مکانیک سیالات ۱

بنام حق

جلسه ۱

Note Title 2/11/2013

تمرین: ۴ نمره میان ترم ۲ نمره پروژه ۱۴ پایان ترم

۱- تعاریف و خواص سیالات ۲- استاتیک سیالات ۳- دینامیک سیالات

۴- تحلیل ابعادی ۵- جریان درلوله ها

مراجع:

۱- مکانیک سیالات رابرت ویلیام نکس (ویستی) ← متنوی و رنگارنگ

۲- " " استریتر ← کلاسیکی

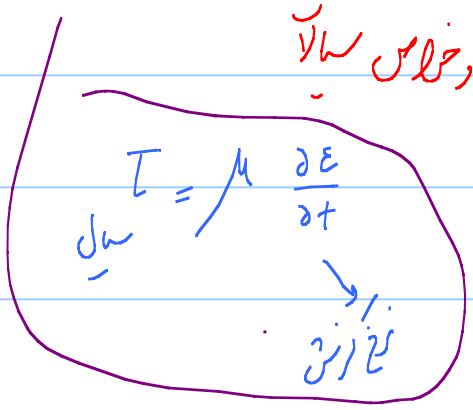
Fluid mechanics, victor L. streeter
* and E. Benjamin wylie

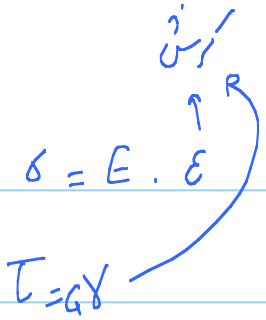
۶- مکانیک سیالات لیتز * برای مطالعه

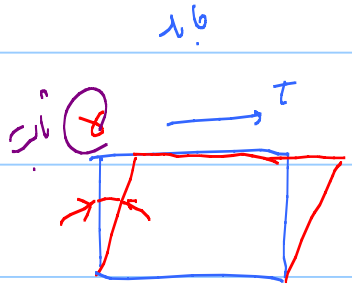
۷- مکانیک سیالات و کاربردهای آن ترجمه ظریف علم و صنعت ایران *

cfx - Star-cd ! Fluent نرم افزار

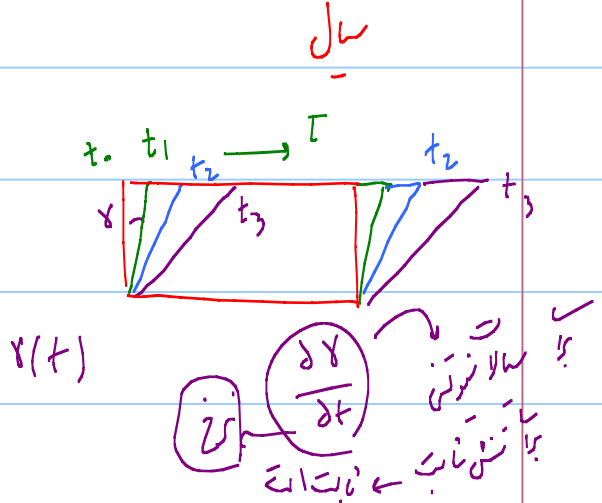
فصل ۱ مقایسه و خلاصی سیالات



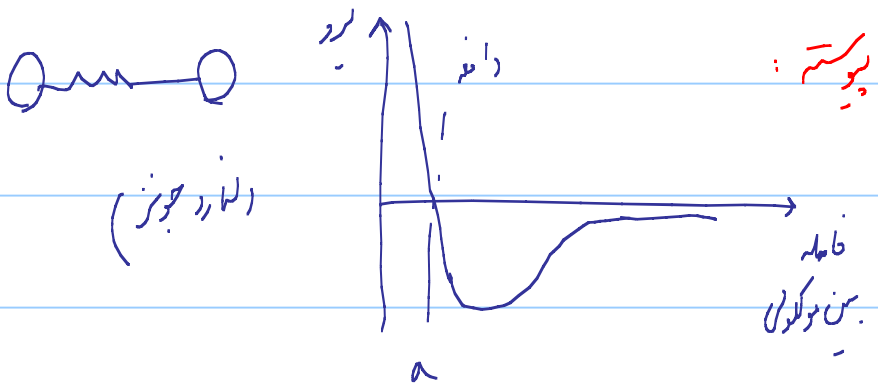


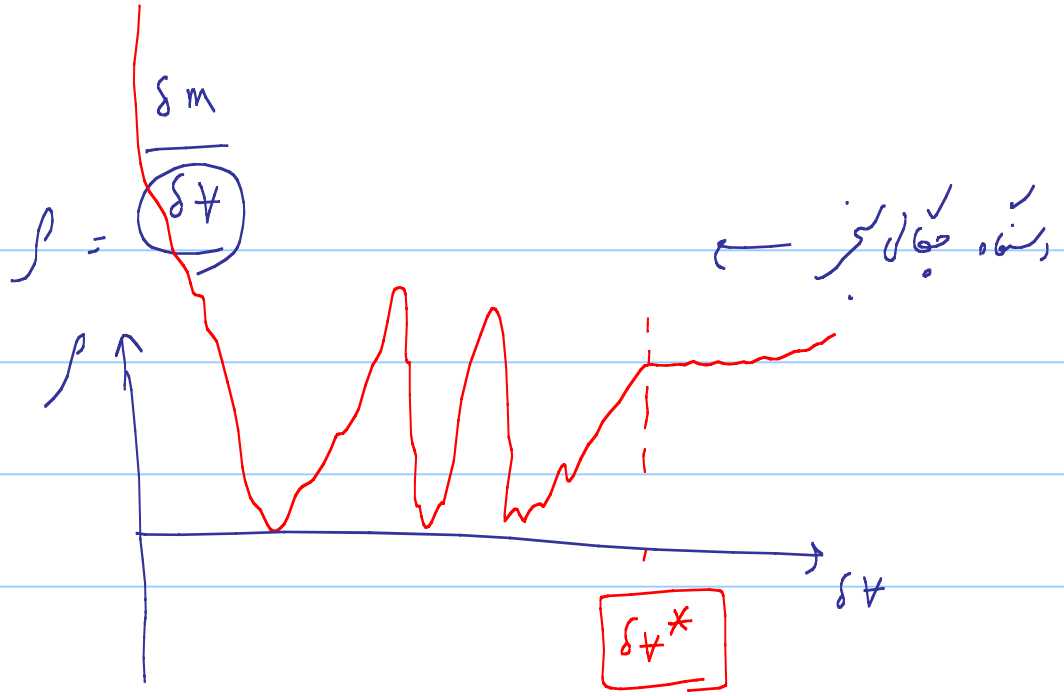


جامدات (طبقه دار)



مکانیک سیالات علم بررسی سکون و حرکت سیال و تأثیر آن بر مرزها جامد و سیال است.





δV^* : حجم حدی برای برقراری پیوستگی و برابر با $10^{-9}\ mm^3$ در $P = 1\ atm$

$$\rho = \lim_{\delta V \to \delta V^*} \frac{\delta m}{\delta V}$$ چگالی

ابعاد

- MLTθ
- FLTθ

Note Title 2/23/2013

سؤال) آکروبات فردی ۱۵۰ lbf ← جرم؟

$$W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = \frac{150}{32.2} = 4.66 \ slug$$

خواص سیالات
- سینماتیکی ← سرعت حرکت؟
- ترمودینامیکی

$\vec{V}(x,y,z,t)$ — ۱ — (V)
میدان سرعت
Velocity field

روشهای بررسی سینماتیکی
۱- اویلری ← دستگاه مختصات ثابت
۲- لاگرانژی ← ذره مورد از سیال دنبال می‌کنیم (دستگاه مختصات روی ذره)

میدان $\vec{V} = \vec{V}(x,y,z,t) = \vec{i}\,u(x,y,z,t) + \vec{j}\,v(x,y,z,t) + \vec{k}\,w(x,y,z,t)$

$\frac{\partial(\ )}{\partial t} = 0$ ← حالت steady

۲- مشتق ماری

$\vec{V}$ مشتق = شتاب $= \vec{a}(x,y,z,t) = \frac{d\vec{V}}{dt}$

$$= \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\underbrace{\frac{\partial x}{\partial t}}_{u} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}\underbrace{\frac{\partial y}{\partial t}}_{v} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}\underbrace{\frac{\partial z}{\partial t}}_{w}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$

(ترمهای مقاومت سیال و جامد)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$

local شتاب محلی ← در حالت پایا ← 0

شتاب انتقالی (جابجایی) (convection)

(برخلاف جسم جامد)

(۳) $\int_S \vec{V}\cdot\vec{n}\,dA = \int_S \vec{V}\cdot d\vec{A} = Q = $ دبی حجمی $= $ انتگرال $\vec{V}$ روی سطح کنترل S

(۴) $\dot{m} = \rho Q$ دبی جرمی

(۵) $\nabla\cdot\vec{V} = \frac{1}{\forall}\frac{d\forall}{dt} = $ نرخ انبساط حجمی $= $ واگرایی $\vec{V}$

اگر ناصفر باشد ← جریان تراکم پذیر ($\rho \neq cte$)

$M = \frac{\vec{V}}{c}$ سرعت صوت ← if $M < 0.3$ جریان تراکم ناپذیر $\rho = cte$

(۶) $\text{curl}\,\vec{V} = \nabla \times \vec{V}$ کرل

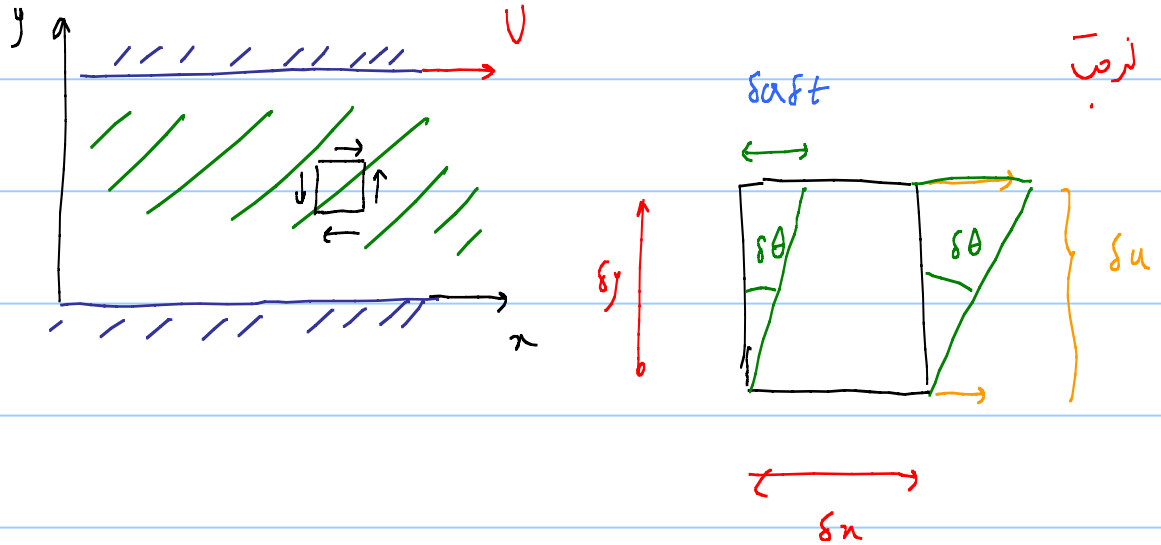
$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\text{curl}\,\vec{V} = \frac{1}{2}\nabla\times\vec{V} = $ سرعت زاویه المان سیال

اگر ناصفر باشد ← جریان چرخشی

جریان سیّال
- ۱- بعدی ← جریان در یک لوله بلند مستقیم
- ۲ بعدی ← کانال عمیق یا دامنه
- ۳ بعدی

خواص ترمودینامیکی
- ۱- فشار p
- ۲- حجم مخصوص v ← هوا همگی بردار سرعت
- ۳- دما T
- ۴- انرژی داخلی u
- ۵- آنتالپی H
- ۶- آنتروپی S
- ۷- گرمای ویژه C_p ، C_v
- ۸- لزجت μ
- ۹- ضریب هدایت حرارتی (k)

گاز ایده‌آل یا هوا ایده‌آل گرم کامل



- اصطکاک تنش برشی است در صفحه‌ای که جزء سیال متحرک با سطح تماس دارد ← لزجت

جلسه سوم ⊖

$$\tau \propto \frac{\delta\theta}{\delta t} \quad : \quad \tan\delta\theta = \frac{\delta u.\delta t}{\delta y} \xrightarrow{\text{تغییرات کوچک}} \delta\theta = \frac{\delta u.\delta t}{\delta y}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y} \Rightarrow \tau \propto \frac{\delta u}{\delta y} \longrightarrow \tau = \mu \frac{\delta u}{\delta y}$$

قانون لزجت نیوتن

سیالات نیوتنی

$$[\mu] = \left[\frac{\tau}{\frac{\delta u}{\delta y}}\right] \Rightarrow [\mu] = \frac{M L^{-1} T^{-2}}{\frac{L T^{-1}}{L}} = M L^{-1} T^{-1}$$

μ ← لزجت دینامیکی $\left(\frac{kg}{m.s}\right)$

ν = لزجت سینماتیکی $= \frac{\mu}{\rho} = [L^2 T^{-1}]$

$$\mu = \mu(p, T)$$

؟!

- لزجت گاز: $T \uparrow$ ، $\mu \uparrow$
- لزجت مایعات: $T \uparrow$ ، $\mu \downarrow$

μ { ۱- نیروی بین مولکولی → (مایع) $\downarrow$ ← $\uparrow$ (T)
۲- برخورد ذرات ... (گاز) $\uparrow$ ← $\uparrow$ (T)

بسمه

به نام خالق رنگین کمان

سیالات ۲

Note Title 3/2/2013

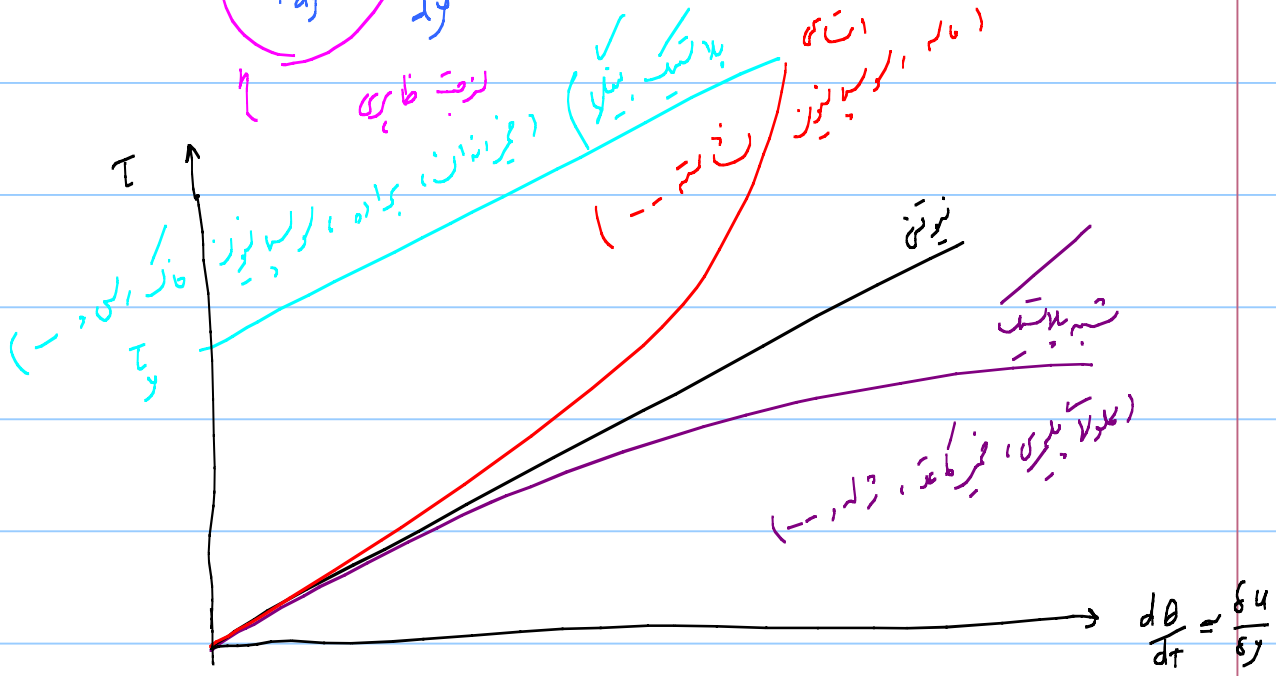
سیالات غیرنیوتنی

$\mu \neq cte$ — $\mu = \mu(\frac{\delta\theta}{\delta t})$ — یعنی لزجت با نرخ کرنش متغیر است.

