

## فصل دوم

# MOS ساختار دو پایانه ای

# سر فصلها

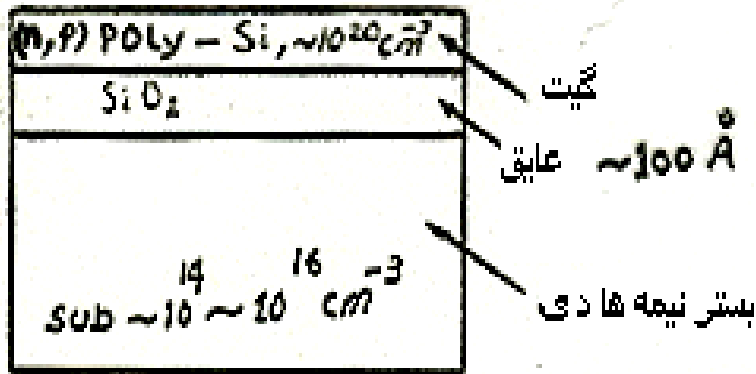
- ولتاژ نوار تخت
  - موازنه پتانسیل , موازنه بار
  - بر شرایط سطحی  $V_{FB}$  تاثیر ولتاژ
- MOS تحلیل کلی ساختار دو پایانه ای
  - محاسبه بار کل سطح
    - وارونگی و روابط آن
      - وارونگی شدید
      - وارونگی ضعیف
      - وارونگی متوسط
  - بررسی دقت روابط در مرزهای وارونگی
    - خازن سیگنال کوچک

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

پلی سیلیسیم یا پلی سیلیسیم چند بلوره به سیلیسیمی اطلاق میگردد که بصورت تک بلور نیست .

**ولتاژ نوار تخت در ساختار MOS :**

در غیاب ولتاژ خارجی ، بر روی سطح بار جمع می شود . منشا این بارها عبارت است از :



(1) تفاوت بین پتانسیل های فرمی گیت و بستر

(2) وجود چند نوع بار طفیلی در فصل مشترک Si/SiO<sub>2</sub>

**ولتاژ نوار تخت** به ولتاژی گفته می شود که باید از بیرون اعمال شود تا این بارها ناپدید شوند ( تا نوارها تخت شوند . )

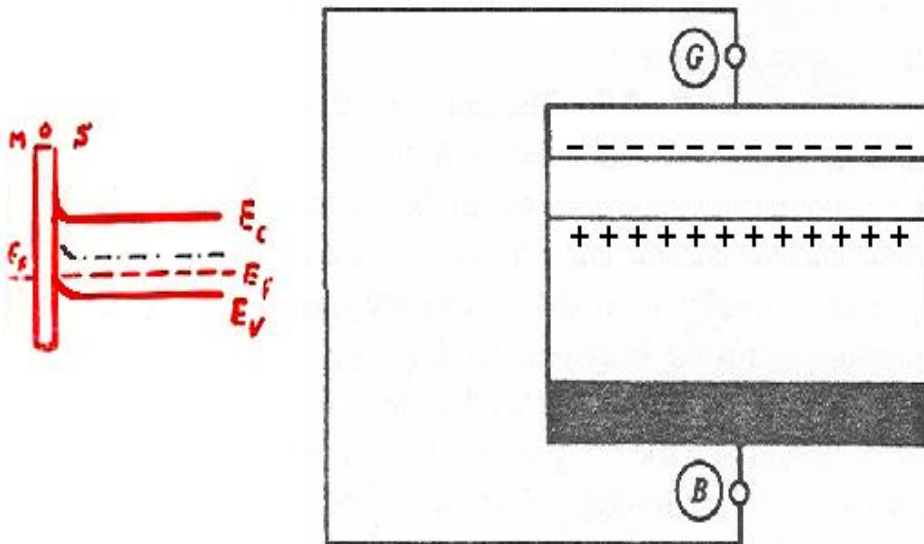
# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت



- فرض کنید که گیت وبستر وسیع ارتباطی بین آنها از یک جنس (و با یک میزان آلیش Si مثلا باشند).

