

## فصل پنجم

### ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه (معادلات شبکه)

#### معادلات شبکه و راه حل ها

##### ۱-۵ دیاگرام تک خطی شبکه ( single – line – diagram )

اولین قدم در تحلیل شبکه های قدرت دستیابی به دیاگرام تک خطی شبکه می باشد ( از روی سیستم سه فاز شبکه ) اغلب روی شبکه های سه فاز تقارن فقط از دیاگرام تک خطی یک فاز استفاده می شود . برای ساده سازی ترسیم شبکه نیز از ترسیم خط نول صرف نظر می گردد .

##### اصطلاحات شبکه ( Network Terminology )

هر شبکه الکتریکی ( مدار الکتریکی ) از اجزای زیر تشکیل یافته است :

شاخه ( خط انتقال ) گره ( شین ) و حلقه

عناصر موجود در شبکه الکتریکی شامل عناصر اکتیو و پسیو هستند .

اجزای اکتیو : ولتاژ منابع  $e(t)$  ، جریان منابع  $i(t)$

اجزای پسیو : مقاومت  $R$  ، سلف  $L$  ، خازن  $C$

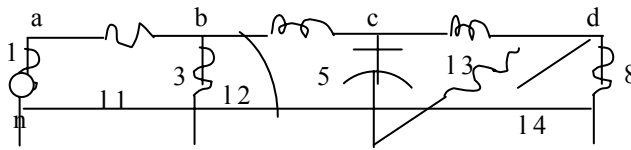
اجزای خطی اجزائی هستند که دارای معادله دیفرانسیل خطی بوده و جواب خطی به تمام ورودیها بدهد .

شاخه : شامل یک یا مجموعه ای از اجزای الکتریکی است که بصورت سری یا موازی بین دو ترمینال متصل می باشند .

گره : نقطه ای از شبکه که محل اتصال بین چند شاخه باشند ( دو یا چند شاخه )

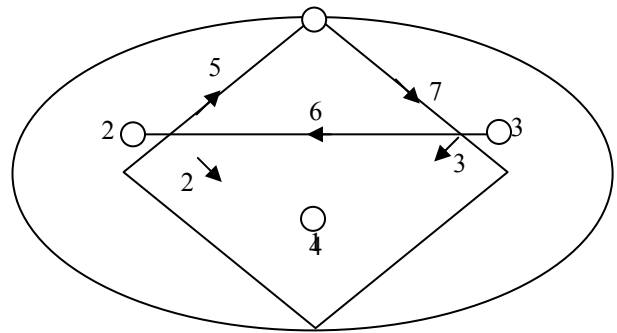
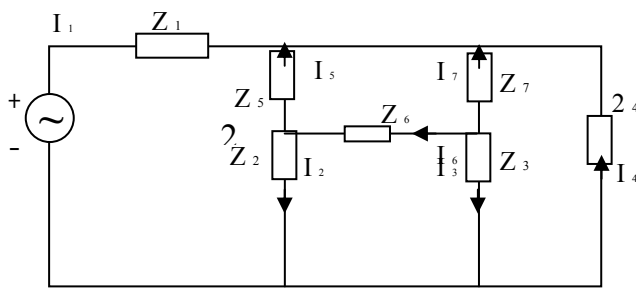
حلقه : هر مسیر ایجاد شده بین دو یا چند شاخه تشکیل یک حلقه یا مش را می دهند .

برای مثال شبکه الکتریکی زیر دارای گروه‌هایی  $a, b, c, d$  و  $e$  است. و ۸ شاخه، یک منبع ولتاژ چهار عدد حلقه یامش  $L_1, L_2, L_3, L_4$  اساسی است.



### ۳-۵ تئوری گراف ها ( Graph Theory )

در شبکه های الکتریکی پیچیده می توان از قوانین کرشف استفاده نمود که تولید دستگاه معادلات برای شبکه را می دهد. بنابراین برای تحلیل شبکه بایستی دستگاه معادلات حل گردند. برای شبکه های کوچک تحلیل این معادلات ساده بوده ولی در شبکه های بزرگ تئوری گرافها بطور گسترده استفاده می شوند. در این تئوری، شبکه الکتریکی تبدیل به یک گراف جهت دار می شود.



### زیر گراف Sub - Graph

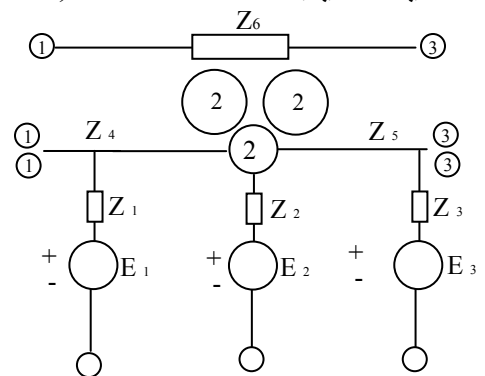
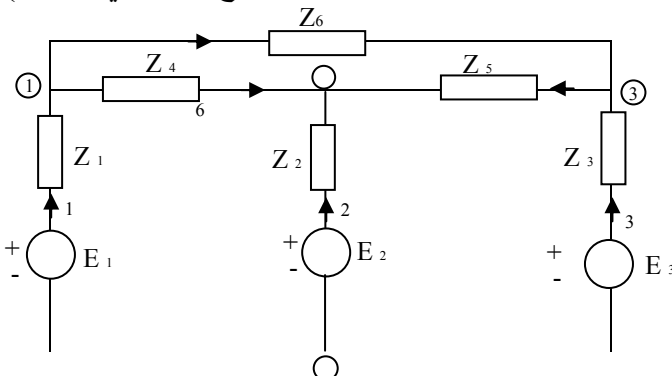
....

### درخت و هم درخت Tree + co-tree

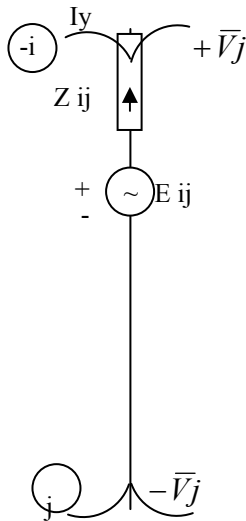
....

### ۴-۵ شبکه اولیه ( Primitive Network )

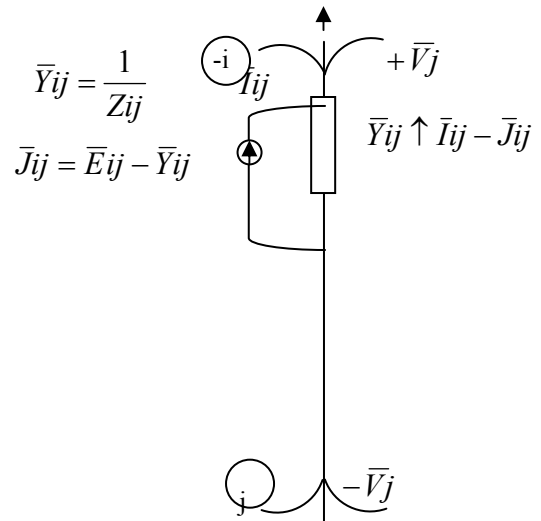
مجموعه ای از شاخه های غیر متصل از شبکه داده شده را شبکه اولیه می نامند. هر شاخه ممکن است شامل تعدادی اجزای پسیو یا اکتیو باشد. ( در مثال تعداد ۶ شاخه که ۳ شاخه از آنها شامل منبع تغذیه می باشد ).



برای هر شاخه غیر متصل از شبکه می توان آنرا از فرم امپدانس ( با منبع ولتاژ ) به فرم admittance ( با منبع جریان ) تبدیل کرد .



