به‌وجود آورده‌اند. چگونگی تشکیل این هسته‌های دختر اولیه درمحاسبات ما حائز اهمیت نیست. بنابراین می‌توان نوشت

$$N_D(t_1)+N_P(t_1)=N_D(t_0)+N_P(t_0) \qquad (۴۲.۶)$$

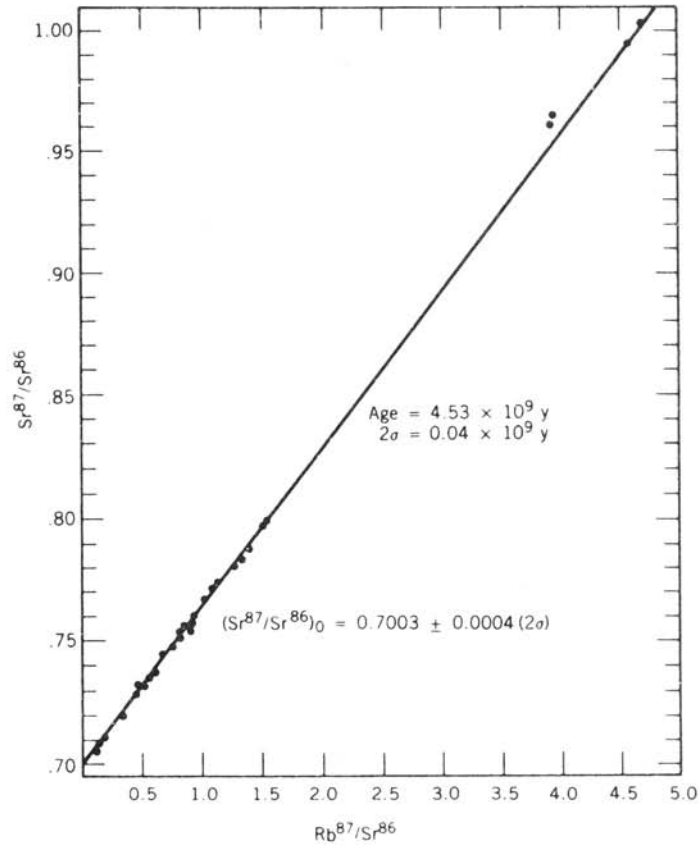
به‌علت ورود مجهول $N_D(t_0)$، نمی‌توان معادله را مستقیماً حل کرد و Δt را به‌دست آورد. اما اگر ایزوتوپ دختر دیگری مانند D' هم درنمونه وجود داشته باشد که رادیواکتیو نبوده و از واپاشی مادری با عمر طولانی نیز تشکیل نشده باشد، می‌توانیم عمر نمونه را تعیین کنیم. تعداد موجود این ایزوتوپ پایدار را با $N_{D'}$ نشان می‌دهیم که اگر D' پایدار باشد داریم $N_{D'}(t_1)=N_{D'}(t_0)$، و دراین‌صورت

$$\frac{N_D(t_1)+N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)}=\frac{N_D(t_0)+N_P(t_0)}{N_{D'}(t_0)} \qquad (۴۳.۶)$$

که می‌توانیم آن‌را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)}=\frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)}\left[e^{\lambda(t_1-t_0)}-1\right]+\frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)} \qquad (۴۴.۶)$$

نسبتهای $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ و $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ را می‌توان در آزمایشگاه اندازه‌گیری کرد، ولی هنوزهم دومجهول عمر Δt و نسبت اولیهٔ ایزوتوپها $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ درمعادلهٔ (۴۴.۶) باقی می‌مانند. کانیهایی که از یك منشأ به‌صورت بلور درآمده‌اند باید سن و نسبت ایزوتوپی $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ یکسان داشته باشند، اگرچه $N_P(t_0)$ اولیه در آنها ممکن است بسیارمتفاوت باشد (مثلا به‌علت ترکیب شیمیایی متفاوت). اگر این فرضیه‌ها صحیح باشند، انتظار داریم که درحال حاضر کانیهایی را با نسبتهای مختلف $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ و $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ ومقادیر یکسان Δt و $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ مشاهده کنیم. این فرضها را می‌توان بارسم $y=N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ برحسب $x=N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ برای کانیهای مختلف آزمود. معادلهٔ (۴۴.۶) به‌صورت $y=mx+b$ خط راستی باشیب $m=e^{\lambda(t_1-t_0)}-1$ ومحل برخورد $b=N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ است. شکل ۱۱.۶ نمونه‌ای از کاربرد این روش را برای واپاشی $^{87}Rb\rightarrow{}^{87}Sr(t_{1/2}=۴٫۸\times۱۰^{۱۰}y)$ نشان می‌دهد، که در آن مبنای مقایسه ^{86}Sr پایدار است. اگرچه نسبت فعلی ^{87}Rb به ^{86}Sr با بیش از یك مرتبهٔ بزرگی تغییر می کند، ولی با استفاده از کلیهٔ اطلاعات موجود سن زمین را برابر $\Delta t=۴٫۵\times۱۰^{۹}y$ به‌دست می آوریم. دراین روش، برازش خطی مناسب اهمیت زیادی دارد، زیرا همین برازش است که فرضهای ناپدید نشدن هسته‌های مادر ودختر را توجیه می کند.



شکل ۱۱.۶ روش عمرسنجی Rb-Sr با در نظر گرفتن Sr^{87} اولیه. رفتار خطی با معادلهٔ (۴۴.۶) سازگار است.

از دیگر روشهای مشابه برای عمرسنجی کانیهای زمین، ماه و شهابسنگها هم‌سن‌مشترک $۴٫۵ \times ۱۰^۹$ سال حاصل می‌شود. این روشها شامل واپاشی $K^{۴۰}$ به $Ar^{۴۰}$، واپاشی $U^{۲۳۵}$ و $U^{۲۳۸}$ به $Pb^{۲۰۷}$ و $Pb^{۲۰۶}$، وشکافت خود به‌خود $U^{۲۳۸}$ و $Pu^{۲۴۴}$ است که بررسی آنها با جداسازی شیمیایی محصولات شکافت و یا بامشاهدهٔ میکروسکوپی ردهای به‌جامانده در کانیها در اثر شکافت ـ پاره‌ها انجام می‌گیرد.

برای عمرسنجی نمونه‌های نه‌چندان قدیمی مواد آلی، از روش عمرسنجی $C^{۱۴}$ استفاده می‌شود. $CO_۲$ جذب‌شده در مواد آلی تقریباً به‌طور کامل از $C^{۱۲}$ پایدار (۹۸٫۸۹٪) و مقدار اندك $C^{۱۳}$ پایدار (۱٫۱۱٪) تشکیل شده است. $C^{۱۴}$ رادیواکتیو در اثر بمباران نیتروژن جو با پرتوهای کیهانی به‌طور پیوسته در جو فوقانی تشکیل می‌شود، و بنابراین تمام مواد زنده به‌علت وجود مقداری $C^{۱۴}$ در بدنشان اندکی رادیواکتیو ند. چون آهنگ تولید $C^{۱۴}$