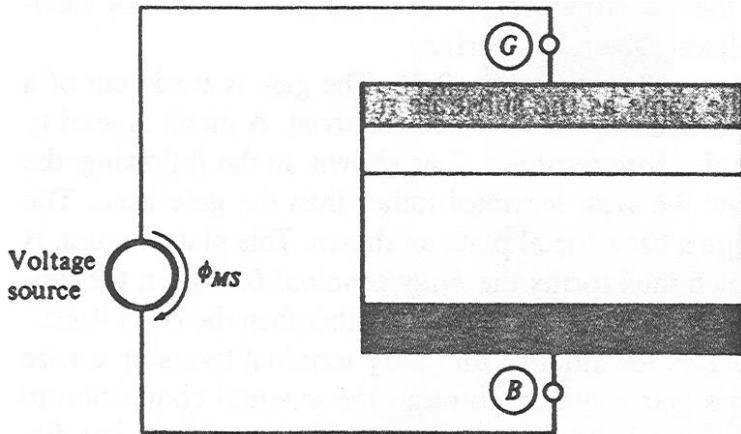
- در سیلیسیم هیچ باری جمع نمی شود زیرا پتانسیل فرمی گیت و بستر یکی است.

- اگر سیمی اتصال فلزی بستر را به گیت وصل کند، در مسیر گیت به بستر با چند پتانسیل اتصال مواجه میشویم :



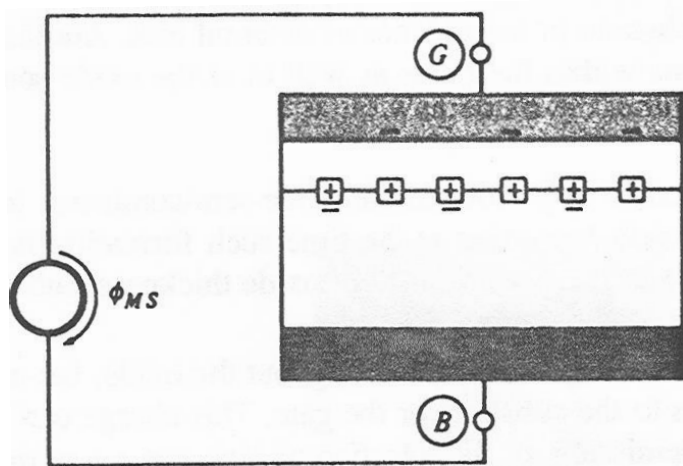
$$\phi_{tot} = \phi_G - \phi_B$$

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت



- به لحاظ پتانسیل غیر صفر در دو طرف اکسید ، در روی بار ظاهر میشود . Si سطح
- برای حذف این بارها باید از خارج ، پتانسیل را اعمال کنیم . این - معادل نشان می دهند ،  $\phi_{MS}$  پتانسیل را با پس :

$$\phi_{MS} = \phi_B - \phi_G$$



• پتانسیل اتصال ، تنها عامل ایجاد بار در درون بستر ، در غیاب بایاس خارجی نیست .

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

- عامل دیگر بارهای "طفیلی" هستند. این بارها، درون اکسید و یا در فصل مشترک اکسید - نیمه هادی قرار دارند و به چهار دسته تقسیم میشوند:

1) بارهای ثابت اکسید که در فاصله دوری نسبت به فصل مشترک اکسید - نیمه هادی

قرار دارند و وجود آنها به سازوکار شکل گیری اکسید در حین رشد آن بستگی دارد. این

( و تراکم ناخالص بسترن یا P بارها نسبتا مستقل از ضخامت اکسید، نوع ناخالصی ) هستند.

2) بارهای محبوس در اکسید که میتوانند در سراسر اکسید وجود داشته باشند، اما

معمولا در نزدیکی یکی از مرزهای اکسید با گیت یا بستر قرار دارند. این بارها ممکن

است در اثر تشعشع، پرتو افشانی نوری یا تزریق حاملهای پرانرژی از بستر به ( 5-6 اکسید، بوجود آیند. ) بخش

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

(3) یونهای عناصر قلیایی (اغلب یون سدیم) ، در درون اکسید قرار بگیرند . این

بارها میتوانند در اثر اعمال میدان الکتریکی درون اکسید حرکت کنند .