شاخه ای شبکه با فرم امپدانس شامل منبع ولتاژ



شاخه ای از شبکه با فرم admittance شامل منبع جریان

$$\bar{V}_{ij} = \bar{V}_i - \bar{V}_j = -\bar{V}_{ji}$$

اختلاف پتانسیل یا ولتاژ شاخه ij

$$\bar{E}_{ij}$$

منبع ولتاژ ( تغذیه ) شاخه ij

$$\bar{I}_{ij} = -\bar{I}_{ji}$$

جریان جاری از شاخه ij ( از گره I به سمت گره j )

$$\bar{J}_{ij}$$

جریان منبع موازی با admittance Y ij

$$\bar{Z}_{ij} = \frac{1}{\bar{Y}_{ij}}$$

امپدانس و admittance شاخه ij

معادلات مربوط به خطوط (شاخه ها)

$$\bar{E}_{ij} - \bar{I}_{ij} \bar{Z}_{ij} = \bar{V}_{ij}$$

$$\bar{E}_{ij} - \bar{V}_{ij} = \bar{I}_{ij} \bar{Z}_{ij}$$

بنابراین معادلات به فرم ماتریسی بصورت زیر نوشته می شوند.

$$\begin{cases} \bar{E}_{line} - \bar{V}_{line} = \bar{Z}_{line} \bar{I}_{line} \\ \bar{Y}_{line} (\bar{E}_{line} - \bar{V}_{line}) = \bar{I}_{line} \end{cases}$$

$$\bar{E}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \vdots \\ \bar{E}_{nl} \end{bmatrix} \quad \bar{V}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_{nl} \end{bmatrix} \quad \bar{I}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_{nl} \end{bmatrix}$$

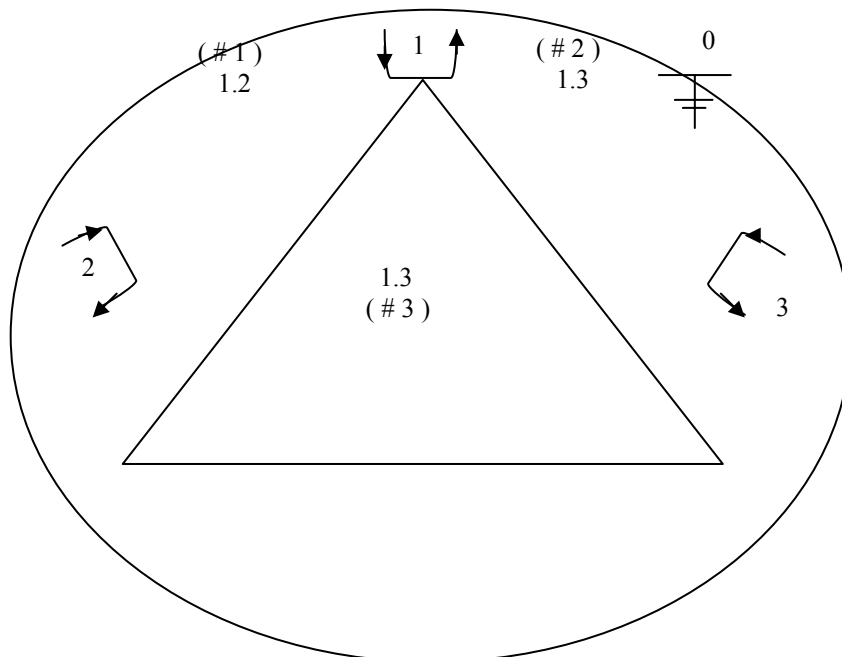
$$\bar{Z}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_{n_l} \end{bmatrix} \quad \bar{Y}_{line} = \bar{Z}_{line}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{Z}_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\bar{Z}_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{Z}_{n_l}} \end{bmatrix}$$

هر گاه منابع ولتاژ موجود نباشد در آنصورت دیده می شود :

$$\bar{V}_{line} = \bar{Z}_{line} \bar{I}_{line}$$

$$\bar{Y}_{line} \bar{V}_{line} = \bar{I}_{line}$$

همانطور که گفته شد ارتباط میان اجزای شبکه بصورت روابط جریان و ولتاژ کرشف KCL ، KVL و قوانینی اهم قابل بیان است . برای محاسبه تعداد nl جریان در شاخه های شبکه نیاز به تعداد nl معادله می باشد . برای دستیابی به این مجهولات می توان از دو روش گره یا حلقه استفاده نمود .



با انتخاب زمین بعنوان شین مرجع ، تعاریف و قوانین زیر را خواهیم داشت :

۱- تعریف ادمیتانسها ( Y ) ، ولتاژها ( V ) ، و جریانهای خطوط ( I ) :

$$\bar{Y}_{i,j} = \bar{Y}_{j,i} = \bar{Y}_{i,j} \angle -\theta_{i,j} \quad \bar{V}_i = V_i \angle \delta_i$$

$$\bar{V}_{i,j} = -\bar{V}_{j,i} \quad \bar{V}_{i,j} = \bar{V}_i - \bar{V}_j \quad i,j = 1, \dots, n$$

Definition

$$\bar{I}_{i,j} = -\bar{I}_{j,i}$$

۲- روابط KCL برای جریان شینها :

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \bar{I}_{i,j} \quad i = 1, \dots, n_{bus} \quad (1-5)$$

KCL

$$\left( \sum_{i=1}^{n_b} \bar{I}_i = 0 \right) \quad \text{جریان تزریقی ( Injecting current )}$$

nlbi تعداد خطوط متصل به شین I می باشد . برای شبکه شکل ۲-۴ روابط KCL بصورت زیر است .

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{1,2} + \bar{I}_{1,3}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{2,3}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{3,1} + \bar{I}_{3,2}$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

۳- روابط KVL برای ولتاژ حلقه ها :

KVL

$$\sum_{i,j=1}^{n_{ll,k}} \bar{V}_{i,j,k} = 0 \quad k = 1, \dots, (n_{line} - n_{bus} + 1) \quad (2-5)$$

$n_{ll,k}$  تعداد خطوط موجود در حلقه k می باشد . در شبکه شکل

OHM:

۲-۴ روابط KVL بصورت زیر است .

$$\bar{V}_{1,2} + \bar{V}_{2,3} + \bar{V}_{3,1} = 0$$

۴- روابط OHM برای خطوط و شینها بر حسب ادمیتانسها :

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_i \bar{V}_i = |\bar{Y}_i \bar{V}_i| \angle \delta_i - \theta_i$$

$$\bar{I}_{i,j} = \bar{Y}_{i,j} \bar{V}_{i,j} = |\bar{Y}_{i,j} \bar{V}_{i,j}| \angle \delta_{i,j} - \theta_{i,j} \quad i, j = 1, \dots, n_b \quad (3-5)$$

برای شبکه روابط OHM بصورت زیر است .

$$\bar{Y}_{1,2} \bar{V}_{1,2} = \bar{I}_{1,2}$$

$$\bar{Y}_{2,3} \bar{V}_{2,3} = \bar{I}_{2,3}$$

$$\bar{Y}_{1,3} \bar{V}_{1,3} = \bar{I}_{1,3}$$

۵- روابط قدرتها ( S ، P ، Q ) برای شینها :

POWER:

$$\begin{aligned} \bar{S}_i &= \bar{V}_i \bar{I}_i^* \\ \bar{S}_i &= P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \bar{I}_i \quad i, j = 1, \dots, n_b \quad (4-5) \\ \bar{S}_{i,j} &= \bar{V}_{i,j} \bar{I}_{i,j}^* \end{aligned}$$

## 5-5 معادلات مرجع پایه

در آنصورت تعداد  $2nb$  معادله خواهیم داشت که برابر با تعداد مجهولات شبکه می باشند در روش RCD سعی می شود تا با استفاده از اندازه گیریهای توانهای تزریقی ، جاری و اندازه ولتاژها ، بتوان توانهای تزریقی شینها را مورد بررسی قرار داد هرگاه توانهای تزریقی حقیقی و غیر حقیقیشینها در دست قابل محاسبه باشند در آنصورت می توان گفت که براساس روابط پخش بار اندازه و زاویه فاز ولتاژ تمام شینها ی شبکه رویت پذیر خواهند شد . البته اینکار بایستی با فیلتر کردن اندازه گیریها توام باشد که باعث می شود مسئله پخش بار تبدیل به مسئله تخمین حالت گردد . بنابراین در روش RCD از روابط KCL, KVL توانی استفاده می شود و هر گاه اندازه گیری اندازه ولتاژ شین داده شده باشد به توان غیر حقیقی تزریقی همان سین تبدیل می شود برای نمایش ارتباط بین المانها ی هر شبکه دو فرم اساسی وجود دارد .

۱- فرم مرجع پایه شین : در این فرم ارتباط بین اجزا شبکه قدرت بصورت تعداد  $nb-1$  معادله گره یا kcl برحسب ماتریس امپدانس  $Z_{bus}$  یا ادمیتانس  $y_{bus}$  شین های شبکه نوشته شده اند .

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bus} \text{ (or } \bar{E}_{bus} \text{)} &= \bar{Z}_{bus} \bar{I}_{bus} \\ \bar{I}_{bus} &= \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus} \end{aligned}$$

۲- فرم مرجع پایه حلقه : در این فرم ارتباط عناصر شبکه بااستفاده از تعداد  $nl-nb+1$  معادله حلقه اساسی شبکه بصورت روابط kvl بر حسب ماتریس امپدانس  $z_{loop}$  یا ادمیتانس  $Y_{loop}$  حلقه های شبکه نوشته می شود .

