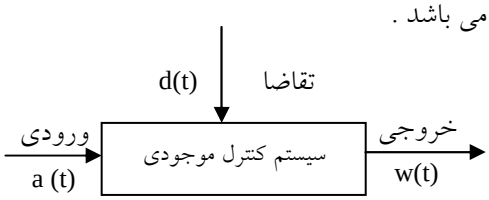
کنترل موجودی

سیستم کنترل موجودی

-d(t): تابع توزیع تقاضا که بعضی مواقع قطعی بوده و برخی مواقع احتمالی می باشد .



-I(t): موجودی در دسترس در لحظه t

-b(t): مقدار کمبود موجودی در لحظه t

-o(t): مقدار سفارس در راه در لحظه t (موجودی در راه)

-N(t):موجودی خالص در لحظه t

-y(t): موقعیت موجودی

$N(t)=I(t)-b(t)$

$Y(t)=I(t)+O(t)-b(t)$

انواع کمبود

۱) **قابل جبران یا سفارش عقب افتاده:** هزینه این نوع کمبود به زمانی که طول می کشد تا کمبود برآورده شود ، وابسته است . $\left(\hat{b}=\hat{\pi}\right)$

۲) **غیر قابل جبران یا فروش ازدست رفته:** هزینه این نوع کمبود به زمان وابسته نیست . $\left(b=\pi\right)$

انواع موجودی

- کالای ساخته شده :

۱)مقابله با تغییرات تقاضا ۲) هموارسازی خط تولید (بالانس خط) ۳)خدمت رسانی سریع به مشتری ٤) فروش در دسته های اقتصادی ٥) تولید گروهی قطعات مشابه

-کالای نیمه ساخته :

۱) مقابله با تغییرات ظرفیت تولید ۲) جداسازی مراحل تولید ۳) استفاده موثر از ظرفیت ماشین آلات ٤)تولید دردسته های اقتصادی ٥) سهولت امر حمل و نقل درون کارخانه

- مواد اولیه :

۱) استفاده ازتخفیف های تجاری۲) متوقف شدن خط تولید۳) خرید دردسته های اقتصادی٤) حداقل سازی هزینه نگهداری مواد٥) نشان رونق و اعتبار سازمانی

انواع هزینه های کنترل موجودی

۱) هزینه نگهداری موجودی

هزینه نگهداری $H=h+kc$ (h: هزینه ثابت نگهداری هرواحد کالا و k: ضریب هزینه نگهداری هر واحد کالا)

-هزینه فضای انبار-هزینه بیمه ومالیات- هزینه سربار-هزینه آب وبرق وتلفن،...- هزینه متروک شدن کالا-هزینه کم شدن کالا(مانند مواد قابل تبخیرو...)-هزینه دریافت

۲)هزینه تدارک و سفارش دهی (ثبت سفارش ، راه اندازی)

۳)هزینه کمبود

۴)هزینه خرید

نکته :هرگاه هزینه حمل و نقل کارخانه ای وابسته به تعداد اقلام باشد ،جزء هزینه خرید محسوب می شود و اگرمستقل از تعداد اقلام باشد جزء هزینه سفارش دهی خواهد بود. و اگر هزینه حمل و نقل درون کارخانه ای وابسته به تعداد اقلام باشد جزء هزینه نگهداری و هرگاه مستقل ازآن باشد جزء هزینه سفارش دهی خواهد بود.

اهداف کنترل موجودی

۱)محصولات مورد نیاز به مقدار مناسب و در زمان مناسب تولید شود

۲)به حداقل رساندن زمان تامین یا ساخت سفارش

۳)حداقل سازی هزینه کل یا حداکثر نمودن سودکل

کالای مستقل و وابسته

هرگاه مقدار استفاده از کالایی به کالای دیگر وابسته نباشد آن را مستقل می نامند و در صورتیکه وابسته به مقدار کالاهای دیگر باشد در اینصورت اقلام وابسته نامیده می شوند.

خط مشی های سیستم موجودی

۱)مرور دوره ای (FOI): در این سیستم در فواصل زمانی خاصی سطح موجودی اندازه گیری می شود.

۲) مرور دائم (FOS): در این سیستم به صورت لحظه ای باید از سطح موجودی مطلع باشیم .

نکته : اگر در سیستم FOI زمان تناوب بررسی سطح موجودی صفر در نظر گرفته شود (T=O)، این سیستم تبدیل به FOS می شود.

نکته در سیستم FOS اگر مقدار سفارش برابر واحد باشد ، این سیستم تبدیل به سیستم FOI می شود.

متغیر های کنترل موجودی

Q^* ← چه مقدار سفارش دهیم

ROP ← چه زمانی سفارش دهیم

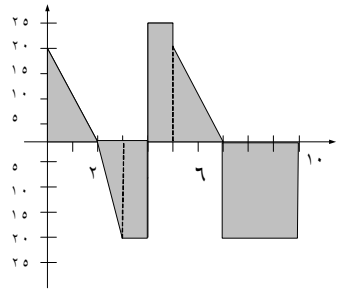
نمودارهای کنترل موجودی

نمودار کنترل موجودی دارای دو محور زمان و موجودی است به طوریکه مساحت زیر منحنی در قسمت مثبت مقدار موجودی و مساحت آن در قسمت منفی ، مقدار کمبود را به ما می دهد.

نکته : اگر کمبود وابسته به زمان باشد ، مساحت زیر منحنی را محاسبه کرده و در هزینه کمبود ضرب می کنیم .

نکته : اگر کمبود وابسته به زمان نباشد ، مساحت را دیگر محاسبه نگرده و تنها مقدار کل کمبود را در هزینه کمبود ضرب می کنیم.

مثال : اگر هزینه کمبود هر واحد ۱۰ تومان و مستقل از زمان کمبود و هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان در ماه باشد هزینه مربوط به کالا با توجه به شکل زیر در طول ۱۰ ماه چقدر است ؟



$$\text{متوسط مقدار موجودی} = \frac{۲۰\times۲}{۲} + ۲۵ + \frac{۲۰\times۲}{۲} = ۶۵$$

هزینه نگهداری موجودی =۳×۶۵= ۱۹۵

برای محاسبه هزینه کمبود ماکزیمم کمبود را در هرمرحله درنظر می گیریم .

هزینه کمبود=۱۰(۲۰+۲۰)=۴۰۰ کل هزینه=۴۰۰+۱۹۵=۵۹۵

مثال : کدامیک از موارد زیر جزء هزینه نگهداری به حساب نمی آیند :

الف) تهیه و درخواست خرید ب) هزینه مالیات ج) هزینه سرمایه درگیر موجودی د) بیمه اموال

حل گزینه الف صحیح است .

مثال : کدامیک از گزینه های زیر دلیل برداشتن موجودی به حساب نمی آید .

الف)حداقل ساختن هزینه نگهداری موادب)کاهش دادن هزینه کمبود موادج)تامین تقاضای پیش بینی شده د)جدا سازی مراحل مختلف تولید

حل گزینه ج صحیح است .

دسته بندی اقلام موجودی

به طور کلی اقلام موجودی از ۳ نظر تقسیم بندی می شوند :

۱) دسته بندی اقلام بر اساس نوع وکاربرد ۲) دسته بندی اقلام بر اساس تقاضا و دسترسی ۳) دسته بندی اقلام بر اساس ارزش و حجم

دسته بندی اقلام بر اساس نوع و کاربرد

۱)مواد و قطعات اولیه ۲)کالای نیمه ساخته ۳)کالای ساخته شده

٤)مواد و لوازم مصرفی ۵)ابزار آلات ٦)قطعات یدکی و ماشین آلات

۷)اجناس خریداری شده جهت فروش ۸)لوازم غیر مصرفی

۹)اجناس اسقاط ۱۰)سایر موارد

دسته بندی اقلام بر اساس تقاضا و دسترسی

۱) تقاضا برای اقلام قطعی باشد ۲) تقاضا برای اقلام احتمالی باشد ۳) تقاضا برای اقلام نامعلوم باشد

دسته بندی اقلام بر اساس ارزش و حجم

آنالیز ABC یا قانون پارتو

مدلهای خطی کنترل موجودی (قطعی)

مدلهای عمومی یک کالایی خرید کنترل موجودی(Economic Order Quantity)

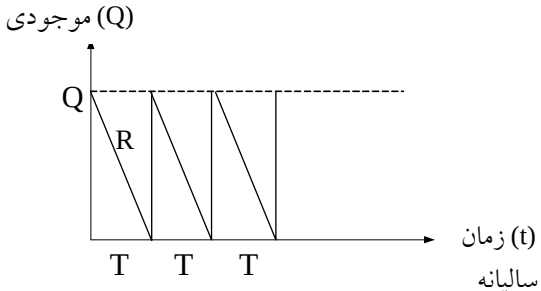
نکته : به مدل EOQ مدل ویلسون یا کلاسیک نیز می گویند . این مدل ساده ترین مدل موجودی است که هدف در آن حداقل نمودن جمع هزینه های نگهداری و ثبت سفارش می باشد.

فرضیات مدل EOQ

۱)نرخ تقاضا و مصرف ثابت و معلوم است .
۲)زمان تدارک ثابت و معلوم است.
۳)کالا به صورت یکجا خریده و به صورت یکجا وارد انبار می شود .
٤)کمبود یا کسری مجاز نیست .
۵)ساختار هزینه ثابت است یعنی هزینه هر بار ثبت سفارش و هزینه هر بار نگهداری به مقدار سفارش وابسته نمی باشد .
٦)برای خریدهای بزرگ ، تخفیف وجود ندارد
۷)فضا و پول و ظرفیت کافی برای خرید و ذخیره مقدار مطلوب موجودی وجود دارد .
۸) هر قلم کالا به صورت تکی و مستقل از کالاهای دیگر سفارش داده می شود.
۹)روش نگهداری اقلام بر اساس سیستم FIFO است .

هزینه‌های موجودی در مدل EOQ

۱) هزینه نگهداری موجودی سالیانه
۲) هزینه ثبت و سفارش سالیانه
۳) هزینه خرید سالیانه



پارامترهای مدل EOQ

S: هزینه یکبار ثبت سفارش،
R: نرخ یا مقدار مصرف سالیانه
Q: مقدار سفارش در هر مرتبه،
C: قیمت خرید هر واحد کالا
T: زمان سیکل (زمان بین دو سفارش متوالی)،
K: ضریب هزینه نگهداری هر واحد کالا،
N تعداد دفعات سفارش در یک سال $N = 1/T$
H: هزینه نگهداری یک واحد کالا در طول دوره $(H = K \times C)$،
TC_S: مجموع هزینه ثبت و سفارش سالیانه
TC_R: مجموع هزینه خرید سالیانه،
TC_H: مجموع هزینه نگهداری سالیانه،
TC: کل هزینه سالیانه $TC = TC_H + TC_R + TC_S$

نکته : Q وH نسبت به هم مستقل هستند، Q و S نسبت به هم مستقل هستند، Q و TC_H باهم رابطه مستقیم دارند، Q و TC_S باهم رابطه عکس دارند.

نکته: در مدل EOQ و نقطه سفارش اقتصادی همواره $TC_S = TC_H$

روشهای محاسبه هزینه نگهداری

۱) براساس متوسط موجودی ۲)براساس ماکزیمم موجودی ۳)براساس مازاد موجودی در پایان دروه

رابطه TC_H با Q :

TC_H = هزینه نگهداری هر واحد × متوسط مقدار موجودی

$$\text{متوسط مقدار موجودی} = \frac{\text{حداقل موجودی + حداکثر مقدار موجودی}}{۲} = \frac{Q+۰}{۲} = Q/۲$$

$$\Rightarrow TC_H = Q/۲ \times H = Q/۲ \times KC$$

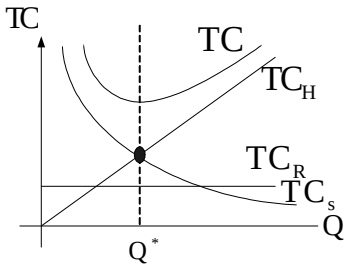
رابطه TC_S با **Q** $TC_S = S \times N = S \times R/Q$ و رابطه TC_R با **Q** $TC_R = R \times C$

نکته : TC_R ثابت است و به Q بستگی ندارد .

$$TC = \frac{HQ}{۲} + \frac{SR}{Q} + R \times C$$

کل

نمایش هزینه های مدل EOQ براساس موجودی



روش‌های محاسبه Q^* در مدل EOQ

۱) روش مشتق گیری:

$$\frac{\Delta TC}{\Delta Q} = ۰ \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{۲RS}{KC}}$$

۲)

$$TC_H = TC_R \Rightarrow \frac{HQ}{۲} = \frac{SR}{Q} \Rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{۲RS}{Q}}$$

۳) نقطه Q^* مکانی است که در آن نقطه عبارت $TC_S - TC_H$ تغییر علامت می‌دهد. به عبارت دیگر بعد از آن هزینه نگهداری از هزینه سفارش بیشتر می شود.