(4) بارهای محبوس در فصل مشترک که ( بارهای حالتی سطحی سریع )<sup>(7)</sup> نیز

نامیده می شوند ) در محل فصل مشترک اکسید ونیمه هادی قرار دارند . این بارها از

نقص های بلور در محل فصل مشترک که موجب ایجاد " تله های " بار در این محل

میگردند ، ناشی میشوند . این تله ها میتوانند با نیمه هادی تبادل بار نمایندو مانند

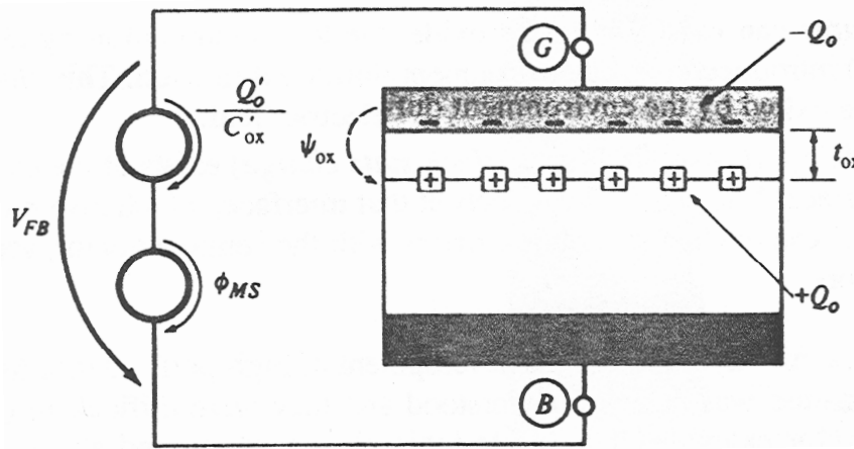
، بخشی درگیت وقسمتی در بدنه  $Q_0$  - اتمهای پذیرنده یا دهنده عمل کنند . لذا بار

قرار داشته  $Si - SiO_2$  ظاهر میشود . اگر فرض کنیم همه بارهای طفیلی در فصل مشترک

قرار میگیرد .  $Si$  در روی سطح  $Q_0$  - باشند همه بار

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

برای حذف این بار منفی باید از بیرون پتانسیل زیر را اعمال کنیم :



$$\psi_{ox} = -Q'_0 / C'_{ox}$$

لذا ولتاژ نوار تخت برابر است با :

$$V_{FB} = \phi_{MS} - Q'_0 / C'_{ox}$$

از جنس پلی سیلیکان است و بصورت تبهگن بافسفر (MOSFET مثال) گیت یک ترانزیستور

با ضخامت  $9 \times 10^{16} \text{ SiO}_2$  و عایق  $\text{Cm}^{-3}$  با تراکم ناخالصی P الاییده شده است. بستر از نوع

وازشایر  $Q'_0 = 10^{-8} \text{ coul} / \text{cm}^2$  فرض میشود. بار تله های فصل مشترک  $100 \text{ A}$  حدودا بارها صرف نظر میشود.

(الف) مطلوبست محاسبه اختلاف تابع کار فلز - نیمه هادی



# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

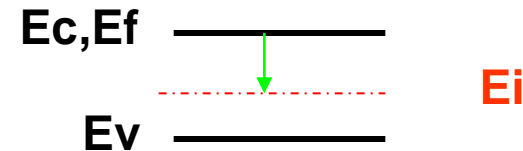
حل :

$$\phi_{MS} = \phi_B - \phi_G = (-\phi_{FP(Bulk)}) - (-\phi_{Fn(Gate)})$$

( مثبت است : پتانسیل فرمی بستر) نیمه هادی

$$\phi_{FP(Bulk)} = (KT/q) \ln(N_A/n_i) = 0.026 \ln(9 \times 10^{16}/1.4 \times 10^{10}) = 0.41 \text{ V}$$

$$\phi_{Fn(Gate)} = (-KT/q) \ln(N_d/n_i)$$



چون تراکم ناخالصی در نیمه هادی های تبهگن زیاد است این مقدار را میتوانیم تقریباً ( منفی است : n فرض کنیم . پتانسیل فرمی گیت ( نیمه هادی  $0.56V$  - مساوی

