فصل دوم

مفاهیم اساسی در سیستم های قدرت

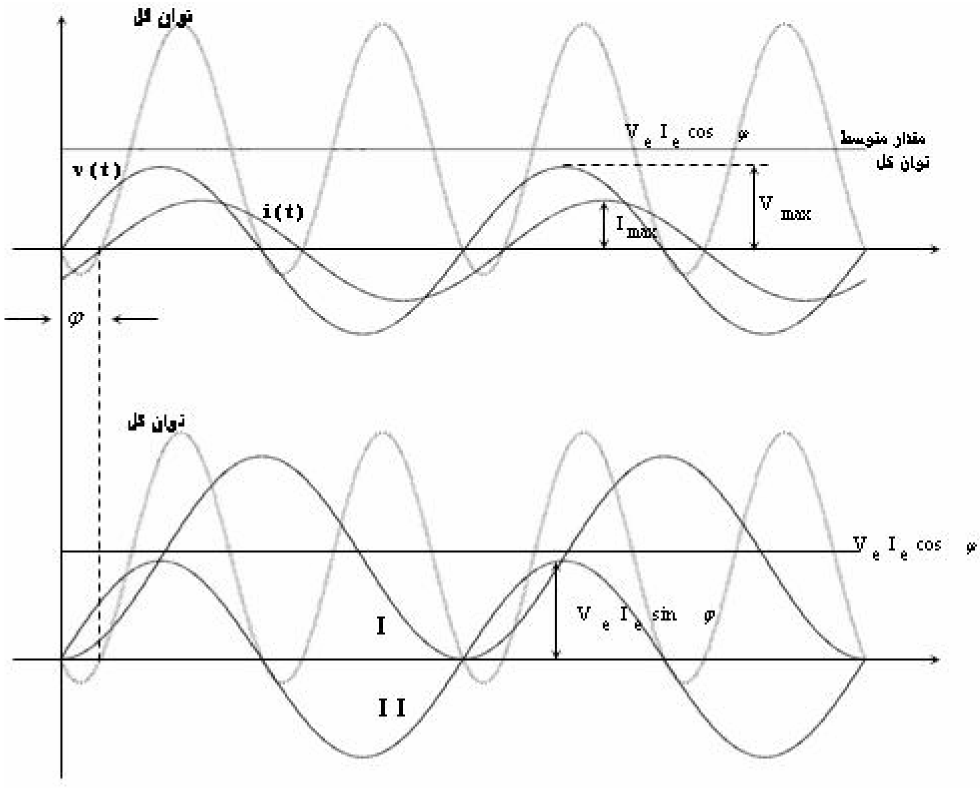
۲-۱ فازورهاي الكتريكي

$v(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$

$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t - \varphi)$

زاویه اختلاف فاز $\leftarrow \varphi$

فرکانس زاویه ای $\leftarrow \omega = 2\pi f$



شکل ۲-۱ شکل موجهای لحظه ای (زمانی) ولتاژ، جریان و توان (کل، حقیقی و واکنشی)

توان کـــل= $p(t) = v(t).i(t)$

$$i(t) = I_{\max}\sin(\omega t + \alpha)$$
$$e^{j(\omega t+\alpha)} = \cos(\omega t + \alpha) + j\sin(\omega t + \alpha)$$
$$i(t) = \mathrm{Im}\{I_{\max}\, e^{j(\omega t+\alpha)}\} = \mathrm{Im}\{I_{\max}\, e^{j\alpha} e^{j\omega t}\}$$
$$\bar{I} = I_{\max}\, e^{j\alpha} = I_{\max}\angle\alpha \Rightarrow i(t) = \mathrm{Im}\{\bar{I}\, e^{j\omega t}\}$$

$\bar{I}$ ← فازورجریان I

I دامنة فازور واقعي = مقدار حداكثر جريان $|I| = I_{\max}$ ، $I = I_{\max}$

$\angle I$ زاوية فاز فازور جريان $\angle I = \alpha$

در اكثر مراجع دامنة فازور قراردادي را مقدار مؤثر فرض مي كنند، بنابراين داريم

$$\bar{I} = I\angle\alpha = I_{eff}\angle\alpha = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}\angle\alpha$$
$$\bar{I} = I\angle\alpha = I_{e}\angle\alpha = \frac{I_{m}}{\sqrt{2}}\angle\alpha$$

بنابراین فرض همیشگی و قراردادی برای فازور جریان و بصورت مشابه برای تمام فازورها بصورت زیر خواهد بود

$$i(t) = \sqrt{2}\{\bar{I}e^{j\omega t}\ \}$$

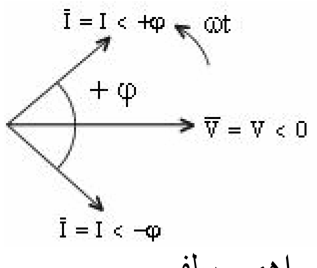
بنابراین رابطه توان کل برابر است با

$$p(t) = V_e I_e \cos\varphi - V_e I_e(\cos(2\omega t)\cos\varphi + \sin(2\omega t)\sin\varphi)$$
$$p(t) = V_e I_e \cos\varphi(1 - \cos(2\omega t)) - V_e I_e \sin(2\omega t)\sin\varphi$$
$$p(t) = P(1 - \cos(2\omega t)) - Q\sin(2\omega t)$$
$$P = V_e I_e \cos\varphi = VI\cos\varphi$$
$$Q = V_e I_e \sin\varphi = VI\sin\varphi$$

P ← توان حقیقی (Real Power)

Q ← توان واکنشی، غیر فعال، غير حقيقي (Reactive Power)

اهمی-خازنی



اهمی-سلفی

شکل ۲-۲ دیاگرام دایره ای فازورهای ولتاژ و جریان در حالتهای اهمی-سلفی و اهمی-خازنی

زاویه اختلاف فاز مدار الکتریکی $\varphi = \angle V - \angle I$

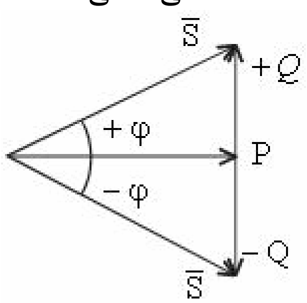
زاویه اختلاف فاز مدار در حالت اهمی-سلفی $\varphi = \angle V_{RL} - \angle I_{RL} = \varphi_{V-RL} - (-\varphi_{I-RL}) = 0 - \varphi_{I-RL} = \varphi_{I-RL}$

زاویه اختلاف فاز مدار در حالت اهمی-خازنی $\varphi = \angle V_{RC} - \angle I_{RC} = \varphi_{V-RC} - (+\varphi_{I-RC}) = 0 - \varphi_{I-RC} = -\varphi_{I-RC}$

بنابراین با در نظر گرفتن اختلاف فاز مدار $\varphi = \angle V - \angle I$ در صورتی که $\varphi > 0$ مدار اهمی-سلفی و در حالت $\varphi < 0$ مدار اهمی-خازنی می باشد.

توان ظاهری:

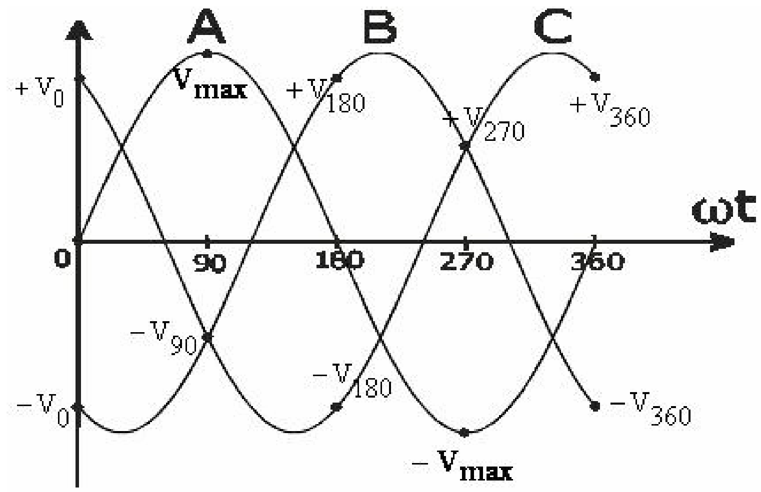
$$\overline{S} = P + jQ = \overline{VI}^* = VI\,e^{j(<V-<I)} = VI\,e^{j\varphi}$$
$$S = |S| = VI$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



