

# Petroleum Reservoir Engineering (I)

Instructor: **Elyas Golabi**

[\*\*Elyasgolabi@yahoo.com\*\*](mailto:Elyasgolabi@yahoo.com)

Azad University of Omidieh



# Reservoir

Rock Reservoir

Fluid Reservoir

سنگ مخزن: محیطی است متخلخل که می تواند سیال را در خود جای دهد و سیال می تواند درون

آن جا بجا شود

این محیط متخلخل از سه فاز آب، نفت و گاز اشباع شده که حرکت این سیالات در این محیط

متخلخل باید مطالعه شود

سیال هنگامی در مخزن شروع به حرکت می کند که اختلاف فشار بوجود آید



$$P_A > P_B$$

این اختلاف فشار با حفر چاه و یا تزریق سیال به داخل مخزن به وجود می آید

# Fundamentals of Rock Properties

برای تعیین خواص سنگ مخزن در آزمایشگاه از دو نوع آزمایش استفاده می کنند که عبارتند از:

## 1. Routine Core analysis

- Permeability ( $K$ :  $K_H - K_V$ )
- Porosity ( $\Phi$ )
- Lithology
- Density ( $\rho$ )
- Saturation ( $S_w, S_o, S_g$ )

## 2. Special Core Analysis (SCAL) :

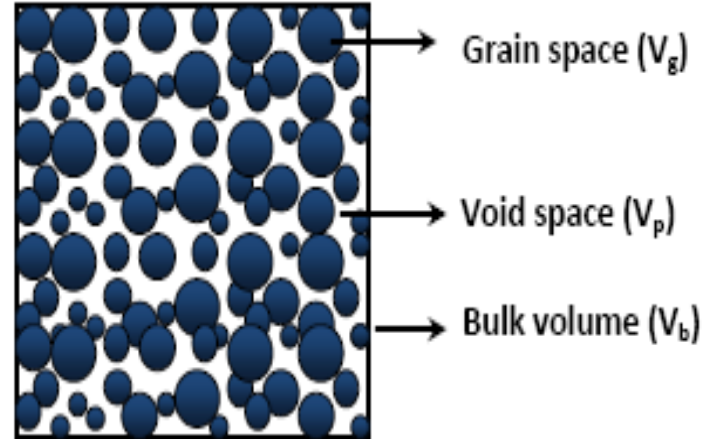
- Wettability
- Relative Permeability ( $K_{ro}$ ,  $K_{rw}$ ,  $K_{rg}$ )
- Residual Oil Saturation ( $S_{or}$ )
- Critical Saturation ( $S_c$ )
- Connate Water Saturation ( $S_{wi}$ )  
(Irreducible, Immobile)
- Capillary pressure ( $P_c$ )

# Porosity :

مخلخل : میزان کنجایش (فضای خالی) یک سنگ است که می تواند سیالات را در خود جای دهد.

به صورت کمی نسبت حجم فضای خالی سنگ به حجم کل سنگ است

$$\Phi = \frac{\text{Pore volume}}{\text{Bulk volume}}$$



# Types of Porosity :

## 1. Absolute Porosity

## 2. Effective Porosity

- Absolute Porosity

$$\Phi_a = \frac{\text{Total Pore Volume (V}_{pt})}{\text{Bulk Volume (V}_b)}$$

or

$$\Phi_a = \frac{\text{Bulk Volume (V}_b) - \text{Grain Volume (V}_g)}{\text{Bulk Volume (V}_b)}$$

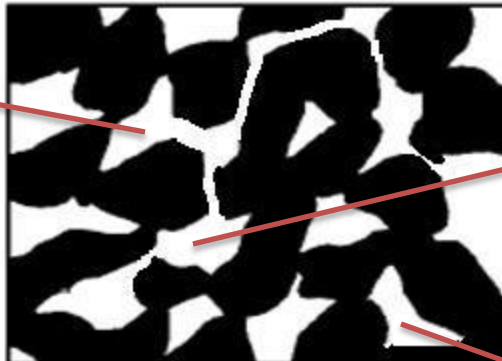
# • Effective Porosity

تخلخل موثر نسبت حجم فضاهاى خالى به هم پیوسته به حجم کل سنگ تعریف می شود

Interconnected Pore Volume ( $V_{pe}$ )

$$\Phi_e = \frac{\text{Interconnected Pore Volume (} V_{pe} \text{)}}{\text{Bulk Volume (} V_b \text{)}}$$

Connected pore volume



Interconnected pore volume

Isolated pore volume



در کلیه روابط مهندسی مخزن منظور از تخلخل، تخلخل موثر می باشد

یکی از مهمترین کاربردهای تخلخل موثر، محاسبه حجم اولیه هیدروکربن در جاست

Bulk Volume  $(V_b) = 43560 \text{ Ah}$  ,  $\text{ft}^3$

Bulk Volume  $(V_b) = 7758 \text{ Ah}$  ,  $\text{bbl}$

A: مساحت در امتداد طول مخزن بر حسب acres

h: ضخامت بر حسب ft

## Interconnected Pore Volume (V<sub>pe</sub>)

$$\Phi_e = \frac{43560 \text{ Ah}}{PV} = V_p = 43560 \text{ Ah } \Phi, \text{ ft}^3$$

## Interconnected Pore Volume (V<sub>pe</sub>)

$$\Phi_e = \frac{7758 \text{ Ah}}{PV} = V_p = 7758 \text{ Ah } \Phi, \text{ bbl}$$

## Example :

An oil reservoir exists at its bubble-point pressure of 3000 psia and temperature of 160°F. The oil has an API gravity of 42° and gas-oil ratio of 600 scf/STB. The specific gravity of the solution gas is 0.65. The following additional data are also available:

- Reservoir area = 640 acres
- Average thickness = 10 ft
- Connate water saturation = 0.25
- Effective porosity = 15%

Calculate the initial oil in place in STB.

تخلخل یک سنگ مخزن ممکن است بصورت عمودی دارای تغییرات زیاد باشد. ولی به

موازات صفحات لایه بندی سازند میزان این تغییر زیاد نباشد در این حالت می توان از میانگین

حسابی یا ضخامتی استفاده کرد.

اما اگر یک مخزن بصورت افقی دارای تخلخل متفاوت باشد، به منظور میانگین گیری از

میانگین مساحتی و میانگین حجمی استفاده می شود.

Arithmetic Average

$$\Phi = \frac{\sum \Phi_i}{n}$$

Thickness-Weighted Average

$$\Phi = \frac{\sum \Phi_i h_i}{\sum h_i}$$

Areal –Weighted Average

$$\Phi = \frac{\sum \Phi_i A_i}{\sum A_i}$$

Volumetric-Weighted Average

$$\Phi = \frac{\sum \Phi_i A_i h_i}{\sum A_i h_i}$$

# Saturated :

اشباع یک سیال عبارت است از درصدی کسری از حجم فضای خالی سنگ که بوسیله آن سیال (نفت، گاز، آب) اشغال شده است

- Oil Saturation

$$S_o = \frac{\text{Volume of oil}}{\text{Pore Volume}}$$

- Water Saturation

$$S_w = \frac{\text{Volume of water}}{\text{Pore Volume}}$$

- Gas Saturation

$$S_g = \frac{\text{Volume of gas}}{\text{Pore Volume}}$$

$$S = S_o + S_w + S_g = 100\% = 1$$

# Critical Saturation :

در یک محیط متخلخل یک سیال هنگامی شروع به حرکت می کند که میزان اشباع آن بیشتر از اشباع بحرانی باشد

Critical Oil Saturation

Soc

Critical Water Saturation

Swc

Critical Gas Saturation

Sgc

نیروی که موجب باقی ماندن آب در لایه های نشتی و گازی می شود نیروی موئینه است

# Residual Oil Saturation Sor

هنگام انجام یک فرآیند جایابی نفت خام بوسیله تزریق آب یا گاز، کل نفت موجود در حلال و فرج بوسیله

آب یا گاز جایبجا خواهد شد بلکه قسمتی از آن در حلال و فرج باقی خواهد ماند که به آن نفت باقیمانده و به اشباع آن اشباع نفت باقی مانده می گویند

## Connate or Irreducible Water Saturation, Swi

هنگام انجام فرآیند جایابی آب توسط نفت یا گاز چون آب یک عنصر بومی در سنگ مخزن است، کل

آب موجود در حلال و فرج بوسیله نفت یا گاز جایبجا خواهد شد بلکه قسمتی از آن در حلال و فرج باقی خواهد ماند که به



# Movable Oil Saturation Som

کسری از حجم خلل و فرج سنگ که بوسیله نفت حرکت پذیر و قابل انتقال اشغال شده است اشباع نفت حرکت پذیر نامیده می شود

$$\text{Som} = 1 - S_{wc} - S_{oc}$$

# Average Saturation

معمولاً بمقدور میانگین گیری از اشباع سیالات یک مخزن داده های اشباع را بر اساس ضخامت و تخلخل لایه های مختلف مخزن تعدیل می کنند.

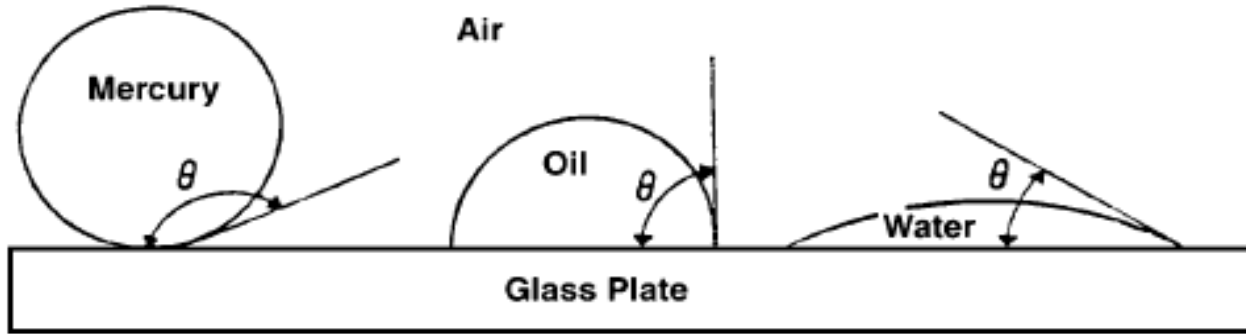
$$S_o = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i S_{oi}}{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i}$$

$$S_w = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i S_{wi}}{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i}$$

$$S_g = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i S_{gi}}{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i}$$

# Wettability

تایل یک سیال برای پخش شدن بر یا چسبیدن به سطح یک جسم جامد در حضور سیالات غیر قابل امتزاج دیگر



$\Theta = \text{Contact Angle}$

اگر زاویه تماس کمتر از 90 درجه باشد (سیال روی سطح پخش شده باشد) سیال مانسبت به سطح ترکننده است

و اگر زاویه تماس بیشتر از 90 درجه باشد (سیال روی سطح پخش نشده باشد) سیال مانسبت به سطح غیر ترکننده

# Intermediate Wettability

وقتی دو سیال غیر قابل امتزاج در تماس با سنگ قرار می گیرند و هر دو جذب سنگ شوند، اما یکی از آن ها اندکی بیشتر از

دیگری جذب سنگ می شود، این نوع ترشوندگی را ترشوندگی **بین ناهمبندی** می گویند

# Mixed Wettability

بعضی از سنگ ها دارای ترکیبات شیمیایی مختلفی در مناطق مختلف مخزن هستند. در نتیجه در یک قسمت از سنگ

آب و در قسمت دیگر آن نفت جذب سنگ می شود. به این خاصیت که در اثر ناهمبندی سنگ به وجود

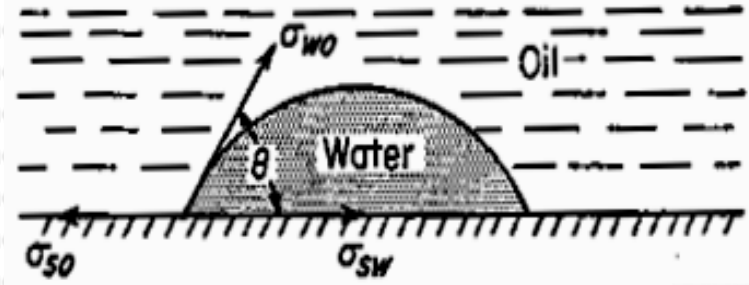
می آید Mixed Wettability می گویند

*Instructor: Elyas Golabi*

$\sigma_{wo}$ : نیروی کشش بین سطحی آب و نفت

$\sigma_{sw}$ : نیروی کشش بین سطحی آب و سطح جامد

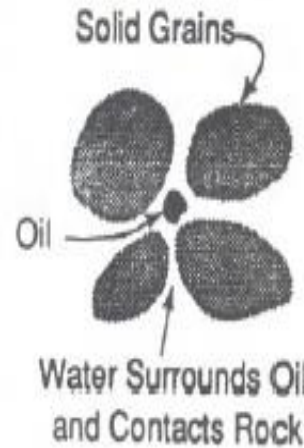
$\sigma_{so}$ : نیروی کشش بین سطحی نفت و سطح جامد



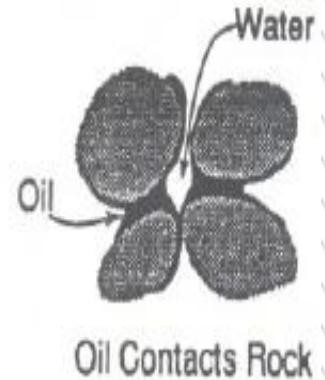
$$\sigma_{so} = \sigma_{wo} * \text{Cos } \theta + \sigma_{sw}$$

$$\text{Cos } \theta = \frac{\sigma_{so} - \sigma_{sw}}{\sigma_{wo}}$$

$$\text{Cos } \theta = a \quad \theta = \cos^{-1} a$$



Water-Wet System



Oil-Wet System

---

Contact angle values	Wettability preference
----------------------	------------------------

---

0 – 30

Strongly water wet

30 – 90

Preferentially water wet

90

Neutral wettability

90 – 150

Preferentially oil wet

150 – 180

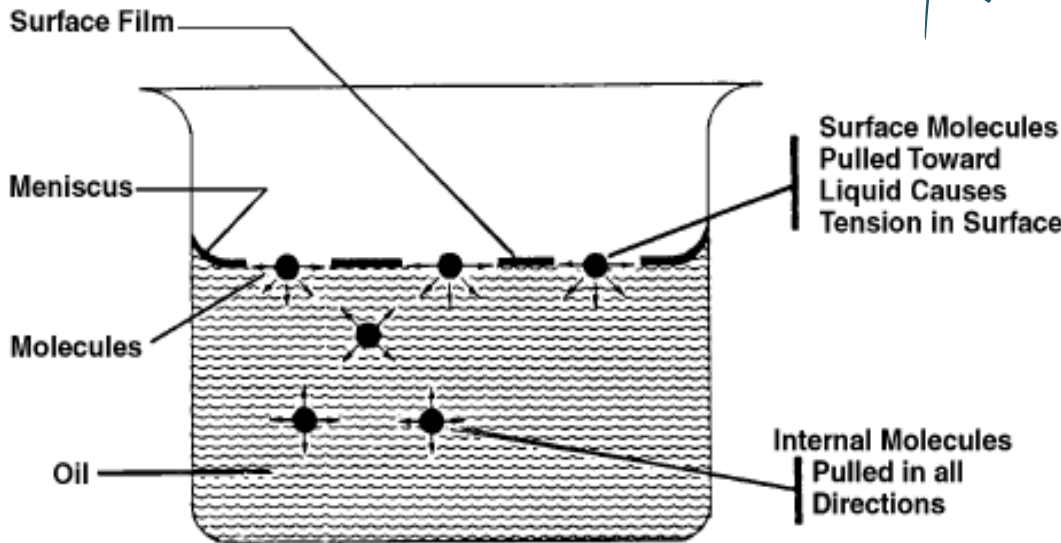
Strongly oil wet

---

# Surface and Interfacial Tensions

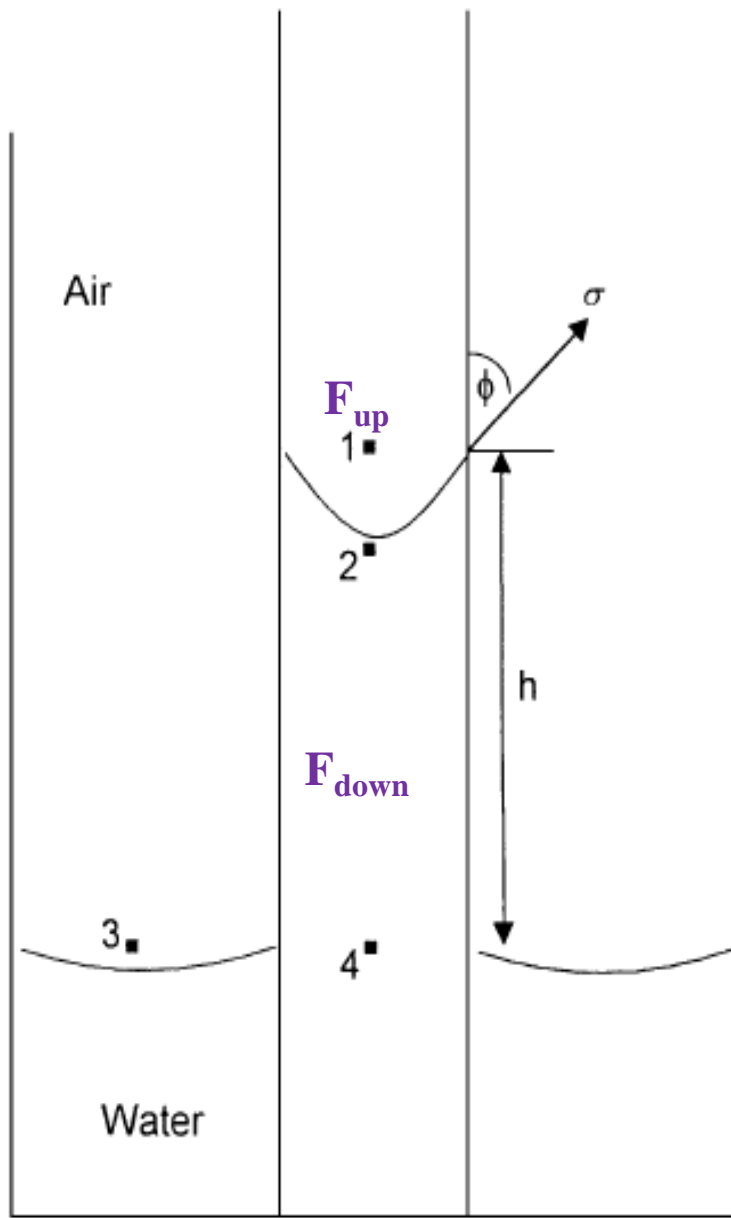
دو سیال که با هم در تماس هستند دارای یک سطح تماس (Interface) هستند. نیروهای کشش سطحی و بین

سطحی در نتیجه ی نیروهای Cohesion به وجود می آیند. نیروهای Cohesion سیروهای جاذبه بین مولکولی یا پیوستگی بین مولکولی یک جسم هستند.



زمانی دو سیال در هم حل می شوند که نیروی کشش بین سطحی آن ها صفر شود

Instructor: Elyas Golabi



- $F_{up} = (2\pi r) (\delta_{gw}) (\cos \theta)$
- $F_{down} = \pi r^2 h (\rho_w - \rho_g) g$
- $F_{up} = F_{down}$
- $\delta_{gw} = \frac{\pi r^2 h (\rho_w - \rho_g) g}{(2\pi r) (\cos \theta)}$
- $\delta_{gw} = \frac{r h \rho_w g}{2 \cos \theta}$
- $\delta_{ow} = \frac{r h (\rho_w - \rho_o) g}{2 \cos \theta}$  dyne/cm



# Capillary Pressure

دو سیالی که با هم در تماس هستند دارای یک سطح تماس Interface می باشند. هر سیال به این سطح مشترک فشار اعمال می کند. اختلاف این دو فشار را فشار موئینگی گویند.

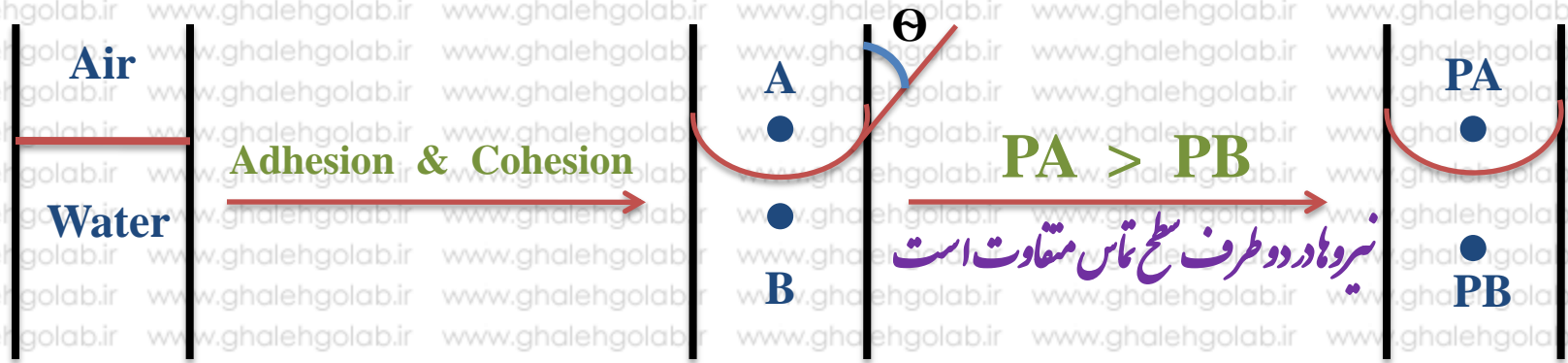
$$P_c = P_{nw} - P_w$$

$P_{nw}$ : Non Wetting Phase pressure

$P_w$ : Wetting Phase pressure

$P_c$  همیشه مثبت نیست و می تواند منفی هم باشد در واقع فشار موئینگی هم عامل رانش می تواند باشد و هم مانع آن

در یک سیستم خند فازی نشان دهنده توزیع سیالات به طور عمودی است و در یک سیستم تک فازی معنایی ندارد



فشار موئینگی نتیجه نیروهای Adhesion و Cohesion است. در اثر نیروهای Adhesion آب و

شیشه و در اثر نیروهای Cohesion مولکول های آب، سطح تماس به جای خط مستقیم به شکل مقعر در می آید یعنی

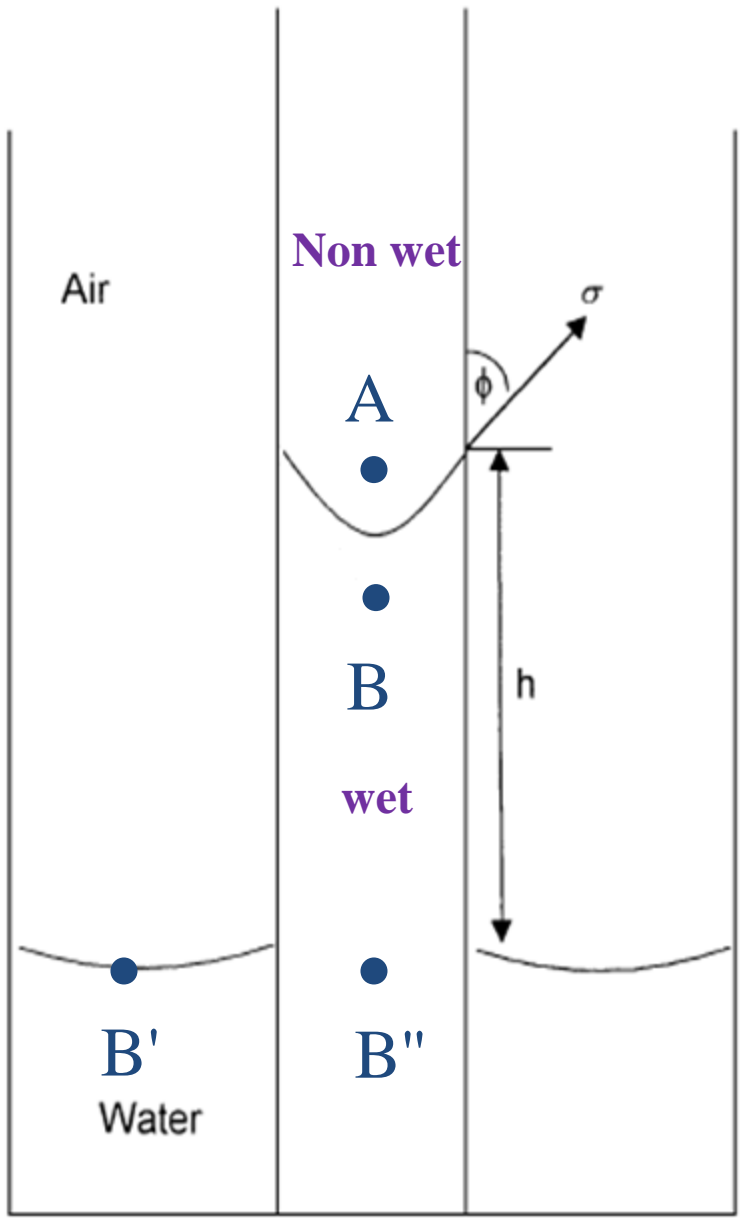
زاویه ی  $\theta$  ایجاد می شود و در نتیجه فشار در دو طرف این سطح مختلف خواهد بود. در نتیجه اختلاف این فشارها، سیال

می تواند به عنوان تابعی از نوع سیال در لوله موئین بالا یا پایین برود.

**Adhesion:** نیروی جاذبه بین مولکول های دو جسم

**Cohesion:** نیروی جاذبه بین مولکول های یک جسم

**Instructor: Elyas Golabi**



## Water Wet system

$$P_A > P_B$$

$$(1) P_{B'} = P_{B''}$$

$$(2) P_{B''} = P_B + hg\rho_w$$

$$(3) P_{B'} = P_A + hg\rho_a$$

$$(4) P_A + hg\rho_a = P_B + hg\rho_w$$

$$(5) P_A - P_B = hg(\rho_w - \rho_a)$$

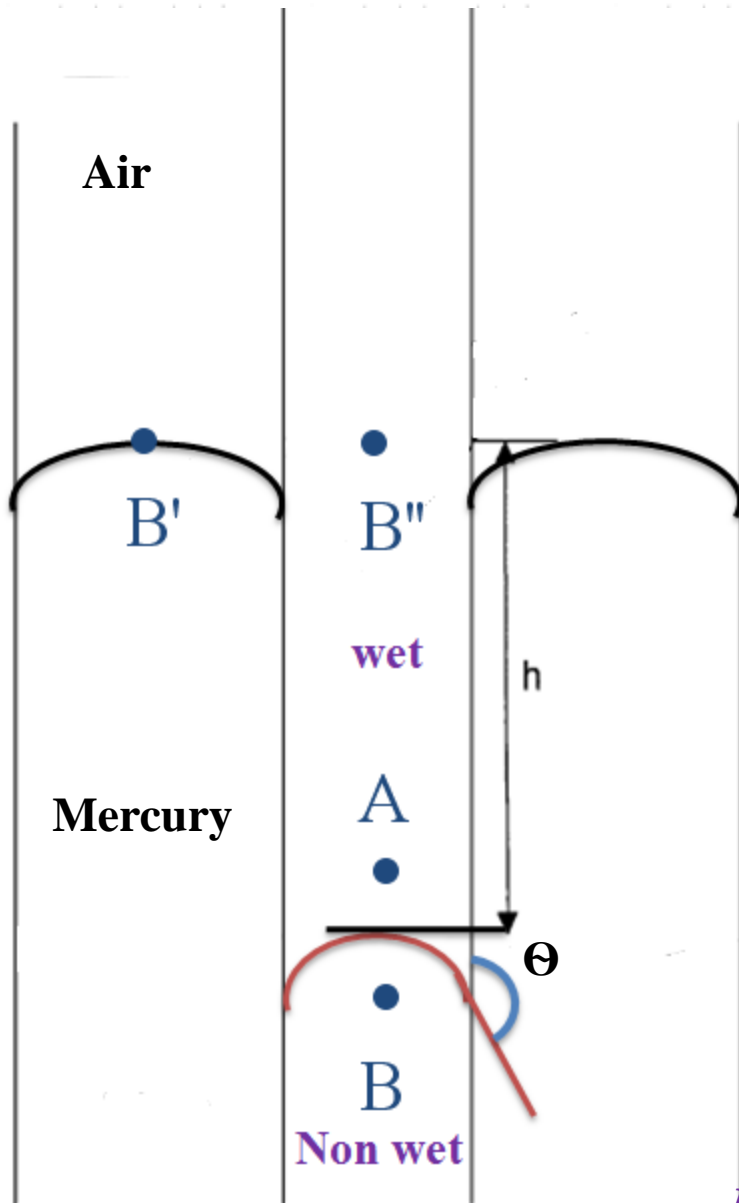
$$(6) P_{Air} - P_{Water} = hg \Delta\rho$$

$$\Delta\rho = (\rho_{wet} - \rho_{Nonwet})$$

$$(5), (6) P_C = hg(\rho_w - \rho_a) = hg \Delta\rho$$

Engineering System

$$P_C = \left(\frac{h}{144}\right)(\rho_w - \rho_a)$$



## Air Wet system

$$P_A < P_B$$

$$(1) P_{B'} = P_{B''}$$

$$(2) P_A = P_{B''} + hg\rho_a \quad P_{B''} = P_A - hg\rho_a$$

$$(3) P_B = P_{B'} + hg\rho_m \quad P_{B'} = P_B - hg\rho_m$$

$$(4) P_A - hg\rho_a = P_B - hg\rho_m$$

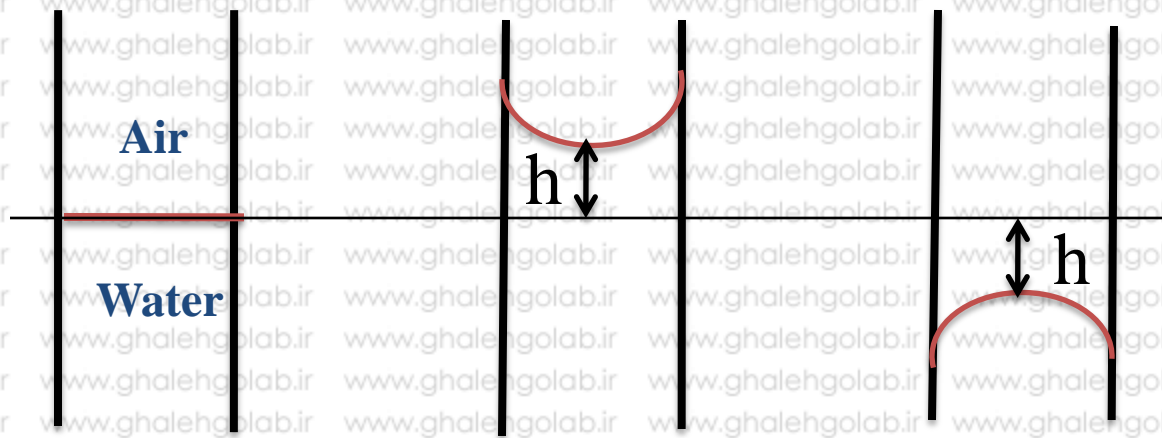
$$(5) P_B - P_A = hg(\rho_m - \rho_a)$$

$$(6) P_{\text{Mercury}} - P_{\text{Air}} = hg \Delta\rho, \quad \Delta\rho = (\rho_{\text{Nonwet}} - \rho_{\text{wet}})$$

$$(5), (6) \quad P_C = hg(\rho_m - \rho_a) = hg \Delta\rho$$

Engineering System

$$P_C = \left(\frac{h}{144}\right)(\rho_m - \rho_a)$$



$$P_c = 0$$

$$h = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$$P_c > 0$$

$$h > 0$$

$$\cos \theta > 0$$

$$P_c < 0$$

$$h < 0$$

$$\cos \theta < 0$$

Cohesion و Adhesion

بمواره نیروهای Adhesion بر دیواره لوله موئین عمود است و نیروی برآیند

بر سطح تماس دو سیال عمود است.

$P_c$  نتیجه اختلاف چگالی دو سیال است. هر چه اختلاف چگالی بیشتر شود فشار موئینی افزایش و ارتفاع سیال در لوله موئینه زیادتر می شود

$$\sigma_{ow} = \frac{rh(\rho_w - \rho_o)g}{2\cos\theta}$$

$$h = \frac{2\sigma_{ow}\cos\theta}{rg(\rho_w - \rho_o)}$$

$$P_c = hg(\rho_w - \rho_o)$$

$$P_c = \frac{2\sigma_{ow}\cos\theta}{r}$$

$$r = \frac{2\sigma\cos\theta}{P_c}$$

$$P_c = P_{\text{Nonwet}} - P_{\text{wet}} = hg(\rho_{\text{wet}} - \rho_{\text{Nonwet}})$$

$$P_c = f(\sigma, r, \theta), \dots, P_c = \frac{F}{A}$$

*Instructor: Elyas Golabi*

## Example :

Calculate the pressure difference, i.e., capillary pressure, and capillary rise in an oil-water system from the following data:

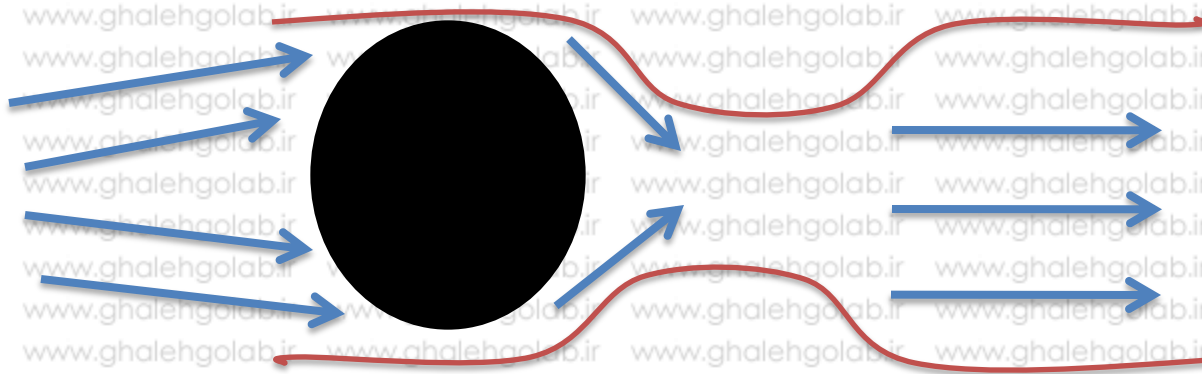
$$\Theta = 30^\circ \quad \rho_w = 1.0 \text{ gm/cm}^3$$

$$\rho_o = 0.75 \text{ gm/cm}^3$$

$$r = 10^{-4} \text{ cm} \quad s_{ow} = 25 \text{ dynes/cm}$$

# Swept Zone by Water :

Displacing Force یا Viscous Force به تله افتاده و Capillary Force یا نفت توسط نیروهای  
 وارد از سوی آب نمی تواند بر نیروهای Capillary غلبه کند به این پدیده Snap Off می گویند و به نفت تله  
 افتاده نفت پس ماند گفته می شود. هرچه  $N_c$  بزرگتر باشد بهتر است و حالت ایده آل آن است که مقدارش به بی  
 نهایت برسد.



$$\text{Capillary Number} = \frac{\text{viscous Force}}{\text{Capillary Force}} = \frac{V \mu}{\delta \cos \theta}$$

$$V = \frac{q}{A}$$

سرعت



# Pc Curve Functions of Saturation

Drive Mechanisms : 1- Drainage 2- Imbibition

**Drainage**: هرگاه در یک مکانیزم جابجایی سیال **Non wet** سیال **wet** را براند و منیران اشباع

سیال **wet** در محیط متخلخل کم شود به این مکانیزم رانش، ریزش می گویند.

**Imbibition**: هرگاه در یک مکانیزم جابجایی سیال **wet** سیال **Non wet** را براند و منیران اشباع

سیال **Non wet** در محیط متخلخل کم شود به این مکانیزم رانش، آشام می گویند.

در دیده Drainage فشار موئسگی نیروی مقاوم در برابر ورود سیال Non wet به محیط مخزن و در دیده Imbibition فشار

موئسگی نیروی رانش سیال Non wet می باشد. (اصحیح)

Hysteresis پدیده یا تاریخچه ای از سنگ

مخزن است که سبب متفاوت بودن مسیر رفت و

برگشت در فرآیند ریزش و آشام می شود. که این

تفاوت تابعی از جهت تغییرات اشباع سیال

(کاهش یا افزایش) بدلیل تفاوت در پیشرفت زاویه

های تماس سیالات با ترشوندگی نسبت به زمان می باشد.

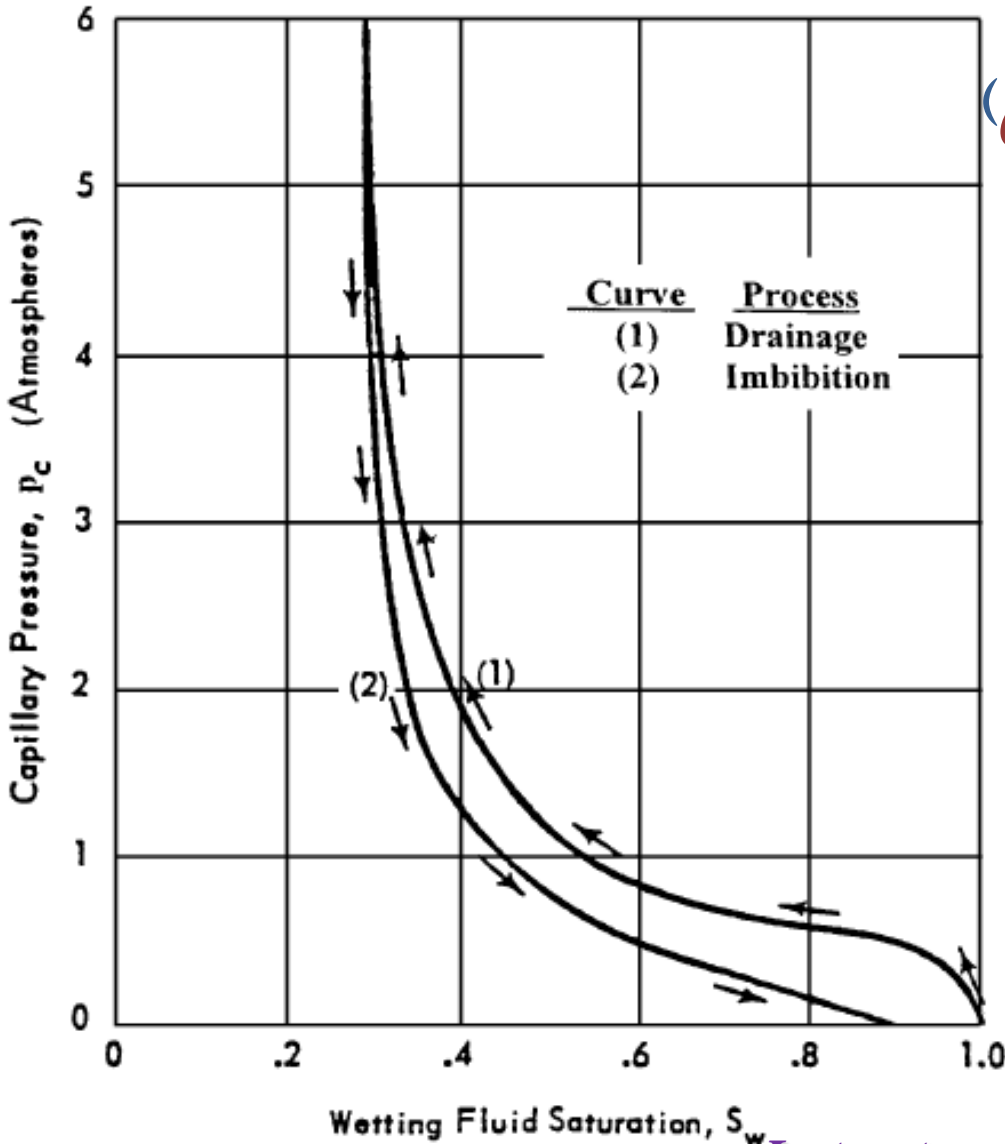
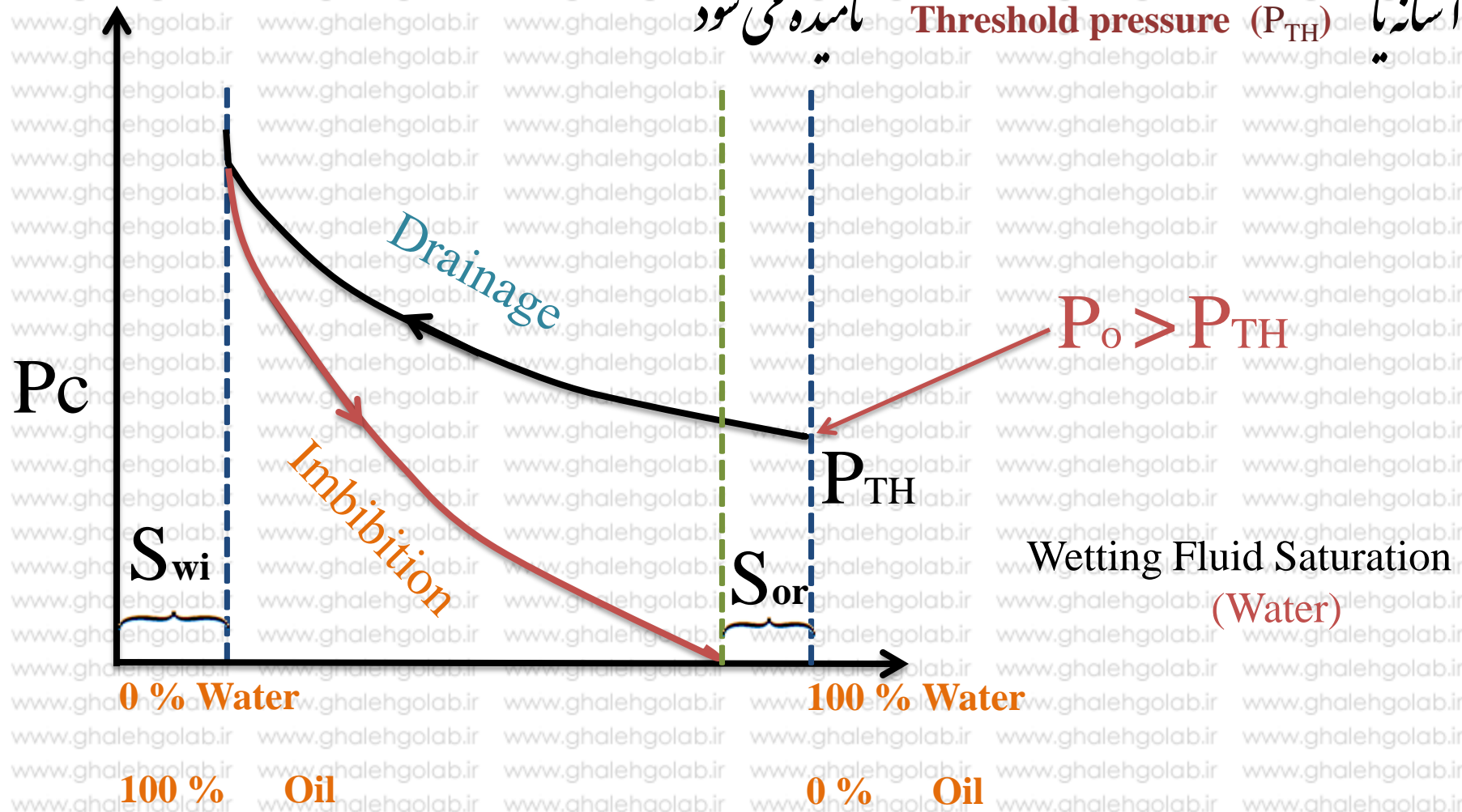


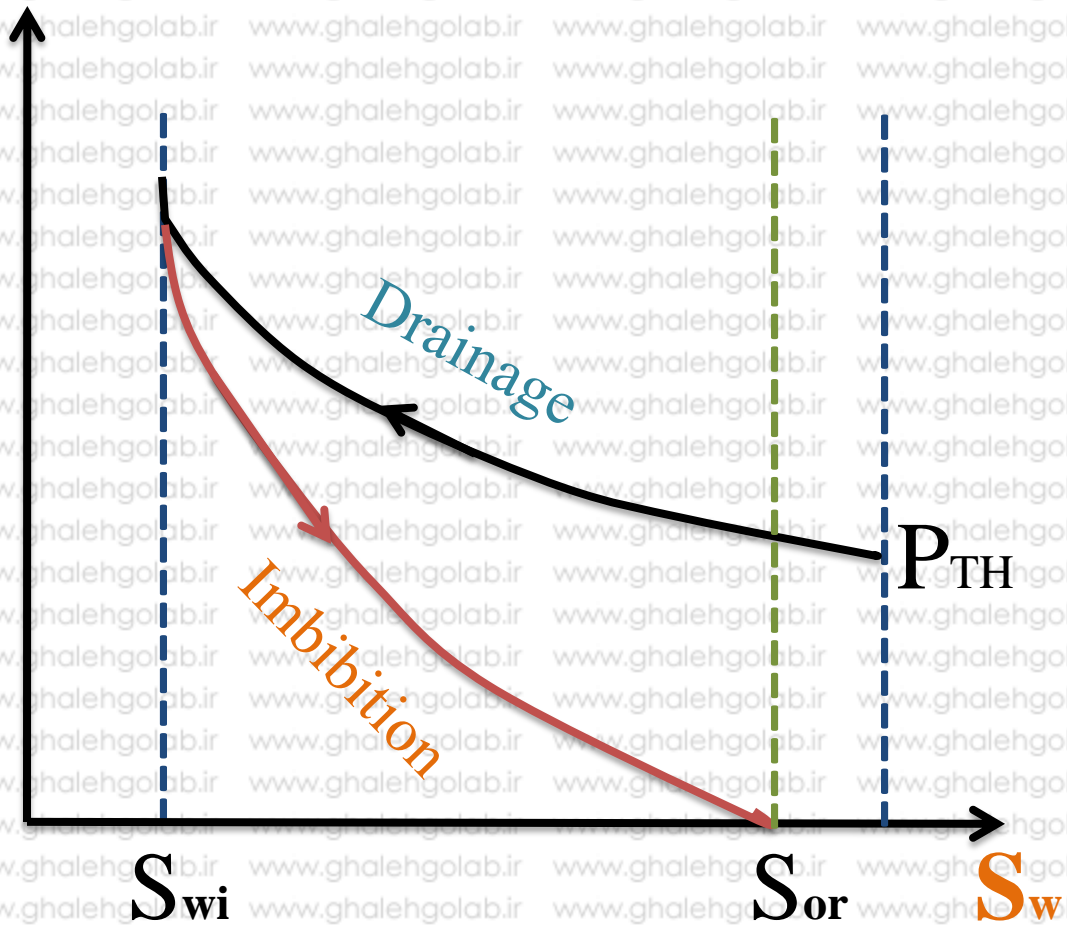
Figure 4-7. Capillary pressure hysteresis.

در پدیده ریزش کمترین فشار موئینگی که سیال **Non wet** بر آن غلبه می کند و وارد محیط متخلخل می شود. فشار

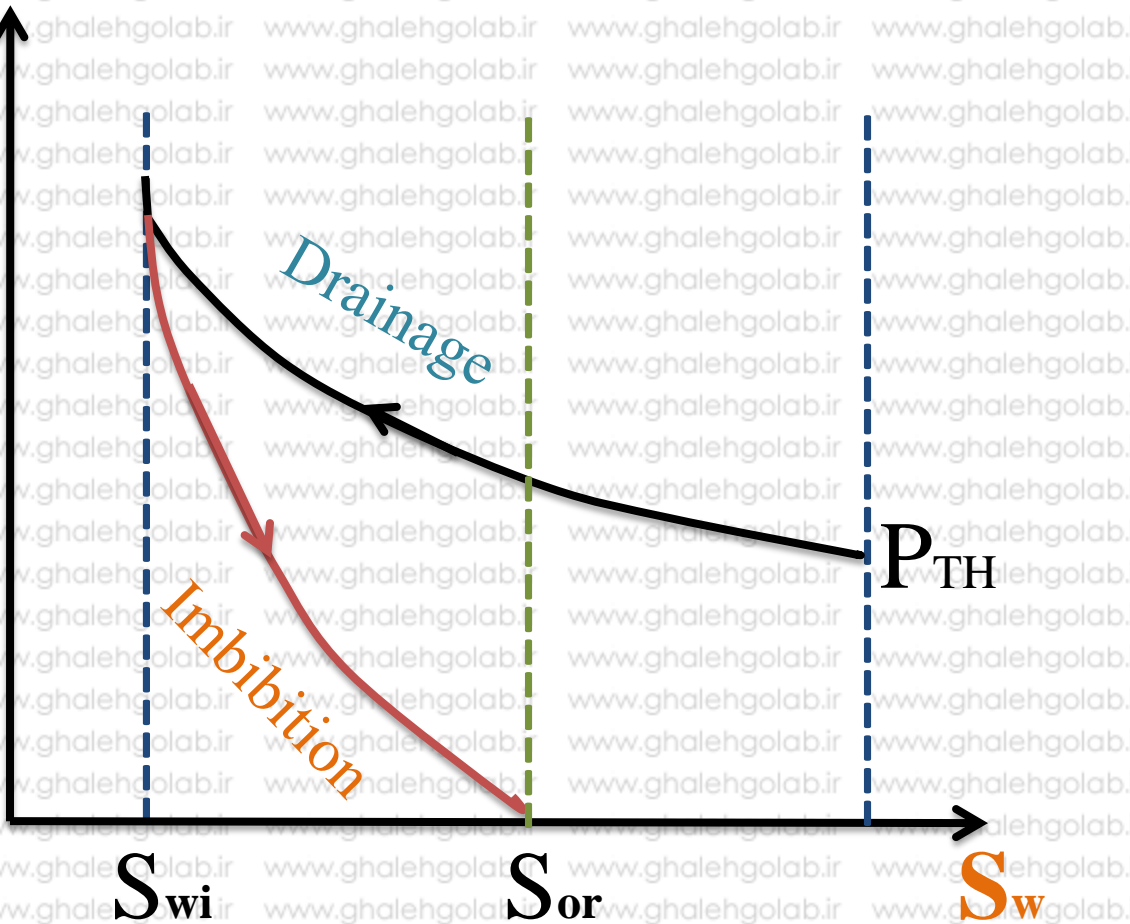
آستانه **Threshold pressure ( $P_{TH}$ )** نامیده می شود



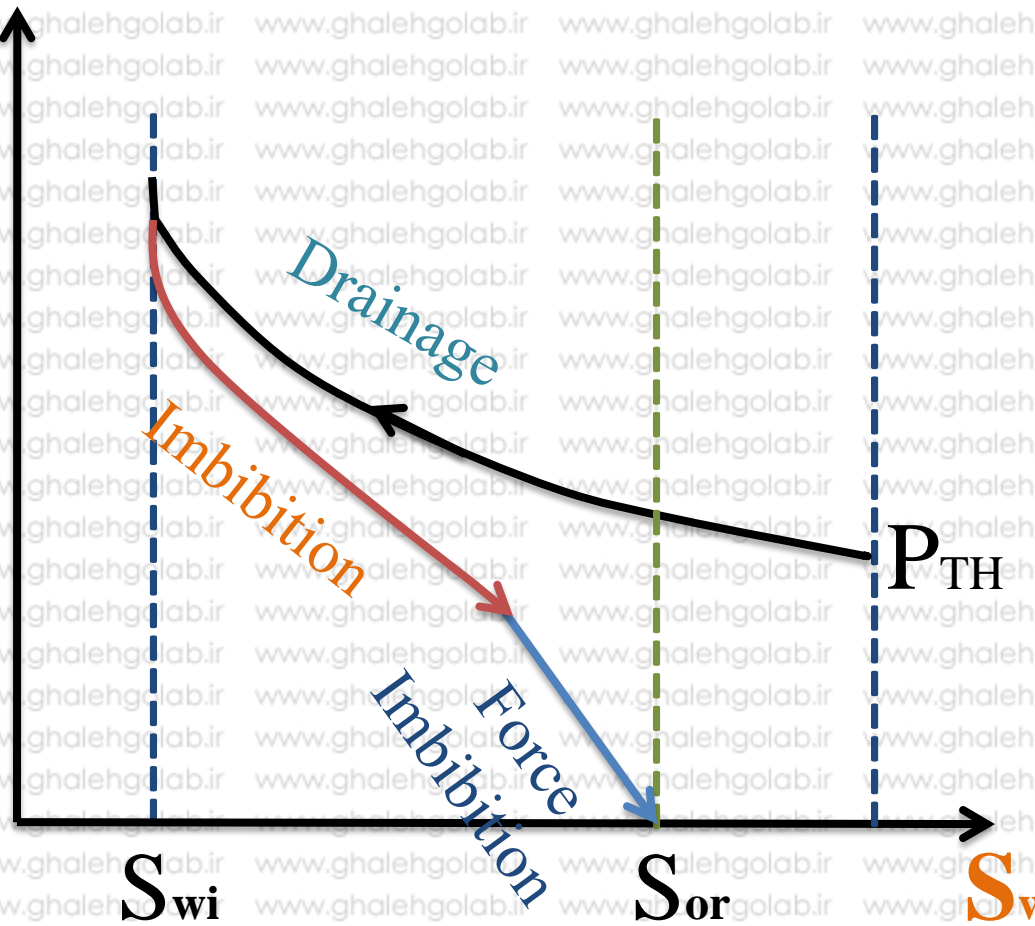
# Capillary pressure Hysteresis for Water Wet



# Capillary pressure Hysteresis for Oil Wet



# Capillary pressure Hysteresis for Intermediate Wet



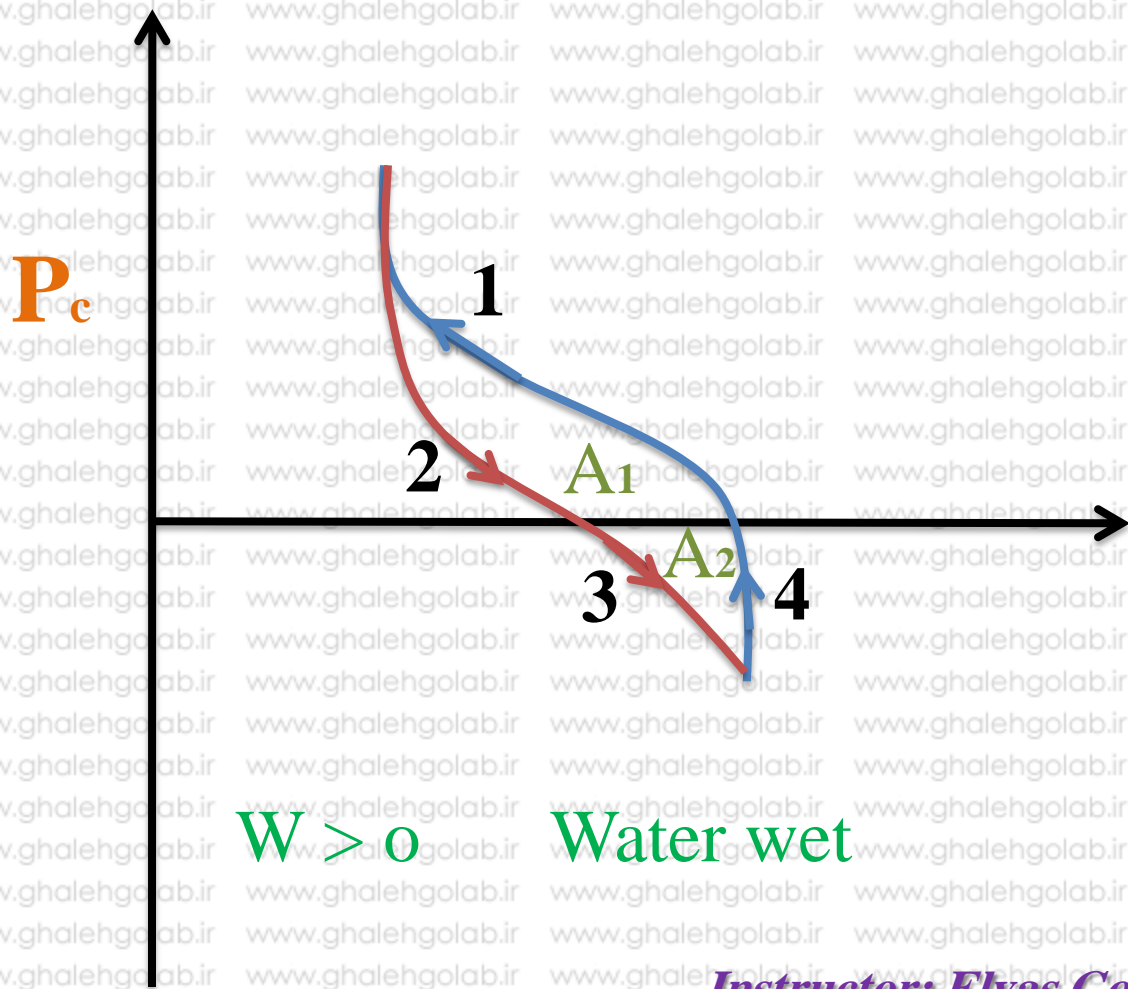
# Capillary pressure Hysteresis for Assigning Wettability

این نمودار یاد آزمایشگاه دست می آید به این صورت که **Forced Imbibition** توسط یک نیروی خارجی مثلاً مکش با پمپ اعمال می شود. سیال **Non wet** را با پمپ به درون محیط متخلخل وارد می کنیم (مسیر 1). حال اگر پمپ را خاموش کنیم (مسیر 2) ایجاد می شود.