محاسبه سیکل سفارش دهی و تعداد سفارش در هر دوره

$$T = {۱}/{N} = {Q}/{R} \qquad T^* = {۱}/{N^*} = {Q^*}/{R} \Rightarrow N = {R}/{Q^*} = \sqrt{\frac{RH}{۲S}} \qquad TC^* = \sqrt{۲RSH} + RC = HQ^* + RC$$

آنالیز حساسیت مدل ویلسون

هرگاه مقدار سفارش اقتصادی از مقدار Q^* کمتر یا بیشتر شود در هر دوصورت هزینه سالیانه (نگهداری و تدارک) زیادتر می شود.

$$۱) TC^* = \frac{HQ^*}{۲} + \frac{SR}{Q^*} = HQ^* = \sqrt{۲RSH} = \frac{۲RS}{Q^*}$$

$$۲) TC = \frac{HQ}{۲} + \frac{SR}{Q}$$

$$۱,۲ \rightarrow \frac{TC}{TC^*} = {۱}/{۲}\left({Q^*}/{Q} + {Q}/{Q^*} \right) \qquad \frac{Q}{Q^*} = \sqrt{\frac{C^*}{C}} = \sqrt{\frac{K^*}{K}} = \sqrt{\frac{H^*}{H}} = \sqrt{\frac{R}{R^*}}$$

نکته : روابط فوق در صورتی برقرار است که یکی از پارامترها تغییر کرده و بقیه ثابت بمانند .

مثال : فرض کنید در یک مساله مقدار سفارش اقتصادی ۷۵۰ باشد . در صورتیکه بخواهیم مقدار Q^* مضربی از ۱۰۰ باشد عدد ۷۰۰ بهتر است یا ۸۰۰ ؟

نتیجتا عدد ۸۰۰ بهتر است .

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{۱}{۲}\left[\frac{۷۵۰}{۸۰۰} + \frac{۸۰۰}{۷۵۰}\right] = ۱.۰۰۲۱ \qquad \frac{TC}{TC^*} = \frac{۱}{۲}\left[\frac{۷۵۰}{۷۰۰} + \frac{۷۰۰}{۷۵۰}\right] = ۱.۰۰۲٤$$

تغییر همزمان پارامترها:

$$X_R = \frac{\text{تقاضای تخمینی}}{\text{تقاضای واقعی}} \qquad X_H = \frac{\text{هزینه نگهداری}}{\text{هزینه ثبت و سفارش واقعی}} \qquad X_S = \frac{\text{هزینه ثبت و سفارش}}{\text{هزینه ثبت و سفارش واقعی}}$$

$$Q = Q^* \times \sqrt{\frac{X_R \times X_S}{X_H}} \qquad TC = \frac{TC^*}{۲} \times \frac{X_H + X_S + X_R}{\sqrt{X_R + X_S + X_H}}$$

مثال: در یک سیستم موجودی مقادیر تخمینی و واقعی پارامترها به صورت زیر می باشد مطلوبست :

پارامتر	تضمینی	واقعی
R	۱۰۰۰	۲۰۰۰
H	۱۰	۲۰
S	۵۰	۲۵

الف) اثر انفرادی خطای هزینه نگهداری روی TC :

$$TC = \frac{TC^*}{۲} \times \frac{۰.۵ + (۱\times۱)}{\sqrt{۰.۵\times۱\times۱}} = ۱.۰۶\ TC^*$$

ب) اثر ترکیبی خطاها برروی Q^*

$$Q = Q^* \sqrt{\frac{X_R \times X_S}{X_H}} = Q^* \sqrt{\frac{۰.۵\times۲}{۰.۵}} = ۱.۴Q^*$$

ج) اثر ترکیبی خطاها برروی TC^*

$$TC = TC^*/_{۲} \times \frac{(۰.۵) + (۲\times۰.۵)}{\sqrt{۰.۵\times۲\times۰.۵}} = ۱.۱ \quad TC^*$$

مدل EOQ با هزینه نگهداری

هرگاه انبار اجاره ای باشد، در اینصورت فضای انبار براساس حداکثر مقدار موجودی تعریف می شود .

$$TC = H\times\frac{Q}{۲} + \frac{S\times R}{Q} + R\times C + W\times Q$$

$$\frac{\Delta TC}{\Delta Q} = ۰ \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{۲RS}{H+۲W}} \qquad T^* = \frac{Q^*}{R} = \sqrt{\frac{۲S}{R(H+۲W)}} = \frac{۱}{N^*}$$

$$TC^* = \sqrt{۲RS(H+۲W)} + RC = (H+۲W)Q^* + RC$$

w= هزینه فضای انبار برای نگهداری یک واحد در سال

مدل ویلسون با محدودیت زمان نگهداری

برای حل این مساله ابتدا مقادیر Q^*و T^* را محاسبه کرده و سپس مقدار T^* را با حداکثر زمان نگهداری $T_۰$ درصورت مساله مقایسه می کنیم، اگر $T_۰$کوچکتریا مساوی $T_۰$ باشد خود جواب بهینه است و در غیر این صورت داریم : $Q = R\times T_۰$

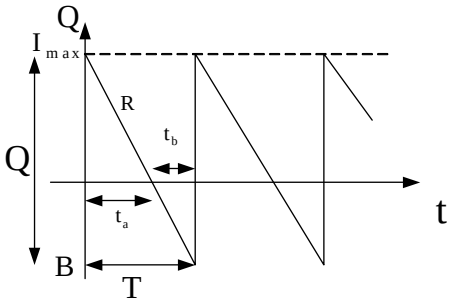
مثال : تولید کننده ای محصولی تولید می کند که به لحاظ فاسد شدن حداکثر می توان ۲ هفته آنرا نگهداری کرد این تولید کننده محصول را به صورت انباشته تولید و سپس کل انباشته را به صورت یکجا تحویل انبار میدهد ، نرخ تقاضای سالیانه ۵۲۰۰ واحد هزینه راه اندازی ٤۰۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری موجودی ۰/۲ و هزینه متغیر محصول ۱۰۰ تومان و کمبود مجاز نیست . اگر یک سال معادل ۵۰ هفته باشد Q^*چقدر است ؟

$$Q^* = \sqrt{\frac{۲RS}{Q}} = \sqrt{\frac{۲\times۵۲۰۰\times۴۰۰}{۱۰۰\times۰/۲}} = ۴۵۶ \qquad T_۰ = \frac{۲}{۵۰} = ۰/۰۴ \text{ سال}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{R} = ۰/۰۸۷ > ۰/۰۴ \qquad Q = R\times T_۰ = ۵۲۰۰\times۰/۰۴ = ۲۰۸$$

نکته : اگر در مدل EOQ هزینه ثبت سفارش صفر باشد (S=O) در این صورت هیچ کالایی در انبار نگهداری نمی شود و هرگاه کالایی نیاز داشته باشیم به اندازه نیاز با توجه به زمان تدارک سفارش می دهیم .

نکته :در مدل EOQ حداکثر موجودی همان Q^* است .



مدل EOQ هرگاه کمبود مجاز و قابل جبران باشد

B: حداکثر مقدار کمبود در یک دوره $\hat{b} = \hat{\pi}$:هزینه کل واحد کمبود درطول دوره،

t_a : حداکثر زمانی که موجودی داریم، I_{max}: حداکثر مقدار موجودی،

t_b: حد اکثر زمانی که کمبود داریم

$$Q = I_{max} + B \qquad T = \frac{Q}{R} = \frac{1}{N} \qquad T = t_a + t_b \qquad t_a = \frac{I_{max}}{R} = \frac{Q-B}{R} \qquad t_b = \frac{B}{R} = \frac{Q-I_{max}}{R}$$

مقدار متوسط موجودی: $\frac{1}{2} I_{max} \times \frac{t_a}{t_a + t_b} = \frac{1}{2}(Q-B)\frac{(Q-B)}{Q} = \frac{(Q-B)^2}{2Q}$

مقدار متوسط کمبود: $\frac{1}{2} B \times \frac{t_a}{t_a + t_b} = \frac{1}{2} B \times \frac{B}{Q} = \frac{B^2}{2Q}$

$$T_C = S \times \frac{R}{Q} + \frac{1}{2} H \times \frac{(Q-B)^2}{Q} + \frac{1}{2}\frac{\left(\hat{b} \times B^2\right)}{Q} + RC \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H}} \times \sqrt{\frac{H+\hat{b}}{\hat{b}}}$$

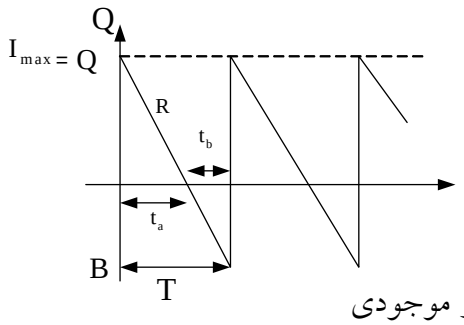
مثال : تقاضای سالیانه کالایی ۸۰۰ واحد است ، اگر S=۱۰ دلار و K=۲ دلار باشد و کمبود مجاز باشد و هزینه هر واحد آن ۲ دلار در سال باشد ، در صورتیکه زمان انتظار تحویل کالا ۱۲ روز باشد ، بافرض ۲۴۰ روز کاری در سال کدامیک صحیح است ؟

الف) $Q^* = ۲۰۰$ ب) $I_{max} = ۴۰۰$ ج) $Q^* = I^*_{max} + B^*$ د) هیچکدام

حل گزینه ج صحیح است .

نکته: اگر هزینه نگهداری در مدل کمبود کالا افزایش یابد ، مقدار Q کم می شود و مقدار آن بستگی به $\hat{b}$ دارد . اگر هزینه نگهداری در مدل کمبود کالا کاهش یابد ، مقدار Q زیاد می شود و مقدار آن بستگی به $\hat{b}$ دارد . اگر هزینه کمبود افزایش یابد Q کاهش می یابد و بر عکس.

مدل EOQ وقتی کمبود مجاز است و قابل جبران نباشد



$$I_{max} = Q \qquad T = t_a + t_b \qquad T = \frac{1}{N} = \frac{Q+B}{R}$$

$$t_a = \frac{Q - I_{max}}{R}$$

$$\text{متوسط مقدار موجودی} = \frac{1}{2} Q \times \frac{t_a}{t_a + t_b} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{Q+B}$$

$$\text{متوسط مقدار کمبود} = B \times N = \frac{B \times R}{Q+B}$$

$$T_C = \frac{1}{2} \times \frac{HQ^2}{Q+B} + S \times \frac{R}{Q+B} + \frac{B \times b \times R}{Q+B} + RC$$

در این حالت مشتریان کالای خود را از مکان دیگری تهیه می‌کنندو فروش از دست رفته خواهد شد.

نکته: زمانی که کمبود مجاز بوده و قابل جبران نباشد مقدار کل هزینه سفارش به مقدار B وابستگی ندارد و با تغییرات B مقدار Q^* تغییری نخواهد کرد.

مثال: مصرف کالایی ۱۰۰۰ واحد در سال است، اگر $S=۵۰۰$ و $H=۴$ و $b=۲$ باشد، مطلوب است محاسبهٔ Q^* و میزان کمبود.

موجودی دائم $T_C=\sqrt{۲RSH}=۲۰۰۰$ کمبود دائم $T_C=b\times R=۲۰۰۰$

$$Q=\sqrt{\frac{۲RS}{H}}=\sqrt{\frac{۲\times۱۰۰۰\times۵۰۰}{۴}}=\frac{b\times R}{H}=۵۰۰$$

مقادیر دلخواه
$$\begin{cases} B^*=۰\rightarrow Q^*=۵۰۰\rightarrow T_C=۲۰۰۰ \\ B^*=۲۰\rightarrow Q^*=۵۰۰\rightarrow T_C=۲۰۰ \\ B^*=۱۰۰\rightarrow Q^*=۵۰۰\rightarrow T_C=۲۰۰۰ \end{cases}$$

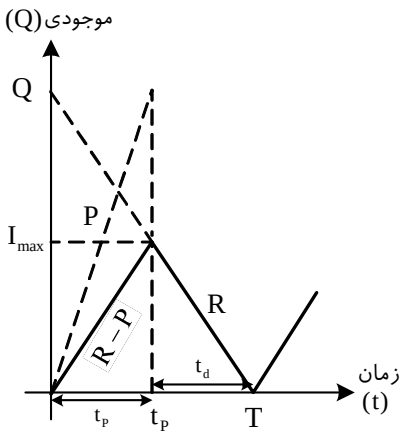
در این مدل مقدار Q^* و هزینه اقتصادی به مقدار کمبود وابستگی ندارد .

کنترل موجودی

مدل‌های تولید اقتصادی کنترل موجودی

تاکنون یکی از فرضیات مسائل این بود که کالا به صورت یکجا تحویل انبار می‌شود. حال فرض می‌کنیم که کالا به صورت تدریجی خرید یا تولید و وارد انبار شود و هم زمان قسمتی از آن هم مصرف می‌شود.

مدل تولید اقتصادی زمانیکه کمبود مجاز نباشد



P: نرخ تولید یا مقدار تولید سالیانه

t_p: مدت زمانی که تولید و مصرف در سیکل به طور همزمان وجود دارد.

t_d: مدت زمانی که فقط مصرف در سیکل داریم.