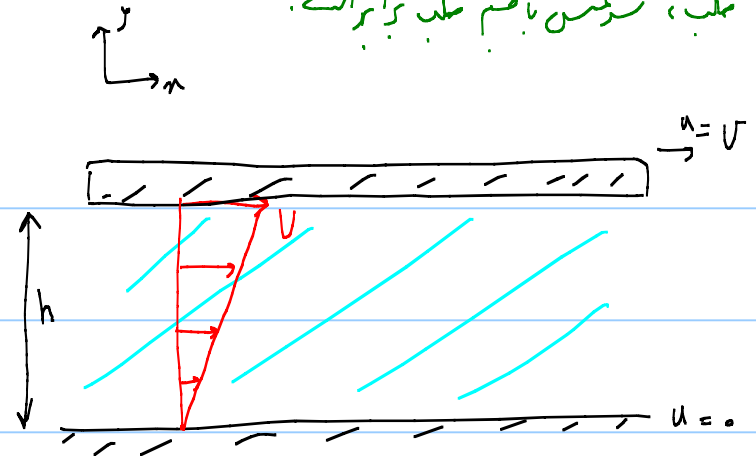
$$\tau = K\left(\frac{du}{dy}\right)^n$$

- $n = 1 \rightarrow K = \mu$: نیوتنی
- $n < 1$: شبه پلاستیک (رقیق برشی)
- $n > 1$: اتساعی (غلیظ برشی)

$$\tau = \underbrace{K\left|\frac{du}{dy}\right|^{n-1}}_{\eta}\frac{du}{dy}$$



شرط عدم لغزش: سیال درست روی جسم جامد، سرعتش با جسم جامد برابر است.



مثال) سیال نیوتنی،

پروفیل سرعت خطی

$u(y)$

پروفیل سرعت؟ تنش برشی τ؟

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu} = cte$$

ثابت

پروفیل خطی است

$$du = \frac{\tau}{\mu} dy \xrightarrow{\text{انتگرال}} u = \frac{\tau}{\mu} y + C$$

$$\begin{cases} y = 0 \rightarrow u = 0 \Rightarrow \boxed{C = 0} \\ y = h \rightarrow u = U \end{cases} \Rightarrow U = \frac{\tau}{\mu} h \Rightarrow \frac{\tau}{\mu} = \frac{U}{h} \Rightarrow \boxed{\tau = \mu \frac{U}{h}}$$

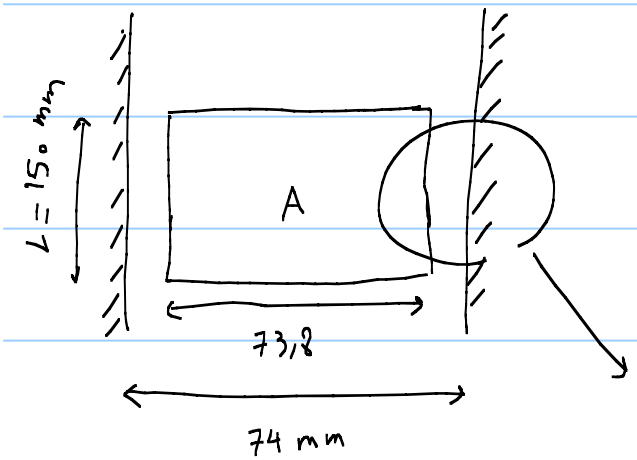
$$\boxed{u = \frac{U}{h} y}$$

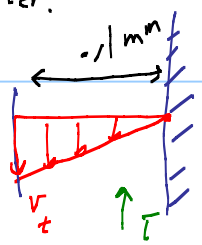
مثال) استوانه فلزی (A) با $m_A = 2.5\ kg$

$$\mu_{oil} = 7 \times 10^{-3}\ \frac{N.s}{m^2}$$

$V_{ter.} = ?$

سرعت حد





(پروفیل سرعت خطی)

فرض $\longrightarrow$ $\frac{du}{dx} = \frac{v_t - 0}{1 \times 10^{-4}} = 10^4 v_t$

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} = 7 \times 10^{-3} \times 10^4 v_t = 70 v_t$$

سرعت حد زمانی اتفاق می‌افتد که نیروی درگ با نیروی حاصل از تنش برشی متعادل شود.

$$W = mg = \tau (\pi D L) \Rightarrow 2,5 \times 9,81 = 70 v_t \cdot \pi \times 73,8 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_t = 10,07 \ m/s}$$

سیالات I — برنامه حق — جلسه ۱

Note Title 3/2/2013

تراکم پذیری سیالات

گاز و روابط

* خواص ترمودینامیکی ⟵ روابط حالت

* برای گاز: (در دما و فشار پایین) ⟵ قانون گاز کامل (شبه کامل)

$pV = nRT$

$p = \rho RT$ ← $pV = mRT$ $\qquad R = c_p - c_v$

$R = \frac{\bar{R}}{M}$ $\qquad \bar{R} = 8310 \ \frac{J}{kg.K} = 49700 \ \frac{ft^2}{s^2.R}$

تراکم پذیری در مایعات

در اثر فشار، تراکم پذیری ↓↓

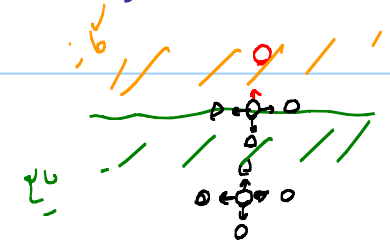
ضریب تراکم پذیری $= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$

مدول حجمی $K = -V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{\beta}$

کشش سطحی Surface Tension

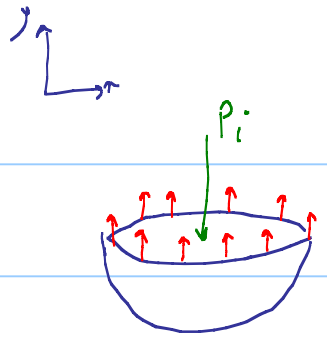
* کشش سطحی ⟵ سطح مشترک دو سیال

* علت کشش سطحی: ناشی از جاذبه بین مولکول‌های یک سیال (چسبندگی) و جاذبه بین مولکول‌های سیال و جسم (چسبندگی)



* تعداد کشش سطحی: شدت نیروی خط (عمود) بر واحد طول

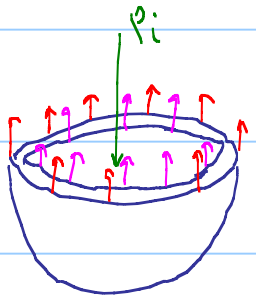
$\sigma = 0.074 \ \frac{N}{m} \sim 0.059 \ \frac{N}{m}$ ← برای آب:



مثال) قطره آب در حال تعادل است، داخل قطره؟

تعادل نیرو: $-(P_i)(\pi R^2) + \sigma(2\pi R) = 0$

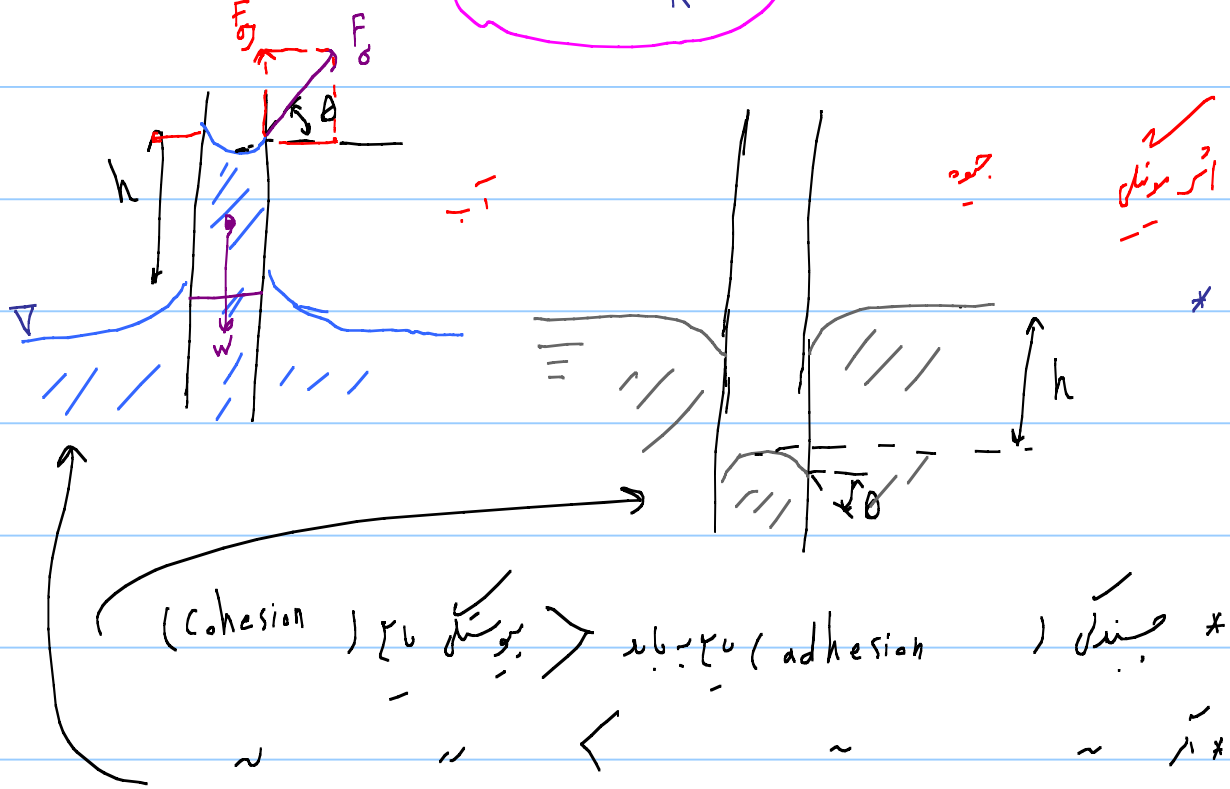
$$\Rightarrow \boxed{P_i = \frac{2\sigma}{R}}$$



مثال) حباب آب، داخل حباب؟

تعادل: $-P_i(\pi R^2) + 2[\sigma(2\pi R)] = 0$

$$\boxed{P_i = \frac{4\sigma}{R}}$$



* چسبندگی (adhesion) باید بیشتر باشد از پیوستگی (cohesion)

* اثر ~ ~ < ~ ~

مثال: در شکل زیر، آب، شیشه

$\theta = 20^\circ$ ، $d = 2\,mm$

$h = ?$ ، $\gamma = 0{,}073 \left(\frac{N}{m}\right)$

$\rho = 1000$

$g = 9{,}81$

$(2\pi R)\,\gamma \cos\theta - W = 0 \Rightarrow$

$W = mg = \rho \frac{\pi d^2}{4} g h$

$0{,}073 \times \pi \times 2\times10^{-3} \times \cos 20^\circ - 1000 \times \frac{\pi (2\times10^{-3})^2}{4} \times 9{,}81\, h = 0$

$h = 5\ mm$

Note Title 3/9/2013

تبخیر: در آن مایع شروع به جوشیدن و بخار ⇌

کاویتاسیون cavitation (حفره زایی، فلاشینگ)

اگر فشار مایع به دلیل دینامیکی جریان ← کمتر P_v شود.

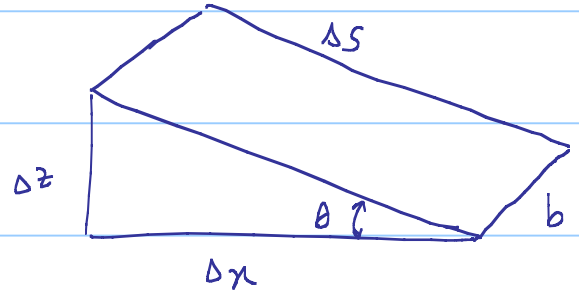
فصل ۲ - استاتیک سیالات هیدرواستاتیک Hydrostatics

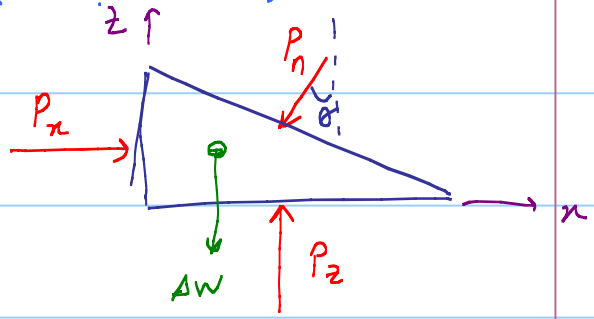
اصول هم هیدرواستاتیک

* تغییر فشار در راستای افق نداریم.

* " " " عمودی با ρ، g، z

* فشار اسکالر است (جهت ندارد.)





فرضیات: ۱- تنش برشی نداریم.

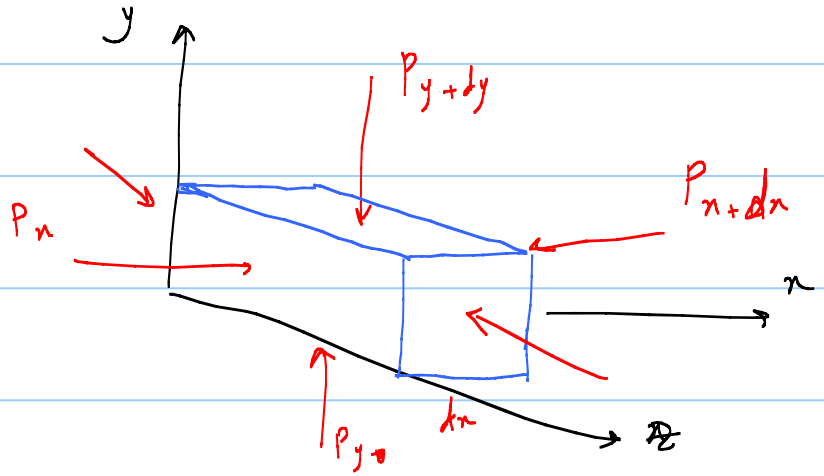
۲- P_n، P_z، P_x متعادل اند.

$$\begin{cases} \sum \Delta f_x = 0 \longrightarrow p_x \Delta z\, b - p_n b \Delta s \sin\theta = 0 \\ \sum \Delta f_z = 0 \longrightarrow p_z \Delta x b - p_n b \Delta s \cos\theta - \frac{1}{2}\rho g (b \Delta x \Delta z) = 0 \end{cases}$$ (I) (II)

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta s \cos\theta \\ \Delta z = \Delta s \sin\theta \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \boxed{p_x = p_n} \\ p_z = p_n + \frac{1}{2}\rho g \Delta z \end{cases}$$

وقتی $\Delta z \to 0$ می‌شود $\Rightarrow$ $\boxed{p_z = p_n = p_x}$

چون زاویه θ اختیاری است، فشار p در هر نقطه سیال مستقل از جهت است.



نیروهای وارد بر جزء سیال

۱- ناشی حاصل از فشار

بسط تیلور:

$$p_{x+dx} = p_x + \frac{\partial p}{\partial x} dx + \underbrace{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2} + \cdots}_{\text{قابل کوچک}}$$

$$dF_x = p\, dz\, dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dz\, dy = -\frac{\partial p}{\partial x} dx\, dy\, dz$$

$$\begin{cases} dF_x = -\frac{\partial p}{\partial x}\,dx\,dy\,dz \\ dF_z = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dx\,dy\,dz \end{cases} \Rightarrow \vec{dF}_{pr} = \left(-\vec{i}\frac{\partial p}{\partial x} - \vec{j}\frac{\partial p}{\partial y} - \vec{k}\frac{\partial p}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz$$

گرادیان (تابع) فشار، $\vec{F}_{pr} = -\vec{\nabla} p$ نیروی ناشی از

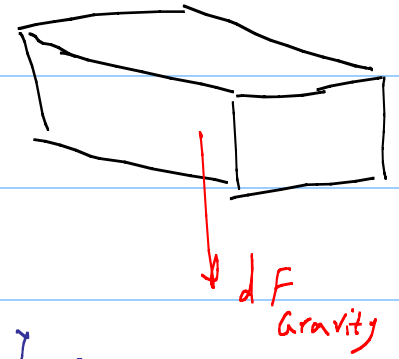
* نیروی حاصل از فشار (گرادیان فشار) ← سطحی

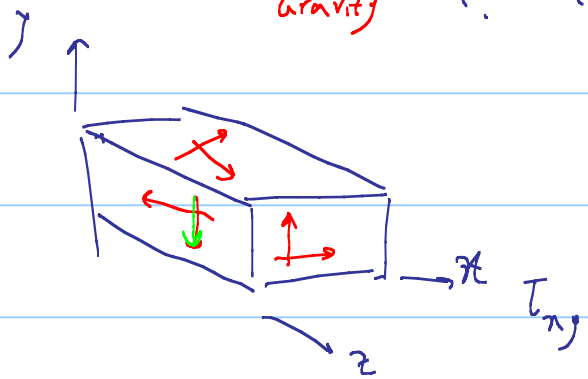
نیروی حجمی وزن (body Force)

$$dF_{gravity} = \rho g\,dx\,dy\,dz$$

$$F_{gravity} = \rho g = \gamma$$

نیروی وزن ناشی از





نیروی سطحی تنش برشی (اصطکاک)

$$f_{VS} = \mu \nabla^2 V$$

نیروی برشی ناشی از لزجت

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\,) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\,) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\,)\right)$$

$$\sum \vec{F} = \rho \vec{a} = f_{pr} + f_{gravity} + f_{V.S}$$

$$\sum \vec{F} = \rho \vec{a} = -\vec{\nabla} p + \rho g + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

جلسه ۷

بسم الله

Note Title 4/6/2013

$P_{\text{مطلق}} = P_{\text{اتمسفر}} + P_{\text{نسبی یا خلاء}}$

توزیع فشار هیدرواستاتیک

$$\sum \vec{F} = \rho \vec{a} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

سیال ساکن ← $a = 0$ ، $\nabla^2 \vec{V} = 0$ ← هیدرواستاتیک

$$\vec{\nabla} p = \rho \vec{g} \quad (I)$$

- $\vec{\nabla} p$ بر سطوح فشار ثابت ($p = cte$) عمود است. ← سطوح فشار ثابت بر $\vec{g}$ عمودند.
- سطح آزاد بر $\vec{g}$ عمود است. (فشار اتمسفر)
- معمولاً داریم $\vec{g} = -k g$

$$(I) \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} = -\rho g \vec{k}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

پس فشار هیدرواستاتیک متغیر از x و y است.