با پرتوهای کیهانی طی هزاران سال نسبتاً ثابت بوده است، مقدار کربن موجود در مواد آلی زنده با کربن جو به تعادل می‌رسد که مقدار آن یك اتم ^{14}C به‌ازای هر 10^{12} اتم ^{12}C است. نیمه‌عمر ^{14}C برابر ۵۷۳۰ سال است، و بنابراین هر گرم کربن اکتیویته‌ای در حدود ۱۵ واپاشی در دقیقه خواهد داشت. هنگامی که موجود زنده می‌میرد، چون جذب ^{14}C جدید متوقف می‌شود و محتوای قبلی طبق قانون واپاشی رادیواکتیو کاهش می‌یابد، تعادل آن با کربن جو برهم می‌خورد. بنابراین می‌توانیم عمر نمونه‌ها را با اندازه‌گیری اکتیویتهٔ ویژه (اکتیویتهٔ هر گرم) محتوای کربن آنها تعیین کنیم. این روش تا زمانی که شدت ^{14}C برای تعیین اکتیویته کافی باشد به‌کار می‌رود. اگر ۱۰ نیمه‌عمر یا بیشتر از مرگ موجود زنده گذشته باشد، واپاشی به‌قدری ضعیف می‌شود که روش ^{14}C قابل استفاده نیست. روشهای جدید استفاده از شتابدهنده‌ها به‌عنوان طیف‌سنج جرمی، با توانایی شمارش مستقیم اتمهای ^{14}C، این محدودیت را پشت سر می‌گذارند؛ این روشها در فصل ۲۰ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

فرض اصلی در این روش این است که طی حدود ۵۰۰۰۰ سال اخیر تولید ^{14}C توسط پرتوهای کیهانی با آهنگ نسبتاً ثابتی ادامه داشته است. می‌توان این فرض را با مقایسهٔ عمرهای تعیین شده به روش رادیوکربن با عمرهای شناخته شده به طرق مستقل (برای مثال، به‌طریق سوابق تاریخی یا شمارش حلقهٔ درخت) آزمود. این مقایسه‌ها توافق بسیار خوبی را نشان می‌دهند، و فرض نسبتاً یکنواخت بودن شار پرتوهای کیهانی را تأیید می‌کنند.

در هزاران سال بعد، ممکن است روش رادیوکربن دیگر قابل استفاده نباشد. طی ۱۰۰ سال اخیر، سوزاندن سوختهای فسیلی تعادل جو را با رقیق کردن آن با کربن پایدار برهم زده است (هیدروکربنهای موجود در سوختهای فسیلی به‌اندازه‌ای قدیمی‌اند که تقریباً تمام ^{14}C موجود در آنها واپاشیده و ناپدید شده است). طی دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، آزمایش سلاحهای هسته‌ای در جو مقداری ^{14}C اضافی وارد جو کرده است که به‌این ترتیب تراکم کربن ۱۴ شاید به‌دو برابر مقدار تعادل ناشی از پرتوهای کیهانی رسیده است.

۸.۶ یکاهای اندازه‌گیری تابش

اکتیویتهٔ یك نمونهٔ رادیواکتیو (برحسب کوری یا واپاشی در ثانیه) به‌نوع تابش یا انرژی آن بستگی ندارد. بنابراین اکتیویته وسیلهٔ مفیدی برای مقایسهٔ دو چشمهٔ مختلف از یك نوع ایزوتوپ واپاشنده است (۱۰mCi از ^{60}Co از ۱mCi از آن قویتر است)، ولی چگونه می‌توان واپاشیهای مختلف را با هم مقایسه کرد؟ به‌عنوان مثال، چگونه قدرت یك چشمهٔ ^{60}Co به‌اکتیویتهٔ ۱۰mCi با قدرت چشمهٔ ^{14}C با همان اکتیویته قابل مقایسه است، یا چگونه می‌توان یك چشمهٔ ۱۰μCi گاما گسیل را با یك چشمهٔ ۱۰mCi آلفا گسیل مقایسه کرد؟ و منظور از «قدرت» چشمهٔ تابش دقیقاً چیست؟

یکی از ویژگیهای عام تابشهای هسته‌ای قابلیت یونش (جداسازی الکترونها از اتمهایی‌است که با آنها برهم‌کنش‌می‌کنند. (به‌این‌دلیل تابشهای هسته‌ای‌را معمولا تابشهای یوننده می‌گویند.) بحث را از بررسی عبور پرتو x و پرتو γ از هوا آغاز می‌کنیم. فوتونها از طریق فرایندهای مختلف (پراکندگی‌کامپتون، اثر فوتوالکتریك و تولید زوج الکترون - پوزیترون) به‌دفعات با اتمهای هوا برهم‌کنش می‌کنند. هر یك از این فرایندها الکترون آزاد تولید می‌کند، که معمولا انرژی نسبتاً زیادی دارد، این الکترونهای ثانویه به‌سهم خود می‌توانند تولید یونش (والکترونهای اضافی) کنند. بار الکتریکی کل Q یونهای تولیدی در جرم m هوا را پرتوگیری x می‌نامند، و در صورتی که چشمه‌های γ پرتوگیری یکسانی ایجادکنند، حتی اگر انرژی پرتوهای γ واکتیویتهٔ چشمه‌ها کاملا متفاوت باشند، می‌توانیم شدت آنها را باهم برابر بگیریم. تعریف مشخص پرتوگیری به‌صورت زیر است

$$X=\frac{Q}{m} \qquad (۴۵.۶)$$

یکای آن در دستگاه SI کولن بر کیلوگرم است. اغلب به‌یکای رونتگن (R) برمی‌خوریم، که به‌صورت پرتوگیری منجر به‌ایجاد یك‌واحد الکتروستاتیکی بار (در دستگاه cgs که در آن e برابر $۴٫۸۰\times۱۰^{-۱۰}$ واحد الکتروستاتیك است) در ۱ سانتی‌متر مکعب‌هوا در دمای $0\,^{\circ}C$ و فشار ۷۶۰mm (یعنی در جرمی معادل ۰٫۰۰۱۲۹۳g گرم هوا) تعریف می‌شود. بنابراین

$$1R=\frac{1\ esu}{0{,}001293g}=2{,}58\times10^{-4}\,C/kg$$

اگر به‌هریون باری معادل بار یك الکترون تخصیص‌دهیم، پرتوگیری 1R به‌معنای تشکیل $1{,}61\times10^{15}=1{,}60\times10^{-19}C/(2{,}58\times10^{-4}C/kg)$ یون در کیلوگرم یا $2{,}08\times10^{9}$ یون درهرسانتی‌متر مکعب است. برای تشکیل‌یك‌جفت یون درهوا به‌طور متوسط ۳۴eV لازم است. بنابراین پرتوگیری 1 R منجر به‌جذب انرژی $7{,}08\times10^{10}eV/cm^3$ یا $0{,}113\ erg/cm^3$ یا 88 erg/g درهوا می‌شود.

یونش تولیدی پرتو γ به‌انرژی آن بستگی دارد. باانرژی ۳۴eV لازم برای‌تولید هریون درهوا، انتظار می‌رود که یك پرتو γ با انرژی 1MeV به‌طور متوسط درحدود ۳۰۰۰۰ یون تولیدکند. یك چشمهٔ رادیواکتیو با اکتیویتهٔ معین معمولا پرتوهای γ با انرژی و شدتهای‌مختلف تولید می‌کند. پرتوگیری ناشی از این چشمه به‌تعداد واپاشی، شدت وانرژی هریك از پرتوهای γ بستگی دارد و آهنگ‌پرتوگیری (پرتوگیری در واحد زمان) به‌اکتیویتهٔ چشمه بستگی پیدا می‌کند. همچنین مقدار این‌کمیت تابع فاصله ازچشمه‌است؛ اگر بخواهیم یونش تولیدی در $1cm^3$ هوا را اندازه بگیریم، بدیهی‌است

که این یونش به نزدیک یا دور بودن حجم هوا از چشمه بستگی دارد. بنابراین می‌توان نوشت

$$\frac{\Delta X}{\Delta t}=\Gamma\frac{A}{d^{2}} \qquad (۴۶.۶)$$

که در آن $\Delta X/\Delta t$ آهنگ پرتوگیری، A اکتیویته، d فاصله از چشمه و Γ ثابت ویژهٔ پرتو γ است که به‌جزئیات گسیل پرتو γ از هر نوکلید رادیواکتیو (کسر پرتوهای γ با انرژی معین و قابلیت یونندگی فوتونها با انرژی معین) بستگی دارد. معمولاً $d=1\,m$ را به عنوان فاصلهٔ استاندارد برای اندازه‌گیری رابطهٔ بین آهنگ پرتوگیری و اکتیویته در نظر می‌گیرند، که در نتیجه Γ دارای یکای $(R/h)/(Ci/m^{2})$ خواهد بود. بعضی مقادیر مشخص Γ در جدول ۳.۶ داده شده است.