$$\phi_{MS} = -\phi_{Fp} + \phi_{Fn} = -0.41 - 0.56 = -0.97V$$

# $V_{FB}$ ولتاژ نوار تخت

(ب) ولتاژ نوار تخت را بدست آورید .  
حل :

$$C'_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}$$

$$\epsilon_{ox} = \epsilon_0 \epsilon_{r(ox)}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-14} \text{ F/Cm}$$

$$\epsilon_{r(ox)} = 3.9$$

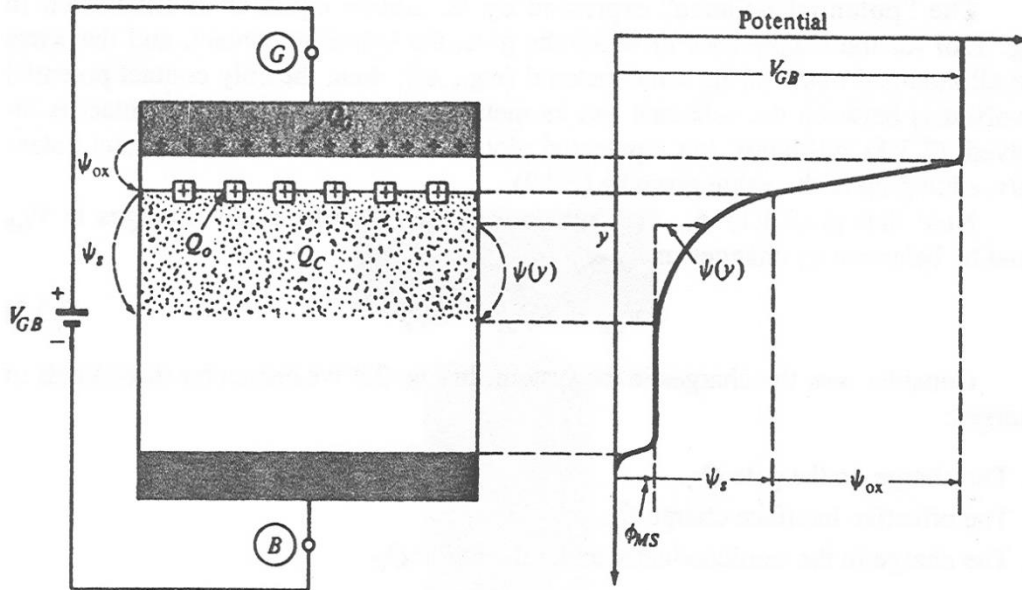
$$C'_{ox} = 3.45 \times 10^{-7} \text{ F/Cm}^2$$

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_o}{C'_{ox}} = -0.97 - \left( \frac{10^{-8}}{3.45 \times 10^{-7}} \right) \frac{\text{Coul/Cm}^2}{\text{F/Cm}^2} = -1 \text{ Volts}$$

ولتاژ نوار تخت برابر است با :

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_o}{C'_{ox}}$$

# موازنه پتانسیل ، موازنه بار :



## موازنه پتانسیل ، موازنه بار :

با بستر MOS ساختار دوپایانه ای a)  
 تحت بایاس عمودی گیت - بستر P نوع  
 توزیع پتانسیل با فرض اینکه گیت ، b)  
 اتصال بستر وسیم های خارجی  
 همگی از یک ماده ساخته شده اند .  
 $0 >$  ( در رسم این نمودار ، حالت خاص  
 در نظر گرفته شده است . )

$\psi_s$

## موازنه پتانسیل

در این حلقه ( شکل فوق ) چهار افت پتانسیل مشاهده می شود :

- 1) ولتاژ منبع خارجی یا  $V_{GB}$
- 2) افت پتانسیل اکسید یا  $\psi_{ox}$
- 3) پتانسیل سطحی یا  $\psi_s$
- 4) چندین پتانسیل اتصال  
 که مجموع آنها عبارتست از  $\phi_{MS}$