- می‌توان $\frac{\partial p}{\partial z}$ را به شکل دیفرانسیل کامل $\frac{dp}{dz}$ بیان کرد.

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \Rightarrow \int_1^2 \quad \boxed{p_2 - p_1 = -\int_1^2 \rho g \, dz}$$

* برای یک سیال ساکن تراکم‌ناپذیر با توزیع هیدرواستاتیک:

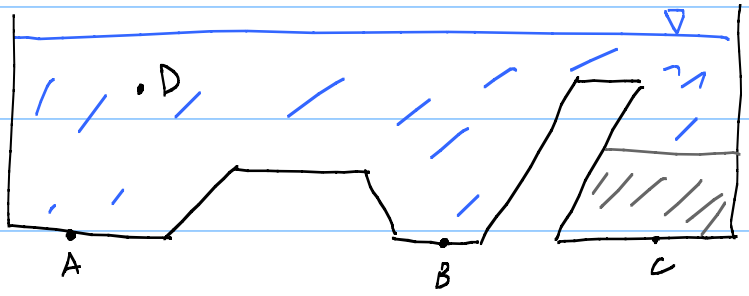
۱- فشار $\propto$ فاصله عمودی ،

۲- به شکل ظرف بستگی ندارد.

۳- در یک صفحه افقی $p = cte$

۴- p با افزایش عمق زیاد می‌شود.

مثال)



شکل

$$p_D < p_A = p_B < p_C$$

اثر جاذبه متغیر

- سیارک‌ها ، $\rho = cte$ ، g متغیر

$$g = g_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

$$p_2 - p_1 = -\int_1^2 \rho g \, dz = -\rho \int_1^2 g_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 dr$$

$$= -\rho g_0 \int_1^2 \frac{r_0^2}{r^2} dr = \rho g_0 r_0^2 \left(\frac{1}{r}\right)_1^2 = \rho g_0 r_0^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

وزن مخصوص

آب $\gamma = cte$

$$P_2 - P_1 = -\gamma (z_2 - z_1)$$

$$\Rightarrow -(z_2 - z_1) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

* سوال اگر $\rho \neq cte$ رابطه فشار $P_2 - P_1$ چه باید باشد.

- ارتفاع $\frac{P}{\gamma}$ ← طول (L) ← هد فشار

P_{abs}

- فشار مطلق در عمق یک سیال (ارتفاع z سطح آزاد)

$$P_{مطلق} = P_a - \rho g z$$

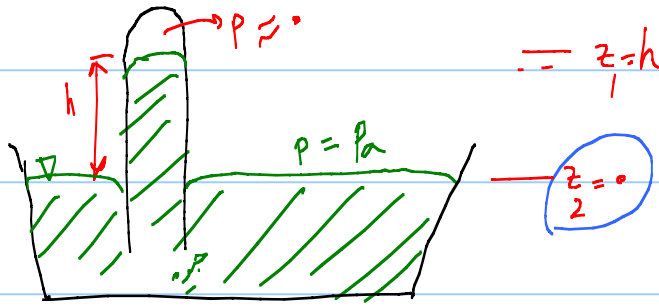
$$P_{نسبی} = P_{gage} = -\rho g z$$

مثال) با استفاده از رابطه فشار هیدرواستاتیک چگونه می‌توان فشار اتمسفر را بدست آورد؟

فشار نسبی

$z = h$ ← 1

$z = 0$ ← 2



$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_a - 0 = -\gamma (0 - h)$$

$$P_a = \gamma h$$

مثال) در دریاچه $P_a = 91\ kPa$ و $60\ m$ عمق. P_{abs} و P_{gage} را بدست آورید.

$$\begin{cases} \gamma = \rho g = 9790\ N/m^3 \\ z = -60\ m \end{cases} \Rightarrow$$

$$P_{abs} = P_a - \rho g z = 91 - 9.79(-60) = 678.4\ kPa$$

$$P_{gage} = -\rho g z = -9.79(-60) = 587.4\ kPa$$

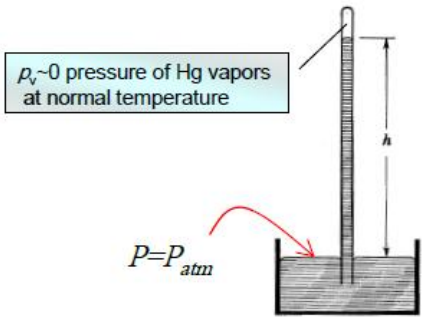
$$z_2 - z_1 = -\frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

مانومتر

مانومترها وسایلی هستند که با توجه به ستونهای مایعات اختلاف فشار را نشان می دهد.

بارومتر: (Barometer)

بارومتر جیوه ای برای تعیین فشار مطلق هوا استفاده می شود. در بارومتر انتهای لوله بسته بوده، از هوا تخلیه شده و آب بندی میشود.



$$P_u = 0$$
$$P_A = P_{atm} = \gamma_{Hg} h$$

- ستون سیال ساکن که با ضخامت یا ارتفاع برای اندازه‌گیری اختلاف فشار در دو نقطه بکار برد.

z_1 — P_1 ✓

z_2 — ρ_o روغن

z_3 — ρ_w آب

z_4 — ρ_g گلیسیرین

z_5 — ρ_m جیوه

P_5

$$P_2 - P_1 = -\rho_o g (z_2 - z_1)$$

$$P_3 - P_2 = -\rho_w g (z_3 - z_2)$$

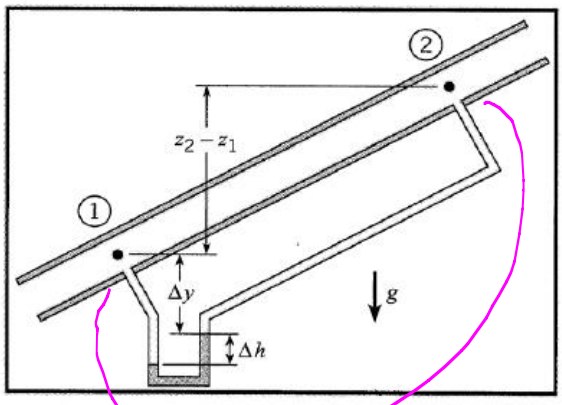
$$P_4 - P_3 = -\rho_g g (z_4 - z_3)$$

$$P_5 - P_4 = -\rho_m g (z_5 - z_4)$$

+

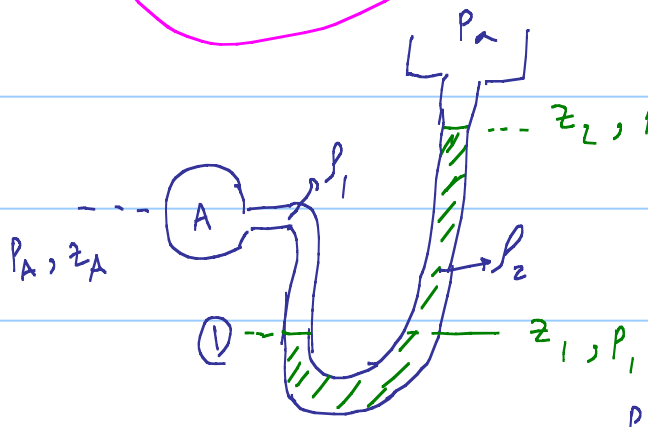
$$P_5 - P_1 = -\rho_o g (z_2 - z_1) - \rho_w g (z_3 - z_2) - \rho_g g (z_4 - z_3) - \rho_m g (z_5 - z_4)$$

مانومترهای تفاضلی (*Differential manometer*)
اختلاف فشار بین نقاط را نشان می دهند در حالی که فشار واقعی در هیچ نقطه از سیستم را نمی توان بدست آورد:



$$p_2 = p_1 + \gamma_w(\Delta y + \Delta h) - \gamma_m \Delta h - \gamma_w(\Delta y + z_2 - z_1)$$

مثال)



$P_A = ?$

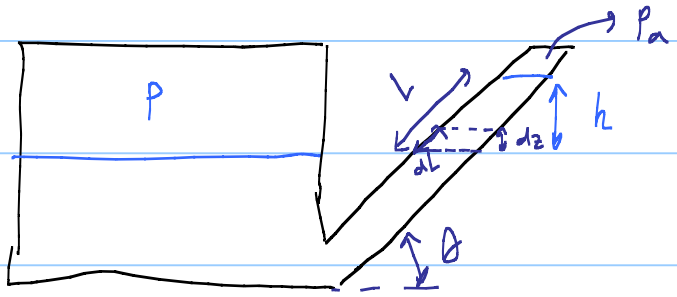
$$P_A - P_1 = -\rho_1 g (z_A - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = -\rho_2 g (z_1 - z_2)$$

$$P_A - P_2 = -\rho_1 g (z_A - z_1) - \rho_2 g (z_1 - z_2)$$

$$P_A = P_a - \quad - \quad - \quad -$$

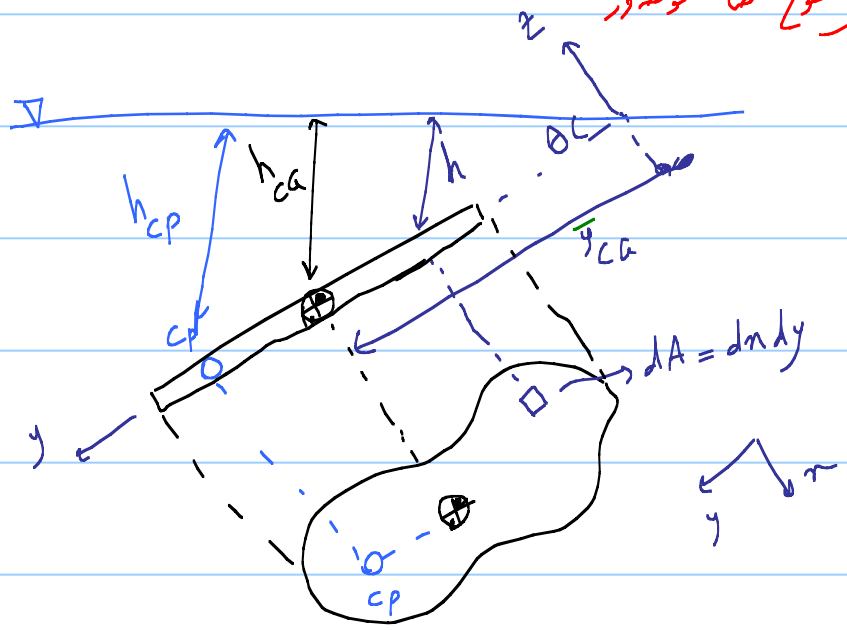
مثال) بارومتر جیوه



$$dP = -\rho g dz = -\rho g dL \sin\theta \Rightarrow \int_{P}^{P_a} dP = -\int_{0}^{L} \rho g dL \sin\theta$$

$$P - P_a = \rho g L \sin\theta = \rho g h$$

نیروی هیدرواستاتیک روی سطوح صاف غوطه‌ور



$y = \frac{h}{\sin\theta}$ / $p = p_a + \rho g h$

$\Rightarrow dF = p\,dA \Rightarrow F = \int dF = \int (p_a + \rho g h)\, dA$

$$F = p_a A + \int \rho g\, y \sin\theta\, dA = p_a A + \frac{\gamma \int y \sin\theta\, dA}{\gamma \sin\theta \int y\, dA}$$

با توجه به اینکه $\int y\, dA = \bar{y}_{ca} A$ $\Rightarrow$ $F = p_a A + \gamma \sin\theta\, \bar{y}_{ca} A$

$\Rightarrow F = (p_a + \gamma h_{ca}) A$

$$\boxed{F = p_{ca} A}$$

نیروی وارد بر یک سوی غوطه‌ور، حاصلضرب فشار مرکز سطح در کل مساحت آن است.

* نیروی برآیند F در مرکز سطح وارد نمی‌شود، بلکه معمولاً پایین‌تر از آن است.

* مرکز فشار cp

- برای حصول مرکز فشار، گشتاور حول مرکز سطح را برابر می‌گیریم

- مبدأ مختصات را به C.G منتقل می‌کنیم.

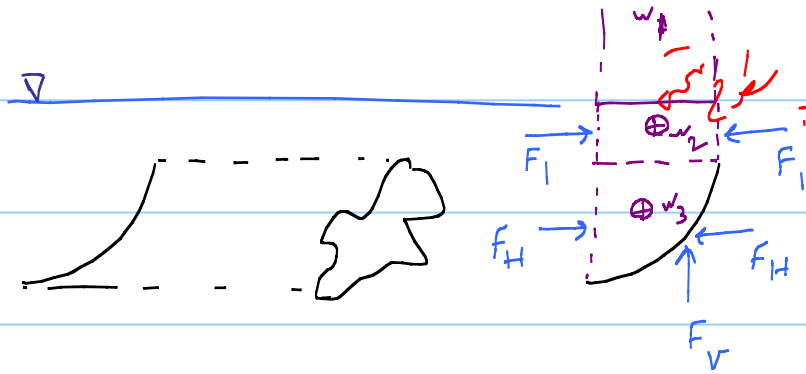
$$F y_{cp} = \int y\, p\, dA = \int y(p_a + \rho g h)\, dA = \int y(p_a + \rho g y \sin\theta)\, dA$$

$$= \int y p_a\, dA + \int \rho g y^2 \sin\theta\, dA = \rho g \sin\theta \underbrace{\int y^2\, dA}_{I_{xx}}$$

$$F y_{cp} = \rho g \sin\theta\, I_{xx} \Rightarrow \boxed{y_{cp} = \frac{\gamma \sin\theta\, I_{xx}}{F}}$$

$$\boxed{x_{cp} = +\gamma \sin\theta \frac{I_{xy}}{F}}$$

نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی



- نیروی F_1 هم را خنثی می‌کنند. — نیروی F_H نیروی افقی وارد بر سطح

- نیروی F_V نیروی عمودی — موازنه

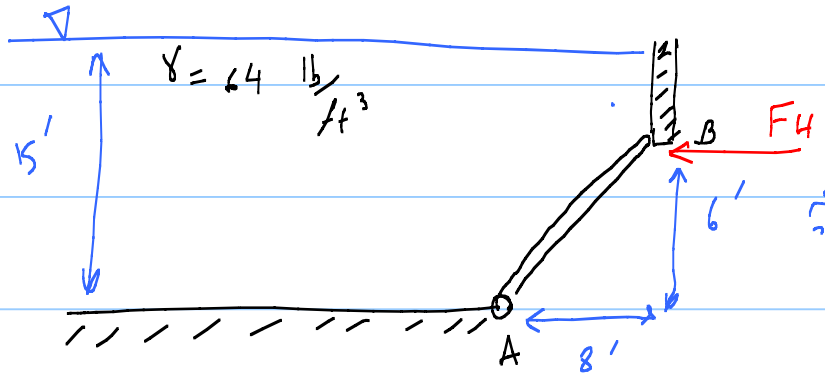
- مؤلفه افقی نیروی وارد بر سطح، برابر با نیروی فشار وارد بر سطح تصویر است که از تصویر سطح بر روی صفحه عمودی بدست می آید.

- نیروی عمودی فشار (وزن) سیال بالای سطح است.

$$F_V = W_1 + W_2 + W_3$$

- نقطه اثر نیرو c_p، هم ارتفاع c_p سطح عمودی تصویر شده است.