جدول ۳.۶ ثابتهای ویژهٔ پرتوگاما برای رادیوایزوتوپهای مختلف.*

نوکلید	$t_{1/2}$	انرژی پرتو γ (MeV) و فراوانی آن (%)	Γ
^{22}Na	۲٫۶y	۰٫۵۱۱(۱۸۱)، ۱٫۲۷۵(۱۰۰)	۱٫۲۰
^{24}Na	۱۵٫۰۲h	۱٫۳۶۹(۱۰۰)، ۲٫۷۵۴(۱۰۰)	۱٫۸۴
^{59}Fe	۴۴٫۶d	۰٫۱۴۳(۱)، ۰٫۱۹۲(۳)، ۱٫۰۹۹(۵۶)، ۱٫۲۹۲(۴۴)	۰٫۶۰
^{57}Co	۲۷۰d	۰٫۰۱۴(۹)، ۰٫۱۲۲(۸۵)، ۰٫۱۳۶(۱۱)	۰٫۰۵۹
^{60}Co	۵٫۲۷y	۱٫۱۷۳(۱۰۰)، ۱٫۳۳۳(۱۰۰)	۱٫۲۸
^{131}I	۸٫۰۶d	۰٫۰۸(۲)، ۰٫۲۸۴(۶)، ۰٫۳۶۴(۸۲)، ۰٫۶۳۷(۷)، ۰٫۷۲۳(۲)	۰٫۲۲
^{137}Cs	۳۰٫۱y	۰٫۰۳۲(۸)، ۰٫۶۶۲(۸۵)	۰٫۳۲
^{198}Au	۲٫۷d	۰٫۴۱۲(۹۵)، ۰٫۶۷۶(۱)	۰٫۲۳
^{226}Ra و دختران			۰٫۸۴

* یکای Γ در اینجا $R.m^{2}/h.Ci$ است. به‌رابطهٔ بین Γ و انرژی و شدت پرتوهای γ توجه کنید.

آهنگ جذب انرژی درموادی غیر از هوا که درمعرض پرتوهای یونده قرار گیرند، متفاوت خواهد بود. بنابراین، وجود یك استاندارد برای جذب انرژی پرتوهای یونده درمواد مختلف ضروری است. این کمیت دز جذب شدهٔ D درماده است که میزان انرژی جذب‌شده از تابش یونده را در واحد جرم ماده تعیین می‌کند. متداولترین یکای دزجذب شده راد (rad)[1] نامیده می‌شود که برابر جذب ۱۰۰ ارگ انرژی درهر گرم ماده است. (بنابراین در هوا داریم $1R = 0.88rad$.) یکای دز جذب شده در دستگاه SI گری (Gy) نامیده می‌شود که برابر جذب ۱ ژول انرژی در هر کیلوگرم ماده است، درنتیجه $1\ Gy = 100rad$.

برای تعریف استانداردهای حفاظت انسان دربرابر تابش، تعیین براوردی ازاثرات زیست‌شناختی تابشهای مختلف ضروری است. یعنی، بعضی تابشها ممکن‌است انرژی‌شان را درمسیری طولانی ازدست دهند، درنتیجه درفواصل کوتاه (مثلا درحدود ابعاد سلولهای انسانی) انرژی نسبتاً کمی از خودباقی می‌گذارند. پرتوهای گاما وبتا ازاین نوع هستند. سایر انواع تابشها، مثلا ذرات آلفا، انرژی خود را به‌سرعت از دست می‌دهند و اساساً تمام انرژی خود را درمسیر بسیارکوتاهی برجای می‌گذارند. بنابراین، احتمال آسیب به‌سلول دراثر یك راد تابش α بسیار بیشتر ازیك راد تابش γ است. برای کمیت بخشیدن به‌این تفاوتها، تأثیر نسبی زیست‌شناختی (RBE) را به‌صورت نسبت دز یك‌تابش خاص به‌دز پرتوهای x که همان اثر زیست‌شناختی را به‌وجود می‌آورد، تعریف می‌کنیم. مقادیر RBE از ۱ تا ۲۰ برای‌تابش α تغییر می‌کند. ازآنجاکه‌اندازه‌گیری RBE نسبتاًمشکل است، معمولا به‌جای‌آن از عامل‌کیفیت (QF) استفاده می‌شودکه برای نوع (یا انرژی) خاص تابش به‌صورت انرژی برجای مانده‌در واحد طول‌مسیر تعریف می‌شود. تابشهایی که انرژی‌کمی در واحد طول از دست می‌دهند (β و γ) دارای QF نزدیك به ۱ هستند، در حالی‌که برای تابشهایی‌که انرژی بیشتری در واحد طول از دست می‌دهند (ذرات α) مقدارQF تاحدود ۲۰ قابل‌افزایش‌است. جدول۴.۶نمونهٔ بعضی‌مقادیرQF را نشان‌می‌دهد.

جدول ۴.۶ عامل کیفیت برای تابش جذب شده.

نوع تابش	QF
پرتوهای x، β، و γ	۱
p و n کم‌انرژی (~keV)	۲–۵
p و n پرانرژی (~MeV)	۵–۱۰
α	۲۰

1. radiation absorbed dose

تـأثیر یك تابش خاص بریك‌اندام زیست‌شناختی به‌دز جذب‌شدهٔ D وعامل کیفیت آن QF بستگی دارد. حاصلضرب این دو کمیت را دز معادل می‌گویند

$$DE = D \cdot QF \qquad (۴۷.۶)$$

اگر از راد به عنوان یکای دز استفاده شود، دزمعادل‌برحسب یکای رم (*rem*)[1] به دست می‌آید. اگر از یکای گری در دستگاه SI استفاده شود، دز معادل برحسب سیورت (Sv) خواهد بود. دیدیم که ۱ Gy = ۱۰۰rad است، و بنابراین داریم ۱ Sv = ۱۰۰rem.

ملاحظه می‌شود که «شدت» تابش برحسب اینکه آهنگ واپاشی (اکتیویته) موردنظر باشد یا تأثیر آن برروی اندامهای زنده (دز معادل)، به‌طرق مختلف قـابل تعریف است. خلاصه‌ای از کمیتهای مختلف ویکاهای سنتی و بین‌المللی (SI) این کمیتها در جدول ۵.۶ داده شده است.

استانداردهای پرتوگیری تابشی افراد اجتماع وکارکنان حرفه‌ای‌تابش را برحسب رم در دوره‌هـای خاصی از زمـان (به‌طور فصلی یا سالیانه) تعـریف می‌کنند. انسان از چشمه‌های زمینهٔ طبیعی (پرتوهای کیهانی و ایزوتوپهای رادیواکتیو طبیعی مانند سریهای اورانیم وتوریم و K^{40}) سالیانه در حدود ۱ره تـا ۲ره رم دریـافت می‌کند. کمیسیون بین‌المللی حفاظت دربرابر تابش (ICRP) حد سالیانهٔ دز جذب شده درتمام بـدن را به ۵ره rem برای افراد عادی اجتماع و ۵ rem برای‌کارکنان حرفه‌ای تابش محدودکرده است. اما حد سالیانهٔ دز جذب شده در نواحی فوق‌العاده‌حساس‌بدن، مانند مغز استخوان، در عکسبرداری پرتو x قفسهٔ سینه در حدود ۵ره rem و در عکسبرداری از دنـدان درحدود ۰۰۲ره rem تعیین‌شده‌است. متأسفانه،محاسبه واندازه‌گیری‌اثرات زیست‌شناختی پرتوگیری مشکل است، و بنابراین رهنمود باید درجهتی باشدکه پرتوگیری را تاحدامکان

جدول ۵.۶ کمیتها ویکاهای‌اندازه‌گیری تابش.