P-R: نرخ افزایش سطح موجودی

S: هزینه ثابت راه‌اندازی تولید

C: هزینه متغیر یک واحد تولید

$$T = t_p + t_d \qquad t_d = \frac{I_{max}}{R} \qquad t_p = \frac{Q}{P} = \frac{I_{max}}{P-R} \rightarrow I_{max} = Q\left(1 - \frac{R}{P}\right)$$

$$\text{متوسط مقدار موجودی } \bar{I} = \frac{I_{max}}{2} = \frac{1}{2}Q\left(1 - \frac{R}{P}\right)$$

نکته: در مدل تولید اقتصادی همواره $P \geq R$ است، وگرنه همواره با کمبود مواجه می‌شویم.

$$TC = \frac{1}{2}H \times Q\left(1 - \frac{R}{P}\right) + \frac{SR}{Q} + RC$$

یافتن مقدار تولید اقتصادی $\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H\left(1 - \frac{R}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2RS}{H}} \times \sqrt{\frac{P}{P-R}}$

$$I^*_{max} = Q^*\left(1 - \frac{R}{P}\right) - \sqrt{\frac{2RS}{H}\left(1 - \frac{R}{P}\right)} \qquad TC^* = \sqrt{2RSH\left(1 - \frac{R}{P}\right)} + RC = H \times I^*_{max} + RC$$

نکته: در مدل تولید اقتصادی هم نقطهٔ بهینه محل تلاقی منحنی‌های نگهداری و سفارش دهی است یعنی داریم:

$$HQ^*\left(1 - \frac{R}{P}\right) = \frac{2RS}{Q^*}$$

مقایسه مدل‌های EOQ و EPQ

مدل خرید اقتصادی		مدل تولید اقتصادی
Q^*_O	>	Q^*_p
$I_{max(O)}$	<	$I_{max(p)}$
TC_O	<	TC_P
$\bar{I}_O$	<	$\bar{I}_P$

مثال: ظرفیت تولید محصول یک کارخانه ۲۰.۰۰۰ واحد در سال است، نرخ تقاضا ۱۵۰۰۰ در سال است، هزینه راه‌اندازی ماشین‌آلات در هر بار ۱۵۰۰ تومان، هزینهٔ نگهداری کالا ۲۰ درصد است اگر هزینهٔ متغیر یک واحد محصول ۲۵ تومان باشد مطلوبست:
مقدار تولید اقتصادی، متوسط هزینهٔ سالیانه سیستم، متوسط مقدار موجودی و درصد بی‌کاری فرآیند تولید.

حل

$$Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H\left(1-\frac{R}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2\times 15000\times 1500}{5\left(1-\frac{15000}{20000}\right)}} = 6000 \qquad TC^* = \sqrt{2RSH\left(1-\frac{R}{P}\right)} = 7500 \qquad \bar{I} = \frac{I_{max}}{2} = \frac{1}{2}Q\left(1-\frac{R}{P}\right) = 750$$

$$\text{درصد بی‌کاری} = \frac{t_d}{t_p+t_d} = \frac{T-t_p}{t_p+t_d} = 1-\frac{t_p}{t_p+t_d} = 1-\frac{\frac{Q}{P}}{\frac{Q}{R}} = 1-\frac{15000}{20000} = 25\%$$

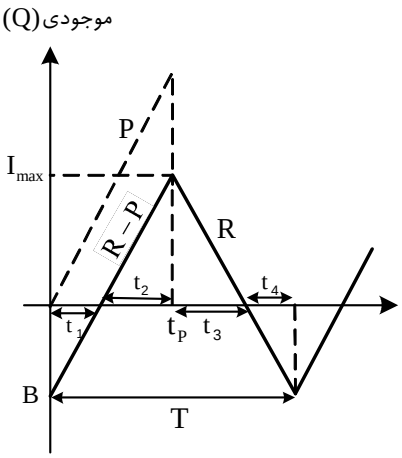
مثال: مدیر یک سیستم موجودی اغلب با این تصمیم روبروست که آیا قطعه مورد لزوم را بخرد یا در کارخانه تولید نماید. فرض کنید قطعه‌ای از خارج با قیمت ۲۵ تومان خریداری شود در حالی که کارخانه آن را با هزینه هر واحد ۲۲ تومان تولید کند. اگر کالا خریداری شود هزینهٔ هر بار سفارش ۵ تومان و اگر در کارخانه تولید شود هزینهٔ هر بار راه‌اندازی سیستم ۵۰ تومان خواهد بود. همچنین ماشین‌آلات کارخانه ظرفیت تولید ۱۰۰۰۰ قطعه را در سال دارند اگر تقاضای سالیانه ۲۵۰۰ قطعه در سال و هزینهٔ نگهداری ۱۰٪ ارزش موجودی باشد، کدامیک از این دو سیستم بهتر هستند؟

تولید $Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H\left(1-\frac{R}{P}\right)}} = 389$ خرید $Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H}} = 100$

تولید $T_C^* = HQ^*\left(1-\frac{P}{R}\right)+RC = 55642$ خرید $TC^* = HQ^* + RC = 62750$

نهایتاً سیاست تولید از خرید بهتر است.

مدل تولید اقتصادی زمانی که کمبود مجاز و قابل جبران باشد



$t_1 + t_3$: زمانی که در دوره با کمبود مواجه هستیم.

$t_1 + t_2$: زمانی که در دوره تولید و مصرف داریم.

$t_2 + t_3$: زمانی که در دوره موجودی در انبار داریم.

$t_3 + t_4$: زمانی که در دوره فقط مصرف داریم.

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{Q}{R} = \frac{1}{N}$$

$$t_p = t_1 + t_2 = \frac{Q}{R} = \frac{I_{max}+B}{P-R} \qquad t_3 + t_4 = \frac{I_{max}+B}{R} \Rightarrow I_{max} = Q\left(1-\frac{R}{P}\right) - B$$

$$\text{متوسط مقدار موجودی: } \bar{I} = \frac{1}{2}I_{max}\frac{t_2+t_3}{t_1+t_2+t_3+t_4} = \frac{1}{2}\frac{\left[Q\left(1-\frac{R}{P}\right)-B\right]^2}{Q\left(1-\frac{R}{P}\right)}$$

$$\text{متوسط مقدار کمبود} = \frac{1}{2}B\frac{t_1+t_4}{t_1+t_2+t_3+t_4} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{Q\left(1-\frac{R}{P}\right)}$$

$$TC=\frac{۱}{۲}H\frac{\left[Q\left(۱-\frac{R}{P}\right)-B\right]^{۲}}{Q\left(۱-\frac{R}{P}\right)}+\frac{۱}{۲}\hat{b}\frac{B^{۲}}{Q\left(۱-\frac{R}{P}\right)}+\frac{SR}{Q}+RC$$

$$\frac{\partial TC}{\partial Q}=۰\Rightarrow Q^{*}=\sqrt{\frac{۲RS}{H\left(۱-\frac{R}{P}\right)}}\times\sqrt{\frac{H+\hat{b}}{\hat{b}}} \qquad \frac{\partial TC}{\partial B}=۰\Rightarrow B^{*}=\frac{\left(H\times Q^{*}\right)\left(۱-\frac{R}{P}\right)}{H+\hat{b}}$$

$$I_{max}^{*}=\sqrt{\frac{۲RS}{H\left(۱-\frac{R}{P}\right)}}\times\sqrt{\frac{\hat{b}}{H+\hat{b}}} \qquad TC^{*}=H\times I_{max}^{*}+\hat{b}\times B^{*}$$

آنالیز حساسیت مدل تولید اقتصادی

$$TC^{*}=\frac{۱}{۲}HQ^{*}\left(۱-\frac{R}{P}\right)+\frac{SR}{Q^{*}}=\frac{۲SR}{Q^{*}} \qquad TC=\frac{۱}{۲}HQ\left(۱-\frac{R}{P}\right)+\frac{SR}{Q}$$

$$\frac{TC}{TC^{*}}=\frac{\frac{۱}{۲}HQ\left(۱-\frac{R}{P}\right)+\frac{SR}{Q}}{\frac{۲SR}{Q^{*}}}=\frac{\frac{۱}{۲}\times Q\times\frac{۲RS}{Q^{*۲}}+\frac{SR}{Q}}{\frac{۲SR}{Q^{*}}}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{Q}{Q^{*}}+\frac{Q^{*}}{Q}\right)$$

نکته: در مدل EPQ داریم:

- اگر $Q>Q^{*}$ باشد آنگاه هزینهٔ سفارش‌دهی سالیانه < هزینه نگهداری سالیانه
- اگر $Q<Q^{*}$ باشد آنگاه هزینهٔ سفارش‌دهی سالیانه > هزینه نگهداری سالیانه
- اگر $Q=Q^{*}$ باشد آنگاه هزینهٔ سفارش‌دهی سالیانه = هزینه نگهداری سالیانه

مثال: در یک کارخانه جمع هزینه‌های آماده سازی برای تولید محصولی در سال ۵۰۰۰ واحد پولی و جمع هزینه‌های نگهداری در سال ۸۰۰۰ واحد پولی است. این کارخانه هر بار به مقدار Q از آن محصول تولید می‌کند، اگر مقدار تولید اقتصادی EPQ باشد کدامیک از موارد ذیل صحیح است؟

الف) $Q=EOQ$ ب) $Q>EOQ$ ج) $Q<EOQ$ د) $Q\le EOQ$

حل: با توجه به نکتهٔ قبل چون هزینهٔ سفارش‌دهی < هزینهٔ نگهداری است $Q>EOQ$ است، لذا گزینهٔ ب صحیح است.

مثال: در یک مدل مقدار تولید اقتصادی، نرخ مصرف و تولید کالایی به صورت ثابت و به ترتیب برابر R و P هستند، اگر نرخ تولید از P به P_1 کاهش یابد، در صورت ثابت بودن سایر پارامترها مقدار تولید اقتصادی جدید کدام است؟

الف) به اندازه $\sqrt{\frac{۱-\frac{R}{P_۱}}{۱-\frac{R}{P}}}$ افزایش می‌یابد.

ب) به اندازه $\sqrt{\frac{P_۱}{P_۱-R}}$ کاهش می‌یابد.

ج) به اندازه $\sqrt{\frac{P_۱}{P_۱-R}}$ افزایش می‌یابد.

د) به اندازه $\sqrt{\frac{۱-\frac{R}{P_۱}}{۱-\frac{R}{P}}}$ کاهش می‌یابد.

حل

همچنین چون $P_1 < P$ است گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{Q_{\text{قدیم}}}{Q'_{\text{جدید}}} = \frac{\sqrt{\frac{2RS}{H\left(1-\frac{R}{P}\right)}}}{\sqrt{\frac{2RS}{H\left(1-\frac{R}{P_1}\right)}}} \Rightarrow \frac{Q}{Q'} = \sqrt{\frac{1-\frac{R}{P_1}}{1-\frac{R}{P}}}$$

مدل‌های تخفیف

تعریف تخفیف: معمولاً برای خریدها با مقادیر زیاد تخفیف‌هایی در نظر گرفته می‌شود و به همین دلیل تخفیف انگیزه‌ای برای خرید بیشتر خواهد بود. اما با توجه به اینکه خرید بیشتر هزینهٔ نگهداری بالاتر و هزینهٔ سفارش‌دهی و خرید کمتری در پی دارد، بنابراین ما به دنبال مقداری از سفارش هستیم که با وجود تخفیف کل هزینه‌های خرید و نگهداری و ثبت و سفارش را حداقل سازد.

علل استفاده از تخفیف

۱) کالا فاسد شده یا معیوب باشد.

۲) هزینهٔ نگهداری کالا برای سال آتی (مالیات و انبار گردانی) را کاهش دهیم.

۳) محصول جدیدی وارد بازار می‌شود.

٤) ترس از اوضاع اقتصادی آینده

۵) کاهش کل هزینه سیستم

انواع تخفیف‌ها

۱) **تخفیف کلی**: در این صورت مقدار خرید هر چه باشد در کلیهٔ دامنه‌ها قیمت خرید یکسان و برابر کم‌ترین قیمت خرید یا قیمت آخرین دامنه می‌باشد، به عبارت دیگر تخفیف به کل دامنه تعلق می‌گیرد.

۲) **تخفیف جزئی**: در این صورت مقدار خرید هر چه باشد قیمت خرید در دامنه‌های متفاوت یکسان نمی‌باشد، به عبارت دیگر تخفیف به قسمتی یا جزئی از اقلام تعلق می‌گیرد.

