# به نام خدا

# آماردرعلوم اجتماعی

رشته علوم اجتماعی

۲واحد درسی

نام منبع و مؤلف : آمار در علوم اجتماعی( از فصل دوم به بعد)،دکتر کریم منصورفر انتشارات دانشگاه پیام نور، ۱۳۷۴

علي محمد جوادي ،دستيار آموزشی دانشگاه پيام نور مرکز گيلانغرب



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# طرح درس

فصل دوم : لزوم وارد شدن نظریه احتمال در روشهای آماری

فصل سوم : متغیر تصادفی

فصل چهارم : برآورد واصول تخمین

فصل پنجم : آزمونهای آماری

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# جایگاه درس

درس آمار در علوم اجتماعی از دروس پایه دوره کارشناسی

علوم اجتماعی است.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل اوّل

- فضای نمونه یا فضای پیشامد ساده
- تعریف احتمال
- تعریف احتمال بر مبنای فراوانی نسبی
- قضایای مربوط به احتمال
- احتمال هندسی
- احتمال شرطی

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# عناوین فصل اوّل

- تعریف پیشامدهای مستقل و نامستقل
- قضایای مربوط به حاصل‌جمع و حاصل‌ضرب دو پیشامد مستقل
- قضایای مربوط به حاصل‌جمع و حاصل‌ضرب دو پیشامد وابسته
- قضیه بیس
- حل مسایل احتمالات بوسیله دیاگرام درخت
- آزمایشهای تکراری



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# فضای نمونه یا فضای پیشامد

فضای نمونه یا فضای حوادث ساده :

مجموعه‌ای که عناصرآن ، نمایش تمام نتایج ممکنه در یک آزمایش باشد فضای نمونه نام دارد و آن را با علامت U ویا S نشان می دهند . ( آزمایش عملی است که نتیجه آن معلوم نباشد )

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# فضای نمونه یا فضای حوادث ساده

**نکته : اگر K سکه را همزمان ویا یک سکه را K بار پرتاب کنیم تعداد حالات ممکنه برابر با** $2^K$

**همچنین اگر K تاس همزمان ویا یك تاس را K بار پرتاب کنیم تعداد حالات ممکنه برابر خواهد بود با** $6^K$



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....
WWW.PNUEB.COM

# فضای نمونه یا فضای حوادث ساده

❖ اگر کیسه ای دارای n مهره باشد تعداد حالات ممکنه برای اینکه m (m<n) مهره انتخاب شود برابر است با :

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!n!}$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# پیشامد یا حادثه

هر عضو از یک فضای نمونه را یک پیشامد یا حادثه گویند (هر زیرمجموعه‌ای ازفضای نمونه را یک‌حادثه‌گوییم و با حروف بزرگ A,B,... نمایش می‌دهیم.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# انواع پیشامد

- پیشامد حتمی یا یقینی
- پیشامد غیر ممکن
- پیشامد تصادفی



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامد حتمی یا یقینی

پیشامدی که تحت هر شرایط به طور اجتناب ناپذیر رخ دهد ، پیشامد حتمی نام دارد و آنرا با علامت I نشان می‌دهند.

مثلاً در ریختن یک تاس معمولی آمدن رویه کمتر از ۷ یک پیشامد حتمی است.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامد غیر ممکن

پیشامدی که رخ دادن آن تحت هیچ شرایطی هرگز ممکن نباشد ، پیشامد غیر ممکن نام دارد وآنرا با O نمایش می‌دهیم. مثلاً در ریختن یک تاس معمولی آمدن عدد بزرگتر از ۶ غیر ممکن است.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامد تصادفی

پیشامدی که ممکن است وقوع یابد یا وقوع نیابد مانند آمدن رویه ۵ در یک بار پرتاب تاس پیشامد تصادفی نام دارد.

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تعریف احتمال

احتمال پیشامد A عددی است که اندازه امکان وقوع را نشان دهد.
اگر یک آزمایش برای هر N حالت مختلف ، نتایج محتمل یکسان به دست دهد ،واگر n حالت ($n<N$)برای پیشامد Aکه با p(A)نشان داده می شود عبارت است از :

$$p(A)=\frac{n}{N}$$

و یا

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تعریف احتمال

اگر نتایج یک آزمایش بتواند کلاً به N حالت هم احتمال (یعنی از لحاظ وقوع پیشامد هیچ گونه امتیازی به هم نداشته باشند) و ناساز گار(مانعت الجمع یعنی با وقوع یکی از آنها وقوع حالات دیگرامکانپذیرنباشد)واقع شود و nحالت آن‌برای پیشامدمعین A مساعد باشد احتمال وقوع پیشامدA کسری است برابر:

$$p(A)=\frac{n}{N}$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# تعریف احتمال

به عبارت ساده تر

نسبت تعداد حالات مساعد بر تعداد حالات ممکنه را احتمال می نامند

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مساعد برای حادثه } A}{\text{تعداد حالات ممکنه}}$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تابع احتمال

قاعده یا قانون تناظری راگویندکه باهرپیشامد A درفضای نمونه یک عدد حقیقی p(A) راکه احتمال پیشامد A نامیده میشود ، مربوط کند به طوریکه برای هر پیشامد A ،

اولاً: $p(A) \geq 0$

ثانیاً:مجموع احتمالات مربوط به کلیه پیشامدهای متمایز مساوی یک گردد.

ثالثاً اگر پیشامدهای A,Bناسازگار باشند آنگاه تساوی زیر صادق باشد

$$p(A \text{ یا } B) = p(A) + p(B)$$

این خاصیت قضیه مجموع احتمالات نامیده می‌شود.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تعریف احتمال بر مبنای فراوانی نسبی

سکه ای را n بار می اندازیم اگر تعداد شیر آمدن آنرا $n_A$ بنامیم آنگاه فراوانی نسبی شیر آمدن سکه برابر $\frac{n_A}{n}$ خواهد بود حال اگرتعداد آزمایش را زیادتر کنیم این فراوانی نسبی به عدد $\frac{1}{2}$ نزدیک می‌شود .یعنی برای مقادیر بزرگ n یک سری پیشامد های تصادفی نسبتاًثابت می‌ماند که این مقدار ثابت را اندازه امکان وقوع می‌نامند وبه عنوان مقدار تقریبی احتمال پیشامد تصادفی قبول می‌شود.

$$p(A) = \frac{n_A}{n}$$



Payam Noor University Ebook
PNUeb
WWW.PNUEB.COM
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# احتمال بر مبنای فراوانی نسبی

نکته : در عمل ، احتمال همان فراوانی نسبی است که برای بیشترین تعداد آزمایش به دست آمده باشد.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضایای مربوط به احتمال

۱. احتمال پیشامد غیر ممکن صفر است. p(O)=0

۲. احتمال پیشامد یقینی مساوی یک است. p(I)=1

۳. برای هر پیشامد دلخواهA عددی وجود دارد که بین صفر ویک است: $0 \le p(A) \le 1$

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# قضایای مربوط به احتمال

۴.اگر پیشامدAزیر مجموعه پیشامد B باشد $(A \subset B)$ آنگاه رابطه $p(A) \leq p(B)$ برقرار خواهد بود .

۵.اگر پیشامد های A,B هم ارز باشند(A=B) آمگاه احتمالهای آنها مساوی خواهند بود. p(A)=p(B)

۶. مجموع احتمال وقوع پیشامد Aوعدم وقوع پیشامدA یعنی $(\overline{A})$ مساوی است با یک.

$$p(A)+p(\overline{A})=1$$

Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# فضای نمونه یا فضای حوادث ساده

❖ اگر کیسه ای دارای n مهره باشد تعداد حالات ممکنه برای اینکه m (m<n) مهره انتخاب شود برابر است با :

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!n!}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# قضایای مربوط به احتمال

۷. قضیه حاصل جمع احتمالات –اگر پیشامد A به s حالت ناسازگار $A_1, A_2, \ldots A_s$ تجزیه گردد،یعنی:

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_s \quad ، \quad A = A_1 \bigcup A_2 \bigcup \ldots \bigcup A_s$$

آنگاه احتمال پیشامد A که آن را پیشامد مرکب می نامند مساوی خواهد بودبا مجموع احتمالهای تک تک آنها.

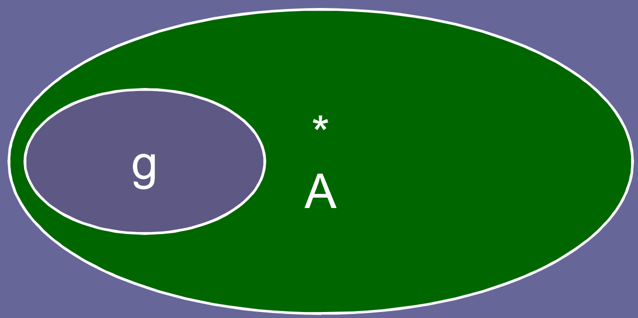
$$p(A) = p(A_1) + p(A_2) + \ldots + p(A_s) = \sum_{i=1}^{s} p(A_i)$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# احتمال هندسی

احتمال اینکه نقطهA در درون ناحیه g باشد برابر است با نسبت وسعت اندازه Gبر وسعت اندازهGیعنی:




$$P(A\epsilon g)=\frac{\text{اندازه وسعت ناحیه } g}{\text{اندازه وسعت ناحیه} G}$$




WWW.PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# احتمال هندسی

$$p(A \in g) = \frac{mes.g}{mes.G}$$

در احتمال هندسی نیز خواص زیر برقرار است :

$$0 \le p(A \in g) \le 1 \quad ، \quad p(\varnothing) = 0 \quad ، \quad p(A \in g) = 1$$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تعریف : حوادث شرطی

اگر رخ دادن یک حادثه (مانندA)مشروط به چگونگی وقوع حادثه دیگر(مانندB) باشد،این دوحادثه را نسبت به‌هم شرطی‌می‌گویند

بدیهی است که حوادث شرطی نسبت به هم وابسته اند.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# احتمال شرطی

احتمال وقوع پیشامدA هنگامی که پیشامدB قبلاً اتفاق افتاده باشد احتمال شرطی نامیده می شود و به صورت $p\left(A\middle|B\right)$ نشان داده میشود و چنین خوانده می‌شود:احتمال وقوع پیشامد A به شرط آنکه پیشامد B قبلاًوقوع یافته باشد.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# احتمال شرطی

در نظریه احتمال مطلب زیر را به عنوان تعریف احتمال شرطی قبول کرده اند:

$$p\left(A|B\right)=\frac{p\left(A\bullet B\right)}{p\left(B\right)}$$ به شرط آنکه $p(B)\neq 0$ باشد.