حال اگر با پمپ سیال **wet** را بکیم (مسیر 3) طی می شود. با خاموش کردن پمپ منحنی (4) به دست می آید.

معمولاً در این آزمایش مقدار  $P_{TH}$  بدست نمی آید و ما آن را صفر در نظر می گیریم. **Imbibition** یک **Spontaneous Capillary Suction** مکش موئینگی خود به خودی است

# Capillary pressure Hysteresis for Water Wet



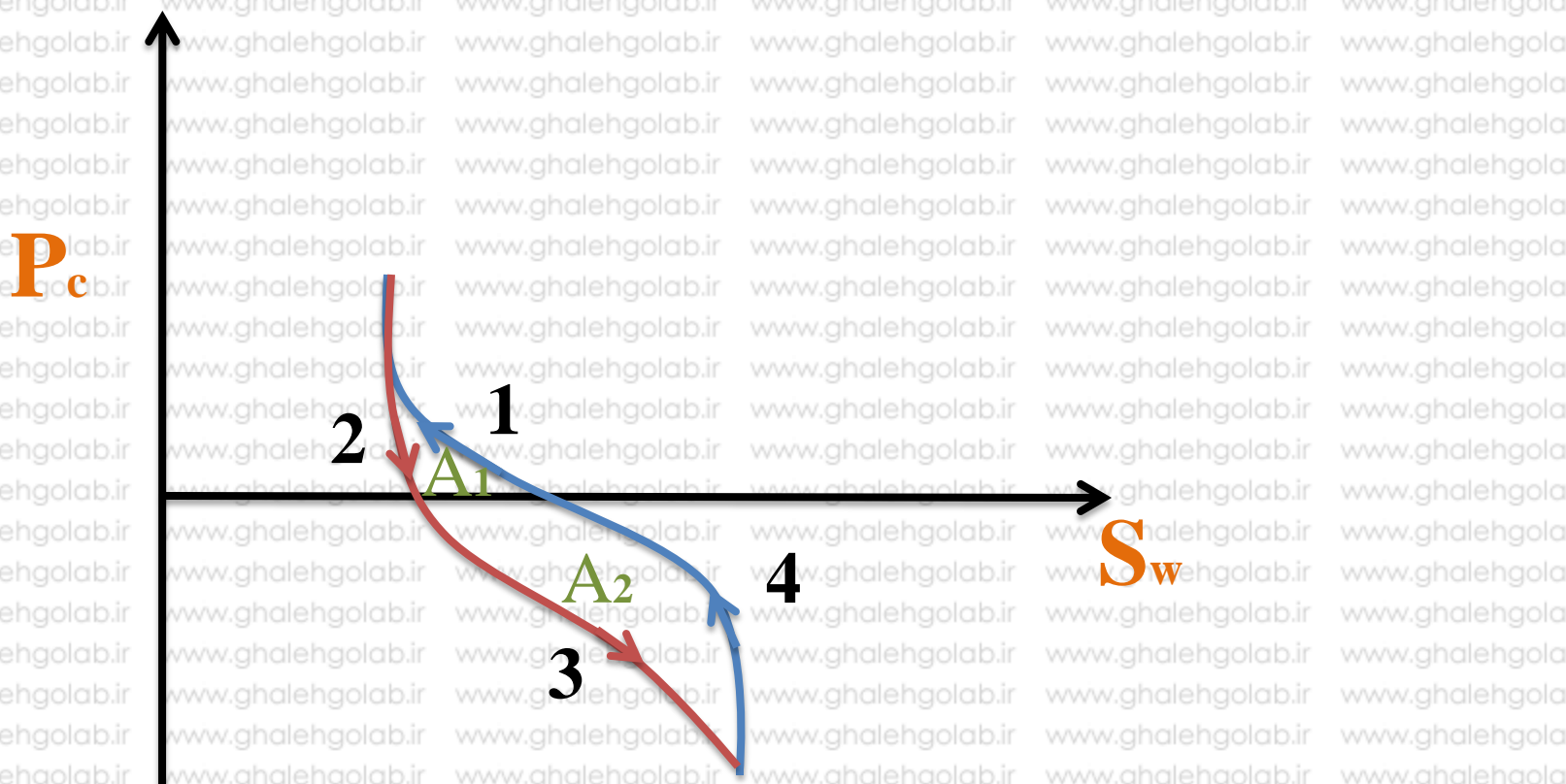
$S_w$

$$W = \log \frac{A_1}{A_2}$$

*Instructor: Elyas Golabi*



# Capillary pressure Hysteresis for Oil Wet



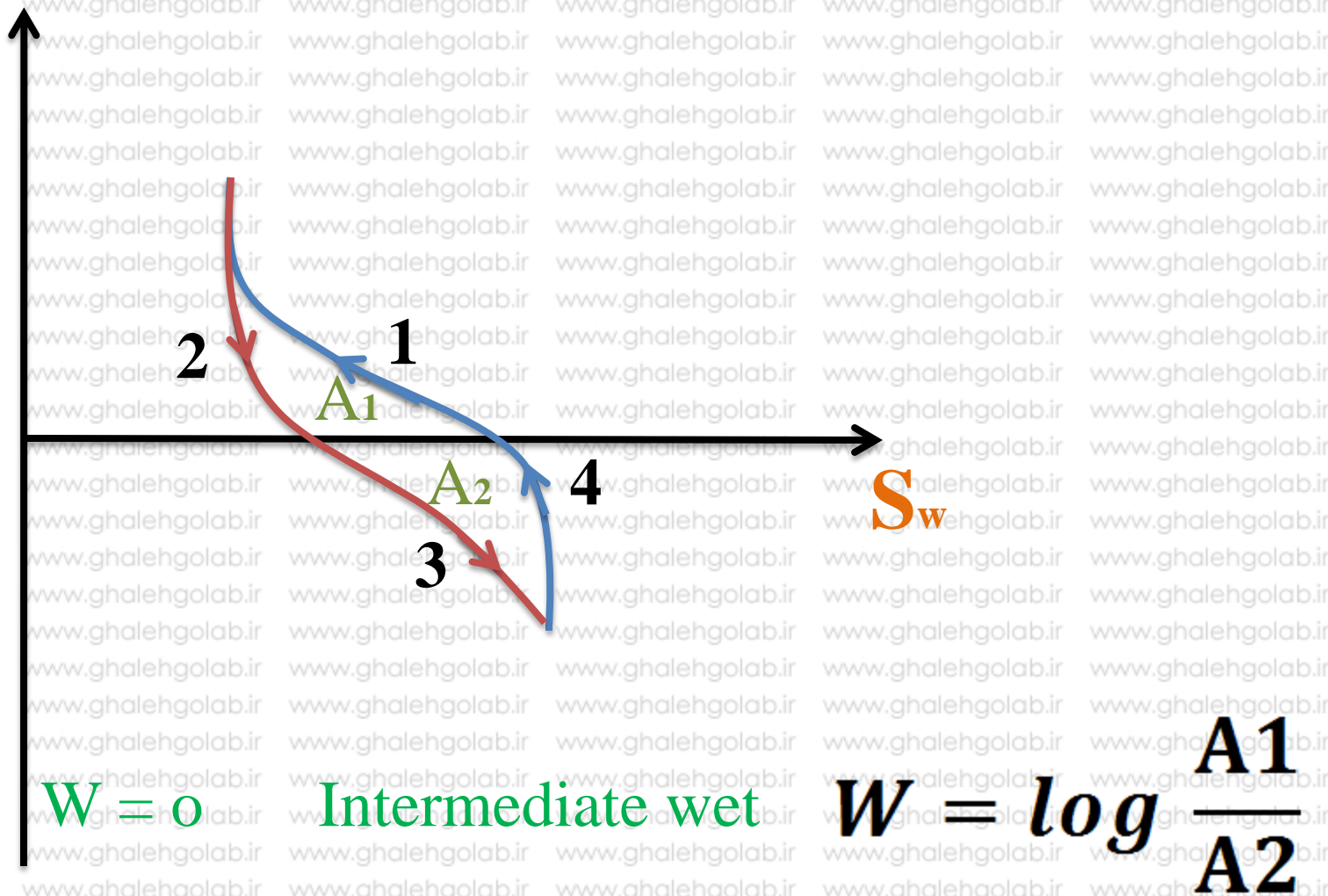
$W < 0$

Oil wet

$$W = \log \frac{A_1}{A_2}$$

Instructor: Elyas Golabi

# Capillary pressure Hysteresis for Intermediate Wet



$$W = \log \frac{A_1}{A_2}$$

# Initial Saturation Distribution in a Reservoir

یکی از مهم‌ترین موارد کاربرد مفهوم فشار موئینگی مربوط به توزیع سیالات در یک مخزن قبل از شروع تولید از آن می‌باشد.

داده‌های فشار موئینگی - اشباع را می‌توان به داده‌های ارتفاع - اشباع تبدیل نموده و با استفاده از معادله زیر رابطه‌ای برای ارتفاع بالاتر از سطح آزاد آب بدست آورد

$$h = \frac{144 P_c}{\Delta \rho}$$

$P_c$ : فشار موئینگی Psia

$\Delta \rho$ : اختلاف دانسیته‌های فاز lb/ft<sup>3</sup>, Non Wet, Wet

$h$ : ارتفاع بالای سطح آزاد آب ft,

Figure shows a plot of the water saturation distribution as a function of distance from the free-water level in an oil-water system.

It is essential at this point to introduce and define four important concepts:

- Transition zone

ناحیه انتقالی یا گذر

- Water-oil contact (WOC)

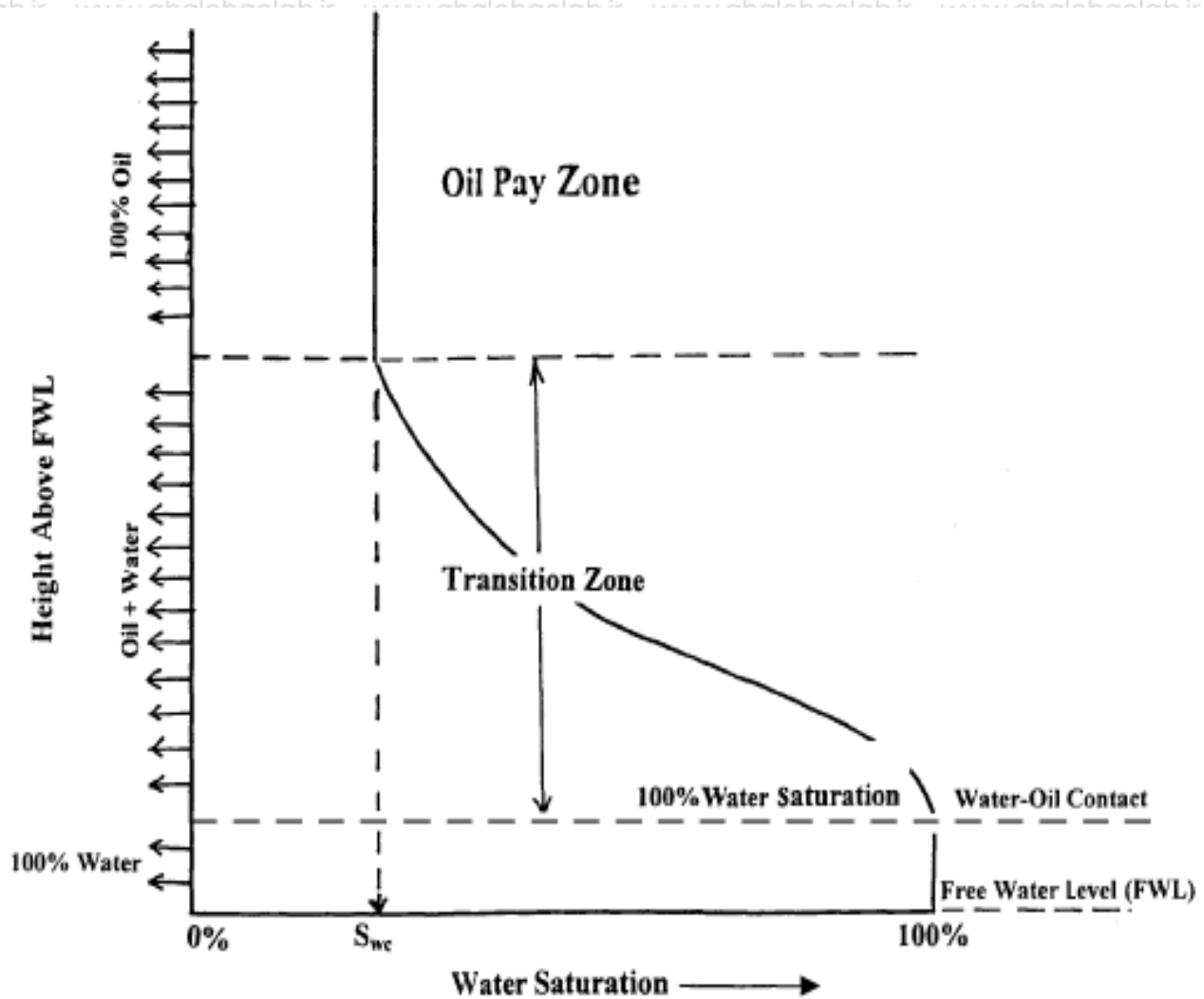
بالاترین عمق که در آن اشباع 100 درصد باشد

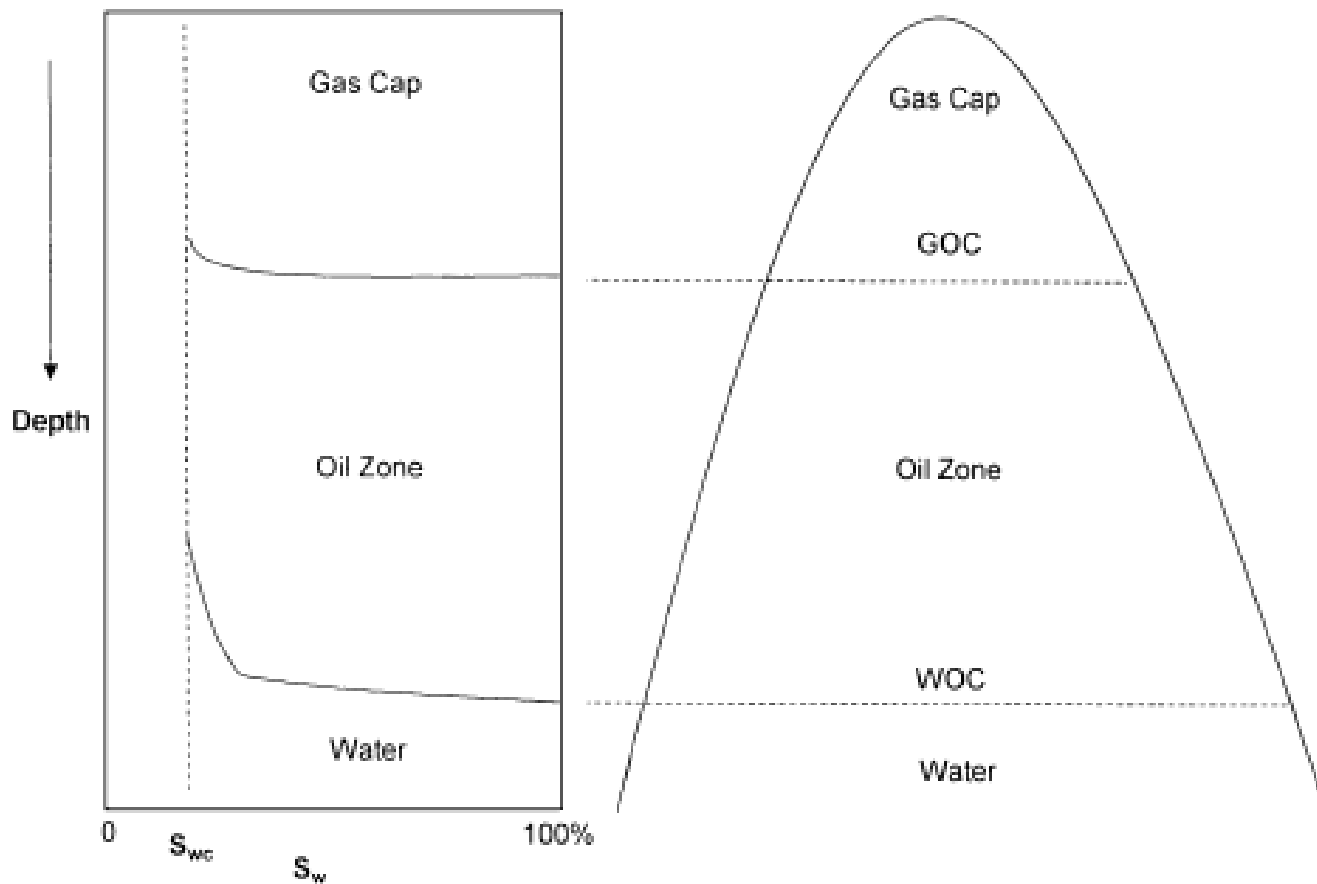
- Gas-oil contact (GOC)

پایین ترین (کمترین) عمقی که در آن اشباع کل (آب + نفت) 100 درصد باشد

- Free water level (FWL)

سطح آزاد آب





**Figure 4-9.** Initial saturation profile in a combination-drive reservoir.

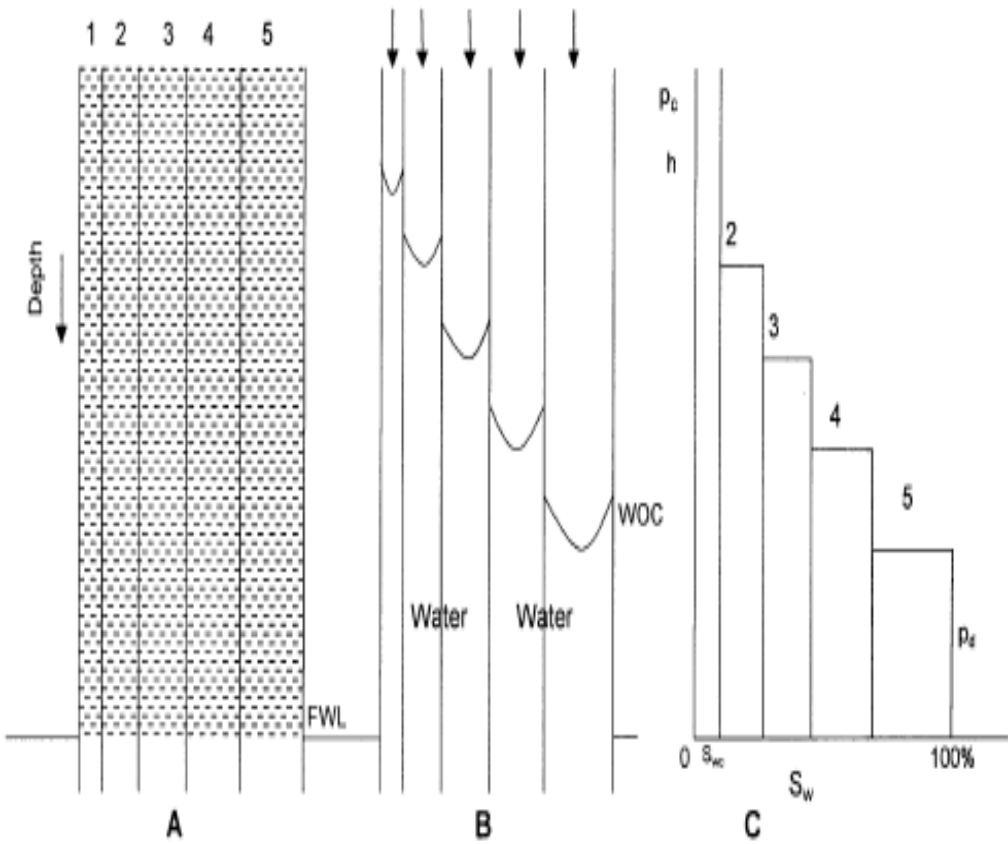


Figure 4-10. Relationship between saturation profile and pore-size distribution.

قسمت A از شکل مغزه ای را به صورت شماتیک نشان می دهد که از 5 لوله مویینه با قطرهای مختلف تشکیل شده است و کاملاً با آب اشباع شده است. فرض کنید که یک سیال غمخترکننده مثل نفت بخوابد و این مغزه شود. برای این کار باید فشار روی نفت را افزایش دهیم تا جایی که اولین قطره نفت بتواند وارد مغزه شود و بر فشار مویینه غلبه کند. به این فشار، فشار جابه جایی می گوئیم که با  $p_d$  نشان داده خواهد شد. توجه داشته باشید که اولین قطره نفت وارد بزرگترین لوله مویینه خواهد شد. اگر فشار وارد بر نفت را باز هم افزایش دهیم نفت وارد لوله مویینه بزرگ بعدی نیز خواهد شد و به این ترتیب با افزایش فشار اشباع نفت و نیز اشباع آب تغییر خواهد کرد. این موضوع در قسمت B و C شکل نشان داده شده است

باید توجه داشت که سطح آب آزاد (FWL) با سطح تماس آب و نفت (WOC) متفاوت است. از دید مهندسی مخزن سطح

آب آزاد (FWL) به صورت زیر تعریف می شود:

“سطح آب آزاد به نقطه ای در مخزن گفته می شود که فشار مویکنی در آن نقطه برابر با صفر باشد.”

در مثال قبل مشاهده کردید که حتی با افزایش فشار نفت تا فشار جابه جایی (pd) هموزیج قطره نفتی وارد مغزه نشده بود. بنابراین می توان

سطح آب آزاد را به صورت رابطه زیر بیان کرد.

$$FWL = WOC + \frac{144 Pd}{\Delta\rho}$$

$P_d$ : فشار جابه جایی Psia

$\Delta\rho$ : اختلاف دانسیته های فاز Wet و Non Wet  $lb/ft^3$

FWL: سطح آزاد آب، ft

WOC: سطح تماس آب و نفت، ft

Instructor: Elyas Golabi



**Example:** The reservoir capillary pressure-saturation data of the Big Butte Oil reservoir is shown graphically in Figure 4-11. Geophysical log interpretation sand core analysis establish the WOC at 5023 ft. The following additional data are available:

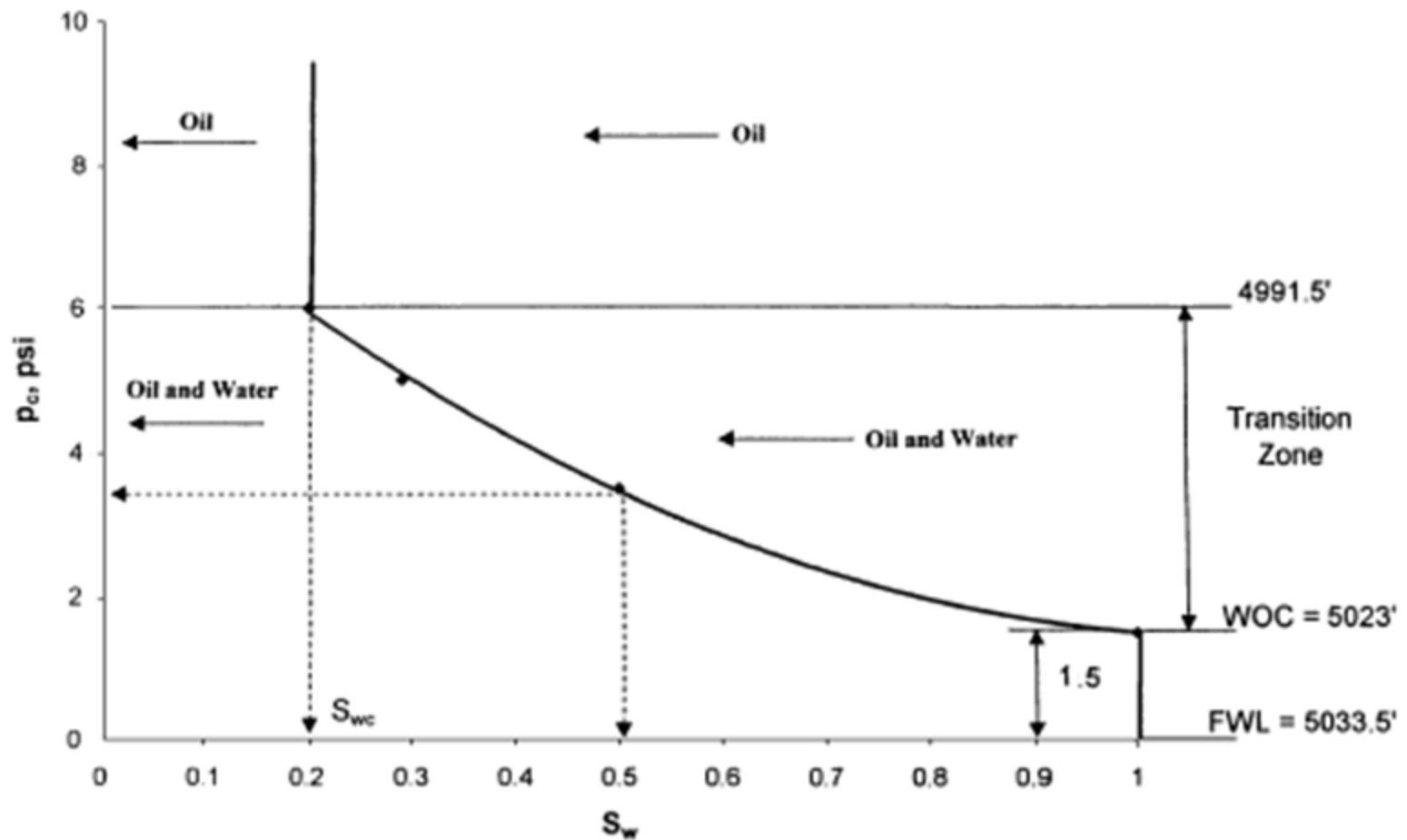
Oil density = 43.5 lb/ft<sup>3</sup>

Water density = 64.1 lb/ft<sup>3</sup>

Interfacial tension = 50 dynes/cm

**Calculate:**

- Connate water saturation ( $S_{wc}$ )
- Depth to FWL
- Thickness of the transition zone
- Depth to reach 50% water saturation



**Figure 4-11.** Capillary pressure saturation data.

ناحیه گذر (Transition Zone) در بالای FWL با کاهش اختلاف دانسیته ها (نزدیک شدن دانسیته ها) ( $\downarrow \Delta \rho$ ) افزایش خواهد یافت. یعنی در یک مخزن گازی به دلیل بزرگ بودن  $\Delta \rho$  ناحیه گذر بسیار کوچک خواهد بود. و این ناحیه در مخازن نفتی با کاهش API کاهش می یابد.

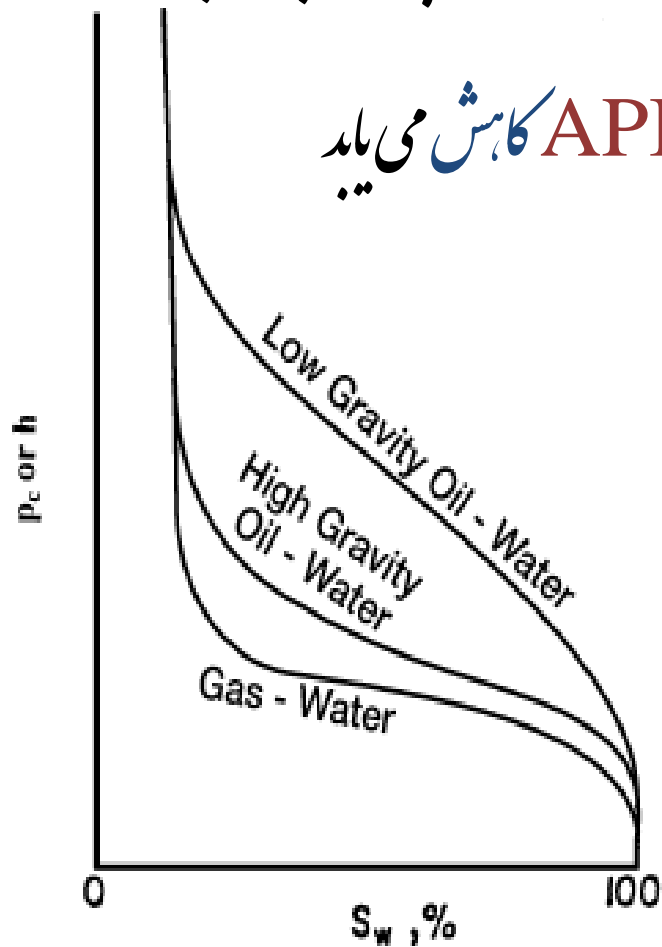


Figure 4-12. Variation of transition zone with fluid gravity. (After Cole, F., 1969.)

نقش ساینر حلال و فرج در کوچک یا بزرگ بودن ناحیه گذر **Transition Zone** را

می توان به نفوذپذیری سنگ مخزن نیز منسوب نمود. و می توان بیان کرد که با افزایش نفوذپذیری ناحیه

**Transition Zone** کاهش خواهد یافت

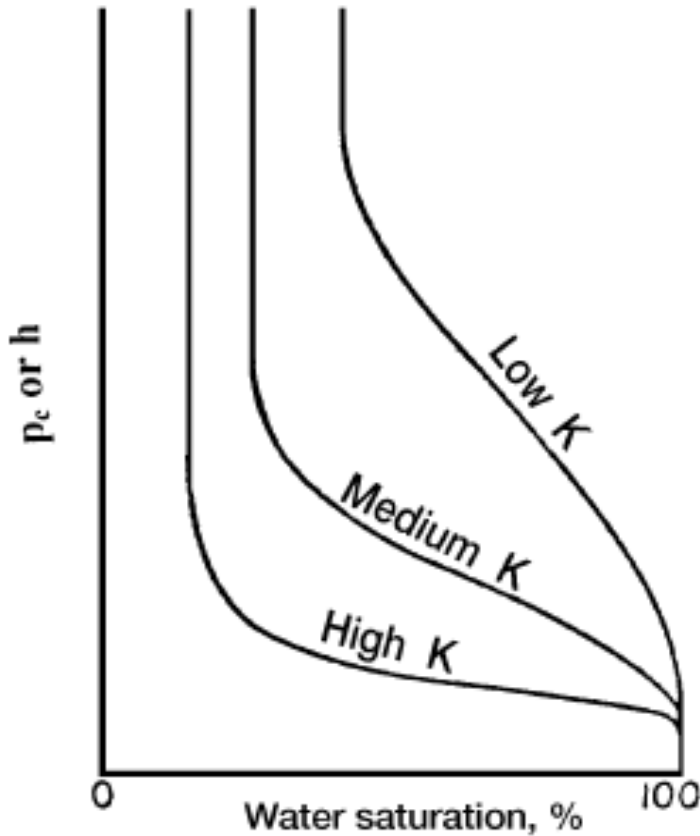


Figure 4-13. Variation of transition zone with permeability.

# سطح تماس مورب آب و نفت در یک مخزن بدلیل تغییرات نفوذپذیری در سراسر مخزن بوجود می آید و به

عبارت دیگر دلیل اصلی این پدیده، تغییرات ساینز حلال و فرج سنگ این مخزن می باشد

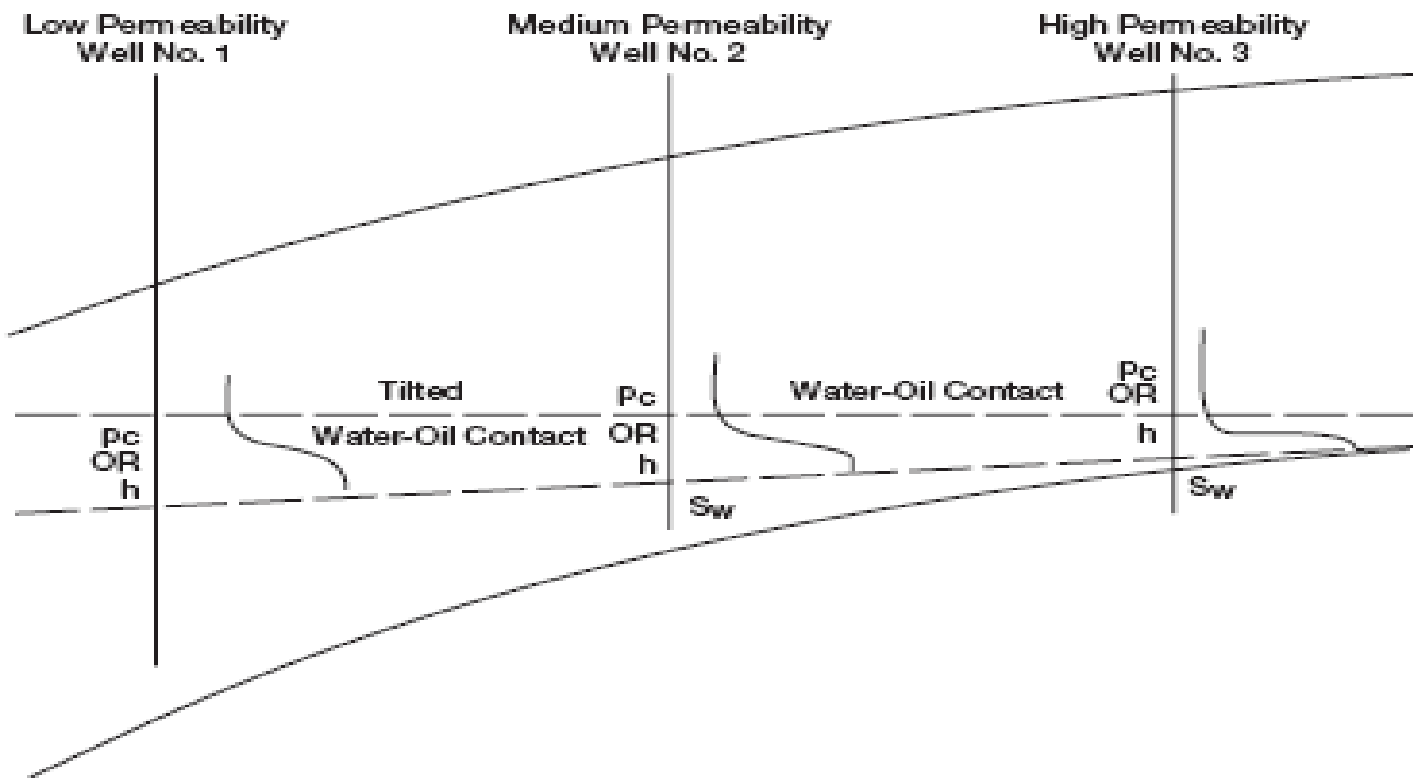


Figure 4-14. Tilted WOC. (After Cole, F., 1969.)

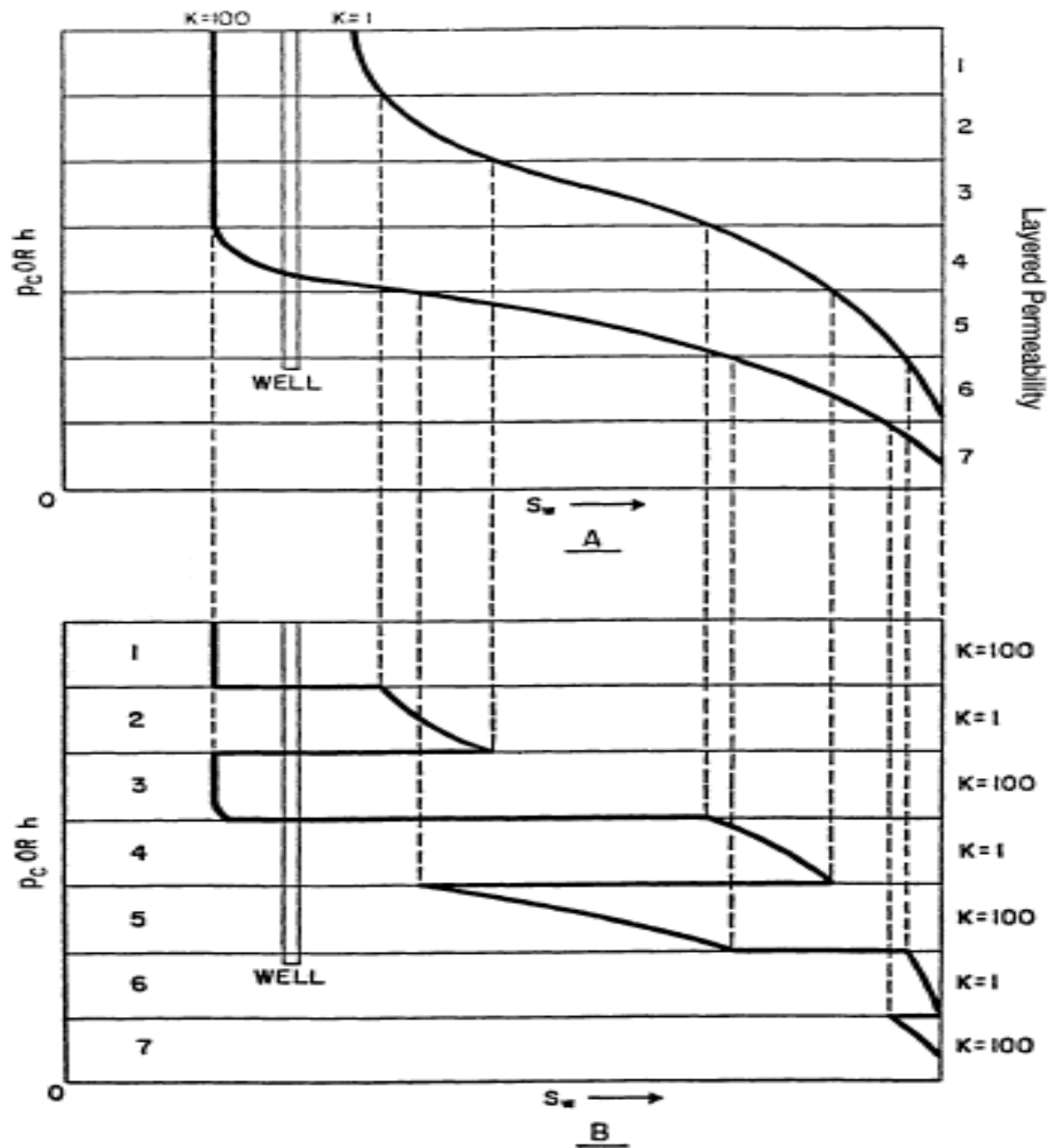


Figure 4-15. Effect of permeability on water saturation profile. (After Cole, F., 1969.)

• هر چه تراوایی کمتر باشد،  $r$  کمتر است و در نتیجه  $P_c$  بیشتر است

• توانایی یک محیط متخلخل برای ذخیره یک سیال را تخلخل می گویند

• به میزان درصد حجمی از محیط متخلخل که توسط یک سیال پر شده را درجه اشباع گویند

# Example

A four-layer oil reservoir is characterized by a set of reservoir capillary Pressure-saturation curves as shown in Figure 4-16. The following additional data are also available.

Layer	Depth, ft	Permeability, md
1	4000–4010	80
2	4010–4020	190
3	4020–4035	70
4	4035–4060	100

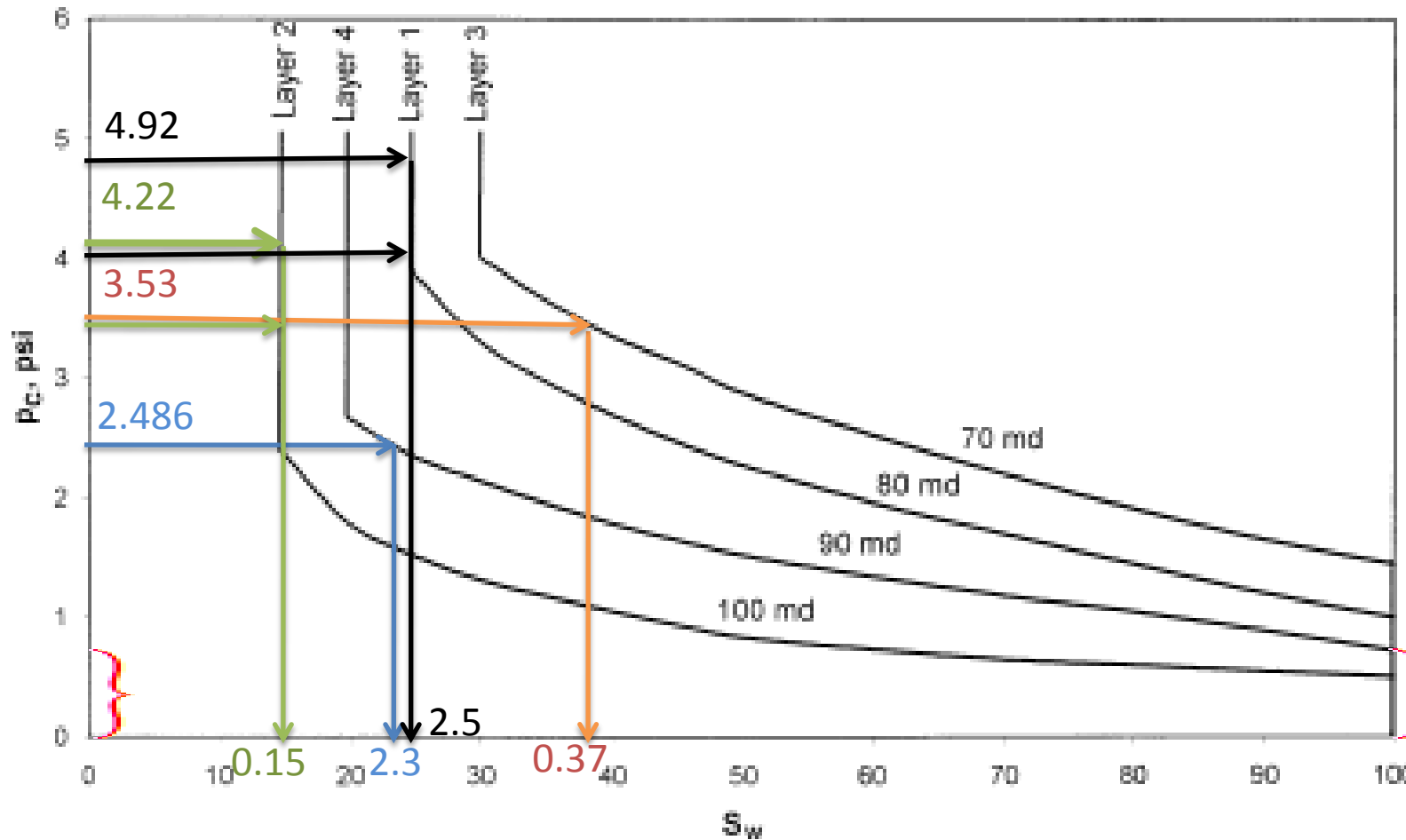
WOC = 4060 ft

Water density = 65.2 lb/ft<sup>3</sup>

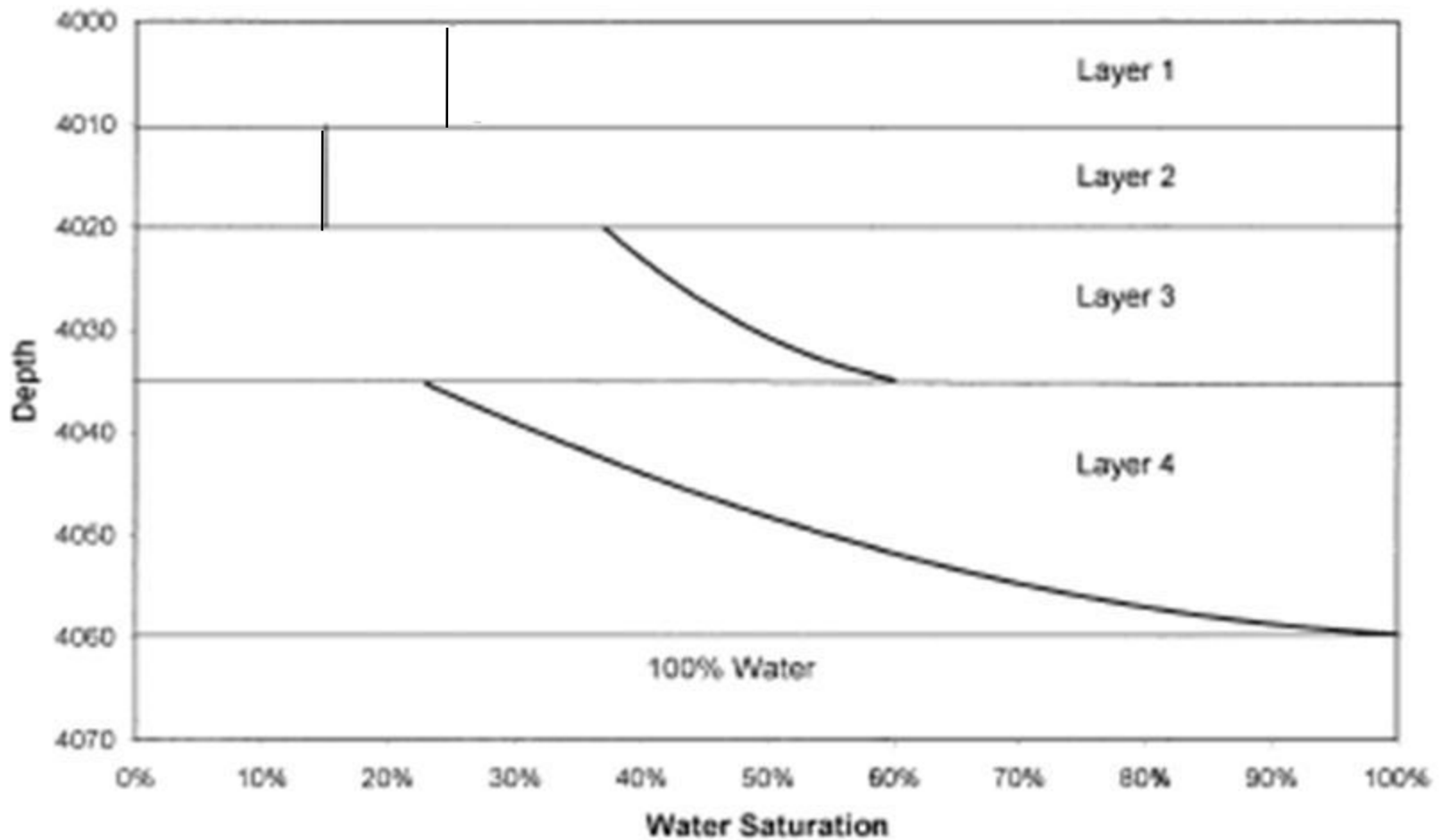
Oil density = 55.2 lb/ft<sup>3</sup>

Calculate and plot water saturation versus depth for this reservoir.

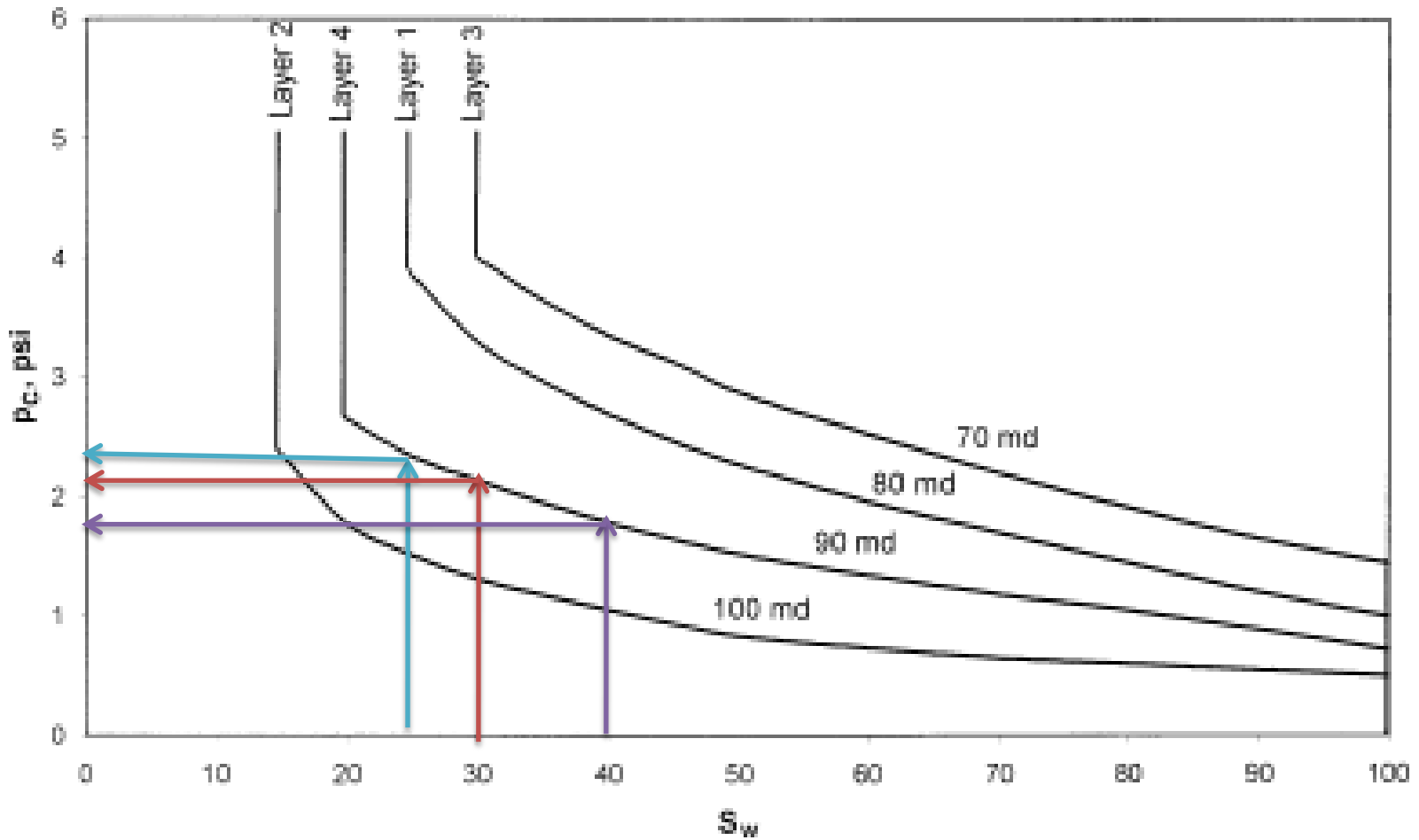




**Figure 4-16.** Variation of  $p_c$  with  $k$ .



**Figure 4-17. Water saturation profile.**



**Figure 4-16.** Variation of  $p_c$  with  $k$ .

# Leverett J - Functions

داده های فشار موئینگی با استفاده از روش های آزمایشگاهی که بر روی نمونه های کوچکی از سنگ مخزن

انجام می شوند، بدست می آیند. به همین دلیل ادغام این داده ها برای توصیف مخزن الزامی خواهد بود.