مثال: جدول تخفیف بر قیمت زیر را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم ۲٤۰ واحد کالا خرید کنیم، هزینه خرید در حالات کلی و جزئی را به دست آورید و همچنین مشخص کنید کدام حالت بهتر است؟

قیمت هر واحد	میزان خرید
۱۰	۰-۷۰
۸	۷۱-۱۸۰
۷	۱۸۱-۳٤۰
٦	۳٤۰ - ∞

حل

کلی $TC = ۲۴۰ \times ۷ = ۱۶۸۰$

جزئی $TC = (۷۰ \times ۱۰) + (۱۸۰ - ۷۰) \times ۸ + (۲۴۰ - ۱۸۰) \times ۷ = ۲۰۰۰$

نمودارهای تخفیف در حالت کلی و جزئی

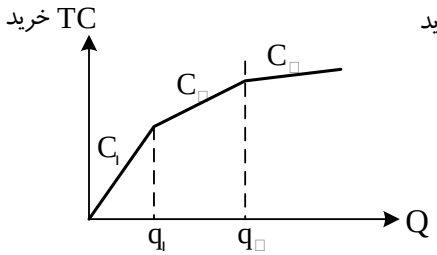
تخفیف جزئی

کل هزینه	قیمت خرید	مقدار سفارش
C_0Q	C_0	$0 < Q < q_2$
$C_0q_1 + C_1(Q-q_1)$	C_1	$q_1 < Q < q_2$
$C_0q_1 + C_1(q_2-q_1) + C_2(Q-q_2)$	C_2	$Q > q_2$

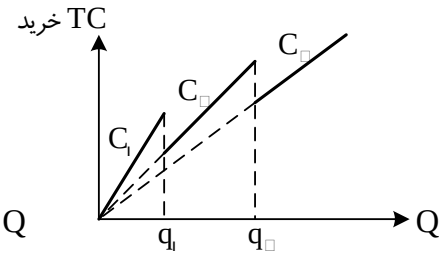
تخفیف کلی

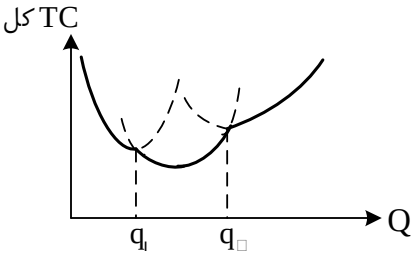
کل هزینه	قیمت خرید	مقدار سفارش
C_0Q	C_0	$0 < Q < q_1$
C_1Q	C_1	$q_1 < Q < q_2$
C_2Q	C_2	$Q > q_2$

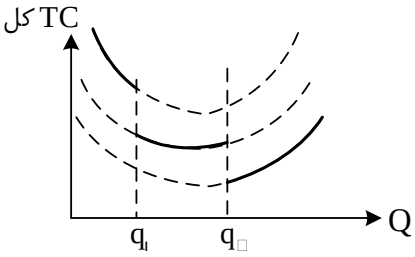
تخفیف جزئی



تخفیف کلی







مقایسهٔ تخفیف کلی و جزئی

۱) در تخفیف کلی منحنی هزینه گسسته است ولی در تخفیف جزئی پیوسته است.

۲) در تخفیف کلی جواب همواره یگانه است ولی در تخفیف جزئی می‌توان یک یا چندین جواب داشت.

۳) در تخفیف کلی جواب می‌تواند بر نقاط شکست واقع شود ولی در تخفیف جزئی جواب هیچ‌گاه بر نقاط شکست واقع نمی‌شود.

٤) در تخفیف کلی و جزئی شیب منحنی‌های هزینه معادل قیمت خرید است.

نکته: در حالت تخفیف q_i^* ها به کمک فرمول ویلسون محاسبه می‌شوند، به عبارت دیگر تخفیف زمانی است که کمبود مجاز نباشد.

چند نکته:

- اگر در مسأله تخفیف کلمهٔ جزئی یا کلی قید نشده باشد منظور تخفیف کلی است.
- اگر تخفیف قیمت تعداد خاصی از اقلام تعلق بگیرد تخفیف جزئی است.
- تخفیف قیمت برای هزینه حمل و نقل دقیقاً مثل هزینه خرید است.
- تخفیف قیمت برای هزینه اجاره‌انبار معمولاً جزئی است.
- تخفیف قیمت برای هزینه ثبت و سفارش معمولاً به صورت کلی است.

انواع مدل‌های تخفیف کلی

۱) هزینهٔ نگهداری وابسته به قیمت باشد (KC)

۲) هزینهٔ نگهداری مستقل از قیمت باشد (H)

۳) هزینهٔ نگهداری ترکیبی باشد (H+KC)

حالت اول:

قدم ۱) مقدار سفارش اولیه هر یک از نواحی را به کمک رابطهٔ ویلسون از پایین به بالا به دست آورده و زمانی که به اولین جواب موجه رسیدیم توقف می‌کنیم.

قدم ۲) نزدیک‌ترین عدد در هر ناحیه به مقدار سفارش موجه محاسبه شده را برابر مقدار سفارش ثانویه آن ناحیه قرار می‌دهیم.

قدم ۳) به کمک هزینه محاسبه کل، مقدار سفارش اقتصادی با کم‌ترین هزینه را به دست می‌آوریم.

تذکر: در این حالت جواب بهینه بر روی جواب موجه یا حد بالای آن که در ناحیه بعدی با قیمت کمتر قرار دارد، می‌باشد.

حالت دوم:

قدم ۱) مقدار سفارش اولیه همهٔ نواحی که با هم برابر هستند را به کمک رابطهٔ ویلسون به دست می آوریم.

قدم ۲) برای خود ناحیه‌ای که مقدار سفارش اولیهٔ در آن قرار دارد و همچنین نواحی بعدی مقدار سفارش ثانویه را مثل حالت اول به دست می‌آوریم.

قدم ۳) به کمک محاسبه هزینه کل، مقدار سفارش اقتصادی را تعیین می‌کنیم.

حالت سوم:

در این حالت همانند حالت اول عمل می‌کنیم.

تذکر: در هر یک از این سه حالت مقدار سفارش اقتصادی کمتر از سفارش موجه محاسبه شده نخواهد بود زیرا باعث ایجاد کمبود خواهد شد. بنابراین فقط خود جواب موجه و نقاط شکست سمت راست یا بالا را بررسی می‌کنیم.

مثال: اطلاعات زیر در مورد تخفیف بر قیمت کالایی وجود دارد، اگر تقاضای سالیانه ۸۱۶ واحد، هزینهٔ هر بار سفارش ۱۲ دلار و هزینهٔ نگهداری به صورت ثابت و برابر ٤ دلار برای هر واحد کالا در سال باشد، مقدار سفارش اقتصادی را به دست آورید.

قیمت هر واحد	مقدار سفارش
۲۰	۰-٤۹
۱۸	۵۰-۷۹
۱۷	۸۰-۹۹
۱٦	Q≥۱۰۰

حل

$$Q_1=\sqrt{\frac{2RS}{H}}=100 \qquad Q_2=\sqrt{\frac{2RS}{H}}=80 \qquad Q_3=\sqrt{\frac{2RS}{H}}=\sqrt{\frac{2\times816\times12}{4}}=70$$

$$Q_1^*=100 \qquad TC_1=S\times\frac{R}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=12\times\frac{816}{100}+816\times16=13354$$

$$Q_2^*=80 \qquad TC_2=\frac{SR}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=12\times\frac{816}{80}+4\times\frac{80}{2}+816\times17=14154$$

$$Q_3^*=70 \qquad TC_3=\frac{SR}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=12\times\frac{816}{70}+4\times\frac{70}{2}+816\times18=14968$$

مقدار بهینه $Q^*=100$ و $TC=13354$ است.

مثال: فرض کنید مصرف یک کالا در سال ۳۵۰۰ عدد می‌باشد و ضریب هزینهٔ نگهداری ۰/۱۵ قیمت کالا است. هزینهٔ ثبت و سفارش برابر ۱۲۰۰ دلار و قیمت هر واحد کالا براساس مقدار سفارش طبق جدول زیر می‌باشد، نقطهٔ سفارش اقتصادی این کالا را تعیین کنید.

قیمت هر واحد	مقدار سفارش
۲۰۰	۱-۷۴۹
۱۹۸	۷۵۰-۱۹۹۹
۱۹۷	Q ≥ ۲۰۰۰

حل

$$Q_3=\sqrt{\frac{2RS}{kc}}=\sqrt{\frac{2\times3500\times1200}{0/15\times197}}=533 \quad \text{غ ق ق}$$

$$Q_2=\sqrt{\frac{2RS}{kc}}=\sqrt{\frac{2\times3500\times1200}{0/15\times198}}=531 \quad \text{غ ق ق} \qquad Q_1=\sqrt{\frac{2RS}{kc}}=\sqrt{\frac{2\times3500\times1200}{0/15\times200}}=529$$

$$Q_1'=529 \qquad TC=\frac{SR}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=1200\times\frac{3500}{529}+30\times\frac{529}{2}+3500\times200=715874$$

$$Q_2'=750 \qquad TC=\frac{SR}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=1200\times\frac{3500}{750}+29/7\times\frac{750}{2}+3500\times198=709730$$

$$Q_3'=2000 \qquad TC=\frac{SR}{Q}+\frac{HQ}{2}+RC=1200\times\frac{3500}{2000}+29/5\times\frac{2000}{2}+3500\times197=721100$$

نتیجتاً نقطه $Q=750$ و $TC=709730$ مقدار بهینه است.

مدل تخفیف جزئی یا تخفیف افزایشی

در این مدل قیمت‌ها فقط شامل آن دسته از کالاهایی است که در فاصلهٔ تخفیف قرار دارند، پس q_1 واحد اول با قیمت C_1 و q_2-q_1 واحد بعدی با قیمت C_2 و q_i-q_{i-1} واحد بعدی با قیمت C_i خریداری می‌شود به طوری که $C_1 \geq C_2 \cdots \geq C_i$

$$A_i=\sum_{m=1}^{i-1} c_m(q_m-q_{m-1})-C_iq_{i-1}$$

$$Q_i=\sqrt{\frac{2R_i(S+A_i)}{H+kC_i}}$$

در این حالت در هر یک از نواحی مقدار Q_i را محاسبه می‌کنیم.

سپس برای Qi های موجد مقدار TC را محاسبه و کم‌ترین آنها را به عنوان بهترین مقدار سفارش (سفارش اقتصادی) انتخاب می‌کنیم.

$$TC_i=\sqrt{2R(S+A_i)(H+KC_i)}+\frac{KA_i}{2}+RC$$

مثال: مصرف سالیانه کالایی ۲۰۰۰۰ واحد و هزینه‌های ثبت و سفارش آن ۲۰۰۰ تومان است، در صورتی که هزینهٔ نگهداری هر واحد کالا برابر ۳ تومان در سال به علاوهٔ ٪۱۰ قیمت باشد براساس جدول زیر و در صورت وجود تخفیف افزایشی مقدار سفارش اقتصادی را تعیین نمایید.

قیمت هر واحد	مقدار سفارش
۱۱	۰-۱۰۰۰
۱۰/۵	۱۰۰۰-۲۵۰۰
۱۰	۲۵۰۰-۱۰۰۰
۹	۱۰۰۰۰- - ∞

حل

$A_1 = 0$

$A_2 = 11(1000-0)-10/5(1000) = 500$

$A_3 = 11(1000-0)+10/5(2500-1000)-10(2500) = 1750$

$A_4 = 11(1000-0)+10/5\times(2500-1000)+10(10000-2500)-9(10000) = 11750$

$Q_1 = \sqrt{\frac{2R(S+A_1)}{H+KC_1}} = 4417/3$ غ ق ق $Q_2 = \sqrt{\frac{2R(S+A_2)}{H+KC_2}} = 4969$ غ ق ق

$Q_3 = \sqrt{\frac{2R(S+A_3)}{H+KC_3}} = 6123/7$ ق ق $Q_4 = \sqrt{\frac{2R(S+A_4)}{H+KC_4}} = 11875/4$ ق ق

$TC_3 = \sqrt{2R(H+KC_3)(S+A_3)}+RC_3+\frac{KA_3}{2} = 22458/4$, $TC_4 = \sqrt{2R(H+KC_4)(S+A_4)}+RC_4+\frac{KA_4}{2} = 22690.8$

نتیجتاً مقدار بهینه $Q_3 = 6123/7$ و $TC = 22458/4$ است.

تخفیف در هزینهٔ نگهداری (اجارهٔ انبار)

این نوع تخفیف معمولاً به صورت جزئی می‌باشد زیرا اجاره انبار جدید در صورتی که تخفیف داشته باشد، کاهش هزینهٔ نگهداری برای اقلام موجود در انبار جدید است و هیچ‌گونه ارتباطی با انبار قدیم ندارد.

الگوریتم حل:

مقدار Q_i در این حالت برای هر یک از نواحی به کمک فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_i = \frac{2RS}{KC+2W}$$

$$TC_1 = \frac{HQ}{2}+\frac{SR}{Q}+w_1+w_1Q$$

$$TC_2 = \frac{HQ}{2}+\frac{SR}{Q}+w_1q_1+(Q-q_1)w_2$$

$$TC_3 = \frac{HQ}{2}+\frac{SR}{Q}+w_1q_1+w_1(q_2-q_1)+(Q-q_2)w_2$$

مثال: در یک انبار که برای نگهداری یک نوع محصول منفرد استفاده می‌شود ابتدا باید طبقهٔ اول کرایه شود و در صورت کمبود فضا طبقهٔ دوم کرایه شود. هزینهٔ هر بار سفارش ۵۰۰ و مصرف سالیانه کالا ۱۸۰ واحد و هزینهٔ نگهداری هر واحد کالا در سال ۲ واحد است. آیا کرایهٔ طبقهٔ دوم مقرون به صرفه است؟

- کرایه سالیانهٔ طبقهٔ اول= ۱۰۰ حجم طبقهٔ اول= ۲۰۰ واحد کالا
- کرایه سالیانهٔ طبقهٔ اول= ۸۰ حجم طبقهٔ دوم= ۲۰۰ واحد کالا

دامنه	w
$0 \le Q \le 200$	$\frac{100}{200} = 0/5$
$200 \le Q \le 400$	$\frac{80}{200} = 0/4$

حل

$Q_1 = \sqrt{\frac{2RS}{KC+2w_1}} = \sqrt{\frac{2\times180\times500}{2+2\times0/5}} = 245$ غ ق ق

$Q_2 = \sqrt{\frac{2RS}{KC+2w_2}} = \sqrt{\frac{2\times180\times500}{2+2\times0/4}} = 254$ ق ق

$TC_2^* = \sqrt{2RS(H+2w_2)} = \sqrt{2\times180\times500(2+2\times0/4)} = 710$

نکته: $TC^* = \sqrt{2RS(H+2w)} = (H+2w)Q^*$

تخفیف در هزینه ثبت سفارش

این نوع تخفیف از نوع کلی بوده و الگوریتم محاسبهٔ آن دقیقاً مانند تخفیف کلی است و از فرمول‌های زیر تبعیت می‌کند.