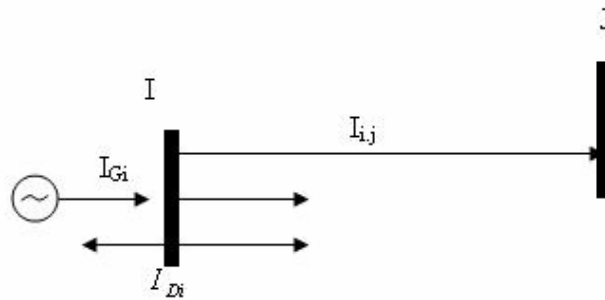
$$\begin{aligned} \bar{V}_{loop} \text{ (or } \bar{E}_{loop} \text{)} &= \bar{Z}_{loop} \bar{I}_{loop} \\ \bar{I}_{loop} &= \bar{Y}_{loop} \bar{V}_{loop} \end{aligned}$$

که در آن  $v_{loop}$  و  $I_{loop}$  بردارهای ولتاژ و جریان حلقه های اساسی می باشند برای بررسی روابط شبکه می توان از یکی از مراجع فوق و یا ترکیبی از آنها استفاده نمود . در فرم مرجع پایه شین ، توان تزریقی شین  $I$  و توان جاری خط  $i, j$  با صرفنظر کردن از ادمیتانسهای موازی دو طرف خطوط و با توجه به شکل بصورت زیر تعریف می شوند که در آن مثلثهای توان تزریقی شین  $z$  و توان جاری خط  $i, j$  با صرفنظر کردن از ادمیتانسهای موازی دو طرف خطوط و با توجه به شکل بصورت زیر تعریف می شوند که در آن مثلثهای توان مربوط به تزریق شین  $z$  و توان جاری خط  $i, j$  بصورت می باشد .

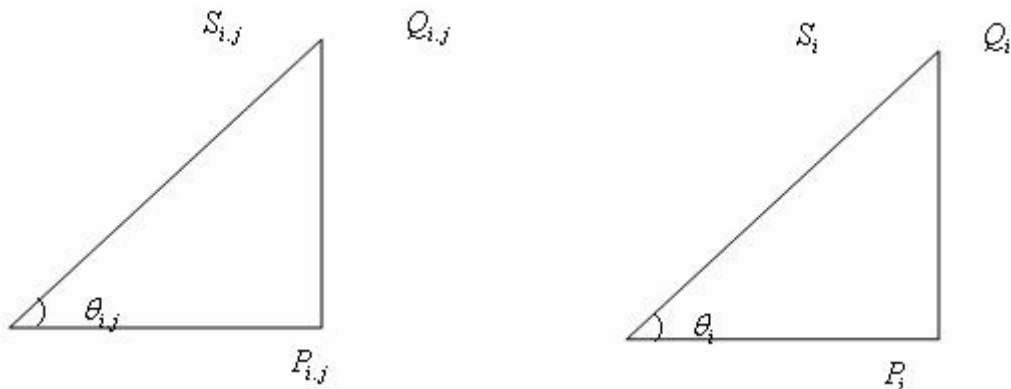
$$S_i = V_i I_i^* = |Y_i V_i^2| \angle \theta_i = P_i + jQ_i$$

$$S_{i,j} = V_{i,j} I_{i,j}^* = |Y_{i,j} V_{i,j}^2| \angle \theta_{i,j} = P_{i,j} + jQ_{i,j}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_i = \bar{I}_{Gi} - \bar{I}_{Di} \\ \bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \bar{I}_{i,j} \quad i = 1, \dots, n_{bus} \end{cases}$$



شکل ۶-۲ ارتباط شین i باز و مقدار جریان تولید  $I_{Gi}$  و مصرف  $I_{Di}$  مربوط به شین i



شکل ۷-۲ مثلثهای توان تزریقی شین i و توان جاری خط i.

برای رسیدن به معادلات RCD که بر پایه نمایش توانی معادلات KCL و KVL قرار گرفته اند بصورت زیر عمل می کنیم . برای این منظور لازم است تا ارتباط بین متغیرهای جریان و ولتاژ شینها و خطوط را بدست آوریم . عبارت دیگر بجای متغیرهای جریان و ولتاژ در روابط kvl و kcl متغیر های توانی قرار می گیرند . پس جریان تزریقی هر شین در حقیقت جریان بین آن شین و زمین می باشد و برای جریان تزریقی شینها می

$$\text{توان نوشت } I_i = I_{i,0}$$

در اینصورت معادله اهم برای شین برابر است با  $I_{i,0} = Y_{i,0} V_{i,0}$

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= \bar{V}_{i,0} \\ \bar{Y}_i &= \bar{Y}_{i,0} \end{aligned}$$

که در واقع

بنابراین معادله اهم برای شین  $i$  با حذف نماد مربوط به زمین (۰) بصورت زیر نوشته می شود .  $I_i = Y_i V_i$  .  
از طرف دیگر معادله توان نرزیقی برای شین  $i$  بصورت زیر نوشته می شود

### Loop Frame of Reference

### ۶-۵ معادلات شبکه در فرم مرجع پایه :

$$\bar{E}_{loop} = \bar{Z}_{loop} \bar{I}_{loop} \quad \bar{Y}_{loop} \bar{E}_{loop} = \bar{I}_{loop}$$

$$\bar{E}_{loop} = [\bar{E}_1 \quad \bar{E}_2 \quad \dots \quad \bar{E}_{n_{loop}}]^T$$

$$\bar{I}_{loop} = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2 \quad \dots \quad \bar{I}_{n_{loop}}]^T$$

$$\bar{Z}_{loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} & \dots & \bar{Z}_{1n_{loop}} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} & \dots & \bar{Z}_{2n_{loop}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Z}_{n_{loop}1} & \bar{Z}_{n_{loop}2} & \dots & \bar{Z}_{n_{loop}n_{loop}} \end{bmatrix}$$

در محاسبه  $\bar{Z}_{loop}$  یا  $\bar{Y}_{loop}$  مقادیر  $\bar{Z}_{ii}, \bar{Y}_{ii}$  مقادیر خود امپدانس (Self-Impedance) و خود ادمیتانس (Self-Admittance) هستند.

مقادیر  $\bar{Z}_{ij}, \bar{Y}_{ij}$  مقادیر امپدانس متقابل (Mutual-Impedance) و ادمیتانس متقابل (Mutual-Admittance) هستند.  
مقادیر متقابل بسته به انتخاب جهت جریان دارای مقادیر مثبت یا منفی خواهند بود .

شکل حلقه های اساسی شبکه الکتریکی داده شده

شکل ۵

در این بررسی در وهله اول بایستی حلقه های اساسی Basic Loop مدار (یا درخت) انتخاب شوند .

با استفاده از KVL داریم :

$$\begin{cases} \text{Loop 1:} & \bar{E}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 + \bar{Z}_4 (\bar{I}_1 - \bar{I}_3 - \bar{I}_4) \\ \text{Loop 2:} & \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_1 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4) \\ \text{Loop 3:} & \bar{E}_3 = \bar{Z}_4 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 - \bar{I}_1) + \bar{Z}_5 \bar{I}_3 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 + \bar{I}_2) \\ \text{Loop 4:} & \bar{E}_3 = \bar{Z}_4 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 - \bar{I}_1) + \bar{Z}_6 \bar{I}_4 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_3 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \bar{E}_1 = (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4)\bar{I}_1 + 0 - \bar{Z}_4\bar{I}_3 - \bar{Z}_4\bar{I}_4 \\ \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0 + (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)\bar{I}_2 + \bar{Z}_3\bar{I}_3 + \bar{Z}_4\bar{I}_4 \\ \bar{E}_3 = -\bar{Z}_4\bar{I}_1 + \bar{Z}_3\bar{I}_2 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5)\bar{I}_3 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4)\bar{I}_4 \\ \bar{E}_3 = -\bar{Z}_4\bar{I}_1 + \bar{Z}_3\bar{I}_2 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4)\bar{I}_3 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_6)\bar{I}_4 \end{cases}$$

$$\bar{E}_{LOOP} = \bar{Z}_{LOOP}\bar{I}_{LOOP} \quad \bar{E}_{LOOP} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 + \bar{E}_3 \\ \bar{E}_3 \\ \bar{E}_3 \end{bmatrix} \quad \bar{I}_{LOOP} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Z}_{loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 & 0 & -\bar{Z}_4 & -\bar{Z}_4 \\ 0 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 \\ -\bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 \\ -\bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_6 \end{bmatrix}$$