مثال) دریچه مستطیل شکل $w = 15'$ ،



الف) نیروی هیدرواستاتیک F

ب) نیروی افقی وارد از لولا به دریچه

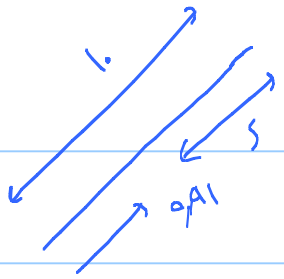
الف) $F = P_{ca} A = \rho g h_{ca}$ ، $L = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10'$

$h_{ca} = 15 - 3 = 12' \Rightarrow F = 64 \times 12 \times 10 \times 15 = 115200\ lbf$

ب) نقطه c_p را ابتدا

$I_{xy} = 0$ ، $I_{xx} = \frac{b L^3}{12} = \frac{15 (10)^3}{12} = 1250$

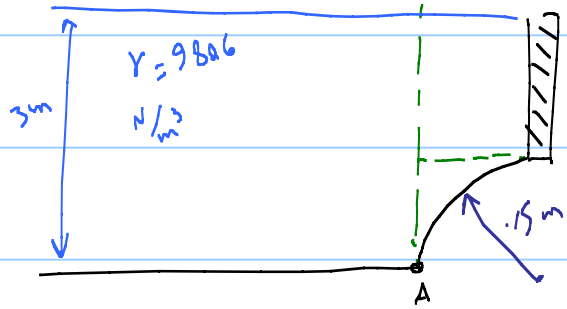
$y_{cp} = \rho g \sin\theta \frac{I_{xx}}{F} = 64 \frac{6}{10} \frac{1250}{115200} = 0.41$



$$\Sigma M_A = 0$$

$$-F(1. - 5 - 0,41) + F_H(1.) \operatorname{sen}\theta = 0$$

مثال) نیروی قائم وارد بر دریچه ربع دایره‌ای. $W = 2m$



سطح قائم تصویر $A = 2 \times .5 = 1 \ m^2$

$$F_H = P_{c.g} A = \rho g h_{cg} A =$$

$$h_{cg} = 2,75 \Rightarrow F_H = 9806 \times 2,75 \times 1 = 26966,5$$

حجم آب بالای دریچه $\forall = \left[2,5 \times .5 \times 2 + (.5 \times .5 \times 2) - \left(\frac{1}{4} (\pi \times .5^2)(2) \right) \right] = 2,6.75$

$$F_V = \rho g \forall = 9806 \times 2,6.75 = 25569,145 \ N$$

سناریو ۱

× قانون ارشمیدس

هرگاه جسم غوطه‌ور یا شناور ← نیروی قائم = وزن سیال جابجا شده

فصل سوم

استاتیک { محل سطح آزاد ، g } + دینامیک

دینامیک سیالات

دینامیک { ۱- هندسه محیط ، ۲- شرایط مرزی ، ۳- قوانین رفتاری سیال (قانون لزجت نیوتن ، ...

۳ روش تحلیل جریان

۱- روش انتگرالی (حجم کنترل) ← اطلاعات کلی (حجم و زمان کاهش)

۲- ~ دیفرانسیلی ← با یک کاملاً دقیق و local

(محاسبات بسیار پیچیده و زمان بر)

۳- ~ تجربی (مدل سازی) ← آنالیز ابعادی

میدان سرعت

در دینامیک اجسام صلب ← حرکت هر جسم جداگانه

$$\begin{cases} (V_x)_n = f_n(t) \\ (V_y)_n = g_n(t) \\ (V_z)_n = h_n(t) \end{cases}$$

برای سیالات یا مواد تغییر شکل پذیر ← تعداد ذرات ← ∞

$$\begin{cases} V_x = f(x,y,z,t) \\ V_y = g(x,y,z,t) \\ V_z = h(x,y,z,t) \end{cases}$$

میدان سرعت دائر (خاصیت برزگی تغییر نکند.)

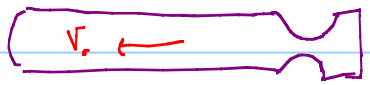
$$\begin{cases} V_x = f(x,y,z) \\ V_y \quad " \\ V_z \quad " \end{cases}$$

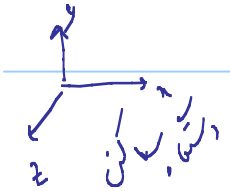
یا steady

غیر دائر ← گذرا transient

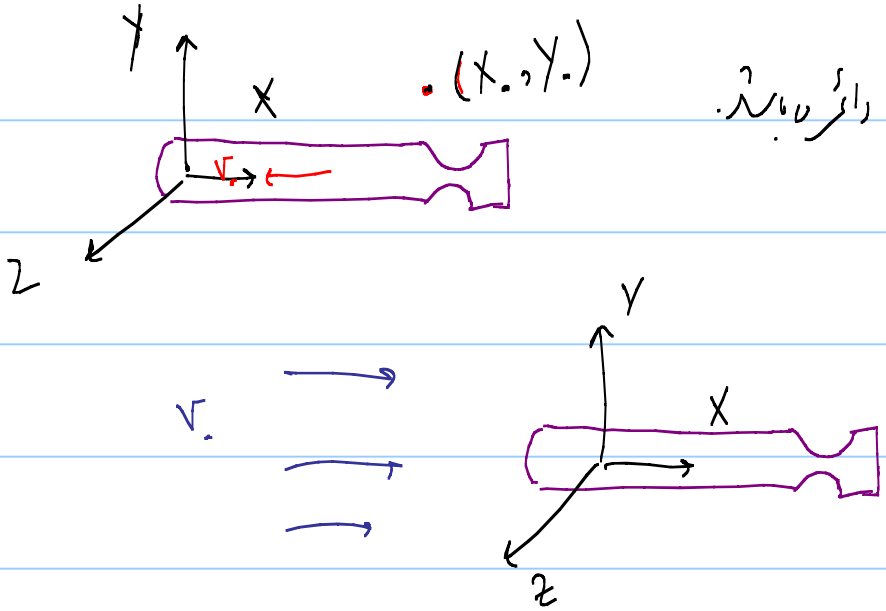
مثال: انتخاب دستگاه مختصات

ارزیابی دستگاه مناسب برای غیر دائر



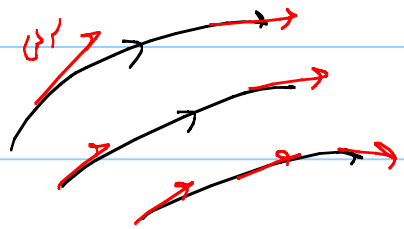


مثلاً سرعت در نقطه (X_0, Y_0) دائمی باشد.



* جریان معمولاً به طور تمیز توسط خطوط نشان داده می‌شود. (خطوط جریان)

- خطوط هستند که همواره بر بردار سرعت مماسند.



* خط مسیر ← مسیری است که هر ذره معین طی می‌کند.

* در جریان دائم خطوط جریان و مسیر بر هم منطبقند.

* در جریان غیردائم (گذرا) خطوط جریان لحظه‌ای عوض می‌شوند.

قوانین اصلی دینامیک برای محیط پیوسته

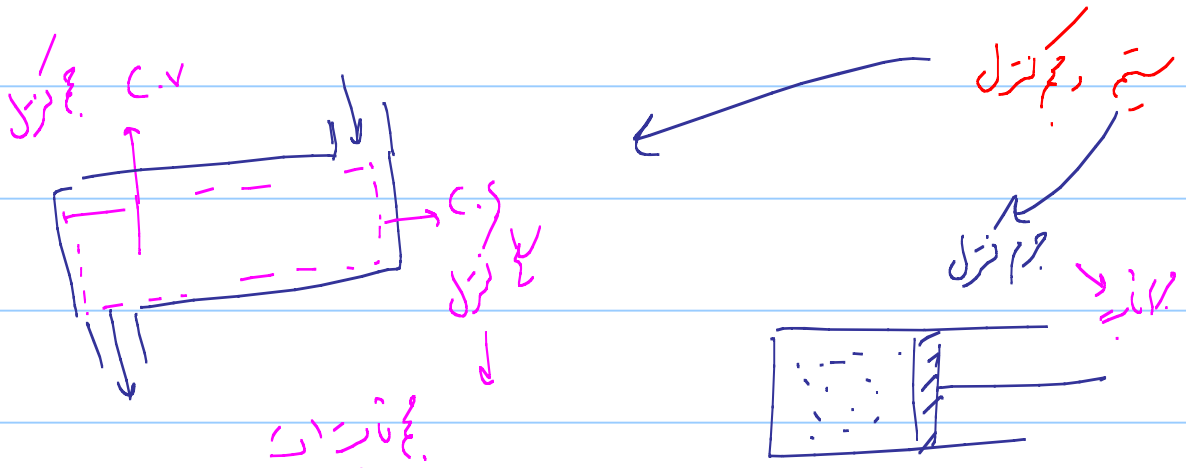
۱- اصل بقای جرم (معادله پیوستگی Continuum)

۲- " " اندازه حرکت (معادله مومنتم، قانون دوم نیوتن)

۳- اصل بقای انرژی (قانون اول ترمو)

۴- قانون دوم ترمودینامیک (آنتروپی)

در کنار این اصول ، قوانین فیزیکی داریم (روابط ساختاری) مثل معادله حالت گاز کامل ،
قانون لزجت نیوتن ، ...)



در مورد سیستم (بررسی)

۱- $m_{sys} = cte \Rightarrow \frac{dm}{dt} = 0$

۲- اگر جسمی با شتاب ، نیروی خالص F وارد شده به سیستم ، قانون دوم نیوتن

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

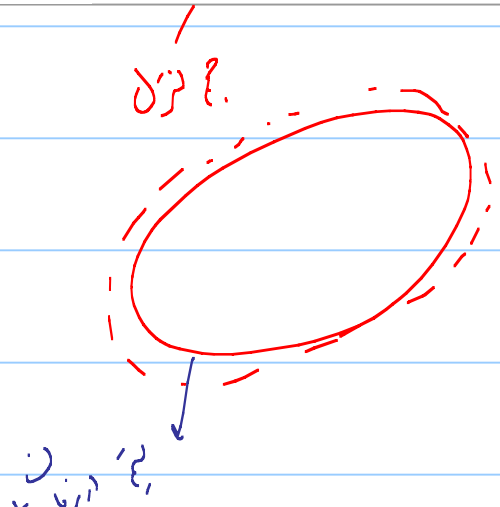
گشتاور خالص

$$M = I\alpha = \frac{dH}{dt}$$

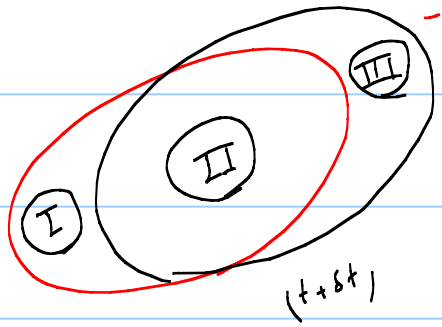
۳- اگر گرمای δQ به سیستم اضافه شود ، یا کار δW توسط سیستم انجام شود. انرژی کل سیستم δE

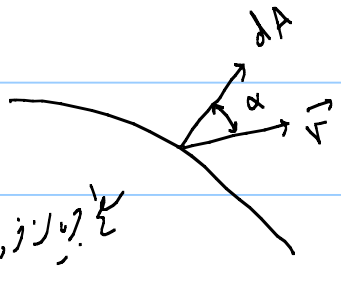
$$\delta E = \delta Q - \delta W$$

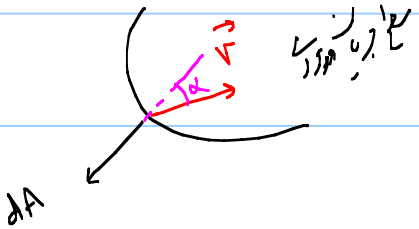
Note Title 4/20/2013



(انتقال)
قضیه ترابری رینولدز







- زمین B خاصیت سیستم (انرژی، اندازه حرکت، جرم، ...)

- متناظر B و b داریم $B = \int b \rho \, d\forall$ (شدت B)

$$\beta = \frac{dB}{dm}$$

$$B_{C.V} = \int_{C.V} \beta \rho \, d\forall \qquad \rho \, d\forall = dm$$

- نرخ تغییرات B_{sys}:

$$B_{sys}(t+\delta t) - B_{sys}(t) = \left(\int_{II} \beta \rho \, d\forall + \int_{III} \beta \rho \, d\forall \right)_{t+\delta t} - \left(\int \beta \rho \, d\forall \right)_{t}$$

به لحاظ ریاضی $\int_{I}^{t+\delta t} \beta \rho \, d\forall$ اضافه و کم کردیم و طرفین را بر δt

$$\frac{B_{sys}(t+\delta t) - B_{sys}(t)}{\delta t} = \frac{\left(\int_{II} \rho\beta\, d\forall + \int_{I} \rho\beta\, d\forall\right)_{t+\delta t} - \left(\int_{II} \rho\beta\, d\forall\right)_{t}}{\delta t}$$

$$+ \frac{\left(\int_{III} \rho\beta\, d\forall\right)_{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{\left(\int_{I} \rho\beta\, d\forall\right)_{t+\delta t}}{\delta t}$$

$\delta t \to 0$: $\int \rho\beta\, V \cdot dA$ (این قسمی)

$\delta t \to 0$: $-\int \rho\beta\, V \cdot dA$

$\delta t \to 0$

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{C.V} \rho\beta\, d\forall + \int_{C.S} \rho\beta\, V_{rel}\alpha\, dA_{out} - \int_{C.S} \rho\beta\, V_{rel}\alpha\, dA_{in}$$

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} (\rho\beta\, d\forall) + \iint_{C.S} \rho\beta\, V_{rel}\alpha\, dA_{out} - \iint_{C.S} \rho\beta\, V_{rel}\alpha\, dA_{in}$$

- قضیه انتقال رینولدز برای C.V ثابت است.
- سه عبارت سمت راست: ۱- نرخ تغییرات B در داخل C.V
۲- شار B خروجی از سطح خروجی کنترل
۳- شار B ورودی به سطح ورودی C.V

* در معادله انتقال رینولدز برای C.V ثابت، V_{rel} مولفه تصویر شده V در راستای عمود بر سطح کنترل است.

عبارات مربوط به شار $= \iint_{C.S} \rho\beta\, V_n\, dA_{out} - \iint_{C.S} \rho\beta\, V_n\, dA_{in}$

$\vec{V}\cdot\vec{n} = V_n$ برای خروجی

$\vec{V}\cdot\vec{n} = -V_n$ برای ورودی

لذا عبارات مربوط به شار را در کل می‌توان $\iint_{C.S} \rho\beta(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA$

معادله انتقال رینولدز:

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{C.V} \rho\beta\,d\forall\right] + \iint_{C.S} \rho\beta(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA$$

استفاده از معادله انتقال جهت تبدیل معادلات جرم کنترل به حجم کنترل

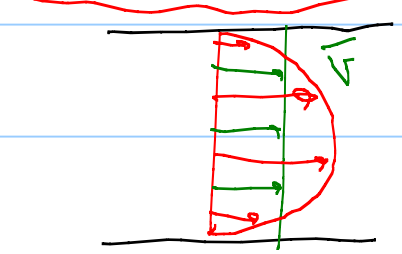
- قانون بقای جرم

$B = m \Rightarrow \beta = \frac{dm}{dm} = 1$

$$\Rightarrow \left(\frac{dm}{dt}\right)_{sys} = 0 = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{C.V} \rho\,d\forall\right] + \iint_{C.S} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA$$

تغییر جرم در C.V

برای جریان پایا (دائمی) $\iint_{C.S} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA = 0$



برای جریان‌های یک بعدی عبارت مربوط به شار جرم:

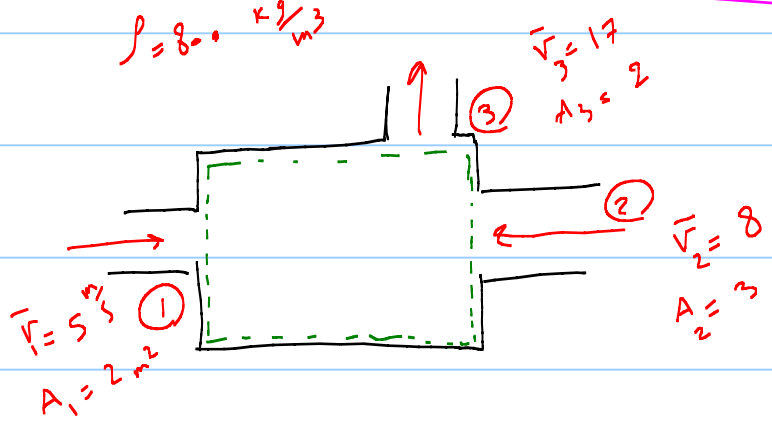
از متوسط سرعت $\bar{V}$ استفاده می‌کنیم

سرعت عمود بر سطح خروجی

برای یک بعد و کنترل

$$\iint_{C.S} \beta \rho (\vec{V}.\vec{n}) dA = \sum_i (\beta_i \rho_i V_i A_i)_{out} - \sum_j (\beta_j \rho_j V_j A_j)_{in}$$

مثال) قانون بقای جرم را برای C.V زیر بررسی کنید.