A: هزینهٔ ثابت جهت ورود و استفاده از مرحلهٔ مورد نظر

$$TC = \sqrt{2RH(S+A)}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2R(S+A)}{H}}$$

مثال: برای آماده سازی تولید قطعهٔ X لازم است برای هر بار تولید قطعه یک قالب جدید خریداری شود و روی ماشین نصب گردد، این قالب بعداً غیر قابل استفاده است. اگر داشته باشیم،

- قیمت خرید یک قالب آلومینیومی که می‌تواند حداکثر ٤٥٠ قطعه تولید کند برابر ۱۱۰ واحد پول است،
- قیمت خرید یک قالب آلیاژ عالی که می‌تواند حداکثر ۲۰۰۰ قطعه تولید کند برابر ۲۰۰ واحد پول است،

و هزینه هر بار نصب و پیاده سازی قالب ۵۰ واحد پول و هزینهٔ نگهداری هر یک قطعه X در سال ۲۰ واحد پول و مصرف سالیانه قطعه X، برابر ۱۰۰۰۰ باشد و نرخ (سرعت) تولید در واحد زمان بی‌نهایت منظور شود، مقدار تولید اقتصادی چقدر است؟

Q	A
۰-٤٥۰	۱۱۰
٤٥۰-۲۰۰۰	۲۰۰

حل

$$Q_۱=\sqrt{\frac{۲R(S+A)}{H}}=\sqrt{\frac{۲\times۱۰۰۰۰-(۵۰+۱۱۰)}{۲۰}}=۴۰۰ \text{ ق ق}$$

$$Q_۲=\sqrt{\frac{۲R(S+A)}{H}}=\sqrt{\frac{۲\times۱۰۰۰۰-(۵۰+۲۰)}{۲۰}}=۵۰۰ \text{ ق ق}$$

$$TC_۱=\sqrt{۲RH(S+A)}=۸۰۰۰ \quad , \quad TC_۲=\sqrt{۲RH(S+A)}=۱۰۰۰۰$$

نتیجتاً استفاده از قالب اول با میزان سفارش ٤۰۰ بهتر است.

مدل‌های چند کالایی

مقدار سفارش اقتصادی چند کالا با زمان سیکل مشترک

هرگاه بخواهیم مقدار سفارش اقتصادی چند کالا که همواره به طور همزمان سفارش داده می‌شوند را به دست آوریم، باید از الگوی زیر استفاده کنیم:

قدم ۱) سیکل سفارش مشترک برای همه محصولات را محاسبه کنیم.

$$T_o=\sqrt{\frac{۲A}{\sum_{i=۱}^{n}R_i(H_i+۲w_i)}}$$

Si: هزینهٔ ثبت سفارش برای کالای I ام

S: هزینهٔ ثابت سفارش برای همه محصولات با هم

A: کل هزینهٔ سفارش‌دهی $(A=S+\sum s_i)$

قدم ۲) در صورتی که حداکثر تعداد دفعات سفارش سالیانه معلوم باشد، مقدار T_{min} را محاسبه می‌کنیم. $T_{min}=\frac{۱}{N_{max}}$

تذکر: اگر در مسأله حداکثر زمان نگهداری T_{max} را داده باشند، طبق تذکر قدم ۳ عمل می‌کنیم.

قدم ۳) سیکل مشترک سفارش اقتصادی برای همهٔ محصولات را تعیین می‌کنیم. $T^*=\max\{T_o,T_{max}\}$

تذکر: اگر در مسأله حداکثر زمان نگهداری مشخص باشد از فرمول زیر استفاده می‌کنیم. $T^*=\min\{T_o,T_{max}\}$

قدم ٤) مقدار سفارش اقتصادی هر یک از محصولات را محاسبه می‌کنیم. $Q^*=R_iT^*$

قدم۵) کل هزینه را محاسبه می‌کنیم. $TC=\sum R_iC_i+\frac{۲A}{T^*}$ $\quad TC=\sum R_iC_i+\sqrt{۲A\sum R_i(H_i+۲w_i)}$

مثال: مصرف سالیانهٔ کالای I و II به ترتیب ۱۰۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ واحد و هزینهٔ نگهداری هر واحد هر یک از دو کالا ۲ تومان در سال می‌باشد. این دو کالا الزاماً باید با هم سفارش داده شوند، هزینهٔ سفارش‌دهی این دو کالا مجموعاً ۱۰۰۰ تومان و بیش از ۵ بار سفارش‌دهی مجاز نیست، مطلوب است مقدار سفارش اقتصادی این دو کالا؟

حل

$$T_0=\sqrt{\frac{2A}{R_1H_1+R_2H_2}}=\sqrt{\frac{2\times1000}{10000\times2+12000\times2}}=0/2132 \quad , \quad T^*=\max\{0/2132,\frac{1}{5}\}=0/2132$$

$$Q_1=R_1T^*=10000\times0/2132=2132 \quad , \quad Q_2=R_2T^*=12000\times0/2132=2558$$

مدل تولید اقتصادی چند کالا با زمان سیکل مشترک و تجهیزات مشترک

هرگاه بخواهیم چند کالا با استفاده از تجهیزات و زمان سیکل مشترک تولید کنیم می‌توان از الگوی زیر استفاده کرد.

قدم۱) ابتدا زمان سیکل مشترک تولیدی را برای همهٔ محصولات از رابطهٔ زیر محاسبهٔ می‌کنیم.

$$T_0=\sqrt{\frac{2A}{\sum_{i=1}^{n}R_iH_i\left(1-\frac{R_i}{p_i}\right)}}$$

تذکر: در این مدل همواره سه شرط زیر باید برقرار باشد:

۱) $R_i<R$: امکان پذیری تولید دسته‌ای محصول

۲) $\sum\frac{R_i}{p_i}\le1$: ظرفیت ماشین‌آلات پاسخ‌گوی تقاضا باشد.

۳) $\sum\left(t_i'+\frac{Q_i}{p_i}\right)\le T_0$: زمان آماده سازی کلیهٔ محصولات از T_0 کمتر باشد. که t_i' زمان آماده سازی برای محصول i ام است.

قدم ۲) محاسبهٔ حداقل زمان سیکل تولیدی

$$T_{min}=\frac{\sum t_i'}{1-\sum\frac{R_i}{p_i}}=\frac{\text{مجموع زمان آماده سازی}}{\text{درصد بیکاری}}$$

تذکر: اگر زمان آماده سازی در مسأله معلوم نباشد و یا ناچیز باشد $T_{min}=0$ خواهد بود.

قدم ۳) محاسبهٔ سیکل مشترک تولیدی برای همهٔ محصولات.

$$T^*=\max\{T,T_{min}\}$$

قدم ٤) محاسبهٔ مقدار تولید اقتصادی هر یک از محصولات.

$$Q_i^*=R_iT^*$$

قدم ۵) محاسبهٔ کل هزینهٔ سیستم

$$TC=\sum R_iC_i+\sqrt{2A\sum R_iH_i\left(1-\frac{R_i}{p_i}\right)}=\sum R_iC_i+\frac{2A}{T^*}$$

مدل عمومی و کلی سفارش اقتصادی چند کالایی

هرگاه در مدل‌های چند کالایی محدودیت‌هایی مانند فضای انبار، سرمایهٔ موجود، تعداد دفعات سفارش سالیانه و... وجود داشته باشد، با استفاده از روش لاگرانژ می‌توان جواب مطلوب را به دست آورد.

قدم ۱) مقدار سفارش اقتصادهی هر یک از اقلام را بدون در نظر گرفتن محدودیت‌ها با استفاده از فرمول ویلسون به دست می‌آوریم.

$$Q_i^*=\sqrt{\frac{2R_iS_i}{H_i=K_iC_i}}$$

قدم ۲) مقدار Q_i^* ها را در محدودیت قرار می‌دهیم، اگر در محدودیت صدق کردند خودشان جواب بهینه هستند وگرنه قدم سوم را دنبال می‌کنیم.

قدم ۳) با استفاده از معادلهٔ ۱ مقدار λ^* را محاسبه و سپس با استفاده از رابطه ۲ مقدار Q_i^* را محاسبه می‌کنیم.

تذکر: اگر چند محدودیت وجود داشته باشد از بین λ_i^* های محاسبه شده آنهایی را که مقدار بیشتری دارد، جواب مطلوب را برای ما حاصل می‌کند.

تذکر: وقتی فقط محدودیت سرمایه وجود داشته باشد و مقدار k_i ها برای همهٔ اقلام یکی باشد، مقدار λ^* از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است.

$$\lambda^* = \frac{۱}{۲}\left[\left(\frac{\sum\sqrt{۲R_i S_i C_i}}{C}\right)^۲ - K\right]$$

در صورتی که فقط محدودیت سرمایه داشته باشیم و مقدار k_i ها برای همهٔ محصولات یکسان باشد، و نیز همهٔ Q_i^* های محاسبه شده توسط رابطهٔ ویلسون در محدودیت سرمایه صدق نکند، با محاسبهٔ نسبت سرمایه در گردش و ضرب آن در مقادیر سفارش محاسبه شده مقدار مطلوب سفارش حاصل می‌گردد.

$$\alpha = \frac{\text{مقدار سرمایه موجود}}{\text{مقدار سرمایه مورد نیاز}}$$

تعداد دفعات سفارش سالیانه	فضای انبار	سرمایهٔ موجود	
$\sum N_i \le N$	$\sum w_i Q_i \le w$	$\sum C_i Q_i \le C$	
$N = \sum\sqrt{\frac{R_i H_i}{۲(S_i+\lambda^*)}}$	$w = \sum w_i\sqrt{\frac{۲R_i S_i}{K_i C_i + ۲\lambda^* w_i}}$	$C = \sum C_i\sqrt{\frac{۲R_i S_i}{k_i C_i + ۲\lambda^* C_i}}$	معادلهٔ ۱:
$Q_i^* = \sqrt{\frac{R_i H_i}{۲(S_i+\lambda^*)}}$	$Q_i^* = \sqrt{\frac{۲R_i S_i}{K_i C_i + ۲\lambda^* w_۱}}$	$Q_i^* = \sqrt{\frac{۲R_i S_i}{K_i C_i + ۲\lambda^* C_i}}$	معادلهٔ ۲:

مثال: کارخانه‌ای دارای ۷۵۰ مترمربع جهت انبار ۳ نوع کالای خود می‌باشد. با توجه به اطلاعات جدول زیر مطلوب است محاسبهٔ مقدار سفارش اقتصادی هر یک از محصولات:

محصول	A	B	C
R_i	۵۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰۰
S_i	۱۰۰	۲۰۰	۷۵
C_i	۱۰	۱۵	۵
w_i	۰/۷	۰/۸	۰/٤

حل

$$Q_A^* = \sqrt{\frac{۲R_A S_A}{KC_A}} = ۷۰۷ \qquad Q_B^* = \sqrt{\frac{۲R_B S_B}{KC_B}} = ۵۱۶ \qquad Q_C^* = \sqrt{\frac{۲R_C S_C}{KC_C}} = ۱۲۲۴$$

$$\sum_{i=۱}^{۳} w_i Q_i \le w \rightarrow ۰/۷\times۷۰۷ + ۰/۸\times۵۱۶ + ۰/۴\times۱۲۲۴ \le ۷۵۰ \rightarrow ۱۳۹۸ \not\le ۷۵۰$$

λ را به کمک سعی و خطا پیدا می‌کنیم.

$$w = \sum_{i=۱}^{۳} w_i\sqrt{\frac{۲R_i S_i}{k_i C_i + ۲\lambda^* w_i}} \Rightarrow \lambda^* = ۴/۵$$

$$Q_A^* = \sqrt{\frac{۲R_A S_A}{k_A C_A + ۲\lambda w_A}} = \sqrt{\frac{۲\times۵۰۰۰\times۱۰۰}{۰/۲\times۱۰ + ۲\times۴/۵\times۰/۷}} = ۳۴۷$$

$$Q_B^* = \sqrt{\frac{۲R_B S_B}{k_B C_B + ۲\lambda w_B}} = ۲۸۰$$

$$Q_C^* = \sqrt{\frac{۲R_C S_C}{k_C C_C + ۲\lambda w_C}} = ۵۷۱$$

مدل سفارش ویژه

فرض کنید قرار است از زمان t_1 قیمت کالایی افزایش یابد، اگر قبل از زمان t_1 سفارش ویژه‌ای داشته باشیم، در این صورت:

الف) مقدار سفارش ویژه نسبت به مقادیر سفارش معمولی بیشتر است.

ب) مقدار سفارش بعد از سفارش ویژه کمتر از سفارش فعلی است.

ج) در این صورت هزینهٔ نگهداری افزایش می‌یابد.

د) در این صورت هزینهٔ ثبت و سفارش کاهش پیدا می‌کند.

ه) در این صورت هزینهٔ خرید کاهش می‌یابد.