Leverett روشی برای ترکیب داده های فشار موئینگی و اشباع با قبول این مطلب که

فشار موئینگی تابعی از تخلخل، کشش سطحی و شعاع متوسط حلال و فرج هانی باشد، ارائه نمود. برای این

مفهوم تابعی بدون بعد به نام **J\_function** معرفی کرد

$$J(S_w) = 0.21645 \frac{P_c}{b}$$

$$\sqrt{\frac{K}{\Phi}}$$

$$J_{\text{تابع}} = J(S_w) \bullet$$

$$P_{\text{شمار موئینگی}} = P_c \bullet$$

$$K = \text{نفوذپذیری} \bullet$$

$$\Phi = \text{تخلخل} \bullet$$

$$r = \text{شعاع متوسط خلل و فرج} \bullet$$

$$r^2 \alpha \frac{K}{\Phi} \Rightarrow r =$$

$$\sqrt{\frac{K}{\Phi}}$$

# Converting Laboratory Capillary Pressure Data to the Reservoir Conditions

$$(P_c)_{res} = (P_c)_{lab} \frac{\sigma_{res}}{\sigma_{lab}}$$

•  $K$  و  $\Phi$  دست آمده در آزمایشگاه معرف این پارامترها در مخزن نیست زیرا مقادیر این دو خاصیت در سراسر مخزن متغیر می باشند. با علم به اینکه تابع  $J$  برای یک نمونه سنگ مشخص شدیداً تابع  $K$  و  $\Phi$  این سنگ می باشد پس  $P_c$  را در شرایط مخزن می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرده.

$$(P_c)_{res} = (P_c)_{lab} \frac{\sigma_{res}}{\sigma_{lab}} \sqrt{\frac{\Phi_{res} K_{core}}{\Phi_{core} K_{res}}}$$

# Permeability

ظرفیت و توانایی سازند (مختل) در عبور دادن سیالات را نفوذپذیری می‌گویند و آن را با  $K$  نمایش می‌دهند.

تراوایی خاصیت کنترلی کننده حرکت‌های جهت‌دار و دبی جریان سیالات در مخزن است

• اگر یک سیال تراکم‌ناپذیر بصورت خطی و افقی از یک نمونه سنگ به طول  $L$  و سطح مقطع  $A$  عبور کند معادله جریان حاکم بر این فرآیند چنین تعریف خواهد شد (معادله داری)

علامت منفی به منظور در نظر گرفتن افت فشار در راستای

افزایش طول به کار برده شده است

$$v = - \frac{K}{\mu} \frac{dP}{dL}$$
$$v = \frac{q}{A}$$

$$q = \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{dL}$$

$v$  = سرعت جریان ظاهری سیال، cm/sec

$K$  = ثابت تناسب معادله بانفوذپذیری، Darcy

$dP/dL$  = تغییرات فشار بر واحد طول، atm/cm

$q$  = دبی جریان سیال در محیط، cm<sup>3</sup>/sec

$A$  = مساحت سطح مقطعی که روبرو عمود بر جهت جریان سیال قرار دارد، cm<sup>2</sup>



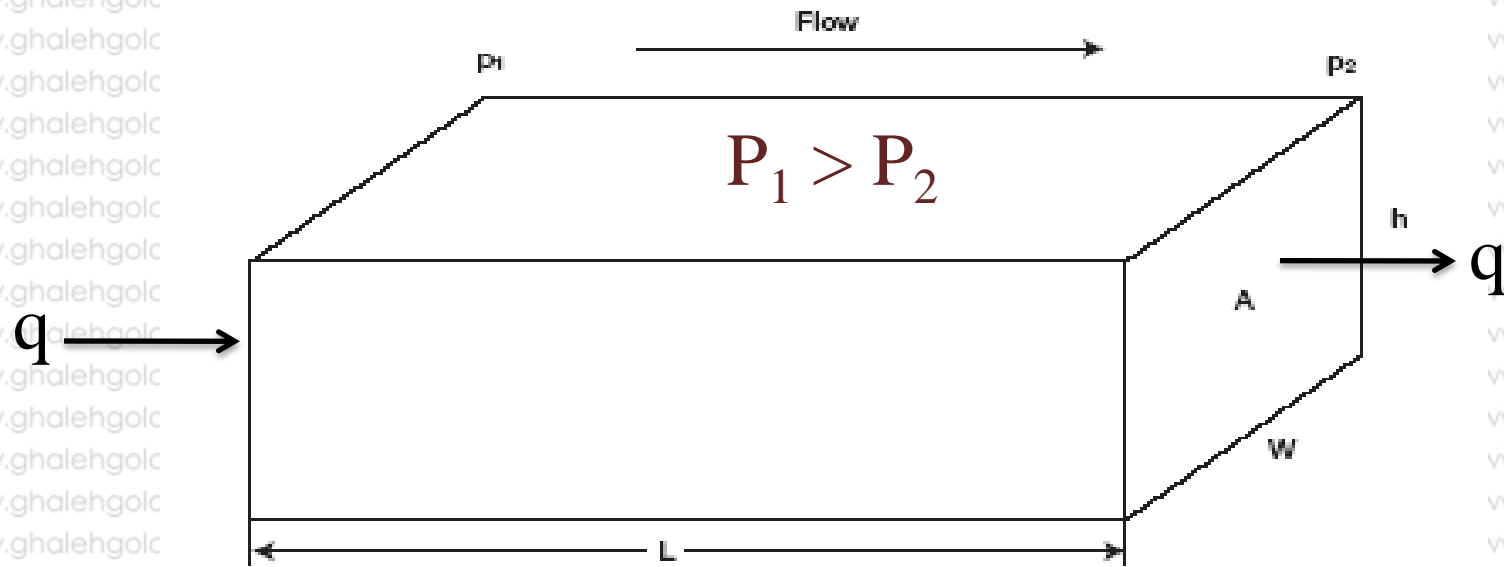


Figure 4-19. Linear flow model.

$$q = - \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{dL} \rightarrow q \int_0^L dL = - \frac{KA}{\mu} \int_{P_1}^{P_2} dP$$

$$\rightarrow qL = - \frac{KA}{\mu} (P_2 - P_1) \rightarrow q = - \frac{KA}{\mu} \frac{\Delta p}{L}$$

Instructor: Elyas Golabi

یک داری: اگر سیالی با ویسکوزیته یک سانتی پوز و دبی یک سانتی متر مکعب بر ثانیه از یک سطح مقطع با مساحت یک

سانتی متر مربع و با اختلاف فشاری معادل یک اتمسفر عبور کند، نفوذپذیری معادل یک داری خواهد بود.

• اگر سیال تراکم نپذیرد باشد،  $q$  ورودی با  $q$  خروجی برابر است

• اگر سیال تراکم پذیر باشد،  $q_1$  دبی ورودی و  $q_2$  خروجی است

• در اثر تراکم پذیری حجمی از سیال درون محیط متخلخل باقی می ماند

• شیب فشار ( $\Delta P/L$ : pressure Gradient) یک نیروی رانش است. سیال به طور

کلی از نقطه ای که فشار بیشتری دارد به طرف نقطه ای که فشار کمتری دارد، حرکت می کند.

$$q = - \frac{KA}{\mu L} (P_2 - P_1)$$

$$P_1 > P_2$$

$$q = \frac{KA}{\mu L} (P_1 - P_2)$$

$$\Delta P = P_1 - P_2$$

• علامت منفی در معادله به منظور در نظر گرفتن افت فشار در راستای افزایش طول بکار می رود. در مخزن

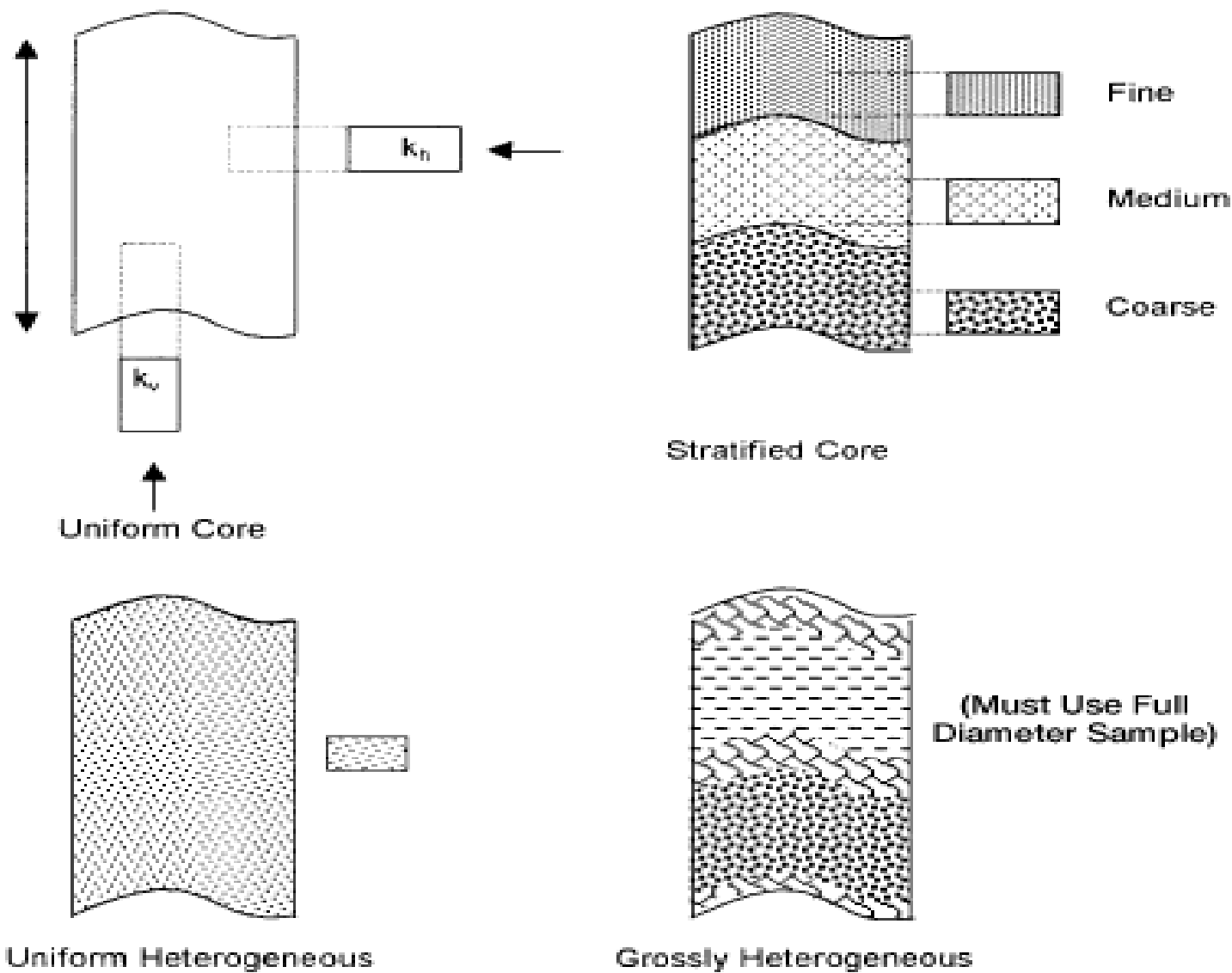
آنچه باعث جریان سیال می شود اختلاف فشار از مخزن (فشار بیشتر) به سمت چاه (فشار کمتر) می باشد.

# Horizontal and Vertical permeability

• تراوایی سنگ یک مخزن در لایه های مختلف تحت تاثیر فشار لایه های فوقانی می باشد و با افزایش عمق، فشار لایه های فوقانی بیشتر و در نتیجه تراوایی کاهش می یابد.

• تراوایی یک خاصیت ایزوتروپیک (Isotropic) است (یعنی مقدار آن در جهات مختلف متفاوت است).

• اگر مغزه کسری در جهت افقی و در موازات لایه بندی مخزن باشد تراوایی آن تراوایی افقی و اگر مغزه کسری در جهت عمود بر لایه بندی باشد تراوایی تراوایی عمودی خواهد بود.



**Figure 4-20.** Representative samples of porous media.

# Absolute Permeability

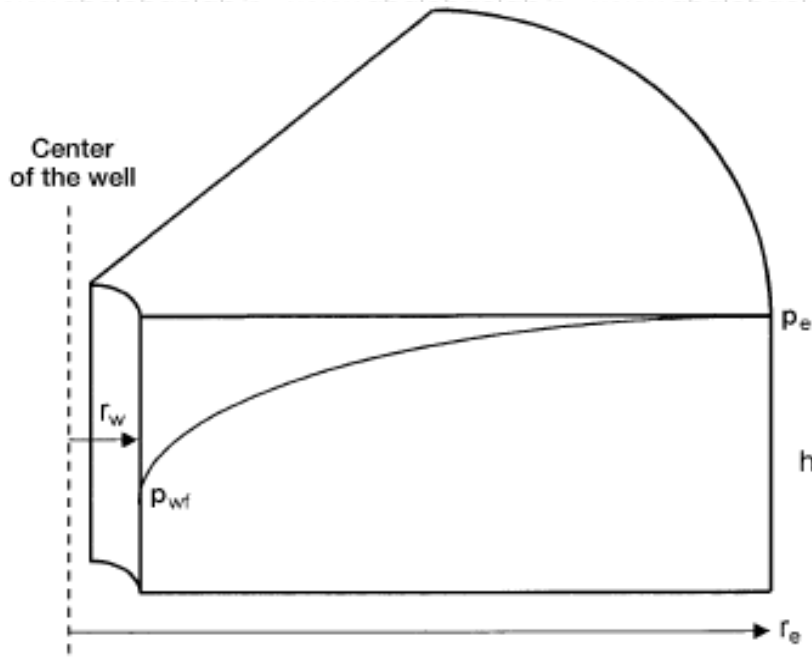


Figure 4-24. Radial flow model.

$$q = \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{dr}$$

$$q \int_{r_w}^{r_e} dr = \frac{KA}{\mu} \int_{P_{wf}}^{P_e} dP$$

در این معادله (معادله شعاعی)  $dr$  جایگزین  $dL$  در معادله خطی شده و در میان ریاضی این رابطه نیازی به نوشتن

علامت منفی نیست زیرا با دور شدن از حفره چاه و افزایش شعاع، فشار نیز افزایش می یابد.

## • Absolute Permeability

• اگر یک محیط متخلخل به طور 100 درصد از یک سال اشباع شده باشد در این صورت تراوایی آن راتراوایی مطلق می گویند.

(K)

• تراوایی مطلق یک خاصیت مربوط به سنگ است و بستگی به سیالی که در آن جاری می باشد ندارد.

## • Effective Permeability

• اگر یک محیط متخلخل از دو یا سه سیال اشباع شده باشد در این صورت تراوایی آن راتراوایی موثر ( $K_e$ ) می گویند.

## • Relative Permeability

• نسبت تراوایی موثر به تراوایی مطلق راتراوایی نسبی می گویند.

در هر نقطه از مخزن سطحی که در مواجهه با نیروی جریان سیال قرار دارد سطح مقطع یک استوانه خواهد بود و مساحت آن به صورت  $2\pi rh$  تعریف می شود.

$$A = 2\pi rh$$

$$q \int_{rw}^{re} \frac{dr}{2\pi rh} = \frac{K}{\mu} \int_{Pwf}^{Pe} dP$$

$$\frac{q}{2\pi h} \int_{rw}^{re} \frac{dr}{r} = \frac{K}{\mu} \int_{Pwf}^{Pe} dP$$

$$\frac{q}{2\pi h} \ln \frac{re}{rw} = \frac{K}{\mu} (Pe - Pwf)$$



$$q = \frac{2\kappa h (P_e - P_{wf})}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$q =$  دبی جریان سیال  $\text{cm}^3/\text{S}$  •

$P_e =$  فشار مخزن در شعاع تخلیه، atm •

$P_{wf} =$  فشار جریان ته چاه، atm •

$K =$  تراوایی، Darcy •

$r_e =$  شعاع تخلیه، Cm •

$r_w =$  شعاع چاه، Cm •

# Average Absolute Permeabilities

نحوه توزیع تراوایی و پراکنگی آن در سراسر مخزن در مقایسه با تخلخل بسیار بیشتر بوده بنابراین برای محاسبه تراوایی یک مخزن یا لایه ای از آن باید از تراوایی متوسط استفاده نمود.

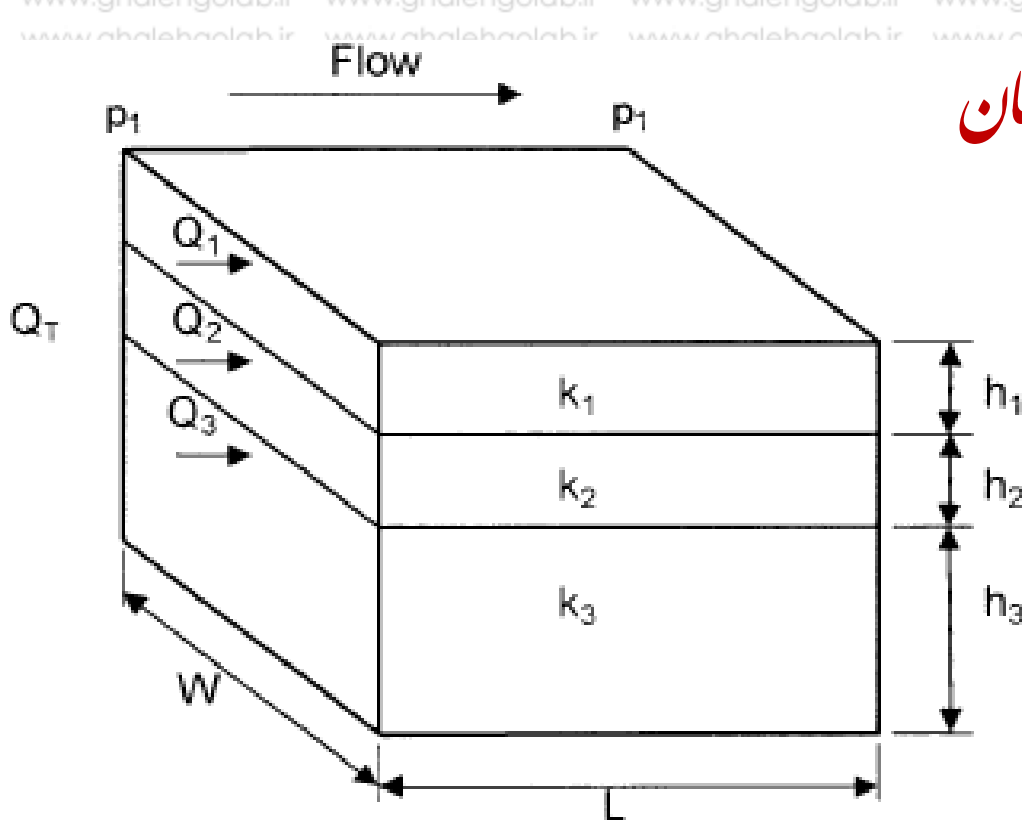
سه روش ساده برای محاسبه تراوایی مطلق متوسط وجود دارد:

• تراوایی متوسط برای لایه های موازی (تراوایی وزنی) یا Weighted Average Permeability

• تراوایی متوسط برای لایه های سری (تراوایی هارمونیک) یا Harmonic Average Permeability

• تراوایی متوسط هندسی یا Geometric Average Permeability

# Weighted Average Permeability



لایه های موازی با عرض یکسان

Figure 4-25. Linear flow through layered beds.

• Layer 1

$$q_1 = \frac{K_1 W h_1 \Delta P}{\mu L}$$

• Layer 2

$$q_2 = \frac{K_2 W h_2 \Delta P}{\mu L}$$

• Layer 3

$$q_3 = \frac{K_3 W h_3 \Delta P}{\mu L}$$

$$q_t = \frac{K_{avg} W h_t \Delta P}{\mu L}$$

$$q_t = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{K_{avg} W h_t \Delta P}{\mu L} = \frac{K_1 W h_1 \Delta P}{\mu L} + \frac{K_2 W h_2 \Delta P}{\mu L} + \frac{K_3 W h_3 \Delta P}{\mu L}$$

$$K_{avg} h_t = K_1 h_1 + K_2 h_2 + K_3 h_3$$

$$K_{avg} = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2 + K_3 h_3}{h_t}$$

$$K_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^n K_i A_i}{\sum_{i=1}^n h_i}$$

لایه های موازی با عرض های متفاوت

$K_{avg} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n A_i h_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$A_i = h_i W_i$

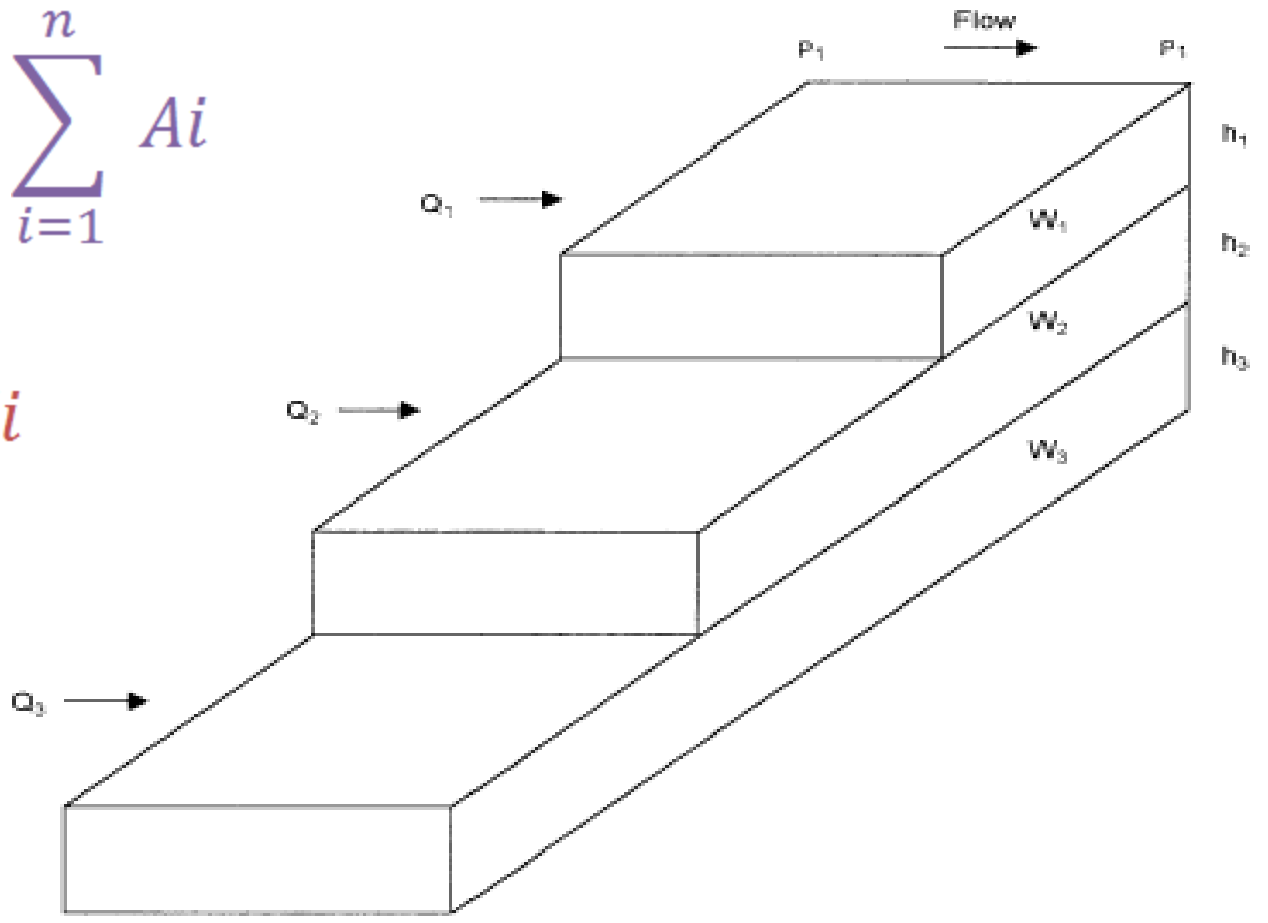


Figure 4-26. Linear flow through layered beds with variable area.

# Harmonic Average Permeability

لاہمی سری

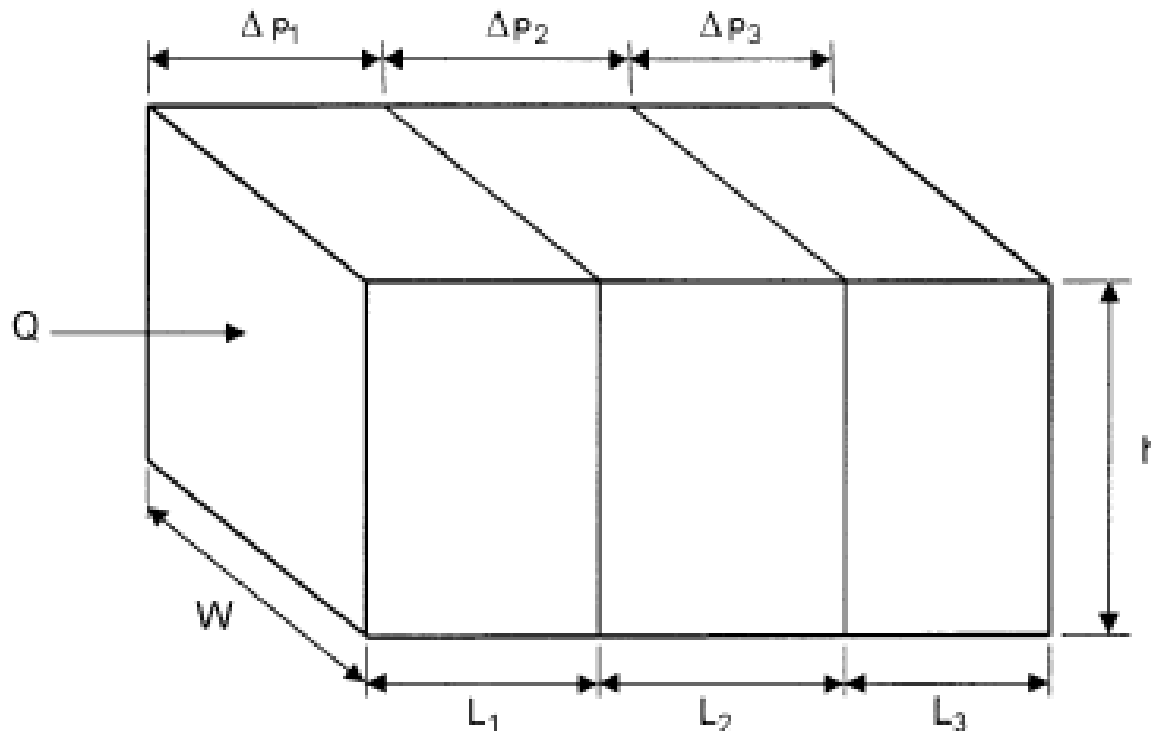


Figure 4-27. Linear flow through series beds.



برای جریان خطی و پایداری دلاله های سری، دبی جریان ثابت و افت فشار کل برابر مجموع افت فشار لایه های

سری می باشد

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3$$

$$\frac{q\mu L}{AK_{avg}} = \frac{q\mu L_1}{AK_1} + \frac{q\mu L_2}{AK_2} + \frac{q\mu L_3}{AK_3}$$

$$K_{avg} = \frac{L}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \frac{L_3}{K_3}}$$

$$K_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^n Li}{\sum_{i=1}^n \frac{Li}{Ki}}$$

## لاہ ہامی سرری بہ صورت شعاعی

$$K_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{r_e}{r_w}}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_{i-1}}\right)}{K_i} \right]}$$

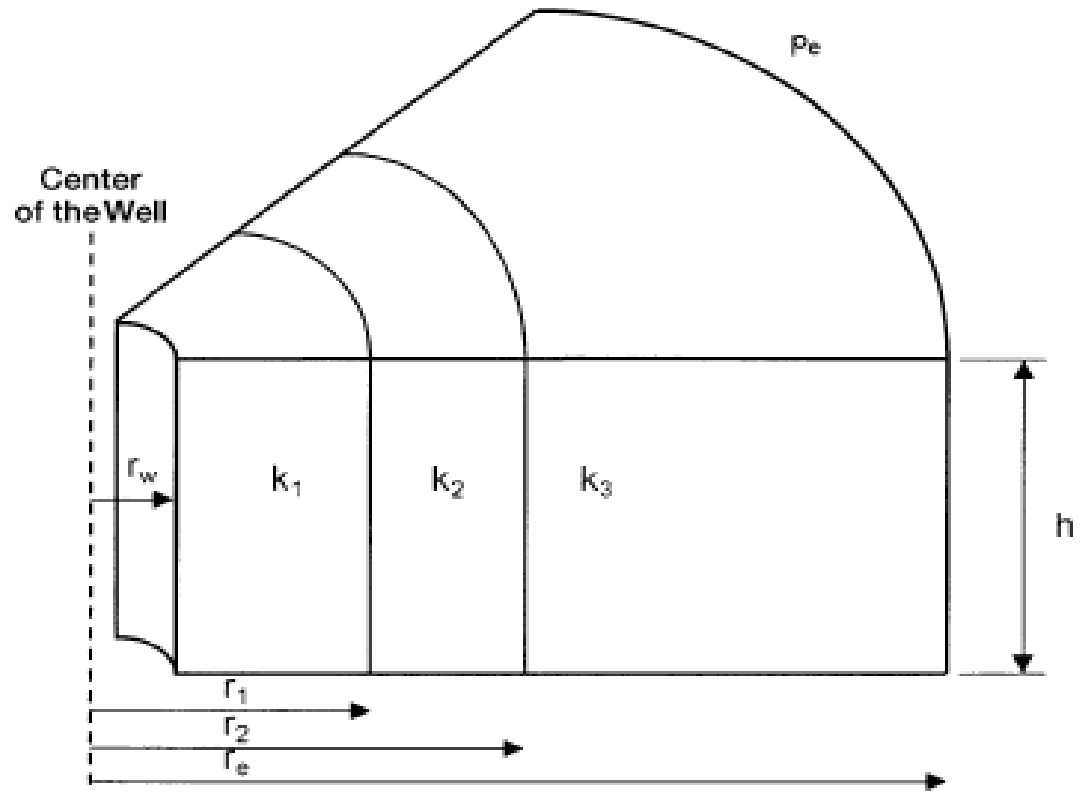


Figure 4-28. Flow through series beds.

# Geometric Average Permeability

$$K_{avg} = \exp \left[ \frac{\sum_{i=1}^n h_i \ln(K_i)}{\sum_{i=1}^n h_i} \right]$$

اگر ضخامت همه ی لایه ها یا نمونه سنگ ها ثابت باشد معادله بالا بصورت زیر است

$$K_{avg} = (K_1 K_2 K_3 \dots K_n)^{1/n}$$

# Absolute Permeability Correlations

- The Timur equation  $K = 8.58102 \frac{\Phi^{4.4}}{S_{wc}^2}$ , Darcy

- The Morris - Biggs equation

1. For oil reservoir  $K = 62.5 \left(\frac{\Phi^3}{S_{wc}}\right)^2$ , Darcy

2. For Gas Reservoir  $K = 2.5 \left(\frac{\Phi^3}{S_{wc}}\right)^2$ , Darcy

# Effective Permeability and Relative Permeability

اگر یک محیط متخلخل از دو یا سه سیال اشباع شده باشد در این صورت تراوایی آن را تراوایی موثر ( $K_e$ ) می‌گویند.

$$K_{ro} = \frac{K_{eo}}{K}$$

$$K_r = \frac{K_e}{K}$$

$$K_{rw} = \frac{K_{ew}}{K}$$

$$K_o + K_w + K_g \leq K$$

$$K_{rg} = \frac{K_{eg}}{K}$$

$$K_{ro} + K_{rw} + K_{rg} \leq 1$$

Instructor: Elyas Golabi

# Apparent Velocity

$$q = \frac{AK \Delta P}{\mu L} \div A \longrightarrow \frac{q}{A} = \frac{K \Delta P}{\mu L}$$

$$\frac{q}{A} = u$$

$$u = \frac{K \Delta P}{\mu L}$$

شیب فشار (مقدار آن منفی است)

# Actual Velocity

$$\frac{q}{A\phi} = \frac{u}{\phi}$$

# Mobility ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{K}{\mu}$$

نسبت تراوایی موثر بر گراندرومی را تحرک می گویند

## Water Mobility

$$\lambda_w = \frac{K_w}{\mu_w}$$

## Oil Mobility

$$\lambda_o = \frac{K_o}{\mu_o}$$

## Gas Mobility

$$\lambda_g = \frac{K_g}{\mu_g}$$

# Water – Oil Mobility Ratio (M)

$$M = \frac{q_w}{q_o} \longrightarrow M = \frac{K_{rw} \mu_o}{K_{ro} \mu_w}$$

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o}$$

- $K_{rw}$ : نفوذپذیری نسبی آب در Sor
- $K_{ro}$ : نفوذپذیری نسبی نفت در SWC

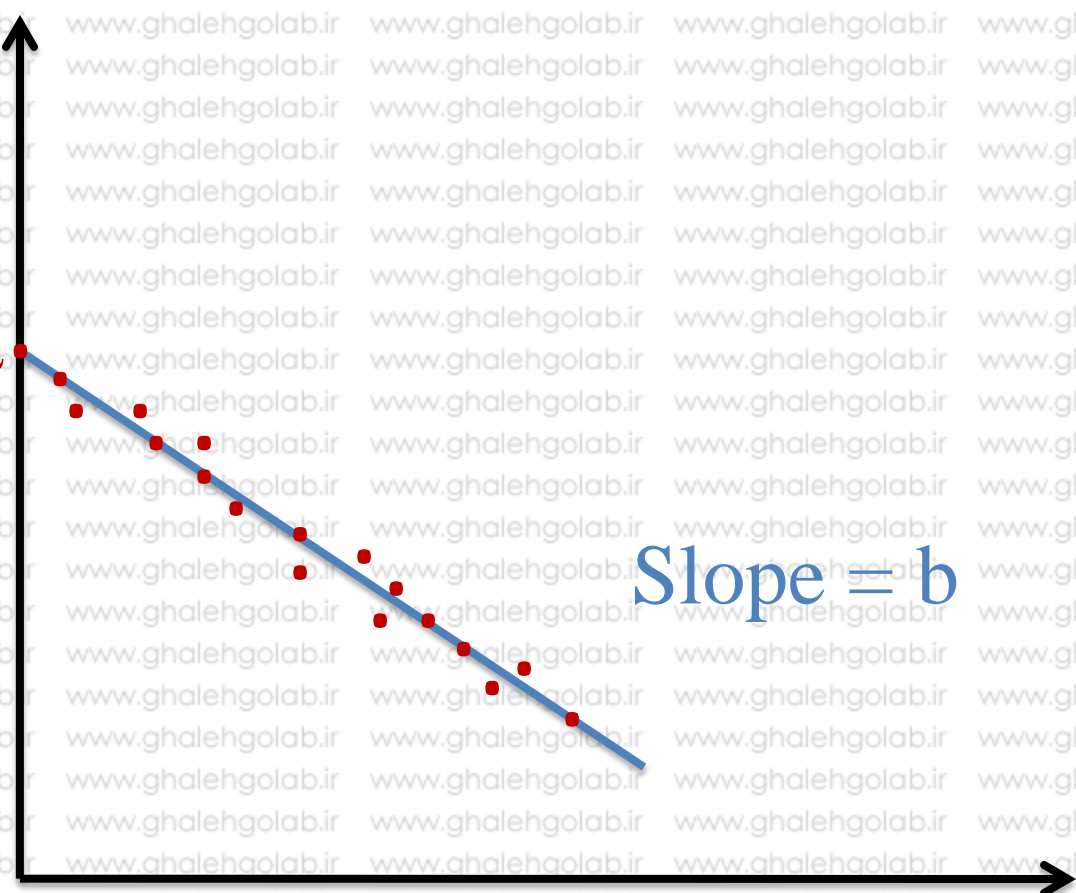


$$\frac{K_o}{K_w} = \frac{K_{ro}}{K_{rw}} = \alpha e^{-b sw}$$

$$\frac{K_o}{K_w} = \frac{K_{ro}}{K_{rw}}$$

$\alpha$

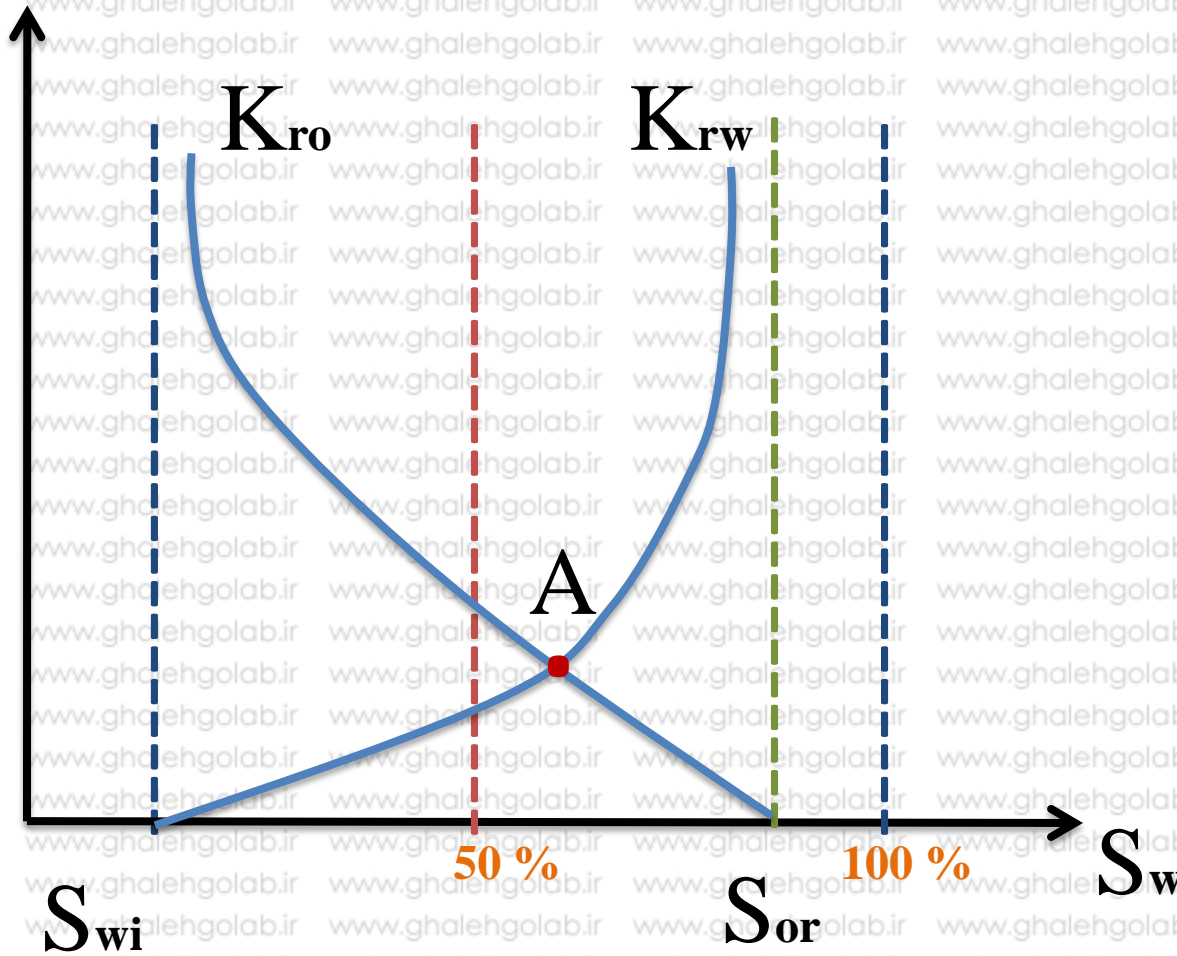
Slope = b



# Example

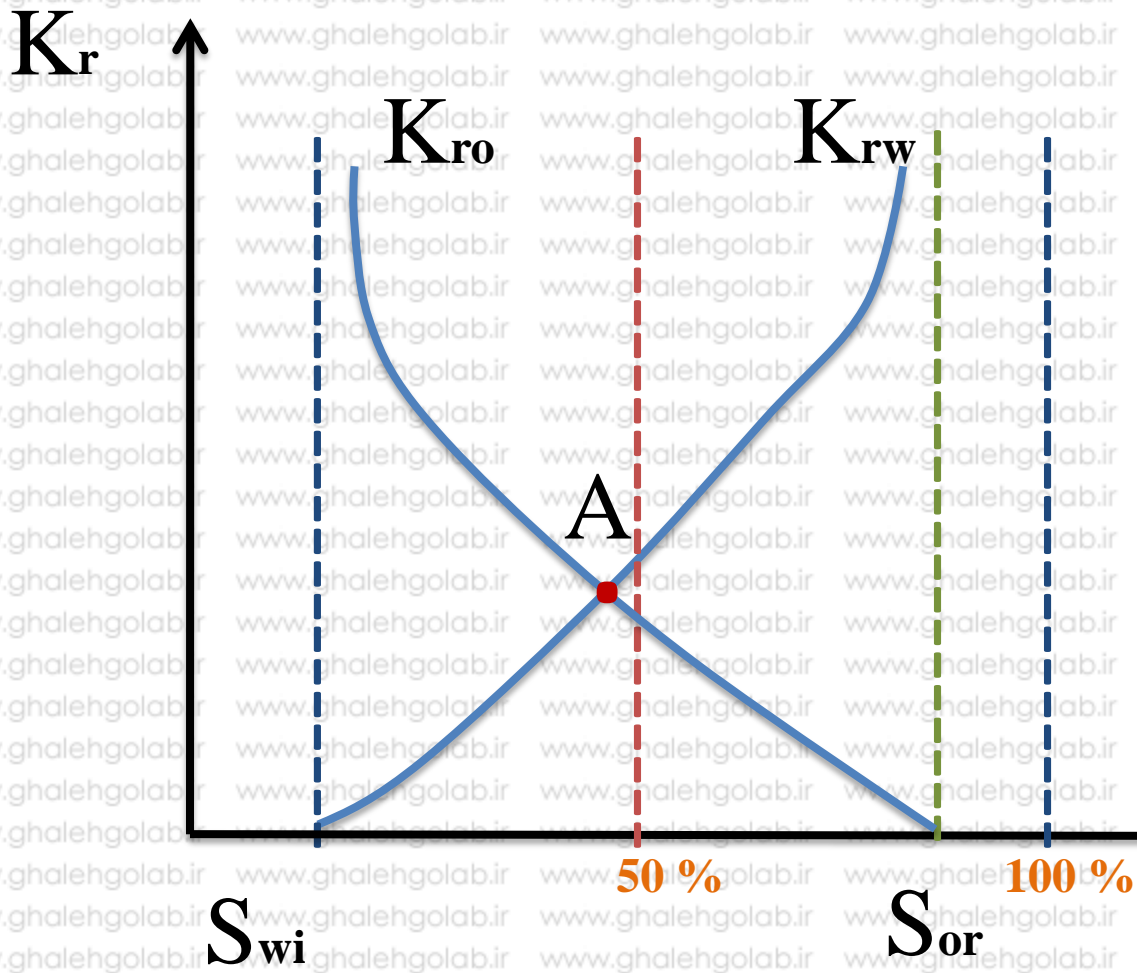
# Kr Curves Functions of Water Saturation

$K_r$



Water Wet (W.W)

*Instructor: Elyas Golabi*



$$S_{wi}(w.w) > S_{wi}(o.w)$$

$$S_{or}(w.w) < S_{or}(o.w)$$

$$\lambda_w(w.w) < \lambda_w(o.w)$$

$$\lambda_o(w.w) > \lambda_o(o.w)$$

Oil Wet (O.W)

در سنگ W.W نقطه A (محل تلاقی دو منحنی) یعنی منطقه‌ای که  $K_{ro} = K_{rw}$ ، سمت راست خط 50% قرار دارد اما در سنگ O.W نقطه A سمت چپ خط 50% قرار دارد.

# Compressibility

- خاصیتی است که هم سنگ و هم سیال دارد و نسبت تغییرات حجم به تغییرات فشار است.

- Rock Compressibility

$$C = \frac{-1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$$

- Rock – Bulk Compressibility

$$C_B = \frac{-1}{V_B} \left( \frac{\partial V_B}{\partial P} \right)_T$$

- Pore Compressibility

$$C_p = \frac{-1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial P} \right)_T$$

- Formation Compressibility

$$C_f = \frac{-1}{\varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial P} \right)_T$$

# Fundamental of Reservoir Fluid Flow

● جریان سیالات در محیط متخلخل بسیار پیچیده است و غالباً بدلیل مبهم بودن مسیر جریان، اندازه گیری خواص جریانی از پیچیدگی خاصی برخوردار است.

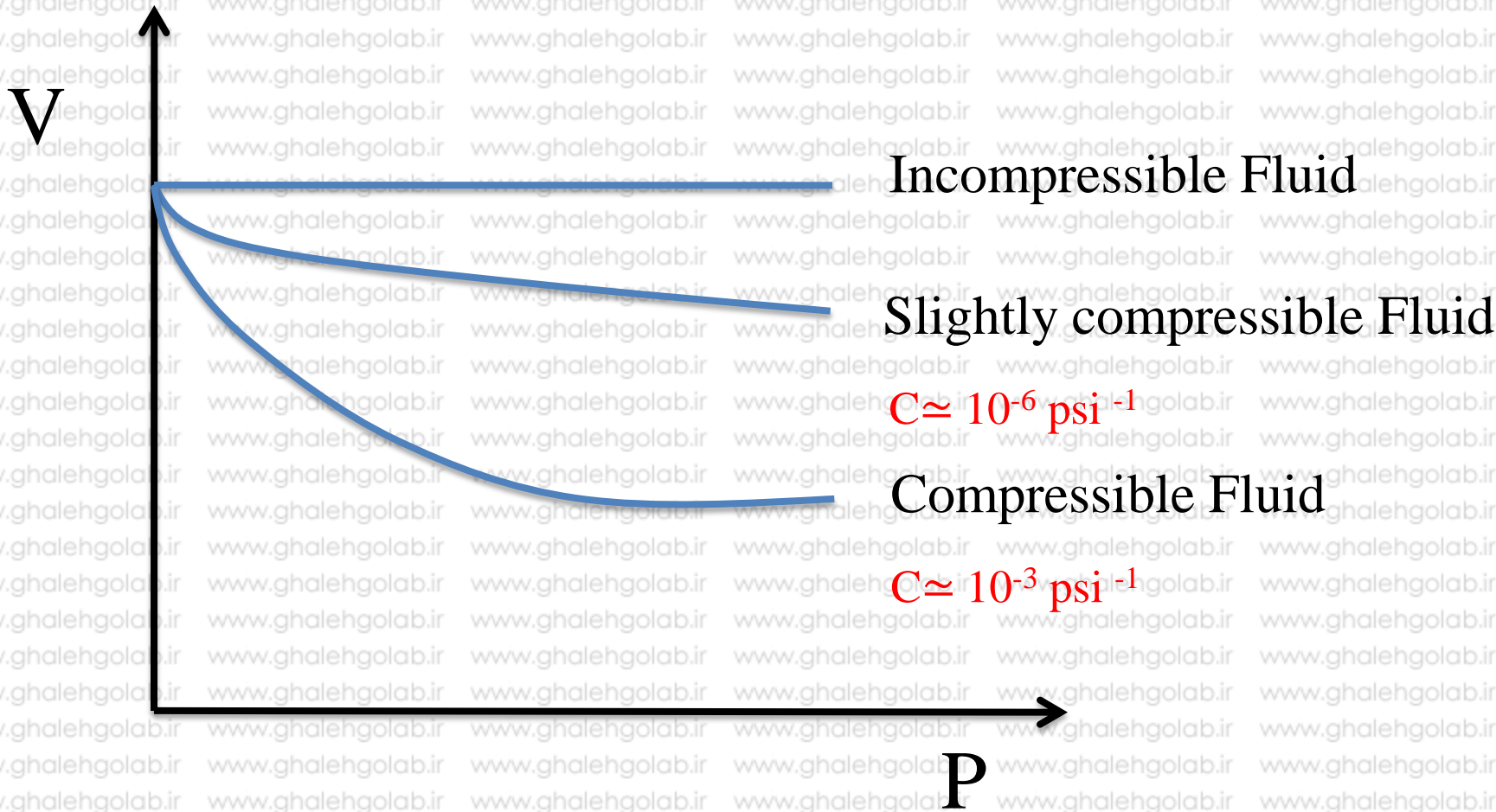
● مهمترین عوامل موثر بر قالب کلی روابط ریاضی جریان سیالات در مخزن عبارتند از:

- Types of fluids in the reservoir
- Flow regimes
- Reservoir geometry
- Number of flowing fluids in the reservoir

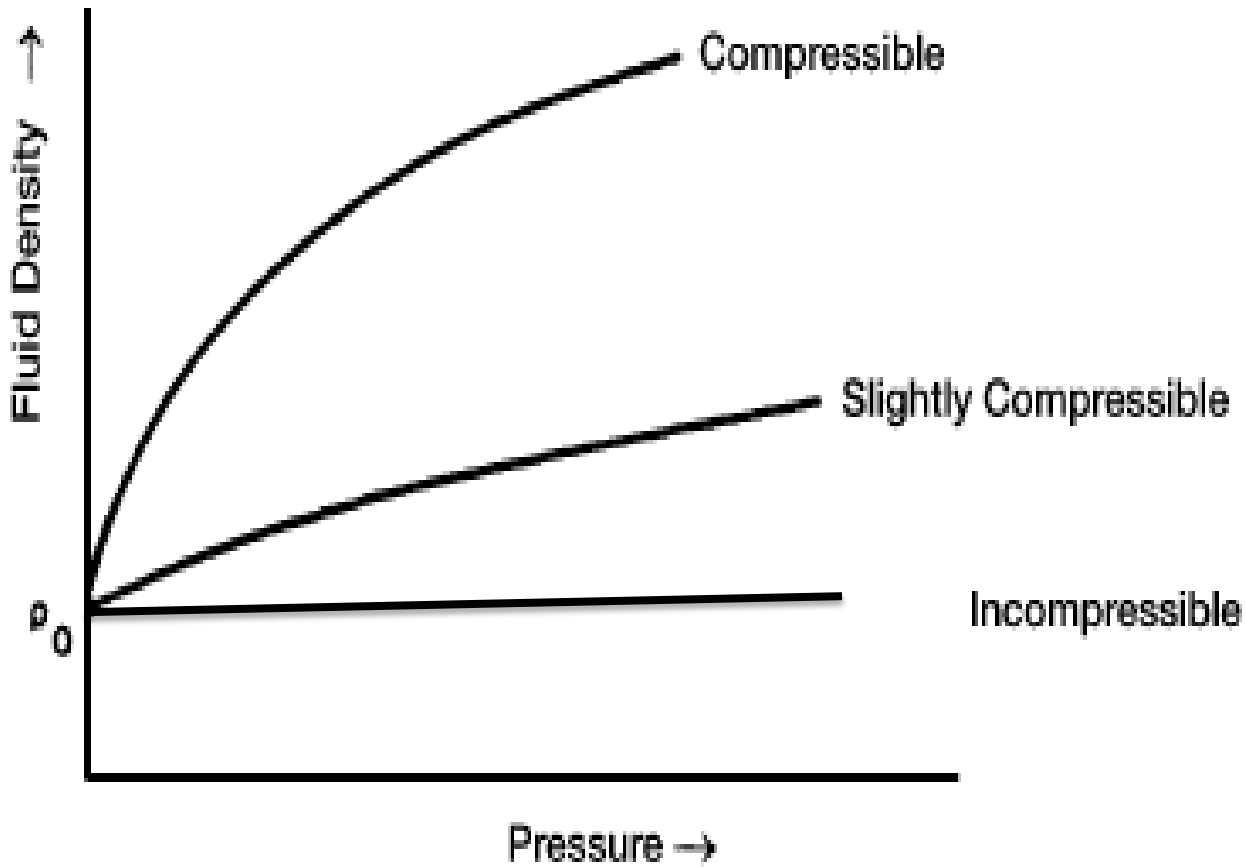
*Instructor: Elyas Golabi*

# Type of Fluid

- Incompressible Fluid
- Slightly (Low) compressible Fluid (liquid)
- Compressible Fluid (gas)







**Figure 6-2.** Fluid density versus pressure for different fluid types.

# Flow Regime

- Steady State

$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_i = 0$$

جریانی که تغییرات فشار آن در هر نقطه از مخزن نسبت به زمان ثابت باشد.

- Unsteady State

$$\frac{\partial P}{\partial t} = f(x, t)$$

جریانی که تغییرات فشار آن در هر نقطه از مخزن نسبت به زمان صفر یا ثابت نباشد.

- Pseudo (Semi) Steady State

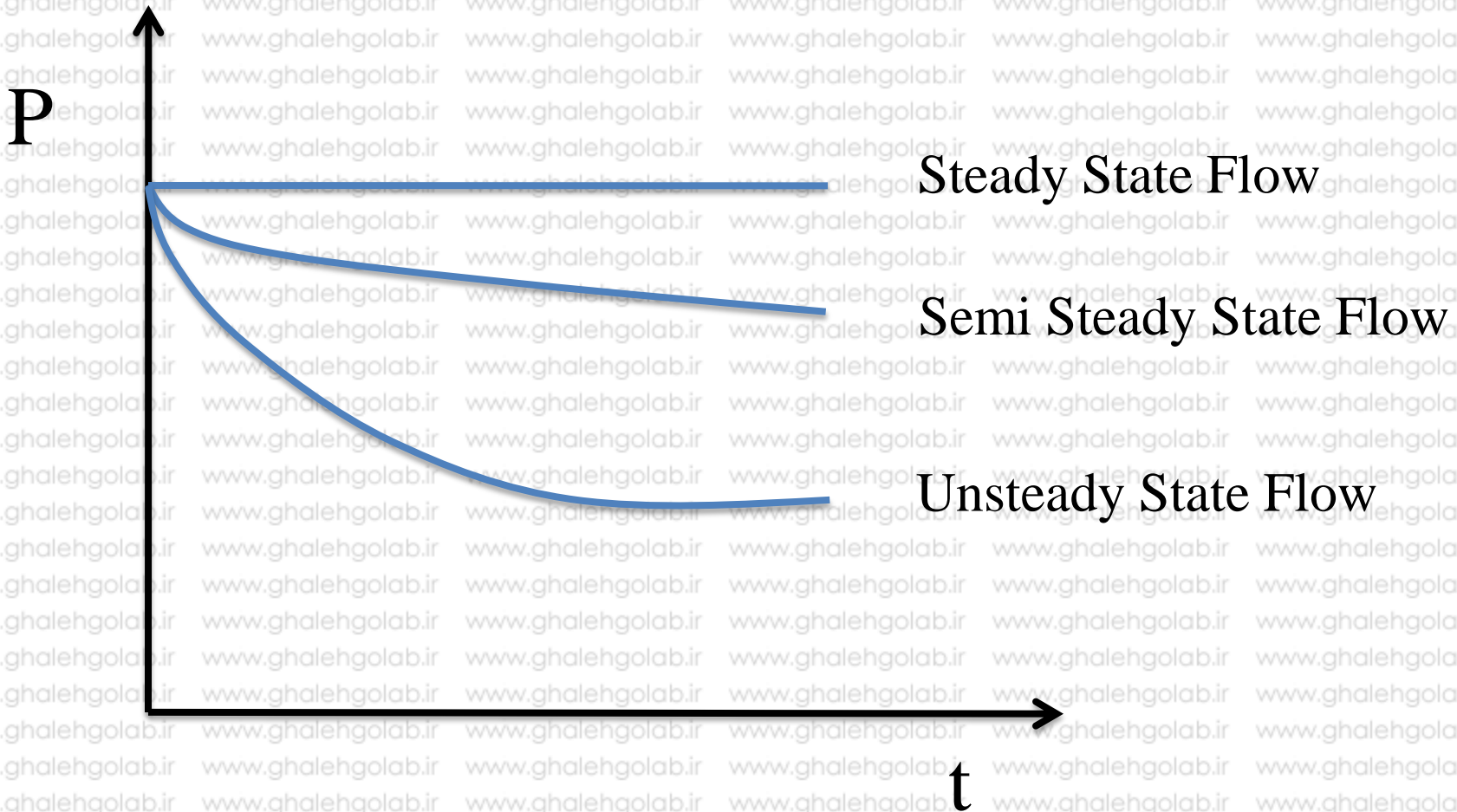
$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_i = \text{Constant}$$

جریانی که تغییرات فشار آن در هر نقطه از مخزن نسبت به تغییرات مشخصی از زمان ثابت باشد.