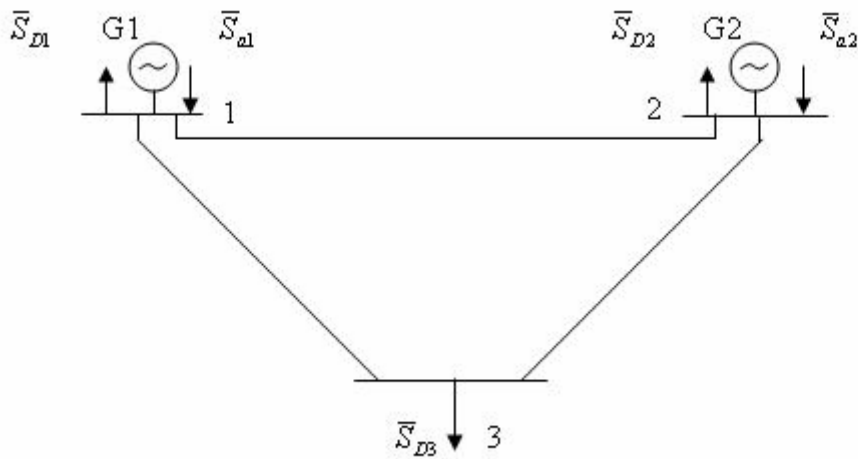
پس

۷-۵ ماتریس شاخص حلقه

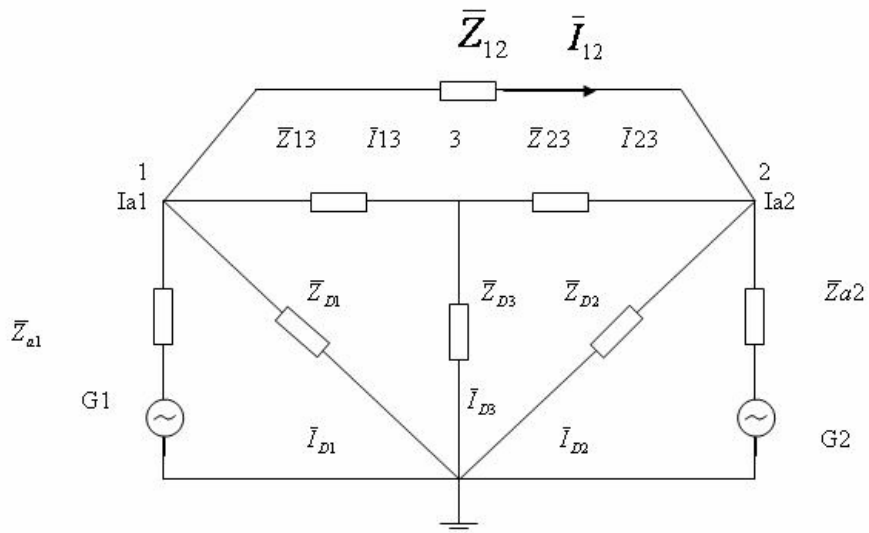
۸-۵ ماتریس های ادمیتانس و امپدانس حلقه

۹- تحلیل سیستم قدرت به روش حلقه

دیگرام تک خطی شبکه قدرت نمونه



شکل (۵-۱۹)



شکل (۵-۲۱)

دیگرام راکتانسی شبکه قدرت نمونه

گراف خطی شبکه قدرت نمونه (۸ شاخه، ۵ حلقه)

$$\bar{\mathbf{Z}}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & & & & & & & \\ & \bar{Z}_2 & & & & & & \\ & & \bar{Z}_3 & & & & & \\ & & & \bar{Z}_4 & & & & \\ & & & & \bar{Z}_5 & & & \\ & & & & & \bar{Z}_6 & & \\ & & & & & & \bar{Z}_7 & \\ & & & & & & & \bar{Z}_8 \end{bmatrix}_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{G1} & & & & & & & \\ & \bar{Z}_{G2} & & & & & & \\ & & \bar{Z}_{D1} & & & & & \\ & & & \bar{Z}_{D2} & & & & \\ & & & & \bar{Z}_{D3} & & & \\ & & & & & \bar{Z}_{13} & & \\ & & & & & & \bar{Z}_{23} & \\ & & & & & & & \bar{Z}_{12} \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 5} \quad \bar{\mathbf{Z}}_{loop} = \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{Z}}_{line} \mathbf{C}$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{Loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{G1} + \bar{Z}_{D1} & 0 & -\bar{Z}_{D1} & 0 & -\bar{Z}_{D1} \\ 0 & \bar{Z}_{G2} + \bar{Z}_{D2} & 0 & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D2} \\ -\bar{Z}_{D1} & 0 & \bar{Z}_{D1} + \bar{Z}_{D3} + \bar{Z}_{13} & \bar{Z}_{D3} & \bar{Z}_{D1} \\ 0 & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D3} & \bar{Z}_{D2} + \bar{Z}_{D3} + \bar{Z}_{23} & -\bar{Z}_{D2} \\ -\bar{Z}_{D1} & \bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D1} & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{D1} + \bar{Z}_{D2} \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

### ۱۰-۵ معادلات شبکه در فرم مرجع پایه شین (روش گره) Bus Frame of Reference

$$\bar{\mathbf{I}}_{bus} = \bar{\mathbf{Y}}_{bus} \bar{\mathbf{V}}_{bus} \quad \& \quad \bar{\mathbf{Z}}_{bus} \bar{\mathbf{I}}_{bus} = \bar{\mathbf{V}}_{bus}$$

$$\bar{\mathbf{I}}_{bus} = [\bar{I}_1 \bar{I}_2 \dots \bar{I}_{nbus}]^T = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_{nbus} \end{bmatrix}_{nbus \times 1}$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_{nbus} \end{bmatrix}_{nbus \times 1} = [\bar{V}_1 \bar{V}_2 \dots \bar{V}_{nbus}]^T$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & & \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & & \\ & & \bar{Y}_{nbus} & * n_{bus} \\ \bar{Y}_{nbus} & * 1 & & \end{bmatrix}_{Nbus * mbus}$$

$0 < \bar{Y}_{ii}$  مجموع ادمیتانس های مستقل به شاخه  $i$  ام

بین شاخه  $i$  و  $j$  شاخه ای وجود نداشته باشد .

$$\bar{Y}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } i=j \\ > 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

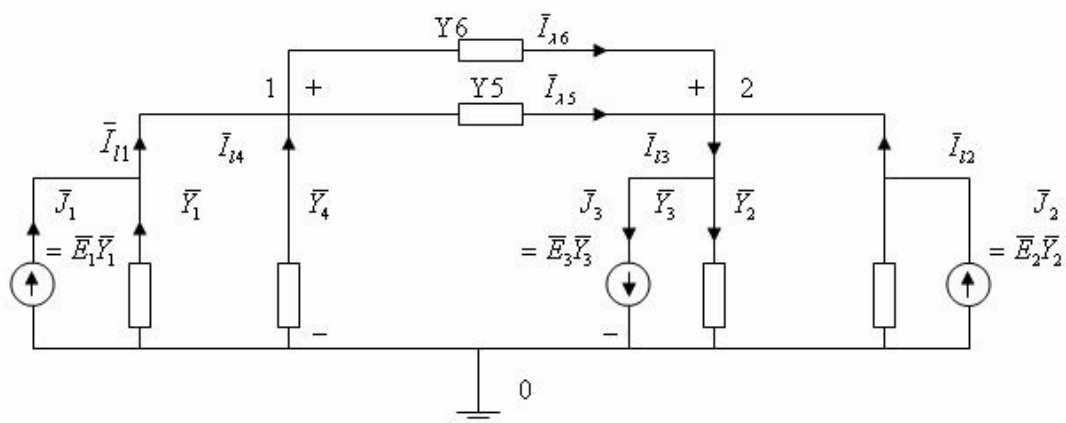
بین شاخه  $i$  و  $j$  شاخه وجود داشته باشد . (ادمیتانس شاخه  $ij$ )

فرم اصلاح شده شبکه قبل بصورت

منابع جریان و ادمیتانس ها

گره ۰ با پتانسیل انتخاب شده

و ولتاژها گرهای ۱ و ۲ نسبت به آن سنجیده می شوند .