مدل فرصت استثنایی خرید یا حراجی

فرض کنید در فاصلهٔ زمانی خاص t_1 تا t_2 فروشنده‌ای به عللی کالا را با قیمت کمتر از قیمت محصول می‌فروشد، اگر قرار باشد در این فاصلهٔ زمانی سفارش ویژه‌ای داشته باشیم در این صورت:

الف) مقدار سفارش ویژه از سفارشات معمولی بیشتر است.

ب) مقدار سفارشات بعد از سفارش ویژه برابر مقدار سفارشات فعلی است.

ج) هزینهٔ نگهداری افزایش و هزینهٔ ثبت و سفارش و خرید کاهش می‌یابد.

مدل انبارهای اضافی

هرگاه در یک سیستم کنترل موجودی محدودیت فضای انبار داشته باشیم و بتوانیم با سرمایه‌گذاری ثابت از انبارهای دیگر با ظرفیت یکسان استفاده کنیم مدل موجود این کالا به صورت زیر خواهد بود.

اگر شرکت انبار اول را داشته باشد. $TC = \frac{SR}{Q} + \frac{HQ}{۲} + RC + H'\left[\frac{Q}{Q_۰}\right]$

اگر شرکت انبار اول را نیز نداشته باشد. $TC = \frac{SR}{Q} + \frac{HQ}{۲} + RC + H'\left[\frac{Q}{Q_۰} + ۱\right]$

H': هزینهٔ رهن یا اجارهٔ سالیانه انبار با ظرفیت $Q_۰$

تذکر: در این مدل ظرفیت همهٔ انبارها مساوی است. اگر انبار برای یک دوره رهن کامل شود H' معادل بهره پول است و اگر برای یک دوره اجاره شود H' معادل هزینهٔ اجارهٔ انبار است.

الگوریتم حل:

به طور کلی برای یافتن مقدار بهینه سفارش اقتصادی در ابتدا بدون در نظر گرفتن محدودیت حجم انبار مقدار Q^* را با استفاده از رابطهٔ ویلسون به دست می‌آوریم اگر Q^* کوچک‌تر یا مساوی $Q_۰$ باشد، مقدار Q^* به دست آمده خودش جواب مطلوب است. اگر Q^* به دست آمده بزرگ‌تر از $Q_۰$ باشد باید هزینه نقاط شکست منحنی در نقاط $Q_۰$، $۲Q_۰$، $۳Q_۰$ و... را محاسبه نمود و هر کدام را که هزینهٔ کمتری داشت بهترین حالت گرفت.

کنترل موجودی

مدل‌های احتمالی کنترل موجودی

ذخیرهٔ اطمینان (Safety Stock): عبارتست از مقداری از موجودی که همواره در انبار جهت مقابله با کمبود موجودی نگهداری می‌شود و به غیر از موارد ضروری از آن استفاده نمی‌شود.

نکته: هرچه مقدار ذخیرهٔ اطمینان زیادتر باشد، هزینه نگهداری افزایش می‌یابد و از طرف دیگر هزینهٔ کمبود کاهش می‌یابد، بنابراین انتخاب مقدار مناسب برای ذخیرهٔ اطمینان باید به گونه‌ای باشد که مجموع هزینهٔ کمبود و نگهداری حداقل باشد.

عوامل مؤثر در انتخاب مقدار ذخیرهٔ اطمینان:

۱- هزینه کمبود کالا (رابطهٔ مستقیم)
۲- سطح خدمت (رابطه مستقیم)
۳- هزینه نگهداری (رابطهٔ معکوس)
٤- نوسانات تقاضا (رابطهٔ مستقیم)
۵- نوسانات زمان تدارک (رابطهٔ‌مستقیم)

پارامترهای مدل احتمالی

۱) متوسط مصرف در زمان تدارک (ارزش انتظاری تقاضا)

$$\mu = \sum R_i f(R_i) = \int R_i f(R_i) dR_i$$

۲) مقدار سفارش اقتصادی

$$Q^* = \sqrt{\frac{2RS}{H}}$$

۳) مقدار کل مصرف سالیانه

$$R = \mu \times n$$

(n تعداد دفعات سفارش در هر سال است)

٤) نقطهٔ سفارش مجدد

نقطه سفارش مجدد سطحی از موجودی است که در زمانی که موجودی به آن سطح رسید باید سفارش دهیم تا با کمبود مواجه نشویم انتخاب این سطح از موجودی بستگی به مدل دارد. در صورتی که تقاضا قطعی باشد، در سطحی از موجودی باید سفارش داد که با توجه به زمان پیش تدارک، وقتی موجودی به سطح صفر می‌رسد کالا به دست ما برسد. در این حالت از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{محاسبهٔ ROP} \begin{cases} LT \le T \rightarrow ROP = R \times LT \\ LT > T \rightarrow \begin{cases} ROP = R \times LT & \text{بر حسب موجودی در دسترس و در راه} \\ ROP = R \times LT - \left[\frac{LT}{T}\right] Q^* & \text{بر حسب موجودی در دسترس} \end{cases} \end{cases}$$

منظور از lead Time (LT) فاصلهٔ زمانی ایست که از لحظه سفارش تا زمان رسیدن سفارش به دست ما طول می‌کشد که به آن پیش زمان، زمان تدارک، زمان تهیه و ... می‌گویند.

نکته: در صورتی که در مدل سفارش کمبود مجاز باشد، میزان موجودی در لحظه سفارش باید بگونه‌ای انتخاب شود تا با توجه به LT زمان رسیدن کالای سفارش داده شده همواره با مقدار کمبود مشخصی مواجه باشیم (B)، لذا از مقادیر محاسبه شده در حالت قبل می‌بایست به اندازهٔ B واحد کم نمود.

در حالتی که تقاضا احتمالی باشد می‌بایست جهت محاسبهٔ ROP میزان ذخیرهٔ اطمینان را نیز در نظر گرفت لذا نقطهٔ سفارش مجدد در این حالت به اندازهٔ ذخیرهٔ اطمینان بیشتر است.

$$ROP = R \times LT + SS - mQ^* - B = \mu + SS$$

(μ میانگین تقاضا در زمان تدارک است)

۵) سطح اطمینان یا سطح خدمت

سطح اطمینان برابر است با احتمال این که در یک دورهٔسفارش با کمبود مواجه نشویم. به عبارت دیگر احتمال این که میزان مصرف یا تقاضا در LT کمتر از موجودی در لحظهٔ سفارش باشد.

سطح اطمینان $۱-\alpha = P(D \le ROP) = \sum_{i=۰}^{ROP} p(D_i) = \int_{۰}^{ROP} f(D_i)dD_i$

۶) سطح ریسک

سطح ریسک برابر با احتمال مواجه شدن با کمبود در یک دورهٔ سفارش است. به عبارت دیگر سطح ریسک احتمال بیشتر بودن تقاضا در LT از موجودی در لحظه سفارش است.

سطح ریسک $\alpha = p(D > ROP) = ۱ - p(D \le ROP)$

۷) متوسط کل تعداد دفعات مواجه شدن با کمبود در سال $N_b = \frac{R}{Q} \times p(D > ROP) = \frac{R}{Q} \times \alpha$

۸) کل کمبود سالیانه

متوسط مقدار کمبود در زمان تدارک $= \bar{b}(r) = \int_{ROP}^{\infty} (D_i - ROP) f(D_i) d(D_i) = \sum_{ROP}^{\infty} (D_i - ROP) p(D_i)$

کل کمبود سالیانه $= B(r) = \frac{R}{Q} \times \bar{b}(r)$

۹) زمان بین دو کمبود متوالی

(N_b تعداد دفعات مواجه با کمبود در سال می‌باشد) $T = \frac{۱}{N_b}$

۱۰) متوسط مقدار موجودی در دسترس $\bar{I} = \frac{Q}{۲} + SS$

۱۱) متوسط کل هزینهٔ نگهداری $TC_H = H\left(\frac{Q}{۲} + SS\right)$

۱۲) تعداد مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند $\frac{B(r)}{R} \times ۱۰۰ = \frac{\bar{b}(r)}{Q} \times ۱۰۰$

مثال: پس از بررسی اطلاعات مربوط به یک سیستم موجودی مشخص شده است که تقاضا در مدت زمان تحویل دارای توزیعی به صورت جدول زیر می‌باشد. موقعیت موجودی بهینه در نقطه سفارش (ROP) و ذخیرهٔ اطمینان برای سطح خدمت ۹۰٪ را به دست آورید.

x	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰
p(D=x)	$\frac{۱}{۶۳}$	$\frac{۲}{۶۳}$	$\frac{۵}{۶۳}$	$\frac{۱۲}{۶۳}$	$\frac{۱۵}{۶۳}$	$\frac{۱۱}{۶۳}$	$\frac{۷}{۶۳}$	$\frac{۴}{۶۳}$	$\frac{۳}{۶۳}$	$\frac{۲}{۶۳}$	$\frac{۱}{۶۳}$
$F_D(x)$	$\frac{۱}{۶۳}$	$\frac{۳}{۶۳}$	$\frac{۸}{۶۳}$	$\frac{۲۰}{۶۳}$	$\frac{۳۵}{۶۳}$	$\frac{۴۶}{۴۳}$	$\frac{۵۳}{۶۳}$	$\frac{۵۷}{۶۳}$	$\frac{۶۰}{۶۳}$	$\frac{۶۲}{۶۳}$	۱

جهت محاسبهٔ ROP در حالت گسسته کوچکترین مقدار مصرف که در رابطهٔ زیر صدق کند را می‌یابیم.

$F_D(x) \ge ۱-\alpha$ یا $P(D \le ROP) \ge ۱-\alpha$

با توجه به جدول و مقادیر تابع توزیع تجمعی مقدار مصرف در زمان تدارک، نقطهٔ ۸۰ را به عنوان ROP انتخاب می‌کنیم.

$SS = ROP - \mu_D = ۸۰ - \sum_{i=۱}^{۱۱۰} x_i P(x_i) = ۸۰ - ۵۵ = ۲۵$

حالت‌های مختلف محاسبهٔ ROP

توزیع‌ها مشخص باشند.

۱) تقاضا و زمان تدارک ثابت باشد: در این صورت مدل حاصل احتمالی نیست و تبدیل به یک مدل قطعی می‌شود، بنابراین این مدل در حالات قطعی بررسی می‌شود.

۲) تقاضا متغیر و زمان تدارک ثابت باشد: در این صورت هر گاه متغیر تصادفی تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین $\mu = E(D)$ و واریانس

$\sigma_D^2 = var(D)$ باشد آنگا متغیر تصادفی مقدار مصرف در زمان تدارک دارای توزیع نرمال بوده و به صورت زیر است:

$$\mu_{LT} = E(D)\times LT$$
$$\sigma_{LT}^2 = \sigma_D^2 \times LT \Rightarrow ROP = \mu + SS = E(D)\times LT + \underbrace{Z_\alpha \sigma_D \sqrt{LT}}_{SS}$$

۳) تقاضا ثابت و زمان تدارک متغیر باشد: در این صورت هر گاه مصرف کالایی ثابت باشد ولی زمان تدارک یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین $\mu = E(LT)$ و واریانس $\sigma_{LT}^2 = var(LT)$ باشد، آنگاه متغیر تصادفی مقدار مصرف در زمان تدارک دارای توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$\mu_{LT} = D\times E(T) \Rightarrow ROP = \mu + SS = D\times E(LT) + \underbrace{Z_\alpha \sigma_{LT} \times D}_{SS}$$

٤) تقاضا و زمان تدارک هر دو متغیر باشند: در این صورت هرگاه مصرف کالایی یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2 و نیز زمان تدارک هم یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین μ_{LT} و واریانس σ_{LT}^2 باشد، آنگاه متغیر تصادفی مقدار مصرف در زمان تدارک دارای توزیع به صورت زیر است:

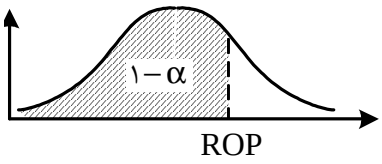
$$ROP = E(D)\times E(LT) + Z_\alpha \sqrt{E(LT)\times var(D) + E^2(D)\times var(LT)}$$

در صورتی که مصرف دارای توزیع مشخص باشد می‌توان از طریق محاسبهٔ تابع توزیع تجمعی مقدار ROP را محاسبه نمود. برخی از این توزیع‌ها عبارتند از:

- توزیع نرمال
- توزیع یکنواخت
- توزیع نمایی
- توزیع پواسون

۱) **توزیع نرمال:** اگر مصرف در زمان تدارک دارای توزیع نرمال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2 باشد برای محاسبهٔ ROP خواهیم داشت:

$$1-\alpha = \int_0^{ROP} f_D(D)dD = p(D \le ROP)$$

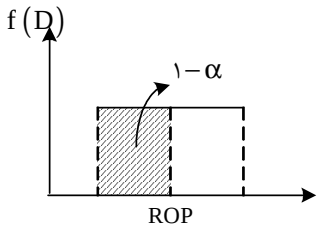


$$f(D) = \frac{1}{\sigma_D\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(D-\mu_D)^2}{2\sigma^2}}$$

اگر $Z_\alpha = -\frac{ROP-\mu_D}{\sigma_D} \Rightarrow ROP = \mu_D + \sigma_D \times Z_\alpha$ $\qquad SS = \sigma_D \times Z_\alpha$