- جریان دائمی $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

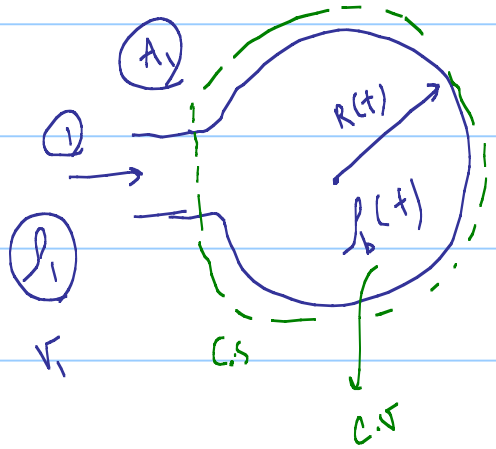
- جریان از سطوح ورودی و خروجی تک بعدی است.

$$0 = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{sys} = \iint_{C.S} \rho (\vec{V}.\vec{n}) dA = \sum (\rho_i V_i A_i)_{out} - \sum (\rho_j V_j A_j)_{in}$$

$$= \rho_3 V_3 A_3 - \rho_1 V_1 A_1 - \rho_2 V_2 A_2$$

$$= 800 (17 \times 2 - 5 \times 2 - 8 \times 3) = 0$$

مثال) رابطه تغییرات جرم درون بالن نسبت به زمان؟



$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{sys} = 0 = \frac{d}{dt} \iiint_{C.V} \rho \, dV + \iint_{C.S} \rho (\vec{V}.\vec{n}) dA$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_{C.V} \rho_b \, dV = \frac{d}{dt} \left[\rho_b \frac{4}{3} \pi R^3 \right]$$

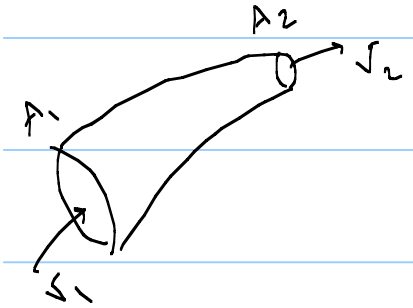
یک بعدی

$$\Rightarrow \iint_{C.S} \rho (\vec{V}.\vec{n}) dA = -\rho_1 V_1 A_1$$

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{sys} = 0 = \frac{d}{dt}\left(\rho_b \frac{4}{3}\pi R^3\right) - \rho_1 V_1 A_1$$

$$\frac{d}{dt}\left[\overbrace{\rho_b \frac{4}{3}\pi R^3}^{m_b(t)}\right] = \rho_1 V_1 A_1$$

مثال) حباب تقریبا کروی شکل به شعاع R در لوله‌ای به شکل زیر که دبی‌ورودی و خروجی آن یکسان است با خطوط جریان منطبق باشد. ورود و خروج یک بعدی، سیال تراکم ناپذیر ($\rho = cte$) است.



$\frac{V_1}{V_2} = ?$ $\qquad$ $\frac{A_1}{A_2} = 2$

$$\frac{dm_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} \rho \, d\forall + \iint_{C.S} \rho (\vec{V}.\vec{n}) dA = 0$$

$\rho = 0$

دبی جرمی

$$\rho V_2 A_2 - \rho V_1 A_1 = 0 \Rightarrow V_2 A_2 = V_1 A_1 = Q$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2}}$$

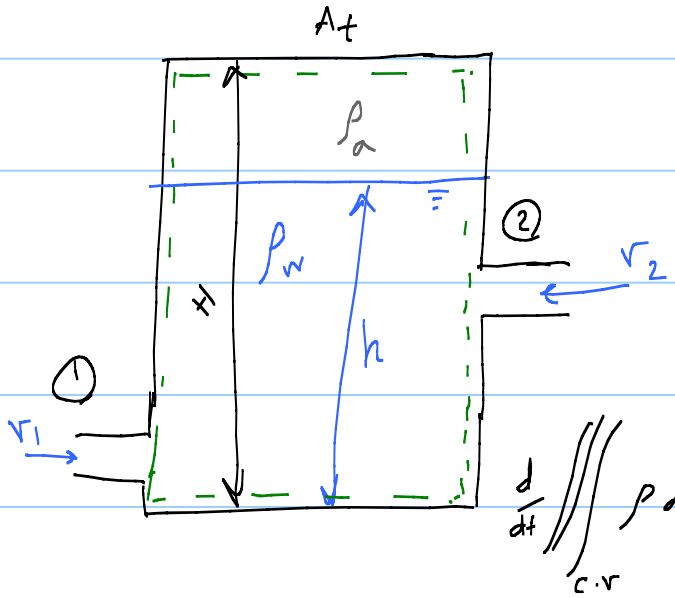
* در جریان‌های با تراکم ناپذیری دبی‌های یک بعدی، دبی ورودی و خروجی با هم برابرند.

مثال) مخزن از طریق ۲ دریچه تغذیه می‌شود. (آب سرد)

الف) نرخ تغییر ارتفاع آب $\frac{dh}{dt} = ?$

ب) اگر آب $20^\circ C$ و با شتاب $V_1 = 3 \frac{ft}{s}$ ، $V_2 = 2$ ، $D_1 = 1''$ ، $D_2 = 3''$

$\frac{dh}{dt} = ? \leftarrow A_t = 2\ ft^2$



$$\frac{d}{dt}\left[\iiint_{C.V} \rho\, d\forall\right] + \iint_{C.S} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = 0$$

$$\frac{d}{dt}\iiint_{C.V} \rho\, d\forall = \frac{d}{dt}(\rho_w A_t h) + \frac{d}{dt}\left[\rho_a A_t (H-h)\right]$$

$\frac{d}{dt}\left[\rho_a A_t (H-h)\right] = 0$ چون جرم حجم ثابت است.

$$\Rightarrow \rho_w A_t \frac{d}{dt}(h) - \rho_1 V_1 A_1 - \rho_2 V_2 A_2 = 0$$

$\rho_1 = \rho_2 = \rho_w$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{A_1 V_1 + A_2 V_2}{A_t} = \frac{Q_1 + Q_2}{A_t}$$ الف)

✓ ب)

Note Title 4/22/2013

قانون بقای اندازه حرکت خطی C.V

- قانون دوم نیوتن

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

$$B = mv \Rightarrow \beta = \frac{d(mv)}{dm} = v$$

رابطه انتقال رینولدز

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{C.V} \beta \rho \, d\forall\right] + \iint_{C.S} \beta \rho (\vec{v}.\vec{n}) dA$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = \underbrace{\Sigma F_s + \Sigma F_b}_{\text{نیروها}} = \frac{d(m\vec{v})_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{\iiint_{C.V} \vec{v} \rho \, d\forall\right\} + \iint_{C.S} \vec{v} \rho (\vec{v}.\vec{n}) dA$$

رابطه برداری است.

نکات: ۱. عبارت $\vec{v}$ سرعت سیال است نسبت به دستگاه مختصات ساکن (ثابت) در نظر گرفته شده است.

۲. عبارت $\Sigma \vec{F}$ شامل تمام نیروهای خارجی وارد بر C.V است.

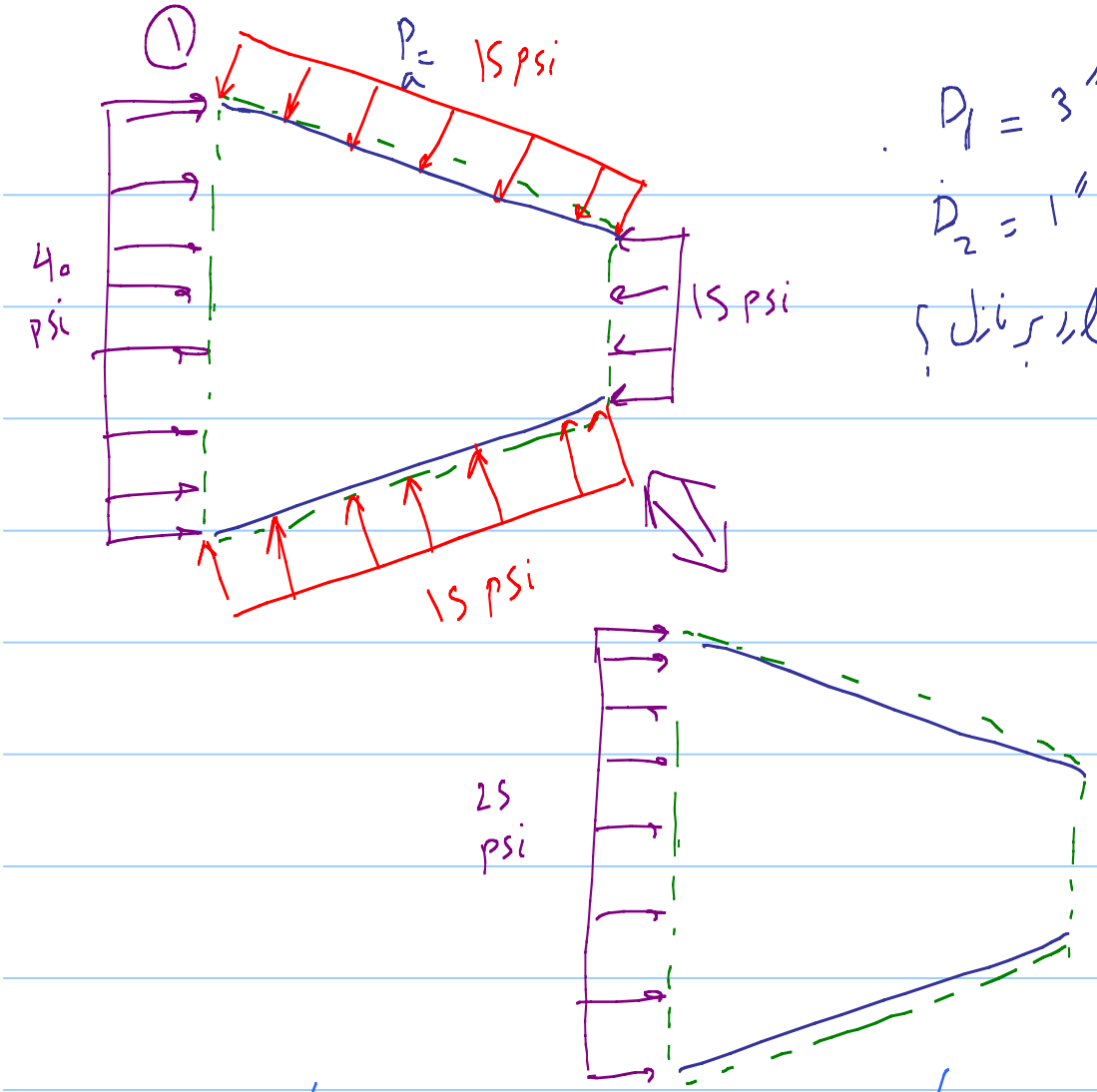
۱- نیروهای حجمی Body Force

۲- نیروهای سطحی surface force

۳- سرعت $\vec{v}$ و خواص سیال در رابطه مذکور، سرعت و خواص متوسط در هر مقطع را بایستی.

۴- نیروهای فشاری وارد از بیرون به C.V، به علت رویه خارج بودن $\vec{n}$:

$$F_{pressure} = \iint_{C.S} p(-n) dA \Rightarrow \iint_{C.S} (p - p_{atm})(-n) dA = \iint_{C.S} p_{gage}(-n) dA$$



مثال) $D_1 = 3''$

$D_2 = 1''$

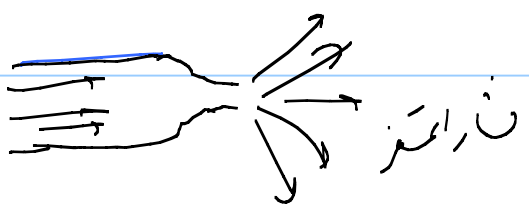
نیروی خالص وارد بر نازل؟

جریان پایا.

$$\vec{F}_p = \int p_{gage}(-\vec{n})\,dA = -p_{gage}\vec{n}\int dA = -p_{gage}\vec{n}\,A_1$$

$$\vec{F}_p = 25 \times \pi \frac{3^2}{4}\vec{i} = 177\,\vec{i}$$

* وقتی جریان سیال یک مجرا را ترک کند، و با اتمسفر کاملا تماس پیدا کند، فشار سیال آزاد خروجی همان فشار اتمسفر است لذا فشار جت سیال همان، همان P_a است.



$\vec{M}$ = اندازه حرکت $= m\vec{v}$

آنگاه اندازه حرکت یک جسم است:

$$\dot{m}_{c.v} = \iint_{c.s} \vec{v}\,\rho\,(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA$$

$\dot{m}_i$

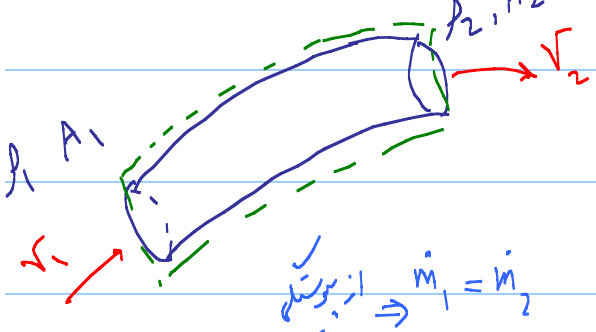
Q_i

در ورودی $\dot{M}_i = -\vec{v}_i\,\rho_i\,\vec{v}_{ni}\,A_i = -\dot{m}_i\,\vec{v}_i$

$$\dot{M}_e = \vec{v}_e\,\rho_e\,\vec{v}_{ne}\,A_e = \dot{m}_e\,\vec{v}_e$$

$$\Sigma F = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{c.v} \vec{v}\,\rho\,d\forall\right] + \Sigma(\dot{m}_i\vec{v}_i)_{out} - \Sigma(\dot{m}_i\vec{v}_i)_{in}$$

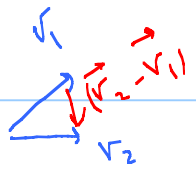
مثال) مطابق شکل در یک لوله جریان، جریان ماندا است.



با فرض ρ و ΣF

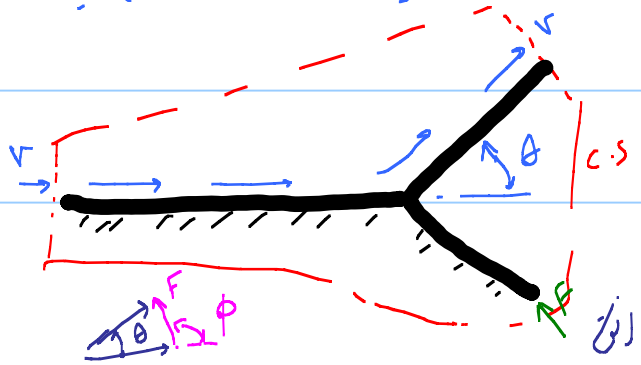
$$\Sigma F = \dot{m}_2\vec{v}_2 - \dot{m}_1\vec{v}_1$$

از پیوستگی $\Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2$ $\Rightarrow \Sigma F = \dot{m}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \rho(v_1 A_1)(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$



مثال)

مطابق شکل یک پره ثابت توسط یک جت با سطح مقطع A با اندازه زاویه θ منحرف می‌کند. (اصطکاک و تغییرات)



جریان پایا، همگن ρ_a

الف) F_x و F_y وارد بر پره

ب) با فرض F (برآیند) و زاویه ϕ کمترین مقدار θ و F؟

$$\Sigma F = \iint_{C.S} \vec{V} \rho (\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = \dot{m}(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

$$\begin{cases} F_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) = \dot{m}(V\cos\theta - V) = \dot{m}V(\cos\theta - 1) \\ F_y = \dot{m}(V_{2y} - V_{1y}) = \dot{m}(V\sin\theta - 0) = \dot{m}V\sin\theta \end{cases}$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \dot{m}V\sqrt{(\cos\theta - 1)^2 + \sin^2\theta} = \dot{m}V\sqrt{2 - 2\cos\theta}$$

$$= 2\dot{m}V\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\varphi = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1}\right) \longleftarrow \phi = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1}\right) = \frac{180 - \theta}{2} = 90 - \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \phi = 180 - \left(90 - \frac{\theta}{2}\right) = 90 + \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta = 2\phi - 180$$

$$F = 2\dot{m}V\sin(\phi - 90)$$

حجم کنترل با سرعت ثابت نازل x

باید از سرعت‌های نسبی در رابطه انتقال رینولدز استفاده کرد.

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)_{sys} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} \beta\rho\, d\forall + \iint_{C.S} \beta\rho(\vec{V}_r\cdot\vec{n})\, dA$$

$V_r = V - V_{C.V}$ سرعت نسبی

Note Title 4/22/2013

قانون بقای اندازه حرکت خطی C.V

- قانون دوم نیوتن

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

$$B = mv \Rightarrow \beta = \frac{d(mv)}{dm} = v$$

رابطه انتقال رینولدز

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{C.V} \beta \rho \, d\forall\right] + \iint_{C.S} \beta \rho (\vec{v}.\vec{n}) dA$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = \underbrace{\Sigma F_s + \Sigma F_b}_{\text{نیروها}} = \frac{d(m\vec{v})_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{\iiint_{C.V} \vec{v} \rho \, d\forall\right\} + \iint_{C.S} \vec{v} \rho (\vec{v}.\vec{n}) dA$$

رابطه برداری است.