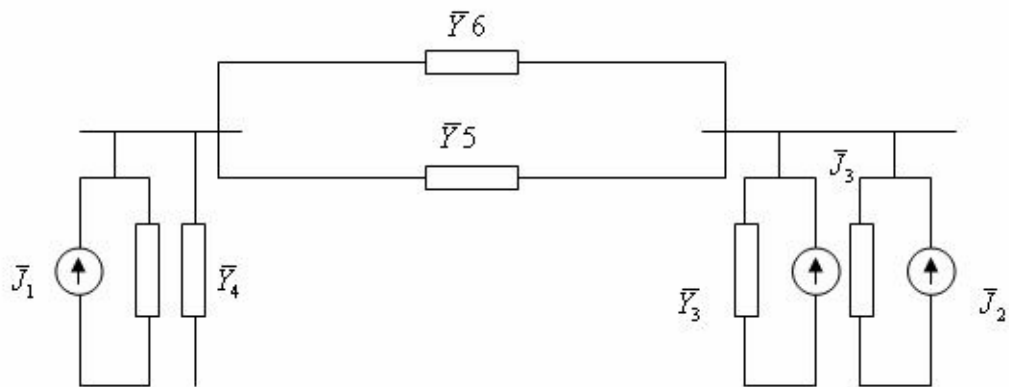


شکل (۱۸-۵)

جریان تزریقی شین ۱ از نظر بررسی مدار الکتریکی (بخاطر کم نکردن بار از جریان تولید)

$$\begin{cases} \bar{I}_{11} + \bar{I}_{14} - \bar{I}_{15} - \bar{I}_{16} = 0 \\ \bar{I}_{12} - \bar{I}_{13} + \bar{I}_{15} + \bar{I}_{16} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{11} = \bar{E}_1 \bar{Y}_1 - \bar{V}_{10} \bar{Y}_1 \\ \bar{I}_{12} = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 - \bar{V}_{20} \bar{Y}_2 \\ \bar{I}_{13} = \bar{E}_3 \bar{Y}_3 + \bar{V}_{30} \bar{Y}_3 \\ \bar{I}_{14} = \bar{V}_{10} \bar{Y}_4 \\ \bar{I}_{15} = (\bar{V}_{10} - \bar{V}_{20}) \bar{Y}_5 & \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{12} = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ \bar{I}_{16} = (\bar{V}_{10} - \bar{V}_{20}) \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{21} = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_4 \bar{E}_1 = (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{10} - (\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{20} \\ \bar{Y}_2 \bar{E}_2 - \bar{Y}_3 \bar{E}_3 = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{10} + (\bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{20} \end{cases}$$



شکل (۵-۲۰)

از نظر بررسی مدار الکتریکی

؟؟؟

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 \end{cases}$$

$$\bar{I}_{bus} = [\bar{I}_1 \bar{I}_2]^T$$

$$\bar{V}_{bus} = [\bar{V}_1 \bar{V}_2]^T$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_{G1} - \bar{I}_{D1} - \bar{I}_{D4} = \bar{J}_1 - \bar{Y}_1 \bar{V}_1 - \bar{Y}_4 \bar{V}_4 \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_{G2} - \bar{I}_{D2} - \bar{I}_{G3} - \bar{I}_{D3} = \bar{J}_2 - \bar{Y}_2 \bar{V}_2 - \bar{J}_3 + \bar{Y}_3 \bar{V}_2 \\ \bar{Y}_{11} &= \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{11} &= -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ \bar{Y}_{22} &= \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{21} &= -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6)\end{aligned}$$

### ۱۱-۵ ماتریس تلاقی شین (گره) (BUS Incidence Matrix(A)

با استفاده از این ماتریس می توان ولتاژ شاخه ها را نسبت به ولتاژ شین ها (گرهها) نوشت .

$$\bar{V}_{line} = A \bar{V}_{bus} = \text{بردار ولتاژ شین ها} = \text{بردار ولتاژ شاخه ها}$$

در مورد شبکه مثال قبل می توان نوشت :

$$\begin{aligned}\bar{V}_{11} &= -\bar{V}_{10} = -\bar{V}_1 \\ \bar{V}_{12} &= -\bar{V}_2 \\ \bar{V}_{13} &= \bar{V}_2 \\ \bar{V}_{14} &= -\bar{V}_1 \\ \bar{V}_{15} &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2 \\ \bar{V}_{16} &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2\end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_{11} \\ \bar{V}_{12} \\ \bar{V}_{13} \\ \bar{V}_{14} \\ \bar{V}_{15} \\ \bar{V}_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 \\ a_{ij} = -1 \\ a_{ij} = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \text{هرگاه } i \text{ امین شاخه در تلاقی (شامل) با شین } j \text{ بوده و} \\ \text{جریان شاخه از گره } j \text{ خارج شود} \\ \text{جریان شاخه به گره } j \text{ وارد می شود} \end{array}$$

جریان شاخه به گره وارد می شود

هرگاه  $i$  امین شاخه در تلاقی با شین  $j$  نباشد .



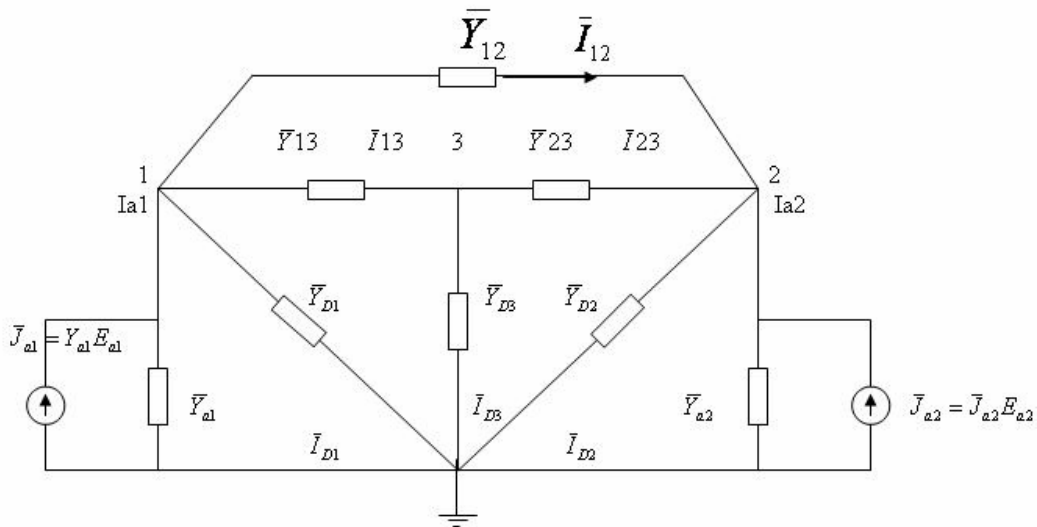
**مثال -** محاسبه ماتریس ادمیتانس شین بر روی شبکه شکل ۵ و ۷ :

$$\bar{Y}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & & & & & \\ & \bar{Y}_2 & & & & \\ & & \bar{Y}_3 & & & \\ & & & \bar{Y}_4 & & \\ & & & & \bar{Y}_5 & \\ & & & & & \bar{Y}_6 \end{bmatrix}_{nline \times nline} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}_{nline \times nbus}$$

$$\bar{Y}_{lin} A = \begin{bmatrix} -\bar{Y} & 0 \\ 0 & -\bar{Y}_2 \\ 0 & \bar{Y}_3 \\ -\bar{Y}_4 & 0 \\ \bar{Y}_5 & -\bar{Y}_5 \\ \bar{Y}_6 & -\bar{Y}_6 \end{bmatrix} \quad \bar{Y}_{bus} = A^T \bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) & \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 \end{bmatrix}_{nbus \times nbus}$$

بدون احتساب شین ۰ ، شین زمین ماتریس ادمیتانس از نظر بررسی مدار الکتریکی

**مثال -** محاسبه ماتریس ادمیتانس بررسی شبکه شکل ۶ (تبدیل منابع ولتاژ به منابع جریان)



شکل (۱۶-۵)