۲) **توزیع یکنواخت:** اگر مصرف در زمان تدارک دارای تویع یکنواخت در بازهٔ $[a,b]$ باشد، آنگاه برای محاسبهٔ ROP خواهیم داشت:

$$f(D) = \frac{1}{b-a}$$



$$1-\alpha = \int_0^{ROP} \frac{1}{b-a} dD = \frac{ROP}{b-a} \Rightarrow ROP = a + (b-a)(1-\alpha)$$

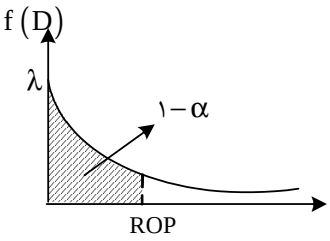
$$SS = ROP - \mu = a + (b-a)(1-a) - \frac{a+b}{2}$$

۳) **توزیع نمایی:** اگر مصرف در زمان تدارک دارای توزیع نمایی منفی باشد، آنگاه برای محاسبهٔ ROP خواهیم داشت.

$$f(D)=\lambda e^{-\lambda D} \qquad \lambda=\frac{۱}{\bar{D}}$$

$$۱-\alpha=\int_{۰}^{ROP}\lambda e^{-\lambda D}dD=۱-e^{-\lambda\times ROP}\Rightarrow ROP=-\bar{D}\ln x$$

$$SS=ROP-\mu=-\bar{D}\ln\alpha-\bar{D}$$



٤) **توزیع پواسون:** اگر مصرف در زمان تدارک دارای توزیع پواسون باشد برای محاسبهٔ ROP می‌توان از جداول توزیع تجمعی پواسون استفاده نمود. در این حالت ROP را کوچکترین عددی در نظر می‌گیریم که در رابطهٔ زیر صدق کند.

$$۱-\alpha=p(D\le ROP)=\sum_{D=۰}^{ROP}\frac{e^{-\bar{D}}(\bar{D})^{D}}{D!}$$

محاسبهٔ ROP با استفاده از تابع توزیع حاشیه‌ای

در حالت‌های ارائه شده قبل تنها مصرف زمان تدارک دارای توزیع بود، ولی در عمل و در بسیاری از حالت‌ها هم زمان تدارک و هم میزان مصرف دارای توابع توزیع مشخص می‌باشند. جهت محاسبهٔ ROP در چنین حالت‌هایی می‌بایست از توابع توزیع حاشیه‌ای استفاده نمود. در این صورت با دو حالت مواجه هستیم:

الف) توزیع مصرف نیز توزیع زمان تدارک هر دو مشخص باشند.

ب) توزیع مصرف نیز توزیع زمان تدارک هر دو نامشخص باشند.

مثال: تقاضای کالایی در طول پیش زمان (زمان تدارک) دو ماهه به صورت زیر است. هزینهٔسفارش ۵۰۰۰ تومان، هزینه نگهداری ۲۰٪ ارزش کالا و قیمت هر واحد کالا ۱۰۰ تومان می‌باشد. در سطح اطمینان ۹٦٪ مطلوبست؛

الف) مقدار مصرف در زمان تدارک　　د) نقطهٔ سفارش مجدد　　ز) کل مقدار کمبود سالیانه

ب) مقدار مصرف سالیانه　　هـ) میزان ذخیرهٔ اطمینان　　ژ) زمان مابین دو کمبود

ج) مقدار سفارش سالیانه　　و) مقدار کمبود در زمان تدارک

تقاضادر زمان تدارک	۱۰۰	۱۲۰	۱٤۰	۱٦۰	۱۸۰	۲۰۰	۲۲۰	۲٤۰
احتمال	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۱	۰/۵	۰/۰۲	۰/۰۳
احتمال تجمعی	۰/۱	۰/۳	۰/٦	۰/۸	۰/۹	۰/۹۵	۰/۹۷	۱

$$\mu=\sum D_i\times p(D_i)=۱۴۷/۶ \quad , \quad R=\frac{\mu}{LT}=\frac{۱۴۷/۶}{\frac{۲}{۱۲}}=۸۸۵/۶$$

$$Q=\sqrt{\frac{۲RS}{H}}=\sqrt{\frac{۲\times ۸۸۵/۶\times ۵۰۰}{۰/۲\times ۱۰۰}}=۲۱۰/۴۳ \quad , \quad ۱-\alpha=p(D\le ROP)=۰/۹۶\Rightarrow ROP=۲۲۰$$

$$SS=ROP-\mu=۲۲۰-۱۴۷/۶=۷۲/۴ \quad , \quad \bar{b}(r)=(۲۴۰-۲۲۰)\times\%۳=۰/۶$$

$$B(r)=\frac{R}{Q}\times\bar{b}(r)=\frac{۸۸۵/۶}{۲۱۰/۴۳}\times۰/۶=۲/۵ \quad , \quad V_b=\frac{R}{Q}\times\alpha=\frac{۸۸۵/۶}{۲۱۰/۴۳}\times\frac{۴}{۱۰۰}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow T=\frac{۱}{N_b}=۶$$

مثال: سازمانی دارای تقاضا ۲٦۰ واحد در سال می‌باشد که در انباشته‌های ۲۵ تایی خرید می‌کند. تقاضای هفتگی به صورت ثابت و برابر ۵ می‌باشد. اگر زمانی تدارک به شکل جدول زیر باشد در سطح اطمینان ۹۰٪ مطلوبست:

الف) نقطهٔ سفارش مجدد

ب) ذخیرهٔ احتیاطی

ج) متوسط مقدار مصرف در زمان تدارک

زمان تدارک در هفته	۳	٤	٥	٦	۷
احتمال	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱	٪٥

با توجه به اینکه تقاضا در زمان تدارک= زمان تدارک × میزان تقاضا است مقادیر متغیر تصادفی تقاضا در زمان تدارک و همچنین احتمال‌های آنها را از روی جدول محاسبه می‌کنیم.

تقاضا در زمان تدارک	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵
احتمال	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱	۰/.۵
احتمال تجمعی	۰/۲۵	۰/٦	۰/۸۵	۰/۹۵	۱

با توجه به جدول فوق مقدار $ROP = ۳۰$ و داریم: $SS = ROP - \mu = ۳۰ - ۲۱/۷۵ = ۸/۲۵$, $\mu = \sum D_i \times p(D_i) = ۲۱/۷۵$

مثال: مصرف کالایی در یک شرکت به صورت نرمال با میانگین ۱۵۰ واحد در روز و انحراف معیار ۱۰ واحد در روز می‌باشد، زمان انتظار (زمان تدارک) نیز دارای توزیع نرمال با میانگین ٦ واحد در روز و انحراف معیار ۱ واحد در روز می‌باشد. در سطح اطمینان ٪۹۰ مطلوبست میزان نقطهٔ سفارش مجدد. $(p(z \le ۱/۲۸) = \%۹۰)$

$$ROP = \mu_{LT} \times \mu_D + Z_\alpha \times \sqrt{\mu_{LT} \times \sigma_D^۲ + \mu_D^۲ \times \sigma_{LT}^۲} \Rightarrow ROP = \underbrace{۱۵۰ \times ۶}_{\mu} + \underbrace{۱/۲۸\sqrt{۶ \times ۱۰۰ + ۱۵۰^۲ \times ۱}}_{SS} = ۱۰۹۲$$

کنترل موجودی

سیستم های کنترل موجودی

سیستم مرور دائم (نقطه سفارش FOS)

دراین سیستم مقدار سفارش ونقطهٔ سفارش مجدد محاسبه شده ودرهرزمانی که سطح موجودی ازنقطهٔ سفارش مجدد کمتر شودبه اندازهٔ Q سفارش میدهیم.بنابراین در این سیستم Q^* عددی ثابت ولی T میتواند متغیر باشد.

سیستم مرور دوره‌ای(دوره سفارش FOI)

در این سیستم درفواصل زمانی ثابت T از سطح موجودی بازدید به عمل می آید ودر همان زمان به اندازه ای سفارش میدهیم که مقدار موجودی به علاوه مقدار سفارش به یک مقدار معین از قبل تعیین شده برسد، دراین سیستم T عددی ثابت ولی Q می تواندثابت یا متغیر باشد

نکات مهم:

- درسیستم FOI نقطهٔ سفارش مجدد از FOS بیشتر است
- در سیستم FOI میزان ذخیرهٔ احتیاطی از FOS بیشتر است
- درسیستم FOS هزینهٔ ثبت سفارش بیشتر از FOI است وبرنامه ریزی در این سیستم مشکل تراست

عوامل مؤثر در انتخاب سیستم FOS یا FOI

۱- قیمت کالا ۲- نیازبه دقت و کنترل موجودی کالا ۳- منبع تهیه یا خرید ٤- هزینه ثبت سفارش

۵- میزان مصرف کالا

- اگرقیمت کالاپایین باشد ازسیستم FOI استفاده میکنیم.
- اگر قیمت کالا بالا باشد بسته به اینکه کنترل دقیق کالا نیاز است یاخیر به ترتیب ازسیستمهای FOS و FOI استفاده میکنیم.
- اگر منبع تهیهٔ کالا یک منبع خاص باشد از سیستم FOS و اگر چندمنبع باشداز سیستم FOI استفاده می کنیم.
- در صورتیکه هزینه ثبت سفارش برای کالا بالا باشد از سیستم FOI استفاده می کنیم.
- در صورتیکه نرخ مصرف بالاوبسیار متغیر باشدازسیستم FOS استفاده می کنیم.

مقایسه سیستمهای سفارش دهی دوره ای ونقطه‌ای

الف) سیستم دوره سفارش (FOI)

۱)فاصلهٔ بین دو سفارش متوالی $T^* = \sqrt{\frac{۲S}{R \times H}}$

۲) حداکثرموقعیت موجودی $MSI = (\text{Maximum state Inventory}) = R(L+LT) + Z_\alpha \sigma_D \sqrt{LT+T}$

۳) مقدارسفارش دهی: $Q^* = MSI - (I_\circ + mRT)$

که درآن $I_\circ$ موجودی اولیه یا میزان موجودی دردست درلحظهٔ سفارش است.

٤) تابع هزینه $T = \frac{S}{T} + \frac{HRT}{۲} + RC + SS \times H$

۵) سطح خدمت $۱ - \alpha = \int_{MSI}^{\infty} f(D_i)dD = \sum_{MSI}^{\infty} p(D_i)$

ب) سیستم نقطه سفارش (FOS)

۱) میزان سفارش اقتصادی $Q^* = \sqrt{\frac{۲RS}{H}}$

۲) نقطهٔ سفارش مجدد $ROP = R \times LT + z_\alpha \times \sigma_D \times \sqrt{LT}$

۳) زمان سفارش دهی

زمانیکه سطح موجودی به حد ROP میرسد

٤) تابع هزینه $TC = \frac{SR}{Q} + \frac{HQ}{۲} + RC + H \times SS$

۵) سطح خدمت $۱ - \alpha = \int_{ROP}^{\infty} f(D_i)dD_i = \sum_{ROP}^{\infty} p(D_i)$

سیستم ظرف ذخیره یا دو ظرفی(S, Q)

هر گاه LTکوچکتر از T باشد،بهتراست به جای FOS از این روش استفاده شودچون FOS نظارت دقیق برموجودی نیازدارد.

دراین سیستم موجودی به دوسیستم یا دوظرف تقسیم میشود:

ظرف اول : برای برآوردن تقاضای جاری سازمان(Q)

ظرف دوم: برای برآوردن تقاضای ناگهانی سازمان(ROP)

دراین نوع سیستم بعدازاتمام موجودی ظرف اول سفارش داده میشودکه این مقدار سفارش به میزان Q است وپس ازآن تا رسیدن موجودی از ظرف دوم موجودی استفاده میشود.بعد از رسیدن موجودی ابتداظرف دوم که در زمان تدارک مصرف شده پر می‌شود و سپس بقیهٔ آن درظرف اول ریخته میشود.

معایب سیستم دوظرفی:

- عدم اطلاع دقیق از سطح موجودی
- عدم توانائی درانجام سفارشات همزمان(پیوسته)
- عدم توانائی درانجام سفارشات بسیار زیاد

مزایای سیستم دو ظرفی:

- سادگی واطمینان بالای آن

سیستم سیکل سفارش موجودی(T, S)

دراین سیستم درهر T واحدزمانی تا سطح S سفارش داده میشود. این سیستم جزء سیستمهای مرور دوره ای(FOI) است.

- این سیستم به دلیل دوره ای بودن ازلحاظ هماهنگی کارها درمیان افرادبسیارساده تراست.
- اگر الگوی سفارش در طی زمان تغییر کند این سیستم مناسب است.
- هزینهٔ نگهداری این سیستم نسبت به مروردائم زیادتر است.
- اگر هزینهٔ ثبت وسفارش قابل توجه باشد استفاده از این سیستم مناسب است.

سیستم پارامتریک (T,θ,S)

دراین سیستم درهرزمان مرور T، اگرموجودی دردست ودرراه (I)درفاصلهٔ مابین $\theta < I < S$ باشد،اقدام به سفارش نمی کنیم واگر $I \le \theta$ باشدتارسیدن موجودی به S، سفارش می دهیم.

- دراین سیستم ممکن است چنددوره بگذردوسفارش نداشته باشیم.
- این سیستم از نوع سیستم دوره ای است.

- اگرهزینه های ثبت وسفارش ناچیز باشد،سیستم پارامتریک مناسب نیست.