کمیت	ماهیت فیزیکی	یکای سنتی	یکای SI
اکتیویته (A)	آهنگ واپاشی	کوری (Ci)	بکرل (Bq)
پرتوگیری (X)	یونش در هوا	رونتگن (R)	کولن برکیلوگرم (C/kg)
دزجذب‌شده(D)	جذب انرژی	راد (rad)	گری (Gy)
دز معادل (DE)	تأثیر زیست‌شناختی	رم (rem)	سیورت (Sv)

1. *r*ontgen *e*quivalent *m*an

پایین‌نگه‌دارد. به‌همین‌دلیل، بسیاری‌از پزشکان دیگرعکسبرداری ازقفسهٔ‌سینه‌را بااستفاده‌از پرتو X درمعاینه‌های سالیانهٔ‌پزشکی‌توصیه‌نمی‌کنند و دندانپزشکان‌معمولا هنگام‌عکسبرداری از دهان یك پیش‌بند سربی روی قسمتهای حساس‌بدن بیمار قرار می‌دهند.) اگرچه‌شواهد موجود قاطعیت ندارد، ولی دلایلی برخطر سرطان‌زایی تابش وآسیب ژنتیکی آن‌حتی در دزهای‌خیلی‌پایین دردست‌است، درحالی که آثار دیگر مانندتولیدآب‌مروارید وعقیم‌سازی آستانه‌ای دارند که درکمتر ازآن خطری وجود ندارد. بسیاری ازمعلومات ما دراین زمینه درنتیجهٔ مطالعات انجام‌شده در مورد بازماندگان انفجار هسته‌ای هیروشیما و ناکازاکی‌در جنگ دوم جهانی است، که طبق‌آن می‌دانیم خطر مرگ پس از جذب ۱۰۰ رم درفاصلهٔ زمانی کوتاه‌قطعی‌است، ولی شواهد واضحی دال‌بر رابطهٔ خطی‌بین دز وخطر وجودندارد. مباحثات مربوط به‌جذب دزهای‌کم درفواصل‌زمانی طولانی هنوز هم درجریان است، که برای استانداردهای حفاظت در برابر تابش و سلامت افراد اجتماع نتایجی جدی دربر خواهد داشت.

مراجع مطالعات تکمیلی

برای مطالعهٔ تفصیلی‌تر مکانیك‌کوانتومی فرایندهای‌واپاشی می‌توانید به‌کتاب زیر رجوع کنید

M. G. Bowler, *Nuclear Physics* (Oxford: Pergamon, 1973).

برای بررسی‌کاملترسریهای واپاشی رادیواکتیو می‌توانید به‌کتاب زیر رجوع‌کنید

R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

روشهای عمرسنجی رادیواکتیو منظومهٔ شمسی در مراجع زیر مرور شده است

L. T. Aldrich and G. W. Wetherill, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 8, 257(1958),
G. W. Wetherill, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 25, 283 (1975).

برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ رادیواکتیویتهٔ جوواقیانوسها به‌مقالهٔ زیررجوع کنید

D. Lal and H. E. Suess, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 18, 407 (1968).

اطلاعات مشروحتر دربارهٔ پرتوگیری تابشی را می‌توان در مراجع‌مختلف فیزیك بهداشت، ازجمله‌کتاب زیر، یافت

E. Pochin, *Nuclear Radiation: Risks and Benefits* (Oxford: Clarendon, 1983).

مسائل

۱۰ سه‌چشمهٔ رادیواکتیو که‌اکتیویتهٔ هر یك‌ازآنهادر زمان $t = 0$ برابر $0.1\ \mu Ci$ است،

مفروض‌اند. نیمه‌عمر آنها به‌ترتیب برابر ۰٫۵ s، ۱٫۵ h، و ۱٫۵ d است. (الف) چند هستهٔ رادیواکتیو در $t = 0$ در هر چشمه وجود دارد؟ (ب) چند هسته بین $t = 0$ و $t = 1\ s$ در هر چشمه واپاشیده می‌شود؟ (ج) تعداد واپاشی هر چشمه در فاصلهٔ $t = 0$ و $t = 1\ h$ چقدر است؟

۲. ساماریم طبیعی شامل ۱۵٫۱٪ ایزوتوپ رادیواکتیو ^{147}Sm است که با گسیل α واپاشیده می‌شود. یک گرم ساماریم طبیعی در هر ثانیه تعداد (5 ± 89) ذرهٔ آلفا گسیل می‌کند. با استفاده از این اطلاعات، نیمه‌عمر ^{147}Sm و خطای اندازه‌گیری آن را محاسبه کنید.

۳. از جمله محصولات رادیواکتیو گسیل شده در حادثهٔ رآکتور چرنوبیل در سال ۱۹۸۶، ایزوتوپهای $^{131}I(t_{1/2} = 8٫05\ d)$ و $^{137}Cs(t_{1/2} = 30\ y)$ بودند. تعداد اتمهای ^{137}Cs تولید شده در فرایند شکافت در حدود پنج برابر ^{131}I است. (الف) کدام ایزوتوپ سهم بیشتری در اکتیویتهٔ ابر تابش رادیواکتیو دارد؟ فرض کنید که رآکتور قبل از آزاد شدن تابش چندین روز به‌طور پیوسته کار کرده است، (ب) چه‌مدت پس از وقوع حادثه اکتیویته‌های این دو ایزوتوپ باهم برابر می‌شوند؟ (ج) در حدود ۱٪ از شکافتها منجر به تولید ^{131}I می‌شوند و در هر شکافت در حدود ۲۰۰ MeV انرژی آزاد می‌شود. با در نظر گرفتن اندازهٔ رآکتور چرنوبیل (۱۰۰۰ MW)، اکتیویتهٔ ^{131}I را برحسب کوری پس از ۲۴ ساعت کار محاسبه کنید.

۴. زنجیرهٔ واپاشیهای رادیواکتیو $3 \longrightarrow 2 \longrightarrow 1$ را در نظر بگیرید که در آن هستهٔ نوع ۳ پایدار است. (الف) نشان دهید که معادلهٔ (۳۱.۶) از حل معادلهٔ (۲۹.۶) به دست می‌آید. (ب) معادلهٔ دیفرانسیلی برای تعداد هسته‌های نوع ۳ بنویسید، و آن را برحسب $N_3(t)$ حل کنید. (ج) مقدار $N_1(t) + N_2(t) + N_3(t)$ را به‌دست آورید و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید. (د) N_1، N_2، و N_3 را به‌ازای مقادیر کوچک t، یعنی فقط با در نظر گرفتن جملات خطی آنها، مورد بررسی قرار دهید و تعبیر فیزیکی نتایج را بیان کنید. (ه) حد مقادیر N_1، N_2، و N_3 را در حالت $t \longrightarrow \infty$ بیابید و تعبیر فیزیکی آنها را بیان کنید.

۵. بدن انسان به‌طور متوسط حاوی ۱۸٪ کربن و ۰٫۲٪ پتاسیم است. اکتیویتهٔ ذاتی ناشی از ^{14}C و ^{40}K را برای یک فرد متوسط محاسبه کنید.