( $p(A|B)=\dfrac{p(A\bigcap B)}{p(B)}$ )

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامدهای مستقل

دو پیشامدA,B را مستقل از هم نامندکه وقوع یکی روی وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد به عبارت دیگر احتمال وقوع پیشامد با احتمال شرطی آن پیشامد یکسان باشد ، یعنی :

$$p(A|B) = p(A) \quad \text{همچنین} \quad p(B|A) = p(B)$$

اگر پیشامد A مستقل از پیشامد B باشد پیشامد B نیز مستقل از پیشامد A خواهد بود.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# پیشامد های مستقل

نکته :هرگاه از جامعه نمونه ای برداریم و دوباره آن نمونه را به جای خود باز گردانیم یعنی عمل جاگذاری را انجام دهیم آنگاه پیشامد اول تأثیری بر احتمال پیشامد دوم نخواهد داشت.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامدهای نا مستقل (وابسته )

دو پیشامد A,B را وابسته به هم نامند هرگاه وقوع یکی روی دیگری تأثیر داشته باشد .

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# پیشامدهای نامستقل (وابسته )

نکته : اگر از یک جامعه نمونه ای برداریم ودوباره آنرا در جای خود قرار ندهیم یعنی بدون جایگذاری نمونه گیری انجام دهیم آنگاه این دو پیشامد را وابسته به هم می نامند.

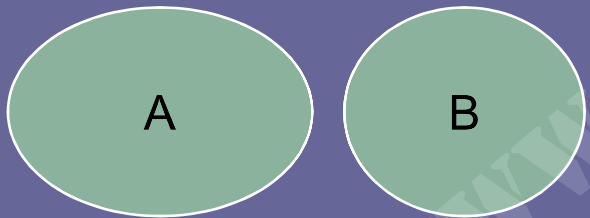
WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضیه حاصل جمع دو پیشامد ناسازگار

اگردو پیشامد A,B ناسازگار باشند (مانند شکل زیر)آنگاه احتمال حاصل جمع این دو پیشامد برابر با حاصل جمع تک‌تک آنها خواهد بود .یعنی:

$$p\left(A\bigcup B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)$$




احتمال مذکور برای S پیشامد مستقل برابراست با :

$$p\left(\sum_{i=1}^{s}A_i\right)=\sum_{i=1}^{s}p\left(A_i\right)$$



WWW.PNUEB.COM
PNUeb Payame Noor University Network
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# قضیه حاصل‌ضرب دوپیشامد مستقل

اگر دو پیشامد A,B مستقل ازهم باشند آنگاه احتمال‌حاصل‌ضرب این دو پیشامدمساوی است باحاصل‌ضرب احتمال های آن دو پیشامد.

$$p\left(A\bigcap B\right)=p(A)\bullet p(B)$$

این قضیه را برایSپیشامد مستقل $A_1, A_2, \ldots, A_s$ نیز می توان تعمیم داد

$$p\left(A_1\bigcap A_2\bigcap\ldots\bigcap A_s\right)=p(A_1)\bullet p(A_2)\ldots p(A_s)$$

WWW.*PNUEB*.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# حاصل جمع دو پیشامددر حالت کلی

اگر دو پیشامد A,B داشته باشیم دراینصورت احتمال حاصل جمع این دو پیشامد برابر با حاصل جمع احتمال تک‌تک آنها منهای احتمال اشتراک دو پیشامد ،که ممکن است این احتمال صفر باشد

$$p(A \bigcup B) = p(A) + p(B) - p(A \bigcap B)$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضیه حاصل جمع سه پیشامد در حالت کلی

قضیه حاصل جمع را درمورد S پیشامد نیز می‌توان به کار برد .
مثلاًبرای سه پیشامد A,B,C عبارت است از :

$$p(A\bigcup B\bigcup C)=p(A)+p(B)+p(C)-p(A\bigcap B)-p(A\bigcap C)-p(B\bigcap C)+p(A\bigcap B\bigcap C)$$

ملاحظه می‌شود که پیشامد های فرد دارای علامت مثبت و پیشامدهای زوج دارای علامت منفی است.

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# قضیه حاصل‌ضرب دو پیشامد وابسته

احتمال حاصل‌ضرب دو پیشامد وابسته مساوی است با حاصل‌ضرب احتمال یکی از این پیشامدها در احتمال شرطی پیشامد دیگر به شرطی که پیشامد قبل وقوع یافته باشد.یعنی:

$$p(A\bigcap B)=p(A)\bullet p(B|A)=p(B)\bullet p(A|B)$$

این فرمول از طرفین و وسطین کردن احتمال شرطی بدست آمده است.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضیه حاصل‌ضرب دو پیشامد وابسته

قضیه حاصل‌ضرب دو پیشامد وابسته را می‌توان برای S پیشامد $A_1, A_2, \ldots, A_s$ تعمیم داد.

$$p\left(A_1 \bigcap A_2 \bigcap \ldots \bigcap A_s\right) = p\left(A_1\right) \bullet p\left(A_2 | A_1\right) \ldots p\left(A_s \bigcap A_1 A_2 \ldots A_{s-1}\right)$$

این قضیه به نام قضیه عمومی حاصل‌ضرب احتمالها نامیده می‌شود.

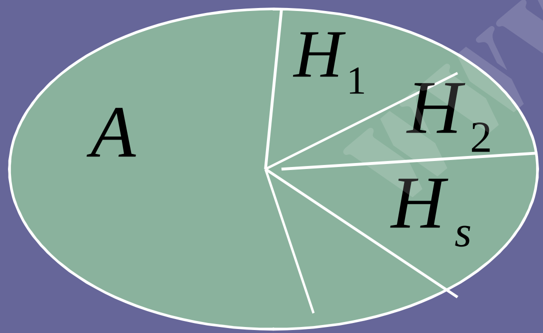
WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# قضیه بیس (بیز)

اگر $H_1, H_2, \ldots, H_s$ پیشامدهایی ناسازگار باشندکه یکی از آنها باید در یک آزمایش رخ دهد ، یعنی:

$$p(H_1) + p(H_2) + \ldots + p(H_s) = 1$$

و A عبارت از پیشامدی که برای آن $p(A) \neq 0$ باشد.




Payam Noor University Ebook
PNUeb
کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# قضیه بیس (بیز)

در اینصورت احتمال شرطی $p(H_i|A)$ برای هریک از پیشامدهای $H_1, H_2, \ldots, H_s$ به شرطی که پیشامد A رخ داده باشد از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$p(H_i|A) = \frac{p(H_i) \times p(A|H_i)}{\sum_{i=1}^{s} p(H_i) \bullet p(A|H_i)}$$

مخرج کسر را احتمال متوسط می‌نامندو آنرا با $p(A)$ نشان می دهند.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# درخت

اگر تعداد آزمایشها (n) محدود باشد ،می‌توان شمارش پیشامدهای ممکن و مساعد را با استفاده از یک روش ترسیمی که به نام دیاگرام درخت نامیده می‌شود به راحتی تعیین و احتمال های این قبیل پیشامدهارا به آسانی محاسبه کرد

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمایشهای تکراری

اگر در یک آزمایش تکراری p احتمال موفقیت یک پیشامد در یک آزمایش و q احتمال عدم وقوع باشد .احتمال اینکه در n آزمایش مورد نظر موفقیت آن آزمایش درست m بار تکرار شود توسط فرمول زیر بیان می شود :

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

که در آن $p_n(m)$ نشانگر احتمالی است که در n بار آزمایش پیشامد A به تعداد m بار رخ می‌دهد و

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



Payam Noor University Ebook
PNUeb
WWW.PNUEB.COM
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل دوم

- متغیر تصادفی
- متغیر تصادفی گسسته
- متغیر تصادفی پیوسته
- تابع توزیع
- تابع احتمال
- قانون اعداد بزرگ
- قضیه حد مرکزی



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل دوم

- امید ریاضی یک متغیر تصادفی
- خواص امید ریاضی
- امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته
- واریانس وانحراف معیار متغیرتصادفی گسسته
- خواص واریانس
- توزیع های معیار برای متغیر گسسته
- توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته



WWW.PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی

متغیر هایی را که برحسب نتیجه آزمایش مقدار اختیار می‌کنند متغیر تصادفی می‌نامند

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# ناحیه تعریف

مجموعه مقادیری که متغیر تصادفی می‌تواند اختیار کند مجموعه مقادیر ممکن متغیر یا ناحیه تعریف آن نامیده می‌شود

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

در ریاضیات اگر رابطه ای میان متغیر x,y داشتیم برای x مقادیر را خودمان انتخاب می‌کردیم و این انتخاب تصادفی نبود بلکه کاملاًانتسابی بود در صورتیکه انتخاب متغیرهای تصادفی اساساًاختیاری نیست در هر آزمایش مقدار متفاوتی به دست می آید که مقدار آن کاملاًتصادفی است وقبل از آزمایش نمی توان گفت که چه مقداری برای نتیجه آزمایش حاصل خواهد شد.

WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# قرارداد

متغیرهای تصادفی را با حروف بزرگ مانند...$X,Y,$ و مقادیر متغیرهارا با حروف کوچک مانند...$x,y,$نشان خواهیم داد.

WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی گسسته

متغیرتصادفی را گسسته نامند که فقط بتواند مقادیر معینی را در روی خط اعداد گویا اختیار کند.به عبارتی متغیرتصادفی که بتواندمجموعه اعداد شمارش پذیر را اختیار کندمتغیرتصادفی تصادفی گسسته نامیده می شود .

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# انواع متغیر تصادفی گسسته

WWW.PNUEB.COM

۱. متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت
۲. متغیر تصادفی با توزیع دوجمله ای
۳. متغیر تصادفی با توزیع پواسن



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیرتصادفی با توزیع یکنواخت

متغیری است که به ازاءتمامی مقادیر آن احتمالهایش ثابت بماند یعنی:

$$p(x)=\frac{1}{n}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیرتصادفی با توزیع دو جمله ای

متغیر تصادفیX که میدان تغییرات آن مجموعه اعداد صحیح مثبت از صفر تاn تشکیل می دهد واحتمال متناظر با آن مقادیرتوسط جمله عمومی خیام ونیوتن (فرمول برنولی)بیان می‌شود متغیر تصادفی با توزیع دو جمله‌ای نامیده می‌شود:

$$p_x(x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل دوم

- متغیر تصادفی
- متغیر تصادفی گسسته
- متغیر تصادفی پیوسته
- تابع توزیع
- تابع احتمال
- قانون اعداد بزرگ
- قضیه حد مرکزی

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل دوم

- امید ریاضی یک متغیر تصادفی
- خواص امید ریاضی
- امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته
- واریانس وانحراف معیار متغیرتصادفی گسسته
- خواص واریانس
- توزیع های معیار برای متغیر گسسته
- توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی

متغیر هایی را که برحسب نتیجه آزمایش مقدار اختیار می‌کنند متغیر تصادفی می‌نامند

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# ناحیه تعریف

مجموعه مقادیری که متغیر تصادفی می‌تواند اختیار کند مجموعه مقادیر ممکن متغیر یا ناحیه تعریف آن نامیده می‌شود

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....كتابخانه الكترونيكي پيام نور.....

# نکته

در ریاضیات اگر رابطه ای میان متغیر x,y داشتیم برای x مقادیر را خودمان انتخاب می‌کردیم و این انتخاب تصادفی نبود بلکه کاملاًانتسابی بود در صورتیکه انتخاب متغیرهای تصادفی اساساًاختیاری نیست در هر آزمایش مقدار متفاوتی به دست می آید که مقدار آن کاملاًتصادفی است وقبل از آزمایش نمی توان گفت که چه مقداری برای نتیجه آزمایش حاصل خواهد شد.

WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قرارداد

متغیرهای تصادفی را با حروف بزرگ مانند...,X,Y و مقادیر متغیرهارا با حروف کوچک مانند....,x,yنشان خواهیم داد.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی گسسته

متغیرتصادفی را گسسته نامند که فقط بتواند مقادیر معینی را در روی خط اعداد گویا اختیار کند.به عبارتی متغیرتصادفی که بتواندمجموعه اعداد شمارش پذیر را اختیار کندمتغیرتصادفی تصادفی گسسته نامیده می شود .



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# انواع متغیر تصادفی گسسته

۱. متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت
۲. متغیر تصادفی با توزیع دوجمله ای
۳. متغیر تصادفی با توزیع پواسن

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیرتصادفی با توزیع یکنواخت

متغیری است که به ازاءتمامی مقادیر آن احتمالهایش ثابت بماند

یعنی:

$$p(x)=\frac{1}{n}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....كتابخانه الكترونيكي پيام نور

# متغیرتصادفی با توزیع دو جمله ای

متغیر تصادفیx که میدان تغییرات آن مجموعه اعداد صحیح مثبت از صفر تاn تشکیل می دهد واحتمال متناظر با آن مقادیرتوسط جمله عمومی خیام ونیوتن (فرمول برنولی)بیان می‌شود متغیر تصادفی با توزیع دو جمله‌ای نامیده می‌شود:

$$p_x(x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی با توزیع پواسن

متغیر تصادفی ناپیوسته X که میدان تغییرات آن مجموعه اعداد غیرمنفی‌باشدواحتمالهای مقادیرXبا فرمول

$$p(x) = \frac{a^{x} \cdot e^{-a}}{x!}$$

بیان شده باشدآن را متغیر تصادفی پواسن می نامند.

در فرمول تقریبی پواسن $a = np$ (میانگین)مقدار ثابت است و eپایه دستگاه لگاریتمهای طبیعی است ومقدارآن تقریباً۷۲/۲ می باشد.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکات

نکته: هنگامی از فرمول پواسن استفاده می‌شود که تعداد زیادی وقایع مستقل از هم صورت می‌گیردولی برای هریک از آنها احتمال کوچکی وجود داردکه پیشامد معینی اتفاق افتد. (وقایع کمیاب)

نکته:در توزیع پواسن واریانس ومیانگین با هم برابرند،یعنی:

$$¢^{2} = a$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# متغیر تصادفی پیوسته

متغیرتصادفی پیوسته X ،تمامی مقادیرممکن واقع دریک فاصله رامی‌تواند قبول‌کند. بنابراین برای متغیرتصادفی پیوسته باید احتمال فاصله‌هارادرنظر بگیریم ..

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تابع چگالی

درتوزیعهای پیوسته احتمال اینکه X دقیقاً یکی از مقادیر را اختیارکندبرابرصفراست درنتیجه امکان نوشتن تابع احتمال به صورت جدول نیست بلکه تابع را فقط می‌توان به صورت فرمول نوشت.

توزیع احتمالاتX رابوسیله نمایش تابع f(x) در نظر می‌گیریم وf(x)راتابع چگالی توزیع احتمالات ویا به طور ساده تر تابع چگالی می‌نامیم.

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....
WWW.PNUEB.COM

# تابع چگالی

تابع چگالی برای یک متغیر تصادفی پیوسته X تابعی است مانند f(x) با خواص زیر : $f(x) \geq 0$

سطح زیر منحنی برابر با یک است؛

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

احتمال اینکهXدرفاصله بینaو b باشد

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = p(a < x < b)$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....كتابخانه الكترونيكي پيام نور.....

# تعریف

اگر متغیر تصادفی پیوسته X دارای تابع چگالی احتمال $f(x)$ باشد آنگاه تابع توزیع تجمعی X به صورت زیر تعریف می‌شود

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

پس: $F'(x) = f(x)$ (منظوراز $F'(x)$ مشتق $F(x)$ است.)

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تابع توزیع

فرض کنید Xیک متغیر تصادفی وx یک عدد حقیقی دلخواه باشد. احتمال اینکه متغیر تصادفی X مقداری کوچکتر یا مساوی x اختیار کند تابع توزیع احتمال متغیر تصادفیX گفته می‌شودوآن رابا $F_x(x)$ نشان می‌دهندبنابراین مفهوم تابع توزیع به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$F_x(x) = p\{X \leq x\}$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# تابع احتمال

جدول یا فرمولی که تمام مقادیر متغیر تصادفی گسسته را همراه با احتمالهای متناظرشان نشان دهدتابع احتمال نامیده می‌شود و معمولاًآن را با p(x) ویا با g(x) نشان می‌دهند.

$$p(x) = p(X = x)$$

برای متغیر تصادفی گسسته گاهی به جای تابع احتمال آن را توزیع احتمال می‌گویند.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# فرمول کلی تابع احتمال

فرمول کلی تابع احتمال برابر است با :

$$p(x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قانون فوق هندسی

کیسه ای دارای $N_p$ مهره سفیدو $N_q$ مهره سیاه است یعنی

$N = N_p + N_q$ نمونه ای مرکب از n مهره استخراج می‌کنیم

$n < N$ متغیر تصادفی X عبارتست از تعداد مهره های سفید در این نمونه.تابع احتمال عبارت است از :

$$p(x) = \frac{C_{Np}^{x} . C_{Nq}^{n-x}}{C_{N}^{x}}$$

و آن را قانون فوق هندسی می گویند.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قانون اعداد بزرگ

قانون اعداد بزرگ ارتباط نزدیک احتمال یک پیشامد را با فراوانی نسبی آن در یک سری آزمایش که تعداد آنها به اندازه کافی زیاد باشد برقرارمی‌کند. یعنی هرچه تعداد آزمایش زیادتر گردد فراوانی نسبی نیزبه سمت احتمال حقیقی وقوع همان پیشامد میل خواهد کرد.

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قانون اعداد بزرگ

قانون اعداد بزرگ شامل قضیه برنولی و قضیه پواسون است.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضیه برنولی

اگر احتمال وقوع پیشامد معین A در کلیه آزمایشها ثابت بماند، یعنی ثابت = $p(A)$ آنگاه با افزایش نامحدود تعداد آزمایشها $(n)$ فراوانی نسبی $\left(\frac{n_A}{n}\right)$ به احتمال وقوع آن پیشامد نزدیک ونزدیکتر می‌گردد. یعنی:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n_A}{n}=p(A)$$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضیه پواسون

اگر احتمال وقوع پیشامد Aدر nآزمایش برابر با $p_1, p_2, \ldots, p_n$ باشد به طوری‌که $p_M = \dfrac{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}{n}$ گرددآنگاه با احتمال نزدیک به یک،فراوانی نسبی این پیشامد در صورتی که تعداد آزمایش به اندازه کافی زیاد باشدبه احتمال متوسط $(p_M)$ وقوع آن نزدیک خواهد شد.یعنی:

$$\left| \frac{n_A}{n} - p_M \right| < £$$

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور
WWW.PNUEB.COM

# قضیه حد مرکزی

اگر به صورت تصادفی ازیک جامعه نامحدودنمونه ای با حجم $n \geq 30$ انتخاب شود:

۱. میانگین نمونه دارای توزیع نرمال است.