• در حالتی که چاه بسته است به فشار اندازه گیری شده فشار ایستا (Static pressure) می گویند

• در حالتی که چاه در حال تولید است به فشار اندازه گیری شده فشار جریان (PWF) می گویند

• در حالت جریانی باید از مخزن یک سفره آب (Aquifer) دارد که مانع افت فشار آن می شود و در حالت جریانی به پایداری مخزن سفره آبی ندارد و به صورت خطی فشار آن افت می کند.

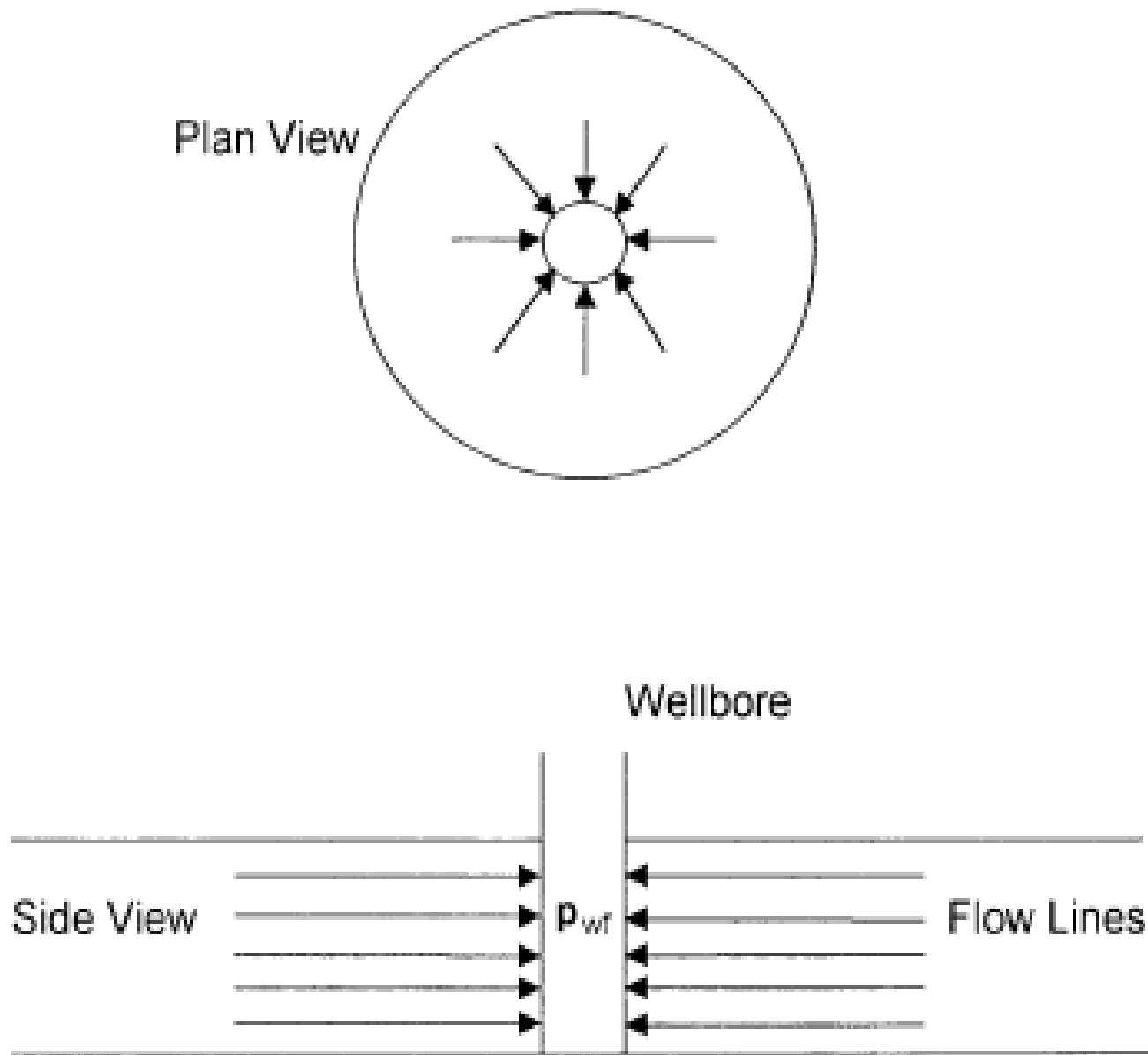


# Reservoir Geometry

- Radial Flow

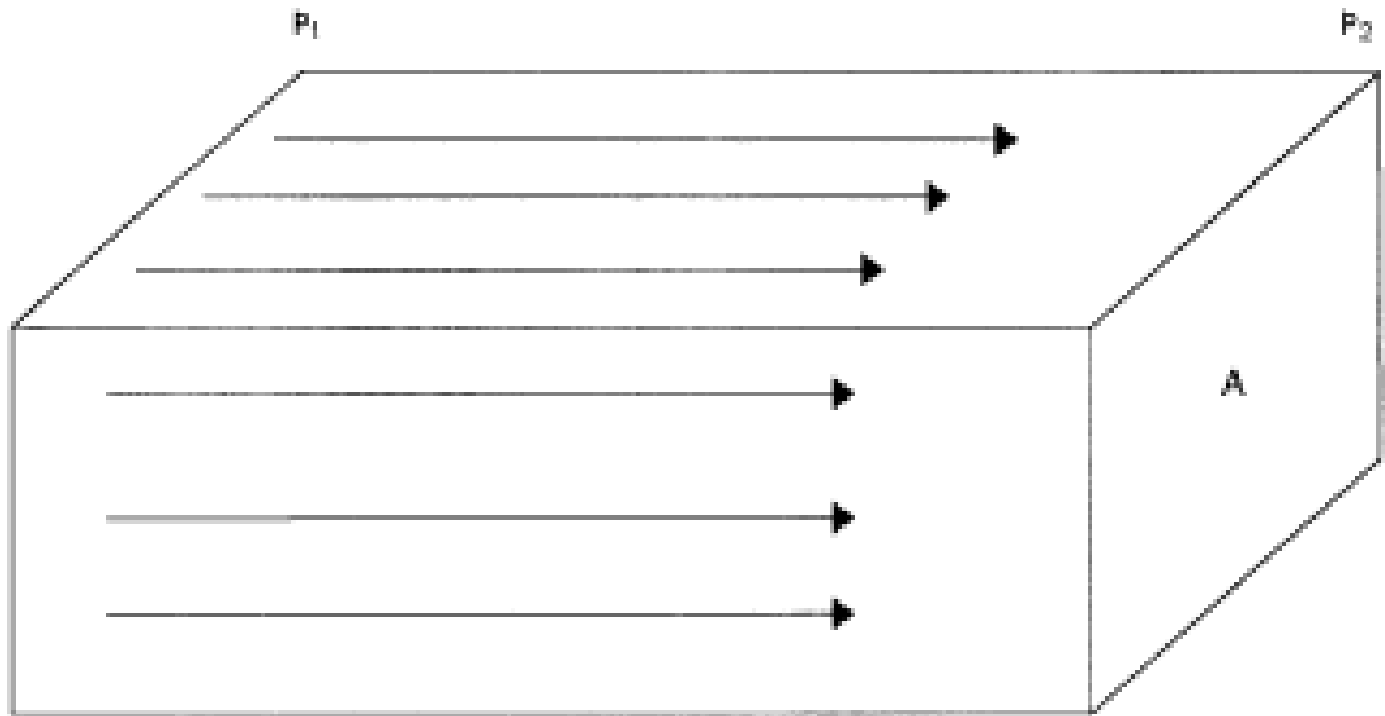
- Linear Flow

- Spherical and Hemispherical Flow

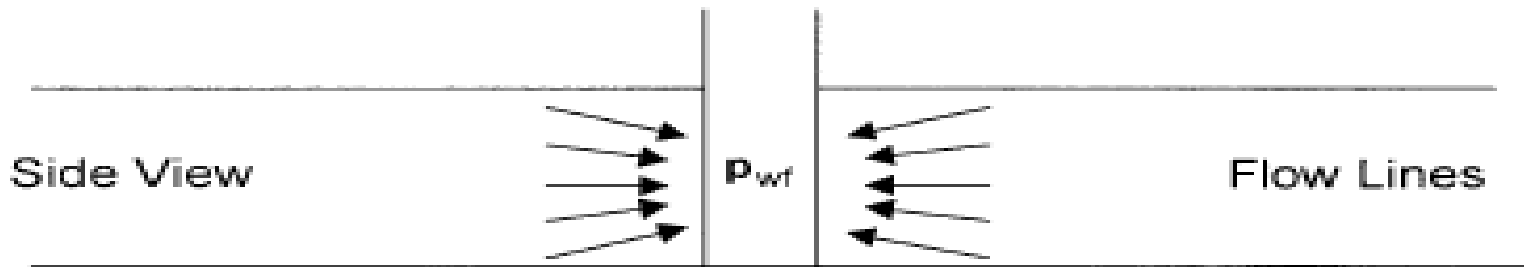


**Figure 6-4.** Ideal radial flow into a wellbore.

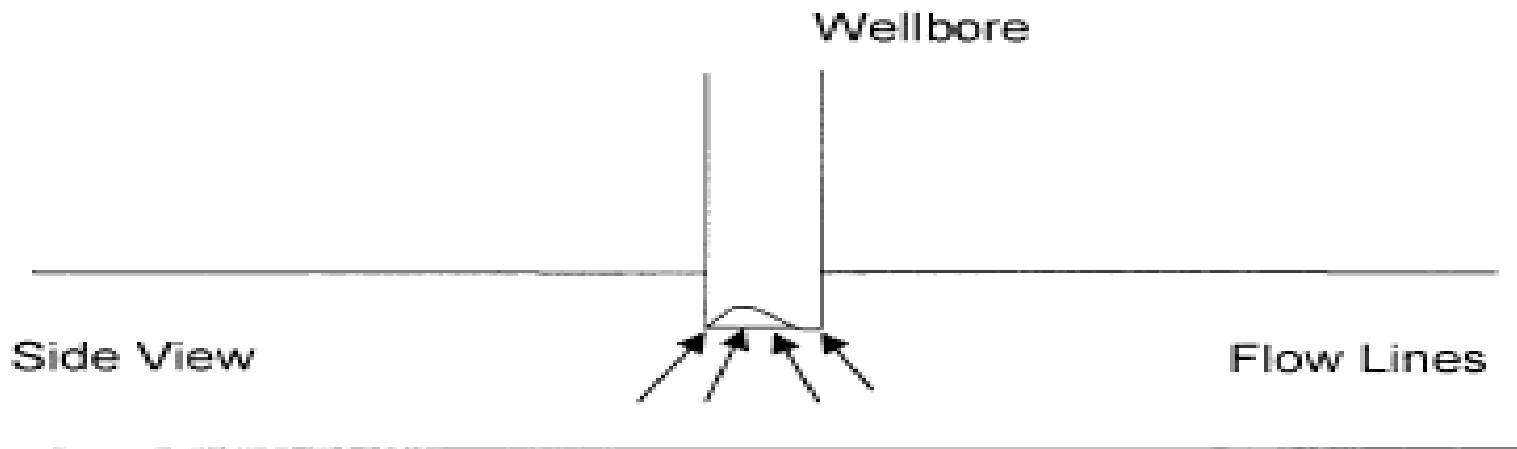
*Instructor: Elyas Golabi*



**Figure 6-5. Linear flow.**



**Figure 6-7.** Spherical flow due to limited entry.



**Figure 6-8.** Hemispherical flow in a partially penetrating well.

جریان کروی حالت خاصی از جریان شعاعی است که اگر مشبک کاری (Perforation) انجام نشده یا نقاط خاصی از دیواره چاه مشبک شده (Selective Perforation) یا تعدادی از مشبک ها بسته شده باشند، بوجود می آید.



# Number of Flowing Fluids in the Reservoir

- Single-Phase Flow (oil, water, or gas)
- Two-Phase Flow (oil-water, oil-gas, or gas-water)
- Three-Phase Flow (oil, water, and gas)

# Reservoir Unit System

- Darcy's Unit System

$q$  ( $\text{cm}^3/\text{s}$ ),  $k$  (d),  $A$  ( $\text{cm}^2$ ),  $P$  (atm),  $\mu$  (cp),  $L$  (cm),  
 $t$  (days),

- Oil Field Unit System

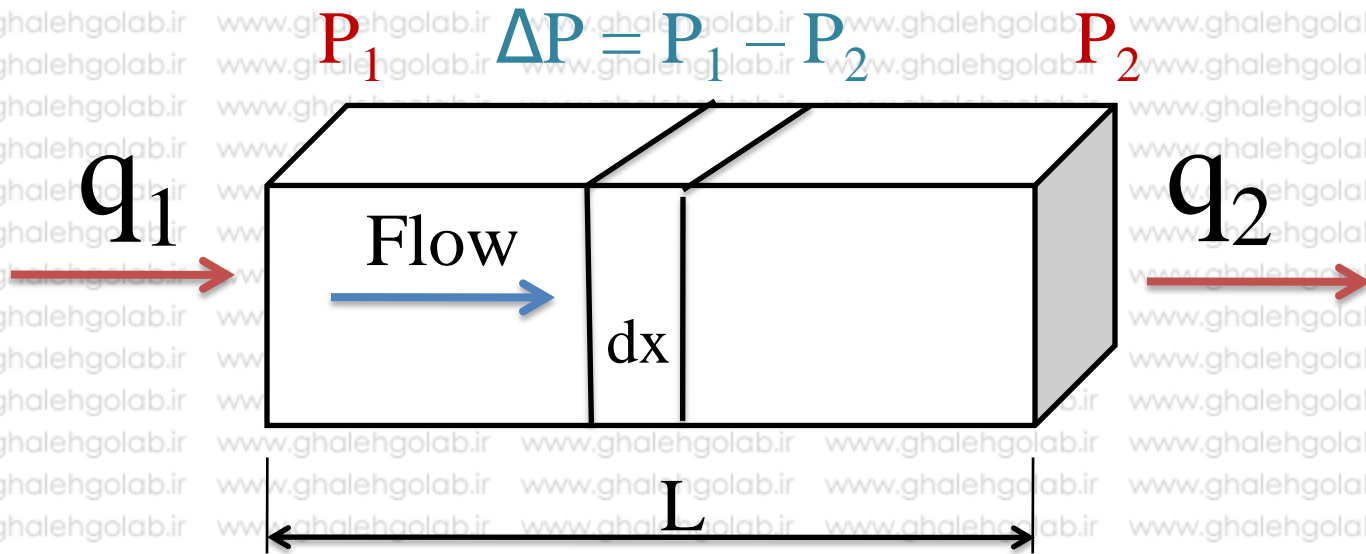
$q$  (bbl/day),  $k$  (md or d),  $A$  ( $\text{ft}^2$ ),  $P$  (psi),  $\mu$  (cp),  $L$  (ft),  
 $t$  (days),  $T$  (Fahrenheit)

- Laboratory Unit System

$q$  (scc/hr),  $k$  (md),  $A$  ( $\text{cm}^2$ ),  $P$  (atm),  $\mu$  (cp),  $L$  (cm),  
 $t$  (hrs),  $T$  (Centigrade)

# Case 1:

## Liner Flow of Incompressible Fluid, Steady State



• Darcy's Law

$$q = \frac{-KA}{\mu} \frac{dP}{dx}$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX} \xrightarrow{\times dX} q dX = -1.127 \frac{KA}{\mu} dp, \quad (K: \text{darcy})$$

$$\int \xrightarrow{\longrightarrow} \int_0^L q dX = \int_{P_1}^{P_2} -1.127 \frac{KA}{\mu} dp$$

$$\xrightarrow{\longrightarrow} qL = -1.127 \frac{KA}{\mu} (P_2 - P_1)$$

$$\div L \xrightarrow{\longrightarrow} q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{(P_2 - P_1)}{L}$$

x (-)



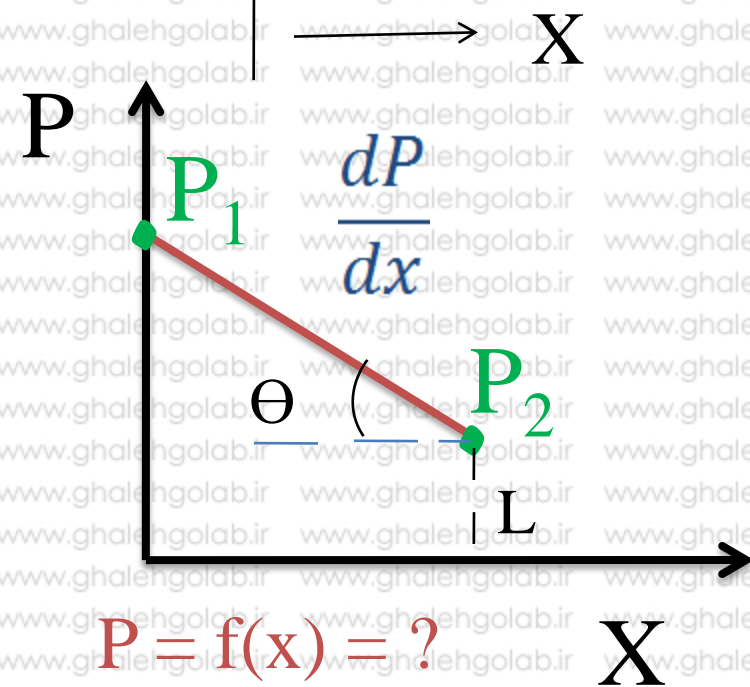
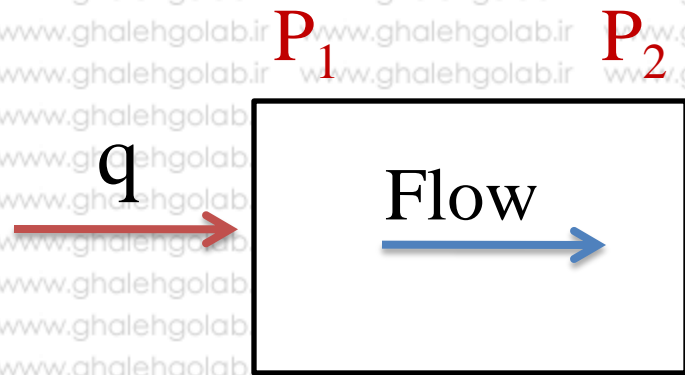
$$q = 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{L}, \text{ (bbl/day)}$$

$$q \text{ (bbl/day)} = Q_o \text{ (STB/day)} B_o \text{ (bbl/STB)}$$



$$Q_o = 1.127 \frac{KA}{\mu B_o} \frac{(P_1 - P_2)}{L}, \text{ (STB/day)}$$

# Pressure Distribution in Limer Flow of Incompressible Fluid, Steady State



$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$\int_0^X q dX = \int_{P_1}^P -1.127 \frac{KA}{\mu} dp$$

$$q X = -1.127 \frac{KA}{\mu} (P - P_1)$$

$$P - P_1 = -1.127 \frac{q\mu}{KA} X$$

$$P = P_1 - 1.127 \frac{q\mu}{KA} X$$

Slope

# Oil Field Law:

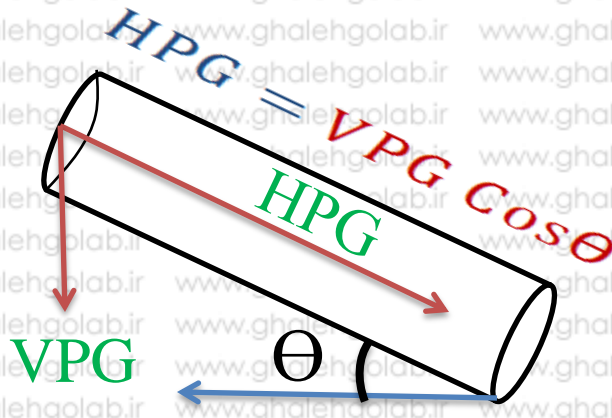
For Horizontal System



$$q = -0.001127 \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{dx}$$

$$q = -0.001127 \frac{KA}{\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

For Inclined (Tilted) System



$$q = -0.001127 \frac{KA}{\mu} \left( \frac{dP}{dx} + HPG \right)$$

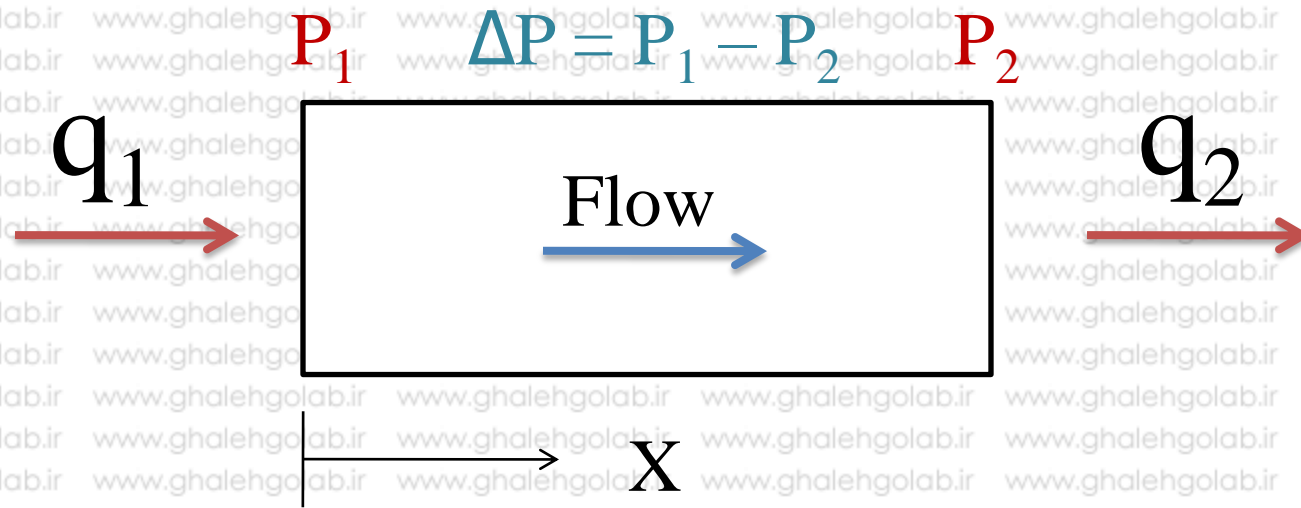
$$q = -0.001127 \frac{KA}{\mu} \left( \frac{\Delta P}{L} + HPG \right)$$

$$VPG = \frac{P}{h} = \frac{\rho gh}{h} = \rho g$$

Instructor: Elyas Golabi

# Fluid Potential ( $\Phi$ )

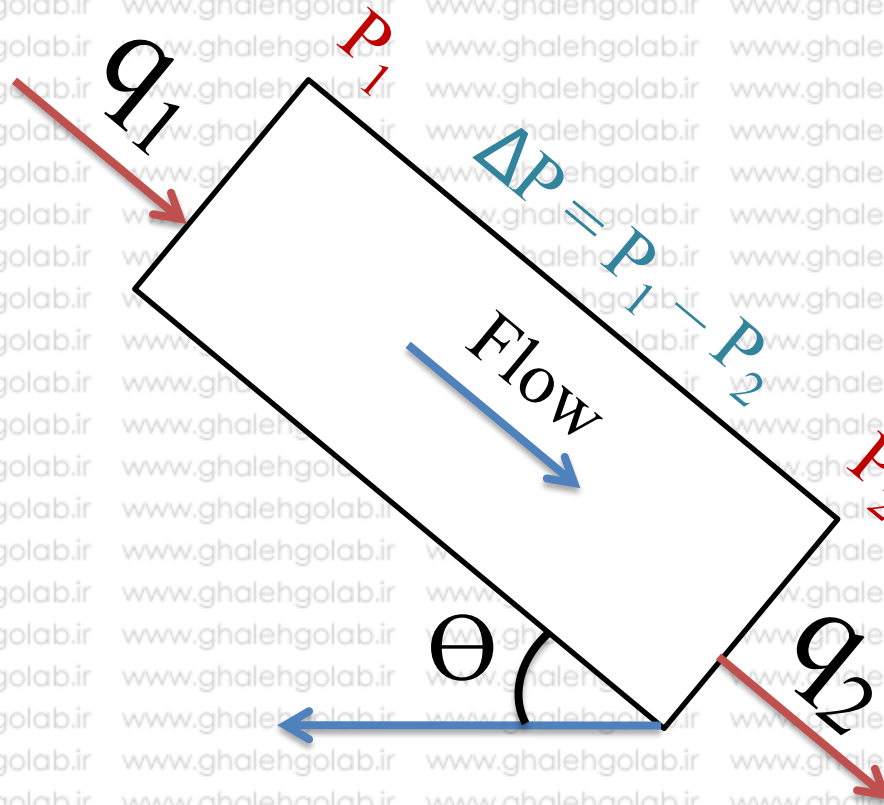
For Horizontal Reservoir:



اختلاف فشار ( $\Delta P$ ) بین نقطه 1 و 2 عامل حرکت سیال است



# For Inclined (Tilted) Reservoir:



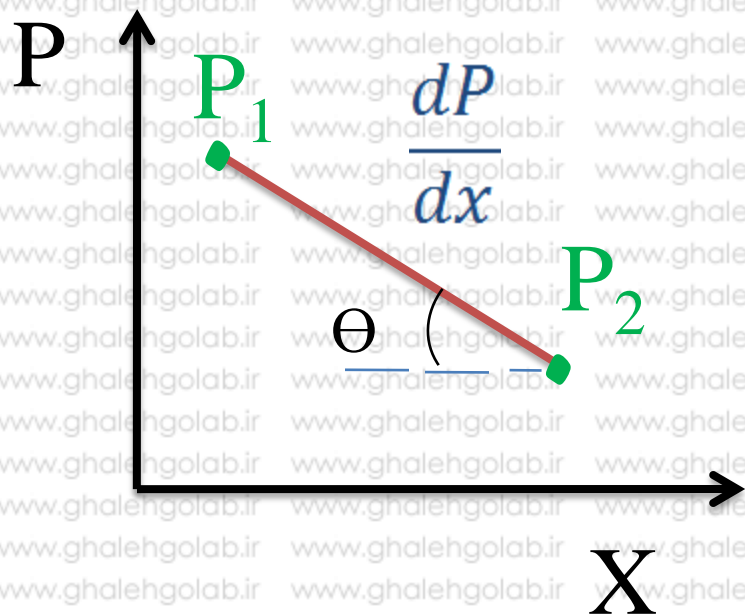
علاوه بر اختلاف فشار ( $\Delta P$ ) بین نقطه 1 و 2، نیروی ثقلی (Gravitational Force) نیز

عامل حرکت سیال است

به جمع برداری نیروهای که عامل حرکت سیال در مخزن هستند پتانسیل سیال یا **Fluid potential** می‌گویند

نیروهای ثقلی، همواره عمودی هستند

نمودار  $(P, X)$  برای مخازن شیب دار به صورت زیر است:



شیب فشار  $\frac{dP}{dx}$  ناشی از اختلاف فشار  $P_1$  و  $P_2$  است.

یک نیروی رانش است  $\frac{dP}{dx}$

(شیب) منفی است  $\frac{dP}{dx}$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L} = \text{Pressure Gradient}$$

$$\Phi_i = P_i \pm \rho gh$$

•Field Unit

$$\Phi_i = P_i \pm \frac{\rho}{144} \Delta Z_i$$

•  $P_i$ : فشار سیارل در نقطه  $i$ , (Psi)

•  $\rho$ : چگالی سیال, (lb / ft<sup>3</sup>)

•  $\Delta Z_i$ : فاصله بین نقطه  $i$  و سطح مبنا (Datum), (ft<sup>3</sup>)

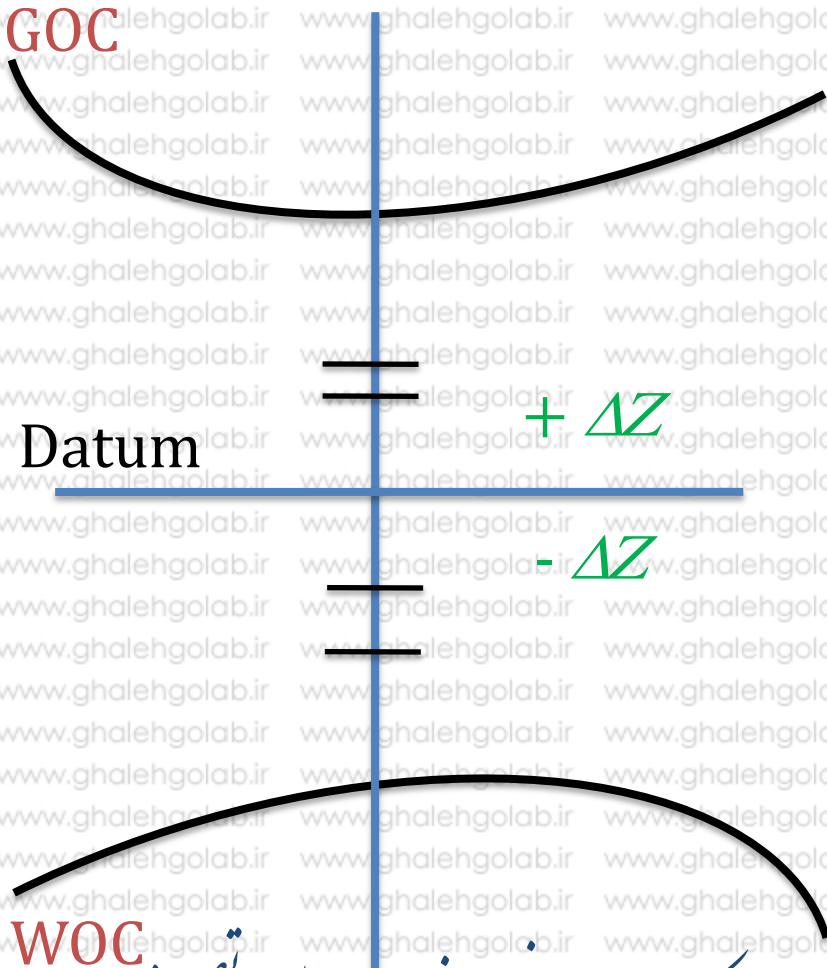
•  $\Phi_i$ : پتانسیل سیال, (Psi)

$$\rho \frac{g}{g_c} h = \rho \left( \frac{lb_m}{ft^3} \right) \left( \frac{32.2 \frac{ft}{s^2}}{32.2 \frac{lb_m \cdot ft}{lb_f \cdot s^2}} \right) h (ft) = \rho \left( \frac{lb_f}{ft^3} \right) h (ft)$$

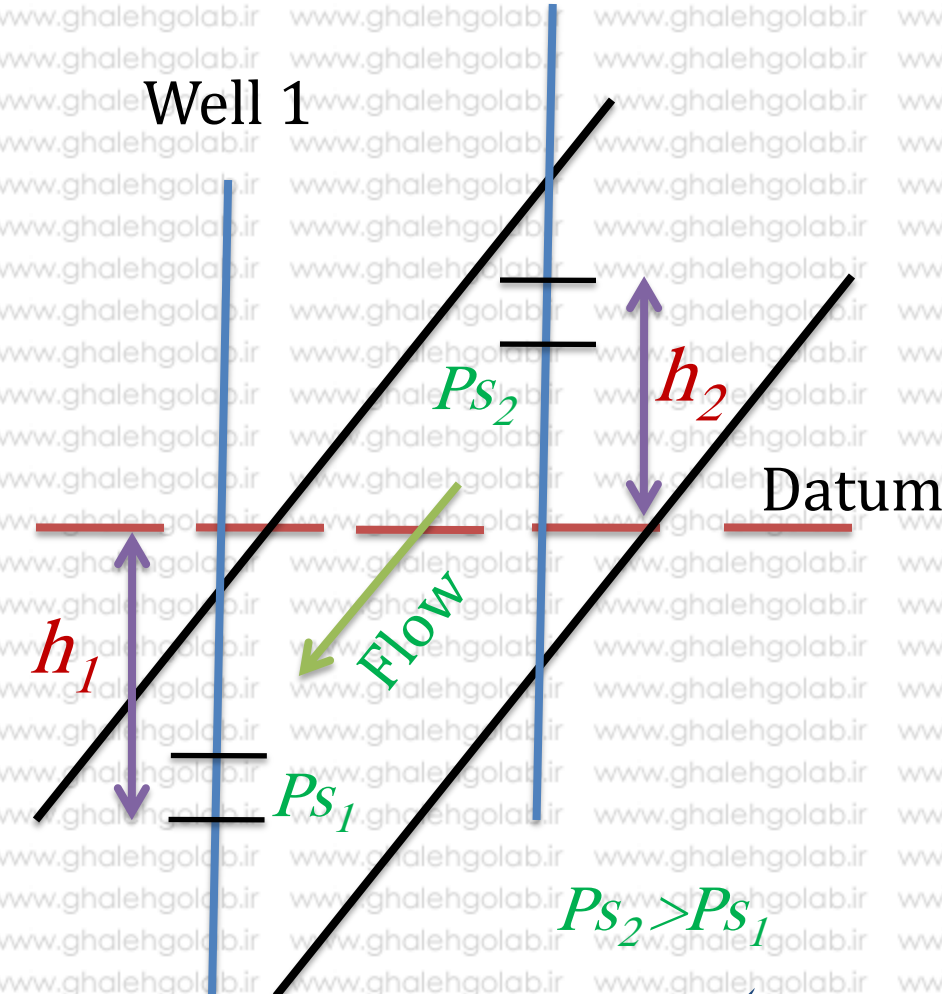
$$\rho \left( \frac{lb_f}{ft^3} \right) = \rho \left( \frac{lb_f}{ft^2 \cdot ft} \right) \left( \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2} \right) = \frac{\rho}{144} \left( \frac{lb_f}{\text{in}^2 \cdot \text{ft}} \right) = \frac{\rho}{144} \left( \frac{\text{psi}}{\text{ft}} \right)$$

*Ps: Pressure Static* and *h: ΔZ*

Well 2



Well 1



اما چنین نتیجه ای که جهت جریان از چاه 2 به 1 است، درست نیست زیرا باید فشار استاتیک چاه 1 (پتانسیل) نسبت به سطح مبنا تصحیح شود تا بتوان آن ها را با هم مقایسه کرد. جهت جریان به سمت پتانسیل کمتر است.

$$\Phi_i = P_i + \frac{\rho}{144} \Delta Z_i$$

• اگر نقطه  $Z$  بالایی سطح بنا باشد

$$\Phi_i = P_i - \frac{\rho}{144} \Delta Z_i$$

• اگر نقطه  $Z$  پایینی سطح بنا باشد

$$\Phi_1 = P_{s1} - \frac{\rho}{144} \Delta Z_1 \quad \Phi_2 = P_{s2} + \frac{\rho}{144} \Delta Z_2$$

$$q = 0.001127 \frac{KA}{\mu} \left( \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{L} \right)$$

Instructor: Elyas Golabi

● جهت جریان از پتانسیل بیشتر به سمت پتانسیل کمتر است

● مدل استاتیک مدلی است که در آن هیچ حرکتی وجود ندارد و همه چیز در آن در حالت تعادل است. وظیفه مهندس مخزن اینست که این مدل را به یک مدل دینامیک تبدیل کند که در آن سیالات حرکت می‌کنند

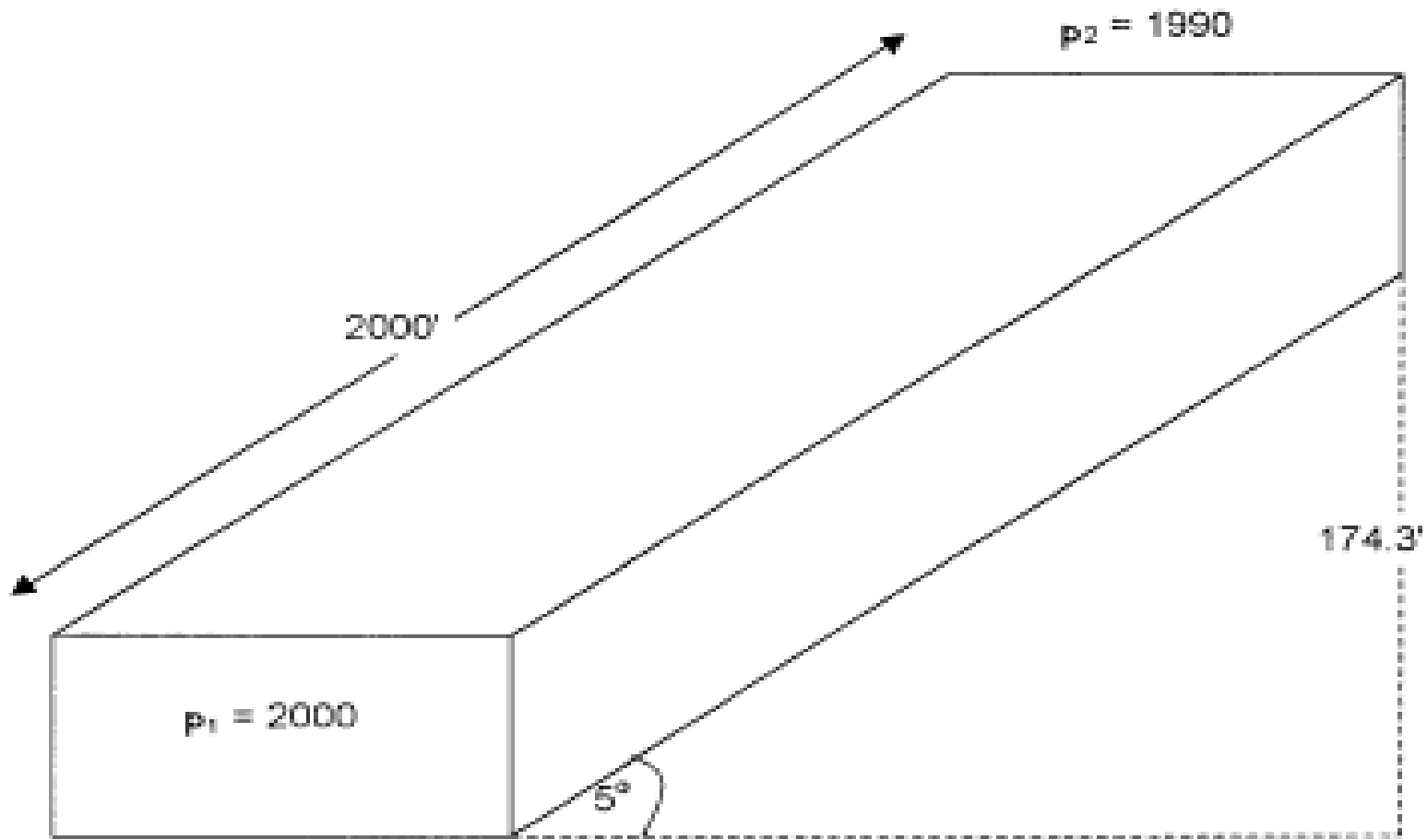
# Example

Assume that the porous media is tilted with a dip angle of  $5^\circ$  as shown in Figure 6-12. The incompressible fluid has a density of  $42 \text{ lb/ft}^3$ . Calculated flow rate, apparent velocity and actual velocity. The following additional data are also available.

$$L = 2000 \text{ ft} \quad h = 20 \text{ ft} \quad \text{width} = 300 \text{ ft}$$

$$k = 100 \text{ md} \quad \Phi = 15\% \quad \mu = 2 \text{ cp}$$

$$p_1 = 2000 \text{ psi} \quad p_2 = 1990 \text{ psi}$$

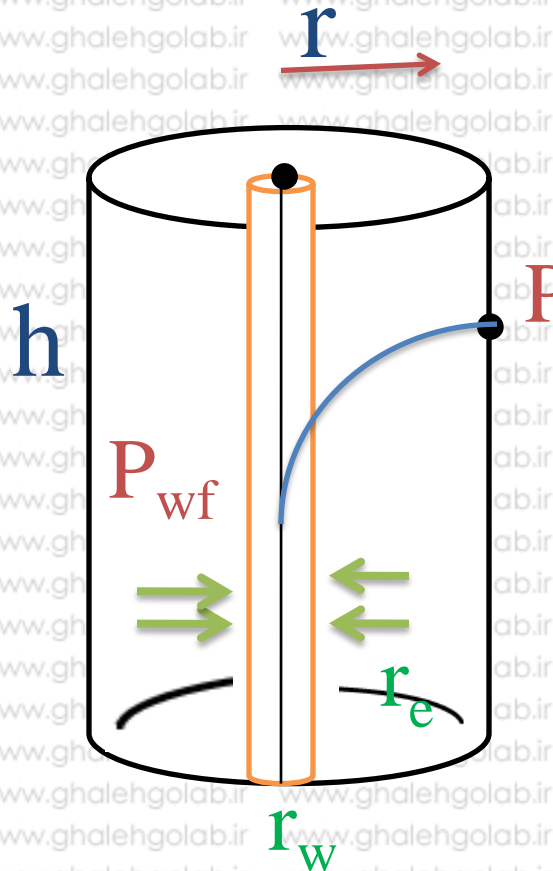


**Figure 6-12.** Example of a tilted layer.



## Case 2:

# Radial Flow of Incompressible Fluid, Steady State



- $r_w$  : Wellbore Radial , (ft)
- $r_e$  : External (Drainage or Effective) Radial
- $P_{wf}$  : Flowing Wellbore Pressure , (Psi)
- $P_e$  : External (Drainage or Effective) Pressure
- $h$  : Reservoir Thickness , (ft)
- $\mu$  : Viscosity , (cp)

$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

Modification for  
Radial Case

$$q = +1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$\times dr$$

$$q dr = 1.127 \frac{K (2\pi r h)}{\mu} dp$$

$$2 \times 3.14 \times 1.127 = 7.08$$

$$\div r$$

$$q \frac{dr}{r} = 7.08 \frac{K h}{\mu} dp$$

$$\int$$

$$\int_{r_w}^{r_e} q \frac{dr}{r} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 7.08 \frac{K h}{\mu} dp$$

$$\longrightarrow$$

$$q \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) = 7.08 \frac{K h}{\mu} (P_e - P_{wf})$$

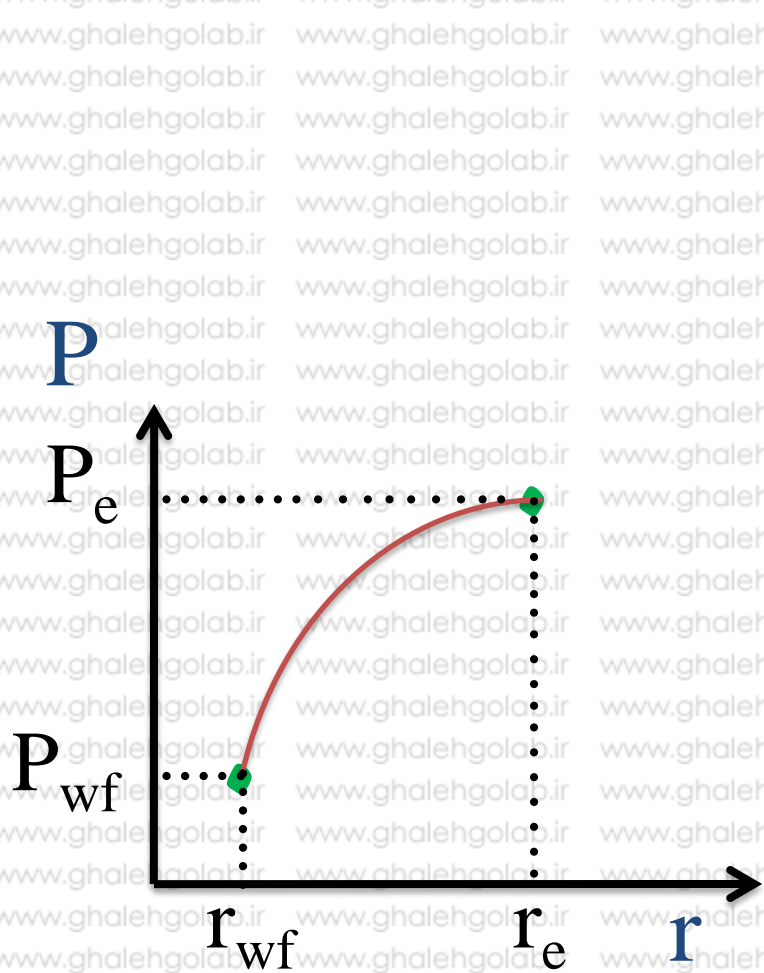
Instructor: Elyas Golabi

$$\rightarrow q = 7.08 \frac{Kh (P_e - P_{wf})}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}, (\text{bbl/day})$$

$$q (\text{bbl/day}) = Q_o (\text{STB/day}) B_o (\text{bbl/STB})$$

$$\rightarrow Q_o = 7.08 \frac{Kh (P_e - P_{wf})}{\mu B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}, (\text{STB/day})$$

# Pressure Distribution in Radial Flow of Incompressible Fluid, Steady State

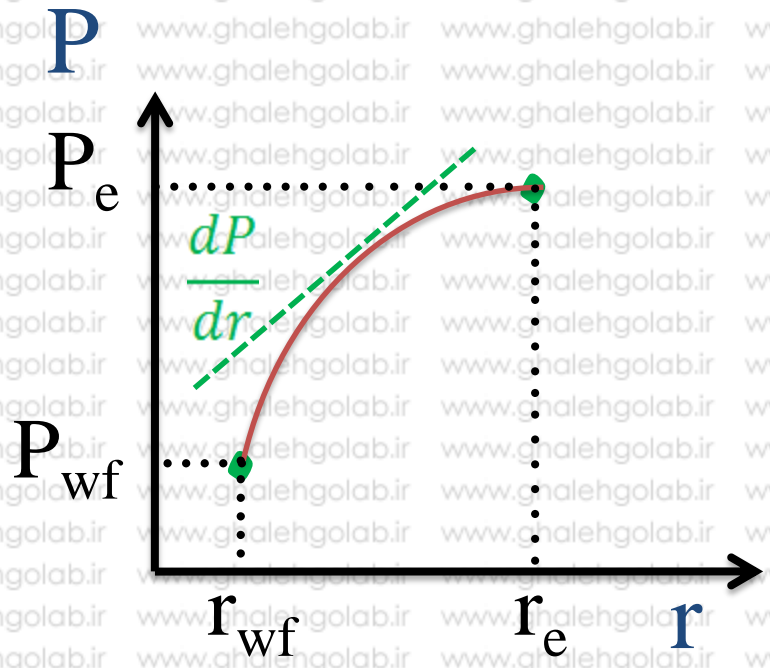


$$q \frac{dr}{r} = 7.08 \frac{Kh}{\mu} dp$$

$$\int_{r_w}^r q \frac{dr}{r} = \int_{P_{wf}}^P 7.08 \frac{Kh}{\mu} dp$$

$$q \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) = 7.08 \frac{Kh}{\mu} (P - P_{wf})$$

$$P = P_{wf} + \frac{q\mu}{7.08 Kh} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)$$



$$q = +1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 7.08 \frac{Krh}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$\frac{dp}{dr} = \frac{q\mu}{7.08Krh}$$

هر چه از دانه چاه فاصله بگیریم کرادیان فشار کمتر خواهد شد

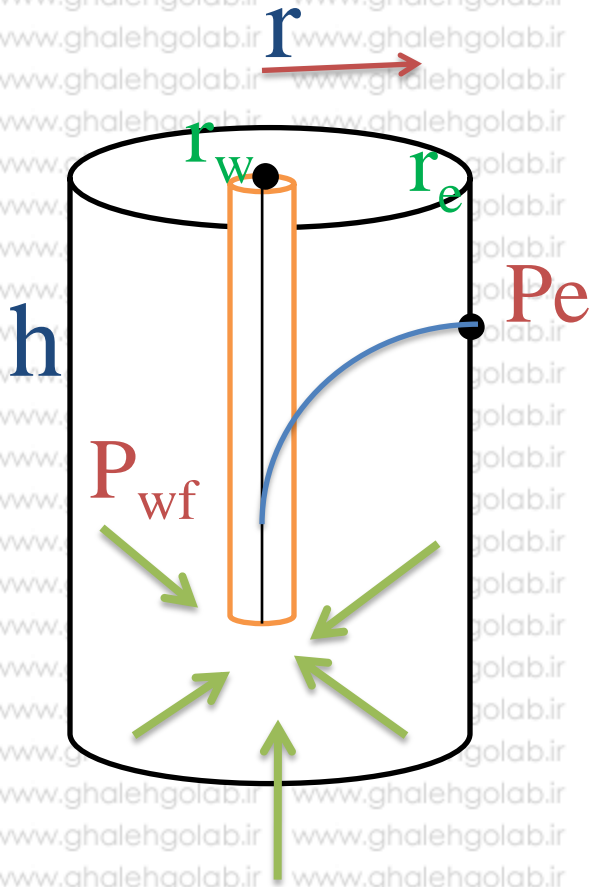
# بسته تضمینی کارشناسی ارشد



گروه آموزشی و تخصصی  
کارشناسی ارشد نفت - اویل من  
[www.Oilshop.mihaanblog.com](http://www.Oilshop.mihaanblog.com)

## Case 3:

# Spherical Flow of Incompressible Fluid , Steady State



- $r_w$  : Wellbore Radial , (ft)
- $r_e$  : External (Drainage or Effective) Radial
- $P_{wf}$  : Flowing Wellbore Pressure , (Psi)
- $P_e$  : External (Drainage or Effective) Pressure
- $h$  : Reservoir Thickness , (ft)
- $\mu$  : Viscosity , (cp)

$$r = r_e \text{ and } A = 4\pi r^2$$

$$q = 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 1.127 \frac{K(4\pi r^2)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 14.16 \frac{Kr^2}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q dr = 14.16 \frac{Kr^2}{\mu} dP$$

$$q \frac{dr}{r^2} = 14.16 \frac{K}{\mu} dP$$

$$\int_{r_w}^{r_e} q \frac{dr}{r^2} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 14.16 \frac{K}{\mu} dp$$



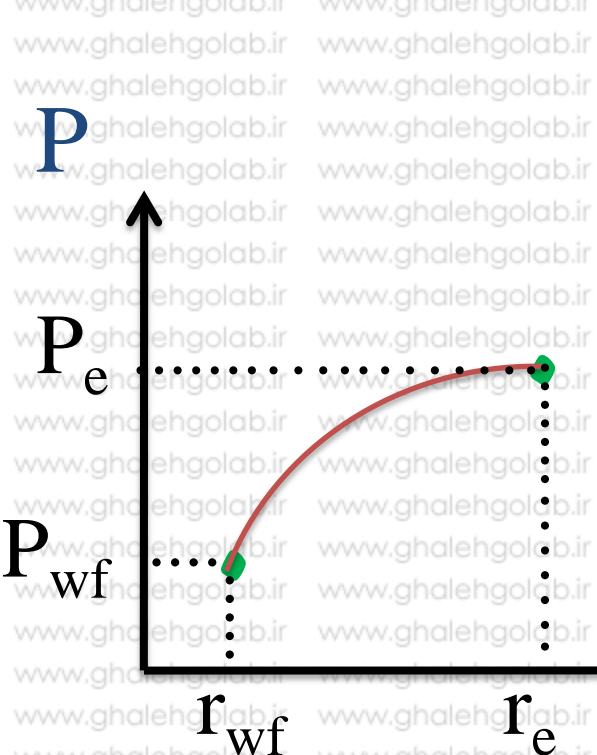
$$q \left( -\frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_w} \right) = 14.16 \frac{K}{\mu} (P_e - P_{wf})$$

$$q = 14.16 \frac{K}{\mu} \frac{(P_e - P_{wf})}{\left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e} \right)}$$

$$q = -14.16 \frac{K}{\mu} \frac{(P_e - P_{wf})}{\left( \frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w} \right)}, \text{ (bbl/day)}$$

$$Q_o = -14.16 \frac{K}{\mu B_o} \frac{(P_e - P_{wf})}{\left( \frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w} \right)} \text{ (STB/day)}$$

# Pressure Distribution in Spherical Flow of Incompressible Fluid, Steady State

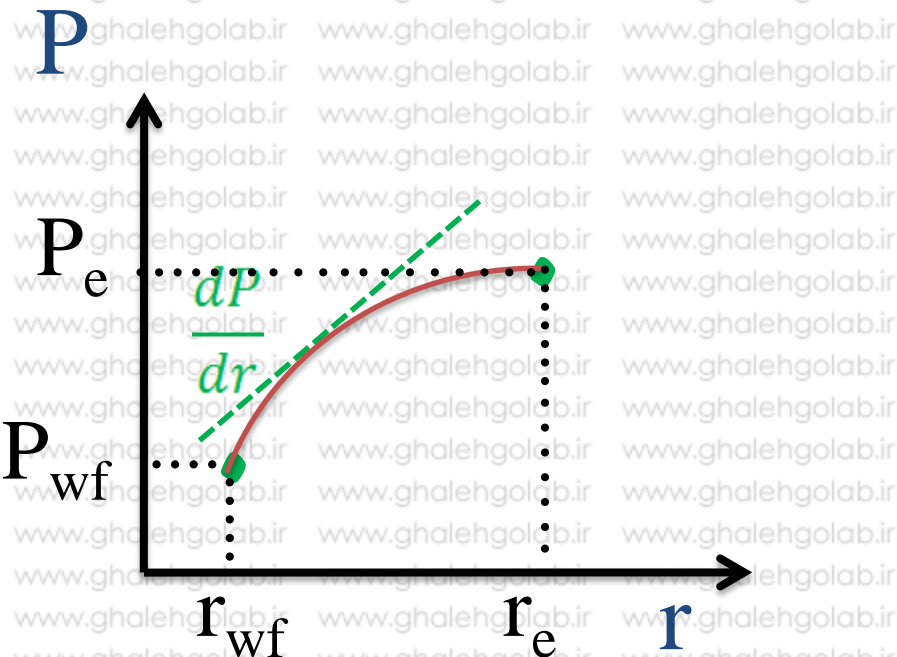


$$\int_{r_{wf}}^r q \frac{dr}{r^2} = \int_{P_{wf}}^P 14.16 \frac{K}{\mu} dp$$

$$q \left( -\frac{1}{r} + \frac{1}{r_{wf}} \right) = 14.16 \frac{K}{\mu} (P - P_{wf})$$

$$P = P_{wf} - \frac{q\mu}{14.16 K} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_{wf}} \right)$$