نکات: ۱. عبارت $\vec{v}$ سرعت سیال است نسبت به دستگاه مختصات ساکن (ثابت) در نظر گرفته شده است.

۲. عبارت $\Sigma \vec{F}$ شامل تمام نیروهای خارجی وارد بر C.V است.

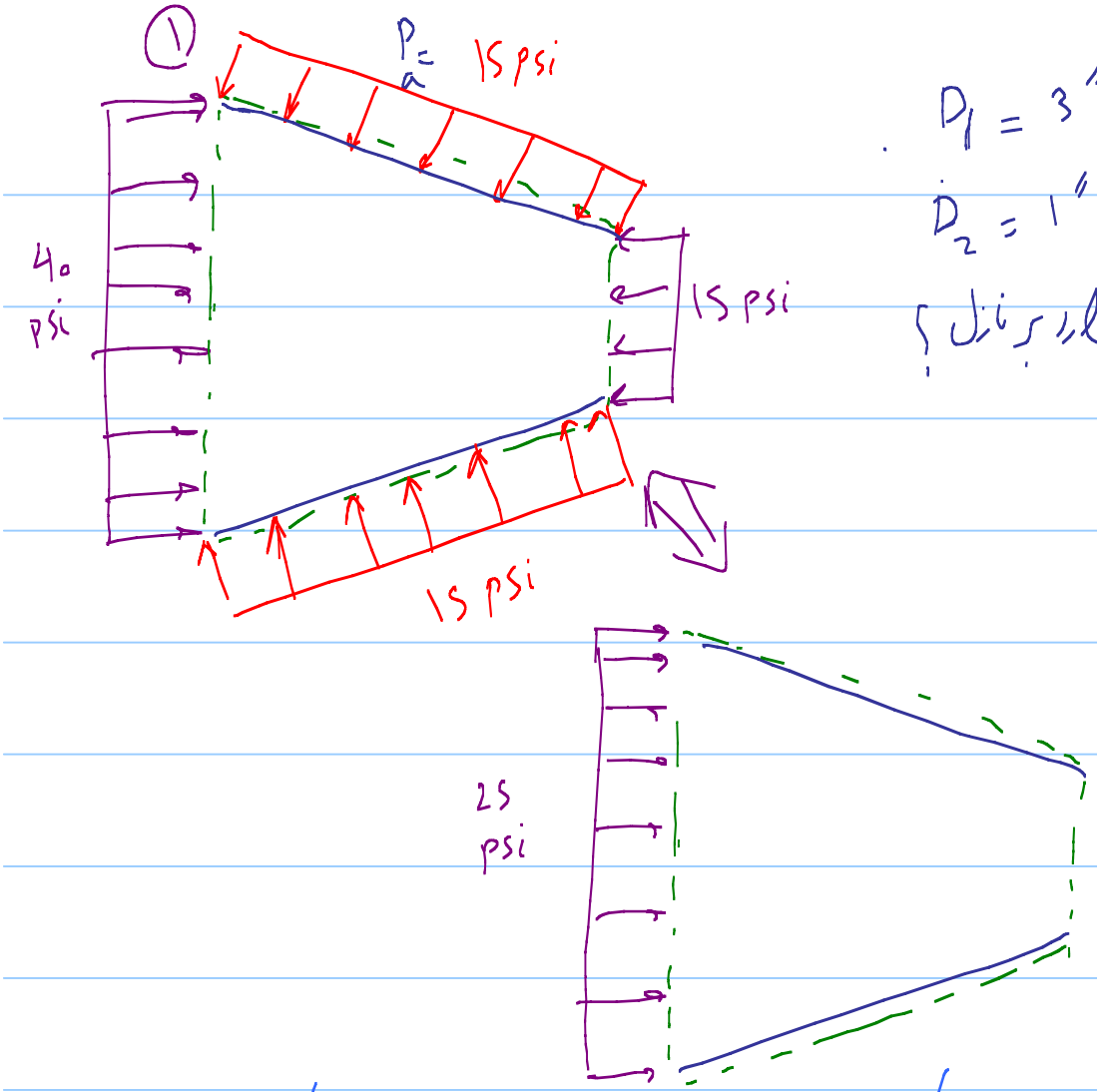
۱- نیروهای حجمی Body Force

۲- نیروهای سطحی surface force

۳- سرعت $\vec{v}$ و خواص سیال در رابطه مذکور، سرعت و خواص متوسط در هر مقطع را بایستی.

۴- نیروهای فشاری وارد از بیرون به C.V، به علت رویه خارج بودن $\vec{n}$:

$$F_{pressure} = \iint_{C.S} p(-n) dA \Rightarrow \iint_{C.S} (p - p_{atm})(-n) dA = \iint_{C.S} p_{gage}(-n) dA$$



مثال) $D_1 = 3''$

$D_2 = 1''$

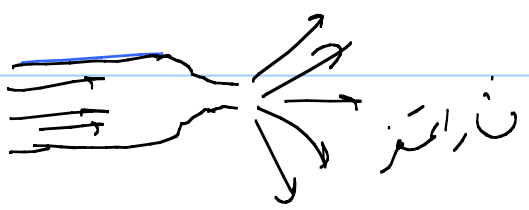
نیروی خالص وارد بر نازل؟

جریان پایا.

$$\vec{F}_p = \int p_{gage}(-\vec{n})\,dA = -p_{gage}\vec{n}\int dA = -p_{gage}\vec{n}\,A_1$$

$$\vec{F}_p = 25 \times \pi \frac{3^2}{4}\vec{i} = 177\,\vec{i}$$

* وقتی جریان سیال یک مجرا را ترک کند، و با اتمسفر کاملا تماس پیدا کند، فشار سیال آزاد خروجی همان فشار اتمسفر است لذا فشار جت سیال همان، همان P_a است.



$\vec{M}$ = اندازه حرکت $= m\vec{v}$

آنگاه اندازه حرکت یک جسم است:

$$\dot{m}_{c.v} = \iint_{c.s} \vec{v}\,\rho\,(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA$$

$\dot{m}_i$

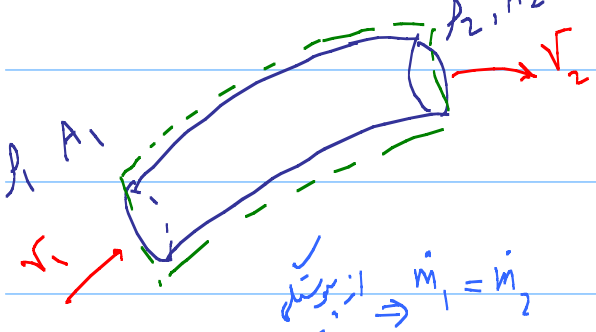
Q_i

در ورودی $\dot{M}_i = -\vec{v}_i\,\rho_i\,\vec{v}_{ni}\,A_i = -\dot{m}_i\,\vec{v}_i$

$$\dot{M}_e = \vec{v}_e\,\rho_e\,\vec{v}_{ne}\,A_e = \dot{m}_e\,\vec{v}_e$$

$$\Sigma F = \frac{d}{dt}\left[\iiint_{c.v} \vec{v}\,\rho\,d\forall\right] + \Sigma(\dot{m}_i\vec{v}_i)_{out} - \Sigma(\dot{m}_i\vec{v}_i)_{in}$$

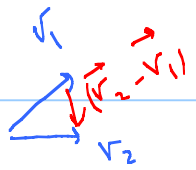
مثال) مطابق شکل در یک لوله جریان، جریان ماندا است.



با فرض ρ و ΣF

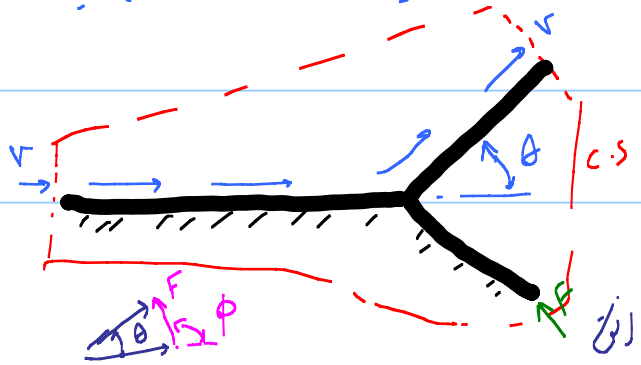
$$\Sigma F = \dot{m}_2\vec{v}_2 - \dot{m}_1\vec{v}_1$$

از پیوستگی $\Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2$ $\Rightarrow \Sigma F = \dot{m}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \rho(v_1 A_1)(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$



مثال)

مطابق شکل یک پره ثابت توسط یک جت با سطح مقطع A با اندازه زاویه θ منحرف می‌کند. (اصطکاک و تغییرات)



جریان پایا، همگن ρ_a

الف) F_x و F_y وارد بر پره

ب) با فرض F (برآیند) و زاویه ϕ کمترین مقدار θ و F؟

$$\Sigma F = \iint_{C.S} \vec{V} \rho (\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = \dot{m}(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

$$\begin{cases} F_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) = \dot{m}(V\cos\theta - V) = \dot{m}V(\cos\theta - 1) \\ F_y = \dot{m}(V_{2y} - V_{1y}) = \dot{m}(V\sin\theta - 0) = \dot{m}V\sin\theta \end{cases}$$

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \dot{m}V\sqrt{(\cos\theta - 1)^2 + \sin^2\theta} = \dot{m}V\sqrt{2 - 2\cos\theta}$$

$$= 2\dot{m}V\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\varphi = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1}\right) \longleftarrow \phi = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1}\right) = \frac{180 - \theta}{2} = 90 - \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \phi = 180 - \left(90 - \frac{\theta}{2}\right) = 90 + \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta = 2\phi - 180$$

$$F = 2\dot{m}V\sin(\phi - 90)$$

حجم کنترل با سرعت ثابت نازل x

باید از سرعت‌های نسبی در رابطه انتقال رینولدز استفاده کرد.

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)_{sys} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} \beta\rho\, d\forall + \iint_{C.S} \beta\rho(\vec{V}_r\cdot\vec{n})\, dA$$

$V_r = V - V_{C.V}$ سرعت نسبی

Note Title 5/4/2013

قانون بقا یا انرژی (اصل اول ترمودینامیک)

$$B = E \quad \Rightarrow \beta = \frac{dB}{dm} = e$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dE}{dt}\right)_{sys} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} e\rho\, d\forall + \iint_{C.S} e\rho(\vec{v}\cdot\vec{n})\, dA$$

دسته انرژی:

۱- انرژی ذخیره‌ای ← انرژی ساکن: m ← Stored energy

۲- انرژی انتقال (energy in transation) ← انرژی از یک سیستم به سیستم

انرژی ذخیره‌ای (۱):

۱- انرژی پتانسیل E_p

۲- انرژی داخلی U

۳- انرژی جنبشی E_K

$$E = E_k + E_p + U$$

انرژی انتقال (۲):

۱- حرارت: * کار انجام شده توسط سیستم و حرارت داده شده به سیستم +

۲- کار

$$Q - W = \Delta E = E_2 - E_1 = (E_{k_2} + E_{p_2} + U_2) - (E_{k_1} + E_{p_1} + U_1)$$

(انرژی ذخیره‌ای)

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{sys} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} e\rho\, d\forall + \iint_{C.S} e\rho(\vec{v}\cdot\vec{n})\, dA$$

$\frac{v^2}{2}$ gz u $\frac{dV}{dm}$

$$e = e_k + e_p + u$$

$$\frac{dW}{dt} = \dot{W} = \dot{W}_{shaft} + \dot{W}_{press} + \dot{W}_{visc.} = \dot{W}_s + \dot{W}_p + \dot{W}_v$$

$\dot{W}_s$: کار برشی (کار محور)

$\dot{W}_p$: کار نیروهای فشاری (کار جریان)

$\dot{W}_v$: کار برشی (کار ناشی از تنش برشی)

$$d\dot{W}_p = p\,dA\,(\vec{v}\cdot\vec{n}) \Rightarrow \dot{W}_p = \iint_{C.S} p(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA = \iint_{C.S} \frac{p}{\rho}(\rho\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA$$

$$d\dot{W}_v = -\tau\cdot v\,dA \Rightarrow \dot{W}_v = -\iint_{C.S} \tau\cdot v\,dA$$

اسپاسکی

$$\Rightarrow \dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_p - \dot{W}_v = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} e\rho\,d\forall + \iint_{C.S} e\rho(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA$$

$$\Rightarrow \dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = \frac{d}{dt}\iiint_{C.V} e\rho\,d\forall + \iint_{C.S} \left(e + \frac{p}{\rho}\right)\rho(\vec{v}\cdot\vec{n})\,dA$$

$$e + \frac{p}{\rho} = u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} = h + \frac{v^2}{2} + gz$$

انرژی داخلی u + کار جریان $\frac{p}{\rho}$ = آنتالپی h

* معمولاً $\dot{W}_v$ (نیروی برشی) در نظر گرفته نمی‌شود.

* اگر جریان پایا $\leftarrow \frac{d}{dt} \to 0$ (عبارت اول سمت راست صفر)

* اگر ورودی و خروجی‌ها یک بعدی باشند عبارات شار به شکل زیر می‌شوند:

$$\iint_{C.S} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) \rho (\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = \sum \left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{out} \dot{m}_{out} - \sum \left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{in} \dot{m}_{in}$$

معادله برنولی

حالتی مشروط که بین P، V، z در جریان غیرقابل‌تراکم، غیرلزج و غیرچرخشی (یا با) از حالت انرژی با نرخ‌های بالا و از یک لوله جریان ($dA \to 0$) به عنوان C.V و با فرض $\dot{Q} = 0$، $\dot{W}_s = 0$ و فرض ورودی و خروجی یک‌بعدی و جریان دائم:

$$u_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 = u_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1$$

چون معمولاً جریان هم‌دما است، اصطکاک و انتقال حرارت هم نداریم لذا $u_2 = u_1$

$$\frac{P_2}{\gamma_2} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_1}{\gamma_1} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1$$

رابطه برنولی

* بعد تمام عبارات $[L]$ است (طول)

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = cte$$

* در یک خط جریان (یا جریان یک بعدی) مقدار انرژی کل مکانیکی همیشه ثابت است.

* در جریان غیر چرخشی همه‌ی ~ ~ ~ ~ ~

خط درجه انرژی و هیدرولیک (Hydraulic and energy grade line)

خط درجه انرژی (EGL)

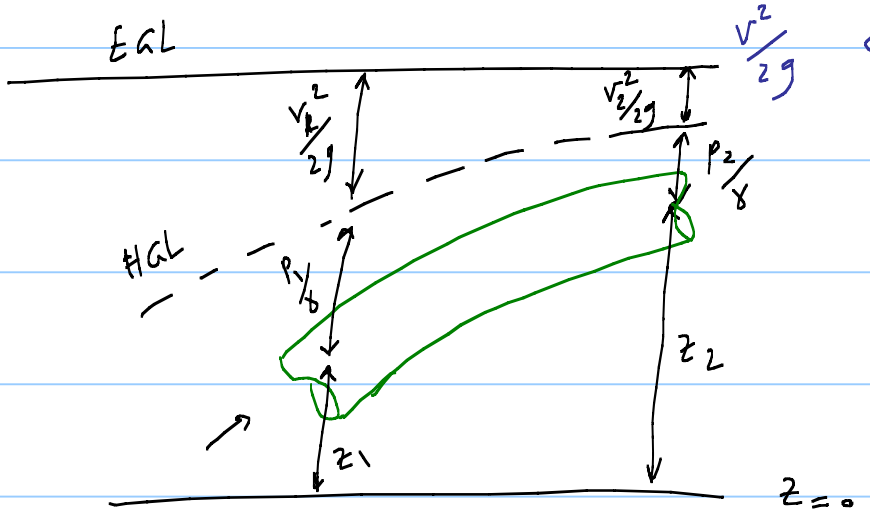
$$h_{EGL} = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = cte$$

شیب یا ارتفاع کل ثابت برای است.

در جریان بدون اصطکاک و انتقال حرارت و کار محور سه خط EGL ثابت است.

خط EGL | ۱- خط درجه هیدرولیک (HGL) سه شیب ارتفاع مربوط به پتانسیل و فشار $(z + \frac{P}{\gamma})$

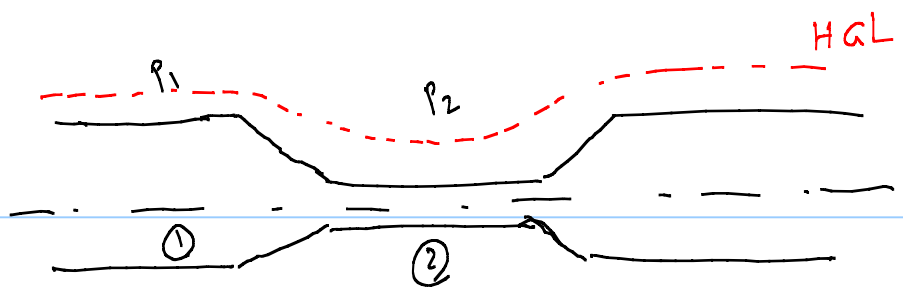
۲- عدد سرعت $\frac{V^2}{2g}$



مثال) مطابق شکل وجود کلوگاه در یک لوله باعث بالا رفتن سرعت و کم شدن فشار می‌شود.