۲. اندازه میانگین این توزیع با میانگین جامعه برابراست.

۳. این توزیع دارای انحراف معیاری است که به خطای استاندارد یا خطای معیار میانگین معروف است وبا $\pm_d$ ویا $\pm_{\bar{x}}$ نمایش‌می‌دهندیعنی $\pm_d = \frac{\pm}{\sqrt{n}}$ که در آن $n$ حجم نمونه و $\pm$ انحراف معیار جامعه است.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

اگر جامعه میانگینها را استاندارد کنیم یعنی از هر میانگین $\left(\overline{x_i}\right)$ « ،
را کسر کرده و به انحراف معیار میانگین‌ها تقسیم نماییم .به این صورت:

$$U_i = \frac{\overline{x}_i - «}{\frac{¢}{\sqrt{n}}}$$

آنگاه این متغیر جدید U دارای میانگین صفرو واریانس یک خواهد بود. یعنی:

$\lim\limits_{n\to\infty}$

(توزیع استاندارد جامعه میانگین‌ها) =N(0,1)

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# نکته

طبق قضیه حد مرکزی اگر توزیع متغیر مورد مطالعه نرمال باشدتوزیع میانگین هم نرمال خواهد بود

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# امید ریاضی یک متغیر تصادفی

میانگین حسابی تمامی مقادیر ممکن کمیت تصادفی در تئوری احتمالات امید ریاضی نامیده می‌شود.

امید ریاضی متغیر تصادفی عددی است که نشان می‌دهد به طور متوسط چه مقداری از متغیر تصادفی را در آزمایش باید انتظار داشت.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# امید ریاضی (متغیر گسسته)

اگر $x_1, x_2, \cdots, x_s$ مقادیر ممکن یک متغیر تصادفی X بوده و $p_1, p_2, \ldots, p_s$ نیز احتمالهای متناظر این مقادیر باشند به طوری که $\sum_{i=1}^{s} p_i = 1$ باشد در اینصورت

$$E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_s x_s$$

را امید ریاضی متغیر تصادفی X می‌نامند و آن را به صورت زیر نشان می‌دهند:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{s} p_i x_i$$

که در آن $p_1, p_2, \ldots, p_s$ وزن متغیر تصادفی نامیده می‌شوند.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# نکته

اگر متغیرتصادفی X مقادیر به تعداد نامحدود شمارش پذیر

$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ رابا احتمالهای $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots$ اختیار کند

آنگاه امید ریاضی آن کمیت عبارت است از

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i x_i$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تعریف (امید ریاضی)

اگر p احتمال وقوع یک رویداد در یک آزمایش و X تعداد رویدادها در n آزمایش تکراری باشد ، تعداد رویدادهای مورد انتظار یعنی امید ریاضی آن پیشامد در n آزمایش برابر است با:

$$E(X) = np$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص امید ریاضی

۱–اگرمتغیر تصادفی همیشه مقدار ثابتC را اختیارکند آنگاه امید ریاضی این متغیر تصادفی همان مقدار ثابت C خواهد بود .

$$E(c)=c$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص امید ریاضی

۲- اگر X را متغیر تصادفی و c را عدد حقیقی در نظر بگیریم آنگاه :

$$E(X+c)=E(X)+c \quad \text{و} \quad E(cX)=cE(X)$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص امید ریاضی

۳- اگر متغیرتصادفی Xبتواند مقادیر $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ومتغیر تصادفی Y بتواند مقادیر $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ را قبول کند امید ریاضی متغیر تصادفی $X+Y$ که از ترکیب دو متغیر تشکیل شده است مساوی است با حاصل جمع دو امید ریاضی یعنی:

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$$

قاعده فوق را جمع پذیر بودن امید ریاضی می نامند.



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص امید ریاضی

۴- امید ریاضی حاصلضرب دو متغیر تصادفی مستقل از یکدیگر برابر است با حاصلضرب امید ریاضی آن دو متغیر تصادفی

یعنی اگر دو متغیر تصادفی X,Y از هم مستقل باشند داریم:

$$E(XY) = E(X).E(Y)$$

WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

دو خاصیت اخیر را می‌توان برای n متغیر تصادفی $X_1, X_2, \ldots, X_n$ نتیجه گرفت:

$$E\left(X_1 + X_2 + \ldots + X_n\right) = E\left(X_1\right) + E\left(X_2\right) + \ldots + E\left(X_n\right)$$

و همچنین

$$E\left(X_1 X_2 \ldots X_n\right) = E\left(X_1\right) \times E\left(X_2\right) \times \ldots \times E\left(X_n\right)$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# امید ریاضی یک متغیر تصادفی پیوسته

نکته :اگر متغیر تصادفی X پیوسته باشد ، تابع احتمال را تابع چگالی احتمال می‌نامند.

$f(x)$

اگر متغیر تصادفی Xپیوسته بوده و دارای تابع چگالی احتمال $f(x)$ باشد یعنی:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

آنگاه امید ریاضی متغیر X بوسیله انتگرال زیر تعریف می‌شود :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx$$

البته به شرط آنکه انتگرال فوق دارای جواب باشد .



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....
WWW.PNUEB.COM

# واریانس‌متغیر تصادفی گسسته

واریانس متغیر تصادفی عبارتست از امید ریاضی توان دوم انحراف متغیرتصادفی X از امید ریاضی خود:

$$D(X) = E[X - E(X)]^2$$

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

ویا

یعنی واریانس متغیر تصادفی برابر است با امید ریاضی مجذور متغیر تصادفی یعنی $E(X^2)$ منهای مجذور امید ریاضی متغیر تصادفیX .

علي محمد جوادي ،دستيار آموزشی دانشگاه پيام نور مرکز گيلانغرب



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# انحراف معیار متغیر تصادفی

انحراف معیار متغیر تصادفی عبارت است از مجذور مثبت واریانس و آن را با ¢ نشان می‌دهندیعنی:

$$¢ = \sqrt{D(X)}$$



WWW*PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص واریانس

۱- اگر متغیر تصادفی X ثابت باشد یعنی X=c در اینصورت:

$$D(X) = D(c) = 0$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص واریانس

۲- اگر متغیر تصادفی X به مقدارثابت c تقسیم شود واریانس کل برابراست با :

$$D\left(\frac{X}{c}\right)=\frac{D(X)}{c^{2}}$$

و اگر ضرب کنیم :

$$D(cX)=c^{2}[D(X)]$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# خواص واریانس

۳-حاصل‌جمع (یا تفاضل) واریانس دو متغیر تصادفی مستقل و ناسازگار X,Y عبارتست از حاصل‌جمع (یاتفاضل)تک‌تک متغیرهای تصادفی X,Y یعنی:

$$D(X \pm Y) = D(X) \pm D(Y)$$

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# توزیع‌های معیاربرای متغیرگسسته

۱- توزیع یکنواخت :

امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت به قرار زیر است:

$$E(X) = \bar{x} \quad \text{و} \quad D(X) = \overline{x^2} - \left(\bar{x}\right)^2$$

که:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \quad \text{و} \quad \overline{x^2} = \frac{x_1^{\,2} + x_2^{\,2} + \ldots + x_n^{\,2}}{n}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیاربرای‌متغیر گسسته

۲- توزیع دو جمله‌ای:

b(x,n,p) و نماد n,p با پارامترهای $p(x)=C_n^x p^x q^{n-x}$

توزیعی نامتقارن است تنها در صورتی متقارن می‌باشد که

$p = \frac{1}{2}$ گردد.

امید ریاضی و واریانس توزیع دو جمله ای عبارت است از:

$$E(x) = np \qquad p(x)=C_n^x p^x q^{n-x}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع های معیار برای متغیر گسسته

۱-توزیع پواسون:

$$p(x)=\frac{a^{x}e^{-a}}{x!}$$

که درآن a پارامتری مثبت است .امید ریاضیو واریانس توزیع پواسن عبارت است از:

$$E(x)=a \quad و \quad D(x)=a$$

امید ریاضی و واریانس این توزیع با هم برابرند .

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور .....

# تعریف چگالی برای متغیر پیوسته

تابع چگالی برای یک متغیر تصادفی پیوسته X تابعی است مانند f(x) با خواص زیر:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = p(a < x < b)$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# توزیع‌های معیاربرای متغیرپیوسته

۱-توزیع یکنواخت:تابع چگالی توزیع یکنواخت در فاصله $f(x)=c$ معین (a,b) ثابت است ودر خارج آن صفر می‌باشد.

که در آن $c=\frac{1}{b-a}$ پس

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & a\le x\le b\\ 0 & \text{درسایرنقاط}\end{cases}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

امید ریاضی و واریانس توزیع یکنواخت در فاصله [a,b] عبارت است از:

$$D(x)=\frac{1}{12}(b-a)^2 \qquad \text{و} \qquad E(X)=\frac{1}{2}(b+a)$$

این توزیع در مواردی نظیر،مطالعه گرد کردن اعداد وطول زمان استفاده می‌شود



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

۲–توزیع نرمال:تابع چگالی منحنی نرمال عبارتست از :

$$f\left(x\right)=\frac{1}{¢\sqrt{2®}}e^{-\frac{\left(x-«\right)^{2}}{2¢^{2}}}$$

که درآن $e=2/72$ و $®=3/14$

ونیز $-\infty<x<+\infty$ و $-\infty<«<+\infty$

$$0<¢^{2}<+\infty$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

با تغییر متغیر $u = \frac{x - \mu}{\sigma}$ تابع چگالی منحنی نرمال به صورت زیر درمی‌آید :

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

دراین‌صورت آنرا منحنی نرمال استانداردشده می‌گویندکه دارای میانگین صفر وانحراف معیار یک است.