● افت فشار در نزدیکی چاه بسیار شدیدتر از حالت شعاعی است ولی در آن کمتر از حالت شعاعی می باشد



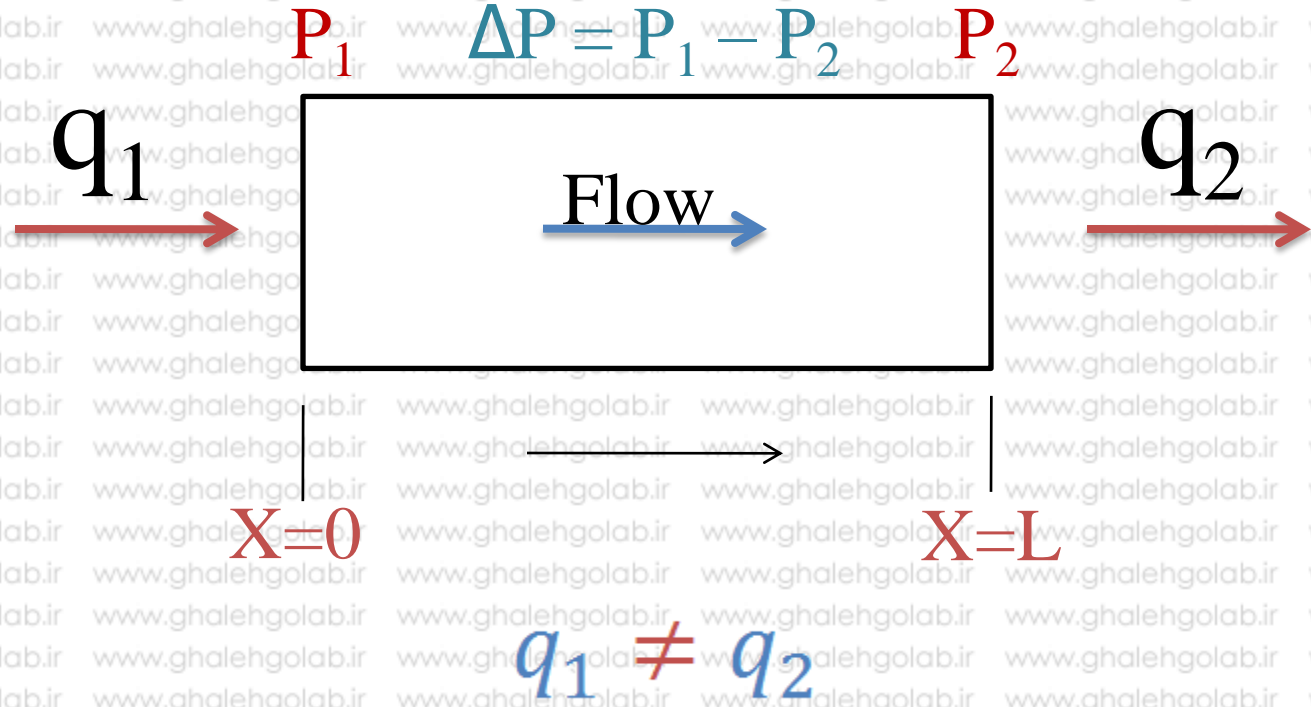
$$q = 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 1.127 \frac{K(4\pi r^2)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 14.16 \frac{Kr^2}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$\frac{dp}{dr} = \frac{qu}{14.16Kr^2}$$

# Case 4: Liner Flow of Slightly (semi)compressible Fluid, Steady State



$$C = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

$$C = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$$

$\times \partial P$   


$$C \partial P = -\frac{1}{V} \partial V$$

$\int$   


$$\int_{P_{ref}}^P C \partial P = \int_{V_{ref}}^V -\frac{1}{V} \partial V$$

$$C(P - P_{ref}) = - \ln \frac{V}{V_{ref}} \longrightarrow C(P_{ref} - P) = \ln \frac{V}{V_{ref}}$$

$\times \exp$



$$\frac{V}{V_{ref}} = e^{C(P_{ref} - P)}$$

$\times V_{ref}$



$$V = V_{ref} e^{C(P_{ref} - P)}$$

$$C = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \longrightarrow \rho = \rho_{ref} e^{C(P_{ref} - P)}$$

$$C = - \frac{1}{q} \left( \frac{\partial q}{\partial P} \right)_T \longrightarrow q = q_{ref} e^{C(P_{ref} - P)}$$

**Instructor: Elyas Golabi**

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

باتوجه به اینکه متغیر X با عبارت  $C(P_{ref} - P)$  برابر است و مقدار عددی C بسیار کوچک است پس می توان معادله بالا را به صورت زیر نوشت

$$e^x = 1 + x$$

$$e^{C(P_{ref} - P)} = 1 + C(P_{ref} - P)$$

$$V = V_{ref} e^{C(P_{ref} - P)} \rightarrow V = V_{ref} [1 + C(P_{ref} - P)]$$

$$\rho = \rho_{ref} e^{C(P_{ref} - P)}$$

$$\rho = \rho_{ref} [1 + C(P_{ref} - P)]$$

$$q = q_{ref} e^{C(P_{ref} - P)}$$

$$q = q_{ref} [1 + C(P_{ref} - P)]$$



$$q = q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)]$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)] = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)] dX = -1.127 \frac{KA}{\mu} dp$$

$$q_{ref} dX = -1.127 \frac{KA}{\mu [1 + C_o (P_{ref} - P)]} dp$$

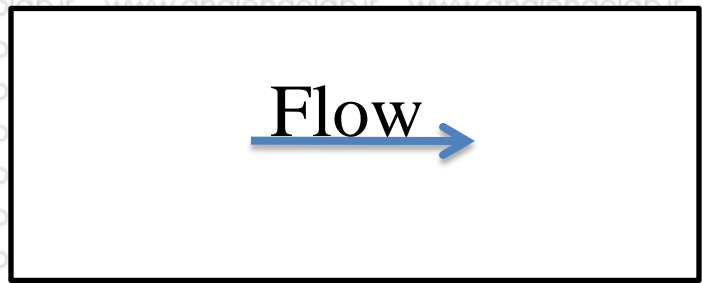
$$\int_0^L q_{ref} dX = \int_{P_1}^{P_2} \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{[1 + C_o (P_{ref} - P)]}$$

$$q_{ref} L = 1.127 \frac{KA}{\mu_o C_o} \ln \left( \frac{1 + C_o (P_{ref} - P_2)}{1 + C_o (P_{ref} - P_1)} \right)$$

$$q_{ref} = 1.127 \frac{KA}{\mu_o C_o L} \ln \left( \frac{1 + C_o (P_{ref} - P_2)}{1 + C_o (P_{ref} - P_1)} \right)$$

$P_1$  $P_2$  $Q_1$ 

Flow

 $Q_2$  $Q_{ref} = Q_1$  $P_{ref} = P_1$  $q_1 \neq q_2$  $Q_{ref} = Q_2$  $P_{ref} = P_2$ 

$$q_1 = 1.127 \frac{KA}{\mu_0 C_0 L} \ln(1 + C_0 (P_1 - P_2))$$

$$q_2 = 1.127 \frac{KA}{\mu_0 C_0 L} \ln\left(\frac{1}{1 + C_0 (P_2 - P_1)}\right)$$

OR

$$q_2 = q_1 \text{Exp}[C_0 (P_1 - P_2)]$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{1 + C(P_{ref} - P)}$$

$$u = 1 + CP_{ref} - CP$$

$$\frac{du}{dP} = -C \rightarrow dP = \frac{du}{-C}$$

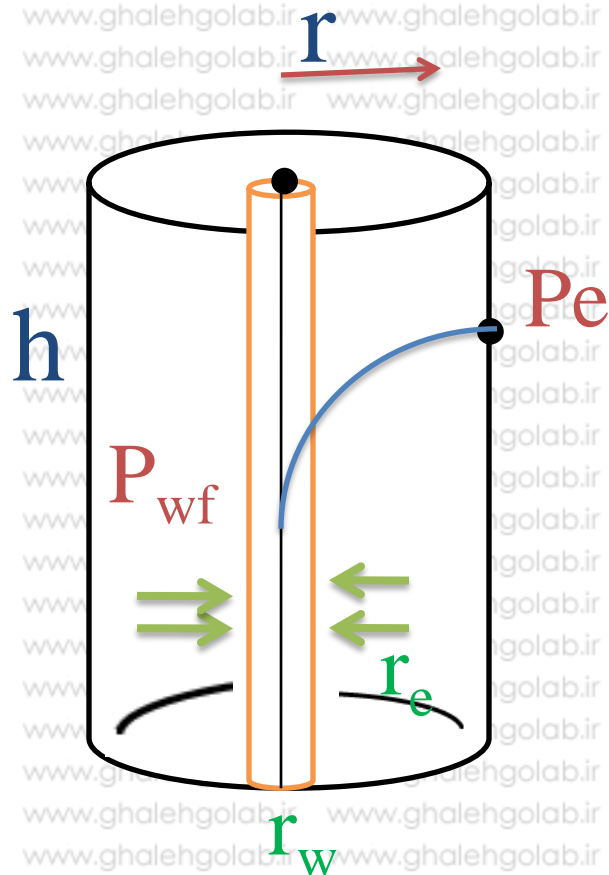
$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{1 + CP_{ref} - CP} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{u} \frac{du}{-C}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{u} \frac{du}{-C} = \frac{1}{-C} \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{u} du = \frac{1}{-C} (\ln u_{P_2} - \ln u_{P_1})$$

$$\frac{1}{-C} \ln \left( \frac{u_{P_2}}{u_{P_1}} \right) = \frac{1}{-C} \ln \left( \frac{1 + C(P_{ref} - P_2)}{1 + C(P_{ref} - P_1)} \right)$$

- $q_{ref}$  = flow rate at a reference pressure, (bbl/day)
- $P_{ref}$  = reference pressure, (psi)
- $P_1$  = upstream pressure (point of flow in), (psi)
- $P_2$  = downstream pressure (point of flow out), (psi)
- $k$  = permeability, (md or d)
- $\mu$  = viscosity, (cp)
- $c$  = average liquid compressibility, (psi<sup>-1</sup>)

# Case 5: Radial Flow of Slightly (Low)compressible Fluid , Steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

Modification for  
Radial Case,  $A = 2\pi rh$

$$q = +1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 7.08 \frac{K r h}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q \frac{dr}{r} = 7.08 \frac{K h}{\mu} dp$$

$$q = q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)]$$

$$q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)] \frac{dr}{r} = 7.08 \frac{K h}{\mu} dp$$

$$q_{ref} \frac{dr}{r} = 7.08 \frac{K h}{\mu_o} \frac{dp}{[1 + C_o (P_{ref} - P)]}$$

$$\int_{r_w}^{r_e} q_{ref} \frac{dr}{r} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 7.08 \frac{K h}{\mu_o} \frac{dp}{[1 + C_o (P_{ref} - P)]}$$

$$q_{ref} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) = -7.08 \frac{K h}{\mu_o C_o} \ln\left(\frac{1 + C_o (P_{ref} - P_e)}{1 + C_o (P_{ref} - P_{wf})}\right)$$

$$q_{ref} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) = +7.08 \frac{K h}{\mu_o C_o} \ln\left(\frac{1 + C_o (P_e - P_{ref})}{1 + C_o (P_{wf} - P_{ref})}\right)$$

$$q_{ref} = +7.08 \frac{K h}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \mu_o C_o} \ln\left(\frac{1 + C_o (P_e - P_{ref})}{1 + C_o (P_{wf} - P_{ref})}\right)$$

$$q_{ref} = q_e$$

$$P_{ref} = P_e$$

$$q_{ref} = q_w$$

$$P_{ref} = P_{wf}$$

$$q_w = 7.08 \frac{K h}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \mu_o C_o} \ln(1 + C_o (P_e - P_{wf}))$$

$$q_e = 7.08 \frac{K h}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \mu_o C_o} \ln\left(\frac{1}{1 + C_o (P_{wf} - P_e)}\right)$$

**Instructor: Elyas Golabi**



# Example :

The following data are available on a well in the Red River field:

$$P_e = 2506 \text{ psi} \quad P_{wf} = 1800 \text{ ft} \quad r_e = 745 \text{ ft} \quad r_w = 0.25$$

$$B_o = 1.25 \quad \mu_o = 2.5 \quad C_o = 25 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

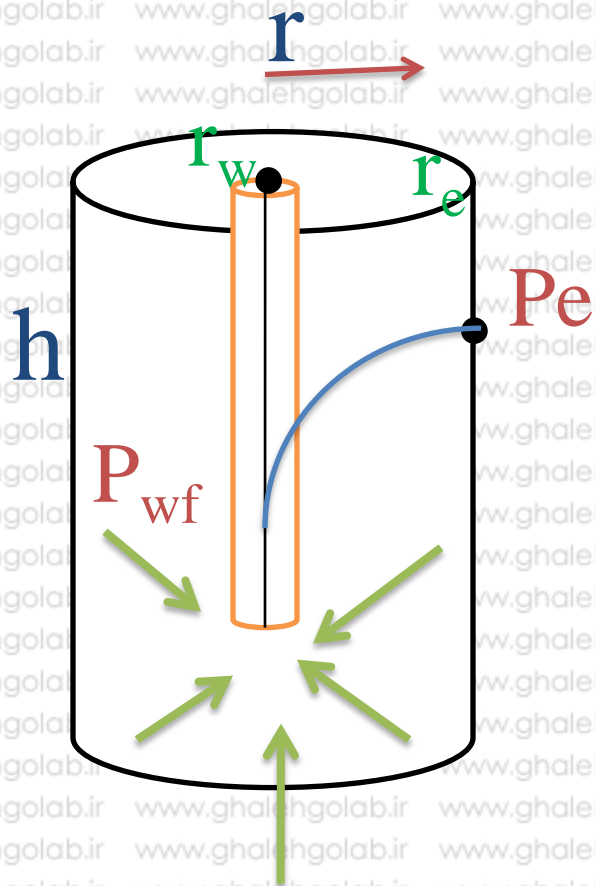
$$K = 0.12 \text{ Darcy} \quad h = 25 \text{ ft.}$$

Assuming a Radial flow and slightly compressible fluid, calculate the oil flow rate.

Compare the result with that of incompressible fluid.

## Case 6:

# Spherical Flow of Slightly (Low)compressible Fluid , Steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 4\pi r^2$$

$$q = 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 1.127 \frac{K(4\pi r^2)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$


$$q = 14.16 \frac{Kr^2}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q dr = 14.16 \frac{Kr^2}{\mu} dP$$

$$q \frac{dr}{r^2} = 14.16 \frac{K}{\mu} dP$$

$$q \frac{dr}{r^2} = 14.16 \frac{K}{\mu} dP$$

$$q = q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)]$$


$$q_{ref} [1 + C_o (P_{ref} - P)] \frac{dr}{r^2} = 14.16 \frac{K}{\mu_o} dP$$

$$q_{ref} \frac{dr}{r^2} = 14.16 \frac{K}{\mu_o} \frac{dP}{[1 + C_o (P_{ref} - P)]}$$

$$\int_{r_w}^{r_e} q_{ref} \frac{dr}{r^2} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 14.16 \frac{K}{\mu_o} \frac{dP}{[1 + C_o (P_{ref} - P)]}$$

$$q_{ref} \left( \frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_w} \right) = -14.16 \frac{K}{\mu_o C_o} \ln \left( \frac{1 + C_o (P_{ref} - P_e)}{1 + C_o (P_{ref} - P_{wf})} \right)$$

$$\xrightarrow{\times (-)} q_{ref} \left( \frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w} \right) = +14.16 \frac{K}{\mu_o C_o} \ln \left( \frac{1 + C_o (P_{ref} - P_e)}{1 + C_o (P_{ref} - P_{wf})} \right)$$

$$q_{ref} = 14.16 \frac{K}{\left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w}\right) \mu_o C_o} \text{Ln} \left( \frac{1 + C_o (P_{ref} - P_e)}{1 + C_o (P_{ref} - P_{wf})} \right)$$

$q_{ref} = q_w$

$P_{ref} = P_{wf}$

$q_{ref} = q_e$

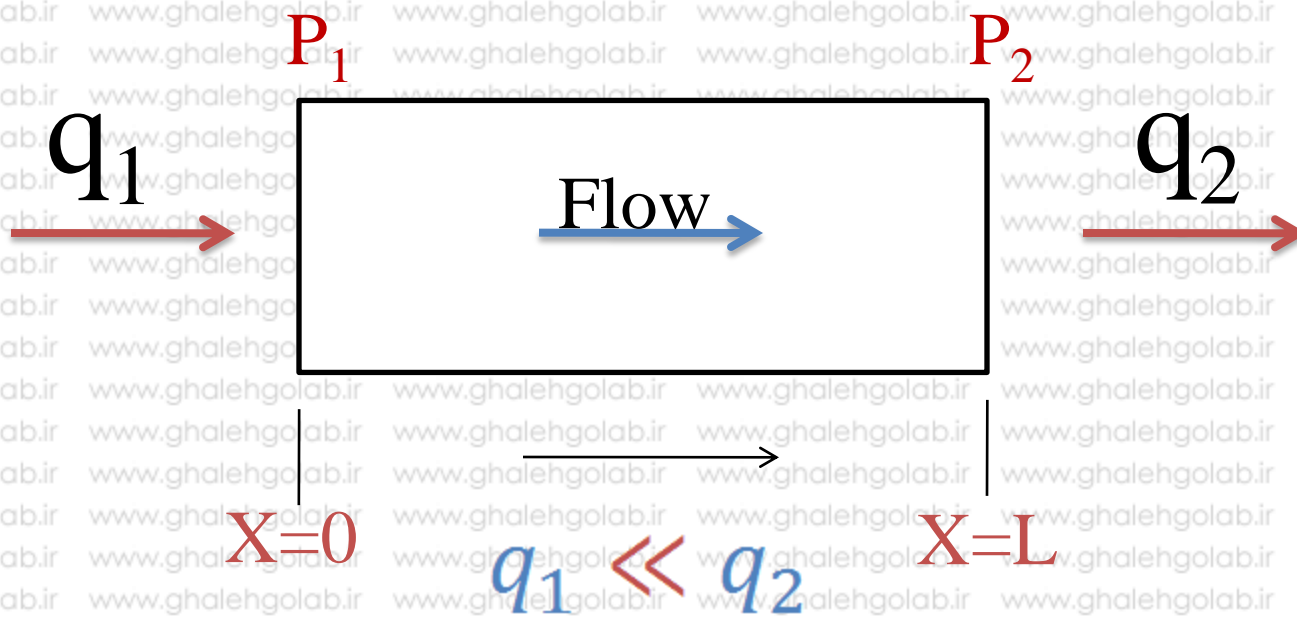
$P_{ref} = P_e$

$$q_e = 14.16 \frac{K}{\left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w}\right) \mu_o C_o} \text{Ln} \left( \frac{1}{1 + C_o (P_e - P_{wf})} \right)$$

$$q_w = 14.16 \frac{K}{\left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w}\right) \mu_o C_o} \text{Ln} (1 + C_o (P_{wf} - P_e))$$

# Case 7:

## Liner Flow of compressible Fluid (gas), Steady State



$$PV = ZnRT$$

1

$$n = \frac{PV}{ZRT}$$

حجم اشغال شده توسط n مول گاز، در شرایط استاندارد

$$V_{sc} = \frac{nZ_{sc}RT_{sc}}{P_{sc}}$$

2

$$n = \frac{P_{sc}V_{sc}}{Z_{sc}RT_{sc}}$$

$$\frac{PV}{ZRT} = \frac{P_{sc}V_{sc}}{Z_{sc}RT_{sc}} \rightarrow \frac{PV}{ZT} = \frac{P_{sc}V_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}}$$



$$PV(ft^3) = Zn(Lb_{mol})RT$$

$$PV\left(\frac{ft^3}{day}\right) = Zn\left(\frac{Lb_{mol}}{day}\right)RT \rightarrow Pq\left(\frac{ft^3}{day}\right) = Zn\left(\frac{Lb_{mol}}{day}\right)RT$$

$$\frac{PV}{ZT} = \frac{P_{sc}V_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}}$$

$$\frac{Pq}{ZT} = \frac{P_{sc}q_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}}$$

$$\frac{Pq \times 5.615}{ZT} = \frac{P_{sc}q_{sc}}{Z_{sc}T_{sc}}, \left(\frac{q_{bbl}}{day}\right)$$

$$ZT P_{sc} q_{sc}$$

$$q = \frac{5.615 P Z_{sc} T_{sc}}{ZT P_{sc} q_{sc}}$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$\frac{ZT P_{sc} q_{sc}}{5.615 P Z_{sc} T_{sc}} = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$\frac{ZT P_{sc} q_{sc}}{5.615 P Z_{sc} T_{sc}} dX = -1.127 \frac{KA}{\mu} dp$$

$$q_{sc} dX = -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc}}{\mu Z T P_{sc}} P dp$$

$$\int_0^L q_{sc} dX = \int_{P_1}^{P_2} -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc}}{\mu Z T P_{sc}} P dp$$

$$q_{sc} L = -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc} (P_2^2 - P_1^2)}{\mu Z T P_{sc} 2}$$

$$q_{sc} = +6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc} (P_1^2 - P_2^2)}{\mu Z T P_{sc} L 2}$$

$T_{sc} = 520 \text{ R}$ ,  $P_{sc} = 14.7 \text{ psi}$  and with Assuming  $Z_{sc} = 1$

$$q_{sc} \text{ (scf/day)} = 111.9 \frac{KA}{\mu_g Z T L} (P_1^2 - P_2^2)$$

باتوجه به اینکه  $\mu$  و  $Z$  گاز تابع فشار می باشند، می بایست مقادیر آنها را در فشار متوسط محاسبه نمایم

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{P_1^2 + P_2^2}{2}}$$

For Natural Gas system

$$T_{pc} = 168 + 325\gamma_g - 12.5\gamma_g^2$$

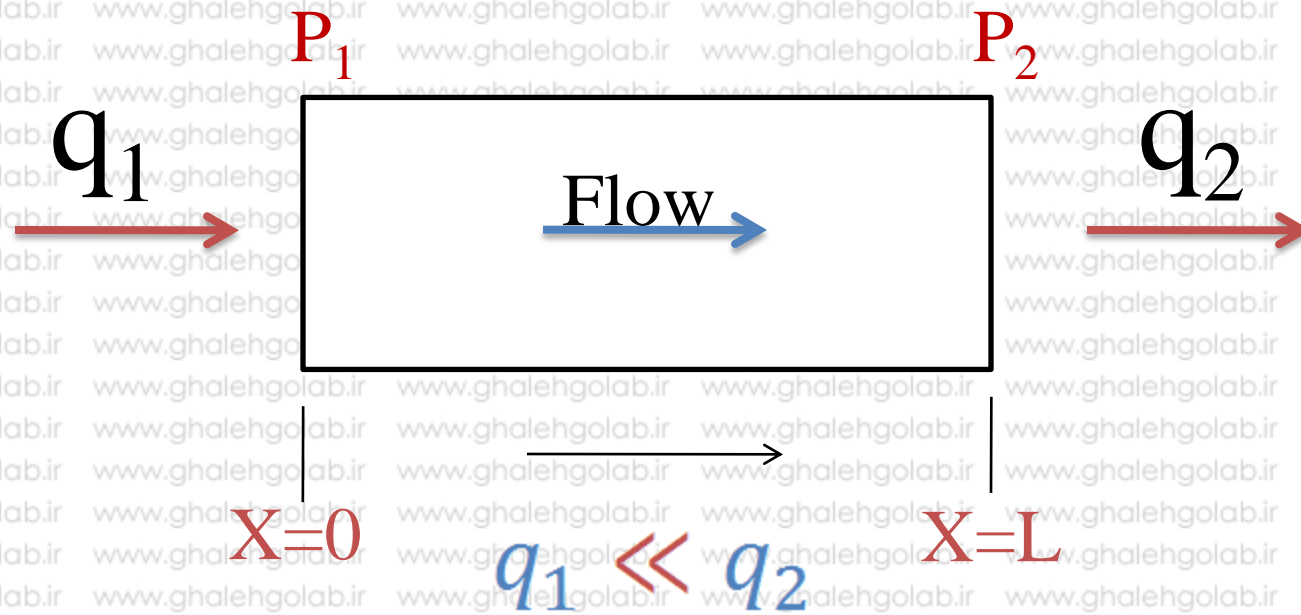
$$P_{pc} = 677 + 15\gamma_g - 37.5\gamma_g^2$$

For Gas Condensate system

$$T_{pc} = 187 + 330\gamma_g - 71.5\gamma_g^2$$

$$P_{pc} = 706 - 51.7\gamma_g - 11.1\gamma_g^2$$

# Pressure Distribution in Liner Flow of compressible Fluid (gas), Steady State



$$q = \frac{ZT P_{sc} q_{sc}}{5.615 P Z_{sc} T_{sc}}$$

$$q = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$\frac{ZT P_{sc} q_{sc}}{5.615 P Z_{sc} T_{sc}} = -1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dX}$$

$$\frac{ZT P_{sc} q_{sc}}{5.615 P Z_{sc} T_{sc}} dX = -1.127 \frac{KA}{\mu} dp$$

$$q_{sc} dX = -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc}}{\mu Z T P_{sc}} P dp$$

$$\int_0^x q_{sc} dX = \int_{P_1}^P -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc}}{\mu Z T P_{sc}} P dp$$

$$q_{sc} x = -6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc} (P^2 - P_1^2)}{\mu Z T P_{sc} 2}$$

$$q_{sc} = +6.328 \frac{KAZ_{sc} T_{sc} (P_1^2 - P^2)}{\mu Z T P_{sc} x 2}$$

$$q_{sc} = 111.9 \frac{KA}{\mu_g ZT x} (P_1^2 - P^2)$$

$$(P_1^2 - P^2) = \frac{\mu_g ZT x q_{sc}}{111.9 KA}$$

$$P^2 = P_1^2 - \frac{\mu_g ZT q_{sc}}{111.9 KA} x$$

$$P = \sqrt{P_1^2 - \frac{\mu_g ZT q_{sc}}{111.9 KA} x}$$



# Example :

- A linear porous media is flowing a 0.72 Specific gravity gas at 140°F. The upstream and downstream pressures are 2100 psi and 1894.73 psi, respectively. The cross-sectional area is constant at 4500 ft<sup>2</sup>. The total length is 2500 feet with an absolute permeability of 60 md. Calculate the gas flow rate in scf/day, ( $P_{sc} = 14.7$  psia,  $T_{sc} = 520^{\circ}R$ ).

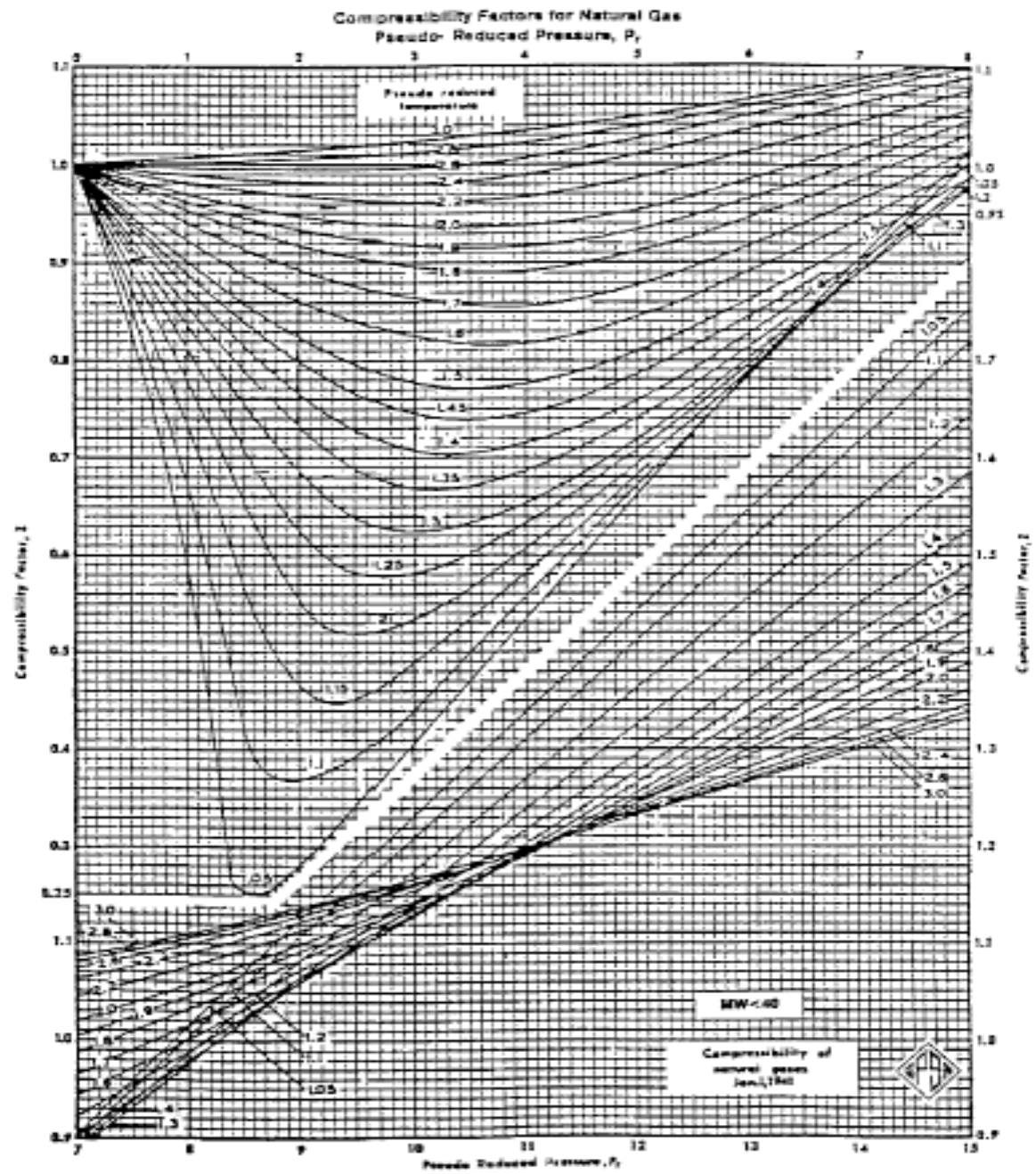
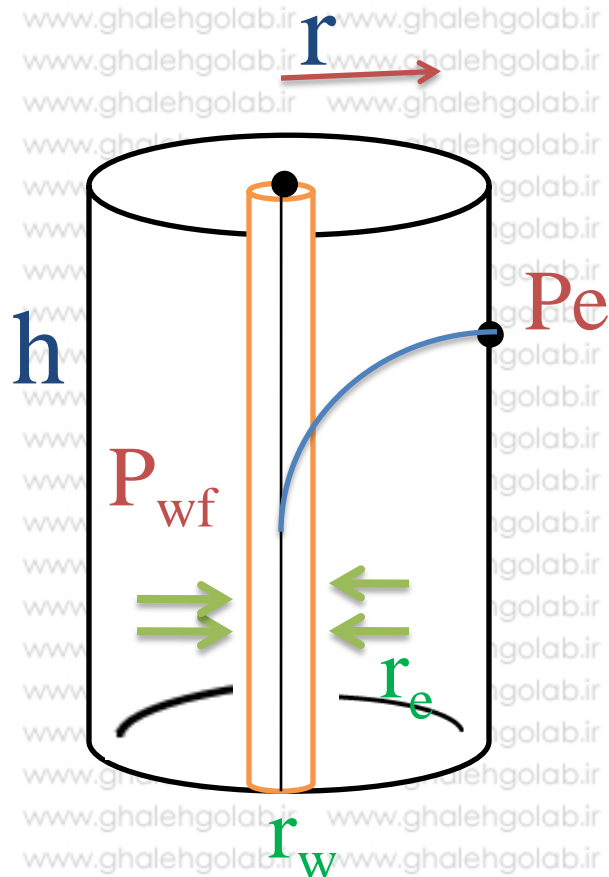


Figure 2-1. Standing and Katz compressibility factors chart. (Courtesy of GPSA and GPA Engineering Data Book, EO Edition, 1987.)

## Case 8:

# Radial Flow of compressible Fluid (gas), Steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$q = +1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = 1.127 \frac{K(2\pi rh)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = \frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}}$$

$$\frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}} = 1.127 \frac{K(2\pi rh)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$\frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}} \frac{dr}{r} = 1.127 \frac{K(2\pi h)}{\mu} dp$$

$$\frac{q_{sc} T dr}{Kh r} = 1.127 \frac{5.615Z_{sc}T_{sc}(2\pi)P}{ZP_{sc}\mu} dp$$

$$T_{sc} = 520 R, Z_{sc} = 1 \text{ and } P_{sc} = 14.7 \text{ psi}$$

$$\frac{q_{sc} T dr}{Kh r} = 703 \frac{2P}{\mu_g Z} dp$$

$$\int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{q_{sc} T}{Kh} \right) \frac{dr}{r} = \int_{P_{wf}}^P 703 \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$\left( \frac{q_{sc} T}{Kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 \int_{P_{wf}}^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$\int_{P_{wf}}^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp = \int_0^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp - \int_0^{P_{wf}} \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$\left( \frac{q_{sc} T}{Kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 \left[ \int_0^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp - \int_0^{P_{wf}} \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp \right]$$

# Real Gas Pseudo Pressure (Real Gas Potential)

$$m(P) = \psi = \int_0^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$\left( \frac{q_{sc} T}{Kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 \left[ \int_0^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp - \int_0^{P_{wf}} \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp \right]$$

$$\psi = \psi_w + \frac{q_{sc} T}{703 Kh} \ln \left( \frac{r}{r_w} \right)$$

$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (\psi - \psi_w)}{T \ln \left( \frac{r}{r_w} \right)}$$

$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (\psi - \psi_w)}{TLn\left(\frac{r}{r_w}\right)}$$

$$\frac{scf}{1000} = Mscf$$

$$\frac{703}{1000} = 0.703 = \frac{1}{1.422}, K: \text{darcy}$$

$$q_{sc} = \frac{Kh (\psi - \psi_w)}{1.422 TLn\left(\frac{r}{r_w}\right)}, Msf / \text{day}$$

$$\frac{0.703}{1000} = 0.000703 = \frac{1}{1422}, K: \text{m darcy}$$

$$q_{sc} = \frac{Kh (\psi - \psi_w)}{1422 TLn\left(\frac{r}{r_w}\right)}, Msf / \text{day}$$



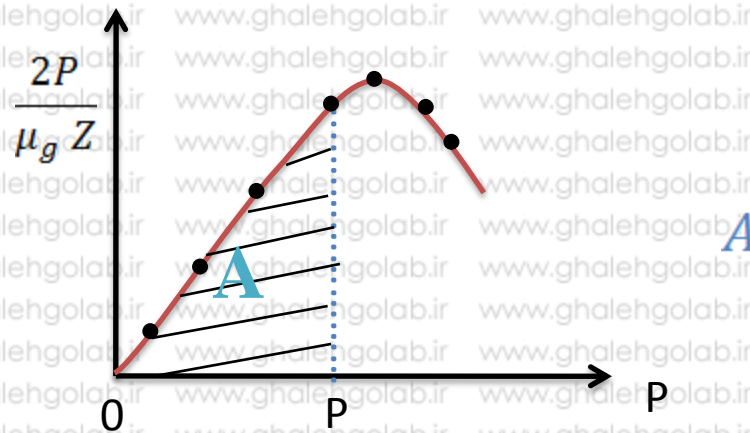
$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (\psi - \psi_w)}{T \ln \left( \frac{r}{r_w} \right)}$$

- $\psi_e$  = real gas potential as evaluated from 0 to  $P_e$ ,  $psi^2/cp$
- $\psi_w$  = real gas potential as evaluated from 0 to  $P_{wf}$ ,  $psi^2/cp$
- $k$  = permeability,  $d$  or  $md$
- $h$  = thickness,  $ft$
- $r_e$  = drainage radius,  $ft$
- $r_w$  = wellbore radius,  $ft$
- $q_{sc}$  = gas flow rate,  $scf/day$



[www.Oilman.mihanblog.com](http://www.Oilman.mihanblog.com)

Graph of  $\Psi$  vs.  $\ln(r/r_w)$ .



$$A = \int_0^P \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

# Approximation of the Gas Flow Rate

$$\frac{q_{sc} T}{Kh} \frac{dr}{r} = 703 \frac{2P}{\mu_g Z} dp$$

Assuming  $\mu_g$  and  $Z = \text{Constant}$

$$\int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{q_{sc} T}{Kh} \right) \frac{dr}{r} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 703 \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_{g,av} Z_{av} T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

محاسبه تقریبی دبی گاز به این روش  
داروش مجذور فشار می گویند  
(pressure-squared)

$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu g_{av} Z_{av} T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

در رابطه بالا فرض بر این است که  $\mu_g$  و  $Z$  ثابت باشند و رابطه بالا برای فشارهای کمتر از **2000 psi** از دقت بیشتری برخوردار بوده و خواص متوسط گاز در فشار متوسط محاسبه می شوند.

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{P_e^2 + P_{wf}^2}{2}}$$

# Example

The following PVT data from a gas well in the Anaconda Gas Field is

p (psi)	$\mu_g$ (cp)	Z
2800	0.02170	0.775
3200	0.02340	0.797
3600	0.02500	0.827
4000	0.02660	0.860
4400	0.02831	0.896

The well is producing at a stabilized bottom-hole flowing pressure of 3600 psi. The wellbore radius is 0.3 ft. The following additional data is available:

$$k = 65 \text{ md} \quad h = 15 \text{ ft} \quad T = 600^\circ\text{R} \quad P_e = 4400 \text{ psi} \quad r_e = 1000 \text{ ft}$$

Calculate the gas flow rate in Mscf/day by pressure square method.

$$q_{sc} = 703 \frac{Kh (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_g Z_{av} T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

• اگر در رابطه بالا ما هم ثابت فرض کرد و آنجا خواهیم داشت

$$C = \text{constant} = 703 \frac{Kh}{\mu_g Z T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

$$q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

$$\text{Log } q_{sc} = \text{Log } C + \text{Log } (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

**Instructor: Elyas Golabi**

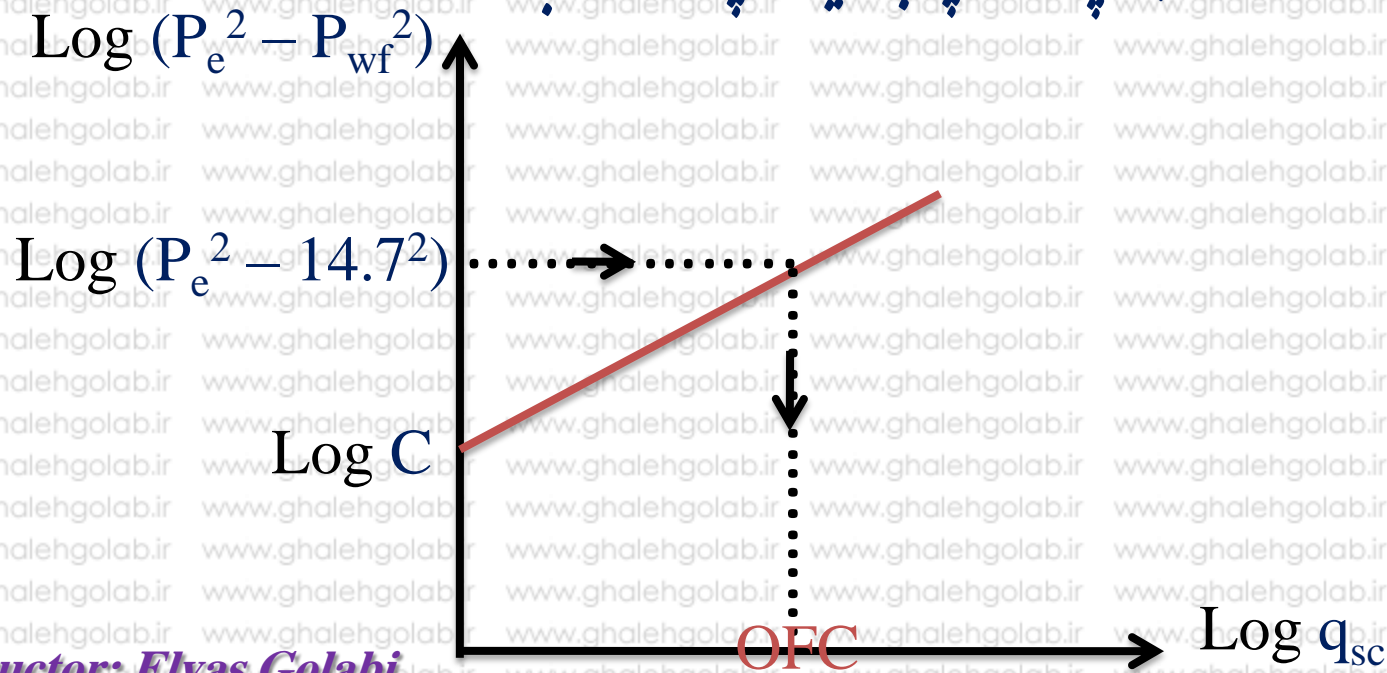
$$\text{Log } q_{sc} = \text{Log } C + \text{Log } (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

به طوری که مشاهده می شود این رابطه معادله یک خط راست است. یعنی اگر  $\text{Log } q_{sc}$  را نسبت

به  $\text{Log } (P_e^2 - P_{wf}^2)$  رسم کنیم یک خط راست بدست می آید که  $\text{Log } C$  مبداء آن

است. توسط این سنجی می توان ماکزیمم دبی تولیدی ( $q_{max}$ ) یک چاه گازی یا OFC

یعنی پتانسیل چاه باز، یک چاه گازی را بدست آورد.



• دکشته برای بدست آوردن **OFC** یک چاه گازی، چاه را بازمی گذاشتند و توسط آزمایش یا تست

پس فشار (back pressure test) مقدار  $q_{max}$  را بدست می آورند

• به این ترتیب که فشار پس فشار را مرتباً کاهش می دادند تا به مقدار میسیم خود یعنی فشار اتمسفری یا **14.7psi**

می رسیدند، در این فشار دبی چاه ما کمترین است. این آزمایش سبب بدر رفتن گاز و آسیب به محیط زیست می

شد. اما راه ساده تر این است که توسط منحنی قبل **OPC** یک چاه را بدست آورد.



• معادله  $q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)$  برای یک جریان آرام (Laminar) گاز است و برای جریان

متلاطم گاز (Turbulent) رابطه را بشکل زیر می نویسیم  $q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)^n$  که در این معادله n

ضریب جریان متلاطم (Turbulent Factor) می باشد. برای جریان متلاطم هم مانند جریان آرام مخنی را

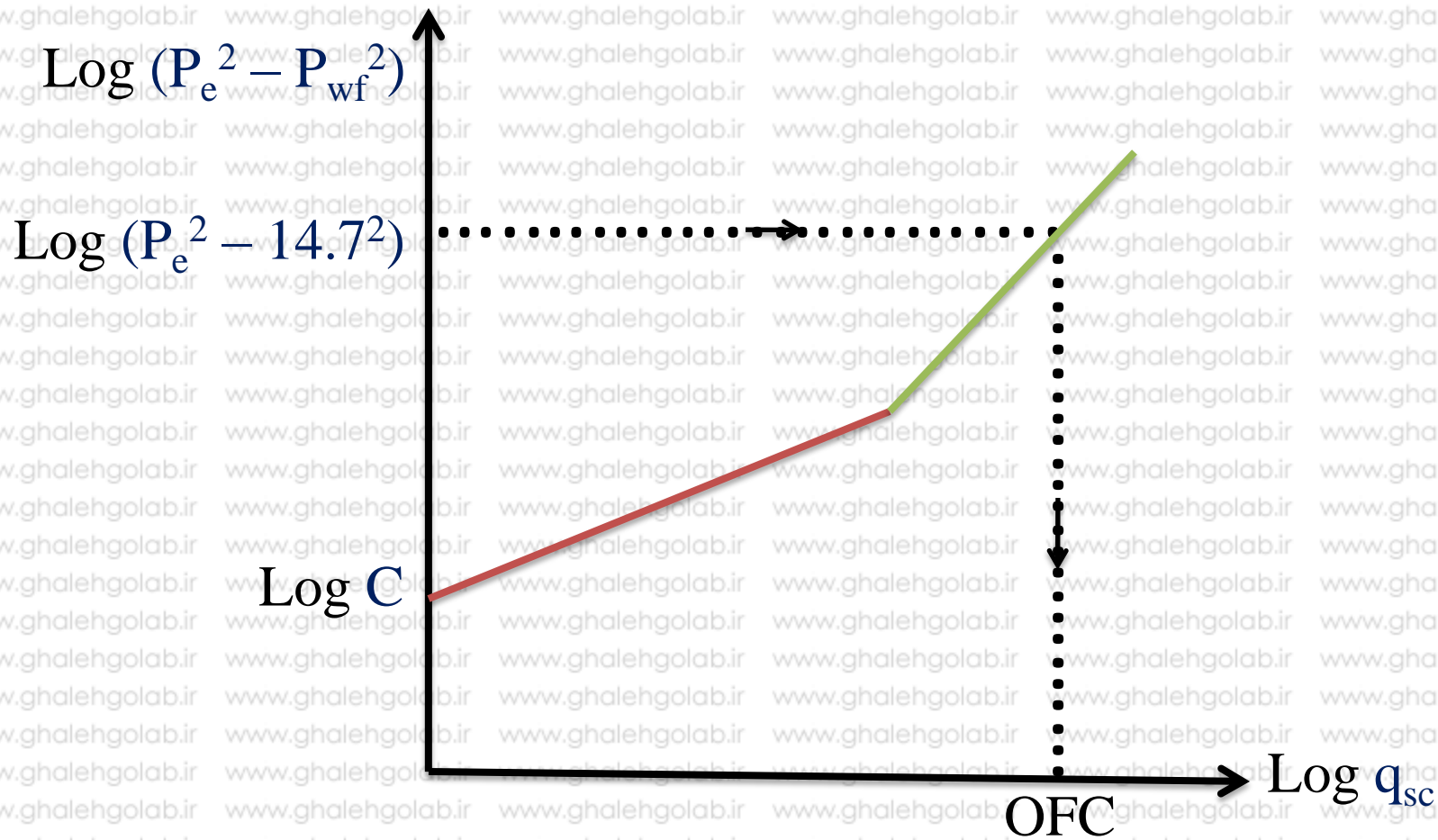
رسم کرده و مشاهده می شود که زاویه شیب خط از 45 درجه (برای حالت آرام) کمتر شده یعنی شیب تندتر می شود

(30 degree) .

• جریان آشفته برای گازها در فشارهای بالا و دبی های بالا اتفاق می افتد

• for laminar flow  $q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)$

• for turbulent flow  $q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)^n$



$$q_{\max} = \text{OFC} = C (P_e^2 - 14.7^2)^n$$

For laminar flow  $n = 1$

# Example

The back pressure data test in the well gas is following available.

زمانی که فشار مخزن با فشار backpressure برابر شود،

دبی صفر می گردد

Calculated the n, C and OFC.

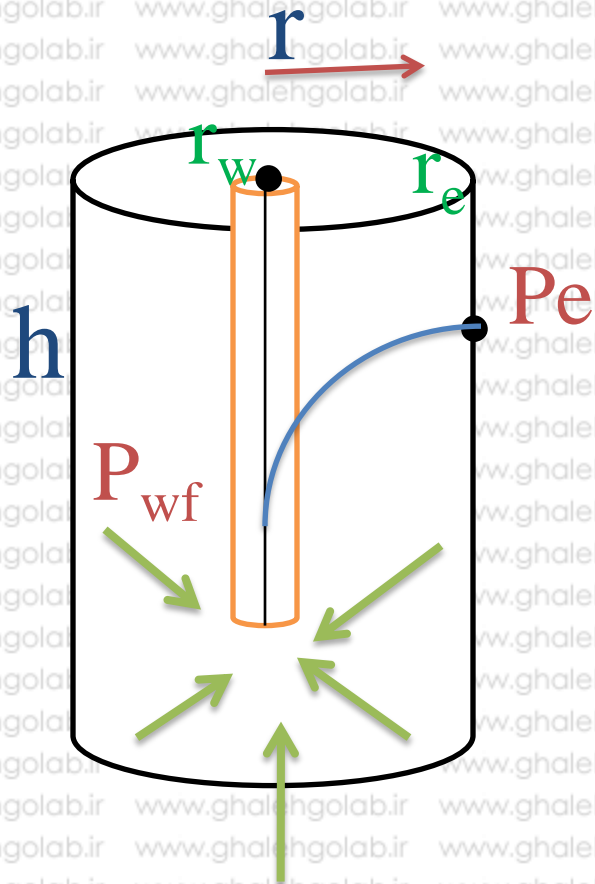
$q_{sc}$ (Mscf/day)	$P_{wf}$ (psi)
0	$408.2 = P_e = P_{ref}$
4.317	401.9
9.424	394.0
15.628	378.7
20.273	362.7



[www.Oilman.mihanblog.com](http://www.Oilman.mihanblog.com)

## Case 9:

# Spherical Flow of compressible Fluid (gas), Steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 4\pi r^2$$

$$q = +1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$r = r_e \text{ and } A = 4\pi r^2$$

$$q = 1.127 \frac{K(4\pi r^2)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$q = \frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}}$$

$$\frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}} = 1.127 \frac{K(4\pi r^2)}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$\frac{ZTP_{sc}q_{sc}}{5.615PZ_{sc}T_{sc}} \frac{dr}{r^2} = 1.127 \frac{K(4\pi)}{\mu} dp$$

$$\left\{ \frac{q_{sc} T}{K} \frac{dr}{r^2} = 1.127 \frac{5.615Z_{sc}T_{sc} 2(2\pi)P}{ZP_{sc}\mu} dp \right.$$

$T_{sc} = 520 R, Z_{sc} = 1$  and  $P_{sc} = 14.7$  psi

$$\frac{q_{sc} T}{K} \frac{dr}{r^2} = 1406 \frac{2P}{\mu_g Z} dp$$

$$\int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{q_{sc} T}{K} \right) \frac{dr}{r^2} = \int_{P_{wf}}^P 1406 \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$\left(\frac{q_{sc} T}{K}\right) \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r}\right) = 1406 \int_{P_{wf}}^P \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp$$

$$\int_{P_{wf}}^P \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp = \int_0^P \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp - \int_0^{P_{wf}} \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp$$

$$\left(\frac{q_{sc} T}{K}\right) \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r}\right) = 1406 \left[ \int_0^P \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp - \int_0^{P_{wf}} \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp \right]$$

$$m(P) = \psi = \int_0^P \left(\frac{2P}{\mu_g Z}\right) dp$$

$$\psi = \psi_w + \frac{q_{sc} T}{1406 K} \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r}\right)$$

**Instructor: Elyas Golabi**

$$q_{sc} = 1406 \frac{K (\psi - \psi_w)}{T \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r} \right)}$$

- $\psi_e =$  real gas potential as evaluated from 0 to  $P_e$ ,  $psi^2/cp$
- $\psi_w =$  real gas potential as evaluated from 0 to  $P_{wf}$ ,  $psi^2/cp$
- $k =$  permeability,  $d$  or  $md$
- $h =$  thickness,  $ft$
- $r_e =$  drainage radius,  $ft$
- $r_w =$  wellbore radius,  $ft$
- $q_{sc} =$  gas flow rate,  $scf/day$



# Approximation of the Gas Flow Rate

$$\frac{q_{sc} T}{K} \frac{dr}{r^2} = 1406 \frac{2P}{\mu_g Z} dp$$

Assuming  $\mu_g$  and  $Z = \text{Constant}$

$$\int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{q_{sc} T}{K} \right) \frac{dr}{r^2} = \int_{P_{wf}}^{P_e} 1406 \left( \frac{2P}{\mu_g Z} \right) dp$$

$$q_{sc} = 1406 \frac{K (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_{g,av} Z_{av} T \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r} \right)}$$

محاسبه تقریبی دبی گاز به این روش  
داروش مجذور فشار می گویند  
(pressure-squared)

$$q_{sc} = 1406 \frac{K (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_{g,av} Z_{av} T \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_w} \right)}$$

در رابطه بالا فرض بر این است که  $\mu_g$  و  $Z$  ثابت باشند و رابطه بالا برای فشارهای کمتر از **2000 psi** از دقت بیشتری برخوردار بوده و خواص متوسط گاز در فشار متوسط محاسبه می شوند

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{P_e^2 + P_{wf}^2}{2}}$$

$$q_{sc} = 1406 \frac{K (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\mu_{g_{av}} Z_{av} T \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r} \right)}$$

• اگر در رابطه بالا ما هم ثابت فرض کرد آنگاه خواهیم داشت

$$C = constant = 1406 \frac{K}{\mu_g Z T \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r} \right)}$$

$$q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

$$\text{Log } q_{sc} = \text{Log } C + \text{Log } (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

$$q_{max} = \text{OFC} = C (P_e^2 - 14.7^2)^n$$

For laminar flow  $n = 1$

Instructor: Elyas Golabi

# Horizontal Multiple-Phase Flow

• در جریان هم زمان چند فاز در یک محیط متخلخل واقعی باید از مفاهیم نفوذپذیری موثر و خواص مخصوص

سیال در معادله داری استفاده کرد. برای یک جریان شعاعی شکل کلی معادله داری برای هر فاز

بصورت زیر است

$$q_g = 1.127 \left( \frac{2\pi r h}{\mu_g} \right) k_g \frac{dP}{dr}$$

$$q_o = 1.127 \left( \frac{2\pi r h}{\mu_o} \right) k_o \frac{dP}{dr}$$

$$q_w = 1.127 \left( \frac{2\pi r h}{\mu_w} \right) k_w \frac{dP}{dr}$$

$k =$  permeability,  $d$

$\mu =$  density,  $cp$

$q =$  flow rate,  $bbl/day$

$$K_o = K_{ro} K$$



$$q_o = 7.08 K r h \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right) \frac{dP}{dr}$$

$$K_w = K_{rw} K$$




$$q_w = 7.08 K r h \left( \frac{K_{rw}}{\mu_w} \right) \frac{dP}{dr}$$

$$K_g = K_{rg} K$$



$$q_g = 7.08 K r h \left( \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) \frac{dP}{dr}$$


$$q_o = 7.08 \frac{Kh k_{ro} (P_e - P_{wf})}{\mu_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$q_w = 7.08 \frac{Kh k_{rw} (P_e - P_{wf})}{\mu_w \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$q_g = 703 \frac{Kh k_{rg} (\psi_e - \psi_{wf})}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$q_g = 703 \frac{Kh k_{rg} (\psi_e - \psi_{wf})}{T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

## Pressure Square Method

$$q_g = 703 \frac{Kh k_{rg} (P_e^2 - P_{wf}^2)}{Z \mu_g T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$WOR = \frac{q_w}{q_o} = \frac{K_{rw} \mu_o}{K_{ro} \mu_w} \left( \frac{bbl}{bbl} \right)$$

$$WOR = \frac{Q_w}{Q_o} = \frac{K_{rw} \mu_o B_o}{K_{ro} \mu_w B_w} \left( \frac{STB}{STB} \right)$$

$$GOR = \frac{R_s Q_o + Q_g}{Q_o} = R_s \frac{Q_g}{Q_o} \left( \frac{scf}{STB} \right)$$

$$GOR = R_s + \frac{K_{rg} \mu_o B_o}{K_{ro} \mu_g B_g} \left( \frac{scf}{STB} \right)$$

$$B_g = 0.005035 \frac{ZT}{P} \left( \frac{bbl}{scf} \right)$$



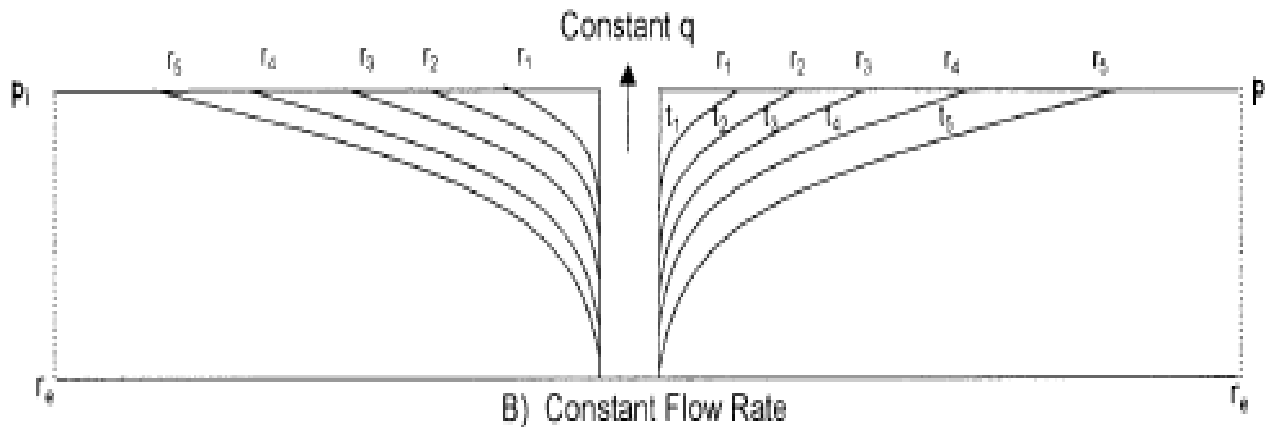
- GOR = instantaneous gas-oil ratio, **scf/STB**
- WOR = water-oil ratio, **STB/STB or bbl/bbl**
- $R_s$  = gas solubility, **scf/STB**
- $Q_g$  = free gas flow rate, **scf/day**
- $Q_o$  = oil flow rates, **STB/day**
- $Q_w$  = water flow rates, **STB/day**
- $B_o$  = oil formation volume factor, **bbl/STB**
- $B_w$  = water formation volume factor, **bbl/STB**
- $B_g$  = gas formation volume factor, **bbl/scf**

# Unsteady State Flow (Transient Flow)

• چنانچه تولید از چاه مادنی ثابت  $q$  شروع شود بلافاصله فشار در حفره چاه ( $P_{wf}$ ) کاهش پیدا می کند و فشار مخزن دچار آشفتگی می گردد. این آشفتگی فشار از حفره چاه شروع می شود و تابع عوامل زیر است:

- Permeability
- Porosity
- Fluid viscosity
- Rock and fluid compressibilities

• توزیع فشار مخزن در مراحل زمانی پس از تولید در موقعیت‌های مختلف متفاوت خواهد بود و هرچه این موقعیت‌ها از چاه دورتر باشد فشار مخزن بیشتر خواهد شد تا اینکه در یک موقعیت و شعاع خاص، فشار با فشار اولیه مخزن ( $P_i$ ) برابر می‌شود.