شکل ۲-۳ مثلث توان در حالتهای اهمی-سلفی و اهمی-خازنی

۲-۲ کمیت های سه فاز در سیستمهاي قدرت

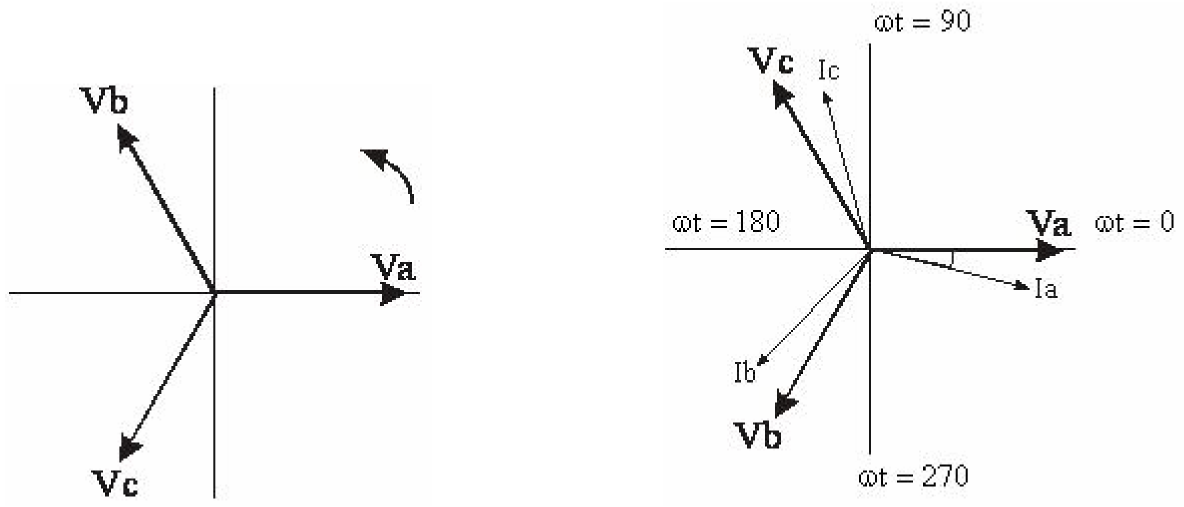
اگر سه سیم پیچ با ۱۲۰ درجه اختـلاف روي یـك روتور داشته باشیـم با هر دور چرخش, سه فاز با ۱۲۰ درجه تأخیر نسبت به یکدیگر تولید مي شود.



شکل ۲-۴ شکل موج لحظه ای (زمانی) ولتاژهای سه فاز

سیستمهاي قدرت مدارهاي سه فازی هستند که معمولاً بارهاي سه فاز متقارن را تأمین مي کنند.
در نمایش سیستمهای قدرت دو نوع ترتیب فاز (Phase Sequence) بصورت مستقیم (ABC) و معکوس (ACB) وجود دارد.
نمایش دیاگرام دایره ای ترتیب های مختلف سه فاز بصورت شکل ۲-۵ نشان داه می شوند.

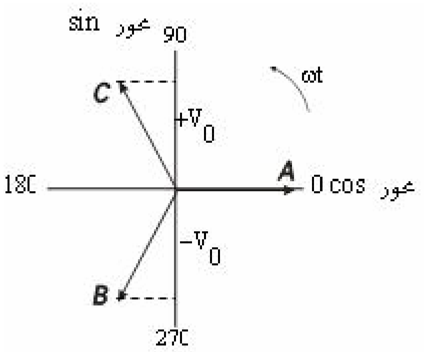
ACB ABC



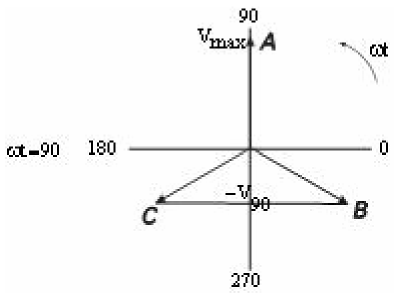
شکل ۲-۵ دیاگرام دایره ای ولتاژهای سه فاز در ترتیب های فاز مختلف

از دید حالت سینوسي $\sin(\omega t + \alpha)$

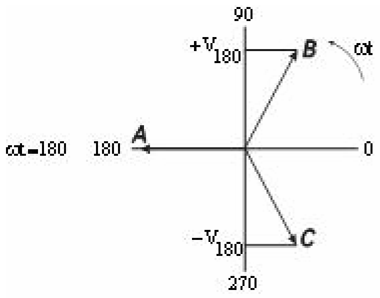
تصوير بر روي محور sin: $\alpha_A = 0 \quad \alpha_B = 120 \quad \alpha_C = 240$



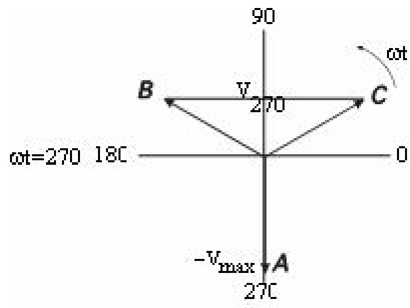
$$\omega t = 0 \;,\; \omega t = 360 \;,\; \overline{V}_A = 0 \;,\; \overline{V}_B = -V_0 \;,\; \overline{V}_C = +V_0$$



$$\omega t = 90 \;,\; \overline{V}_A = V_{\max} \;,\; \overline{V}_B = -V_{90} \;,\; \overline{V}_C = -V_{90}$$



$$\omega t = 180 \quad , \quad \overline{V}_A = 0 \quad , \quad \overline{V}_B = +V_{180} \quad , \quad \overline{V}_C = -V_{180}$$



$$\omega t = 270 \quad , \quad V_A = -V_{\max} \quad , \quad \overline{V}_B = V_{270} \quad , \quad \overline{V}_C = V_{270}$$

روابط ولتاژهای سه فاز زمانی و فازوری در نمایش ترتیب فاز مستقیم (ABC) بصورت زیر نشان داده می شوند.

$$v_A(t) = V_{\max A} \sin \omega t \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_A = V_A \angle 0 = \frac{V_{\max A}}{\sqrt{2}} \angle 0$$

$$v_B(t) = V_{\max B} \sin(\omega t - 120) \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_B = V_B \angle -120 = \frac{V_{\max B}}{\sqrt{2}} \angle -120$$

$$v_C(t) = V_{\max C} \sin(\omega t - 240) \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_C = V_C \angle -240 = \frac{V_{\max C}}{\sqrt{2}} \angle -240$$

روابط ولتاژهای سه فاز زمانی و فازوری در نمایش ترتیب فاز مستقیم (ABC) با در نظر گرفتن زوایای فاز در جهت مخالف بصورت زیر نیز قابل نمایش می باشند.

$$v_A(t) = V_{\max A} \sin \omega t \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_A = V_A \angle 0 = \frac{V_{\max A}}{\sqrt{2}} < 0$$

$$v_B(t) = V_{\max B} \sin(\omega t + 240) \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_B = V_B \angle 240 = \frac{V_{\max B}}{\sqrt{2}} \angle 240$$

$$v_C(t) = V_{\max C} \sin(\omega t + 120) \qquad \Rightarrow \qquad \overline{V}_C = V_C \angle 120 = \frac{V_{\max C}}{\sqrt{2}} \angle 120$$

جریانهای سه فاز نیز با اختلاف فاز موجود در مدار بصورت اهمی-سلفی (پس فاز) یا اهمی-خازنی (پیش فاز) نسبت به ولتاژهای سه فاز محاسبه می شوند. برای جریانهای سه فاز در حالت اهمی-سلفی با مقدار زاویه فاز $\varphi-$ برای جریان نسبت به ولتاژ (پس فاز بودن یا عقب بودن کمیت جریان نسبت به کمیت ولتاژ به اندازه φ) می توان نوشت.

$$i_A(t)=I_{\max A}\sin(\omega t-\varphi) \qquad \Rightarrow \qquad \bar{I}_A=I_A\angle 0-\varphi=\frac{I_{\max A}}{\sqrt{2}}\angle 0-\varphi$$

$$i_B(t)=I_{\max B}\sin(\omega t-120-\varphi) \qquad \Rightarrow \qquad \bar{I}_B=I_B\angle -120-\varphi=\frac{I_{\max B}}{\sqrt{2}}\angle -120-\varphi$$

$$i_C(t)=I_{\max C}\sin(\omega t-240-\varphi) \qquad \Rightarrow \qquad \bar{I}_C=I_C\angle -240-\varphi=\frac{I_{\max C}}{\sqrt{2}}\angle -240-\varphi$$

در اینصورت رابطه توان کل سه فاز بصورت زیر بیان می شود.

$$p_{3\phi}=v_A(t)i_A(t)+v_B(t)i_B(t)+v_C(t)i_C(t)$$

$$p_{3\phi}(P_{3\phi},Q_{3\phi})=p_A(P_A,Q_A)+p_B(P_B,Q_B)+p_C(P_C,Q_C)$$

$$\bar{S}_{3\phi}=P_{3\phi}+jQ_{3\phi}=(P_A+P_B+P_C)+j(Q_A+Q_B+Q_C)$$

بنابراین برای توانهای سه فاز حقیقی و واکنشی و توان ظاهری می توان نوشت

$$P_{3\phi}=V_AI_A\cos\varphi_A+V_BI_B\cos\varphi_B+V_CI_C\cos\varphi_C=3VI\cos\varphi=3P_{1\phi} \qquad [\text{Watt}]$$

$$Q_{3\phi}=V_AI_A\sin\varphi_A+V_BI_B\sin\varphi_B+V_CI_C\sin\varphi_C=3VI\sin\varphi=3Q_{1\phi} \qquad [\text{VAR}]$$

$$S_{3\phi}=\left|S_{3\phi}\right|=V_AI_A+V_BI_B+V_CI_C=3VI=3S_{1\phi}=3\left|S_{1\phi}\right| \qquad [\text{VA}]$$

روابط توانهای حقیقی و واکنشی سه فاز براساس روابط فاز P (فاز-زمین) و نیز روابط خط L (فاز-فاز) در اتصالهای ستاره Y و مثلث Δ بصورت زیر می باشد.