۶. ایزوتوپ رادیواکتیوی را با استفاده از یک واکنش هسته‌ای در یک سیکلوترون تولید می‌کنیم. در پایان پرتودهی که در مقایسه با نیمه‌عمر واپاشی خیلی کوتاه است، از یک روش شیمیایی برای استخراج ایزوتوپ رادیواکتیو استفاده می‌کنیم. زمان انجام این کار برابر ۱ h و کارآیی بازیافت مادهٔ رادیواکتیو ۱۰۰٪ است. پس از جداسازی شیمیایی، اکتیویتهٔ نمونه را در فواصل زمانی ۱ min مورد شمارش قرار دادیم که نتایج زیر به‌دست آمده‌اند (زمان پایان پرتودهی را $t = 0$ در نظر گرفته‌ایم):

زمان t (دقیقه)	واپاشی درهردقیقه	زمان t (دقیقه)	واپاشی درهر دقیقه
۶۲٫۰	۵۹۲	۱۲۵٫۰	۲۱۵
۶۸٫۰	۵۲۷	۱۳۰٫۰	۲۰۸
۷۳٫۰	۵۱۰	۱۳۸٫۰	۱۸۷
۸۵٫۰	۴۳۱	۱۴۴٫۰	۱۷۷
۹۰٫۰	۳۸۰	۱۴۹٫۰	۱۵۸
۹۷٫۰	۳۵۳	۱۵۶٫۰	۱۴۲
۱۰۱٫۰	۳۱۸	۱۶۳٫۰	۱۲۵
۱۰۵٫۰	۳۱۰	۱۷۰٫۰	۱۱۰
۱۱۲٫۰	۲۹۰	۱۷۵٫۰	۱۰۹
۱۲۰٫۰	۲۴۲	۱۸۰٫۰	۱۰۰

(الف) این اطلاعات را روی کاغذ نیمه‌لگاریتمی رسم کنید و با استفاده از آن نیمه‌عمر و اکتیویتهٔ اولیه را (در لحظهٔ $t = 0$) به‌دست آورید. گسترهٔ خطای هر یك از نقاط اطلاعاتی را نشان دهید، و خطای حاصل را در نیمه عمر براورد کنید. (ب) با استفاده از یك روش تحلیلی، برازش خطی حداقل مربعات را درمورد این اطلاعات انجام‌دهید (به‌صورت $\log N$ برحسب t) و نیمه عمر و خطای آن‌را تعیین کنید.

۷. نمونه‌ای از یك‌عنصر متشکل از دو ایزوتوپ طبیعی را با استفاده از گیراندازی‌نوترون رادیواکتیو می‌کنیم. پس‌از یك‌ساعت پرتودهی در رآکتور، نمونه‌را به‌اتاق شمارش منتقل و تعدادکل واپاشیها را در فواصل یك‌ساعته به‌طور روزانه ثبت می‌کنیم. خلاصهٔ اطلاعات ثبت‌شده به‌قرار زیر است:

زمان (d)	تعداد واپاشی	زمان (d)	تعداد واپاشی
۰	۱۰۲۵۱۵	۲۰	۲۳۷۲
۱	۷۹۲۰۵	۴۰	۱۴۲۱
۲	۶۱۹۰۳	۶۰	۱۱۳۵
۳	۴۸۲۱۳	۸۰	۸۶۲
۴	۳۷۴۳۱	۱۰۰	۷۲۵
۵	۲۹۳۶۷	۱۲۰	۵۵۱
۶	۲۳۵۱۱	۱۴۰	۴۶۲
۷	۱۸۴۹۵	۱۶۰	۳۵۹
۸	۱۴۸۲۹	۱۸۰	۲۶۵
۹	۱۱۸۵۳	۲۰۰	۲۲۵
۱۰	۹۵۹۵		

با استفاده از این اطلاعات، نیمه‌عمر و اکتیویتهٔ اولیهٔ هردو ایزوتوپ را به‌دست آورید. عنصر مورد آزمایش چیست؟

۸. یك فرایند واپاشی ساده را در نظر بگیرید که در آن تعداد N_0 هستهٔ رادیواکتیو اولیهٔ نوع A به‌هستهٔ پایدار نوع B تبدیل می‌شود. چند واپاشی در فاصلهٔ زمانی t_1 تا $t_1+\Delta t$ رخ می‌دهد؟ این مسئله را به‌دو طریق حل کنید: (۱) با استفاده از معادلهٔ (۱۰.۶)، و (۲) با استفاده از تفاوت بین $N(t_1)$ و $N(t_1+\Delta t)$. گوشزد: در حالت کلی فقط روش اول صحیح است؛ مسئلهٔ بعد را ببینید.

۹. فرایند واپاشی $A \to B \to C$ را در نظر بگیرید که در آن $N_A(t=0)=N_0$، و $N_B(t=0)=N_C(t=0)=0$. تعداد واپاشیهای هستهٔ نوع B در فاصلهٔ بین t_1 و $t_1+\Delta t$ چقدر است؟ (راهنمایی: با مراجعه به مسئلهٔ قبل بگویید چرا روش (۲) در این مورد عملی نیست. شکلهای ۶.۶ و ۷.۶ هم ممکن است شواهد قانع کننده‌ای در اختیار بگذارند.)

۱۰. هسته‌های نوع A که با آهنگ ثابت R در یك رآکتور هسته‌ای تولید می‌شوند، در اثر واپاشی به‌هستهٔ نوع B تبدیل می‌شوند که آن‌هم به‌نوبهٔ خود به‌هستهٔ نوع C واپاشیده می‌شود. (الف) معادلات دیفرانسیل N_A، N_B، و N_C را برحسب زمان بنویسید و آنها را حل کنید. (ب) حاصل جمع $N_C+N_B+N_A$ را به‌دست آورید و تعبیر فیزیکی آن را بیان کنید.

۱۱. ایزوتوپ رادیواکتیو ^{233}Pa ($t_{1/2}=27.0\ d$) در اثر گیراندازی نوترون در ^{232}Th تولید می‌شود. ایزوتوپ تولیدشدهٔ ^{233}Th با نیمه‌عمر $22.3\ min$ واپاشیده می‌شود و به‌صورت ^{233}Pa درمی‌آید. گیراندازی نوترون در ۱ گرم ^{232}Th، در شار نوترونی یك رآکتور، با آهنگ $2.0\times10^{11}\ s^{-1}$ تولید ^{233}Th می‌کند. (الف) در پایان یك ساعت پرتودهی نوترونی، اکتیویتهٔ ^{233}Th و ^{233}Pa چقدر است؟ (ب) پس از یك ساعت پرتودهی، نمونه انبار می‌شود تا اکتیویتهٔ ^{233}Th به‌توانند ناپدید شود. اکتیویته‌های ^{233}Th و ^{233}Pa پس از گذشت ۲۴ ساعت و ۴۸ ساعت از انبارسازی چقدر است؟ (ج) واپاشی ^{233}Pa منجر به‌تولید ^{233}U می‌شود که آن‌هم به‌نوبهٔ خود رادیواکتیو است ($t_{1/2}=1.6\times10^5\ y$). اکتیویتهٔ ^{233}U یك سال پس از انبار کردن نمونه چقدر است؟ (راهنمایی: برای به‌دست آوردن اکتیویتهٔ ^{233}U ضرورتی ندارد که معادلهٔ دیفرانسیل دیگری نوشته شود.)

۱۲. اکتیویته‌ای از هسته‌های A به B و سپس هستهٔ B به‌هستهٔ پایدار C واپاشیده می‌شود. (الف) با بحث کیفی نشان دهید که چرا در زمانهای کوتاه باید $\mathcal{A}_A > \mathcal{A}_B$ باشد، در حالی که در زمانهای طولانی $\mathcal{A}_B > \mathcal{A}_A$ خواهد شد. (ب) بنابراین زمانی مانند T باید وجود داشته باشد که در آن $\mathcal{A}_B = \mathcal{A}_A$ است. زمان T را برحسب ثابتهای واپاشی λ_A و λ_B محاسبه کنید.