اختلاف فشار حاصله با Q متناسبات. (لوله ونتوری)

واسطه فشار جریان کذرنده از لوله و ΔP بین دو نقطه مزبور را پیدا کنید!



جریان از دو گره مانند

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{Z_1} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{Z_2}$$

$$\Rightarrow \quad V_2^2 - V_1^2 = \frac{2\Delta p}{\rho} \qquad (1)$$

از معادله پیوستگی (تقاضای جرم)

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2$$

$$V_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 V_2 = \beta^2 V_2$$

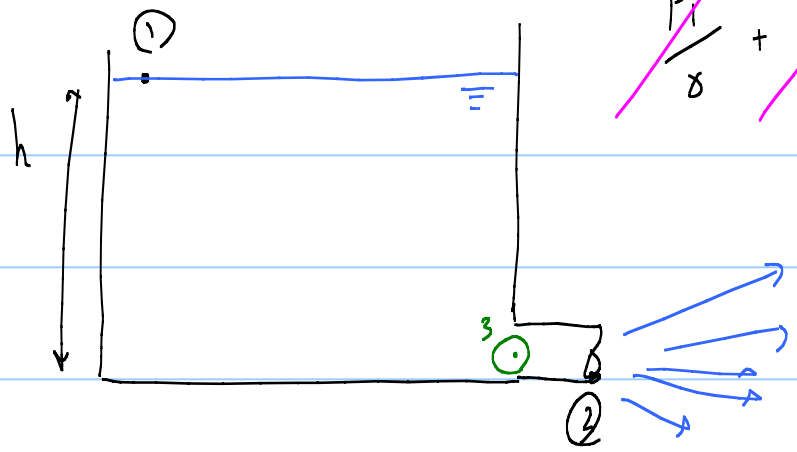
$$\xleftarrow{(1)}$$

$$V_2 = \left[\frac{2\Delta p}{\rho(1-\beta^4)}\right]^{1/2}$$

شدت جریان $\dot{m}$

$$\dot{m} = \rho A_2 V_2 = A_2 \left[\frac{2\rho\Delta p}{(1-\beta^4)}\right]^{1/2}$$

مثال) یک فلزی مزبور که در آن یک لوله به قطر D_2 وجود دارد، سرعت جت آب؟



$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$p_1 = p_2 = p_a$ (atmospheric); $V_1 \approx 0$; $z_1 = h$; $z_2 = 0$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

مکانیک سیالات ۱ — به نام خالق هستی علی — جلسه ۱۳ و ۱۴

Note Title 5/11/2013

آنالیز ابعادی

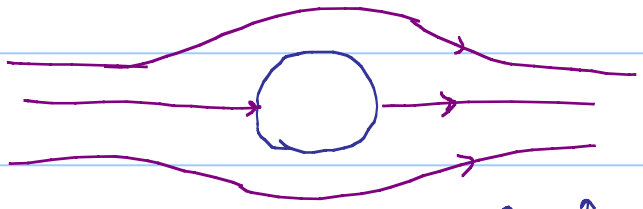
* با استفاده از آنالیز ابعادی می‌توانیم تفاوت بین جریان‌های گوناگون سیال را بهتر درک کنیم.

* هر پدیده سیالاتی می‌تواند به متغیرها و پارامترهای گوناگون وابسته باشد. با استفاده از روش‌های آنالیز ابعادی می‌توان داده‌های مورد نظر را به صورت رابطه‌ای بین چند گروه پارامتر بی‌بعد که تعدادشان خیلی کمتر از تعداد متغیرهای اصلی است فرمول‌بندی کرد. — کاهش تعداد آزمایش‌های لازم

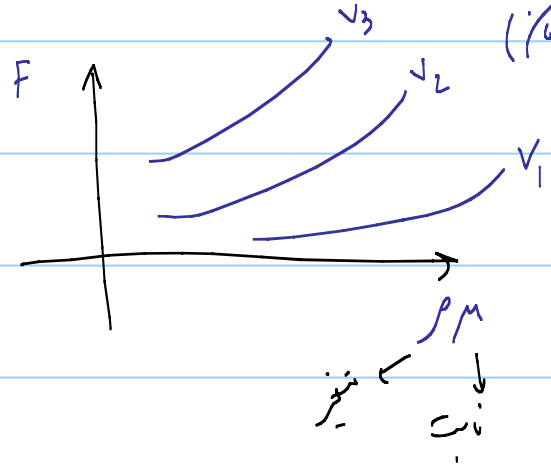
مثال)

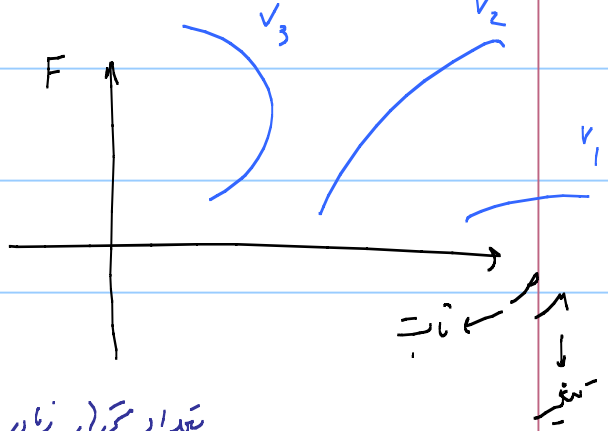
نیروی درگ F (یا پسا Drag) وارد شده به یک کرهٔ صیقلی به قطر D که با سرعت V در یک سیال لزج در حال حرکت است به ρ و μ و V و D بستگی دارد.

$$F = f(D, V, \rho, \mu)$$



* مشکل صرف زمان زیادی است. (هزینه ـ زمان)



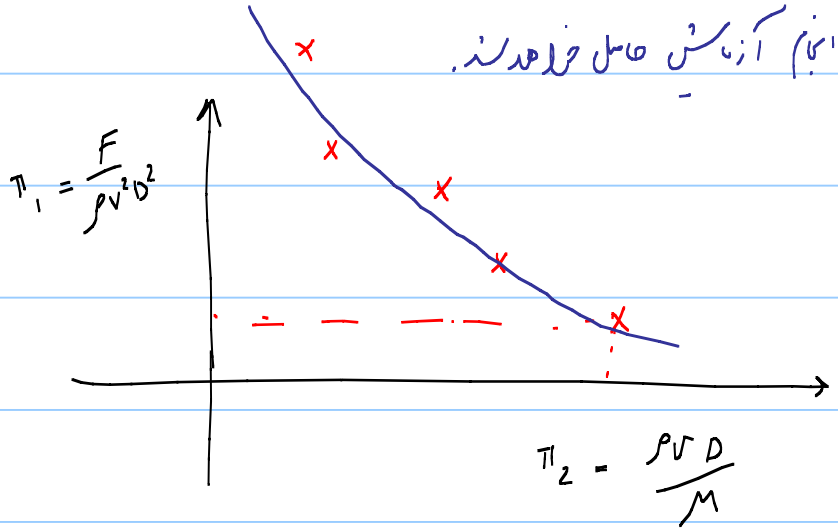


تعداد متغیرها زیاد حاصل می‌شود.

با استفاده از روش‌های آنالیز ابعادی این مجموعه را می‌توان به یک رابطه بین تنها دو گروه بی‌بعد زیر تبدیل کرد.

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = g\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right) \qquad \text{شکل} \qquad \pi_1 = g(\pi_2)$$

* تابع g نامعلوم است و با انجام آزمایش حاصل خواهد شد.



روش π باکینگهام

الگوریتم :

۱- تمام پارامترهایی که فکر می‌کنید در حل مسأله مؤثرند لیست کنید.

۲- مجموعه ابعاد اصلی را مشخص کنید. M L t (یا T ، جریان الکتریکی Q) F L t

۳- ابعاد همهٔ پارامترها را برحسب پارامترهای اصلی بنویسید.

۴- به تعداد ابعاد اصلی (۳ تا) پارامتر تکراری انتخاب می‌کنیم. (باید شامل تمام ابعاد اصلی باشند)

۵- با ترکیب پارامترهای انتخابی با پارامترهای تکراری π ها را تشکیل دهید.

۶- بررسی کنید که هر گروه π بی‌بعد باشد.

مثال) ارابه سنال تیل

$F_D = f(\rho, V, D, \mu)$

۱- F_D ، ρ ، V ، D ، μ ← $n = 5$

۲- MLt ← $r = 3$

۳- $[F_D] = MLt^{-2}$ ، $[\rho] = ML^{-3}$ $[V] = Lt^{-1}$

$[D] = L$ $[\mu] = ML^{-1}t^{-1}$

۴- تکراری ρ ، V ، D

۵- تعداد گروه بی بعد $n - r = 5 - 3 = 2$

$\Pi_1 = \rho^a V^b D^c F$

$1 = [\Pi_1] = [(ML^{-3})^a (Lt^{-1})^b (L)^c (MLt^{-2})] = [M^0 L^0 t^0]$

برای M: $a + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

L: $-3a + b + c + 1 = 0 \Rightarrow b + c = -4 \Rightarrow \boxed{c = -2}$

t: $-b - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -2}$

$\Rightarrow \Pi_1 = \rho^{-1} V^{-2} D^{-2} F_D$

$$\Pi_1 = \frac{F_D}{\rho V^2 D^2}$$

$$\pi_2 = \rho^d V^e D^\varepsilon \mu$$

$$[M^0 L^0 t^0] = [(ML^{-3})^d (Lt^{-1})^e (L)^\varepsilon (ML^{-1}t^{-1})]$$

M : $d + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{d = -1}$

L : $-3d + e + \varepsilon - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\varepsilon = -1}$

t : $-e - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{e = -1}$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D} = \frac{1}{Re}$$

عدد رینولدز $Re = \frac{\rho V D}{\mu}$

$$\pi_1 = g(\pi_2)$$

$$\frac{F_D}{\rho V^2 D^2} = g\left(\frac{1}{Re}\right) = h(Re)$$

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$ ← طول مشخصه ← سرعت

۱. نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت

۲- عدد اویلر (Euler number)

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho v^2}$$

۳- عدد ماخ سنت نیروی اینرسی به نیروی تراکم پذیری

$$M = \frac{v}{c}$$

تراکم ناپذیر ⟵ $M < 0.3$

۴- عدد فرود (Froude num.)

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{Lg}}$$

عدد فرود در جریانهای با تاثیر سطح آزاد (نظیر جریان در یک کانال و یا حرکت امواج) مهم است. تعیین رژیم جریان در یک کانال (فوق بحرانی یا زیر بحرانی) بستگی به بزرگتر بودن یا کوچکتر بودن عدد فرود از یک دارد. عدد فرود در محاسبات پرش هیدرولیکی، طرح سازه های دریایی و طراحی کشتی نیز بکار می رود.

۵- عدد وبر

$$We = \frac{Ma}{\sigma L} = \frac{\rho v^2 L^2}{\sigma L} = \frac{\rho L v^2}{\sigma}$$

فصل ۵- جریان لزج غیرقابل تراکم در لوله (لوله‌ها)

دسته‌بندی جریان سیالات

۱- جریان داخلی : جریانی هستند که توسط مرزها باید احاطه شده باشد.

۲- " خارجی : " " " حول یک جسم جامد جریان دارند.

Laminar

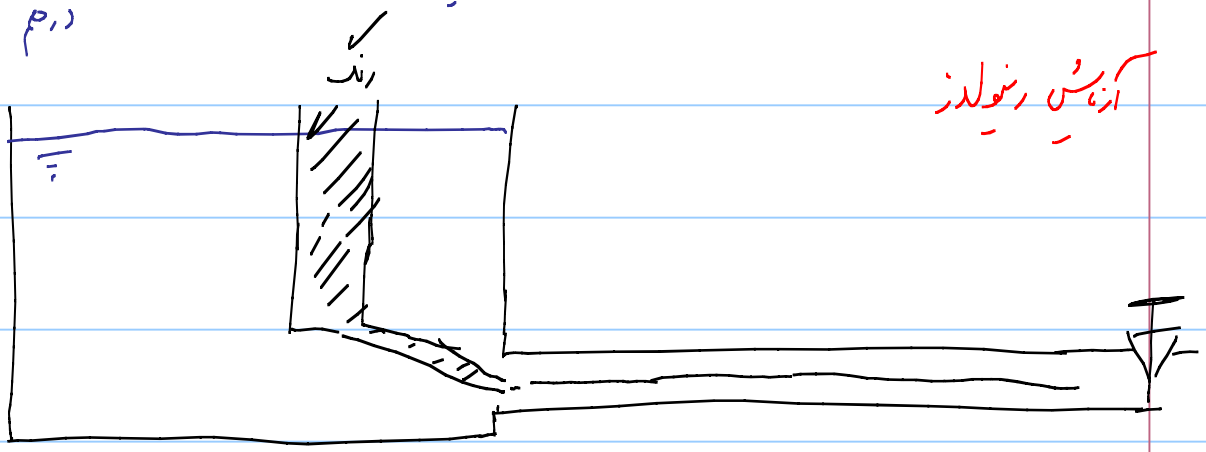
۱- آرام : جریانی هموار و پایداری باشد ← لایه‌ای یا آرام

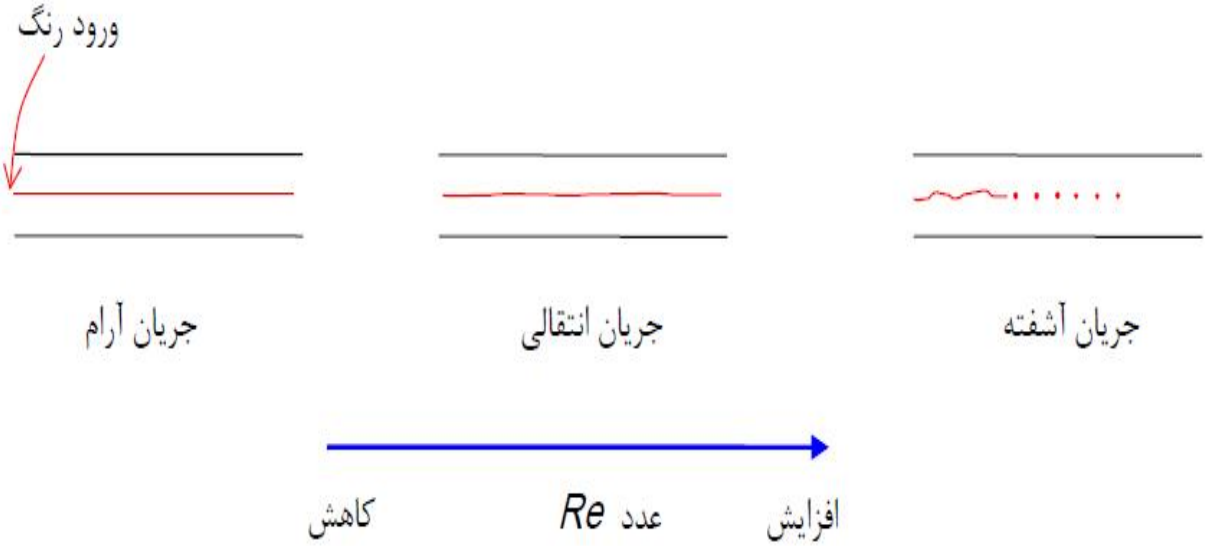
Turbulence

۲- آشفته : جریانی دارای نوسان و آشفتگی ← آشفته، مغشوش

} رژیم های مختلف جریان

آزمایش رینولدز





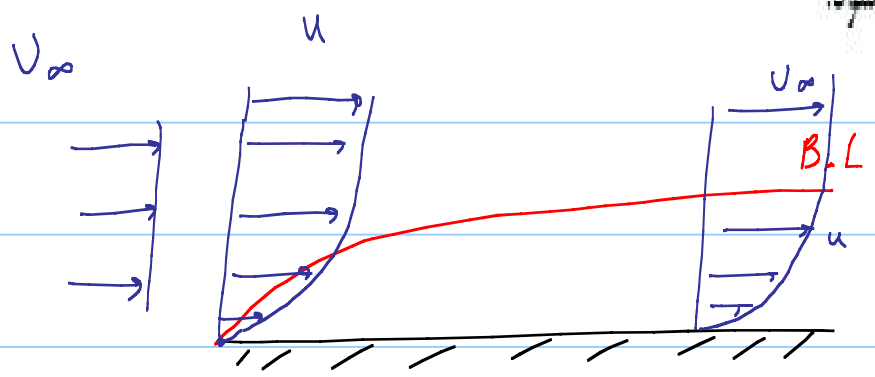
* با انتخاب آقای اسبورن رینولدز، پارامتری بعد حاکم بر این مسأله عدد رینولدز نامیده شد. است.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

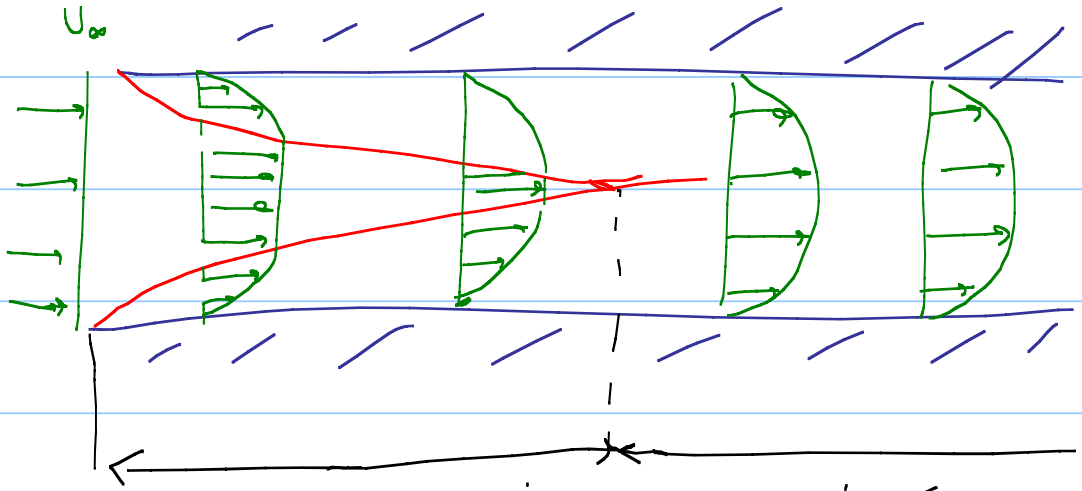
برای جریان لوله‌ای $Re_{cr} = 2300$

Boundry Layer لایه مرزی

در جریان حول یک جسم، حتی اگر لزجت کم باشد، ناحیه باریکی پیرامون جسم بوجود می آید که در آن ناحیه بواسطه گرادیان سرعت بزرگی که ناشی از "چسبیدن" سیال به مرز جسم است تنش برشی حائز اهمیت می باشد. این ناحیه **لایه مرزی** نامیده می شود.