روابط فاز P (فاز-زمین)

$$P_{3\phi}=3V_PI_P\cos\varphi=3V_{P-N}I_{P-N}\cos\varphi_{P-N}$$

$$Q_{3\phi}=3V_PI_P\sin\varphi=3V_{P-N}I_{P-N}\sin\varphi_{P-N}$$

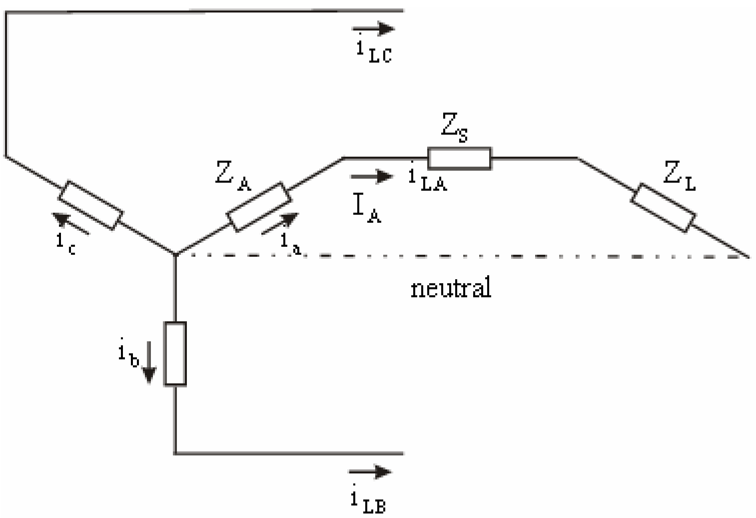
$$|S|_{3\phi}=3V_PI_P=3V_{P-N}I_{P-N}$$

روابط خط L (فاز-فاز)

$$P_{3\phi}=\sqrt{3}V_LI_L\cos\varphi=\sqrt{3}V_{P-P}I_{P-P}\cos\varphi_{P-N}$$

$$Q_{3\phi}=\sqrt{3}V_LI_L\sin\varphi=\sqrt{3}V_{P-P}I_{P-P}\sin\varphi_{P-N}$$

$$|S|_{3\phi}=\sqrt{3}V_LI_L=\sqrt{3}V_{P-P}I_{P-P}$$



شکل ۲-۶ اتصال ستاره بار مصرفی و خط انتقال به شبکه قدرت

$$\bar{I}_A = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$
$$\bar{I}_B = \frac{\bar{V}_B}{\bar{Z}_B + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$
$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$

در اتصال ستاره جريان خط (ژنراتور، خط انتقال و بار مصرفی) با جريان فاز يكي است.
اگر پيك ولتاژها از نظر كميت يكي باشد و اختلاف فاز ۱۲۰ درجه باشد مجموع سه ولتاژ برابر صفر مي شود كه در اين صورت تقارن وجود دارد و سيستم متقارن مي باشد، يعني

$$V_A = V_B = V_C \Rightarrow$$
$$\bar{V}_A(t) + \bar{V}_B(t) + \bar{V}_C(t) = 0$$
$$V_A \sin\omega t + V_B \sin(\omega t - 120) + V_C \sin(\omega t + 120) =$$
$$V_A \sin\omega t + V_B \sin\omega t \cos 120 - V_B \cos\omega t \sin 120 + V_C \sin\omega t \cos 120 + V_C \cos\omega t \sin 120 =$$
$$V_A \sin\omega t + 2V_B \sin\omega t \cos 120 =$$
$$V_A \sin\omega t - V_B \sin\omega t = 0$$

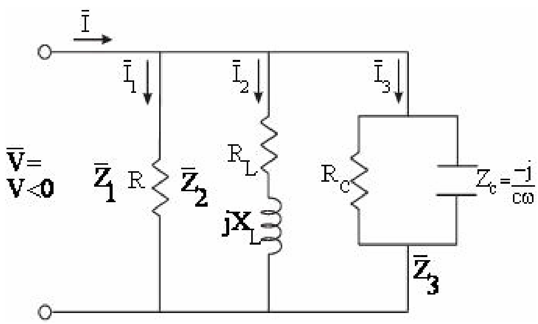
همواره در طراحي سعي بر اين است كه جريان عبوري از سيم خنثی Neutral برابر صفر باشد، يعني سيستم حالت تقارن داشته باشد و اين در حالتی است كه بار مصرفی هر سه فاز نيز مشابه باشند.

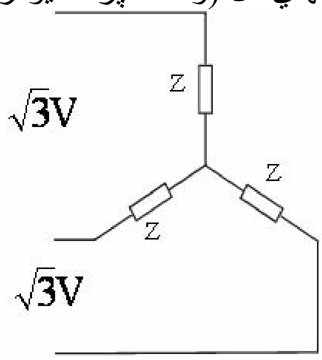
$$\bar{I}_N = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_N = 0 \quad \text{(Symmetrical)}$$

در حالت نامتقارن جريان سيم خنثی مخالف صفر مي باشد.

$$\bar{I}_N \neq 0 \quad \text{(Nonsymmetrical)}$$

مثال - بار سه فاز RLC بصورت ستاره به ولتاژ سه فاز $\sqrt{3}V$ وصل شده است. بار هر فاز بصورت زير است. توانهاي كل (ولت آمپر-اكتيو-راكتيو)را محاسبه كنيد.





شكل(۱۳)

$$\bar{Z}_1 = R_1 = \frac{1}{\bar{Y}_1}$$
$$\bar{Z}_2 = R_L + jX_L = \frac{1}{\bar{Y}_2}$$
$$\bar{Y}_3 = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{jX_C} = G_C + jC\omega = \frac{1}{\bar{Z}_3}$$
$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$
$$\left\{ \bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} = \frac{V\angle 0}{R\angle 0} = \frac{V}{R}\angle 0 \;\Rightarrow\; \varphi_1 = \angle\bar{Z}_1 = \angle\bar{V} - \angle\bar{I}_1 = 0 \right.$$

$$\begin{cases} \bar{I}_2 = \dfrac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \dfrac{V\angle 0}{R_L + jX_L} = \dfrac{V\angle 0}{\sqrt{R_L{}^2 + X_L{}^2}\angle \tan^{-1}\dfrac{X_L}{R_L}} = \dfrac{V}{\sqrt{R_L{}^2 + X_L{}^2}}\angle -\tan^{-1}\dfrac{X_L}{R_L} \\ \varphi_2 = \angle \bar{Z}_2 = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_2 = \tan^{-1}\dfrac{X_L}{R_L} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_3 = \dfrac{\bar{V}}{\bar{Z}_3} = \bar{V}.\bar{Y}_3 = (V\angle 0)(\dfrac{1}{R_c} + \dfrac{1}{-jX_c}) = V\sqrt{\dfrac{1}{R_c{}^2} + \dfrac{1}{X_c{}^2}}\angle \tan^{-1}\dfrac{R_c}{X_c} \\ \varphi_3 = \angle \bar{Z}_3 = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_3 = -\tan^{-1}\dfrac{R_c}{X_c} < 0 \end{cases}$$

توانهاي جذب شده اكتيو (حقيقى) و راكتيو (واكنشى) بصورت زير محاسبه مى شوند.