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

# نمودار نرمال

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

علي محمد جوادي ،دستیار آموزشی دانشگاه پیام
نور مرکز گیلانغرب

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

خواص منحنی نرمال :

- منحنی فوق متقارن است یعنی میانگین، میانه ونما با هم برابر است.

$$Q_3 = -Q_1 = 0.6745$$

- چارکهای $Q_1$ و $Q_3$ عبارتند از:
- میدان‌تغییرات صفت درمنحنی نرمال $(R = x_{max} - x_{min})$ تقریباً ۶ برابر انحراف معیار است.



WWW.*PNUEB*.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

❖ میانگین قدر مطلق انحرافات توزیع نرمال برابر است:

$$- = ¢\sqrt{\frac{2}{®}} = 0.7979 \times ¢$$

❖ نسبت انحراف معیار بر میانگین قدر مطلق انحرافات تقریباًبرابر با ۱/۲۵می باشد

$$\frac{s}{-} \# 1/25$$



WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook

PNUeb

....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

❖ ضرایب چولگی وکشیدگی آن صفراست $\left(A = k = 0\right)$ شکل پراکندگی منحنی نرمال به مقدار انحراف معیار ¢ مربوط است اگر ¢ کوچک باشدپراکندگی کمترواگر ¢ بزرگ باشد پراکندگی توزیع جامعه از نرمال $\left(¢ = 1\right)$ بیشتر است.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

۳- متغیرتصادفی پیوسته با توزیع نمایی: متغیر تصادفی پیوسته X که مجموعه مقادیر ممکن آن تمامی اعداد حقیقی غیر منفی در فاصله $(0,+\infty)$ باشد وچگالی آن را در این فاصله با فرمول $f(x)=\alpha e^{-\alpha x}$ بیان شده باشد ودر آن a عددی ثابت و مثبت است وآن‌را پارامتر توزیع‌نمایی می‌نامند.

امید ریاضی و واریانس آن برابر است با :

$$E(X)=\frac{1}{\alpha} \qquad D(x)=\frac{1}{\alpha^2}$$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# توزیع‌های معیار برای متغیر پیوسته

۴- توزیع کی‌دو $\chi^2$: تابع چگالی کی‌دو عبارت است از:

$$f\left(\chi^2\right)=c\left(\chi^2\right)^{\frac{\nu-2}{2}}\times e^{-\frac{x^2}{2}}$$

این قانون تنها از یک پارامتر $\nu$ یعنی درجه آزادی تبعیت می‌کند
و C یک عدد ثابت وابسته به $\nu$ است وطوری تعیین می‌شود که
سطح زیر منحنی معادل یک گردد.

امید ریاضی و واریانس این توزیع برابر است با:

$$E\left(\chi^2\right)=\nu$$

و

$$D\left(\chi^2\right)=2\nu$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل سوم

- برآورد
- برآورد مناسب
- میزان اریب
- برآورد نقطه ای
- برآورد نااریب



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوين فصل سوم

- تخمین زن
- کاراترین تخمین زن
- برآورد فاصله‌ای
- برآورد نقطه‌ای میانگین
- برآورد فاصله‌ای میانگین

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل سوم

- برآورد تفاضل دو میانگین
- برآورد نسبت
- برآورد فاصله‌ای تفاضل دونسبت
- برآورد واریانس
- برآورد ضریب همبستگی

WWW.*PNUEB*.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد

تعیین تقریبی مقدار پارامتریا پارامترها توسط نمونه تصادفی به حجم n ، برآورد کردن یا تخمین زدن آماری نامیده می‌شود.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد مناسب

برای آنکه برآورد پارامتر از جامعه ، برآورد مناسبی باشد بایست :

اولاًواریانس برآورد کم باشد ،

ثانیاًبرآورد نااریب باشد .

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# میزان اریب

تفاضل بین امید ریاضی برآورد کننده وکمیت مورد برآورد جامعه را میزان اریب گویند. اگر این تفاضل صفر باشد برآورد کننده را نااریب و در غیر اینصورت آن را برآورد کننده اریب می‌گویند . به عبارتی اگر امید ریاضی یک پارامتر برابر با پارامتر متناظرجامعه باشد آن پارامتر را نااریب می‌نامند.

مقدار مشخصه جامعه-(برآورد کننده)E =میزان اریب

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد نقطه‌ای

برآوردی از یک پارامتر جامعه که بایک عدد مشخص گردد برآورد نقطه ای آن پارامتر نامیده می‌شود.

معمولاً پارامترجامعه را با $\bar{\ }$ و برآورد نقطه‌ای آن را با $\hat{\ }$ نمایش می‌دهند.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد کننده ناریب

$\hat{}$ برآورد کننده نا اریب $\bar{}$ است اگر و فقط اگر داشته باشیم

$$E\left(\hat{}\right)=\bar{}$$

مثلاًاگر میانگین جامعه « و واریانس جامعه $¢^2$ باشند وازاین‌جامعه نمونه تصادفی n تایی انتخاب گردد که مقادیر آنها $x_1, x_2, \ldots, x_n$ شود آن گاه $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}$ برآوردی « و $s^2=\frac{\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}$ برآوردی برای $¢^2$ هستند .



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تخمین زن

تخمین زن دستور یا قاعده ای است که نشان می‌دهد چگونه یک تخمین را بر اساس مقادیر به دست آمده در نمونه باید محاسبه کرد.مثلاًدر مورد میانگین فرمول آن تخمین زن است .

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# کاراترین تخمین زن

اگر برای یک پارامتر جامعه چند تخمین زن ( فرمول ) ناااریب وجود داشته باشدتخمین زنی که دارای کمترین واریانس باشد را تخمین زن دقیق و یا کاراترین تخمین زن می‌گویند



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد فاصله‌ای

وقتی که برآورد یک مشخص کننده یا پارامتر توسط دو عدد نشان داده شود آن مشخص کننده بین آن دو عدد واقع است .در اینصورت برآورد را فاصله ای می گویند .چون دقت و صحت برآورد فاصله ای بیشتر از برآورد نقطه ای است بدین دلیل بر برآورد نقطه ای برتری دارد.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# برآورد فاصله ای

اگر به برآورد نقطه‌ای هر پارامتر خطای معیار آن را اضافه و کم کنیم برآورد فاصله ای به دست می‌آید که کرانه بالا را حد بالا $(\overline{L})$ و کرانه پایین را حد پایین $(\underline{L})$ فاصله اطمینان می‌نامند. در واقع $\underline{\wedge}$ بین آن دو حد قرار می‌گیرد . به عبارتی :

خطای‌معیارهمان‌پارامتر $\pm$ برآورد نقطه‌ای پارامتر= برآورد فاصله ای پارامتر



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# نکته

اگر حجم نمونه (n) افزایش یابد برآورد ما به مقدار پارامتر نزدیکتر بوده وبالأخره فاصله برآورد کوتاهتر خواهد بود.هرچه فاصله برآورد کوتاهتر گردد دقت برآورد بیشتر خواهد بود .

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

فاصله اطمینان بیشتر به ما اطمینان زیادتری خواهد داد که فاصله داده شده شامل پارامتر مجهول خواهد بود.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

در حالت متعارف ترجیح خواهیم داد که فاصله کوتاهتر با درجه اطمینان بیشتر داشته باشیم.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآوردنقطه‌ای‌میانگین

برآورد نقطه‌ای هرمیانگین از داده های نمونه طبق فرمول زیر به دست می‌آید .

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

وبدون اریب می‌باشد.

$$« = E\left(\bar{x}\right)$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور......

# برآورد فاصله ای میانگین

برآورد فاصله‌ای میانگین ازرابطه زیر به دست می‌آید $\bar{x} \pm d$ : «

که در آن dرا خطای معیار $\bar{x}$ یا خطای نمونه می‌گویندومقدار آن
برای نمونه های کوچک برابر است با

$$d = t\frac{s}{\sqrt{n}}$$

ویا

$$d = t\sqrt{\frac{ss}{n(n-1)}}$$

ازطرفی

$$ss_x = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد فاصله ای میانگین

در صورتی که حجم نمونه به اندازه کافی بزرگ باشد $(n \geq 30)$ (تقریباً نرمال باشد)

با ۵درصدخطا مقدار d برابراست با:

$$d = 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

و با یک درصد خطا مقدار d برابر با

$$d = 2.58 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد فاصله ای میانگین

برای جامعه نرمال فاصله اطمینان برابراست با :

$$« = \bar{x} \pm z \frac{¢}{\sqrt{n}}$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد فاصله ای میانگین

در صورتی‌که ¢ مجهول باشدبه عبارتی توزیعX نرمال نباشدآنگاه فاصله اطمینان برابر است با :

$$« = \bar{x} \pm t \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm t\left(\bar{x}\text{معیارخطای}\qquad\qquad\right)$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد تفاضل دو میانگین

در صورتیکه برآورد تفاضل دو میانگین واقعی $\left(«_1 - «_2\right)$ مورد نظر باشد آن گاه خطای معیار متغیر تصادفی $\left(\overline{x_1} - \overline{x_2}\right)$ عبارت است از

$$d = t.\sqrt{\frac{ss_1 + ss_2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

¢ با افزایش حجم نمونه (n) و همچنین با کاهش انحراف معیار( و یا S) خطای نمونه‌گیری (d)کاهش می‌یابد.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تبصره

اگر اطمینان داشته باشیم که واریانس واقعی دو جامعه مورد مطالعه یکسان نباشد آن گاه خطای معیار برابر است با :

$$s_d = \sqrt{\frac{ss_1}{n_1(n_1-1)} + \frac{ss_2}{n_2(n_2-1)}}$$

WWW.PNUEB.COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد نسبت

نسبت واحدهای‌جامعه که ویژگی موردنظررا دارا هستند باعلامت ® نشان خواهیم داد .