۱۳. زنجیرهٔ واپاشی $^{139}La \to ^{139}Ba \to ^{139}Cs$ در یك نمونهٔ بدواً خالص ^{139}Cs با اکتیویتهٔ اولیهٔ ۱ mCi مشاهده شده است. نیمه‌عمر ^{139}Cs برابر $9.5\ min$،

نیمه‌عمر ^{139}Ba برابر ۸۲٫۹min، و ^{139}La پایدار است. اکتیویتهٔ بیشینهٔ ^{139}Ba چقدر است و درچه زمانی حاصل می‌شود؟

۱۴. در فرایند واپاشی $^{235}U \rightarrow ^{231}Th \rightarrow ^{231}Pa$ ($t_{1/2} = 7.04 \times 10^8 y$ برای ^{235}U؛ $t_{1/2} = 25.5 h$ برای ^{231}Th) اکتیویته‌های ^{235}U و ^{231}Th را برحسب‌زمان از $t = 0$ تا $t = 100 h$ رسم کنید. فرض کنید اکتیویتهٔ اولیهٔ ^{235}U درنمونه 1.0mCi است. دربارهٔ شرط تعادل دیرپا دراین فرایند واپاشی بحث کنید.

۱۵. واپاشی آلفازای ^{238}U ($t_{1/2} = 4.47 \times 10^9 y$) منجر به‌تولید ^{234}Th با نیمه‌عمر 24.1 d می‌شود. هرنمونه‌ای از سنگ‌معدن اورانیم باید اکتیویتهٔ ^{234}Th را در تعادل دیرپا با مادر هستهٔ ^{238}U نشان‌دهد، اکتیویتهٔ ^{234}Th درهر گرم اورانیم چقدر است؟

۱۶. نموداری مشابه شکل ۱۰.۶ تهیه کنید که سری رادیواکتیو $4n+2$ را نشان‌دهد.

۱۷. واپاشی رادیواکتیو ^{232}Th درنهایت به‌تولید ^{208}Pb پایدار منجر می‌شود. در یك نمونهٔ سنگ‌معدن، مقدار ۳.۶۵ گرم ^{232}Th و ۰.۷۵ گرم ^{208}Pb دیده شده است. (الف) عمر این‌نمونه را با استفاده از نسبت Th/Pb محاسبه کنید. (ب) اگر نمونهٔ سنگی بزرگ باشد، ذرات آلفای گسیل شده در فرایندهای واپاشی به‌دام می‌افتند. اگر چنین‌سنگی را خرد کنیم، ذرات آلفای آن‌را می‌توان به‌صورت گازهلیم گردآوری کرد. در فشار 760 mm و دمای $0°C$ حجم گاز گردآوری شده از این صخره چقدر است؟

۱۸. می‌خواهیم عمر یك تیرچوبی را که در ساختمان یك‌کلبهٔ باستانی مورد استفاده قرار گرفته است، تعیین‌کنیم. با بررسی نمونه‌ای از این‌چوب برای تعیین محتوای ^{14}C، تعداد ۲.۱ واپاشی در دقیقه مشاهده شده است. نمونهٔ دیگری با همان‌اندازه وهمان نوع چوب که از یك‌درخت تازه بریده‌گرفته‌ایم، تعداد ۵.۳ واپاشی دردقیقه‌به‌دست داده است. عمر نمونهٔ باستانی چقدر است؟

۱۹. نشان‌دهیدکه محتوای کنونی ^{14}C دریك مادهٔ آلی، اکتیویته‌ای درحدود ۱۵ واپاشی در دقیقه درهرگرم کربن دارد.

۲۰. احتمال وقوع یك واپاشی ^{14}C در ریه‌ها طی یك تنفس چقدر است؟ مقدار CO_2 جو درحدود ۰.۰۳% است، ودریك تنفس متوسط درحدود ۰.۵ لیترهوا را به‌ریه‌ها وارد و ۳.۵ s بعد آن‌را خارج می‌کنیم.

۲۱. (الف) شار پرتوگاما (تعداد γ در هر واحد سطح) در فاصلهٔ 1.0 m از یك چشمهٔ ^{60}Co با اکتیویتهٔ 7.5 mCi چقدراست؟ (ب) در این فاصله، چند یون در دقیقه در هر سانتی‌مترمکعب هوا تولید می‌شود؟

۷

آشکارسازی تابشهای هسته‌ای

اصول اساسی کار اغلب آشکارسازهای تابش هسته‌ای مشابه است. تابش وارد آشکارساز می‌شود، با اتمهای مادهٔ آشکارساز برهم‌کنش می‌کند (بخشی از انرژی خود را ازدست می‌دهد)، و تعداد زیادی الکترون کم‌انرژی را از مدارهای اتمی خـود آزاد می‌کند. این الکترونها سپس گردآوری می‌شوند و جهت تحلیل توسط مدار الکترونیکی به‌صورت یك تپ ولتاژ یاجریان درمی‌آیند. انتخاب مادهٔ مناسب برای آشکارسازهـای تابش به‌نـوع تابش مورد آشکارسازی و اطلاعـات مـوردنظر بستگی دارد. برای ذرات α حاصل از واپاشیهای رادیواکتیو ویا ذرات باردار حاصل از واکنشهای هسته‌ای در انرژیهای کـم (MeV)، آشکارسازهای بسیار نازك کفایت می‌کند، زیرا بیشینهٔ برد این ذرات دراغلب جامدات نوعاً کمتراز μm ۱۰۰ است. برای الکترونها، مشابه آنچه درتابش β گسیل می‌شوند، آشکارسازی به‌ضخامت ۰٫۱ تا ۱ mm لازم است، در حالی که به‌علت بـرد زیاد پرتوهـای γ، حتی آشکارسازی به‌ضخامت ۵ cm ممکن است برای تبدیل فوتونهای پرانرژی (MeV یـا بیشتر) به تپ الکترونیکی کافی نباشد. صدای تیك آشنای شمارگر گایگر ممکن است برای نشان‌دادن حضور تابش کافی باشد؛ در این‌مورد تمامی انواع تابشهای فـرودی، خروجی یکسانی تولید می‌کنند. برای اندازه‌گیری انرژی تابش، بایدآشکارسازی را انتخاب کنیم که دامنهٔ تپ خروجی آن متناسب با انرژی باشد. دراینجا باید ماده‌ای را بـرگزینیم که تعداد الکترونهای آزاد شده درآن زیاد باشد، بدین‌تـرتیب با افت‌وخیز آماری یا با از دست‌دادن شمارش چند ذره، توانایی تعیین انرژی به‌طور قابل‌ملاحظه تغییر نمی‌کند. برای تعیین زمان گسیل تابش، باید ماده‌ای را انتخاب کنیم که درآن الکترونها به‌سرعت تبدیل

به‌تپ شوند؛ دراین مورد تعداد الکترونهای گردآوری‌شده حائز اهمیت کمتری‌است. برای تعیین نوع ذره (مانند مورد یك واکنش هسته‌ای‌که در آن انواع مختلفی از ذرات تولید می‌شوند)، باید ماده‌ای را انتخاب کنیم که در آن جرم یا بار ذره اثر مشخصی ایجاد کند. برای اندازه‌گیری‌اسپین یا قطبش ذرات تابشی، باید از آشکارسازی استفاده کنیم که‌بتواند حالات‌مختلف‌اسپین یاقطبش را تفکیك‌کند. درمواردی‌که انتظار آهنگ شمارش‌فوق‌العاده زیادی را داریم، باید ازآشکارسازی استفاده‌کنیم که بتواند به‌سرعت پس از هر شمارش به حالت عـادی بازگردد؛ و برای آهنگ شمارش خیلی‌کند باید همّ خـود را مصروف آشکارسازی هرواقعه وتقلیل اثر تابش زمینه‌کنیم. بالاخره، اگر به‌بازسازی مسیر تابشهای آشکارشده علاقه‌مندیم، بایـد آشکارسازی داشته بـاشیم کـه نسبت به محل ورود تـابش به‌آشکارساز حساس باشد.