مدار اهمى

$$\begin{cases} P_1 = |V||I_1|\cos\varphi_1 = V\dfrac{V}{R}\cos 0 = \dfrac{V^2}{R} \quad [\mathrm{W}] \\ Q_1 = |V||I_1|\sin\varphi_1 = 0 \quad [\mathrm{VAR}] \\ \bar{S}_1 = P_1 + j0 \end{cases}$$

مدار اهمى-سلفى

$$\begin{cases} P_2 = |V||I_2|\cos\varphi_2 = V\dfrac{V}{\sqrt{R_L{}^2 + X_L{}^2}}\cos\varphi_2 > 0 \quad [\mathrm{W}] \\ Q_2 = |V||I_2|\sin\varphi_2 = V\dfrac{V}{\sqrt{R_L{}^2 + X_L{}^2}}\sin\varphi_2 > 0 \quad [\mathrm{VAR}] \\ \bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 \end{cases}$$

مدار اهمى-خازنى

$$\begin{cases} P_3 = |V||I_3|\cos\varphi_3 = V(V\sqrt{\dfrac{1}{R_c{}^2} + \dfrac{1}{X_c{}^2}})\cos\varphi_3 > 0 \quad [\mathrm{W}] \\ Q_3 = |V||I_3|\sin\varphi_3 = V(V\sqrt{\dfrac{1}{R_c{}^2} + \dfrac{1}{X_c{}^2}})\sin\varphi_3 < 0 \quad [\mathrm{VAR}] \\ \bar{S}_3 = P_3 + jQ_3 \end{cases}$$

بنابراين مجموع توانهاى كل مصرفى مدار الكتريكى برابر است با

$$\begin{cases} P_{Total,P} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \\ Q_{Total,P} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \\ \bar{S}_{Total,P} = P_{Total,P} + jQ_{Total,P} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{3\phi} = 3P_{Total,P} \\ Q_{3\phi} = 3Q_{Total,P} \\ \bar{S}_{3\phi} = 3\bar{S}_{Total,P} \end{cases}$$

روش دیگر براي محاسبة توانهاي كل مصرفی مدار الكتريكی بصورت زير نيز انجام می شود.

$$\overline{Y}=\overline{Y}_1+\overline{Y}_2+\overline{Y}_3$$

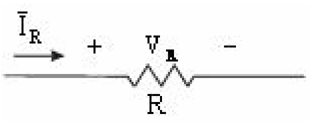
$$\overline{Z}=\overline{Z}_1\|\overline{Z}_2\|\overline{Z}_3=\frac{1}{\overline{Y}}$$

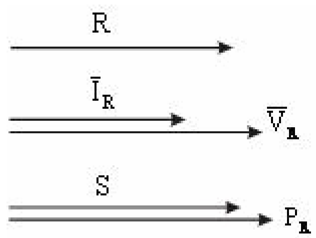
$$\overline{I}=\overline{V}/\overline{Z}\rightarrow\varphi=\angle V-\angle I$$

$$P_{Total,P}=|\overline{V}||\overline{I}|\cos\varphi$$

$$Q_{Total,P}=|\overline{V}||\overline{I}|\sin\varphi$$

$$\overline{S}_{Total,P}=P_{Total,P}+jQ_{Total,P}=\overline{V}.\overline{I}^{*}$$

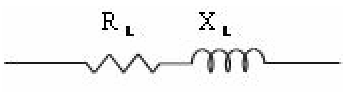




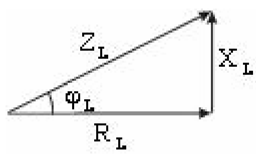
شكل(١٤)

$$\overline{Z}_R=R+j0=R\angle 0\Rightarrow\varphi_R=0\Rightarrow Q_R=0$$

شكل(١٥)



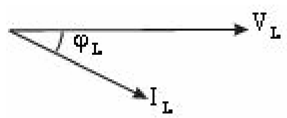
شكل(١٦)



$$\overline{Z}_L=R_L+jX_L=R_L+jL\omega \qquad \omega=2\pi f \qquad \varphi_L=+\tan^{-1}\frac{X_L}{R_L}>0$$

$$\overline{I}_L=\frac{\overline{V}_L}{\overline{Z}_L}=\frac{V\angle 0}{\sqrt{R_L{}^2+X_L{}^2}\angle\tan^{-1}\frac{X_L}{R_L}}=\frac{V}{\sqrt{R_L{}^2+X_L{}^2}}\angle-\tan^{-1}\frac{X_L}{R_L}$$

$$\varphi_L=\angle V-\angle I>0$$

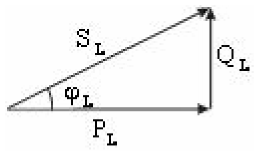


شكل(١٧)

زاوية فاز جريان مدار سلفي ـ اهمي نسبت به فاز ولتاژ منفي است .

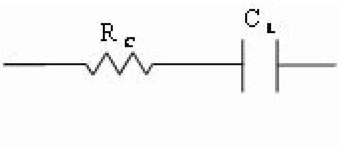
ضريب قدرت پس فاز است($\cos\varphi>0$) ونيز $\sin\varphi>0$ پس مدار اهمي ـ سلفي قدرت راكتيو جذب مي كند($QL>0$)

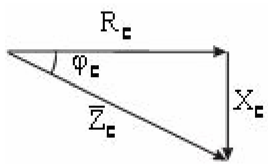
$$S_L = P_L + jQ_L$$
$$P_L = |\bar{V}_L||\bar{I}_L|\cos\varphi_L > 0$$
$$Q_L = |\bar{V}_L||\bar{I}_L|\sin\varphi_L > 0$$



شكل(۱۸)

در مورد امپدانس موارد فوق صحيح است .
اندازه وفاز ادميتانس بر عكس حالت فوق است . $(\varphi'_L < 0)$



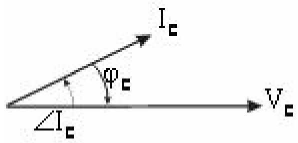


شكل(۱۹)

$$\bar{Z}_C = R_C - jX_C = R_C - j\,{}^{1}\!/_{C\omega} \qquad \varphi_C = -\tan^{-1}\frac{1}{R_C C\omega} < 0$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C} = \frac{V\angle 0}{\sqrt{R_C^{\,2} + X_C^{\,2}}\angle -\tan^{-1}\frac{1}{R_C C\omega}} = \frac{V}{\sqrt{R_C^{\,2} + X_C^{\,2}}}\angle + \tan^{-1}\frac{1}{R_C C\omega}$$

$$\varphi_C = \angle V - \angle I < 0$$

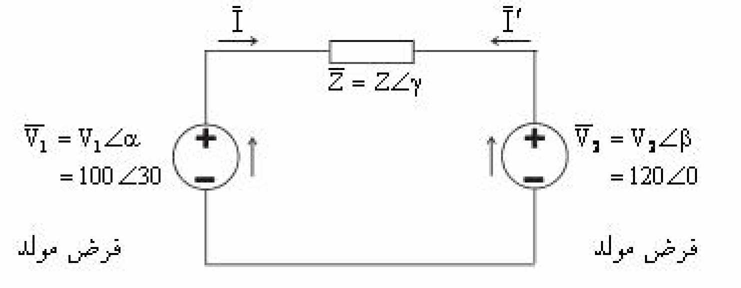


شكل(۲۰)

زاوية فاز جريان مدار خازني ـ اهمي نسبت به فاز ولتاژ مثبت است .
ضريب قدرت پيش فاز است($\cos\varphi>0$ ونيز $\sin\varphi<0$) پس مدار اهمي ـ خازني قدرت راكتيو توليد مي كند($Qc<0$)

$$S_C = P_C + jQ_C$$
$$P_C = |\bar{V}_C||\bar{I}_C|\cos\varphi_C > 0$$
$$Q_C = |\bar{V}_C||\bar{I}_C|\sin\varphi_C < 0$$

مثال) مشخص نمائيد كه كداميك از ماشينها بعنوان مولد(توليد كننده) وكداميك بعنوان موتور(مصرف كننده) عمل مي كنند



شكل(٢١)

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{Z}} = \frac{V_1\angle\alpha - V_2\angle\beta}{Z\angle\gamma} = \frac{100\angle30^\circ - 120\angle0^\circ}{2 + j5} = \frac{100\angle30^\circ - 120\angle0^\circ}{5.38\angle68.2^\circ} = 11.18\angle55.5^\circ$$

از راه جمع آثار : $\bar{I} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2 = (18.58\angle-38.2^\circ) - (22.30\angle-68.2^\circ) = 11.18\angle55.5^\circ$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}} = 11.18\angle-124.45^\circ$$

توان جذب شده توسط بار

$$\bar{S}_Z = +(\bar{V}_1 - \bar{V}_2)\bar{I}^* = -(\bar{V}_1 - \bar{V}_2)\bar{I}'^* = 249.65 + j624.17$$

فـــــرض مولـــــد :

$$\bar{S}_1 = +\bar{V}_1\bar{I}^* = -\bar{V}_1\bar{I}'^* = 1009 - j481 \quad VA$$

ماشين ((١)) در حالت ژنراتورى است $\rightarrow$ فرض صحيح است $P_1 > 0 \Rightarrow$

در حالت خازنى $Q_1 < 0 \Rightarrow$

قدرت راكتيو منبع (١) به عنوان ژنراتور منفى است لذا توان راكتيو (خازنى) مصرف مى كند.
در صورتيكه قدرت راكتيو منبع (١) بـه عنـوان ژنراتـور مثبت باشد در آنصورت توان راكتيو (سلفي) توليد خواهد نمود.