در هر مرحله زمانی شعاعی که در آن فشار مخزن برابر فشار اولیه مخزن می‌شود را **radius of investigation** یا  $(r_{inv})$  می‌گویند

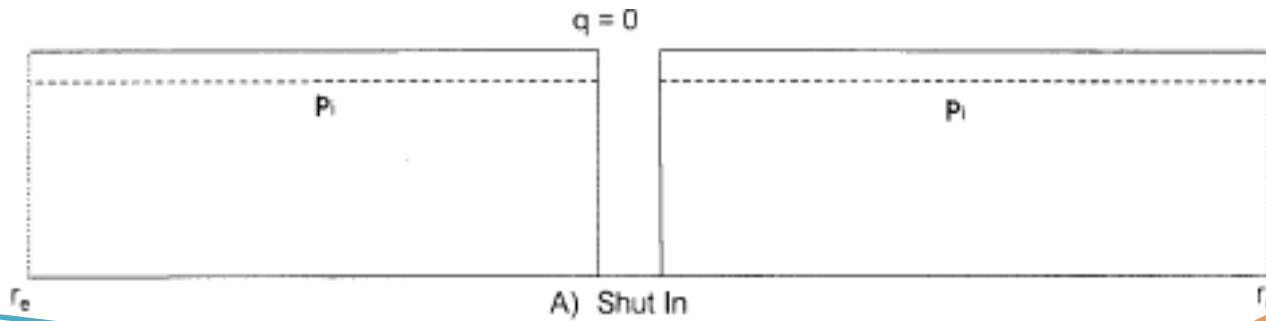
• در هر زمان مشخص اگر  $r_{inv} < r_e$  باشد مخزن به گونه ای عمل می کند که کوئی یک مخزن بدون مرز و

بی نهایت (infinite) است، در این حالت جریان در مخزن بصورت جریان نامیdar خواهد بود.

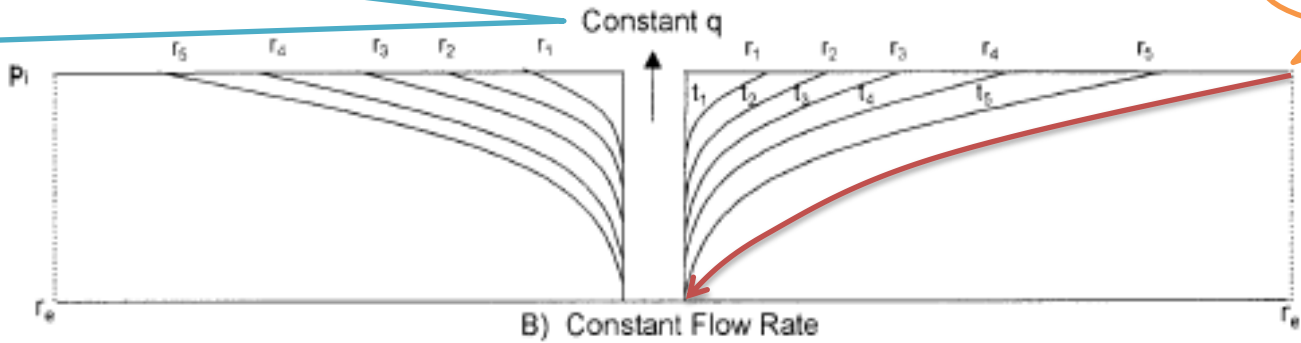
• در جریان نامیdar، مرز مخزن هیچ اثری بر فرآیند جریان نخواهد داشت.

• برای چاهی با فشارته چاهی ثابت نسزمی توان رفتار مشابهی با چاهی که دارای فشارته چاهی غیر ثابت است، مشاهده کرد

دیک چاه پایداری است  $P_{wf}$

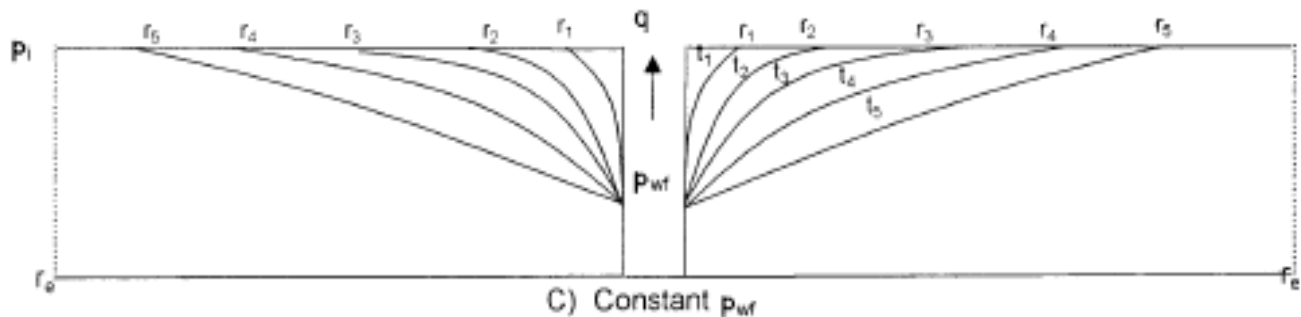


A) Shut In



B) Constant Flow Rate

$$r_e = r_{inv}$$



C) Constant  $p_{wf}$

در زمانی که  $r_{inv} = r_e$  شود میانگن رسیدن سیستم به حالت پایداری شبه پایداری است.  
 که اگر مخزن سفره آبی داشته باشد، جریان پایدار و اگر سفره آبی نداشته باشد، جریان شبه پایداری خواهد بود.

# Effective Parameter on Unsteady State Flow

- Time, ( $t$ )
- Porosity, ( $\phi$ )
- Total compressibility, ( $c_t$ )

• از ترکیب سه معادله زیر و شرایط مرزی و اولیه می توان یک جریان گذرا تعریف کرد

1. Continuity and Material Balance Equation
2. Transport Equation (Darcy law)
3. Compressibility Equation
4. Initial & Boundary Conditions

دو شرط مرزی وجود دارد:

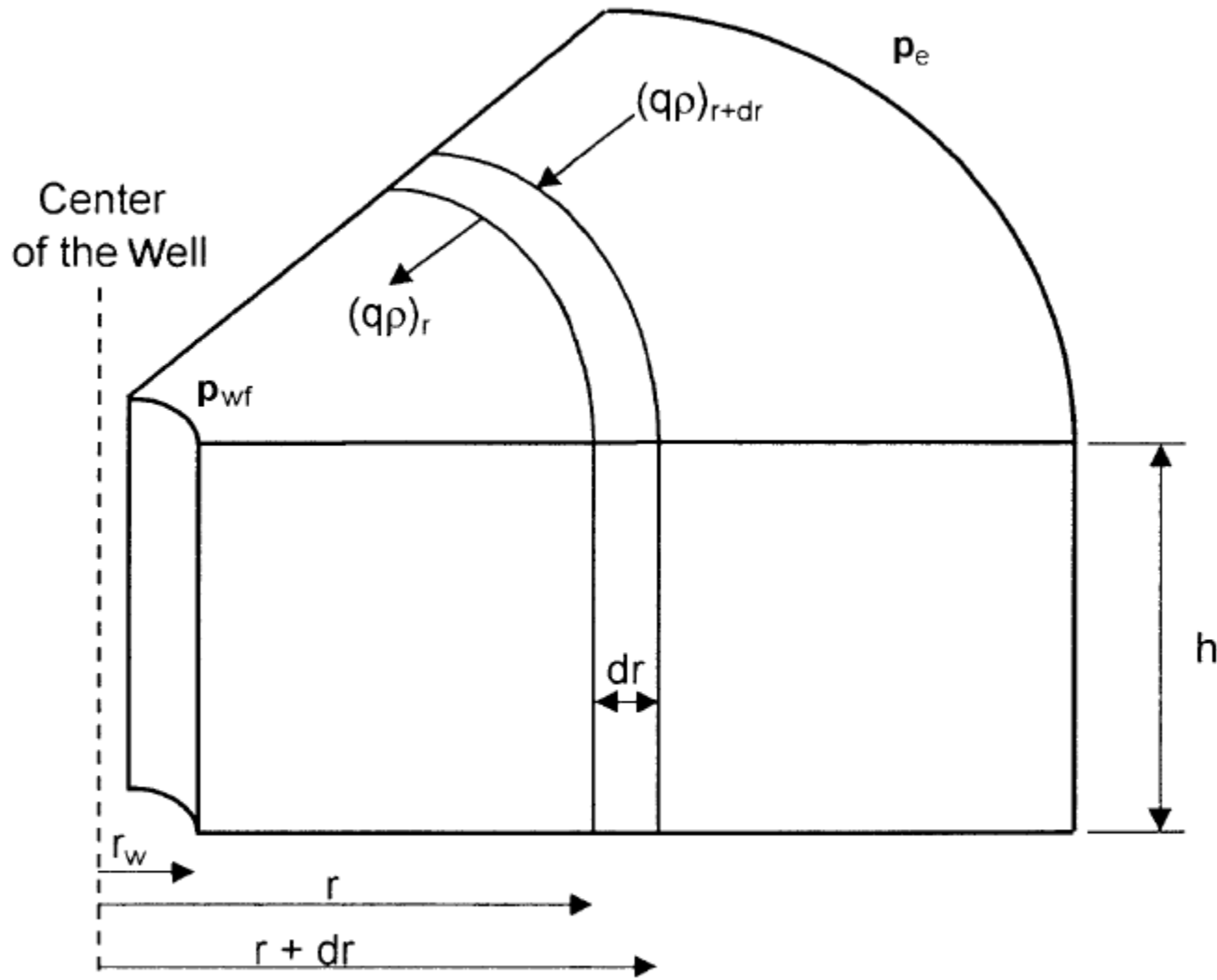
1. دبی تولیدی چاه ثابت باشد

2. در مرزهای خارجی هیچ جریانی وجود ندارد و رفتار مخزن به گونه ای است که می توان فرض کرد مخزن بی نهایت است

• According Of the Material Balance Equations

$$\text{Mass}_{\text{in}} - \text{Mass}_{\text{out}} = \text{Accumulation}$$

$$\text{Mass}_{\text{in}} - \text{Mass}_{\text{out}} = \text{Accumulation}$$



**Figure 6-18.** Illustration of radial flow.  
*Instructor: Elyas Golabi*



$$Mass_{in} = \Delta t [Av\rho]_{r+dr}$$

$$A = 2\pi(r + dr)h$$

$$Mass_{in} = \Delta t 2\pi(r + dr)h [v\rho]_{r+dr}$$

$$Mass_{out} = \Delta t 2\pi r h [v\rho]_r$$

$$Mass_{acc} = dV [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$

$$V = \pi r^2 h \quad \frac{dV}{dr} = 2\pi r h \quad dV = (2\pi r h) dr$$

$$Mass_{acc} = (2\pi r h) dr [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$

$$Mass_{in} = \Delta t 2\pi(r + dr)h [v\rho]_{r+dr}$$

$$Mass_{out} = \Delta t 2\pi r h [v\rho]_r$$

$$Mass_{acc} = (2\pi r h) dr [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$



$$\Delta t 2\pi(r + dr)h [v\rho]_{r+dr} - \Delta t 2\pi r h [v\rho]_r = (2\pi r h) dr [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$

$$\div (2\pi \Delta t r h) dr$$

$$\frac{1}{r dr} [(r + dr)(v\rho)_{r+dr} - r(v\rho)_r] = \frac{1}{\Delta t} [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$

$$\frac{1}{rdr} [(r + dr)(v\rho)_{r+dr} - r(v\rho)_r] = \frac{1}{\Delta t} [(\varphi\rho)_{t+\Delta t} - (\varphi\rho)_t]$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(v\rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\varphi\rho)$$

$v$  = Velocity of flowing fluid, ft/day

$\rho$  = Fluid density at  $(r + dr)$ , lb/ft<sup>3</sup>

$A$  = Area at  $(r + dr)$ , ft<sup>2</sup>

$\Delta t$  = Time interval, days

$\varphi$  = Porosity

$\rho$  = Density, lb/ft<sup>3</sup>

$$q = 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}, \text{ bbl/day}$$

$$q = 5.615 \times 1.127 \frac{KA}{\mu} \frac{dp}{dr}, \text{ ft/day}$$

$$v = \frac{q}{A}$$

$$v = 5.615 \times 1.127 \frac{K}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

$$v = 6.328 \frac{K}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

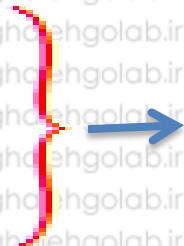
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(v\rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho)$$

$$\frac{6.328}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{K}{\mu} r\rho \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho) = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

1

$$C_f = \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial P}$$



$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

2

Rule of differentiation  $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$

مشتق زنجیره ای

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$6.328 \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{K}{\mu} r \rho \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho)$$

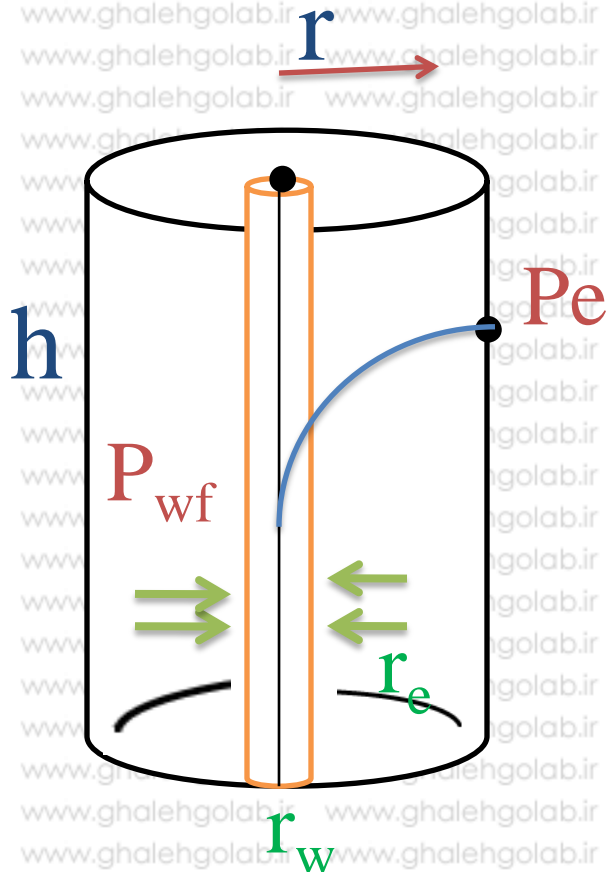
3

1, 2 & 3

$$\frac{6.328K}{r\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \rho \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

# Case 14:

## Radial Flow of Low Compressible Fluid, Unsteady State



$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$\frac{6.328K}{r\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r\rho \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \rho \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r} + r\rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + r \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r}$$

$$\frac{6.328K}{r\mu} \left( \rho \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r} + r\rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + r \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\rho}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

مشتق زنجیره‌ای

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\rho}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial P} \right) = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} \frac{\partial P}{\partial P} + \rho\varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\rho}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial P} \right) = \varphi \frac{\partial P}{\partial t} \frac{\partial \rho}{\partial P} + \rho \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\rho}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \right) = \varphi \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) + \rho \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

÷ ρ



$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \right) = \varphi \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right) \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) + \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + C \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 \right) = C \varphi \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right) + \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$



$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + C \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 \right) = C \varphi \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right) + \varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\text{مقدار بسیار ناچیز} = C \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \varphi (C_f + C) \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$C_t = C_f + C$$

$$6.328 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \varphi C_t \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \varphi C_t}{6.328 K} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

معادله انتشار

Diffusivity  
Equation

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C_t}{6.328K} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

t : day

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C_t}{0.264K} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

t : hr

$$\eta = \frac{6.328K}{\mu \phi C_t}$$

Diffusivity Coefficient

ضریب ثابت انتشار یا

زمانی که بیش از یک سیال در مخزن داشته باشیم تراکم پذیری کل بصورت زیر تعریف می شود

$$C_t = C_o S_o + C_w S_w + C_g S_g + C_f$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{a}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

- $a = 0$  : Linear flow
- $a = 1$  : Radial flow
- $a = 2$  : Spherical flow

معادله اصلی انتشار

Diffusivity Equation

فرض‌های اثبات معادله:

✓ محیط متخلخل همگن

✓ ضخامت سازندگی کمناخت

✓ جریان تک‌فازی

✓ جریان آرام

✓ خواص سنگ و سیال مستقل از فشار

- K = permeability, D
- r = radial position, ft
- P = pressure, psia
- C<sub>t</sub> = total compressibility, psi<sup>-1</sup>
- t = time, day & hr
- φ = porosity, fraction
- μ = viscosity, cp

• برای حل معادله انتشار باید یک شرط اولیه و دو شرط مرزی اعمال نمود. در شرط اولیه فرض بر این است که فشار

مخزن در قبل از تولید و در ابتدای تولید معادل فشار اولیه مخزن ( $P_i$ ) باشد. یکی از شرایط مرزی اینست که تولید

چاه در دبی ثابت و شرط دوم اینست که مخزن به صورت نامحدود ( $r_e = \infty$ ) عمل کند.

بر اساس شرایط مرزی قابل اعمال در معادله انتشار دو راجل عمومی برای معادله وجود دارد که عبارتند از:

1. Constant-Terminal-Pressure Solution

2. Constant-Terminal-Rate Solution

## • Constant-Terminal-Pressure Solution

از روش فشار پایانه ای ثابت برای پیش بینی جریان انباشتی (cumulative flow) در هر زمان مشخص

طراحی شده و از آن معمولاً برای محاسبه water flux در محاسبات مربوط به سفره های آبی استفاده می شود.

## • Constant-Terminal-Rate Solution

روش دبی پایانه ای ثابت برای تعیین تغییرات فشار در سیستم شعاعی بکار می رود (این روش، روش حل اکثر

pressure transient test های باشد). در این روش چاه بایک دبی ثابت تولید کرده و فشار جریان

ته چاهی اندازه گیری می شود. برای حل آن از روش استفاده می گردد:

- The  $E_i$ -function solution

- The dimensionless pressure solution ( $P_D$ )

# The $E_i$ -Function Solution

• Russell & Mathews در سال 1967 م. این روش را بر اساس فرضیات زیر ارائه دادند:

✓ مخزن بی نهایت است

✓ چاه بادی ثابت تولید می کند

✓ فشار مخزن در نقطه اولیه کمی ناخست است

✓ چاه با شعاع  $R_w$  در مرکز یک سیلندر با شعاع  $R_e$  قرار دارد (مدل شعاعی)

✓ در مرزهای خارجی جریان وجود ندارد

بافرض مواردین شده، آن با جواب معادله انتشار را به شکل زیر ارائه نمودند:

$$P(r,t) = P_e + \left( \frac{70.6 Q_o \mu_o B_o}{Kh} \right) Ei \left( \frac{-948 \phi \mu_o C_t r^2}{Kt} \right)$$

•  $P(r,t)$  = pressure at radius  $r$  from the well after  $t$  hours

•  $t$ : hrs

•  $k$ : md

•  $Q_o$ : STB/day

•  $B_o$ : bbl/STB

•  $r$ : ft

•  $C_t$ : psi<sup>-1</sup>

•  $\mu_o$ : cp

# To Calculate $E_i(x)$ :

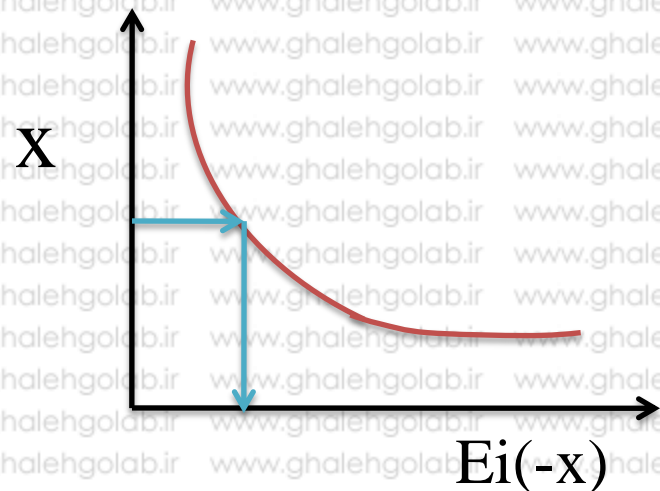
## 1) Table

X	$E_i(-x)$
0.1	-1.82
0.2	-1.22
0.3	-0.905
0.4	-0.702
0.5	-0.559

$$P(r, t) = P_i + \left( \frac{70.6 Q_o \mu_o B_o}{Kh} \right) E_i(-X)$$

## 2) Figure

$$P(r, t) = P_i + \left( \frac{70.6 Q_o \mu_o B_o}{Kh} \right) E_i(-X)$$



## 3) Nisile Method



### 3) Nisle Method

$$Ei(-x) = - \int_x^{\infty} \frac{e^x dx}{x} = \operatorname{Lnx} - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2(2!)} - \frac{x^3}{3(3!)} + \dots$$

$$x = \frac{948\phi\mu_o C_{tr} r^2}{K t}$$

If  $X < 0.02$

$$Ei(-x) = \operatorname{Ln}(1.781x) = \operatorname{Lnx} + \operatorname{Ln}(1.781) = \operatorname{Lnx} + 0.577$$

$$P(r, t) = P_i + \left( \frac{70.6Q_o\mu_o B_o}{Kh} \right) \operatorname{Ln} \left( 1.781 \times \frac{948\phi\mu_o C_{tr} r^2}{K t} \right)$$

$$P(r, t) = P_i + \left( \frac{70.6Q_o\mu_o B_o}{Kh} \right) \left[ \operatorname{Ln} \left( \frac{948\phi\mu_o C_{tr} r^2}{K t} \right) + 0.577 \right]$$

If  $X > 0.02$

از سطح تیلور بدست می آید

# Craft, Hawkins and Terry Method:

$$Ei(-x) = a_1 + a_2 + \text{Ln}x + a_3[\text{Ln}x]^2 + a_4[\text{Ln}x]^3 + a_5x + a_6x^2 + a_7x^3 + \frac{a_8}{x}$$

$$0.01 < X < 3.00$$

$$10.9 < X \longrightarrow Ei(-x) = 0$$

$$a_1 = -0.33153973$$

$$a_2 = -0.81512322$$

$$a_3 = 5.22123384 \times (10^{-2})$$

$$a_4 = 5.9849819 \times (10^{-3})$$

$$a_5 = 0.662318450$$

$$a_6 = -0.12333524$$

$$a_7 = 1.0832566 \times (10^{-2})$$

$$a_8 = 8.6709776 \times (10^{-4})$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$P(r,t) = P_i + \left( \frac{Q_o \mu_o B_o}{14.16Kh} \right) Ei \left( -\frac{r^2}{4\eta t} \right)$$

$$P(r,t) = P_i + \left( \frac{Q_o \mu_o B_o}{14.16Kh} \right) [Ln(x) + 0.577]$$

$$x = \frac{r^2}{4\eta t}$$

$$\text{I.C: } P(r,0) = P_e$$

$$\text{B.C: } \begin{cases} P(\infty, t) = P_e \\ \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=r_w} = \frac{q\mu B}{7.08Khr} \end{cases}$$

for  $X < 0.02$

- $P(r,t)$  = pressure at radius  $r$  from the well after  $t$  hours

- $t$ : day

- $k$ : darcy

- $Q_o$ : STB/day

- $B_o$ : bbl/STB

- $r$ : ft

- $C_t$ : psi<sup>-1</sup>

- $\mu_o$ : cp

- $\eta = \frac{6.328K}{\mu C_t \phi}$

# Example

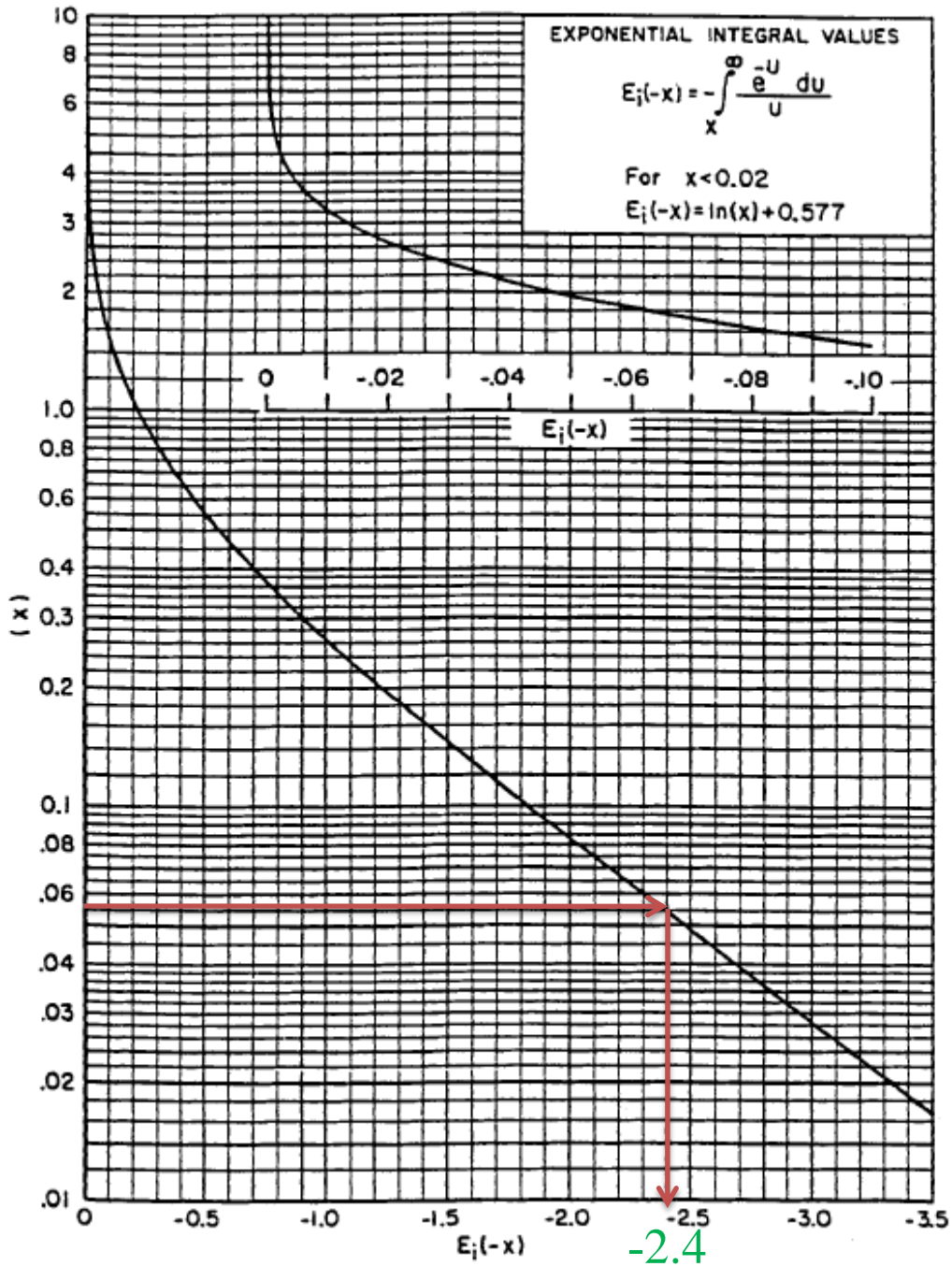
An oil well is producing at a constant flow rate of 400 STB/day under unsteady-state flow conditions and infinite reservoir at 20day.

Following additional data is available. Calculate pressure in wellbore radius is 1500ft.

$$P_e = P_i = 2500 \text{ psi} \quad B_o = 1.25 \quad \mu_o = 0.65 \text{ cp} \quad \Phi = 30\%$$

$$K = 0.12 \text{ Darcy} \quad h = 25 \text{ ft} \quad C_t = 8 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

از جدول برای  $x=0.09$  به دست می آید



**Instructor: Elyas Golabi** Figure 6-19. The  $E_i$ -function. (After Craft, Hawkins, and Terry, 1991.)

# Example

An oil well is producing at a constant flow rate of 300 STB/day under unsteady-state flow conditions. The reservoir has the following rock and fluid properties:

$$B_o = 1.25 \text{ bbl/STB} \quad \mu_o = 1.5 \text{ cp} \quad C_i = 12 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$k = 60 \text{ md} \quad h = 15 \text{ ft} \quad p_i = 4000 \text{ psi} \quad \phi = 15\% \quad r_w = 0.25 \text{ ft}$$

1. Calculate pressure at radii of 0.25, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 1500, and 2500 feet, for 1 hour.

Plot the results as:

- Pressure versus logarithm of radius
- Pressure versus radius

2. Repeat part 1 for  $t = 12$  hours and 24 hours. Plot the results as pressure versus logarithm of radius.

# Example

Calculate the **time** required to obtain a pressure drop of 227.5 psi and 600ft away from a well. The reservoir has the following rock and fluid properties.

$$Q_o = 18000 \text{ STB/day}$$

$$B_o = 1.39 \text{ bbl/STB}$$

$$\mu_o = 0.4 \text{ cp}$$

$$C_t = 6 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$k = 0.1 \text{ d}$$

$$h = 141 \text{ ft}$$

$$p_i = 3000 \text{ psi}$$

$$\phi = 6.95\%$$

$$r_w = 0.5 \text{ ft}$$

$$r_e = 3000 \text{ ft}$$

# The Dimensionless Pressure Solution ( $P_D$ )

- آنالیز داده های چاه آزرایی به وسیله متغیرهای بدون بعد راحت تر بوده و اهمیت آن مبدلیل توانایی ساده کردن معادله انتشار و کم نمودن متغیرهای نامعلوم می باشد.
- مفهوم فشار بدون بعد را می توان با استفاده از معادله داری تعریف نمود و برای جریان شعاعی حالت پایدار به صورت زیر است:



# $P_D$ for Radial Flow of Steady State

$$Q_o = 7.08 \frac{Kh}{\mu B_o} \frac{(P_e - P_{wf})}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (\text{STB/day})$$

$$\frac{(P_e - P_{wf})}{\frac{\mu B_o Q_o}{7.08 Kh}} = \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)$$

طرف راست این معادله بدون بعد است پس طرف چپ آن هم می بایست بدون بعد باشد زیرا هر دو عبارات سمت راست از جنس فشار می باشند

$$P_D = \ln(r_{eD})$$

$$P_D = \frac{(P_e - P_{wf})}{\frac{\mu B_o Q_o}{7.08 Kh}}$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}$$

# $P_D$ for Radial Flow of Unsteady State

$$P_D = \frac{P_i - P(r, t)}{\frac{\mu B_o Q_o}{7.08 K h}}$$

$$t_D = \frac{6.328 K t}{\phi \mu_o C_t r_w^2}, \text{ day}$$

$$t_D = \frac{0.264 K t}{\phi \mu_o C_t r_w^2}, \text{ hour}$$

$$t_{DA} = \frac{6.328 K t}{\phi \mu_o C_t A} = t_D \left( \frac{r_w^2}{A} \right), \text{ day}$$

$$t_{DA} = \frac{0.264 K t}{\phi \mu_o C_t A} = t_D \left( \frac{r_w^2}{A} \right), \text{ hour}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}$$

با استفاده از مفاهیم متغیرهای بدون بعد، معادله انتشار را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$P_D, t_D, r_D$

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \right)$$

**Instructor: Elyas Golabi**

- $A$  = total drainage area =  $\pi r_e^2$
- $r_e$  = drainage radius, ft
- $r_w$  = wellbore radius, ft
- $P_D$  = dimensionless pressure drop
- $r_{eD}$  = dimensionless external radius
- $t_D$  = dimensionless time
- $r_D$  = dimensionless radius
- $t$  = time, hr and day
- $P(r,t)$  = pressure at radius  $r$  and time  $t$
- $K$  = permeability, darcy
- $\mu$  = viscosity, cp

# Van Everdingen and Hurst Method:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \right)$$

Van Everdingen and Hurst (1949) proposed an analytical solution to the above equation by assuming:

- 1) Perfectly radial reservoir system
- 2) The producing well is in the center and producing at a constant production rate of  $Q$
- 3) Uniform pressure  $p_i$  throughout the reservoir before production, (at,  $t = 0$ )
- 4) No flow across the external radius  $r_e$

این محققین با استفاده از سری های نامحدود و توابع بسل معادله فوق را حل نمودند

• Lee , Chater جواب های حل معادله انتشار بدست آمده توسط Van Everdingen & Hurst <sup>را به شکل</sup>

جدولی ارائه و آن را برای دو حالت زیر دسته بندی کردند:

• Infinite-acting reservoir, ( $r_{eD} = \infty$ )

• Finite-radial reservoir, ( $r_{eD} = r_e / r_w$ )

# Infinite-acting reservoir, ( $r_{eD} = \infty$ )

- در مخازن با عملکرد نامحدود و مرزهای مخزن یا شکل ناحیه ریزش تأثیری بر جریان و توزیع فشار ندارد. در شرایط جریان پایدار مخزن بصورت نامحدود رفتار می کند. در شرایط عملکرد نامحدود، فشار مخزن تابعی از خواص سنگ و سیال مخزن می باشد.

- $P_D = f(t_D)$

- مقادیر  $P_D$  بر حسب  $t_D$  به صورت جدول زیر ارائه شد

$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$
0	0	0.15	0.3750	60.0	2.4758
0.0005	0.0250	0.2	0.4241	70.0	2.5501
0.001	0.0352	0.3	0.5024	80.0	2.6147
0.002	0.0495	0.4	0.5645	90.0	2.6718
0.003	0.0603	0.5	0.6167	100.0	2.7233
0.004	0.0694	0.6	0.6622	150.0	2.9212
0.005	0.0774	0.7	0.7024	200.0	3.0636
0.006	0.0845	0.8	0.7387	250.0	3.1726
0.007	0.0911	0.9	0.7716	300.0	3.2630
0.008	0.0971	1.0	0.8019	350.0	3.3394
0.009	0.1028	1.2	0.8672	400.0	3.4057
0.01	0.1081	1.4	0.9160	450.0	3.4641
0.015	0.1312	2.0	1.0195	500.0	3.5164
0.02	0.1503	3.0	1.1665	550.0	3.5643
0.025	0.1669	4.0	1.2750	600.0	3.6076
0.03	0.1818	5.0	1.3625	650.0	3.6476
0.04	0.2077	6.0	1.4362	700.0	3.6842
0.05	0.2301	7.0	1.4997	750.0	3.7184
0.06	0.2500	8.0	1.5557	800.0	3.7505
0.07	0.2680	9.0	1.6057	850.0	3.7805
0.08	0.2845	10.0	1.6509	900.0	3.8088
0.09	0.2999	15.0	1.8294	950.0	3.8355
0.1	0.3144	20.0	1.9601	1,000.0	3.8584
		30.0	2.1470		
		40.0	2.2824		
		50.0	2.3884		

با استفاده از روشهای زیر می توان مقدار  $P_D$  را محاسبه کرد:

For  $t_D < 0.01$

$$P_D = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}}$$

For  $t_D > 100$

$$P_D = 0.5 (Lnt_D + 0.80907)$$

$$P_D = 0.5 \left[ -E_i \left( \frac{-1}{4t_D} \right) \right]$$

For  $0.02 < t_D < 1000$

$$P_D = a_1 + a_2 Lnt_D + a_3 (Lnt_D)^2 + a_4 (Lnt_D)^3 + a_5 t_D + a_6 t_D^4 + a_7 t_D^3 + \frac{a_8}{t_D}$$

$$a_1 = 0.8085064$$

$$a_2 = 0.29302022$$

$$a_3 = 3.5264177(10^{-2})$$

$$a_4 = -1.4036304(10^{-3})$$

$$a_5 = -4.7722225(10^{-4})$$

$$a_6 = 5.1240532(10^{-7})$$

$$a_7 = -2.3033017(10^{-10})$$

$$a_8 = -2.6723117(10^{-3})$$



# Finite-radial reservoir, ( $r_{eD} = r_e / r_w$ )

چنانچه موج فشاری به شعاع ریزش برسد، نشان دهنده ی پایان دوره جریان گذرا و آغاز جریان پایدار باشد. در جریان شبه پایدار مرکز مخزن و شکل ناحیه ریزش بر توزیع فشار و جریان اثر گذار می باشند.

بین پایان جریان گذرا و آغاز جریان شبه پایدار یک دوره بسیار کوتاه و نامحسوس وجود دارد که به آن دوره ی گذرای تاخیری (Last Transient State) می گویند

$$P_D = f(t_D, r_{eD})$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}$$

در این روش  $r_{eD}$  را تغییر داده و  $t_D$  و  $P_D$  های مختلف را دست می آورند (جدول 3-6)

Chatas با استفاده از روشهای زیر توانست مقدار  $P_D$  را برای مخزن محدود محاسبه کند:

For  $t_D > 25$  and  $t_D > 0.25 r_{eD}^2$

$$P_D = \frac{0.5 + 2t_D}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{r_{eD}^4 (3 - 4 \ln r_{eD}) - 2r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2}$$

For  $r_{eD} \gg 1$

$$P_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} \ln(r_{eD}) - 0.75$$

## مرآل محاسبه فشار جریانیه چاهی با استفاده از مفهوم $P_D$ :

*Step 1.* Calculate the dimensionless time  $t_D$

*Step 2.* Calculate the dimensionless radius  $r_{eD}$

*Step 3.* Using the calculated values of  $t_D$  and  $r_{eD}$ , determine the corresponding pressure function  $P_D$  from the appropriate table or equation.

*Step 4.* Solve for the pressure at the desired radius,  $r_w$ , by following Equation

$$P(r_w, t) = P_i - \left( \frac{\mu B_o Q_o}{7.08 K h} \right) P_D$$

# Example

A well is producing at a constant flow rate of 300 STB/day under unsteady-state flow condition. The reservoir has the following rock and fluid properties:

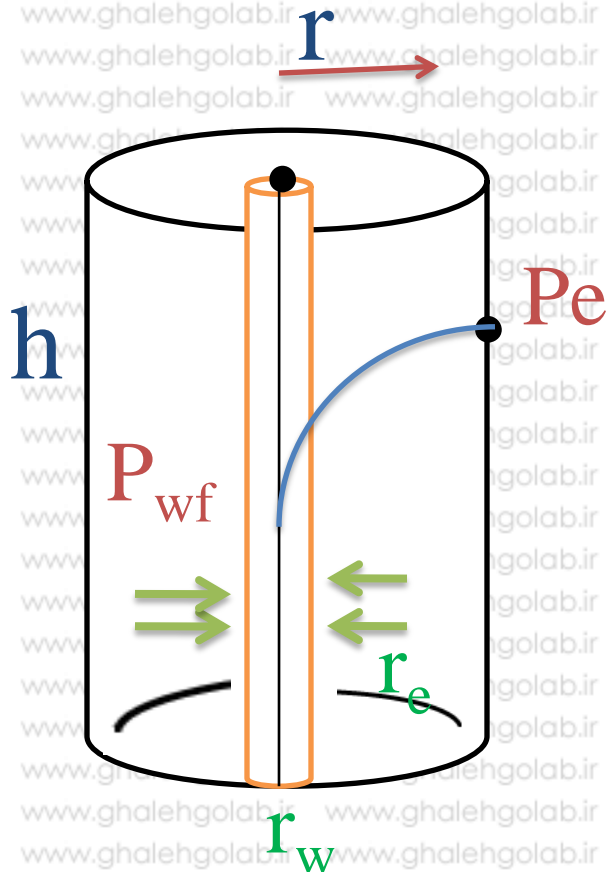
$$B_o = 1.25 \text{ bbl/STB} \quad \mu_o = 1.5 \text{ cp} \quad r_w = 0.25 \text{ ft} \quad C_t = 12 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$K = 60 \text{ md} \quad h = 15 \text{ ft} \quad P_i = 4000 \text{ psi} \quad \Phi = 15\%$$

Assuming an infinite acting reservoir,  $r_{eD} = \infty$ , calculate the bottom-hole flowing pressure after one hour of production by using the dimensionless pressure approach.

## Case 17:

# Radial Flow of compressible Fluid , Unsteady State



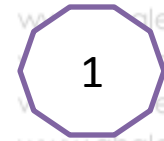
$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$\rho = \frac{M}{V}$$

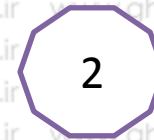
$$V = \frac{ZRT}{P}$$



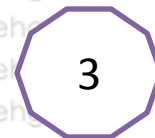
$$\rho = \frac{PM}{ZRT}$$



$$C_g = \frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dP}$$



$$\frac{6.328K}{r\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\varphi C_f \frac{\partial P}{\partial t}$$



1, 2 & 3



$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{P}{\mu Z} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\varphi \mu_o C_t P}{0.264K \mu Z} \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{P}{\mu Z} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o C_t}{0.264 K \mu Z} \frac{\partial P}{\partial t}$$

- $t$  = Time, hr

- $K$  = Permeability, d

- $C_t$  = Total isothermal compressibility,  $\text{psi}^{-1}$

- $\phi$  = Porosity

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\mu Z \partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o C_t}{0.000264K} \frac{\partial P}{\partial t}$$

[M(p)] Al-Hussainy, Ramey, and Crawford در سال 1966 با معرفی پتانسیل حقیقی گاز

معادله فوق را بصورت خطی تبدیل نموده و آن را بعنوان معادله انتشار گاز با معرفی کردند.

$$\frac{\partial^2 m(P)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m(P)}{\partial r} = \frac{\phi \mu_o C_t}{0.000264K} \frac{\partial m(P)}{\partial t}$$

این معادله به فشار گاز حقیقی (پتانسیل گاز حقیقی) را به زمان  $t$  و شعاع  $r$  مرتبط می کند



• Al-Hussainy, Ramey, and Crawford اطهار داشتند که برای آنالیز چاه آزمایشی، چاه های

کازی راه حل دبی ثابت نتایج قابل قبول تری از راه حل فشار ثابت ارائه می دهد. این محققین سه روش برای حل

معادله انتشار گاز را ارائه کردند که عبارتند از:

1. The  $m(P)$ -Solution Method (Exact Solution)

2. The Pressure-Squared Method ( $P^2$ -Approximation Method)

3. The Pressure Method ( $P$ -Approximation Method)

# 1. The m(P)-Solution Method (Exact Solution)

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - 57895.3 \left( \frac{P_{sc}}{T_{sc}} \right) \left( \frac{Q_g T}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu_{gi} C_{ti} r w^2} \right) - 3.23 \right]$$

$$T_{sc} = 520 \text{ R and } P_{sc} = 14.7 \text{ psi}$$

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - \left( \frac{1637 Q_g T}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu_{gi} C_{ti} r w^2} \right) - 3.23 \right] \quad \star 1$$

$$t_D = \frac{0.000264 Kt}{\phi \mu_{gi} C_{ti} r w^2}$$

$$\text{Euler's constant } \gamma = e^{0.5772} = 1.781$$

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - \left( \frac{1637 Q_g T}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{4t_D}{\gamma} \right) \right] \quad \star 2$$

معادله انتشار برای جریان شعاعی گازها را نرمی توان بر حسب سه فشار بدون بعد گازهای حقیقی به صورت زیر بیان نمود:

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - \left( \frac{1637 Q_g T}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{4 t_D}{\gamma} \right) \right]$$

$$\psi_D = 0.5 (\text{Ln } t_D + 0.80907)$$

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - \left( \frac{1422 Q_g T}{Kh} \right) \psi_D$$

3

## 2. The Pressure-Squared Method (P<sup>2</sup>-approximation Method)

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{2}{\mu_{av} Z_{av}} \int_{P_{wf}}^{P_i} P dp$$

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{P_i^2 - P_{wf}^2}{\mu_{av} Z_{av}}$$

$$P_i^2 - P_{wf}^2 = [m(P_i) - m(P_{wf})] \mu_{av} Z_{av}$$

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{P_e^2 + P_{wf}^2}{2}}$$

$$P_i^2 - P_{wf}^2 = [m(P_i) - m(P_{wf})] \mu_{av} Z_{av}$$

1

$$P_{wf}^2 = P_i^2 - \left( \frac{1637 Q_g T \mu_{av} Z_{av}}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu_{gi} C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 \right]$$

2

$$P_{wf}^2 = P_i^2 - \left( \frac{1637 Q_g T \mu_{av} Z_{av}}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{4t_D}{\gamma} \right) \right]$$

3

$$P_{wf}^2 = P_i^2 - \left( \frac{1422 Q_g T \mu_{av} Z_{av}}{Kh} \right) \psi_D$$

$$t_D = \frac{0.000264 Kt}{\phi \mu_{gi} C_{ti} r_w^2}$$

$$\psi_D = 0.5 (\text{Ln } t_D + 0.80907)$$

روابط مجذور فشار برای فشارهای کمتر از 2000 psi از دقت بیشتری برخوردارند

### 3. The Pressure Method (P-Approximation Method)

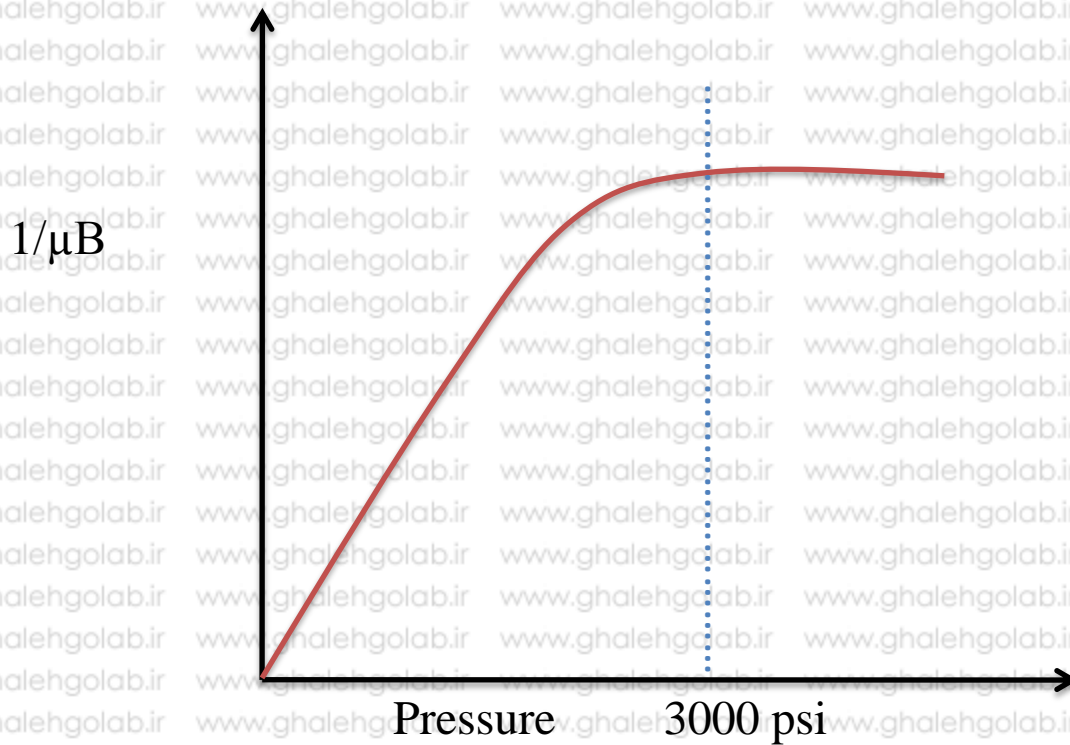
$$B_g = \left( \frac{P_{sc}}{5.615T_{sc}} \right) \frac{ZT}{P}$$

$$\frac{P}{Z} = \left( \frac{TP_{sc}}{5.615T_{sc}} \right) \frac{1}{B_g}$$

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \int_{P_{wf}}^{P_i} \frac{2P}{\mu Z} dp$$

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{2TP_{sc}}{5.615T_{sc}} \int_{P_{wf}}^{P_i} \left( \frac{1}{\mu B_g} \right) dp$$

Fetkovich (1973) suggested that at high pressures ( $p > 3000$ ),  $1/\mu B_g$  is nearly constant as shown schematically in following Figure



$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{2TP_{sc}}{5.615T_{sc}\bar{\mu}\bar{B}_g} (P_i - P_{wf})$$

$$P_{wf} = P_i - \left( \frac{162.5 \times 10^3 Q_g T \bar{\mu} \bar{B}_g}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \bar{\mu} c_t r w^2} \right) - 3.23 \right]$$

$$P_{wf} = P_i - \left( \frac{162.5 \times 10^3 Q_g T \bar{\mu} \bar{B}_g}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{4t_D}{\gamma} \right) \right]$$

$$P_{wf} = P_i - \left( \frac{141.2 \times 10^3 Q_g T \bar{\mu} \bar{B}_g}{Kh} \right) P_D$$

$$t_D = \frac{0.000264Kt}{\phi \mu_{gi} c_{ti} r w^2} \quad \psi_D = 0.5(\text{Ln } t_D + 0.80907) \quad \bar{P} = \frac{P_i + P_{wf}}{2} \quad B_g = 0.00504 \frac{ZT}{P}$$

این رابطه برای فشارهای بیشتر از 3000psi دقیق میباشد



- $P_{wf}$  = bottom-hole flowing pressure, **psi**
- $P^e$  = initial reservoir pressure
- $Q_g$  = gas flow rate, **Mscf/day**
- $t$  = time, **hr**
- $K$  = permeability, **md**
- $P_{sc}$  = standard pressure, **psi**
- $T_{sc}$  = standard temperature, **°R**
- $T$  = reservoir temperature, **°R**
- $r_w$  = wellbore radius, **ft**
- $h$  = thickness, **ft**
- $\mu_i$  = gas viscosity at the initial pressure, **cp**
- $C_{ti}$  = total compressibility coefficient at  $p_i$ , **psi<sup>-1</sup>**
- $B_g$  = gas formation volume factor, **bbl/scf**
- $P_D$  = dimensionless pressure drop
- $t_D$  = dimensionless time

# Example

Reservoir pressure (shut-in pressure) is 4400 psi at 140°F. The formation permeability and thickness are 65 md and 15 ft, respectively. The porosity is recorded as 15%. Example 6-7 documents the properties of the gas as well as values of  $m(p)$  as a function of pressures. The table is reproduced below for convenience:

$p$	$\mu_g$ (cp)	$z$	$m(p)$ , psi <sup>2</sup> /cp
0.00	0.01270	1.000	0.000
400	0.01286	0.937	$13.200 \times 10^6$
800	0.01390	0.882	$52.000 \times 10^6$
1200	0.01530	0.832	$113.10 \times 10^6$
1600	0.01680	0.794	$198.00 \times 10^6$
2000	0.01840	0.770	$304.00 \times 10^6$
2400	0.02010	0.763	$422.00 \times 10^6$
2800	0.02170	0.775	$542.40 \times 10^6$
3200	0.02340	0.797	$678.00 \times 10^6$
3600	0.02500	0.827	$816.00 \times 10^6$
4000	0.02660	0.860	$950.00 \times 10^6$
4400	0.02831	0.896	$1089.0 \times 10^6$

Assuming that the initial total isothermal compressibility is  $3 \times 10^{-4}$  psi<sup>-1</sup>, calculate, the bottom-hole flowing pressure after 1.5 hours.