# موازنه پتانسیل ، موازنه بار :

داریم : KVL با چرخش بدور حلقه و نوشتن معادله

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_s + \phi_{MS}$$

با توجه به ثابت بودن  $\phi_{MS}$  داریم :

$$\Delta V_{GB} = \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi_s$$

بارها : سه نوع بار داریم : بارهای روی گیت یا  $Q_G$

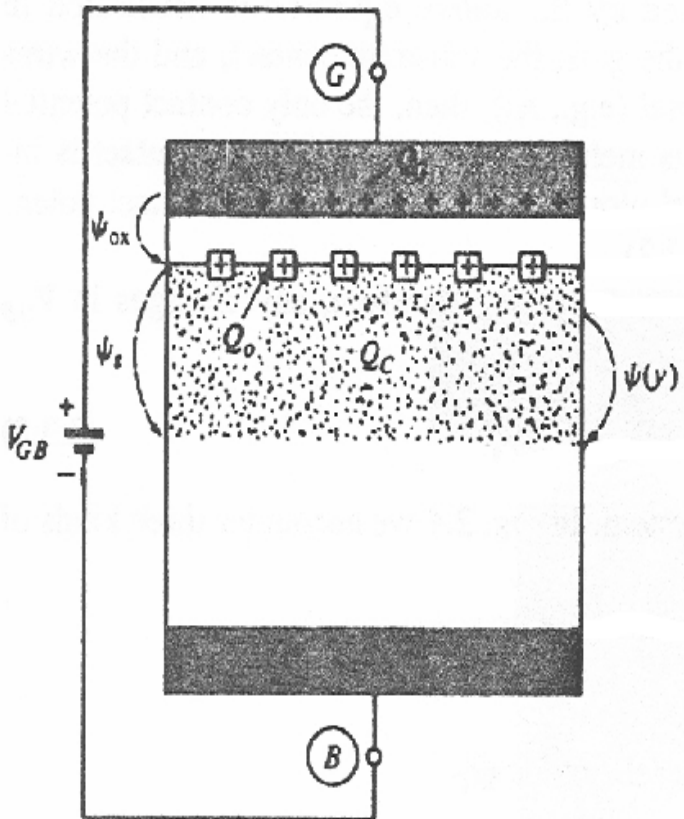
و بارهای موثر فصل مشترک یا  $Q_0$

و بارهای درون نیمه هادی زیر اکسید یا  $Q_C$

طبق اصل خنثایی بار

$$Q'_G + Q'_0 + Q'_C = 0$$

$$Q'_G = Cte; \quad \text{پس} \quad \Delta Q'_G + \Delta Q'_C = 0 \quad \text{زیرا}$$



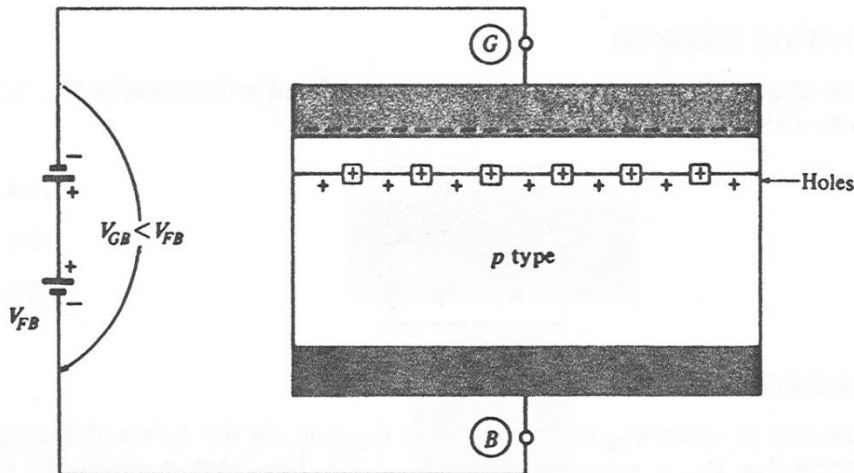
# بر شرایط سطحی $V_{GB}$ تاثیر ولتاژ

تاثیر ولتاژ  $V_{GB}$  بر شرایط سطحی :

(1) شرایط نوار تخت ( $V_{GB} = V_{FB}$ ) : در این حالت  $Q'_C = 0$  و  $\psi_s = 0$

(2) انباشتگی ( $V_{GB} < V_{FB}$ ) : منفی تر شدن  $V_{GB}$  باعث منفی تر شدن  $Q'_G$  و در نتیجه مثبت تر شدن  $Q'_C$  نسبت به حالت نوار تخت می شود .