و p مساوی است با تعداد افراد نمونه که یک ویژگی به خصوص را دارا هستند تقسیم برتعداد کل افراد نمونه .

Pبرآوردی است  ناریب از ®(نسبت واقعی در جامعه )یعنی:

$$E(p) = ®$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد نسبت

واریانس حقیقی متغیرتصادفی p عبارت است از

$$¢^{2} = \frac{®\left(1 - ®\right)}{n}$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد نسبت

$s_p^2$ برآوردی از واریانسی است که در جامعه وجود داردکه آنرا به شکل زیر نشان می‌دهند:

$$s_p^2 = \frac{pq}{n}$$

$$s_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد نسبت

برآورد فاصله‌ای یا فاصله اطمینان برای ®عبارتست از :

$$p - d < ® < p + d$$

که در فاصله اطمینان ۹۵ درصد d برابر است با :

$$d = z.s_p = 1/96\sqrt{\frac{pq}{n}}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد فاصله ای تفاضل دو نسبت

اگر نسبت صفت A را درنمونه ای ازجامعهٔ ۱ $p_1$، ودر نمونه ای از جامعهٔ ۲ ، $p_2$ بنامیم. آنگاه انحراف معیار متغیر تصادفی $(p_1 - p_2)$ برابر است با :

$$s_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

معمولاًبرای سادگی $s_{p_1 - p_2}$ را با $s_p$ نشان می دهند.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# برآورد فاصله ای تفاضل دو نسبت

فاصله اطمینان برای تفاضل نسبت های دو جامعه $(\text{®}_1 - \text{®}_2)$ با ۹۵ درصداطمینان برابراست با :

$$(\text{®}_1 - \text{®}_2) : (p_1 - p_2) \pm 1/96 \times s_p$$

که در آن $\text{®}_1$ و $\text{®}_2$ نسبت واقعی در جامعه های اول و دوم هستند، که مجهول می‌باشند.



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد واریانس

برآورد نقطه ای واریانس از داده های نمونه طبق فرمول زیر به

$$ss = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

دست می‌آید. $s^2 = \frac{ss}{n-1}$ که در آن

در صورتیکه صفت کیفی باشد واریانس نسبت برابر است با :

$$s_p^2 = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{pq}{n}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد واریانس

واریانس نقطه‌ای مجموع ویا تفاضل دونسبت نیز برابر است با :

$$s_p^2 = \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$$

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد واریانس

برآورد فاصله ای واریانس واقعی جامعهٔ $\sigma^2$ از نامساوی زیر به دست می‌آید.

$$\frac{ns^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{ns^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}$$

که درآن n حجم نمونه و $s^2$ برآورد نقطه‌ای واریانس است و $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$ ، $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$ با درجه آزادی n-1 ازجدول توزیع کی‌دوبدست می‌آید و مقدار آن به درصد اطمینان مربوط است $\alpha$ نیز میزان درصد خطاست.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# برآورد ضریب همبستگی

در عمل به علت محدود بودن مشاهدات محاسبه ضریب‌همبستگی واقعی بین دو متغیر x,y امکانپذیر نیست به این دلیل باید آنها را از روی نمونه ها برآورد کرد.برآوردگر را با r نمایش می‌دهند.



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....
WWW.PNUEB.COM

# برآورد ضریب همبستگی

چند فرمول از ضریب همبستگی پیرسون :

$$r = \sqrt{aa'}$$

$$r = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\text{¢}_X . \text{¢}_Y}$$

$$r = \frac{sp}{\sqrt{ss_X . ss_Y}}$$

$$r = a\frac{\text{¢}x}{\text{¢}y}$$

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# برآورد ضریب همبستگی

گرچه r یک برآورد کننده اریب از می‌باشد ولی در عمل همیشه به عنوان برآورد کننده انتخاب می شود.

هرقدر حجم نمونه n کاهش یابد اریبی بیشتر می‌شودولی وقتی n به اندازه نامتناهی بزرگ شود اریب از بین می‌رود.

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# عناوین فصل چهارم

- فرض آماری
- انواع خطادر استنباط
- داده های پارامتری وناپارامتری
- آزمون توزیع نرمال
- آزمون t استودنت
- آزمون یک دامنه و دو دامنه

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# عناوین فصل چهارم

- آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس
- تفسیر آزمون F
- گروه بندی جامعه های مورد مطالعه
- رابطه آزمون F با آزمون t
- کاربرد توزیع $\text{¡}^{2}$
- محاسبه فراوانیهای مورد انتظار( یا تئوریک)

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# عناوین فصل چهارم

- درجه آزادی
- قضاوت آزمون $\chi^2$
- آزمون $\chi^2$ برای جدول دو بعدی (توافقی )
- تصحیح یتس
- ادغام سطرها وستون ها

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# فرض آماری

هرفرض در مورد پارامترهای نامعلوم(میانگین،واریانس،و....)یک جامعه آماری را فرض آماری می گوییم.

فرض آماری قاعده یا دستوری است که بر اساس نمونه انتخاب شده به دست آمده وبرمبنای آن فرضیه مورد نظر را قبول یا رد می‌نماییم

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# فرض صفر

منظور از فرض صفر این است که تفاضل دو پارامترمورد مطالعه قابل ملاحظه نیست به عبارت دیگر اختلاف چندانی بین پارامتر بدست آمده از نمونه وپارامتر مورد نظر ما ، مشاهده نمی‌شود ومی‌توان گفت این دوپارامتر تقریباً برابرند.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# فرض $H_1$

منظورمان از فرض $H_1$ این است که دو پارامتر مورد مطالعه یکسان نبوده و دارای اختلاف معنی‌دارمی‌باشند به عبارت دیگرتفاوت آنچه مشاهده شده با نتایج مورد انتظار ، زیاد می‌باشد.



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# انواع خطا در استنباط آماری

الف–خطای نوع اوّل $(\sim)$: اگر به اشتباه ،فرض $H_0$ را (که باید قبول شود ) رد کنیم ، مرتکب «خطای نوع اوّل» شده‌ایم.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# انواع خطا در استنباط آماری

ب–خطای نوع دوم ( ) : اگر به اشتباه ،فرض نادرست $H_0$ را (که باید رد شود) قبول کنیم «خطای نوع دوم » روی داده است.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

در تحقیقات آماری ، تعیین میزان خطای نوع اوّل ~ برخطای نوع دوم مقدم است و این سطح احتمال را «سطح اعتماد» یا «سطح معنی دار بودن » می‌گویند.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# داده های پارامتری

هر متغیری که بتوانیم مقدار آن را اندازه گیری کنیم ، داده‌های آن متغیر را «داده های پارامتری  می‌نامیم.نرمال بودن اینگونه داده‌ها تا حدی الزامی است.

آزمونهای پارامتری : آزمونهای t,U وF راآزمونهای پارامتری می‌نامیم.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# موارد کاربرد آزمونهای پارامتری

- هریک از نمونه‌ها مستقل بوده و وابسته به هم نباشند .
- واریانس نمونه ها برابریا تقریباًبرابرباشند
- اندازه گیری آنها با استفاده از مقیاس فاصله ای یا نسبی انجام شود .داده‌های اسمی (شمارش افراد) وترتیبی (رتبه بندی) برای آزمونهای پارامتری مناسب نیستند.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# داده‌های ناپارامتری

داده‌های ناپارامتری یا قابل‌شمارش بوده ویا رتبه بندی می‌شوند.
در اینجا متغیر به صورت کیفی است درنتیجه طبقه بندی شده ویا برحسب فراوانی ارائه می‌شوند بنابراین به پیش فرض نرمال بودن توزیع جامعه‌ها استوار نیستند.

آزمونهای ناپارامتری:آزمون $\chi^2$ وM.W (من-وایت نی)

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# موارد کاربرد آزمون‌های ناپارامتری

- نرمال بودن جامعه ای که نمونه ازآن انتخاب می‌شود، معلوم نباشد.
- متغیر به صورت کیفی باشد (اعم از اینکه رتبه‌ای یا غیر رتبه‌ای باشد).

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# مطالبی ازمنحنی نرمال

معادله منحنی نرمال که دارای متغیر استاندارد شده است به شرح زیر می‌باشد:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\circledR}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

که در آن $U = \frac{x_i - \bar{x}}{¢}$ می‌باشد وشرایط زیر برقرار است:

$$\circledR = 3.14$$ و $$e=2.72$$ و $$-\infty < U < +\infty$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# شکل منحنی نرمال

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# مطالبی ازمنحنی نرمال

- با توجه به اینکه میانگین این منحنی صفرو انحراف معیار آن یک است ،فرم ریاضی منحنی نرمال استاندارد شده را به صورت N(0,1) می‌نویسند.
- این منحنی را «منحنی گاوس» ، «منحنی خطاها» و به دلیل شباهت آن به ناقوس آن را «منحنی زنگی لاپلاس» نیز می‌نامند.و چون:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}}\,du = 1$$

این منحنی را «منحنی احتمالات » می‌گویند.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# مطالبی ازمنحنی نرمال

- درمنحنی نرمال ۶۸/۲۸ درصد ازسطح زیرمنحنی بین U=±۱، ۹۵/۴۵درصد آن بین U=±۲ و بالاخره۹۹/۷۳درصد آن بین U=±۳ واقع شده است.
- به ازای U=±۱/۶۴تقریباً ۱۰درصد ، به ازای U=±۱/۹۶تقریباً ۵درصد و به ازای U=±۲/۵۸تقریباً یک درصد ازکل مساحت زیر منحنی در دوطرف U قرار می‌گیرند.
- نواحی‌که دردوطرف هریک از U های ذکرشده قرارمی‌گیرند ناحیه بحرانی یاناحیه رد فرض نامیده می‌شود.