# Example

A gas well is producing at a constant rate of 7454.2 Mscf/day under transient flow conditions. The following data are available:

$$K = 50 \text{ md} \quad h = 10 \text{ ft} \quad \Phi = 20\% \quad P_i = 1600 \text{ psi}$$
$$T = 600 \text{ }^\circ\text{R} \quad r_w = 0.3 \text{ ft} \quad C_{ti} = 6.25(10^{-4}) \text{ psi}^{-1}$$

The gas properties are tabulated below:

$p$	$\mu_g$ (cp)	$z$	$m(p)$ , psi <sup>2</sup> /cp
0	0.01270	1.000	0.000
400	0.01286	0.937	$13.2 \times 10^6$
800	0.01390	0.882	$52.0 \times 10^6$
1200	0.01530	0.832	$113.1 \times 10^6$
1600	0.01680	0.794	$198.0 \times 10^6$

Calculate the bottom-hole flowing pressure after 4 hours by using.

a. The  $m(p)$ -method

b. The  $p^2$ -method

# Example

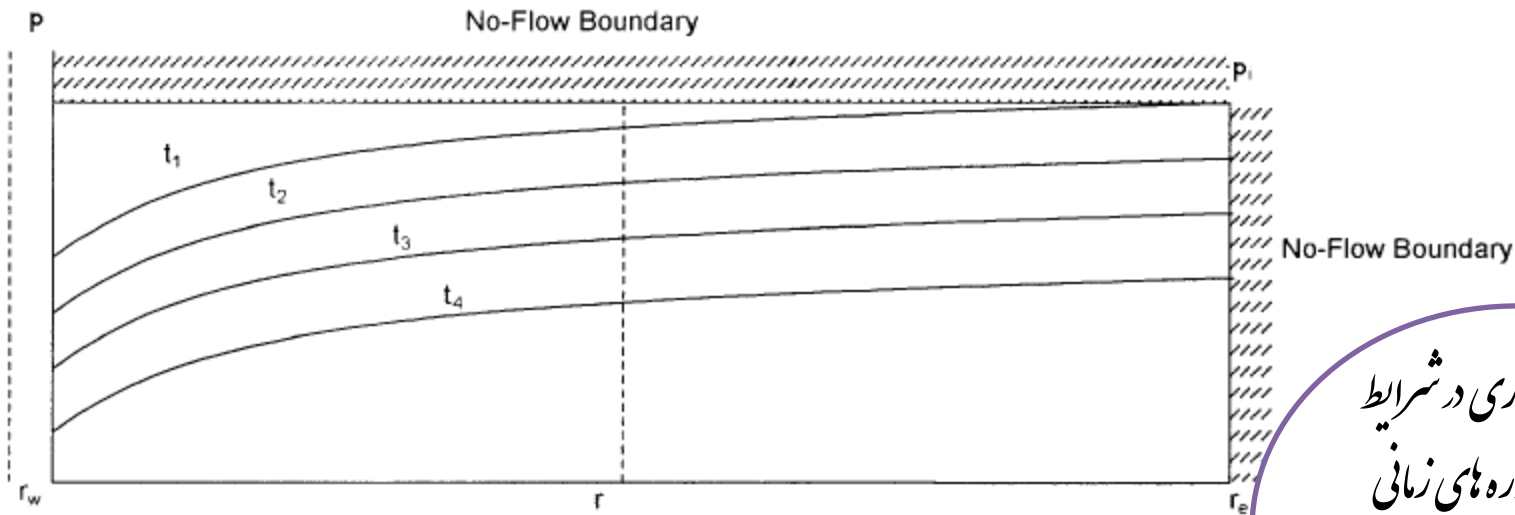
Reservoir pressure (shut-in pressure) is 4400 psi at 140°F. The formation permeability and thickness are 65 md and 15 ft, respectively. The porosity is recorded as 15%. Example 6-7 documents the properties of the gas as well as values of  $m(p)$  as a function of pressures. The table is reproduced below for convenience:

<b>p</b>	<b><math>\mu_g</math> (cp)</b>	<b>z</b>	<b><math>m(p)</math>, psi<sup>2</sup>/cp</b>
0.00	0.01270	1.000	0.000
400	0.01286	0.937	$13.200 \times 10^6$
800	0.01390	0.882	$52.000 \times 10^6$
1200	0.01530	0.832	$113.10 \times 10^6$
1600	0.01680	0.794	$198.00 \times 10^6$
2000	0.01840	0.770	$304.00 \times 10^6$
2400	0.02010	0.763	$422.00 \times 10^6$
2800	0.02170	0.775	$542.40 \times 10^6$
3200	0.02340	0.797	$678.00 \times 10^6$
3600	0.02500	0.827	$816.00 \times 10^6$
4000	0.02660	0.860	$950.00 \times 10^6$
4400	0.02831	0.896	$1089.0 \times 10^6$

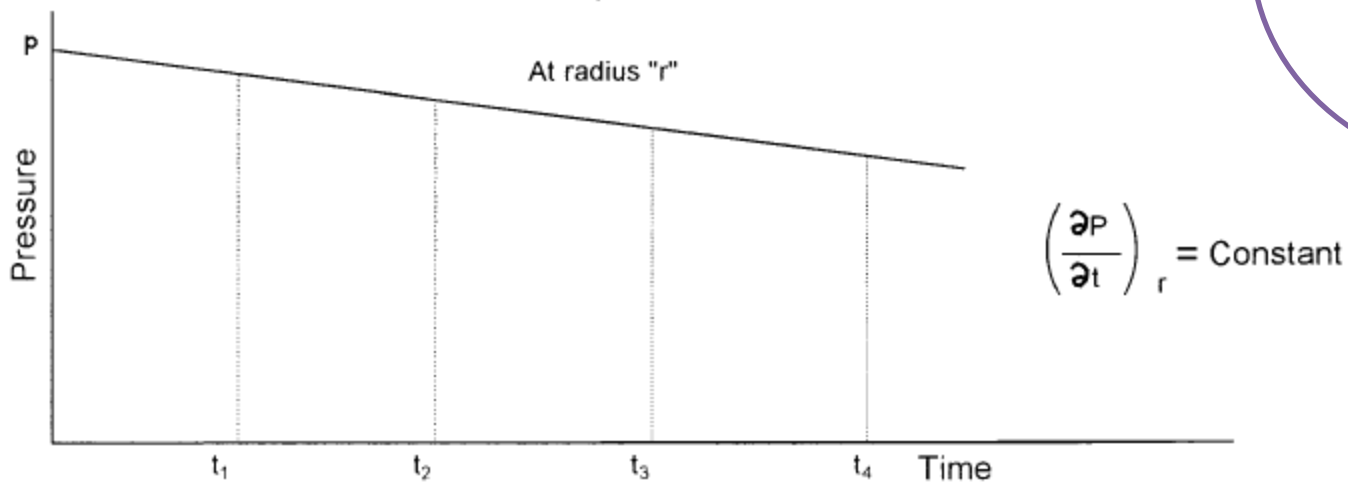
Assuming that the initial total isothermal compressibility is  $3 \times 10^{-4} \text{psi}^{-1}$ , calculate, the bottom-hole flowing pressure after 1.5 hours by using the p-approximation method and compare with the exact solution.

# Pseudo (Semi) steady State Flow

- در حالت جریان نامیادار فرض بر این بود که چاه تولیدی در مرکز یک مخزن بزرگ قرار دارد و دبی آن ثابت است. این دبی ثابت موجب ایجاد یک موج فشاری می شود که عملکرد مخزن را به صورت نامحدود توصیف می کند. در خلال این دوره جریانی مرزهای مخزن بیچگونه اثری بر رفتار فشاری چاه ندارد. زمانی که موج فشاری به شعاع ریزش می رسد دوره جریان نامیادار به پایان رسیده و دوره جدیدی که همان جریان شبه پایدار است آغاز می گردد. برای حل جریان شبه پایدار لازم است که شرایط مرزی جدیدی برای حل معادله انتشار تعریف شود.



A) p vs. r



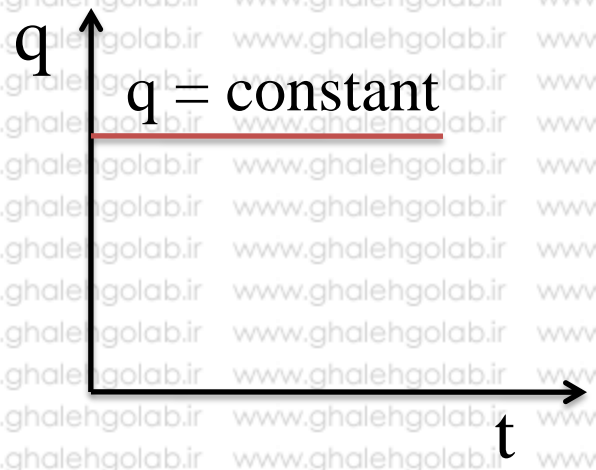
B) p vs. Time

$$\left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_r = \text{Constant}$$

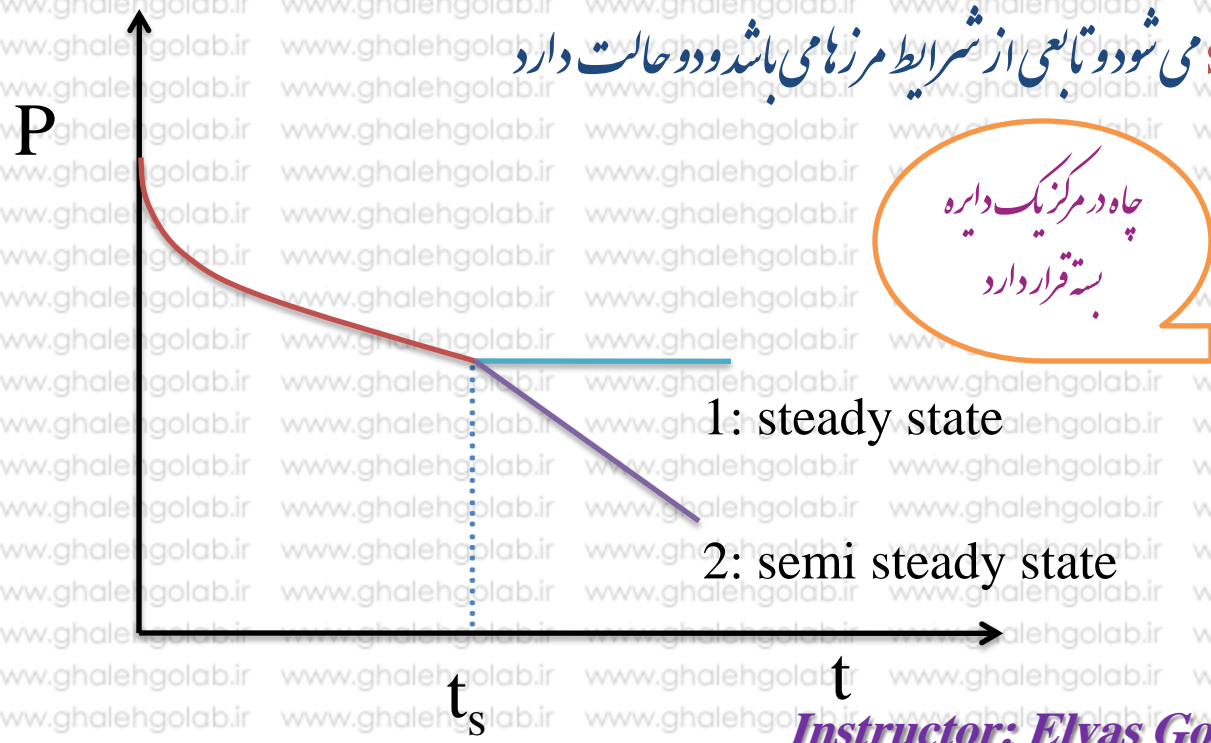
توزیع های فشاری در شرایط  
شبه پایدار در دوره های زمانی  
مختلف به موازات هم قرار می  
گیرند

Figure 6-23. Semisteady-state flow regime.

• چاه بادبی ثابت تولید می کند (البته در عمل نمی توان دبی چاه را ثابت نگه داشت)



•  $t_s$  زمانی است که فشار **stable** می شود و تابعی از شرایط مرزهای باشد و دو حالت دارد



• For steady state

$$t_s \approx 380 \frac{\phi \mu C_t A}{K}$$

• For semi steady state

$$t_s \approx 1200 \frac{\phi \mu C_t r_e^2}{K}$$

t:hr , K:md

# For Semi Steady State Flow

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{constant}$$

$$C = -\frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial P}$$

$$C \cdot V_p \cdot \partial P = -\partial V_p$$

$$C \cdot V_p \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial V_p}{\partial t} = -q$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{constant} \rightarrow q = \text{constant and assuming } C, V_p = \text{constant}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-QB_o}{24cV_p} = \frac{-q}{24cV_p}, (t: \text{hr})$$

نسبت به زمان دیفرانسیل می گیریم



$$V_p = \varphi V_b$$

$$V_p = \varphi \pi r^2 h, (ft^3)$$

$$V_p = \varphi \frac{\pi r^2 h}{5.615}, (bbl)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{0.23396 q}{C_t \varphi \pi r_e^2 h} = - \frac{0.23396 q}{C_t \varphi Ah}$$

$$\partial P = - \frac{0.23396 q}{C_t \varphi Ah} \partial t \quad \longrightarrow \quad \int_{P_i}^{\bar{P}_r} \partial P = - \frac{0.23396 q}{C_t \varphi Ah} \int \partial t$$

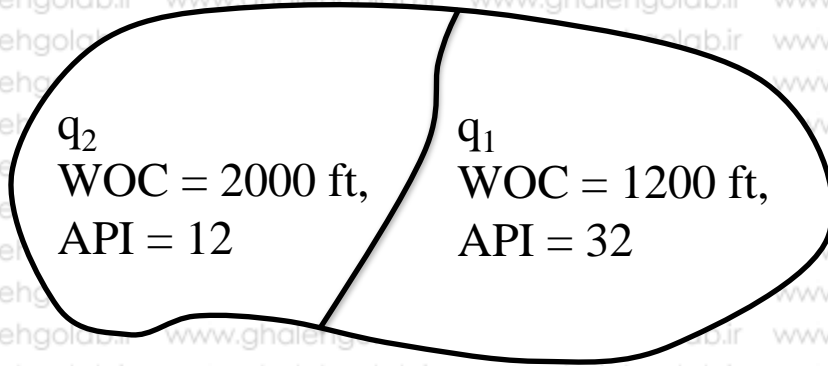
$$P_i - \bar{P}_r = \frac{0.23396 qt}{C_t \varphi Ah}$$

$$\bar{P}_r = P_i - \frac{0.23396 qt}{C_t \varphi Ah}$$

$$t = \frac{C_t \varphi Ah (P_i - \bar{P}_r)}{0.23396 q}$$

ت زمان سپری شده تا آخر transient flow می باشد

- در یک مخزن می توان رژیم های مختلف، سنگ های مختلف، سیالات مختلف و پهنسین در مخزن می توان **contact** های مختلف داشت. و در یک طرف **WOC** در یک عمق و در طرف دیگر **WOC** در عمقی دیگر است.



- بین مخزن می تواند کسل نیز وجود داشته باشد و یا، لایه سیلی باعث وجود **contact** های مختلف شود.



• وقتی خواص نفت متفاوت است، فشارها نیز در مکان‌های مختلف مخزن متفاوت است. در این حالت می‌بایست از فشار متوسط حجمی مخزن استفاده کرد که عبارتست از:

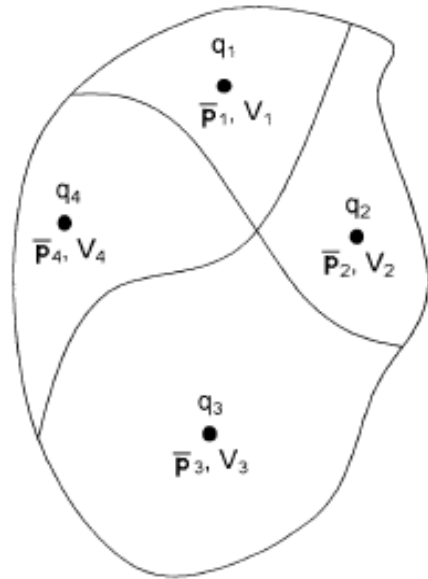


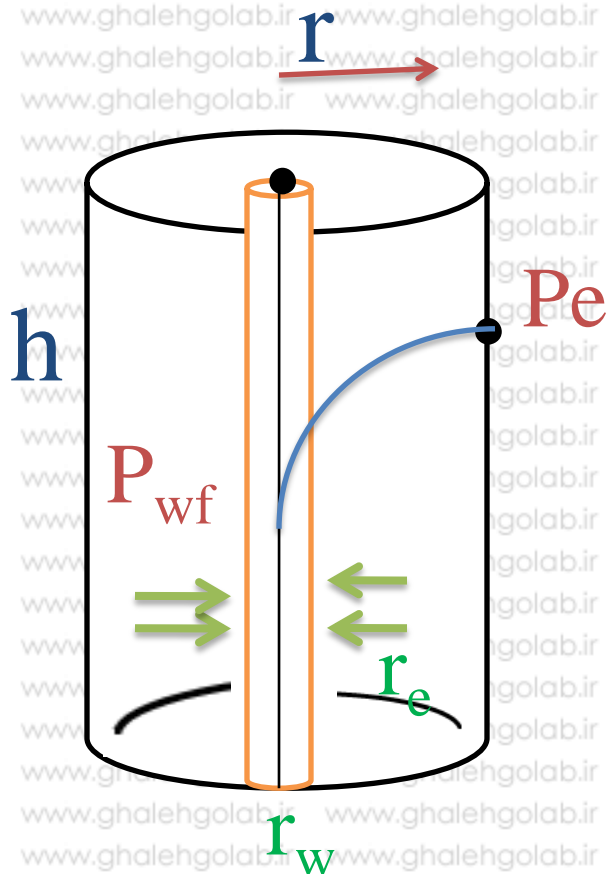
Figure 6-24. Volumetric average reservoir pressure.

$$\bar{P}_r = \frac{\sum \bar{P}_{ri} V_{pi}}{\sum V_{pi}}$$

$$\bar{P}_r = \frac{\sum \bar{P}_{ri} q_i}{\sum q_i}$$

## Case 23:

# Radial Flow of Slightly (Low)compressible Fluid , Pseudo (Semi) steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

این روابط را برای جریان شعاعی سیال تراکم پذیر در حالت نامیادار اثبات کردیم

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C_t}{0.000264K} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{constant}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-0.23396 q}{C_t \phi A h}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C_t}{0.000264K} \left( \frac{-0.23396 q}{C_t \phi A h} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C_t}{0.000264K} \left( \frac{-0.23396 q}{C_t \phi A h} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{-887 q \mu}{AhK}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\partial r}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) \frac{1}{r} = \frac{-887 q \mu}{AhK} \quad \xrightarrow{\times (r \text{ and } \partial r)}$$

$$\partial \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \left( \frac{-887 q \mu}{AhK} r \right) \partial r \quad \xrightarrow{\int}$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \int \left( \frac{887 q \mu}{AhK} r \right) dr$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{887 q \mu}{AhK} \left( \frac{r^2}{2} \right) + C_1$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{887 q \mu r^2}{\pi r_e^2 hK} + C_1$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{141.2 q \mu r^2}{hK r_e^2} + C_1$$

$$\xrightarrow{\div r} \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{141.2 q \mu r^2}{hK r r_e^2} + \frac{1}{r} C_1$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{141.2 q \mu r}{hK r_e^2} + \frac{1}{r} C_1$$

$$r = r_e \rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \rightarrow C_1 = \frac{141.2q\mu}{hK}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{141.2q\mu}{hK} \frac{r}{r_e^2} + \frac{1}{r} \frac{141.2q\mu}{hK}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{141.2q\mu}{hK} \left( -\frac{r}{r_e^2} + \frac{1}{r} \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{141.2q\mu}{hK} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right)$$

$$\partial P = \frac{141.2q\mu}{hK} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) \partial r$$





$$\int_{P_{wf}}^{P_i} \partial P = \frac{141.2 q \mu}{hK} \int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) dr$$

$$P_i - P_{wf} = \frac{141.2 q \mu}{hK} \left[ \text{Ln} \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right]$$

$$q = \frac{0.00708 hK}{\mu} \frac{(P_i - P_{wf})}{\left[ \text{Ln} \frac{r_e}{r_w} - 0.5 \right]}, \text{ (bbl/day)}$$

$$Q_o = \frac{0.00708 hK}{\mu B_o} \frac{(P_i - P_{wf})}{\left[ \text{Ln} \frac{r_e}{r_w} - 0.5 \right]}, \text{ (STB/day)}$$

$$q = \frac{7.08hK}{\mu} \frac{(P_i - P_{wf})}{\left[\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5\right]}, \left(\frac{\text{bbl}}{\text{day}}, K: \text{darcy}\right)$$

$$Q_o = \frac{7.08hK}{\mu B_o} \frac{(P_i - P_{wf})}{\left[\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5\right]}, \left(\text{STB}/\text{day}, K: \text{darcy}\right)$$

$$P = P_{wf} + \frac{q\mu}{7.08hK} \left[\ln \frac{r}{r_w} - 0.5\left(\frac{r}{r_e}\right)^2\right]$$

q = flow rate, **bbl/day**

dp/dt = pressure decline rate, **psi/hr**

V = pore volume, **bbl**

Q = flow rate, **STB/day**

B = formation volume factor, **bbl/STB**

K = permeability, **md, Darcy**

$$Q_o = \frac{0.00708hK}{\mu B_o} \frac{(P_i - P_{wf})}{\left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 \right]}$$

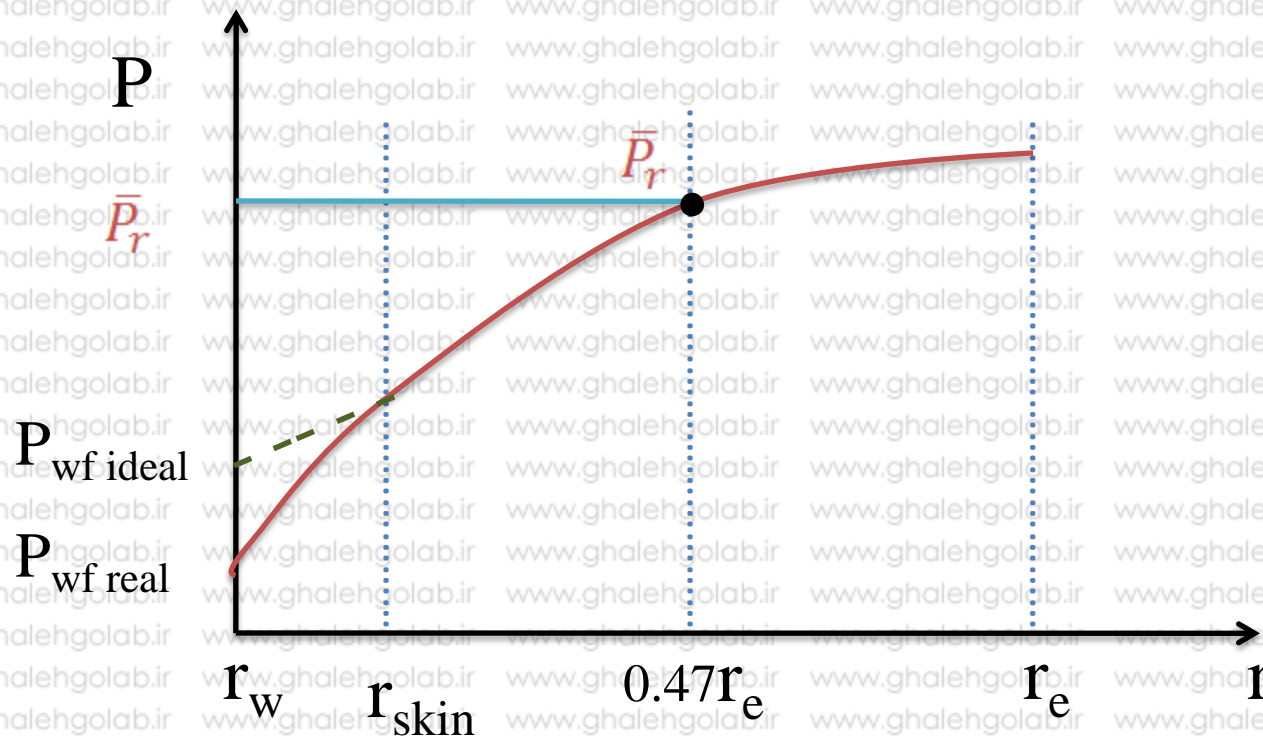
• در شرایطی که پدیده معمولاً برای محاسبه دبی جریان سیال از فشار متوسط حجمی استفاده می شود. اگر از فشار حجمی متوسط استفاده شود معادله فوق به صورت زیر تغییر می کند

$$Q_o = \frac{0.00708hK}{\mu B_o} \frac{(\bar{P}_r - P_{wf})}{\left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right]}$$

$$\ln \left( 0.471 \frac{r_e}{r_w} \right) = \ln \frac{r_e}{r_w} + \ln 0.471 = \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75$$

$$\ln\left(0.471 \frac{r_e}{r_w}\right) = \ln \frac{r_e}{r_w} + \ln 0.471 = \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75$$

• فشار متوسط حجمی مخزن در 47% شعاع ریزش اتفاق می افتد



• فشار در مخزنی مستقل از شکل مخزن (Geometry) می تواند به حالت شبه پدیدار برسد. برای تاثیر شکل مخزن در محاسبات

پارامتر  $C_A$  را در معادلات وارد می کنیم که به آن **Shape Factor** می گویند





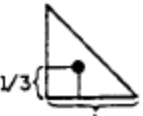


$$P_{wf} = \bar{P}_r - \frac{162.6 \mu Q_o B_o}{Kh} \text{Log} \left( \frac{4A}{1.781 C_A r_w^2} \right)$$




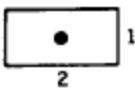

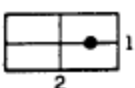
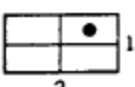
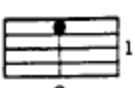
$$\bar{P}_r = P_i - \frac{0.23396 B_o Q_o t}{C_t \phi A h}$$

$$P_{wf} = \left( P_i - \frac{0.23396 B_o Q_o t}{C_t \phi A h} \right) - \frac{162.6 \mu Q_o B_o}{Kh} \text{Log} \left( \frac{4A}{1.781 C_A r_w^2} \right)$$

$$Q_o = \frac{Kh (\bar{P}_r - P_{wf})}{162.6 \mu B_o \text{Log} \left( \frac{4A}{1.781 C_A r_w^2} \right)}$$

**Table 6-4**  
**Shape Factors for Various Single-Well Drainage Areas**  
*(After Earlougher, R., Advances in Well Test Analysis, permission to publish by the SPE, copyright SPE, 1977)*

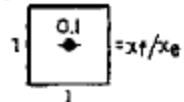
In Bounded Reservoirs	$C_A$	$\ln C_A$	$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{2.2458}{C_A} \right)$	Exact for $t_{DA} >$	Less than 1% Error For $t_{DA} >$	Use Infinite System Solution with Less Than 1% Error for $t_{DA} <$
	31.62	3.4538	-1.3224	0.1	0.06	0.10
	31.6	3.4532	-1.3220	0.1	0.06	0.10
	27.6	3.3178	-1.2544	0.2	0.07	0.09
	27.1	3.2995	-1.2452	0.2	0.07	0.09
	21.9	3.0865	-1.1387	0.4	0.12	0.08
	0.098	-2.3227	+1.5659	0.9	0.60	0.015
	30.8828	3.4302	-1.3106	0.1	0.05	0.09

	12.9851	2.5638	-0.8774	0.7	0.25	0.03
	4.5132	1.5070	-0.3490	0.6	0.30	0.025
	3.3351	1.2045	-0.1977	0.7	0.25	0.01
	21.8369	3.0836	-1.1373	0.3	0.15	0.025
	10.8374	2.3830	-0.7870	0.4	0.15	0.025
	4.5141	1.5072	-0.3491	1.5	0.50	0.06
	2.0769	0.7309	-0.0391	1.7	0.50	0.02
	3.1573	1.1497	-0.1703	0.4	0.15	0.005

	0.5813	-0.5425	+0.6758	2.0	0.60	0.02
	0.1109	-2.1991	+1.5041	3.0	0.60	0.005
	5.3790	1.6825	-0.4367	0.8	0.30	0.01
	2.6896	0.9894	-0.0902	0.8	0.30	0.01
	0.2318	-1.4619	+1.1355	4.0	2.00	0.03
	0.1155	-2.1585	+1.4838	4.0	2.00	0.01
	2.3606	0.8589	-0.0249	1.0	0.40	0.025

IN VERTICALLY FRACTURED RESERVOIRS

Use  $(x_c/x_f)^2$  in place of  $A/r_w^2$  for fractured systems



2.6541

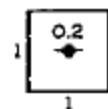
0.9761

-0.0835

0.175

0.08

cannot use



2.0348

0.7104

+0.0493

0.175

0.09

cannot use



1.9986

0.6924

+0.0583

0.175

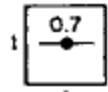
0.09

cannot use





1



1



1

IN WATER-DRIVE RESERVOIRS



IN RESERVOIRS OF UNKNOWN PRODUCTION CHARACTER



1.6620	0.5080	+0.1505	0.175	0.09	cannot use
1.3127	0.2721	+0.2685	0.175	0.09	cannot use
0.7887	-0.2374	+0.5232	0.175	0.09	cannot use
19.1	2.95	-1.07	—	—	—
25.0	3.22	-1.20	—	—	—

# Dimensionless Pressure $P_D$ Solution

$$P_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} \ln(r_{eD}) - 0.75$$

$$P_D = \frac{P_i - P_{wf}}{\frac{\mu_o B_o Q_o}{0.00708Kh}}$$

$$t_D = \frac{0.000264Kt}{\phi \mu_o C_t r_w^2}$$

# Example

An oil well is developed on the center of a 40-acre square-drilling pattern. The well is producing at a constant flow rate of 800 STB/day under a semi steady-state condition. The reservoir has the following properties:

$$\Phi = 15\% \quad h = 30\text{ft} \quad K = 200 \text{ md}$$








$$\mu = 1.5 \text{ cp} \quad B_o = 1.2 \text{ bbl/STB} \quad C_t = 25 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

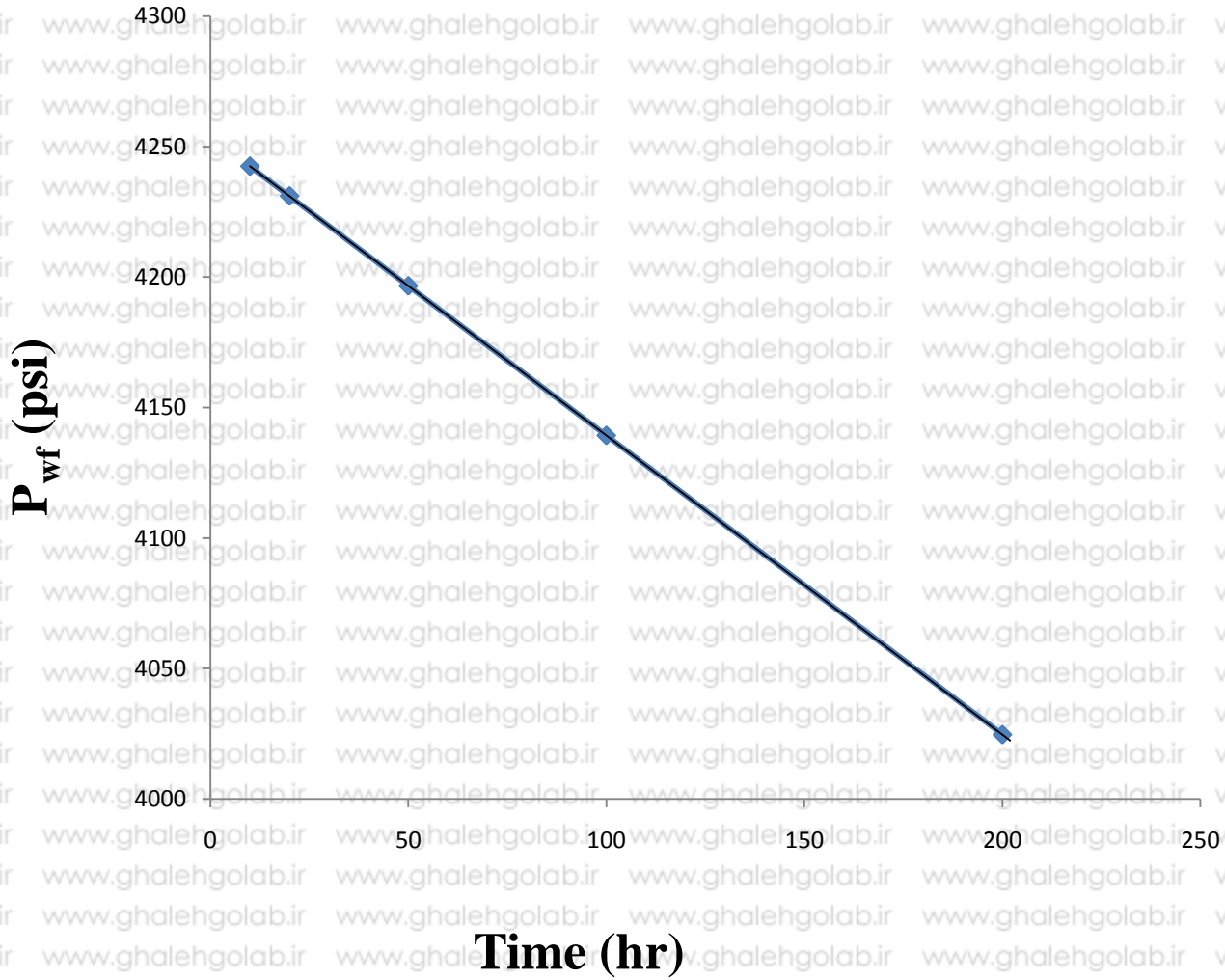
$$P_i = 4500 \text{ psi} \quad r_w = 0.25 \text{ ft} \quad A = 40 \text{ acres}$$

a. Calculate and plot the bottom-hole flowing pressure as a function of time.

b. Based on the plot, calculate the pressure decline rate. What is the decline in the average reservoir pressure from  $t = 10$  to  $t = 200$  hr ?

**Table 6-4**  
**Shape Factors for Various Single-Well Drainage Areas**  
*(After Earlougher, R., Advances in Well Test Analysis, permission to publish by the SPE, copyright SPE, 1977)*

In Bounded Reservoirs	$C_A$	$\ln C_A$	$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{2.2458}{C_A} \right)$	Exact for $t_{DA} >$	Less than 1% Error For $t_{DA} >$	Use Infinite System Solution with Less Than 1% Error for $t_{DA} <$
	31.62	3.4538	-1.3224	0.1	0.06	0.10
	31.6	3.4532	-1.3220	0.1	0.06	0.10
	27.6	3.3178	-1.2544	0.2	0.07	0.09
	27.1	3.2995	-1.2452	0.2	0.07	0.09
	21.9	3.0865	-1.1387	0.4	0.12	0.08
	0.098	-2.3227	+1.5659	0.9	0.60	0.015
	30.8828	3.4302	-1.3106	0.1	0.05	0.09



# Example

An oil well is producing under a constant bottom-hole flowing pressure of 1500 psi. The current average reservoir pressure is 3200 psi.

The well is developed in the center of a 40-acre square drilling pattern. Given the following additional information:

$$\Phi = 16\%$$

$$h = 15\text{ft}$$

$$K = 50\text{ md}$$

$$\mu = 2.6\text{ cp}$$

$$B_o = 1.15\text{ bbl/STB}$$

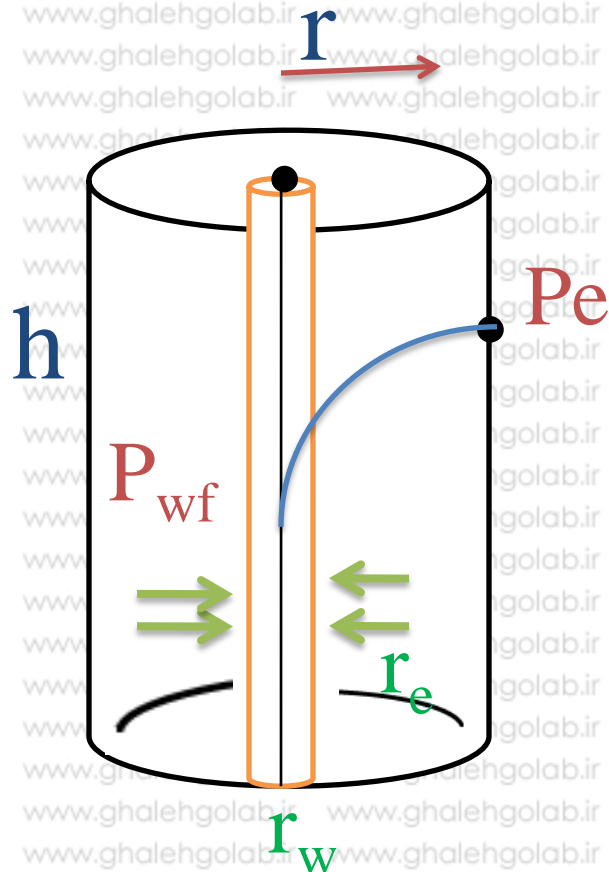
$$C_i = 10 \times 10^{-6}\text{ psi}^{-1}$$

$$r_w = 0.25\text{ ft}$$

$$A = 40\text{ acres}$$

Calculate the flow rate.

# Case 26: Radial Flow of compressible Fluid , Pseudo (Semi) steady State



$$r = r_e \text{ and } A = 2\pi r_e h$$

$$\frac{\partial m(P)}{\partial t} = \text{constant}$$

$$\frac{\partial^2 m(P)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m(P)}{\partial r} = \frac{\phi \mu_o C_t}{0.000264K} \frac{\partial m(P)}{\partial t}$$

$$Q_g = \frac{Kh (\overline{mP}_r - mP_{wf})}{1422 T \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right]}$$

$Q_g$  = gas flow rate, Mscf/day

T = temperature, °R

K = permeability, md



• دروش برای حل معادله انتشار گازها در حالت شبه پایدار وجود دارد که عبارتند از:

## 1. The Pressure-Squared Method (P<sup>2</sup>-Approximation Method)

$$Q_g = \frac{Kh (\bar{P}_r^2 - P_{wf}^2)}{1422 T \bar{\mu} \bar{Z} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right]} \quad \bar{P} = \sqrt{\frac{\bar{P}_r^2 - P_{wf}^2}{2}}$$

For (p < 2000)

## 2. The Pressure Method (P-Approximation Method)

$$Q_g = \frac{Kh (\bar{P}_r - P_{wf})}{1422 T \bar{\mu} B_g \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right]} \quad B_g = 0.00504 \frac{\bar{Z}}{\bar{P}}$$

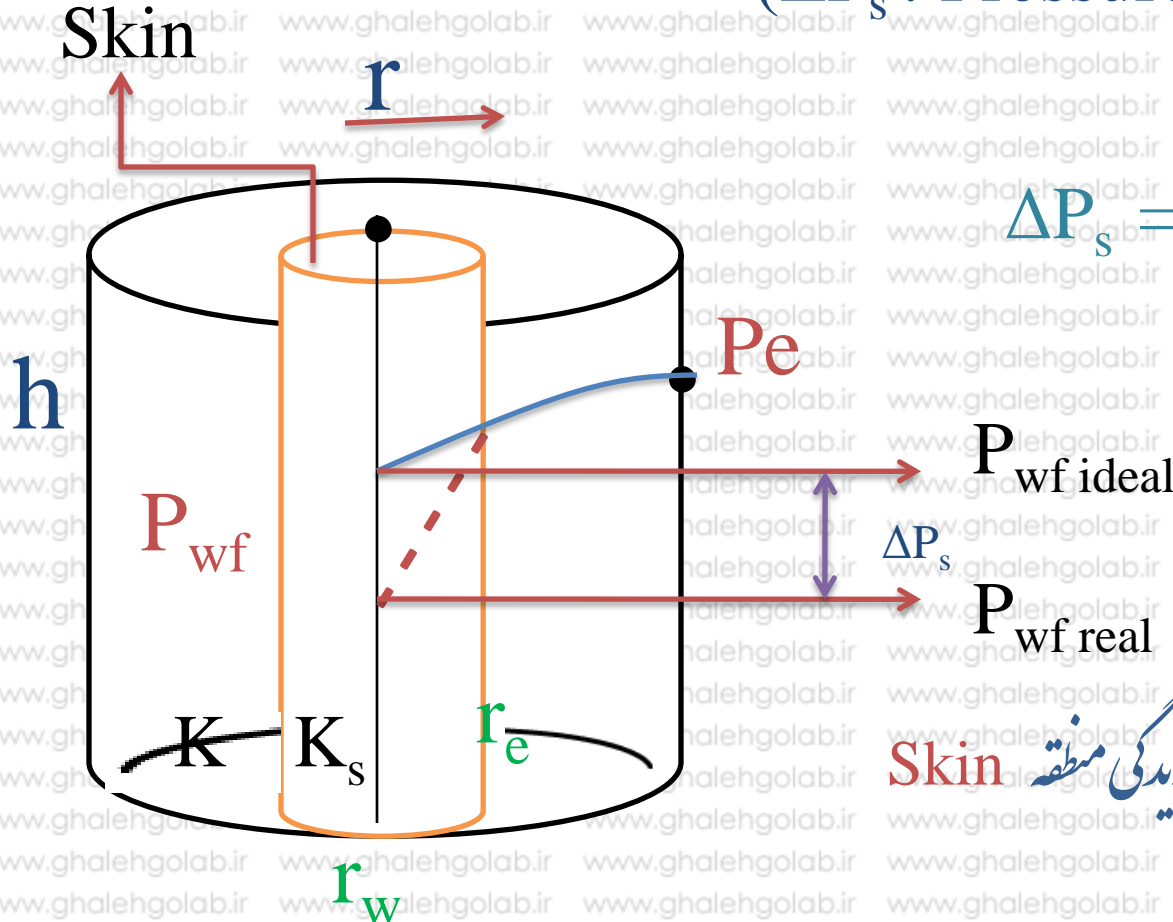
For (p > 3000)

# Skin Factor :

- منطقه می مجاور چاه را **Skin** می گویند. این منطقه در حین عملیات حفاری، سیانکاری و Perforation می تواند آسیب ببیند (ورود فیلتریت گل، توده های سیان و ذرات رس به سازند). همچنین در حین تولید نیز در این منطقه به علت تشکیل رسوبات آلی و غیره آلی (رسوبات معدنی) و بسته شدن محیط متخلخل توسط شن و ماسه و...، این منطقه آسیب می بیند.
- تمام این عوامل سبب کاهش تروایی منطقه **Skin** شده و تروایی  $K_s$  را بوجود می آورد که از تروایی سنگ مخزن ( $K$ ) کمتر است.

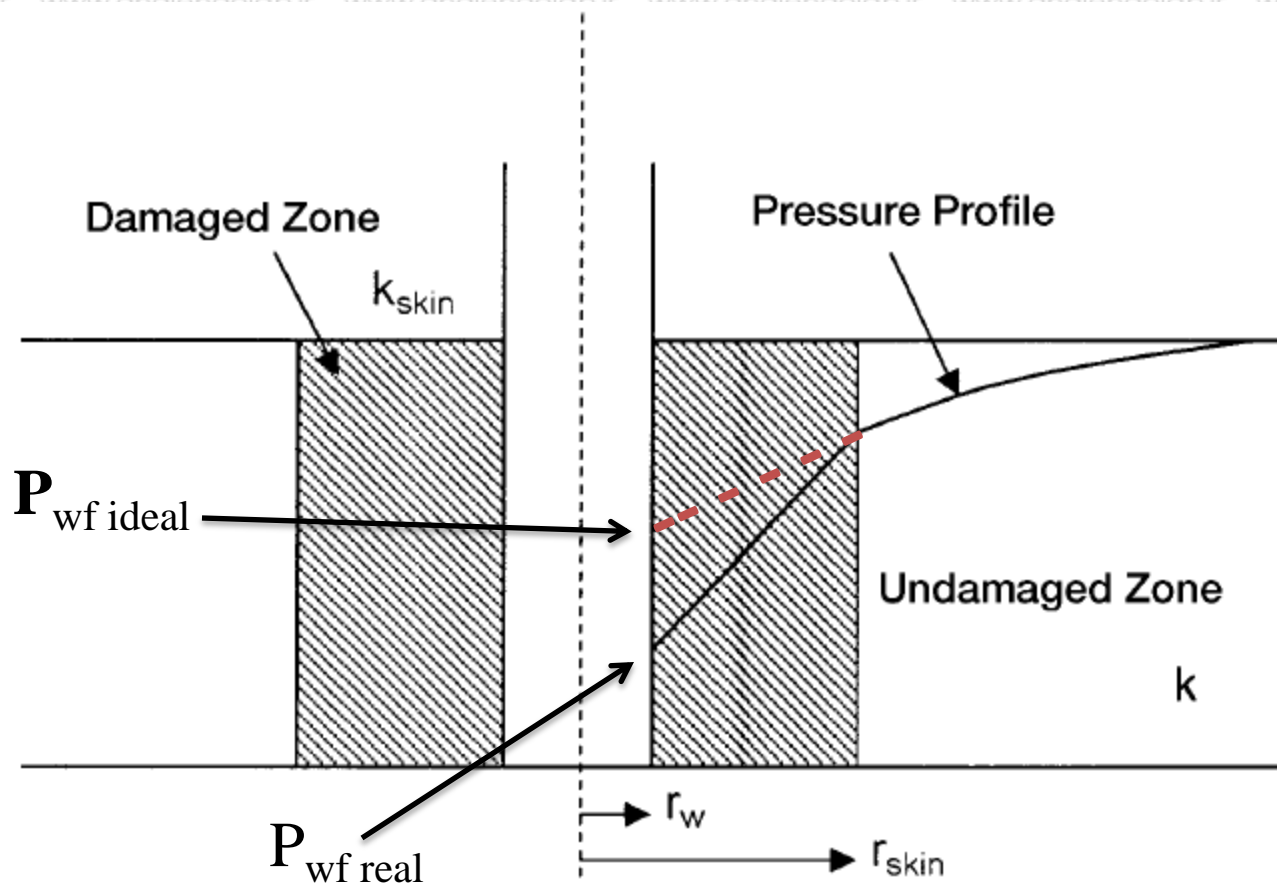
• در نتیجه این آسیب دیدگی منطقه **Skin** شاهد یک افت فشار اضافی به اندازه  $\Delta P_s$  خواهیم بود.

( $\Delta P_s$  : Pressure Drop Due to Skin)



$$\Delta P_s = P_{wf\ ideal} - P_{wf\ real}$$

به این پدیده افت اضافی فشار در اثر آسیب دیدگی منطقه **Skin** اصطلاحاً **Skin Effect** می‌گویند.



**Figure 6-26.** Near wellbore skin effect.

● میزان آسیب دیدگی منطقه **Skin** توسط پارامتری بنام **S** که اختصار **(Skin)** است، بیان می شود.

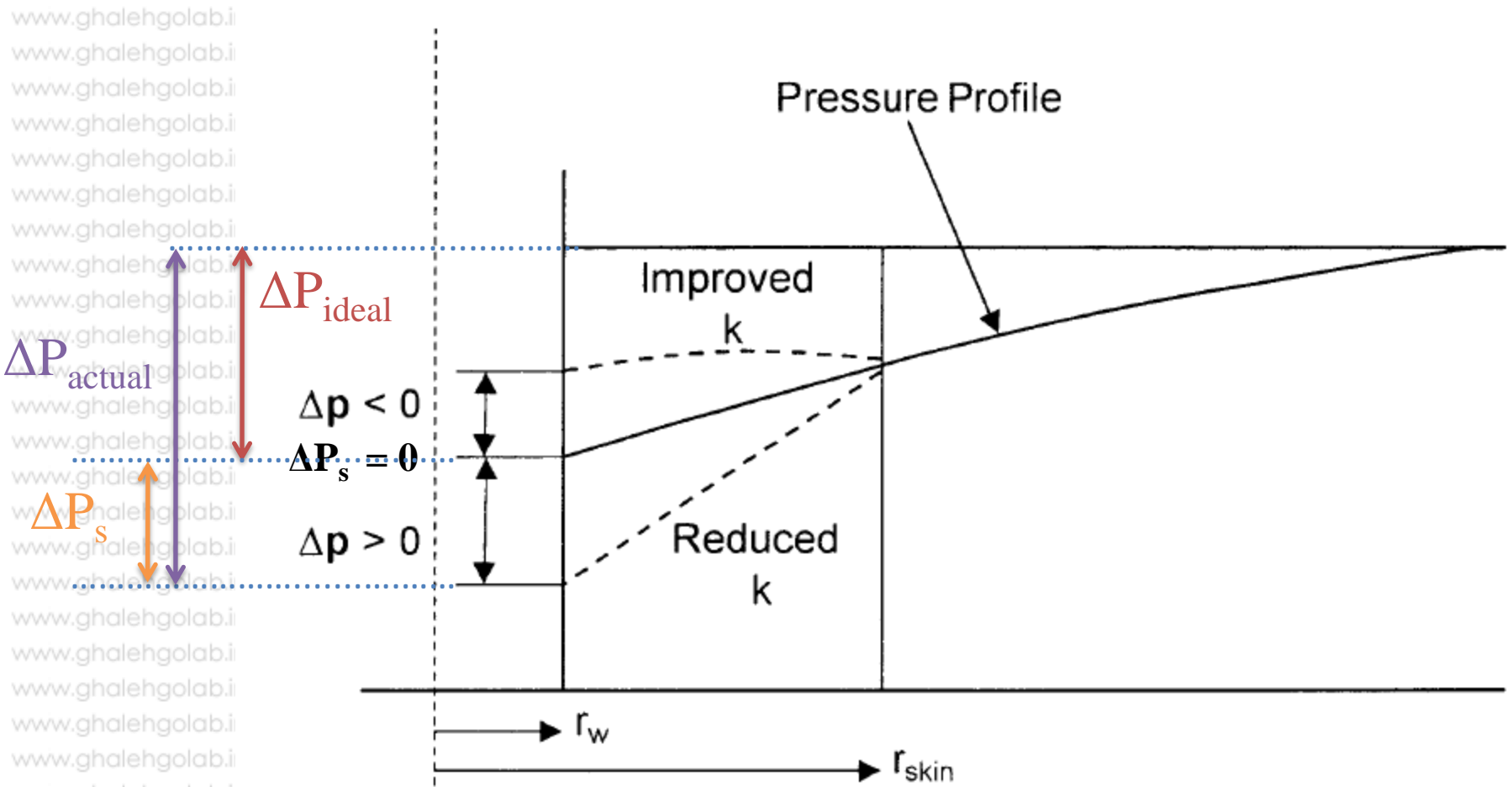
**Skin** توسط آنالیز تست های فشار ( **pressure Transient test** ) اندازه گیری می شود.

● حالات کونا کون **Skin** :

1.  $K = K_s$   $S = 0$  **NO damage** (Initial well conditions aren't damage)

2.  $K > K_s$   $S > 0$  **Damage**

3.  $K < K_s$   $S < 0$  **Improvement** ( well conditions are improvement)



**Figure 6-27.** Representation of positive and negative skin effects.

برای بهبود منطقه **skin** می توان از روشهایی مانند اسیدزنی یا ایجاد شکاف استفاده کرد. (در **acidizing** اسیدبا فشاری تزریق می شود که سنگ شکندولی در **fracturing** اسید با آب یا سیال نرم را با فشاری تزریق می کنند که سنگ بشکند)

$$Q_o = 0.00708 \frac{Kh}{\mu Bo} \frac{(P_i - P_{wf})}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$\Delta P = (P_i - P_{wf})$$

$$\Delta P = \frac{Q_o \mu Bo \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{0.00708 Kh}$$

$$\Delta P_s = [\Delta P \text{ in skin zone due to } k_{skin}] - [\Delta P \text{ in skin zone due to } k]$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o \mu Bo}{0.00708 K_{skin} h} \right] \ln\left(\frac{r_s}{r_w}\right) - \left[ \frac{Q_o \mu Bo}{0.00708 Kh} \right] \ln\left(\frac{r_s}{r_w}\right)$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o \mu B o}{0.00708 K_{skin} h} \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right) - \left[ \frac{Q_o \mu B o}{0.00708 K h} \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right)$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o \mu B o}{0.00708 K h} \right] \left[ \frac{K}{K_{skin}} - 1 \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right)$$

$$Skin = S = \left[ \frac{K}{K_{skin}} - 1 \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right)$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o \mu B o}{0.00708 K h} \right] S$$

$$\frac{1}{0.00708} = 141.24$$

$$\Delta P_s = 141.2 \left[ \frac{Q_o \mu B o}{K h} \right] S$$



$$\Delta P_s = 141.2 \left[ \frac{Q_o \mu B_o}{Kh} \right] S$$

✓ هر چه **S** بزرگتر باشد، مخرج بزرگتر شده و دبی کاهش می یابد.