آرام + درهم



Fully developed flow

$$\frac{L_e}{d} \simeq 4.4\, Re^{1/6}$$

(توربولانس)

$$\frac{L_e}{d} \simeq 0.06\, Re$$

(لامینار)

مثال) یک لوله آب با $\phi = \frac{1}{2}''$ ، $L = 60'$ آب با دبی $Q = 5 \frac{gal}{min}$ انتقال می‌دهد ($T = 20^\circ C$) مقدار طول ورودی چقدر است؟

$$Q = 5 \frac{gal}{min} \times \left(0,00223 \times \frac{min}{gal} \times \frac{ft^3}{s} \right) = 0,0111 \frac{ft^3}{s}$$

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = 8,17 \frac{ft}{s}$$

$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} = 31300 > 2300$$

جریان آشفته

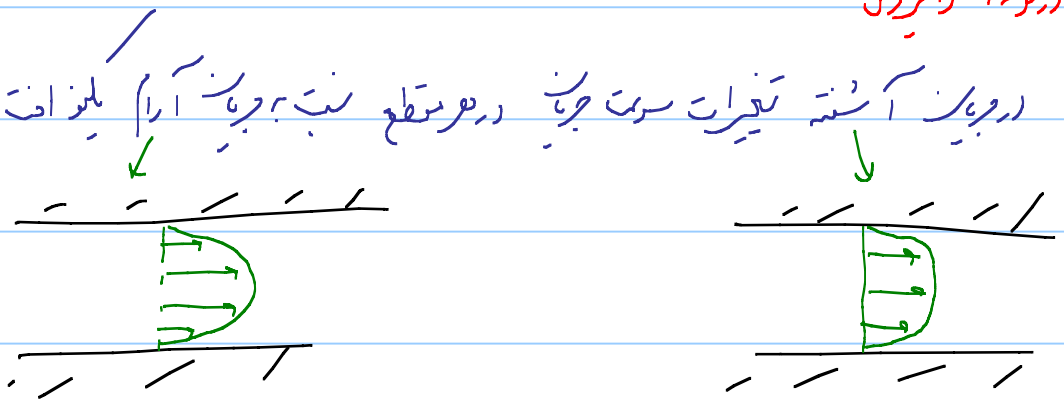
ν در 20° : $1,09 \times 10^{-5} \frac{ft^2}{s}$

$$\frac{L_e}{D} \simeq 4,4 (31300)^{\frac{1}{6}} = 25$$

$$L_e = 25 \times d = 1,04 \, ft$$

جریان در لوله‌های دایره‌ای

به‌نکته در جریان آشفته تغییرات سرعت جریان در هر مقطع نسبت به جریان آرام بیشتر است.



برای بدست آوردن τ_w (تنش برشی دیواره) از روش آنالیز ابعادی

$$\tau_w = f(\rho, v, \mu, d, \varepsilon)$$

ارتفاع زبری دیواره

$$\frac{8\tau_w}{\rho v^2} = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right) = f$$

ضریب اصطکاک

قطر اصطکاک

$$h_f = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

دارسی - ویسباخ

در جریان آرام لایه‌ای (لوله صاف)

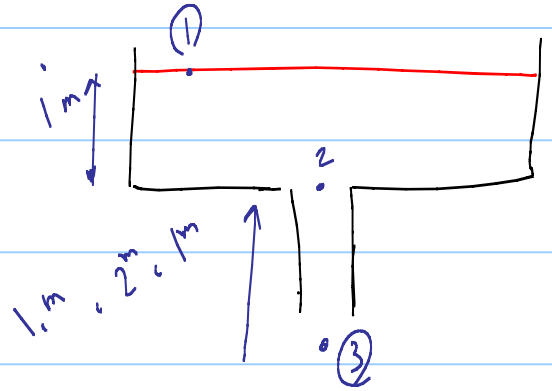
$$f_{laminar} = \frac{64}{Re}$$

تمرین

۱- دبی و سرعت در نقطه ۲ را بیابید

آب

لوله صاف با این اصطکاک



(جریان در لوله صاف)

در جریان آشفته

$$f = 0.316\, Re^{-1/6}$$

$$4000 < Re < 10^5$$

در لوله‌های زبر فرمول فوق صادق نیست. نمودار مودی

Note Title 4/20/2013

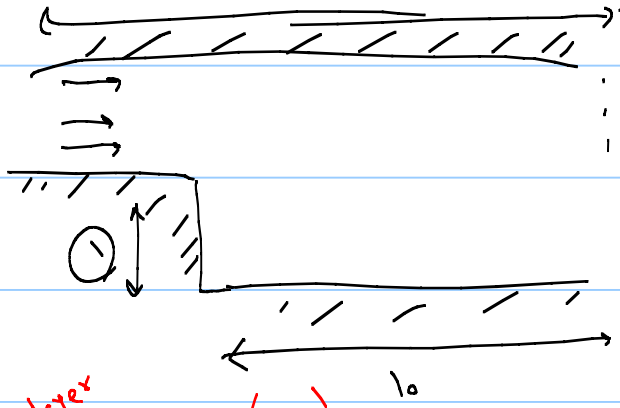
برنامه حل

پروژه کارشناسی ارشد عمران ①

۱- پاورپوینت
- ۱- مراحل آماده سازی: مدل سازی، شبکه بندی، تحلیل
- ۲- نتایج: ۱- خطوط جریان (streamline / streamtrace)، ۲- بردارهای سرعت (vector)، ۳- کانتور فشار، ۴- نمودار باقیمانده خطا (residule)

$P^* = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U^2}$

residule $< 10^{-9}$



Boundary layer

۱- نزدیک دیواره باید شبکه ریز باشد

۲- مستقل از شبکه باید باشد

$P_{out} = 1$

$M = 1$

$\rho = 1$

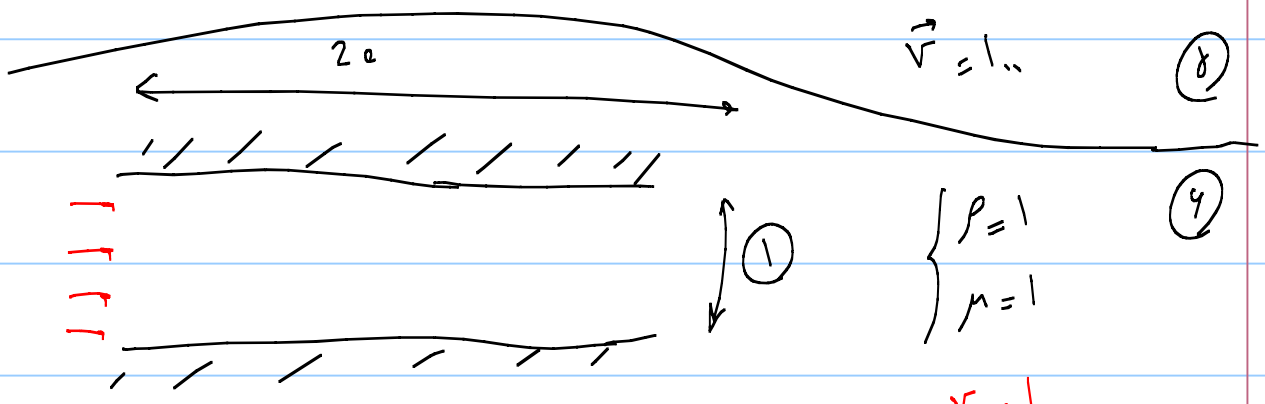
$\vec{V} = 1$

کره ① ... کره ⑤

$\vec{V} = 400$ کره ④

$\vec{V} = 1000$ کره ③

$\vec{V} = 2000$ کره ②



$\vec{V} = 100$ ⑧ ⑥

$\rho = 1$

$\mu = 1$

$V = 1$

۷- " $Re = 0.1$

۸- " $Re = 0.01$

۹- $Re = 0.001$

۱۰- $Re = 10$

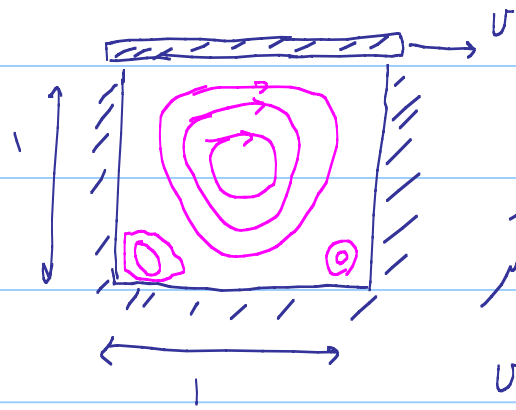
۱۱- $Re = 100$

۱۲- $Re = 1000$

۱۳- $Re = 4000$

گروه مکانیک

① مسأله حفره Cavity



$\rho = 1$

$\mu = 1$

$U = 0.01$

② " " $U = 1$

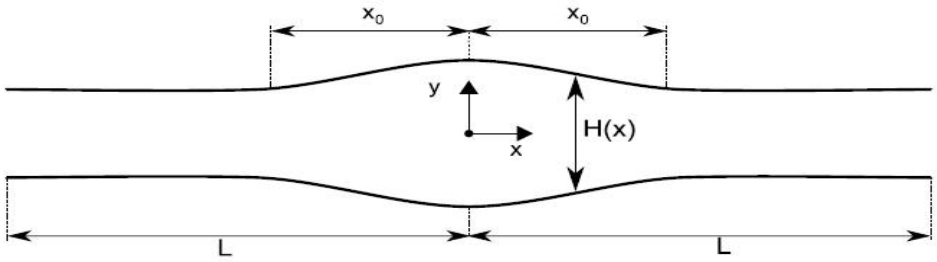
③ " " $U = 10$

④ $U = 400$

۵- $U = 1000$

$$H(x) = H_\circ \begin{cases} ۱ & |x| > x_\circ \\ ۱ + \circ/۲ \left(۱ + \cos\left(\frac{\pi x}{x_\circ}\right)\right) & |x| < x_\circ \end{cases}$$

Local expansion channel



شکل ۶.۶: نمودار شماتیک و پارامترهای هندسی مسأله کانال با انبساط موضعی .

$H_\circ = \circ/۵$ mm,

$L = ۲/۵$ mm,

$x_\circ = ۲$ mm,

$\rho = ۱\circ^{۳}$ kg/m^{۳},

$\mu = ۱\circ^{-۳}$ Pa.s

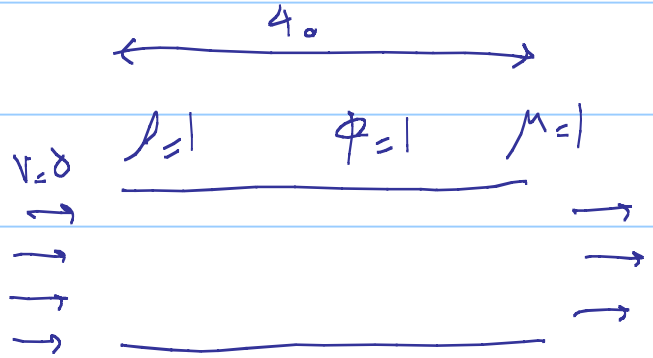
$g = ۱\circ^{-۳}$ m/s^{۲}.

افت فشار دو سر کانال

$$g = \frac{\Delta P}{۲\rho L}$$

$g = ۱\circ^{-۱}$

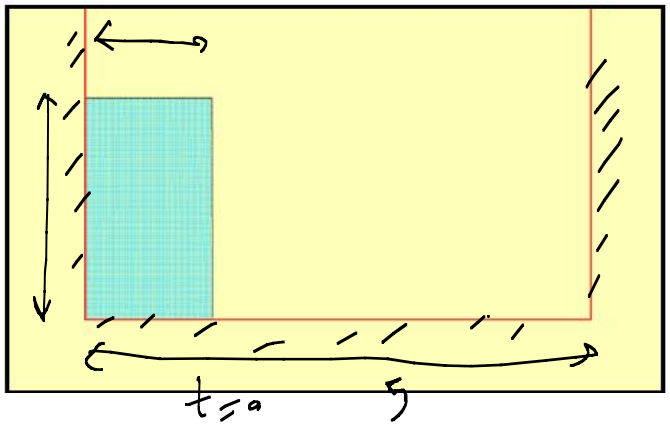
$g = ۱$



۹- جریان پوازیه

۱۰- $V = ۱۰۰$

.15 $\rho=1$ $g=1$ $\mu=1$



∴ $t=$ ـ ـ $t=55$

$h=1$ (1)

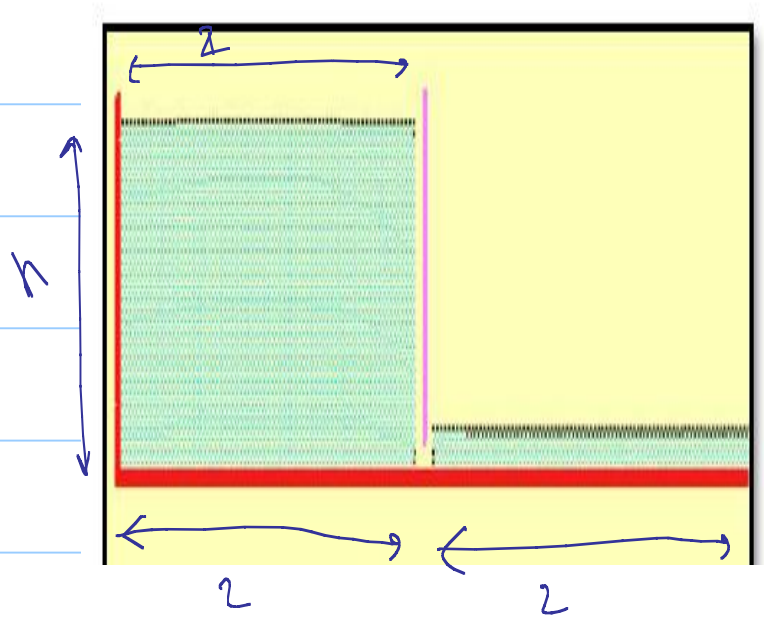
$h=2$ (2)

$h=1 \rightarrow t=2.5$ (3)

$h=2 \rightarrow t=2.5$ (4)

$t=55$ $g=9,81$

$\mu=1.^{-3}$ $\rho=1...$ (5)



$\rho=1$ $\mu=1$ $g=1$ (6)

$h=2$

صح او خطأ

V o F

(7)

$h=1$

$\rho=1...$ $\mu=1.^{-3}$ (8)

$g=-9,81$

$h=1$

$h=2$ ،، (9)

$h=5$ (10)

∴ $t=125$