دراین‌فصل انواع مختلف آشکارسازها را مـورد بررسی قرار می‌دهیم. البته تمام شرایط فوق هرگز دریك‌آشکارساز جمع نمی‌شوند، بلکه هرآشکارسازی فقط از یکی از این‌خصوصیتها برخوردار‌است. بحث ما محدود به‌تـابشهایی است‌که دراغلب واپاشیهای هسته‌ای یا مطالعهٔ واکنشها باآنها روبه‌رو می‌شویم: یعنی ذرات باردارسنگین (پروتونها، آلفاها) باانرژی نانسبیتی، الکترونهای‌نسبیتی (باانرژی‌حدود MeV)، وفوتونهادرناحیهٔ پرتو x وپرتوگاما. آشکارسازهای نوترون جداگانه درفصل ۱۲ (جلد دوم، ترجمهٔ‌فارسی) مورد بررسی قرار می گیرند.

۱.۷ برهم‌کنشهای تابش با ماده

ذرات باردار سنگین

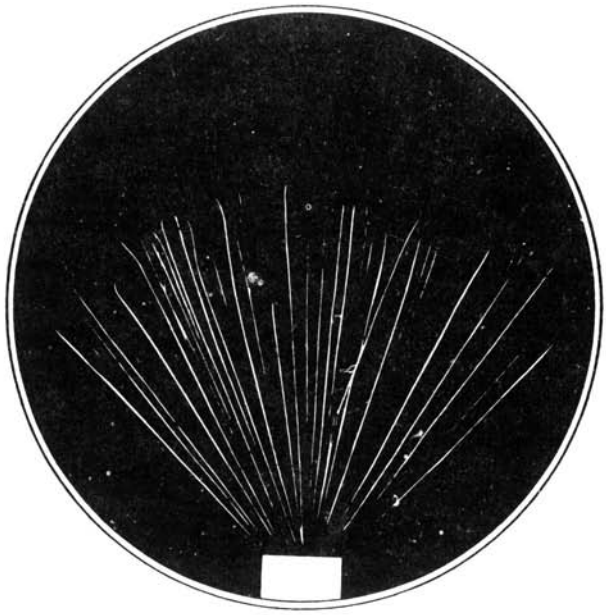
اگرچه پراکندگی‌کولنی ذرات باردار توسط هسته‌ها (کـه پراکندگی رادرفورد خوانده می‌شود) فرایندی مهم درفیزیك هسته‌ای‌است، تأثیرآن برکاهش انرژی‌ذرهٔ باردار درطی عبور از مادهٔ‌آشکارساز اندك‌است. ازآنجاکه هسته‌های‌آشکارساز فقط‌کسر بسیارکوچکی درحدود 10^{-15} ازحجم اتمها را اشغال می کنند، احتمال‌برخورد ذره باالکترون (تقریباً 10^{15} بار بیش از احتمال برخورد با هسته است. بنابراین سازوکار غالب درکاهش‌انرژی ذرات باردار، پراکندگی کولنی آنها در رویارویی با الکترونهای اتمی‌آشکارساز است.

باتوجه به‌پایستگی‌انرژی وتکانه‌در برخورد‌الاستیك سر به‌سر بین‌یك‌ذرهٔ‌سنگین به‌جرم M ویك الکترون به‌جرم m (که برای سهولت‌آن‌را ساکن فرض می کنیم)، کاهش انرژی جنبشی ذره به‌صورت زیر به‌دست می آید

$$\Delta T = T\left(\frac{4m}{M}\right) \qquad (۱.۷)$$

برای‌ذرهٔ α به‌انرژی ۵ MeV (نمونهٔ ذرات گسیل‌شده در واپاشی رادیواکتیو)، این‌مقدار برابر ۲٫۷ keV است. بلافاصله می‌توان به‌چهارنتیجهٔ زیر رسید:

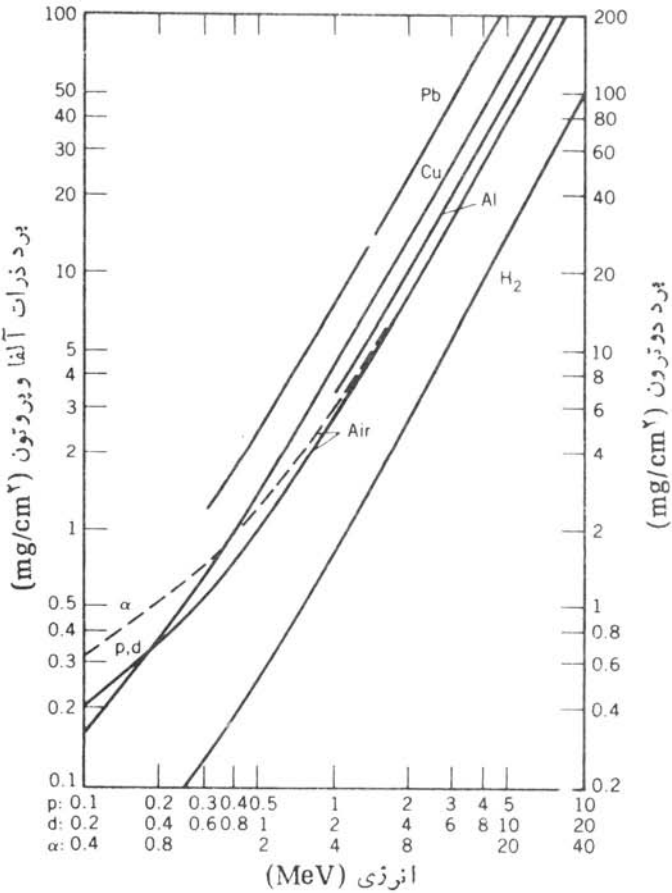
۱. برای اینکه ذره تمام انرژی خود را از دست بدهد، چندین‌هزار واقعه‌از این‌نوع‌لازم است (بیشترین مقدار انرژی‌انتقالی در برخورد سربه‌سر به‌الکترون منتقل می‌شود؛ در اغلب برخوردها، کاهش انرژی خیلی کمتر از این مقدار است).
۲. در یك برخورد خراشان بین الکترون وذرهٔ سنگین، زاویهٔ انحراف ذرهٔ سنگین بسیار کوچك است و بنابراین ذره تقریباً مسیر مستقیمی‌را می‌پیماید.
۳. به‌علت برد نامتناهی نیروی‌کولنی، ذره‌به‌طورهمزمان باالکترونهای زیادی برهم‌کنش می‌کند وبنابراین‌انرژی‌خود را به‌تدریج و به‌طورپیوسته درطول مسیر ازدست‌می‌دهد. پس از طی مسافتی معین، ذره تمام انرژی‌اش را از دست می‌دهد؛ که این فاصله را برد ذره می‌نامند. برد با درنظرگرفتن نوع ذره، نوع مادهٔ موردگذار، وانرژی ذره تعیین می‌شود. رد ذرات آلفا را دراتاقك ابر درشکل۱.۷ نشان‌داده‌ایم، دراین‌مسیرها پس از یك فاصلهٔ نسبتاً مشخص دیگر اثری از ذرات دیده نمی‌شود. ما معمولا با برد میانگین سروکار داریم‌که طوری تعریف می‌شودکه برد نیمی از ذرات از آن بلندتر و نیم دیگر کوتاهتر است؛ تغییرات حول مقدار میانگین بسیارکوچك است و حداکثر به‌چند درصد می‌رسد وبدین‌ترتیب می‌توان‌برد میانگین را کمیتی دقیق ومفید دانست.
۴. انرژی لازم برای یونش یك اتم (یعنی جداساختن یك الکترون) درحدود ۱۰ eV است؛ بنابراین بسیاری از برخوردها می‌توانند انرژی لازم جهت یونش را به اتم



شکل ۱۰۷ رد ذرات‌آلفای حاصل از واپاشی ^{۲۱۰}Po در اتاقك ابر.