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_{GB} &= \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi \\ \Delta V_{GB} < 0 &\Rightarrow \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \psi_{ox} < 0, \Delta \psi_s < 0 \Rightarrow \underline{\psi_s < 0}$$

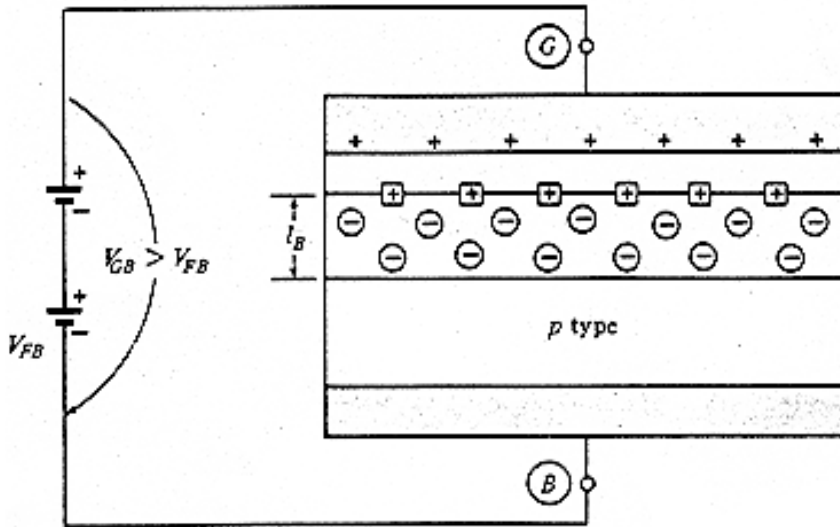


این پتانسیل  $\psi_s < 0$

حفره ها را جذب سطح Si می کند .

$$\begin{cases} \Delta Q'_G + \Delta Q'_C = 0 \\ \Delta Q'_G < 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{Q'_C > 0}$$

# بر شرایط سطحی $V_{GB}$ تاثیر و لتاز



(3) تخلیه :  $(V_{GB} > V_{FB})$

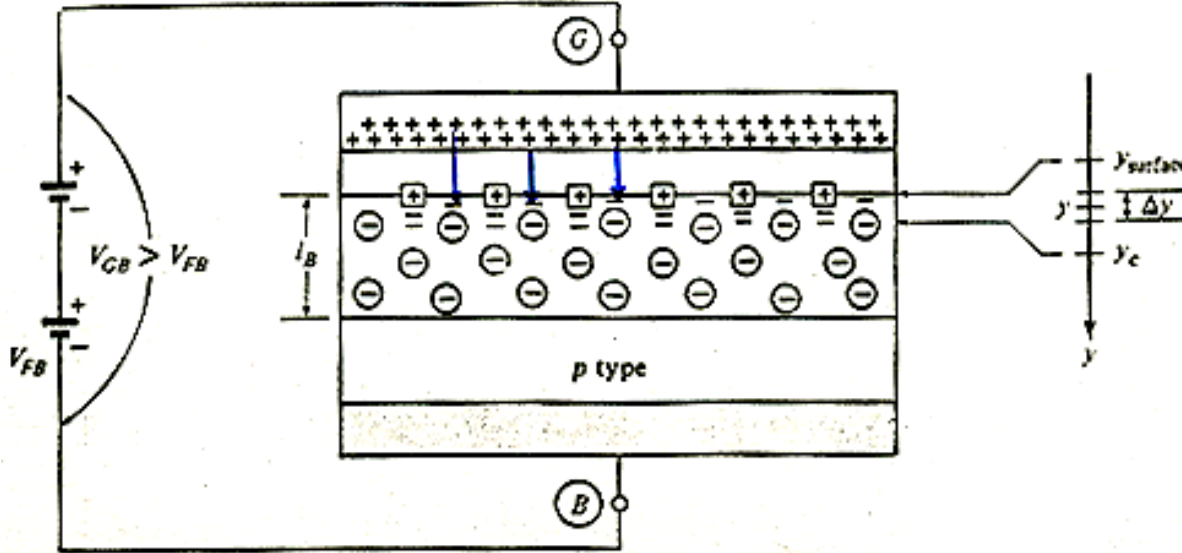
مثبت تر شدن  $V_{GB}$  باعث افزایش  $Q'_C$  (نسبت به حالت نوار تخت) می شود .