فرض مولـــد :

$$\bar{S}_2 = -\bar{V}_2\bar{I}^* = +\bar{V}_2\bar{I}'^* = -760 + j1105 \quad VA$$

فرض نـادرســت است $P_2 < 0 \Rightarrow$

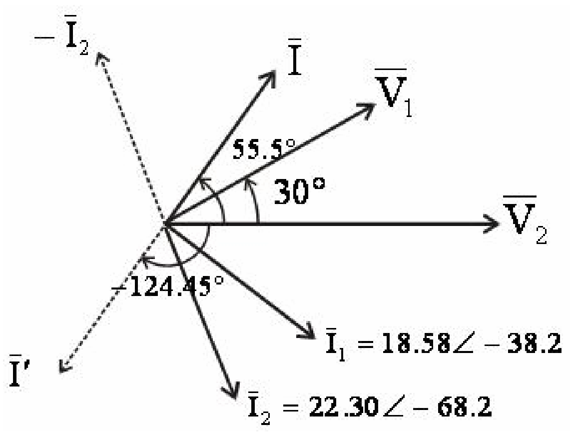
فرض موتور :

$$\bar{S}_2 = +\bar{V}_2\bar{I}^* = -\bar{V}_2\bar{I}'^* = 760 - j1105 \quad VA$$

ماشين (٢) در حالـت موتــورى است $\rightarrow$ فرض صحيح است $P_2 > 0 \Rightarrow$

در حالت خازنى $Q_2 < 0 \Rightarrow$

قدرت راكتيو منبع (٢) به عنوان موتور منفى است لذا توان راكتيو (خازنى) توليد مى كند.
در صورتيكه قدرت راكتيو منبع (٢) به عنوان موتور مثبت باشد در آنصورت توان راكتيو (سلفي) مصرف خواهد نمود.



شکل(۲۲) نمودار فازوري

فازور جريان بايستي در نواحي ۱ و ٤ واقع باشند در غير اينصورت از نواحي ۲ و ۳ آنها را به نواحي ۱ و ٤ تبديل مي كنيم .

شرط برقراري يا تعادل توانهاي مدار:

$\sum P$ مصرفی + تلفات اکتیو = $\sum P$ تولیدی

$\sum Q$ مصرفی + تلفات راکتیو = $\sum Q$ تولیدی

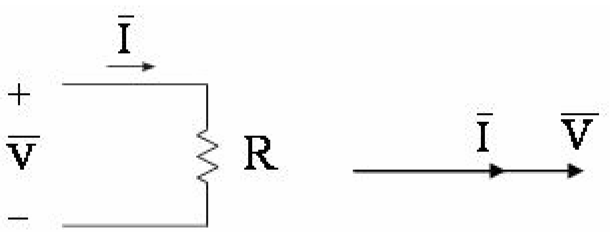
ماشين(۱) منبع توليد توان اكتيو $\Rightarrow (1009 \approx 249.65 + 760)$ $\quad P_1 = P_Z + P_2$

بنابراين كل توان اكتيو توليدي ماشين ۱ (ژنراتور) توسط خط انتقال و نيز ماشين ۲ مصرف مي شود.

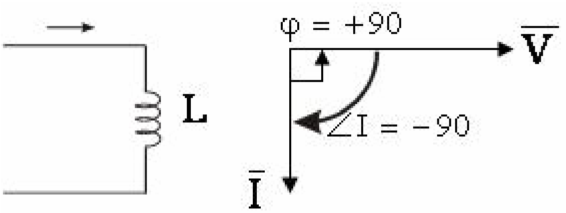
ماشين(۲) منبع توليد توان راكتيو $\Rightarrow (-481 = 624.17 - 1105)$ $\quad Q_1 = Q_Z + Q_2$

بنابراين كل توان راكتيو توليدي (خازني) ماشين ۲ (موتور) توسط خط انتقال بصورت توان راكتيو سلفي و نيز ماشين ۱ بصورت توان راكتيو خازني مصرف مي شود.

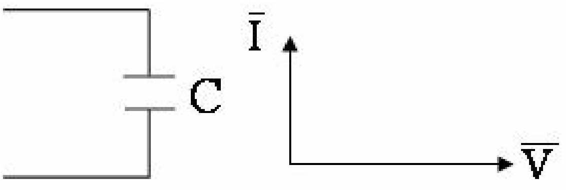
$\varphi = \angle V - \angle I$ $\qquad P \qquad Q$



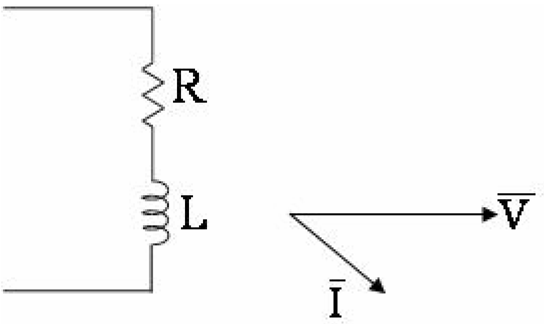
$Q = 0$ $\qquad P > 0$ $\qquad \varphi = 0$



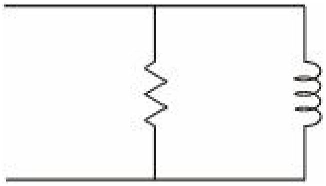
$\varphi = +90^\circ \qquad P = 0 \qquad Q > 0$



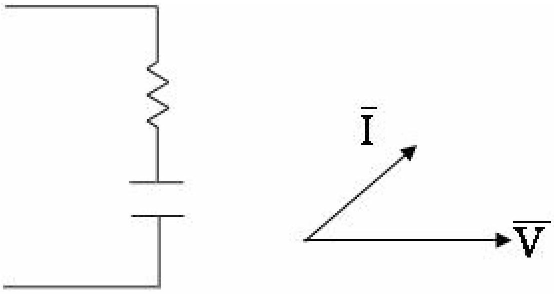
$\varphi = -90^\circ \qquad P = 0 \qquad Q < 0$

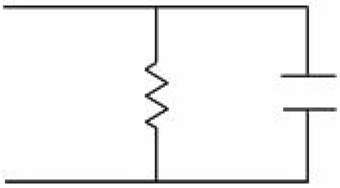


یا



$0 < \varphi < +90^\circ \qquad P > 0 \qquad Q > 0$





$-90^\circ < \varphi < 0 \qquad P > 0 \qquad Q < 0$

نکته:

۱-

غیر واقعی	واقعی	
اهمی $P > 0$	اهمی $P > 0$	$\bar{S}_M = P + jQ$ موتور
خازنی $Q < 0$	سلفی $Q > 0$	
تولید کننده توان راکتیو	مصرف کننده توان راکتیو	

	واقعی	غیر واقعی
ژنراتور $\bar{S}_G = P + jQ$	اهمی $P > 0$	اهمی $P > 0$
	سلفی $Q > 0$	خازنی $Q < 0$
	تولید کننده توان راکتیو	مصرف کننده توان راکتیو

-۲

$$\bar{I} = I\angle I \qquad \bar{I}^* = I\angle -I \qquad -\bar{I} = -1 * \bar{I} = (1\angle 180)\,\bar{I} = I\angle I + 180$$

مثال)

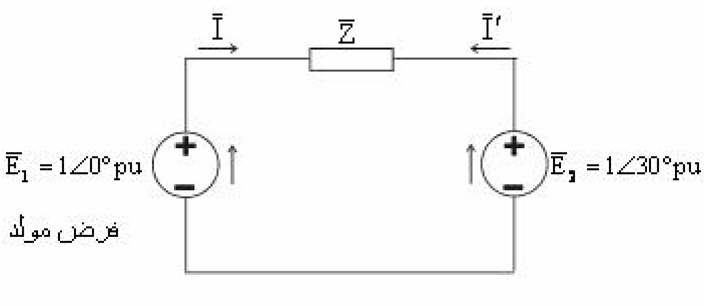
مطلوب است : تعيين مولد يا موتوري بودن ، نوع هر يك از منابع (اهمي سلفي يا اهمي خازني) ، رسم دياگرام ولتاژ جريان ، اصل برابري توانهاي توليدي و مصرفي در حالتهای زیر:

الف-سلفي خالص Z=j1 pu

ب- خازني خالص Z=-j1 pu

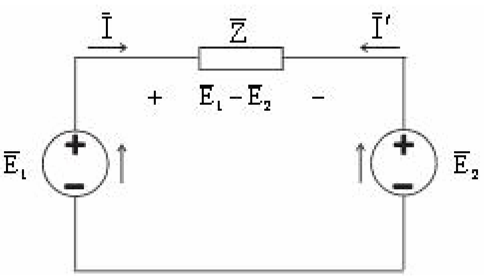
پ- اهمي سلفي Z=1+j pu

ت- اهمي خازني Z=1-j pu



شکل (۲۳)

حـــل :



جریان عبوری از امپدانس به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_1 - \bar{E}_2}{\bar{Z}} = \frac{1\angle 0 - 1\angle 30°}{\bar{Z}} = \frac{0.5176\angle -75°}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{E}_2 - \bar{E}_1}{\bar{Z}} = \frac{1\angle 30° - 1\angle 0}{\bar{Z}} = \frac{0.5176\angle 105°}{\bar{Z}}$$

الف) $\bar{Z} = j1\ pu = 1\angle 90°\,pu$ $\begin{cases} \bar{I} = 0.5176\angle -165°\,pu \\ \bar{I}' = 0.5176\angle +15°\,pu \end{cases}$ ✓

در این حالت جریان در جهت مخالف از نظر فاز ۱۸۰ درجه با هم تفاوت دارند.

ب) $\bar{Z} = -j1\ pu = 1\angle -90°\,pu$ $\bar{I} = 0.5176\angle +15°\,pu$

پ) $\bar{Z} = 1 + j\ pu = 1.4141\angle 45°\,pu$ $\begin{cases} \bar{I} = 0.366\angle -120°\,pu \\ \bar{I}' = 0.366\angle 60°\,pu \end{cases}$ ✓

ت) $\bar{Z} = 1 - j\ pu = 1.4141\angle -45°\,pu$ $\bar{I} = 0.366\angle -30°\,pu$

با فرض مولدی بودن هر دو منبع می توان نوشت:

مولد $\bar{S}_1 = +\bar{E}_1\bar{I}^* = (1\angle 0)(I\angle -\varphi_I)$

مولد $\bar{S}_2 = -\bar{E}_2\bar{I}^* = (1\angle 30°)(I\angle -\varphi_I)$

الف)

با فرض اینکه جریان I در مدار جاری است توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{S}_1 = +\bar{E}_1\bar{I}^* = (1\angle 0)(I\angle -\varphi_I)$$
$$\bar{S}_2 = -\bar{E}_2\bar{I}^* = (1\angle 30°)(I\angle -\varphi_I)$$
$$\begin{cases} \bar{S}_1 = (1\angle 0)(0.5176\angle +165°) = -0.499 + j0.134\ pu \\ \bar{S}_2 = -(1\angle 30)(0.5176\angle +165°) = -0.5176\angle 195 = +0.499 + j0.134\ pu \end{cases}$$

در این حالت توان راکتیو مصرف و حالت موتوری یا اهمی- سلفی است. پس جریان I مناسب نمی باشد، چون در ربع اول یا چهارم واقع نشده است.

با فرض اینکه جریان $\bar{I}' = 0.5176\angle +15°\,pu$ در مدار جاری است، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیرخواهد بود: ($\bar{I}'$ به ماشین ۱ وارد و از ماشین ۲ خارج می شود)

فرض موتوری ← $\bar{S}_1 = +\bar{E}_1\bar{I}'^* = (1\angle 0)(0.5176\angle -15°) = +0.499 - j0.134\ pu$ موتور

فرض مولدی ← $\bar{S}_2 = +\bar{E}_2\bar{I}'^* = (1\angle 30°)(0.5176\angle -15°) = +0.499 + j0.134\ pu$ مولد

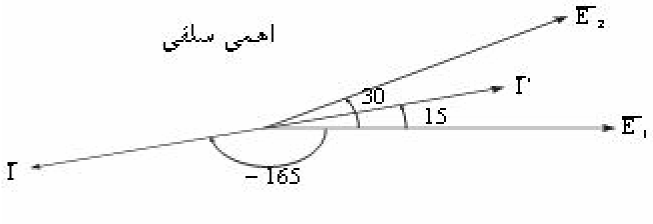
$\begin{cases} P_1 = 0.499 \\ Q_1 = -0.134 < 0 \end{cases}$ در این حالت منبع (۱) توان راکتیو تولید می کند وحالت اهمی- خازنی است .

$\begin{cases} P_2 = 0.499 \\ Q_2 = +0.134 > 0 \end{cases}$ در این حالت منبع (۲) توان راکتیو مصرف می کند وحالت اهمی- سلفی است.

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_2 - \bar{E}_1)\bar{I}'^* = (0.5176\angle 105)(0.5176\angle -15) = (0.5176)^2\angle 90 = 0 + j0.268$$
$$P_Z = 0 \quad Q_Z = 0.268\,pu > 0$$

چون توان راکتیو مثبت است لذا امپدانس در حالت مصرف کنندگی می باشدکه دوراز انتظار هم نمیباشد.



شکل(۲٤)

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت موتوری وماشین ۲ در حالت مولدی است قانون تعادل توان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + P_Z \\ Q_2 = Q_1 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} 0.499 = 0.499 + 0 \\ 0.134 = -0.134 + 0.268 \end{matrix}$$

ب)
با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I} = 0.5176\angle +15° pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیرخواهد بود: ($\bar{I}$ از ماشین ۱ خارج و به ماشین ۲ وارد می شود)

مولد $\bar{S}_1 = +\bar{E}_1\bar{I}^* = (1\angle 0)(0.517\angle -15) = +0.499 - j0.134 pu$ → فرض مولدی

موتور $\bar{S}_2 = +\bar{E}_2\bar{I}^* = (1\angle 30)(0.517\angle -15) = +0.499 + j0.134 pu$ → فرض موتوری

ماشین (۱) توان راکتیو مصرف یاجذب مي كند(اهمي خازني) $\begin{cases} P_1 = 0.499 \\ Q_1 = -0.134 < 0 \end{cases}$

ماشین (۲) توان راكتيو مصرف مي كند(اهمي سلفی) $\begin{cases} P_2 = 0.499 \\ Q_2 = +0.134 > 0 \end{cases}$

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

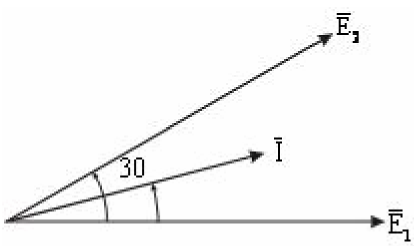
$$\bar{S}_Z == +(\bar{E}_1 - \bar{E}_2)\bar{I}^* = (0.5176\angle -75)(0.5176\angle -15) = (0.5176)^2\angle -90 = 0 - j0.268 pu$$

$$P_Z = 0 \quad Q_Z = -0.268 pu < 0$$

توان راکتیو منفی بوده وامپدانس به صورت اهمی- خازنی است.

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت مولدی وماشین ۲ در حالت موتوری است قانون تعادل توان به صورت زیر است :

$$\begin{cases} P_1 = P_2 + P_Z \\ Q_1 = Q_2 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} 0.499 = 0.499 + 0 \\ -0.134 = +0.134 - 0.268 \end{matrix}$$



شکل(۲٥)

پ)

با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I}' = 0.366\angle 60° pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیرخواهد بود: ($\bar{I}'$ به ماشین ۱ وارد و از ماشین ۲ خارج می شود)

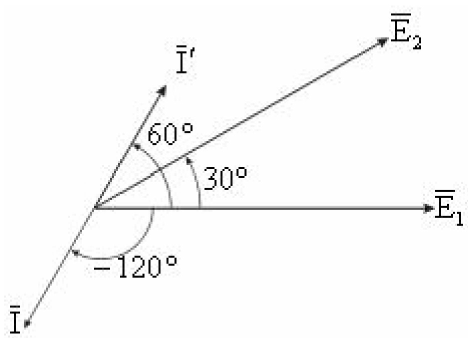
موتور $\bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}'^* = (1\angle 0)(0.366\angle -60°) = +0.183 - j0.317\ pu$ ← فرض موتوری

مولد $\bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}'^* = (1\angle 30°)(0.366\angle -60°) = +0.317 - j0.183\ pu$ ← فرض مولدی