منتقل کنند. (اگر انرژی کافی برای تولید یون به‌الکترون داده نشود، اتم به‌یك حالت برانگیخته‌می‌رود وسپس به‌سرعت به‌حالت پایه‌واانگیخته‌می‌شود.) به‌علاوه، الکترونهای با انرژی حدود keV (که به‌نام پرتوهای دلتا معروف‌اند) می‌توانند دراثر برخورد تولید یون کنند، که منجر به‌الکترونهای ثانویهٔ بیشتر می‌شود. برای تعیین‌کاهش‌انرژی ذره، باید الکترونهای اولیه وثانویه وبرانگیختگی اتمی را درنظر بگیریم.

رابطهٔ بین برد وانرژی برای هوا و سایر مواد متداول درشکل ۲.۷ نشان‌داده شده است. برای موادی‌که نشان‌داده‌نشده‌اند، بااستفاده از رابطهٔ نیمه‌تجربی زیرکه به‌نام‌قانون براگ ـ کلیمان معروف است، می‌توان برد را براوردکرد



شکل ۲.۷ رابطهٔ برد ـ انرژی در مواد مختلف. به‌علت کاهش‌انرژی ذره دراثر پراکندگی‌توسط الکترونهای اتمی، برد با چگالی نسبت معکوس دارد. بنابراین برای سهولت حاصلضرب‌برد درچگالی را برحسب mg/cm^2 درنظرمی‌گیرند. متأسفانه این حاصلضرب نیز درنشریات‌علمی «برد» نامیده می‌شود.

$$\frac{R_1}{R_0} \simeq \frac{\rho_0 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_0}} \qquad (۲.۷)$$

که در آن R برد، ρ چگالی، و A وزن اتمی است. شاخصهای ۰ و ۱ به ترتیب نشانه‌های مربوط به‌مادهٔ شناخته شده و ناشناخته‌اند.

رابطهٔ نظری بین برد و انرژی را می‌توان از یك محاسبهٔ کوانتوم مکانیکی فرایند برخورد، که برای اولین‌بار درسال ۱۹۳۰ توسط هانس‌بته انجام شد، به‌دست آورد. این محاسبه، مقدار افت انرژی در واحد طول را (که گاهی توان ایستانندگی نامیده‌می‌شود) به‌صورت زیر به‌دست می‌دهد

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{4\pi z^2 N_0 Z \rho}{mc^2 \beta^2 A} \left[\ln\left(\frac{2mc^2\beta^2}{I}\right) - \ln(1-\beta^2) - \beta^2\right] \qquad (۳.۷)$$

که در آن $v = \beta c$ سرعت ذره، ze بارالکتریکی ذره، Z، A، و ρ به‌ترتیب عدد اتمی، وزن اتمی، و چگالی مادهٔ موردگذار، N_0 عدد آووگادرو، و m جرم الکترون است. پارامتر I انرژی برانگیزش متوسط الکترونهای اتمی است که می‌توان آن‌را با متوسط‌گیری برروی‌کلیهٔ فرایندهای یونش و برانگیختگی محاسبه‌کرد. درعمل I را به‌عنوان یك ثابت تجربی درنظر می‌گیرند، که مقدار آن برحسب eV درحدود Z ۱۰ است. برای مثال، در هوا $I = ۸۶$ eV و در آلومینیم $I = ۱۶۳$ eV است.

برد را می‌توان با انتگرال‌گیری ازمعادلهٔ (۳.۷) در گسترهٔ انرژی ذره به‌دست آورد

$$R = \int_T^0 \left(-\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \qquad (۴.۷)$$

اما، معادلهٔ (۳.۷) در قسمت‌کم انرژی نزدیك به‌انتهای برد معتبر نیست، و این‌عمدتاً بدان سبب است‌که دراین‌معادله‌گیراندازی الکترونها توسط ذرات‌کند درنظر گرفته شده است. می‌توان معادلهٔ (۴.۷) را به‌صورت زیر نوشت

$$R = Mz^{-2} \int f(v) dv \qquad (۵.۷)$$

که در آن $f(v)$ تابع سرعت ذره ومستقل از جرم و بار آن است. بنابراین می‌توانیم برد ذرات مختلف با سرعت اولیهٔ یکسان را در محیط‌گذار با هم مقایسه‌کنیم

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{M_1 z_0^2}{M_0 z_1^2} \qquad (۶.۷)$$

الکترونها

الکترونها (مثبت‌ومنفی) همانندذرات باردار سنگین‌از طریق پراکندگی کولنی باالکترونهای

اتمی برهم‌کنش می‌کنند. اما، در اینجا چند تفاوت اساسی وجـود دارد: (۱) الکترونهـا به‌خصوص آنها که در واپاشی بتا زا گسیل می‌شوند، سرعتهای نسبیتی دارند. (۲) الکترونها در برخورد با دیگـر الکترونها به میزان زیادی منحرف می‌شوند، و در نتیجه مسیرهـای درهم برهمی دارند. بنا براین برد (که به‌صورت فاصلهٔ خطی نفوذ در ماده تعریف می‌شود) با طول مسیری که الکترون طی می‌کند، بسیار متفاوت است. (۳) در برخوردهـای سر به‌سر یك الکترون با الکترون دیگر، کسر بزرگی از انرژی اولیه ممکن است به الکترون مـورد برخورد منتقل شود (درحقیقت، در برخوردهای الکترون ـ الکترون باید هویت دو ذره‌را درنظر بگیریم؛ بعد از برخورد نمی‌توانیم بگوییم که کدام الکترون فرودی و کدامیك هدف بوده است). (۴) به‌علت امکان تغییرات سریع جهت و انـدازهٔ سرعت الکترون، شتابهای بزرگی حاصل می‌شوند، و ذرات باردار شتابان باید انرژی الکترومغناطیسی تابش کنند. این تابش را برمشترالونگ یا تابش ترمزی می‌نامند.

رابطهٔ افت انرژی در واحد طول مسیر برای الکترونها نیز توسط بته به‌دست آمده است، ومی‌توان آن‌را مشابه معادلهٔ (۳.۷) به‌صورت زیر نوشت

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{2\pi N_0 Z\rho}{mc^2\beta^2 A}\left[\ln\frac{T(T+mc^2)^2\beta^2}{2I^2mc^2} + (1-\beta^2) - (2\sqrt{1-\beta^2}-1+\beta^2)\ln 2 + \frac{1}{8}(1-\sqrt{1-\beta^2})^2\right] \quad (7.7)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 N_0 (T+mc^2)}{137 m^2c^4 A}\left[4\ln\frac{2(T+mc^2)}{mc^2} - \frac{4}{3}\right] \quad (8.7)$$

که در آن T انرژی جنبشی الکترون است. شاخصهای c و r به‌ترتیب نمایندهٔ افت انرژی به‌علت برخورد و تابش است. رابطهٔ افت تابشی فقط برای انرژیهای نسبیتی معتبر است؛ در انرژی کمتر از ۱MeV می‌توان از افت تابشی صرفنظر کرد.

افت انرژی کل مجموع این‌دو مقدار است

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_c + \left(\frac{dE}{dx}\right)_r \quad (9.7)$$

برای براورد سهم نسبی این دوجمله می‌توان نسبت آنها را تشکیل داد، که در ناحیهٔ نسبیتی تقریباً برابر است با

$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_c} \approx \frac{T+mc^2}{mc^2}\cdot\frac{Z}{1600} \quad (10.7)$$

بدین‌سان، جملهٔ تابشی فقط در انرژیهای زیاد و در مواد سنگین قـابل ملاحظه است. در