$$\begin{cases} \Delta V_{GB} = \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi_S \\ \Delta V_{GB} > 0 \Rightarrow \Delta \psi_{ox} + \Delta \psi_S > 0 \Rightarrow \Delta \psi_S > 0 \Rightarrow \psi_S > 0 \end{cases}$$

پتانسیل  $\psi_S > 0$  حفره ها را از سطح دور می کند و سطح تخلیه می گردد .

$$\left. \begin{cases} \Delta Q'_G + \Delta Q'_C = 0 \\ \Delta Q'_G > 0 \end{cases} \right\} \Rightarrow \Delta Q'_C < 0 \quad Q'_C < 0$$

# بر شرایط سطحی $V_{GB}$ تاثیر و لتاژ



$$(V_{GB} \gg V_{FB})$$

وارونگی:

افزایش بیشتر  $V_{GB}$  باعث  
 یونیزه شدن بیشتر اتمهای  
 پذیرنده می شود. همچنین  
 از آنجایی که

الکترون ها نیز جذب سطح  
 می شوند و آهنگ افزایش  
 عرض فضای بار بتدریج  
 کاهش می یابد، زیرا  
 خطوط میدان بر روی

الکترون ها ختم می شوند. اگر تعداد الکترونها بیشتر از تعداد حفره ها شود، می گوییم هدایت سطح وارونه شده است.

# بر شرایط سطحی $V_{GB}$ تاثیر و لتاز

بعلت وجود پتانسیل

$\psi_s > 0$  در سطح نیمه هادی

$$\left. \begin{aligned} n_{\text{surf}} &= n_0 e^{\psi_s / \phi_t} \\ n_0 &= n_i e^{-\phi_F / \phi_t} \\ p_0 &= n_i e^{\phi_F / \phi_t} \\ p_0 &\cong N_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_{\text{surf}} = n_i e^{(\psi_s - \phi_t) / \phi_t}$$

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= n_i e^{\phi_F / \phi_t} \\ p_0 &\cong N_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_i = N_A e^{-\phi_F / \phi_t}$$

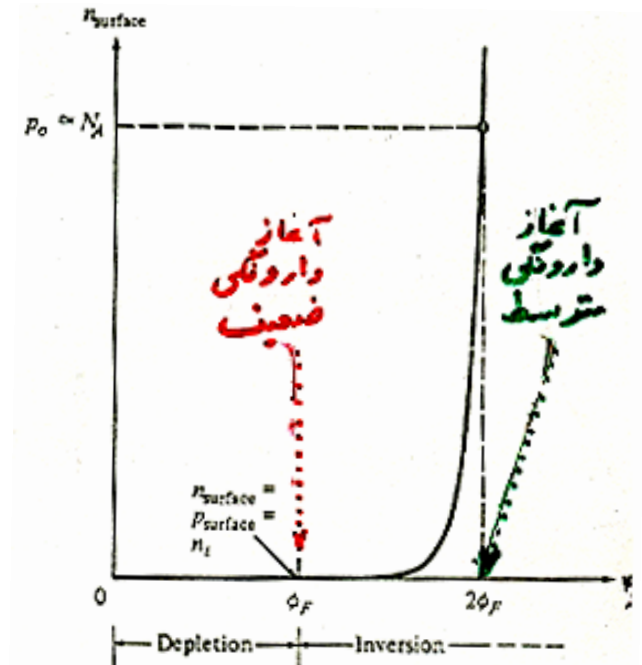
$$\Rightarrow n_{\text{surf}} = N_A e^{(\psi_s - 2\phi_F) / \phi_t}$$

نامگذاری نواحی :

$$\psi_s = \phi_F \Rightarrow n_{\text{surf}} = n_i$$

$$\psi_s = 2\phi_F \Rightarrow n_{\text{surf}} = p_0 = N_A$$

Electron concentration at the surface vs. surface potential. Linear axes are used.