سیستم ترکیبی(θ,S)

این سیستم ترکیبی ازسیستم FOI و FOS است ودراین سیستم درفواصل زمانی T از سطح موجودی بازدیدبه عمل می آید.

اگر موجودی دردست (I) در فاصله $\theta < I < S$ باشد،اقدام به سفارش نمی کنیم ولی اگر $I \leq \theta$ باشد،به اندازهٔ رسیدن موجودی تامیزان S سفارش می دهیم

- دراین سیستم مقدار T برحسب محدودیتها،وسائل حمل ونقل،محدودیت منابع و مقادیر پیش بینی تا حدی متغیر است.
- این سیستم از دو سیستم جداگانه FOS و FOI هزینهٔ کمتری دارد.

دراین سیستم مقدارسفارش وفاصلهٔ بین دو سفارش تقریباً متغیراست.

سیستم بازدیدهای عینی

دراین سیستم درفواصل زمانی ثابت ازسطح موجودی بازدیدبه عمل می آید و در صورتیکه مقدارموجودی به حداکثر از قبل تعیین شده نزدیک باشد سفارش داده نمی‌شود و در غیر این صورت جهت رساندن به حداکثر معین از قبل تعیین شده سفارش لازم داده می شود.

- دراین سیستم متوسط مقدارموجودی نسبت به سیستم دو ظرفی کمتراست.

****

روشهای پیش بینی

اولین قدم درکنترل موجودی پیش بینی مصرف آینده است و بدون داشتن برآورد مناسب ازمصرف آینده کنترل دقیق آن ممکن نیست، همچنین پیش بینی های غلط می تواند پیامدهای سنگین مثل انبارهای تهی یا مملو از کالا داشته باشد.

پیش بینی عبارت است از تعیین میزان تقاضا برای یک یا چند محصول درپریودهای زمانی آینده براساس اطلاعاتی که ازوضعیت موجود به دست آمده است.

عوامل مؤثردرانتخاب روش پیش بینی

۱) هزینهٔ موجود: هرچه برای تخمین و پیش بینی هزینه بیشتر صرف شود، خطا کمترخواهدشد.

۲) دردسترس بودن اطلاعات: هرچه اطلاعات دردسترس ازوضعیت موجود بیشتر باشد میتوان ازروشهای آماری استفاده نمود و در غیر این صورت بایداز روش‌های کیفی یا قضاوتی استفاده نمود.

۳) مهارت کارکنان: هرچه مهارت کارکنان دراستفاده از تکنیکهای آماری و محاسباتی بیشتر باشد، خطا کمتر است

٤) افق برنامه‌ریزی: هرچه افق برنامه‌ریزی بزرگتر باشد پیش بینی باید کیفی‌تر باشد، همچنین هر چه افق برنامه ریزی طولانی ترباشد خطای پیش بینی بالا تر می‌رود.

انواع روشهای پیش بینی

الف- روشهای کیفی(قضاوتی)　　ب)روشهای کمی(آماری)　　ج)روشهای علت ومعلولی

الف) روشهای کیفی

۱) برآورد مشورتی

۲) کسب نظرازواحدهای فروش وبازاریابی

۳) مطالعهٔ مصرف کنندگان (استفاده از فن دلفی)

٤)استفاده از شاخصهای اقتصادی (مانند درآمدهای ملی،میزان تولید ماشین آلات صنعتی)

ب) روشهای محاسباتی

۱) روشهای تقاضای آخرین دوره(Last period Demond)

دراین روش مصرف دورهٔ قبل به عنوان مقدارپیش بینی شده برای دورهٔ بعد به کار می‌رود. این روش زمانی مناسب است که تقاضا از یک دوره به دوره دیگرتقریباً ثابت ویکنواخت باشد.

۲)روش معدل یا میانگین ریاضی

دراین روش مصرف واقعی همهٔ دوره ها رادرنظرگرفته ومیانگین آن رابه عنوان پیش بینی دورهٔ بعد درنظرمی گیریم.دراین روش پیش بینی مقدار تقاضا با کمی تاخیر دنبال میشود.

۳) روش میانگین متحرک

در این روش به کمک محاسبهٔ میانگین n دوره آخر پیش بینی تقاضا انجام می گیرد. در این روش نیز پیش بینی مقدار تقاضا با تاخیر دنبال می‌شود اما این میزان تاخیر نسبت به روش میانگین کمتراست.

هر چه نوسانات تقاضابیشتر باشد میزان n کمتر و هر چه تقاضاروند ثابت و یکنواختی داشته باشد n را بیشتر انتخاب می‌کنیم.

۴) روش میانگین متحرک وزنی

دراین روش برای همان n دوره روش میانگین متحرک وزن تخصیص می دهیم.انتخاب وزن‌ها به گونه‌ای است که به دوره‌های اخیر وزن بیشتری داده می شود.یعنی داریم:

(تقاضای پیش‌بینی شده برای دوره $t+1$)

$$S_{t+1}=\alpha_t x_t+\alpha_{t-1}x_{t-1}+\ldots+\alpha_{t-n+1}x_{t-n+1} \quad \alpha_t\geq\alpha_{t-1}\geq\ldots\geq\alpha_{t-n+1} \quad \sum_{i=t-n+1}^{t}\alpha_i=1$$

۵)روش هموارسازی نمایی(میانگین متحرک وزنی نمایی)

در این روش نیز همانند روش گذشته عمل می‌شود با این تفاوت که وزنهای مراحل به صورت تصاعد هندسی هستند.

$$S_{t+1}=\alpha x_t+(1-\alpha)S_t \qquad 0\leq\alpha\leq 1$$

در این روش هر چه نوسانات تقاضا کمتر باشد، αرا کمتر و هر چه نوسانات تقاضا بیشتر باشد α را بزرگتر انتخاب می‌کنیم.

ارتباط روش هموار سازی نمایی و میانگین متحرک وزنی: در صورتیکه در روش میانگین متحرک وزنی میزان n مشخص باشد میزان α

دراین روش با استفاده از فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha=\frac{2}{n+1}$$

مثال: تقاضای واقعی ماهیانه برای ۱۲ ماه قبل برای محصولی به صورت جدول مقابل میباشد. اگر پیش بینی تقاضا بر اساس میانگین متحرک ۹ ماهه برای ۲۲،برابر ۱۹۰ باشد،پیش بینی تقاضا برای ماه ۲٤، بر اساس روش هموار سازی نمایی چقدر است؟

دوره	۱۲	۱۳	۱٤	۱۵	۱٦	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲٤
میزان تقاضا	۱٦۰	۱۸۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۰۵	۱۷۰	۱٦۰	۲۰۰	۱۰۰	۱۹۵	۱۷۱	؟

$$\alpha=\frac{2}{n+1}=0/2 \qquad S_{23}=0/2\times 195+0/8\times 190=191$$

$$S_{24}=0/2\times 171+0/8\times 191=187$$

۶)روش هموار سازی نمایی اصلاح شده

یکی از اشکالات روشهای هموار سازی نمایی و میانگین متحرک موزون روند افزایشی خطا نسبت به افزایش یا کاهش تقاضا است. یعنی با افزایش تعداد مراحل میزان خطا وقتی تقاضا به صورت افزایشی یا کاهشی است بالا میرود.جهت جلوگیری از این امور و واقعی تر شدن مقدار پیش بینی از روش هموار سازی نمایی دوبل استفاده می‌کنیم.

مقدار پیش بینی اولیه برای هر یک از دوره ها: $S_t = \alpha X_t + (۱-\alpha)S_{t-۱}$

مقدار روند واقعی: $R_t = S_t - S_{t-۱}$

متوسط روند پیش بینی شده: $\bar{R}_t = \alpha R_t + (۱-\alpha)\bar{R}_{t-۱}$

پیش بینی نهایی دوره t $S_t = S_t + \frac{(۱-\alpha)}{\alpha}\bar{R}_t$

انواع روشهای محاسبه خطا

۱) $bias = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_i - s_i)}{n}$ (میانگین میزان خطا)

این روش معمولاً برای تشخیص جهت خطا استفاده میشود،اگر bias مثبت باشد، $x_i > s_i$ بوده وما تقاضا را بیشتر مقدار واقعی تخمین می‌زنیم و اگر منفی باشد ،ما تقاضا را کمتر از مقدار واقعی تخمین می‌زنیم.

۲) $MAD = \frac{\sum_{i=۱}^{N}|x_i - s_i|}{n}$ (میانگین قدر مطلق خطاها)، این روش معمولاً وقتی خطا ها بزرگ هستند استفاده میشود.

۳ $MSA = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_i - s_i)^۲}{n}$ (میانگین مجذور خطاها)، این روش معمولاً وقتی خطاها کوچک هستند استفاده میشود.

****

دسته بندی اقلام

۱) دسته بندی بر اساس نوع وکاربرد

۱- مواد اولیه ۲-کالای نیمه ساخته ۳- کالای ساخته شده ٤- مواد ولوازم مصرفی
۵- ابزار آلات ٦- قطعات یدکی وماشین آلات ۷- اجناس خریداری شده جهت فروش
۸- لوازم غیر مصرفی ۹- اجناس اسقاط ۱۰- سایر موارد

۲) دسته بندی بر اساس تقاضا و دسترسی

۱- تقاضا برای اقلام قطعی باشد ۲- تقاضا برای اقلام نامعلوم باشد ۳- تقاضا برای اقلام احتمالی باشد

۳) دسته بندی بر اساس ارزش و حجم (آنالیز ABC یا قانون پارتو)

اقلام دسته A:

اقلامی که جنبهٔ حیاتی دارند و به هیچ وجه نباید با کمبود مواجه شوند.

حجم این اقلام حدود ۲۰-۱۰ درصد ولی ارزش آنها ۸۰-۷۵ درصد کل اقلام است.

اقلام دسته B:

اقلامی هستند که ارزش آنها کمتر از دسته A میباشد،نیاز به کنترل این دسته کمتر از دسته A است.حجم این اقلام حدود ٤۰-۳۰ درصد حجم کل اقلام ولی ارزش آنها حدود ٦۰-٤۰ درصد ارزش کل اقلام است.

اقلام دسته C: اقلامی هستند که ارزش آنها کم است و نیاز به کنترل شدید ندارند و کمبود آنها مشکل ایجاد نمی‌کند.حجم این اقلام حدود ۷۰-٦۰ درصد حجم کل اقلام ولی ارزش آنها حدود ۲۰-۱۰ درصد ارزش کل اقلام است.

نکته: معمولاًبرای اقلام دسته A جهت نظارت، از روش نقطهٔ سفارش (FOS) وبرای اقلام دسته B و C از روش دورهٔ سفارش

(FOI) استفاده می‌شود.

برنامه ریزی سفارشات دوره‌ای

فرضیات

۱- در هر دوره مقداری سفارش داریم و یا از موجودی دوره قبل استفاده می‌کنیم و حالت ترکیبی وجود ندارد.

۲- به مقداری سفارش می‌دهیم که مقدار تقاضای یک یا چند دوره (تعداد صحیح از دوره ها) را پوشش دهد .به عبارت دیگر اگر قرار باشد که مثلاً تقاضای دوره چهارم از دوره اول تأمین گردد تقاضای دوره دوم وسوم نیز باید از دوره اول تأمین گردد.

۳- هزینهٔ نگهداری بر اساس موجودی پایان دوره محاسبه می‌گردد.

٤- کمبود موجودی مجاز نیست.

٥- مقدار سفارش داده شده به صورت یکجا در اول دوره دریافت می‌شود.

پس هر گاه در انتهای یک دوره موجودی داشته باشیم در دوره بعد از آن سفارش نمی‌دهیم.

٦- مقدار موجودی پایان دوره باید جوابگوی یک دوره بعد باشد. یعنی اینکه مقدار سفارش در ابتدای هر دوره یا صفر است یا معادل تقاضای یک یا چند دوره آینده.

روش LUC

در این روش به مقداری سفارش می‌دهیم که حداقل هزینه برای هر واحد را داشته باشیم(با فرض اینکه قیمت خرید ثابت باشد)

LUC	مجموع هزینه سفارش و نگهداری	هزینه نگهداری	هزینه سفارش	مقدار سفارش	تعداد دوره
$\frac{A}{D_1}$	A	۰	A	D_1	۱
$\frac{A+D_2h}{D_1+D_2}$	$A+D_2h$	D_2h	A	D_1+D_2	۲
$\frac{A+D_2h+2D_3h}{D_1+D_2+D_3}$	$A+D_2h+2D_3h$	D_2h+2D_3h	A	$D_1+D_2+D_3$	۳

برای دوره های بعدی به همین نحو ادامه می‌دهیم تا جایی که مقدار LUC بزرگتر از مقدار قبلی‌اش شودوبه مقدار مجموع تقاضای دوره های قبل از آن سفارش می‌دهیم.

روش LTC

با این روش در هر مقطع زمانی به مقداری سفارش می‌دهیم که هزینهٔ کل مربوط به آن دوره کمترین مقدار را داشته باشد.برای نیل به این هدف باید قدر مطلق اختلاف بین هزینه های نگهداری وسفارش دهی کمترین مقدار ممکن را داشته باشد وقسمتی را انتخاب می‌کنیم که این اختلاف در آن حداقل باشد.

مجموع هزینه سفارش و نگهداری	هزینه نگهداری	هزینه سفارش	مقدار سفارش	تعداد دوره
A	D	A	D_1	۱
$\lvert A+D_2h \rvert$	D_2h	A	D_1+D_2	۲