$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_2 - \bar{E}_1)\bar{I}'^* = (0.5176\angle 105)(0.366\angle -60) = 0.189\angle 45 = 0.134 + j0.134 \text{ pu}$$

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت موتوری وماشین ۲ در حالت مولدی است قانون تعادل توان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + P_Z \\ Q_2 = Q_1 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{array}{l} 0.317 = 0.183 + 0.134 \\ -0.183 = -0.317 + 0.134 \end{array}$$



شکل(۲۶)

ت)

با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I} = 0.366\angle -30 pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیرخواهد بود: ($\bar{I}$ از ماشین ۱ خارج و به ماشین ۲ وارد می شود)

مولد $\bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}^* = (1\angle 0)(0.366\angle +30) = +0.317 - j0.183 pu$ ← فرض مولدی

موتور $\bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}^* = (1\angle 30)(0.366\angle +30) = +0.183 + j0.317 pu$ ← فرض موتوری

ماشین (۱) توان راکتیو مصرف یاجذب مي کند(اهمي خازني) $\begin{cases} P_1 = 0.317 \\ Q_1 = -0.183 < 0 \end{cases}$

ماشین (۲) توان راکتیو مصرف مي کند(اهمي سلفی) $\begin{cases} P_2 = 0.183 \\ Q_2 = +0.317 > 0 \end{cases}$

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

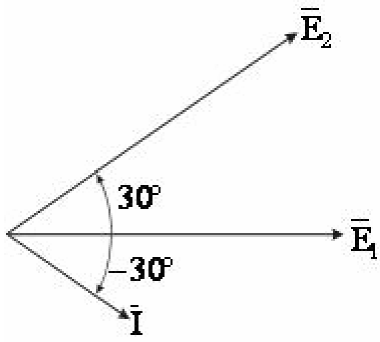
$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_1 - \bar{E}_2)\bar{I}^* = (0.5176\angle -75)(0.366\angle +30) = 0.189\angle -45 = 0.134 - j0.134 pu$$

$$P_Z = 0.134 \quad Q_Z = -0.134 pu < 0$$

توان راکتیو منفی بوده وامپدانس به صورت اهمی- خازنی است.

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت مولدی وماشین ۲ در حالت موتوری است قانون تعادل توان به صورت زیر است :

$$\begin{cases} P_1 = P_2 + P_Z \\ Q_1 = Q_2 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} 0.317 = 0.183 + 0.134 \\ -0.183 = +0.317 - 0.134 \end{matrix}$$



شکل(۲۷)

تعاریف ولتاژهای خط و فاز

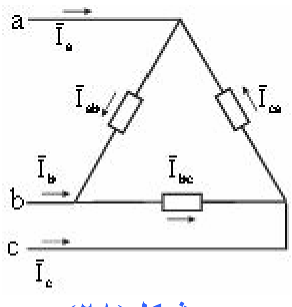
ولتاژ خط، اختلاف پتانسیل بین دو فاز را گویند($V_L = V_{LL}$)

ولتاژ فاز، اختلاف پتانسیل بین يك فاز و Neutral يا زمين را گويند(V_a, V_b, V_c)

اختلاف پتانسيل بين دو خط را با دو حرف نشان مي دهند : V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}

اختلاف پتانسيل بين فاز و زمين را با يك حرف نشان مي دهند: V_a, V_b, V_c

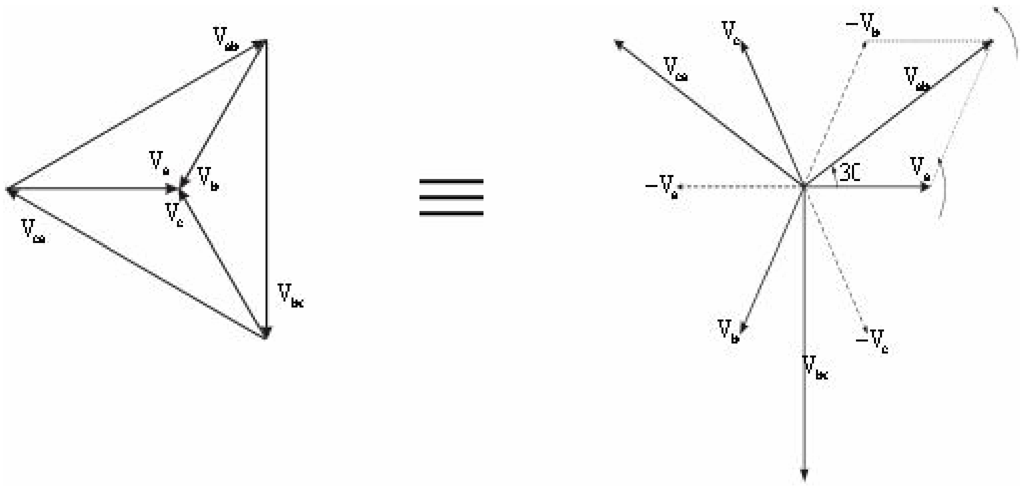
در حالت مثلث ولتاژها وجریانها به صورت زیر می باشد:



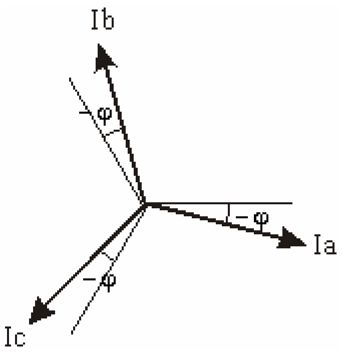
شکل(۲۸)

$$V_{an} = V_a - V_n = V_a - 0 = V_a$$
$$i_{La} = i_{an} = i_a$$
$$i_{Lc} = i_{cn} = i_c \qquad \Rightarrow i_c = i_{\varphi c} = i_{Lc}$$
$$i_{Lb} = i_{bn} = i_b$$

در حالت ستاره ولتاژها وجریانها به صورت زیر می باشد:



شکل(۲۹)



شکل(۳۱)

$$V_{ab} = V_a - V_b \qquad \varphi = \varphi_{phase}$$
$$V_{bc} = V_b - V_c \qquad \varphi_{Line} \neq \varphi_{phase}$$
$$V_{ca} = V_c - V_a \qquad \varphi_{Line} = \varphi_{phase} + 30^\circ$$

$V_L = \sqrt{3}V_{?P}(\angle V_P \angle + 30^\circ)$ در اتصال ستاره

$\bar{I}_L = \bar{I}_\varphi$

$$\left|\bar{V}_{ab}\right| = 2V_a \cos 30 = \sqrt{3}V_a$$
$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{3}V_a \angle 0 + 30$$

با نوشتن روابط مثلثاتی می توان نتیجه گیری کرد که:

اگر امپدانس بار متقارني در اتصال مثلث $Z\Delta$ ودر اتصال ستاره معادل آن $Z\lambda$ باشد: $Z\Delta = 3Z\lambda$

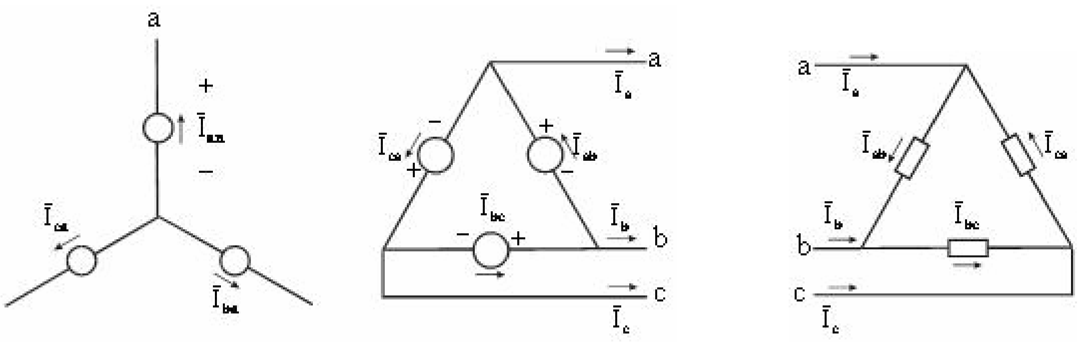
به همين ترتيب مي توان نتيجه گيري کرد که:

$$P_\Delta = 3P_\lambda$$
$$Q_\Delta = 3Q_\lambda$$
$$S_\Delta = 3S_\lambda$$

از طريق محاسبات فازوری هم مي توان به جواب رسيد که درآن بايد روابط ولتاژ وجريان را در معادلات توان قرار داده و توانهای اکتيوو راکتيو را در هر دو حالت تعيين کرد.