Payam Noor University Ebook
PNUeb
WWW.PNUEB.COM
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# آزمون توزیع نرمال

صفت متغیرجامعه برطبق قانون توزیع نرمال با میانگین « و انحراف معیار ¢توزیع شده است (که معمولاًاین مقادیر مجهول هستند) از این جامعه نمونه‌ای به حجم nانتخاب شده که میانگین آن m می‌باشد. می‌خواهیم بدانیم که آیا بین میانگین نمونه m و «تفاوت معنی داری وجود دارد ؟

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# آزمون توزیع نرمال

درواقع می‌خواهیم یکی از دوفرض زیررا قبول کنیم :

$$H_0 : m = «$$
$$H_1 : m \neq «$$

به عنوان ملاک آزمون از کمیت U می‌توان استفاده نمود.

$$U = \frac{|m - «|}{\frac{¢}{\sqrt{n}}}$$

WWW.PNUEB*.COM
Payam Noor University ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# آزمون توزیع نرمال

U بدست آمده از قسمتهای قبل رابا $U_c$ نمایش می‌دهیم .

- اگر $|U_c| < 1.96$ آنگاه فرض $U_c$ مورد قبول واقع‌می‌شود یعنی میانگین حقیقی جامعه با ۹۵ درصد اطمینان قابل قبول است .
- اگر $|U_c| > 1.96$ آنگاه فرض مساوی بودن m و » را رد می‌کنیم به عبارت دیگر فرض $H_1$ مورد تأیید قرار می‌گیرد.


Payam Noor University Ebook
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکات

- آزمون توزیع نرمال را زمانی انجام می‌دهند که ¢ معلوم بوده ویا حجم نمونه از ۳۰ بزرگتر باشد. $(n>30)$
- در تحقیقات اقتصادی – اجتماعی معمولاً با ۹۵درصداطمینان (۵ درصد خطا) قضاوت می‌کنیم.
- اگر $U_c$ بین ۹۶/۱ و ۵۸/۲ قرار گیرد (۹۶/۱<$U_c$< ۵۸/۲) بهتر است از اتخاذ تصمیم خودداری نمود وبرای تصمیم قطعی‌حجم نمونه را افزایش داد ویا فقط با ۵ درصد خطا قضاوت کنیم.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون t استودنت

آزمون t نیز آزمونی برای بررسی وجود تفاوت میان $\bar{X}$ (میانگین جامعه نمونه) و « (عدد فرضی یا معین)ویا بین $«_1$ و $«_2$ (میانگین‌جامعه‌های‌نمونه)برحسب واحدخطای معیار $S_x$ می‌باشد.

اگر حجم نمونه از ۳۰ کمتر باشد از توزیع t استفاده می‌کنیم .

$$t = \frac{\left|\bar{x} - «\right|}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

ودر آن $s = \sqrt{\frac{ss}{n-1}}$ است.




WWW.PNUEB.COM

PNUeb Payam Noor University Ebook

....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# شیوه استفاده جدول t

معادله منحنی t فقط تابع حجم نمونه است وبه همین دلیل ازجدول tکه شامل سطوح مختلف اعتماد و درجات آزادی است استفاده می‌کنیم .شیوه استفاده از جدول t شبیه جدول ضرب است. برای تعیین مقدار t ،کافی است که درجه آزادی df=n-1 وسطح معنی دار بودن ~ مشخص باشد.

.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# شیوه استفاده جدول t

تفسیر آن مانند تفسیر آزمون نرمال است. به این ترتیب که اگر t محاسبه شده از t جدول کوچکتر باشد در آن صورت فرض $H_0$ را می‌پذیریم و در غیر اینصورت فرض $H_1$ مورد تأیید ماست.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# حالات مختلف آزمون t

- مقایسه میانگین نمونه ( m یا $\bar{X}$ ) یک عدد فرضی «
- مقایسه میانگین دو جامعه( «$_1$ و «$_2$ )
- مقایسه نسبتی که از نمونه بدست آمده (p) و یک نسبت فرضی (®)
- مقایسه دو نسبت از دو جامعه( ®$_1$ و ®$_2$ )

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون یک دامنه و دو دامنه

اگرهدف اصلی آزمونی تعیین اختلاف دو مقدار یا دو نسبت باشد و به جهت تغییرات آن یعنی مثبت و یا منفی بودن ، افزایش یا کاهش داشتن ، کمتر ویا بیشتر بودن ، بزرگترویا کوچکتر بودن وجملاتی نظیر آنها توجه نکنیم ،آزمون ما دو دامنه خواهد بود .در غیر اینصورت اگر جهت تغییرات مورد نظر باشد آزمون یک دامنه است .

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون یک دامنه و دو دامنه

وقتی از صورت مسأله به یک دامنه بودن آزمون پی بردیم آنگاه باید به جای ستون ۵ درصد خطا در جدول t ،به ستون ۱۰ درصد خطا مراجعه نماییم . اما در مورد تفسیر ،باز هم با ۵ درصد خطا قضاوت می‌کنیم زیرا این جدول برای آزمون دو دامنه است.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# حالت اول آزمون t

این حالت مقایسه میانگین جامعه با یک مقدار فرضی است .

فرمول حالت اوّل t استودنت را چنین نوشت :

$$\boxed{t = \frac{d}{s_d}}$$

که در آن $d = \left|\bar{x} - «\right|$ و $s_d = \frac{s}{\sqrt{n}}$ ویا $s_d = \sqrt{\frac{ss}{n(n-1)}}$

ودرجه آزادی برابر با d.f=n-1 می‌باشد.

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# حالت دوم آزمون t

این حالت برای بیان تفاوت یا عدم تفاوت بین میانگین‌های دو جامعه است .

اگرواریانس حقیقی دو جامعه یکسان باشد می‌توان انحراف معیار متغیر تصادفی dرا از رابطه زیر تعیین کرد :

$$s_d = \sqrt{\frac{ss_{x1} + ss_{x2}}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

ودرجه آزادی آن $d.f=n_1+n_2-2$ است.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# حالت دوم آزمون t

ودرصورتی‌که واریانس اصلی دو جامعه یکسان  نباشد :

$$s_d = \sqrt{\frac{ss_{x1}}{n_1(n_1-1)} + \frac{ss_{x2}}{n_2(n_2-2)}}$$

$d.f_1 = n_1 - 1$ و $d.f_2 = n_2 - 1$ ؛ درنتیجه از جدول دو t به دست می‌آید.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# حالت دوم آزمون t

اگر $t_c$ ازهردو t جدول بزرگتریاکوچکترباشدمانندقبل قضاوت می‌کنیم ولی‌اگر tمحاسبه شده بین دو tجدول قرارگیرد t محاسبه شده با t متوسط (میانگین وزنی)برطبق فرمول زیر محاسبه می‌شودومانندقبل قضاوت می‌شود منتها اگر$H_1$مورد قبول واقع شد باید دید که کدام میانگین بزرگتر است آنگاه آنرا تعبیر وتفسیر نمود.

$$t_M = \frac{(n_1 - 1)t_1 + (n_2 - 1)t_2}{n_1 + n_2 - 2}$$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# حالت سوم آزمون t

این حالت  یک عدد فرضی را با یک نسبت که از نمونه های تصادفی به دست آمده مقایسه می‌کند.

در اینجا ملاک آزمون عبارت است از $t = \frac{d}{s_p}$ که در آن

$d = \left| p - \circledR \right|$ و $s_p = \sqrt{\frac{\circledR\left(1-\circledR\right)}{n}}$ همچنین درجه آزادی

برابراست با $d.f = \infty$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# حالت سوم آزمون t

- چون ® از P به واقعیت نزدیکتراست لذا در محاسبه‌انحراف معیار به جای P نسبت ® را قرار می‌دهند

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# حالت چهارم آزمون t

مقایسه نسبت‌های بدست آمده از نمونه های تصادفی مستقل از دو جامعه مختلف را انجام می‌دهد.

می‌دانیم که : $t = \dfrac{d}{s_p}$ از طرفی $d = |p_1 - p_2|$ و

$$s_p = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$ و $d.f = \infty$



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

- آزمون F دو یا چند میانگین را مقایسه می‌کند .
- قانون توزیع کمیت تصادفی F از دو پارامتر درجه‌آزادی $d.f_1$ و $d.f_2$ تبعیت می‌کند .



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

اساس آزمون F براین اصل استوار است که در یک آزمایش واریانس کل جامعه ها به واریانس بین گروهها و واریانس درون گروهها ( داخل گروهها ) تقسیم می‌شود.

واریانس‌درون‌گروهها + واریانس‌بین‌گروهها = واریانس‌کل

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

واریانس درون گروهها : پراکندگی مقادیر متغیرها را درون هریک از k گروه نشان می‌دهد وآن‌را واریانس‌خطامی‌نامند و ss مربوط به آن را با $ss_e$ نشان می‌دهند.

واریانس بین گروهها :اندازه اختلاف بین میانگین‌های k نمونه را نشان می‌دهد وss مربوط به آن رانیز با $ss_{\sim}$ نشان می‌دهند



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

درآزمون F :

- $ss_T$ به دو بخش $ss_e$ و $ss_{\sim}$ تقسیم می‌شود:

$$ss_T = ss_e + ss_{\sim}$$

- ودرجه آزادی کل $df_T$ نیز به دو بخش dfe و $df_{\sim}$ تقسیم می‌شود:

$$df_T = df_e + df_{\sim}$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

$$ss_T = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - CF_T$$

که درآن $CF_T = \dfrac{\left(\sum x_i\right)}{N}$ و N مجموع حجم نمونه‌هاست.

$$ss_{\sim} = \sum_{i=1}^{k} cf_i - CF_T$$

که‌درآن $\sum CF_i$ مجموع جمله دومss هریک ازگروههای مورد مطالعه است.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

چون بین $SS_T$ و $SS_e$ و $SS_{\sim}$ رابطهٔ $SS_T = SS_e + SS_{\sim}$ برقرار است کافیست $SS_{\sim}$ و $SS_T$ را داشته باشیم .