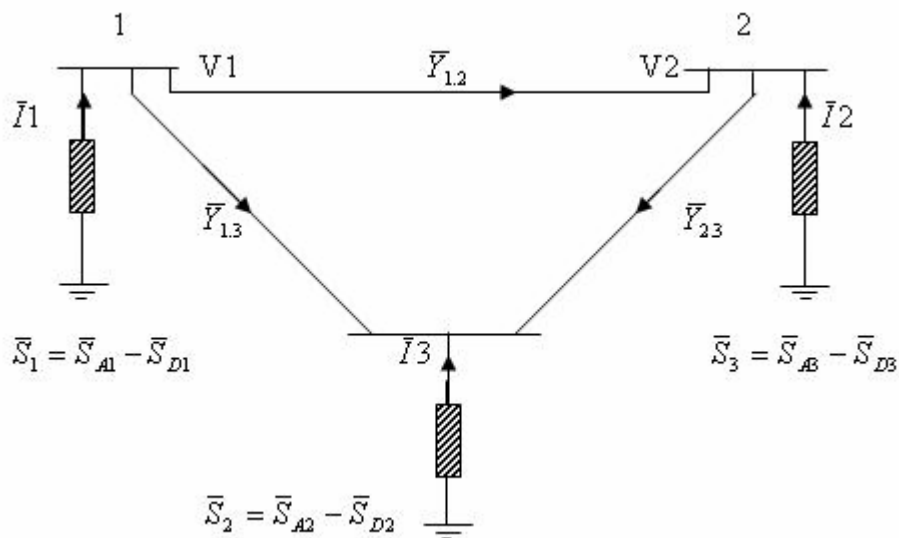
$$\bar{Y}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} & & & & & & & & \\ & \bar{Y}_{a2} & & & & & & & \\ & & \bar{Y}_{D1} & & & & & & \\ & & & \bar{Y}_{D3} & & & & & \\ & & & & \bar{Y}_{13} & & & & \\ & & & & & \bar{Y}_{23} & & & \\ & & & & & & \bar{Y}_{12} & & \\ & & & & & & & & \end{bmatrix}_{8 \times 8} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 3}$$

$$\bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Y}_{a2} & 0 \\ \bar{Y}_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Y}_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Y}_{D3} \\ \bar{Y}_{13} & 0 & -\bar{Y}_{13} \\ 0 & \bar{Y}_{23} & -\bar{Y}_{23} \\ \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 3}$$

$$\bar{Y}_{bus} = A^T \bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} + \bar{Y}_{D1} + \bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{13} \\ -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{a2} + \bar{Y}_{D2} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{23} \\ -\bar{Y}_{13} & -\bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{D3} + \bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

؟؟؟

### ۱۳-۵ روش ولتاژ شین ها در مطالعات پخش بار سیستمهای قدرت



شکل (۵-۱۵)

در حالت کلی بر روی سیستم قدرت با تعداد  $n_{bus}$  شین و  $n_{line}$  خط انتقال داریم :

$$\bar{I}_i = \text{جریان تزریقی به شین } i$$

$$\bar{V}_i = \text{ولتاژ شین } i \text{ (اختلاف پتانسیل I و زمین)}$$

$$\bar{S}_i = \text{قدرت ظاهری تزریقی (مختلط) در شین } i \text{ می توان نوشت :}$$

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^*, \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{S}_i = \bar{S}_{Gi} - \bar{S}_{Di} = P_i + jQ_i$$

$$\bar{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi} = i$$

$$\bar{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di} = i$$

( )

بنابراین  $\bar{S}_i$  تون ظاهری خالصی (net - power) و تزریق شده (injected) به شین  $i$  می باشد .

در اینحال شین  $i$  ام بصورت یک شین مختلط (complex bus) در نظر گرفته می شود که شامل مقادیر تولیدی و مصرفی است

حالت‌های ممکن در شین  $i$ :

۱. شامل مقادیر تولید و مصرف (شین مختلط) مثبت یا منفی
۲. فقط شامل مقادیر تولید (شین تولید یا ژنراتور) مثبت
۳. فقط شامل مقادیر مصرف (شین مصرف یا بار) منفی
۴. شامل مقادیر کنترل مصرف سلف و خازن (شین کنترل) خازن مثبت و سلف منفی
۵. بدون مقادیر فوق (شین ارتباطی یا اتصالی) صفر

در حالت کلی :

$$\bar{I}_1 = (\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{13}) \bar{V}_1 - \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 - \bar{Y}_{13} \bar{V}_3$$

$$\bar{I}_2 = -\bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + (\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{23}) \bar{V}_2 - \bar{Y}_{23} \bar{V}_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{13} \bar{V}_3 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{23} \bar{V}_3 \\ \bar{I}_3 = \bar{Y}_{31} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{32} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{33} \bar{V}_3 \end{cases}$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{Y}_{31} \bar{V}_1 - \bar{Y}_{32} \bar{V}_2 + (\bar{Y}_{31} + \bar{Y}_{32}) \bar{V}_3 \quad \bar{Y}_{ii} > 0 \text{ مجموع ادمیتانس‌های بین شین } i \text{ و بقیه شین‌های متصل آن}$$

$$\bar{Y}_{ij} < 0 \text{ ادمیتانس بین شین } i \text{ و شین } j \text{ با علامت منفی}$$

- در این حالت بردار  $\bar{I}_{bus}, \bar{Y}_{bus}$  با مقدار آن در بررسی مدارات الکتریکی متفاوت است

$$\bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus}$$

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j, \quad \bar{I}_i = \bar{S}_i^*$$

### Advantages of Nodal Method ۱-۱۳-۵ مزایای روش ولتاژ گره

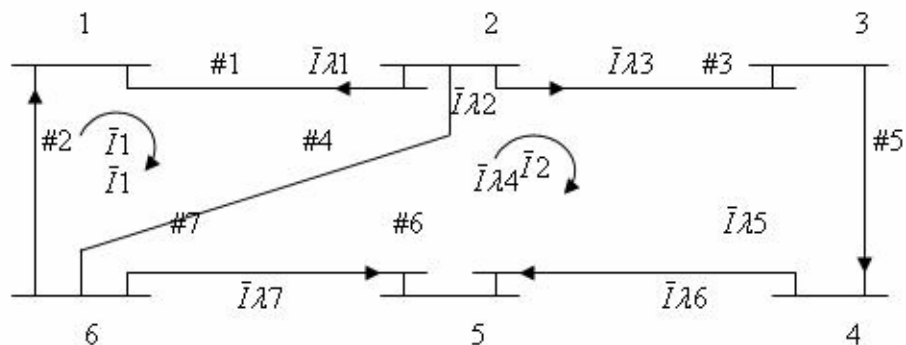
- روش جریان مش یا حلقه ، روش نسبتاً ساده ای است که در حالت کلی در مدارات الکتریکی قابل استفاده است ولی در شبکه های سیستم قدرت روش ولتاژ گرهها ابزاری قوی است زیرا :
- ۱- تعداد گره ها در سیستمی قدرت اغلب کمتر از تعداد حلقه ها است . بنابراین معادلات ماتریس براحتی معکوس پذیر هستند .
  - ۲- اکثر شبکه های قدرت پراکنده Sparse هستند (اکثر شین ها خطوطی بین همه ??? ) و این باعث می شود تا ماتریسی ادمیتانس مقادیر زیادی صفر داشته باشد . پس اکثر کامپیوترهای دیجیتال مادرند با استفاده از روشهای ماتریس های پراکنده از ذخیره سازی صفرها جلوگیری نمایند .
  - ۳- شناسایی گره ها راحتتر از حلقه ها می باشد ، در اکثر شبکه های قدرت وجود خطوط متقاطع باعث پیچیدگی حلقه ها می شود .
  - ۴- در این روش نیازی به ترکیب نمودن خطوط موازی همدیگر نمی باشند .
  - ۵- این روش با اندازه گیریهای واقعی شبکه قدرت که بر روی ولتاژ شین ها تاکید دارد همراست می باشد .
  - ۶- نمایش و تاثیر ترانسفورماتورها با نسبت دور غیر ثانی ( nominal turns ratio-off ) و ترانسفورماتورهای شیفت فاز (Phase shifting trans) در ماتریس ادمیتانس بسادگی صورت می گیرد . (در قسمت پخش بار).