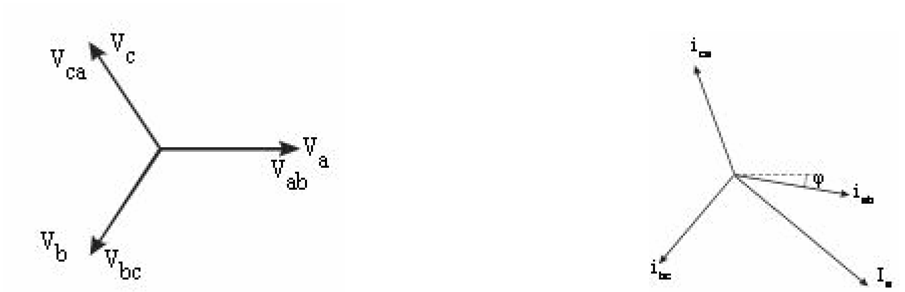
$\bar{V}_A = V_a\angle 0°$ $\bar{V}_B = V_b\angle -120°$ $\bar{V}_C = V_c\angle +120°$

سؤال) در حالت اتصال مثلث روابط ولتاژها وجريانها را حساب كنيد.



شكل(۳۲)

$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{3}V_a\angle 0 \qquad \bar{I}_{ab} = I_{ab}\angle 0 \pm \varphi \qquad \bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} = \sqrt{3}I_{ab}\angle -30-0\pm\varphi$$
$$\bar{V}_{bc} = \sqrt{3}V_b\angle -120 \qquad \bar{I}_{bc} = I_{bc}\angle -120 \pm \varphi \qquad \bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} = \sqrt{3}I_{bc}\angle -30-120\pm\varphi$$
$$\bar{V}_{ca} = \sqrt{3}V_c\angle +120 \qquad \bar{I}_{ca} = I_{ca}\angle +120 \pm \varphi \qquad \bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} = \sqrt{3}I_{ca}\angle -30+120\pm\varphi$$

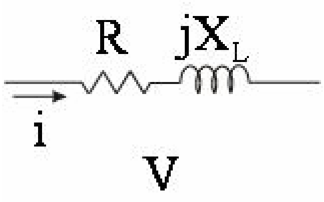


شكل(۳۳)

تمرين) مثلث توان را از دو ديدگاه توليد كننده و مصرف كننده مورد بررسي قرار دهيد .

سؤال) چرا در سيستمهاي قدرت بجاي $S=VI$ ، $S=VI^*$ را در نظر مي گيرند ؟

جواب) اگر از I^* بجاي I استفاده شود مدار اندوكتيو، بصورت اندوكتيو و مدار كاپاسيتيو بصورت كاپاسيتيو نشان داده خواهدشد ولي اگر از I^* بجاي I استفاده نشود به صورت عكس عمل خواهد كرد .
حالت كاپاسيتيو به علت تزريق توان راكتيو باعث افزايش ولتاژ وحالت اندوكتيو به علت مصرف توان راكتيو باعث كاهش ولتاژ خواهد شد. فرض كنيد مدار زير مدار اندوكتيو است



شكل(۳٤)

هر مدار اندوكتيو داراي z مثبت خواهد بود :

$\bar{Z} = |\bar{Z}|\angle\varphi$

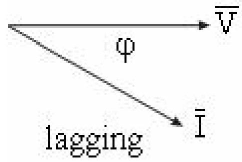
$\cos\varphi = PF\ (Power\ Factor)$

$If\ \bar{V} = |V|\angle 0 \Rightarrow \bar{I} = \dfrac{V\angle 0}{z\angle\varphi} = i\angle -\varphi$

روش غلط(S=VI):

$S = \bar{V}\,\bar{I} = (v\angle 0)(i\angle -\varphi) = vi\angle -\varphi = vi\cos(-\varphi) + j\sin(-\varphi) = vi\cos\varphi - j\sin\varphi = P - jQ$

ملاحظه مي شود كه جواب كاپاسيتيو است در صورتيكه مدار اندوكتيو است *(R+jXL)*
بنابر اين بايد از I^* بجاي I استفاده شود:

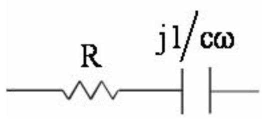


شكل(۳٥)

روش درست:

$S = \bar{V}\,\bar{I}^* = (v\angle 0)(i\angle\varphi) = vi\angle\varphi = vi\cos(+\varphi) + j\sin(+\varphi) = vi\cos\varphi + j\sin\varphi = P + jQ$

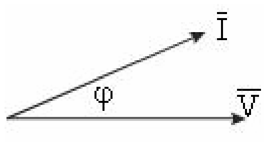
ملاحظه مي شود كه جواب اندوكتيو است .
حال فرض كنيد مدار زير مدار كاپاسيتيو است:



شكل(۳٦)

$Z = |z|\angle -\varphi$

$If\ \bar{V} = |V|\angle 0 \Rightarrow \bar{I} = \dfrac{V\angle 0}{z\angle -\varphi} = i\angle\varphi$



شكل(۳۷)

$S = \bar{V}\,\bar{I}^* = (v\angle 0)(i\angle -\varphi) = vi\angle -\varphi = vi\cos(-\varphi) + j\sin(-\varphi) = vi\cos\varphi - j\sin\varphi = P - jQ$

با توجه به اینکه خازن باعث بهبود ضریب توان می شود ، در صورتی که مقادیر توان راکتیو قبل از اصلاح، $Q1$ وبعد ازآن، $Q2$ آن معلوم باشد و با فرض اینکه خازن ایده آل بوده و توان اکتیو مصرف نمی کند لذا P ثابت وروابط زیر را خواهیم داشت:

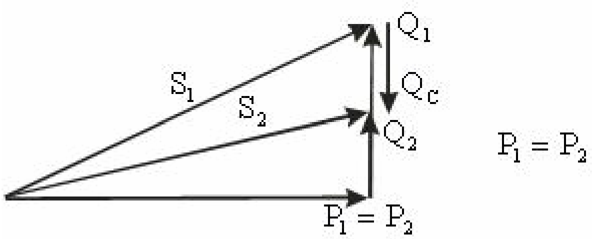
مقدار خازن لازم برای اصلاح به صورت زیر است:

$$Q_C = |Q_2 - Q_1|$$

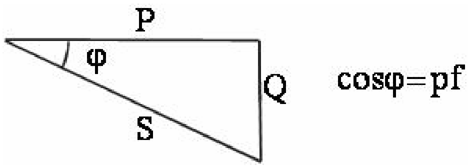
اگر $\cos\varphi 1$ (قبل از اصلاح)و $\cos\varphi 2$ (بعد از اصلاح)داده شده باشند:

$$\left.\begin{array}{l}\tan\varphi_1 = \dfrac{Q_1}{P} \\ \tan\varphi 2 = \dfrac{Q_2}{P}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1}{\tan\varphi_1} = \frac{Q_2}{\tan\varphi_2} \Rightarrow Q_2 = Q_1\frac{\tan\varphi_1}{\tan\varphi_2} \Rightarrow Q_C = |Q_2 - Q_1| \qquad Q_c = \frac{{V_C}^2}{X_C} C\omega {V_C}^2$$

معمولا مثلث توان را از دیدمصرف کننده بررسي مي كنند. در شكل زير چگونگی تاثير خازن در اصلاح ضریب توان مشخص می باشد.



شکل(۳۸)



شکل(۳۹)

در کارخانجات pf معمولا در حدود ۰،۶۵ تا ۰،۷۵ است

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = P + jQ$$

$$\left.\begin{array}{l}\bar{S}_1 = P_1 + jQ \\ \bar{S}_2 = P_2 + jQ_2\end{array}\right\} \xrightarrow{Q_1 \& Q_2 \downarrow \ \ \& P_1 = P_2} \bar{S}\downarrow$$

از دید مصرف كننده براي كاهش Q (كه پول انرژي راكتيو را كم مي كند) يك خازن بصورت موازي قرار مي دهند(P ثابت و Q كاهش مي يابد بنابر اين S كاهش مي يابد)

نكته : خازن و سلف از لحاظ فاز، ۱۸۰درجه اختلاف دارند

(كاهش Q باعث افزايش pf مي شود)

$$P_1 = P_2 \qquad \bar{S}_2 = P_2 + jQ_2\downarrow \xrightarrow{P=cte} \bar{S}_2\downarrow$$

$$\bar{S}_2\downarrow = \bar{V}_2\,\bar{I}_2^{\,*} \xrightarrow{V=cte} I_2\downarrow$$

با کاهش توان ظاهری، جریان عبوری از مدار کاهش و در نتیجه قطر سیم لازم برای عبور این جریان کمتر در نظر گرفته شده وهزینه کم خواهد شد.