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

- درجه آزادی کل عبات است از: $d.f_T=N-1$
- درجه آزادی بین گروهها ($n_1$) عبارت است از:

$$d.f_{\sim} = k - 1$$

- درجه آزادی درون گروهی ($n_2$) برای k گروه عبارتست از:

$$df_e = \sum_{i=1}^{k} n_i - k = N - k$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

متوسط مربعات بین گروهی و درون گروهی :

$$MS_e = \frac{SS_e}{df_e} \quad \text{و} \quad MS_{\sim} = \frac{SS_{\sim}}{df_{\sim}}$$

WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

برای اینکه درباره تفاوت حقیقی بین جامعه های جزء قضاوت نماییم $MS_{\sim}$ را به $MS_e$ تقسیم می‌کنیم ونسبت حاصل را با حرف F نمایش می‌دهیم.

$$F = \frac{MS_{\sim}}{MS_e}$$

البته معمولاً $MS_{\sim}$ بزرگتراز $MS_e$ می‌باشد.



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# آزمون F یا تجزیه وتحلیل واریانس

- جدول

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تفسیر آزمون F

تفسیر آزمون F مانند سایر آزمونها است.

اگر فرض $H_1$ مورد قبول واقع شود بین گروهها اختلاف واقعی وجود دارد .

یعنی میان واریانس بین گروهها ودرون گروهها اختلاف چشمگیری وجود دارد .



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

در آزمون F بحث یک دامنه و دو دامنه بودن اصلاً مطرح نیست .



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....
WWW*PNUEB*COM

# گروه‌بندی جامعه‌های مورد مطالعه

هدف اساسی از گروه‌بندی جامعه های مورد مطالعه تقسیم بندی جامعه‌ها به دو یا چند گروه به طوری که هر چند جامعه‌ای که در داخل یک گروه قرار می‌گیرند از نظر صفت مورد بررسی یکسان محسوب شوند.

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# گروه‌بندی جامعه‌های مورد مطالعه

برای گروه بندی از کمیتی به نام L.S.D استفاده می‌کنند :

$$L.S.D = t_{(n_2,\%5)} \times \sqrt{\frac{2MS_e}{n}}$$

که درآن t عددی است که از جدول t استودنت با درجه آزادی $n_2$ وسطح اعتماد ٪۵ استخراج می‌شود و $MS_e$ متوسط مربعات اشتباهات و n حجم نمونه است .



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

اگر nها در جامعه های جزءبا هم مساوی نباشند می‌توان به شرط زیاد نبودن اختلاف nها به جای n از میانگین همساز ni استفاده کرد .

$$\bar{n}_h = \frac{K}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{n_i}}$$

Kتعداد گروهها ست.

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# گروه‌بندی جامعه‌های مورد مطالعه

- اگر فرض $H_1$ مورد قبول واقع شدبرای گروه بندی جامعه های مورد مطالعه ابتدا میانگین آنها رابا توجه به هدفی که داریم برحسب صعودی یا نزولی مرتب می‌کنیم .سپس اگر میانگینها برحسب نزولی مرتب شده باشد،مقدار L.S.D را از بزرگترین میانگین کم می‌کنیم.

$$\overline{X}_{Max} - L.S.D$$

میانگین‌هایی‌که مساوی یابزرگترازمقدارفوق باشنددریک گروه قرارمی‌گیرند.پس ازکنارگذاشتن میانگین‌های‌گروه اوّل، عملیات‌رابرای میانگین‌های باقیمانده ادامه می‌دهیم تاکلیه جامعه‌هاگروه‌بندی شوند .



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# گروه‌بندی جامعه‌های مورد مطالعه

اگر میانگین‌ها برحسب صعودی مرتب شوند آن گاه L.S.D را با کوچکترین میانگین جمع می‌کنیم :

$$\overline{X}_{Min} + L.S.D$$

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# رابطه‌آزمون F باآزمون t

آزمون F تعمیم یافته آزمون t است ،پس برای مقایسه دو میانگین ازهردو توزیع می‌توان استفاده کرد .دراین صورت در آزمون Fدرجه آزادی بین گروهها برابر با یک است وبین این دو توزیع رابطه زیر برقرار است :

$$F=t^2$$



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# کاربرد توزیع $\chi^2$

هدف از اجرای آزمون کی‌دو این است که آیا بین فراوانیهای مشاهده شده ($n_i$) و فراوانیهای مورد انتظار ($n_{ith}$)، تفاوت منظم ومعنی داری وجود دارد ؟

منظور از مقایسه کردن فراوانیها ، تشخیص وابستگی یا عدم وابستگی دو متغیر مورد مطالعه است .

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# کاربرد توزیع $i^2$

از آنجا که در آزمون $i^2$ فراوانیها مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین این ازمون برای صفات کیفی بکار برده می‌شود که داده ها به صورت شمرده هستند یعنی مقیاس اندازه گیری داده ها اسمی یا ترتیبی است .

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# ملاک آماری آزمون کی‌دو

ملاک آزمون $i^{2}$ عبارتست از :

$$i^{2} = \sum \frac{\left(n_i - n_{ith}\right)^2}{n_{ith}}$$

که درآن $n_i$ فراوانیهای مشاهده شده و $n_{ith}$ فراوانیهای مورد انتظار یا تئوریک می باشد .

هرچه مشابهت بین $ni$ و $n_{ith}$بیشتر باشد مقدار $i^{2}$ بدست آمده کوچکتر خواهد بود.

WWW*PNUEB*COM

Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# محاسبه فراوانی‌های مورد انتظار

- در جداول یک بعدی استفاده از امید ریاضی $E_{(x)}=np$.
- استفاده از اطلاعات قبلی که می‌تواند به صورت درصد یا نسبت در اختیار محقق قرار گیرد.
- مقایسه توزیع فراوانی های مشاهده شده با توزیع فراوانی نظری مانند توزیع نرمال .



WWW.*PNUEB*.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....كتابخانه الكترونيكي پيام نور.....

# درجه آزادی

درجه آزادی در آزمون کی دو به تعداد صفات مورد مطالعه ویا به عبارتی تعداد مقوله‌ها مربوط است .

- در جدول یک بعدی اگر K صفت داشته باشیم درجه آزادی برابر است با $d.f = K-1$

- در جدول دو بعدی با K سطر و L ستون درجه آزادی برابر است با $d.f = (K-1)\ (L-1)$

علي محمد جوادي ،دستيار آموزشی دانشگاه پيام نور مركز گيلانغرب



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضاوت آزمون

اگر $\chi^2$ محاسبه شده ( $\chi_c^2$ ) بزرگتر یا مساوی $\chi^2$ جدول باشد $\chi_c^2 \geq \chi_t^2$ فرض($H_0$) یا فرض مستقل بودن‌متغیرها رد می‌شود .

WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# قضاوت آزمون

در صورتیکه $\chi^2_c$ کوچکتر از $\chi^2$ جدول باشد $\chi^2_c < \chi^2_t$ آنگاه فرض صفر تأیید می‌شود و نتیجه می گیریم که متغیرها مستقل هستند و اختلافات مشاهده شده ناشی از شانس یا خطای نمونه‌گیری است .

WWW.PNUEB.COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور....

# آزمون $\chi^2$ برای جداول دو بعدی (توافقی)

فراوانیهای مشاهده شده همان ارقام متن جدول ولی فراوانیهای مورد انتظار از فرمول تقسیم به نسبت زیر محاسبه می‌شود .

$$n_{ith} = \frac{n_{i0} \times n_{0j}}{n}$$

$n_{i0}$ فراوانیهای توزیع حاشیه ای xهایعنی مجموع فراوانیهای سطر i است

n0j فراوانی های توزیع حاشیه ای yهاست یعنی مجموع فراوانیهای ستون j .



WWW.PNUEB.COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# نکته

فرمول $i^{2}$ وقتی مورد استفاده است که :

- حجم نمونه حداقل ۵۰ باشد .
- فراوانی مورد انتظار برای هر خانه کمتر از ۵ نباشد .

WWW*PNUEB*COM



Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....

# تصحیح یتس

اگر در جدول چهار خانه ای فراوانی‌های مورد انتظار کمتر از ۵ باشداز تصحیح یتس استفاده می کنیم :

$$\chi^2 = \sum \frac{\left[ n_i - n_{ith} - 0.5 \right]^2}{n_{ith}}$$

از تصحیح یتس وقتی استفاده می شود که درجه آزادی یک باشد .



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
....کتابخانه الکترونیکی پیام نور

# ادغام سطرها وستونها

اگر حجم نمونه کمتر از ۵۰باشد آنگاه ممکن است فراوانی مورد انتظار کمتر از ۵ باشد .در این حالت اگر جدول داده هایک بعدی باشد صفات متشابه را که فراوانی کمی دارند با هم ادغام می کنیم .

برای جدول دو بعدی که تعداد سطرها وستون های آن بیش از دو است اگر فراوانی بیش از ۲۰درصد خانه ها کمتر از ۵ باشد فراوانی سطرها وستونهای همجوار را در هم ادغام می کنیم .



WWW*PNUEB*COM
Payam Noor University Ebook
PNUeb
.....کتابخانه الکترونیکی پیام نور.....