### ۲-۱۳-۵ معایب روش ولتاژ گره

- ۱- در این روش جریانها مستقیماً بدست نمی آیند . (احتیاج به محاسبات اضافی دارد )
- ۲- لزوم محاسبه ولتاژ شین ها بر روی رسیدن به جریان شاخه ها بخاطر اختلاف کم بین مقادیر آنها باعث وجود خطاهای محاسباتی خواهد بود (مگر اینکه از حافظه با دقت مضاعف استفاده شود )
- ۳- در این روش اندوکتانس متقابل بین خطوط بدون استفاده از روش تحلیل کانل شبکه قابل اعمال نیست

**مثال -** برروي شبکه قدرت زیر اطلاعات مربوط به امیدانس خطوط برحسب پریونیت در جدول داده شده است با احتساب شین ۰ بعنوان شین مرجع و خطوط ۳ و ۶ بعنوان لینک ماتریس های زیر را بدست آورید :

**الف -** ماتریس تلاقی حلقه **ب-** ماتریس تلاقی شین **پ -** ماتریس شبکه  $Z_{bus}, Z_{loop}$



شکل (۱۴-۵)

امیدانس خط	شین انتها	شین ابتدا	شماره خط
0.04	2	1	1
0.05	6	1	2
0.02	3	2	3
0.04	6	2	4
0.10	4	3	5
0.07	5	4	6

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}_{nline \times nloop, 7 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{nline \times (nbus - 1), 7 \times 5}$$

$$\bar{Z}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & & & & & & \\ & \bar{Z}_2 & & & & & \\ & & \bar{Z}_3 & & & & \\ & & & \bar{Z}_4 & & & \\ & & & & \bar{Z}_5 & & \\ & & & & & \bar{Z}_6 & \\ & & & & & & \bar{Z}_7 \end{bmatrix}_{7*7} = \begin{bmatrix} 0.4 & & & & & & \\ & 0.5 & & & & & \\ & & 0.2 & & & & \\ & & & 0.4 & & & \\ & & & & 0.1 & & \\ & & & & & 0.07 & \\ & & & & & & 0.03 \end{bmatrix} \angle \theta$$

???

$$\bar{Z}_{loop} = C^T \bar{Z}_{line} C = \begin{bmatrix} 0.13 & -0.04 \\ -0.04 & 0.26 \end{bmatrix}_{2*2} \angle \theta$$

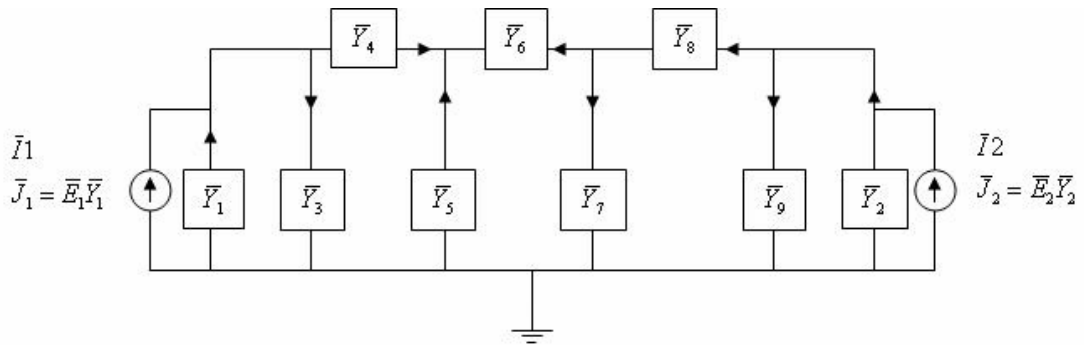
$$\bar{Y}_{line} = \bar{Z}_{line}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & & & & & & \\ & \frac{1}{Z_2} & & & & & \\ & & \frac{1}{Z_3} & & & & \\ & & & \frac{1}{Z_4} & & & \\ & & & & \frac{1}{Z_5} & & \\ & & & & & \frac{1}{Z_6} & \\ & & & & & & \frac{1}{Z_7} \end{bmatrix}_{7*7} = \begin{bmatrix} 25 & & & & & & \\ & 20 & & & & & \\ & & 50 & & & & \\ & & & 25 & & & \\ & & & & 10 & & \\ & & & & & 14 & \\ & & & & & & 28 \end{bmatrix}$$

???

-

### ۱۴-۵ حذف شین

در روش مرجع پایه شین برخی اوقات لازم است ، شین (گره) معینی حذف شود تا زمان محاسباتی و حجم محاسبات کامپیوتری مخصوصا در سیستمهای قدرت با ابعاد بزرگ کاهش یابد . برای درك بهتر مسئله حذف شین شکل زیر را در نظر بگیرید



شکل (۵-۱۲)

در شکل فوق تعداد ۴ شین با احتساب یکی از شین ها بعنوان شین مرجع و در نظر نگرفتن شین ۰ بعنوان شین زمین وجود دارد .

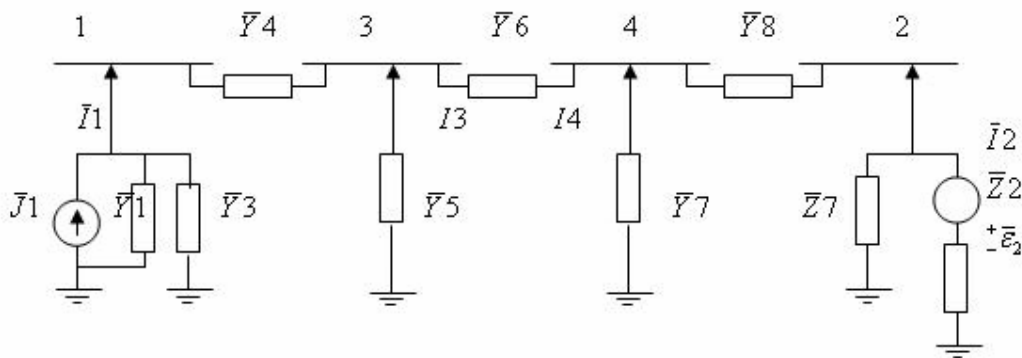
از نظر بررسی مدارات الکتریکی:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{I}_1 = \bar{J}_1 = \bar{E}_1 \bar{Y}_1 \\ \bar{I}_2 = \bar{J}_2 = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 \\ \bar{I}_3 = 0 \\ \bar{I}_4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus} \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{12} = +\bar{Y}_{21} = 0 \\ \bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = -\bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{14} = \bar{Y}_{41} = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{33} = \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 \\ \bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_6 \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} & \bar{Y}_{34} \\ \bar{Y}_{41} & \bar{Y}_{42} & \bar{Y}_{43} & \bar{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_8 + \bar{Y}_9 \\ \bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = 0 \\ \bar{Y}_{24} = \bar{Y}_{42} = -\bar{Y}_8 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{44} = \bar{Y}_6 + \bar{Y}_7 + \bar{Y}_8 \end{array} \right.$$

در اینجا شین های ۳ و ۴ دارای جریان تولیدی نبوده یا انرژی به سیستم تزریق نمی کنند . (یا از نظر بررسی مدارات الکتریکی جریان تزریقی صفر دارند) . بنابراین می توان قسمتی از بردارهای جریان ولتاژ و ماتریس ادمیتانس را که مربوط به شین ۳ و ۴ هستند با نقطه چین علامت گذاشته و پس از تقسیم بندی آنها را از عملیات حذف نمود .

- از نظر بررسی پخش بار در سیستمهای قدرت المانهای مربوط به بردار جریان تزریقی و ماتریسی ادمیتانس شین ها تغییر می یابند .



شکل (۵-۱۳)

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} & \bar{Y}_{34} \\ \bar{Y}_{41} & \bar{Y}_{42} & \bar{Y}_{43} & \bar{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_4 + \dots \\ \bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = 0 \\ \bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = -\bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{14} = \bar{Y}_{41} = 0 \end{cases} \begin{cases} \bar{Y}_{33} = \bar{Y}_4 + \bar{Y}_6 + \dots \\ \bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_8 + \dots \\ \bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = 0 \\ \bar{Y}_{24} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_8 \end{cases} \begin{cases} \bar{Y}_{44} = \bar{Y}_6 + \bar{Y}_8 + \dots \end{cases}$$

در اینصورت بردارهای جریان تزریقی شین ها و ولتاژ شین ها به دو قسمت حفظ شده (retained) با علامت اختصاری r و حذف شده (elimiated) با علامت اختصاری e تبدیل می شود

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_r \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{F} \\ \bar{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_r \\ \bar{V}_e \end{bmatrix}$$

بردارهای جریانهای تزریقی شین حذف شده  $\bar{I}_e = \begin{bmatrix} \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}$  بردار جریان تزریقی شین حفظ شده

$$\bar{I}_r = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

\_ بردار جریانهای حذف شده از نظر بررسی مدارات الکتریکی برداری صفر می باشد .  $\bar{I}_e = 0$