✓ **Acidizing** با کاهش **S** تولید را زیاد می کند.

$$\Delta P_s = \Delta P_{actual} - \Delta P_{ideal}$$

$$\Delta P_{actual} = \Delta P_s + \Delta P_{ideal}$$

$$(P_i - P_{wf})_{actual} = \Delta P_s + (P_i - P_{wf})_{ideal}$$

# Steady-State Radial Flow

$$(P_i - P_{wf})_{actual} = \Delta P_s + (P_i - P_{wf})_{ideal}$$

$$(P_i - P_{wf})_{actual} = \left[ \frac{Q_o \mu B_o}{0.00708 K_{skin} h} \right] \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + \left[ \frac{Q_o \mu B_o}{0.00708 K h} \right] S$$

$$Q_o = 0.00708 \frac{K h (P_i - P_{wf})}{\mu B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S}$$

$$q = 0.00708 \frac{K h (P_i - P_{wf})}{\mu \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S}$$

# Unsteady-State Radial Flow

## 1. For Low Compressible Fluid

$$(P_i - P_{wf})_{actual} = 162.6 \left( \frac{Q_o \mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 \right] + 141.2 \left[ \frac{Q_o \mu B_o}{Kh} \right] S$$

$$(P_i - P_{wf})_{actual} = 162.6 \left( \frac{Q_o \mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

## 2. For Compressible Fluid

$$m(P_{wf}) = m(P_i) - \frac{1637 Q_g T}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$P_{wf}^2 = P_i^2 - \frac{1037 Q_g T \bar{Z} \bar{\mu}}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

# Semi Steady-State Radial Flow

## 1. For Low Compressible Fluid

$$Q_o = \frac{0.00708 kh (\bar{P}_r - P_{wf})}{\mu B_o \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S \right]}$$

## 2. For Compressible Fluid

$$Q_g = \frac{kh (\bar{P}_r^2 - P_{wf}^2)}{1422 T \bar{Z} \bar{\mu} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S \right]}$$

$$Q_g = \frac{kh (\bar{m} \bar{P}_r - m P_{wf})}{1422 T \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S \right]}$$

# Productivity Index (PI)

$$PI = \frac{q}{\Delta P}, \left( \frac{bbl}{day \cdot psi} \right)$$

$$PI = \frac{q}{P_i - P_{wf}} = \frac{q}{\bar{P}_r - P_{wf}}$$

هرچه شاخص بهره‌دهی  
(PI) بیشتر باشد، تولید چاه  
نیز بیشتر است.

# Specific Productivity Index (PI<sub>s</sub>)

$$PI_s = \frac{q}{\Delta P h} = \frac{PI}{h}, \left( \frac{bbl}{day \cdot psi \cdot ft} \right)$$

$$PI = \frac{q}{\Delta P}, \left( \frac{bbl}{day \cdot psi} \right)$$

$$q_{actual} = 0.00708 \frac{Kh (P_i - P_{wf})}{\mu \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S}$$

$$q_{ideal} = 0.00708 \frac{Kh (P_i - P_{wf})}{\mu \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

$$PI_{actual} = \frac{q_{actual}}{\Delta P}$$

$$PI_{ideal} = \frac{q_{ideal}}{\Delta P}$$

# Flow Efficiency (FE) or Productivity Ratio (PR)

- در محاسبات FE یا باید دبی‌ها را ثابت در نظر بگیریم و عامل Skin را در  $\Delta P$  یا در  $\Delta P$  یا در  $\Delta P$  یا ثابت
- در نظر بگیریم و عامل Skin را در دبی وارد کنیم

## 1. For $\Delta P$ Constant

$$FE = \frac{PI_{actual}}{PI_{ideal}} = \frac{\frac{q_{actual}}{\Delta P}}{\frac{q_{ideal}}{\Delta P}} = \frac{q_{actual}}{q_{ideal}}$$

$$FE = \frac{q_{actual}}{q_{ideal}} = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + S}$$

## 2. For $q$ constant

$$FE = \frac{PI_{actual}}{PI_{ideal}} = \frac{\frac{q}{\Delta P}}{\frac{q}{\Delta P}} = \frac{P_r - P_{wf,actual}}{P_r - P_{wf,ideal}}$$

$$FE = \frac{P_r - P_{wf,ideal}}{P_r - P_{wf,actual}}$$

$$\Delta P_s = \Delta P_{actual} - \Delta P_{ideal}$$

$$P_r - P_{wf,ideal} = (P_r - P_{wf,actual}) - \Delta P_s$$

$$FE = \frac{(P_r - P_{wf,actual}) - \Delta P_s}{P_r - P_{wf,actual}}$$



# Damage Factor (DF)

$$DF = 1 - FE \quad FE = \frac{\bar{K}}{K}$$

# Damage Ratio (DR)

$$DR = \frac{1}{FE}$$

# Average Permeability ( $\bar{K}$ )

$$\bar{K} = \frac{141.2 Q_o \mu B o}{h(P_i - P_{wf})} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.5 \right]$$

$\bar{K}$  منبران متوسط  $K$  و  $K_s$  می باشد

# Apparent Wellbore Radius

• **Russell and Matthews** با معرنی شعاع موثر یا ظاهری چاه  $r_{wa}$  روشی برای تصحیح اثر پوسته ارائه نمودند.

$r_{wa}$  را می توان در همه معادلات مربوط به اثر پوسته بجای  $r_w$  قرار داد و از بکار بردن  $S$  در معادلات آن صرف نظر کرد.

$$r_{wa} = r_w e^{-S}$$

$$P_i - P_{wf} = 162.6 \left( \frac{Q_o \mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_{wa}^2} \right) - 3.23 \right]$$

# Example

In a well evaluation Analysis, The following data are given.

$$h = 11\text{ft} \quad Q = 33 \text{ STBD} \quad K = 170 \text{ md} \quad r_w = 0.25 \text{ ft}$$

$$\mu = 3.5 \text{ cp} \quad B_o = 1.4 \text{ bbl/STB} \quad C_t = 25 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \quad P_r = 4500 \text{ psi}$$

$$\text{Pressure Drawdown} = 263 \text{ psi} \quad K_s = 133 \text{md} \quad r_s = 2.83 \text{ ft}$$

Calculated pressure drop due to skin, flow efficiency, Damage Ratio, damage factor, Productivity Index and apparent wellbore radius.

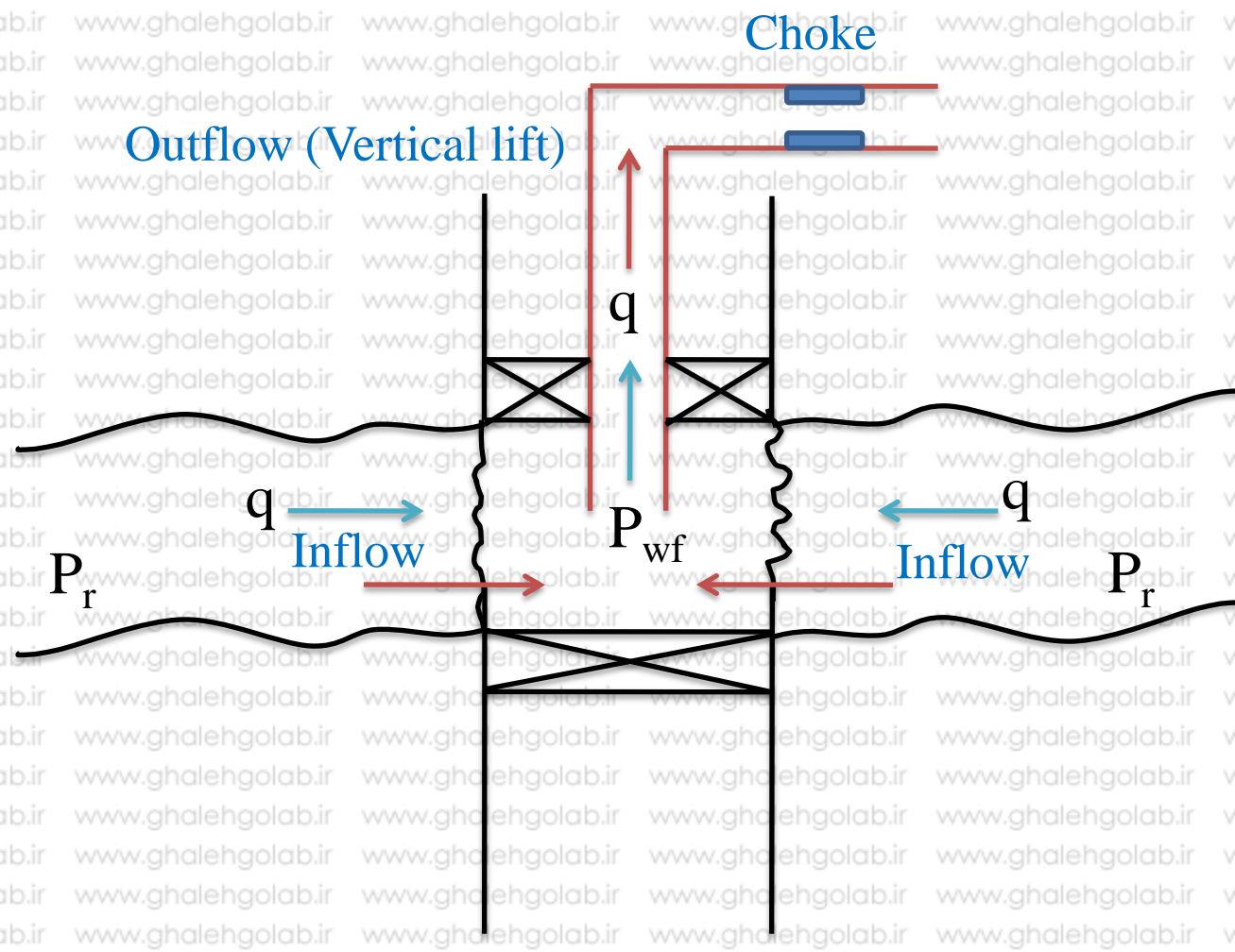
# Inflow Performance Relationship (IPR)

• رابطه‌ای که  $q$  را تابعی از  $P_{wf}$  بیان کند IPR نامیده می‌شود

• **Inflow**: حرکت سیال از مخزن به تپه چاه

• **Outflow**: حرکت سیال از تپه چاه به سرچاه

$$q = f(P_{wf}) \longrightarrow \text{IPR}$$



Outflow (Vertical lift)

Choke

$q$  Inflow

$q$  Inflow

$P_r$

$P_r$

$P_{wf}$

$P_{wf} : \text{Back Pressure}$

*Instructor: Elyas Golabi*

## پس فشار ناشی از چیست:

➤ این فشار در درجه اول ناشی از وزن هیدرواستاتیکی درون چاه می باشد

➤ کوچک بودن دستگاه های تفکیک کننده (Separator)

➤ گرفتگی Tubing ها بر اثر رسوبات

➤ وجود جریانگاه ها (Choke). توسط چک های توان پس فشار را کم و زیاد کرد. در نتیجه این عمل دبی ها نیز کم و

زیاد می شود.

Back Pressure یا همان پس فشار ( $P_{wf}$ ) بر علیه فشار سازند عمل می کند

# رسم منحنی IPR به دوروش انجام می شود که عبارتند از:

## 1. با استفاده از رباط شاخص بردی:

$$PI = \frac{q}{\Delta P}$$

$$q = PI \cdot \Delta P$$

$$q = PI \cdot (\bar{P}_r - P_{wf})$$

$P_{wf1}$

$q_1$

$P_{wf2}$

$q_2$

$P_{wf3}$

$q_3$

*PI and  $\bar{P}_r$  : Constant*

## 2. چاه بادبی q تولید می کند و $P_{wf}$ را اندازه گرفته می شود:

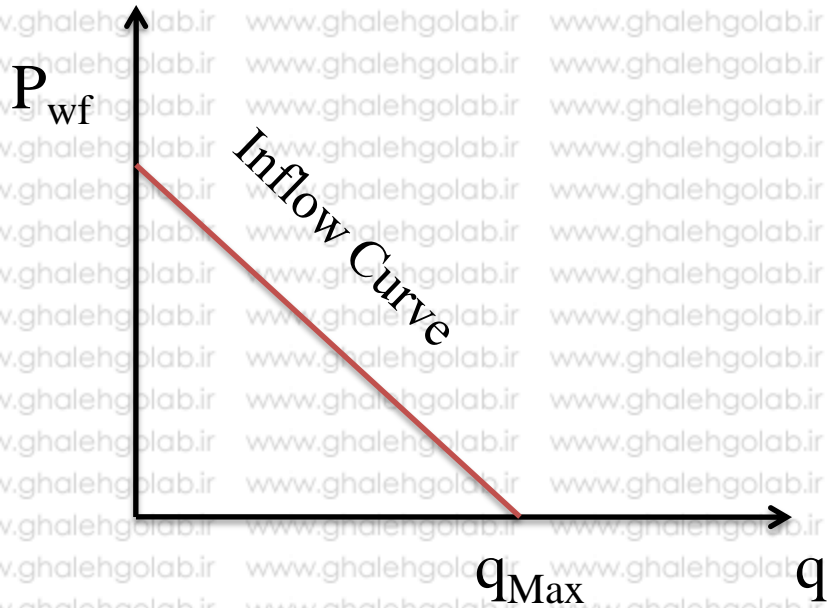
• چاه بادبی  $q_1$  تولید می کند و  $P_{wf1}$  اندازه گیری می شود

• چاه بادبی  $q_2$  تولید می کند و  $P_{wf2}$  اندازه گیری می شود

• چاه بادبی  $q_3$  تولید می کند و  $P_{wf3}$  اندازه گیری می شود

• چاه بادبی  $q_4$  تولید می کند و  $P_{wf4}$  اندازه گیری می شود





$$P_{wf} = \bar{P}_r \rightarrow q = 0$$

$$P_{wf} = 0 \rightarrow q = q_{Max}$$

For one phase flow or Homogen flow or Ideal flow

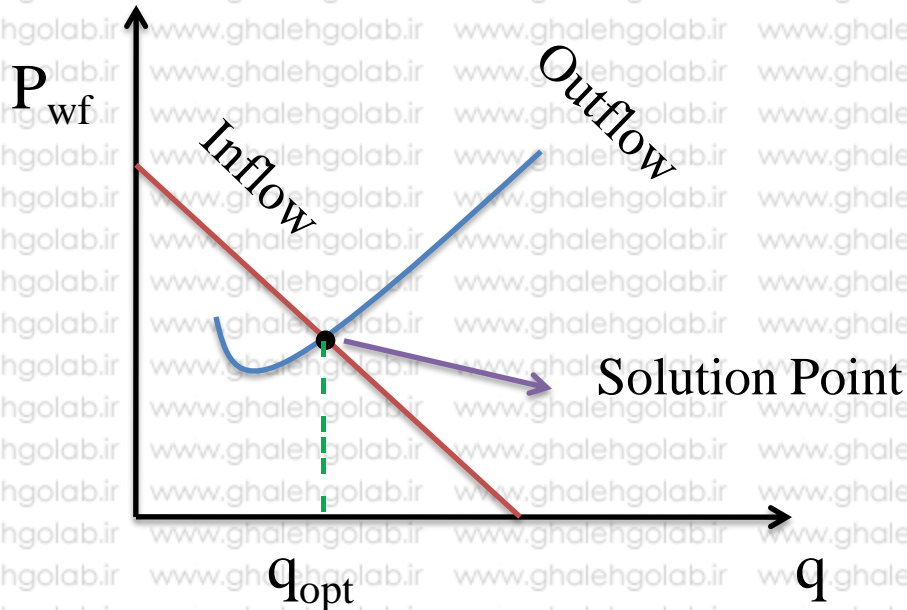
$P_{wf}$  پیکاه صفر نمی شود و حداقل مقدار آن فشار استاندارد (14.7psi) می باشد و در عمل بیشترین دبی تولیدی در این فشار

ته چاهی می باشد.

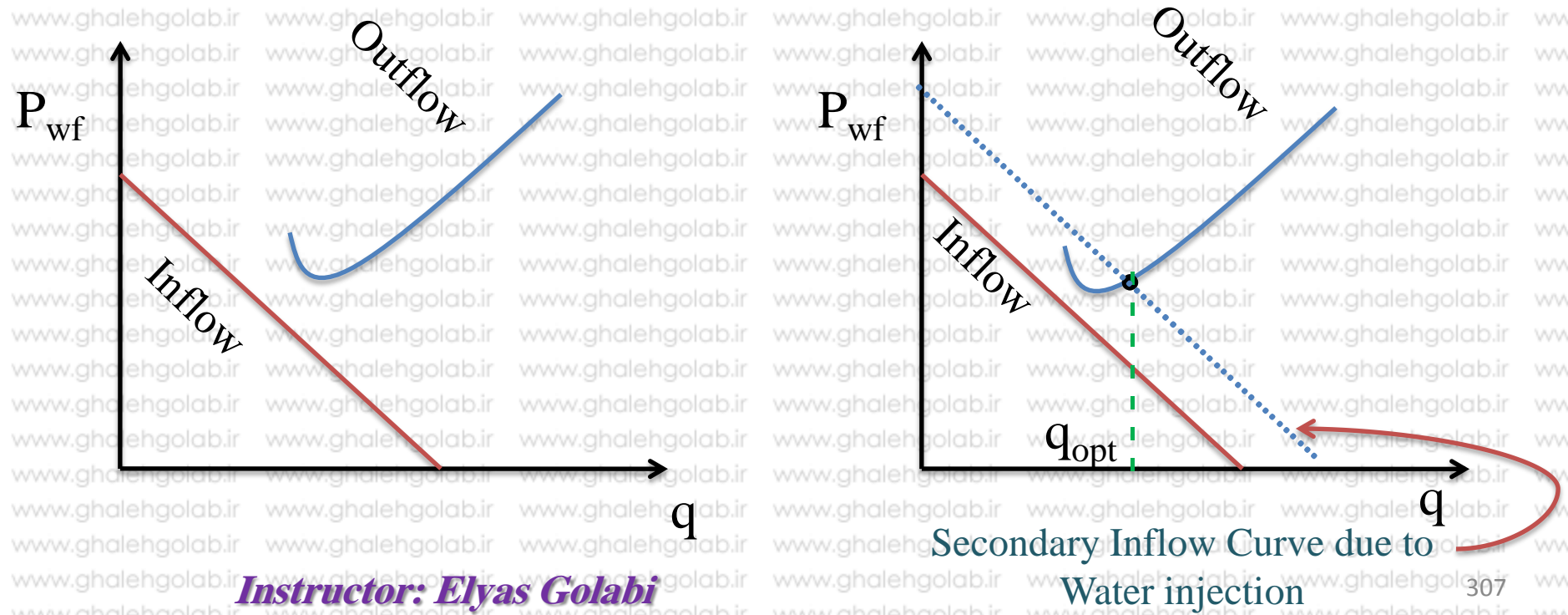
• اگر چاهی بادی ماکزیم تولید کند، شن و ماسه های آن کنده شده و به داخل چاه می ریزد.

• هر چاهی با یک دبی بهینه (Optimal Rate) بایستی تولید کند. برای بدست آوردن دبی بهینه منحنی **Outflow**

را منیرسم می کنیم و محل تلاقی منحنی **Outflow** با منحنی **Inflow** دبی بهینه چاه را می دهد.



• اگر منحنی **Outflow** منحنی **Inflow** را قطع نکرد، یعنی چاه با فشار طبیعی مخزن نمی تواند تولید کند و از روش های مصنوعی تولید مثل پمپ، تغییر قطر لوله مغزری یا روش های افزایش برداشت استفاده کرد.



# Turbulent Flow Factor

- همه ی معادلات جریانی که در بخش های قبل ذکر شدند با فرض حاکم بودن جریان آرام بدست آمده اند. در یک جریان شعاعی با نزدیک شدن خطوط جریان به حفره چاه سرعت جریان افزایش می یابد که این افزایش سرعت جریان می تواند باعث ایجاد یک رژیم جریانی آشفته در اطراف چاه شود. این جریان آشفته معمولاً در جریان گازها اتفاق می افتد و موجب ایجاد یک افت فشار اضافی مشابه افت فشار ناشی از ضریب پوسته می شود.
- وجود اثرات ناشی از جریان آشفته را با نام **جریان غیرداری** معرفی می کنند.

# For non-Darcy Gas

$$(\Delta\psi)_{actual} = (\Delta\psi)_{ideal} + (\Delta\psi)_{skin} + (\Delta\psi)_{non-Darcy}$$

$$(\Delta\psi)_{non-Darcy} = F Q_g^2$$

$$F = 3.161 \times 10^{-12} \left( \frac{\beta T \gamma_g}{\mu_{gw} h^2 r_w} \right)$$

$$\beta = 1.88 \times 10^{-6} (K)^{-1.47} (\phi)^{-0.53}$$

$Q_g$  = gas flow rate, Mscf/day

$\mu_{gw}$  = gas viscosity as evaluated at  $P_{wf}$ , cp

$\gamma_g$  = gas specific gravity

$h$  = thickness, ft

$F$  = non-Darcy flow coefficient,  $\text{psi}^2/\text{cp}/(\text{Mscf}/\text{day})^2$

$\beta$  = turbulence parameter

# For non-Darcy Gas, U/S/S Radial Flow

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right] + FQ^2_g$$

$$D = \frac{FKh}{1422T}$$

$$S' = S + DQ^2_g$$

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S + 0.87DQ^2_g \right]$$

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{1637Q_g T}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

$$P_i^2 - P_{wf}^2 = \frac{1037Q_g T \bar{Z} \bar{\mu}}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_{ti} r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S' \right]$$

# For non-Darcy Gas, Semi/S/S Radial Flow

$$Q_g = \frac{Kh (\overline{mP}_r - mP_{wf})}{1422 T \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S + DQ_g \right]}$$

$$Q_g = \frac{Kh (\overline{P}_r^2 - P_{wf}^2)}{1422 T \bar{Z} \bar{\mu} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S + DQ_g \right]}$$

$$D = \frac{FKh}{1422T}$$

# For non-Darcy Gas, S/S Radial Flow

$$Q_g = \frac{Kh (mP_i - mP_{wf})}{1422 T \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 + S + DQ_g \right]}$$

$$Q_g = \frac{Kh (P_i^2 - P_{wf}^2)}{1422 TZ\bar{\mu} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 + S + DQ_g \right]}$$

- $Q_g$  = gas flow rate, Mscf/day
- $t$  = time, hr
- $K$  = permeability, md
- $\mu_i$  = gas viscosity as evaluated at  $P_i$ , cp



# Example

A gas well has an estimated wellbore damage radius of 2 feet and an estimated reduced permeability of 30 md. The formation has permeability and porosity of 55 md and 12%. The well is producing at a rate of 20 MMscf/day with a gas gravity of 0.6. The following additional data is available:

$$r_w = 0.25 \quad h = 20' \quad T = 140^\circ\text{F} \quad \mu_{gw} = 0.013 \text{ cp}$$

Calculate the apparent skin factor.

# Principle of Superposition

- روشهای حل معادله انتشار که تاکنون ذکر شده اند فقط بیانگر توزیع فشار در یک مخزن محدود و دارای تنها یک چاه تولیدی بادبی ثابت می باشد. با توجه به اینکه بطور واقعی همه ی مخزن دارای چاه های مختلف بادبی های متفاوت می باشند، لازم است یک روش کلی برای توصیف جریان سیالات در حالت نامیادار اینگونه مخازن ارائه کرد.
- یکی از روش های دقیق توصیف حالت های واقعی تولید و توزیع فشار در مخازن، روش اصل انطباق است. این روش بصورت ریاضی شامل مجموعی از راه حل های مختلف معادله ی انتشار برای هر یک از چاه های می باشد.

# مفهوم اصل انطباق رامی توان باد نظر گرفتن اثرات مختلف زیر در معادله جریان گذرا بکار برد:

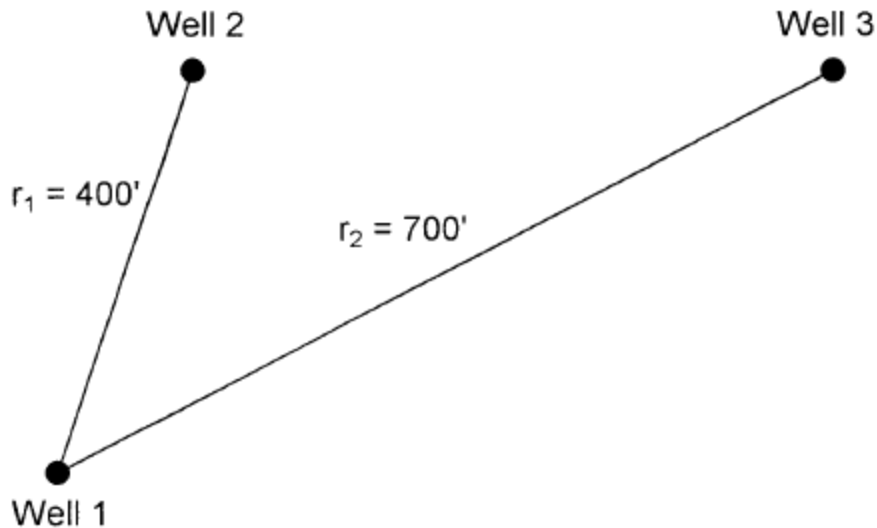
- Effects of multiple wells
- Effects of rate change
- Effects of the boundary
- Effects of pressure change

Slider یک تحقیق کلی در مورد روش های کاربرد اصل انطباق برای حل مسائل مختلف جریان نامیادار انجام داد که توسط آن

اثرات فوق در معادلات جریان نامیادار بررسی می گردد

# Effects of Multiple Wells

- یکی از مهمترین کاربردهای اصل انطباق بررسی اثر تولیدی چاه‌های مختلف بر فشار مخزن است. بر اساس این اصل افت فشار کل در هر نقطه مخزن شامل مجموع تغییرات فشار ناشی از تولید چاه‌های مختلف در آن نقطه می‌باشد و افت فشار کل در هر چاه معادل مجموع افت فشارهای ناشی از هر کدام از چاه‌ها می‌باشد.



$\Delta P_{\text{total drop at well 1}} = \Delta P_{\text{drop due to well 1}} + \Delta P_{\text{drop due to well 2}} + \Delta P_{\text{drop due to well 3}}$

$$(P_i - P_{wf})_{\text{well1}} = (\Delta P)_{\text{well1}} = 162.6 \left( \frac{Q_{o1} \mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$(P_i - P_{wf})_{\text{total at well1}} = 162.6 \left( \frac{Q_{o1} \mu B_o}{Kh} \right) \times \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$- \left( \frac{70.6 Q_{o2} \mu B_o}{Kh} \right) E_i \left( - \frac{948 \phi \mu C_t r_1^2}{Kt} \right) - \left( \frac{70.6 Q_{o3} \mu B_o}{Kh} \right) E_i \left( - \frac{948 \phi \mu C_t r_2^2}{Kt} \right)$$

t = time, hrs

S = skin factor

K = permeability, md

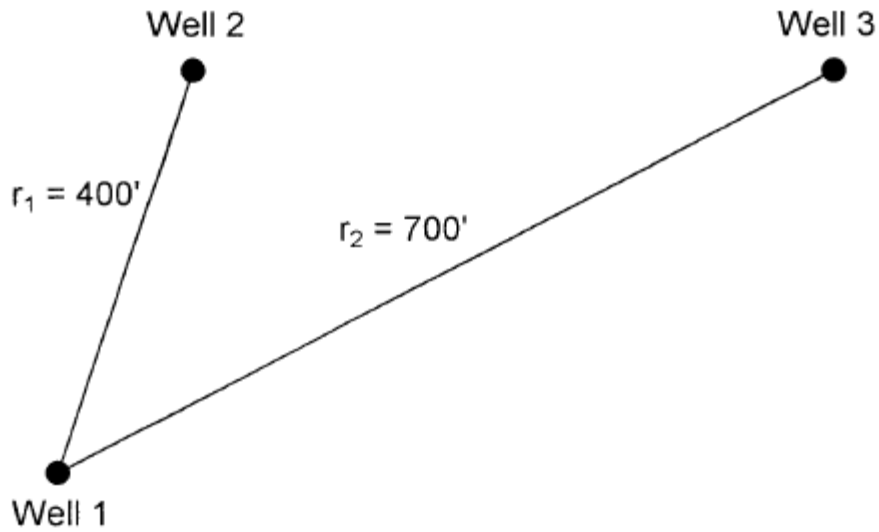
Q<sub>o</sub> = oil flow rate from well

# Example

Assume that the three wells as shown in Figure 6-28 are producing under a transient flow condition for 15 hours. The following additional data is available:

$$\begin{aligned} Q_{o1} &= 100 \text{ STBD} & Q_{o2} &= 160 \text{ STBD} & Q_{o3} &= 200 \text{ STBD} & P_i &= 4500 \text{ psi} \\ C_t &= 20(10^{-6}) \text{ psi}^{-1} & r_w &= 0.25 \text{ ft} & \Phi &= 15\% & B_o &= 1.20 \text{ bbl/STB} & \mu_o &= 2.0 \text{ cp} \\ h &= 20 \text{ ft} & K &= 40 \text{ md} & r_1 &= 400 \text{ ft} & S_{\text{well } 1} &= -0.5 & r_2 &= 700 \text{ ft} \end{aligned}$$

If the three wells are producing at a constant flow rate, calculate the sand face flowing pressure at Well 1.



**Figure 6-28.** Well layout for Example 6-20.

**Table 6-1**  
**Values of the  $-E_i(-x)$  as a function of  $x$**   
**(After Craft, Hawkins, and Terry, 1991)**

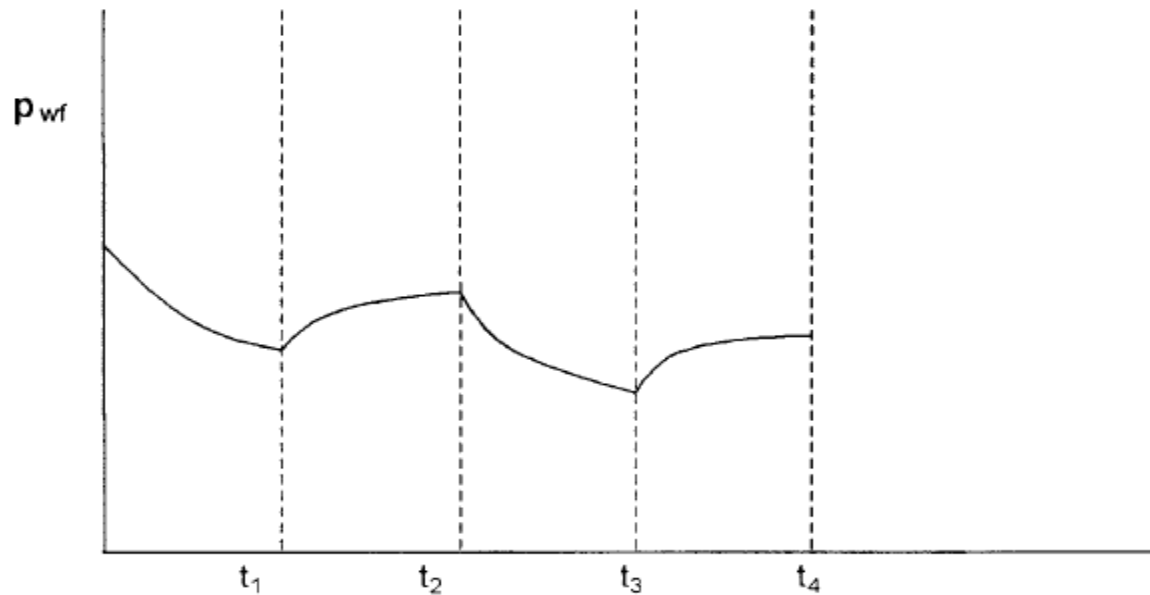
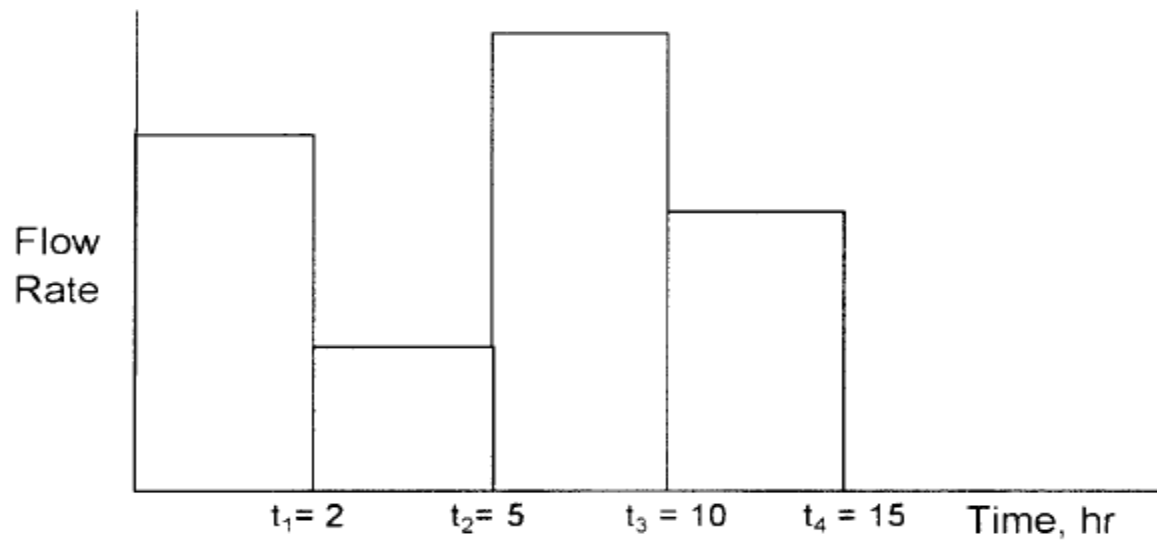
$x$	$-E_i(-x)$	$x$	$-E_i(-x)$	$x$	$-E_i(-x)$
0.1	1.82292	4.3	0.00263	8.5	0.00002
0.2	1.22265	4.4	0.00234	8.6	0.00002
0.3	0.90568	4.5	0.00207	8.7	0.00002
0.4	0.70238	4.6	0.00184	8.8	0.00002
0.5	0.55977	4.7	0.00164	8.9	0.00001
0.6	0.45438	4.8	0.00145	9.0	0.00001
0.7	0.37377	4.9	0.00129	9.1	0.00001
0.8	0.31060	5.0	0.00115	9.2	0.00001
0.9	0.26018	5.1	0.00102	9.3	0.00001
1.0	0.21938	5.2	0.00091	9.4	0.00001
1.1	0.18599	5.3	0.00081	9.5	0.00001
1.2	0.15841	5.4	0.00072	9.6	0.00001
1.3	0.13545	5.5	0.00064	9.7	0.00001
1.4	0.11622	5.6	0.00057	9.8	0.00001
1.5	0.10002	5.7	0.00051	9.9	0.00000
1.6	0.08631	5.8	0.00045	10.0	0.00000
1.7	0.07465	5.9	0.00040		
1.8	0.06471	6.0	0.00036		
1.9	0.05620	6.1	0.00032		
2.0	0.04890	6.2	0.00029		
2.1	0.04261	6.3	0.00026		
2.2	0.03719	6.4	0.00023		
2.3	0.03250	6.5	0.00020		
2.4	0.02844	6.6	0.00018		
2.5	0.02491	6.7	0.00016		
2.6	0.02185	6.8	0.00014		



# Effects of Rate Change

• در همه‌ی معادلاتی که تاکنون ارائه شده فرض بر این بوده که دبی جریان‌ی‌چاه ثابت باشد، اما در عمل همه‌ی چاه‌ها در زمان تولید خود دچار تغییر دبی می‌شوند. لذا به منظور بررسی واقعی رفتار جریان‌ی‌ و پیش‌بینی رفتار فشاری در این حالت لازم است که این تغییرات دبی در معادلات جریان‌ی‌ و حالت داده شوند.

• بر اساس اصل انطباق می‌توان نتیجه گرفت که هر تغییر دبی در چاه منجر به ایجاد یک پانچ فشاری می‌گردد که مستقل از پانچ فشاری مربوط به تغییرات دبی‌های قبلی می‌باشد. همین دلیل افت فشار کل در هر زمان بعنوان مجموع تغییرات فشاری ناشی از دبی‌های مختلف آن چاه در نظر گرفته می‌شود.



**Figure 6-29.** Production and pressure history of a well.

$$(\Delta P)_{total} = (\Delta P)_{\text{due to } (Q_{01} - 0)} + (\Delta P)_{\text{due to } (Q_{02} - Q_{01})} \\ + (\Delta P)_{\text{due to } (Q_{03} - Q_{02})} + (\Delta P)_{\text{due to } (Q_{04} - Q_{03})}$$

$$(\Delta P)_{Q_1 - 0} = \left( \frac{162.6(Q_1 - 0)\mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt_4}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$(\Delta P)_{Q_2 - Q_1} = \left( \frac{162.6(Q_2 - Q_1)\mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{K(t_4 - t_1)}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$(\Delta P)_{Q_3 - Q_2} = \left( \frac{162.6(Q_3 - Q_2)\mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{K(t_4 - t_2)}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

$$(\Delta P)_{Q_4 - Q_3} = \left( \frac{162.6(Q_4 - Q_3)\mu B_o}{Kh} \right) \left[ \text{Log} \left( \frac{K(t_4 - t_3)}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right]$$

# Example

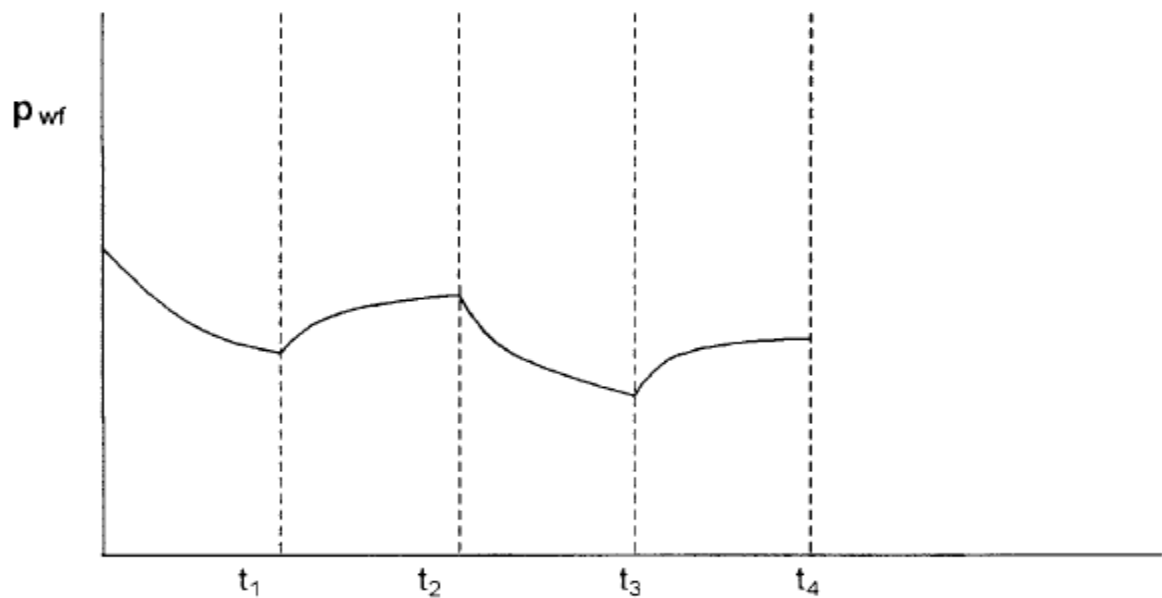
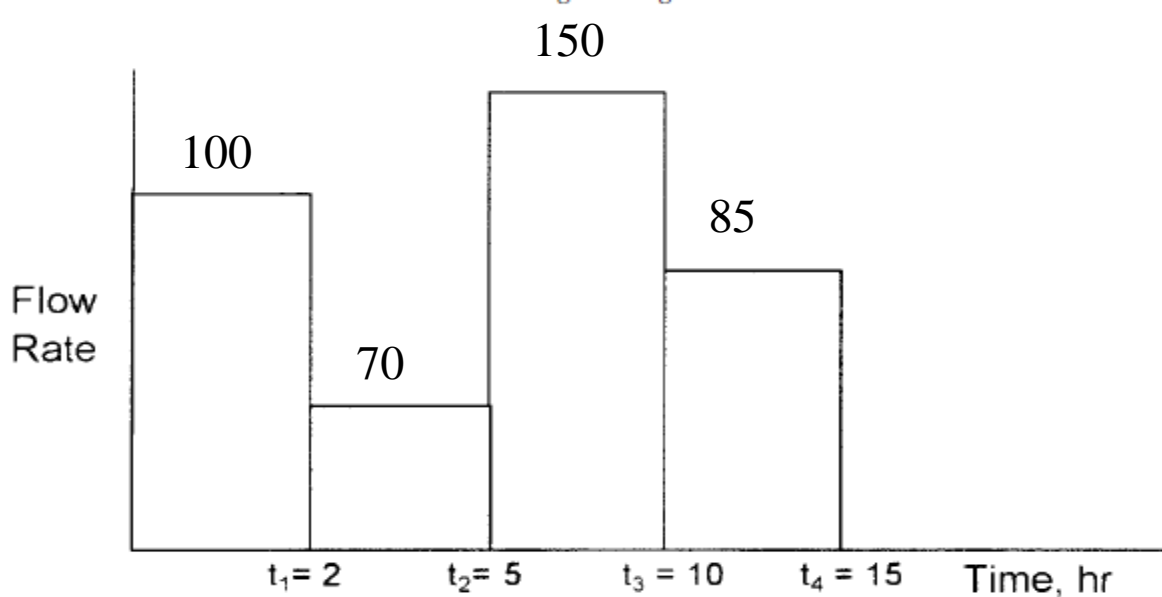
Figure 6-29 shows the rate history of a well that is producing under transient flow condition for 15 hours.

Given the following data:

$$P_i = 5000 \text{ psi} \quad C_t = 20(10^{-6}) \text{ psi}^{-1} \quad r_w = 0.3 \text{ ft} \quad f = 15\%$$

$$B_o = 1.1 \text{ bbl/STB} \quad \mu_o = 2.5 \text{ cp} \quad h = 20 \text{ ft} \quad K = 40 \text{ md} \quad S = 0$$

Calculate the sand face pressure after 15 hours.



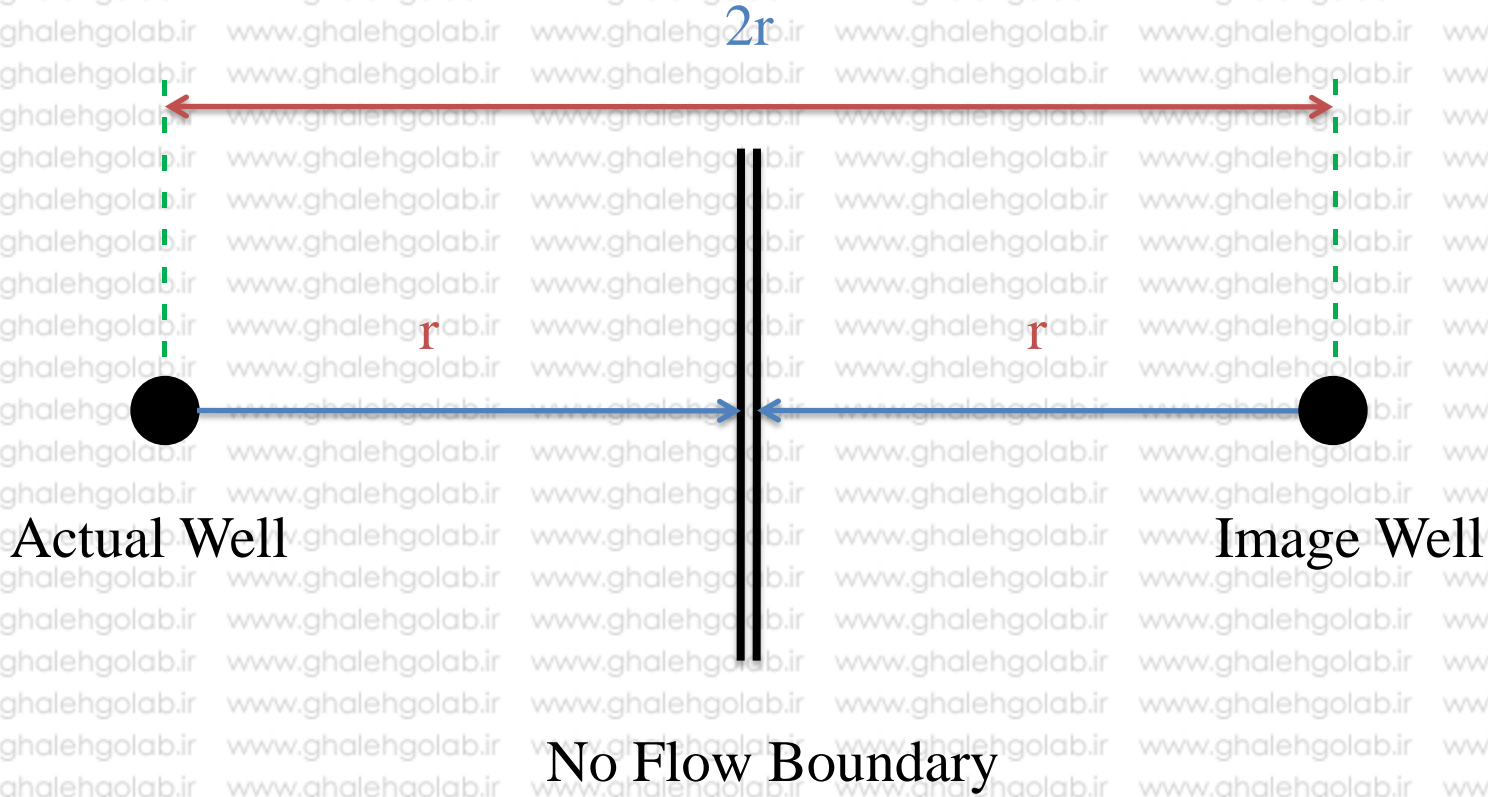
**Figure 6-29.** Production and pressure history of a well.

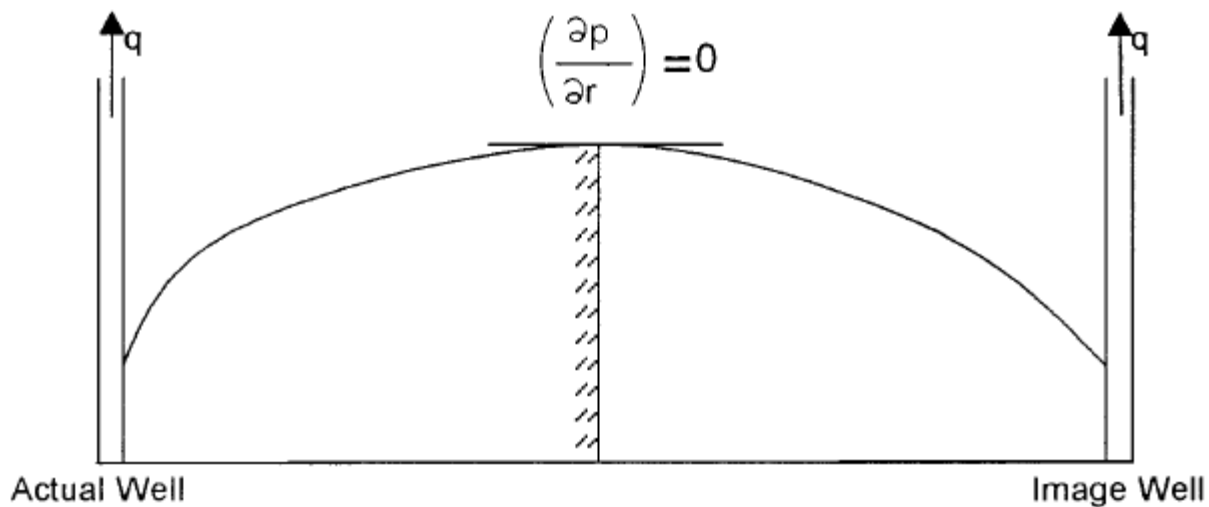
# Effects of the Boundary

• اصل انطباق رامی توان به منظور پیش بینی فشار یک چاه در یک مخزن محدود و مرزدار مورد استفاده قرار داد. شکل 30-6 نشان دهنده چاهی است که در فاصله  $r$  از یک مرز بدون جریان مانند یک کسل، قرار دارد. در شرایط مرز بدون جریان می توان کرد این فشار را معادل صفر در نظر گرفت.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{\text{Boundary}} = 0$$

بصورت ریاضی شرایط مرزی فوق رامی توان با استفاده از فرض وجود یک چاه مجازی و مشابه چاه واقعی در طرف دیگر کسل در همان فاصله  $r$ ، اعمال نمود. بنابراین اثر این مرز بر رفتار فشار یک چاه مشابه اثر یک چاه مجازی در فاصله  $2r$  از چاه واقعی می باشد. در این حالت افت فشار کل در چاه واقعی بصورت مجموع افت فشاری ناشی از تولید چاه واقعی علاوه افت فشاری ناشی از چاه مجازی می شود.





**Figure 6-30.** Method of images in solving boundary problems.

$$(\Delta P)_{\text{total}} = \frac{162.6 Q_o \mu B_o}{Kh} \left[ \text{Log} \left( \frac{Kt}{\phi \mu C_t r_w^2} \right) - 3.23 + 0.87S \right] - \left( \frac{70.6 Q_o \mu B_o}{Kh} \right) E_i \left( - \frac{948 \phi \mu C_t (2r)^2}{Kt} \right)$$



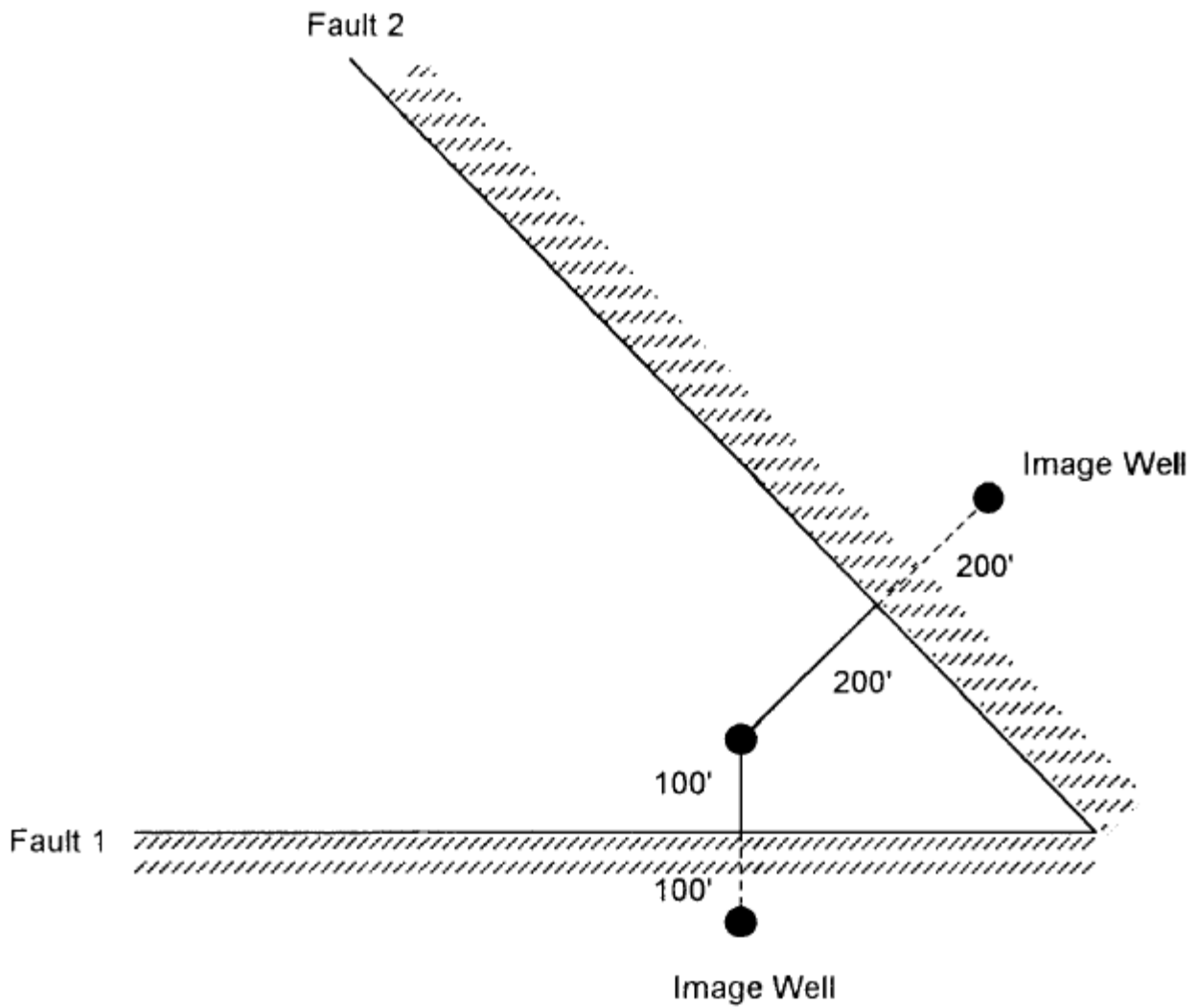
# Example

Figure 6-31 shows a well located between two sealing faults at 200 and 100 feet from the two faults. The well is producing under a transient flow condition at a constant flow rate of 200 STB/day.

Given the following data:

$$P_i = 5000 \text{ psi} \quad C_t = 25(10^{-6}) \text{ psi}^{-1} \quad r_w = 0.3 \text{ ft} \quad \Phi = 17\% \quad S = 0$$
$$B_o = 1.1 \text{ bbl/STB} \quad \mu_o = 2.0 \text{ cp} \quad h = 25 \text{ ft} \quad K = 60 \text{ md}$$

Calculate the sand face pressure after 10 hours.



**Figure 6-31.** Well layout for Example 6-31.

# Effects of Pressure Change

Superposition is also used in applying the constant-pressure case. Pressure changes are accounted for in this solution in much the same way that rate changes are accounted for in the constant rate case. The description of the superposition method to account for the pressure-change effect is fully described in the Well Testing Course.

بنگر که از کجابه کجای فرستمت  
ز اینجا آسان وفای فرستمت  
شباب بان که اسب وقای فرستمت

ای هدی صبا به سامی فرستمت  
خفست طاری خود خاکدان  
حافظ سرود مجلس مادر خیرتست

پیشاپیش از یاری شما برای بهبود کیفیت علمی مطالب ارائه شده کمال تشکر را دارم.  
نظرات خود را به آدرس ایمیل زیر ارسال نمایید.

*Instructor: Elyas Golabi*

[elyasgolabi@yahoo.com](mailto:elyasgolabi@yahoo.com)

[www.GhalehGolabi.ir](http://www.GhalehGolabi.ir)

[www.Oilman.mihanblog.com](http://www.Oilman.mihanblog.com)