\_ بردار جریانهای تزریقی شین حذف شده از نظر بررسی پخش بار سیستمهای قدرت برداری منفی می باشد

$$\bar{I}_e = 0$$

$$\bar{I}_r = \bar{E}\bar{V}_r + F\bar{V}_e$$

$$\begin{cases} \bar{I}_e = F^T \bar{V}_r + H\bar{V}_e \\ \bar{G} = F^T \end{cases} \Rightarrow \bar{V}_e = \bar{H}^{-1} \bar{I}_e - H^{-1} F^T \bar{V}_r$$

$$\bar{I}_r = \bar{E}\bar{V}_r + F(\bar{H}^{-1} \bar{I}_e - H^{-1} F^T \bar{V}_r)$$

$$\begin{cases} \bar{I}_r = FH^{-1} \bar{I}_e + (\bar{E} - FH^{-1} F^T) \bar{V}_r \\ \bar{Y}_r = \bar{E} - FH^{-1} F^T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_r = FH^{-1} \bar{I}_e + \bar{Y}_r \bar{V}_r \\ \bar{I}_r = \bar{Y}_r \bar{V}_r \end{cases}$$

**مثال -** بررسی شبکه نشان داده شده و با اطلاعات امپدانس و منابع زیر با استفاده از بررسی از نقطه نظر یا دیدگاه مدارات الکتریکی شینهای ۳ و ۴ از شبکه و معادلات آن حذف نمائید .

$$\bar{E}_1 = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu(v)}, \quad \bar{E}_2 = 1.2 \angle 30^\circ \text{ pu(v)}$$

$$\begin{array}{lll} \bar{Z}_1 = j0.1 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_1 = -j10 \text{ pu} \\ \bar{Z}_2 = j0.05 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_2 = -j20 \text{ pu} \\ \bar{Z}_3 = j0.2 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_3 = -j5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_4 = j0.4 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_4 = -j2.5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_5 = j0.5 \text{ pu} & \Omega & \Rightarrow \bar{Y}_5 = -j2 \text{ pu} \\ \bar{Z}_6 = j0.2 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_6 = -j5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_7 = j0.4 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_7 = -j2.5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_8 = j0.25 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_8 = -j4 \text{ pu} \\ \bar{Z}_9 = j0.1 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_9 = -j1.0 \text{ pu} \end{array}$$

### ۱۵-۵ دیدگاه بررسی مدارهای الکتریکی

جریان تزریقی ← فقط مقادیر تولیدی شین ها :

$$\bar{I}_1 = \bar{J}_1 = \bar{E}_1 \bar{Y}_1 = \frac{1.0 \angle 0^\circ}{j0.1} = 10 \angle -90^\circ \text{ pu} = -j10 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{J}_2 = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 = \frac{1.2 \angle 30^\circ}{j0.08} = 15 \angle -60^\circ \text{ pu} = -j15 \angle 30^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 & 0 & -\bar{Y}_4 & 0 \\ 0 & \bar{Y}_2 + \bar{Y}_8 + \bar{Y}_9 & 0 & -\bar{Y}_8 \\ -\bar{Y}_4 & 0 & \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & -\bar{Y}_6 \\ 0 & -\bar{Y}_8 & -\bar{Y}_6 & \bar{Y}_6 + \bar{Y}_7 + \bar{Y}_8 \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 17.5 & 0 & -2.5 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & -4 \\ -2.5 & 0 & 9.5 & -5 \\ 0 & -4 & -5 & 11.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$



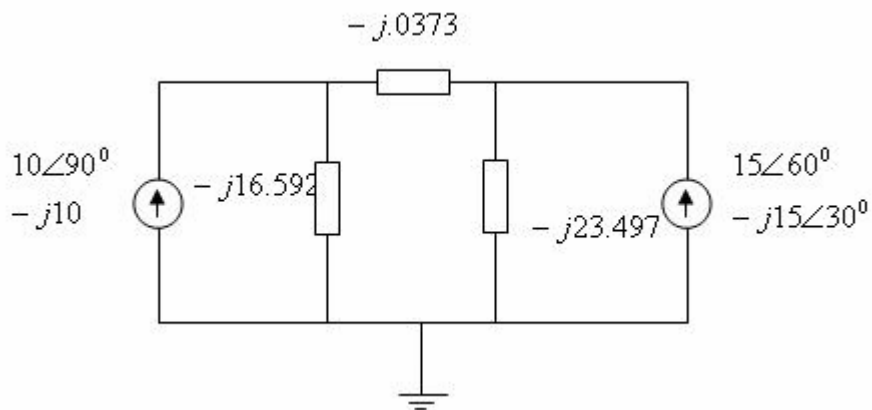
$$\bar{I}_r = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2]^T = [10 \angle -90^\circ \quad 15 \angle -60^\circ]^T = [-j10 \quad 15 \angle 30^\circ]^T \quad pu$$

$$\bar{I}_r = \bar{Y}_r \bar{V}_r \quad \bar{V}_r = [\bar{V}_1 \quad \bar{V}_2]^T$$

$$\bar{Y}_r = E - FH^{-1}F^T$$

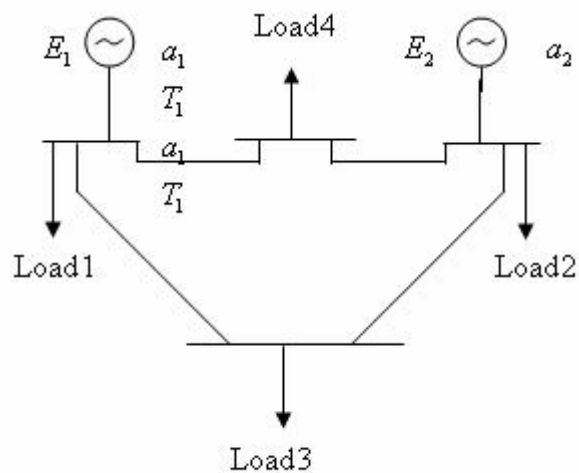
$$H^{-1} = \frac{-j}{134.25} \begin{bmatrix} 11.5 & 5 \\ 5 & 4.5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y}_r = \begin{bmatrix} -j16.965 & +j0.373 \\ +j0.373 & -j23.87 \end{bmatrix}$$



شکل (۵-۱۱)

تمرین- در شبکه زیر داریم :



شکل (۵-۱۰)

$$ewf : \bar{E}_1 = 1.1 \angle 0^\circ pu \quad \bar{E}_2 = 1.5 \angle 10^\circ pu$$

$$Line : \bar{X}_{13} = j0.05 pu \quad \bar{X}_{12} = j0.025 pu \quad \bar{X}_{23} = j0.03 pu$$

$$Load : \bar{X}_{10} = j3 pu \quad \bar{X}_{20} = j1.0 pu \quad \bar{X}_{30} = j1.0 pu$$

$$Generator : \bar{X}_{G1} = j0.3 pu \quad \bar{X}_{G2} = j0.2 pu$$

با بررسی شبکه از دیدگاه بررسی مدارات الکتریکی مجهولات زیر را بدست آورید .

**الف** – رسم مدار الکتریکی شبکه نسبت به شین زمین

**ب** – ماتریس ادمیتانس شین

**پ** – حذف شین ۳ در ترسیم مدار الکترویکی شبکه جدید

**ت** – محاسبه ولتاژهای شین های تولید.

**تمرین** - در شبکه قدرت زیر داریم :

$$ewf : \bar{E}_1 = 2 \angle 0^\circ \quad \bar{E}_2 = 2.5 \angle 10^\circ \quad \bar{E}_3 = 2.2 \angle 20^\circ$$

$$react \tan ce : \quad MVA$$

Generator / transformers

$$G_1 T_1 = j1.0 \quad G_2 T_2 = j0.25 \quad G_3 T_3 = j2.5 pu$$

Load =

$$\bar{X}_{10} = j1.5 \quad \bar{X}_{20} = j2 \quad \bar{X}_{30} = j1.25 \quad \bar{X}_{40} = j2 pu$$

Line =

$$\bar{X}_{13} = j0.015 \quad \bar{X}_{14} = j0.02 \quad \bar{X}_{24} = j0.03 \quad \bar{X}_{23} = j0.04$$

با بررسی شبکه از دیدگاه بررسی پخش بار سیستمهای قدرت مجهولات زیر را بدست آورید : (بدون احتساب

شین زمین و نامشخص بودن شین مرجع )

**الف** – محاسبه ماتریس تلافی حلقه C و ماتریس تلافی شین A

**ب** – محاسبه ماتریس امپدانس حلقه  $\bar{Z}_{loop}$  و ماتریس ادمیتانس شین  $\bar{Y}_{bus}$

**پ** – نوشتن معادلات و عناصر روشهای جریان حلقه و ولتاژ شین ها جهت محاسبه جریان حلقه ها و ولتاژ

شین های شبکه