# MOS تحلیل کلی ساختار دو پایانه ای

**تحلیل کلی :** اگر  $y$  نقطه ای در درون بستر فرض شود و  $\psi$  پتانسیل نسبت به نقطه ای داخل بستر باشد ، تراکم الکترون ها و تراکم حفره ها در نزدیک سطح عبارت است از

$$n(y) = n_0 e^{\psi(y)/\phi_t} \quad (1)$$

$$p(y) = p_0 e^{-\psi(y)/\phi_t} \quad (2)$$

$$p(y) = q [ p(y) - n(y) - N_A ] \quad (3)$$

پس معادله پواسون بصورت زیر نوشته می شود :

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = \frac{-q}{\epsilon} [ p_0 e^{-\psi(y)/\phi_t} - n_0 e^{+\psi(y)/\phi_t} - N_A ] \quad (4)$$

اما از آنجایی که در داخل نیمه هادی چگالی بار مساوی صفر است :

$$p_0 - n_0 = N_A \quad (5)$$

# Mos تحلیل کلی ساختار دو پایانه ای

با جایگذاری در رابطه (4) داریم :

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{q}{\epsilon} [p_0 (e^{-\psi(y)/\phi_t} - 1) - n_0 (e^{\psi(y)/\phi_t} - 1)] \quad (6)$$

با جای گذاری  $n_0 = \frac{n_i^2}{N_A}$  ،  $p_0 \approx N_A$  در (6) داریم :

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{qN_A}{\epsilon} [e^{-\psi(y)/\phi_t} - 1 - e^{-2\phi_F/\phi_t} (e^{\psi(y)/\phi_t} - 1)] \quad (7)$$

دو طرف معادله فوق را در  $2 \left( \frac{d\psi}{dy} \right)$  ضرب می کنیم

طرف چپ با  $\frac{d}{dy} \left( \frac{d\psi}{dy} \right)^2$  برابر می شود ، پس داریم :

$$\frac{d}{dy} [-E(y)]^2 = \frac{q}{\epsilon_s} N_A \left[ \exp\left(-\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right) - 1 - e^{-2\phi_F/\phi_t} \left( \exp\left(\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right) - 1 \right) \right] \times \frac{2d\psi(y)}{dy}$$

# Mos تحلیل کلی ساختار دو پایانه ای

با انتگرالگیری از طرفین نسبت به  $\psi$  ( بعد از حذف  $dy$  ) داریم :

$$E^2(y) = \frac{2qN_A}{\epsilon} \int_{\psi=0}^{\psi(y)} \exp\left(-\frac{\psi(y)}{\phi_t}\right) - 1 - e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} (\exp(\psi(y)\phi_t) - 1) d\psi$$

حد پایین انتگرال با این فرض انتخاب شده است که در داخل نیمه هادی  $\psi \leq 0$  باشد  
با انتگرال گیری داریم :

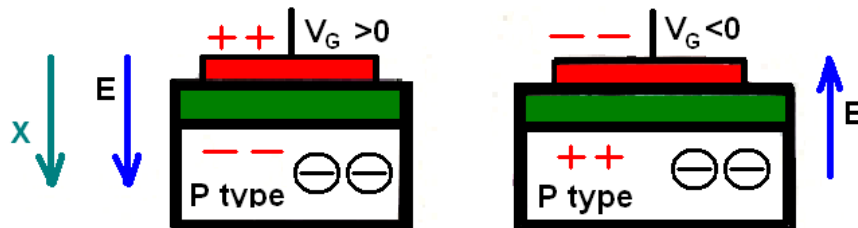
$$E(y) = \frac{F}{\sqrt{2q\epsilon}} \times \frac{\sqrt{N_A}}{\epsilon} \times [\phi_t e^{-\psi/\phi_t} + \psi - \phi_t + e^{-2\phi_F/\phi_t} (\phi_t e^{\psi/\phi_t} - \psi - \phi_t)]^{1/2}$$

برای آنکه علامت  $E$  با علامت  $\psi$  همخوانی داشته باشد ، باید علامت جلوی  $F$  چنین

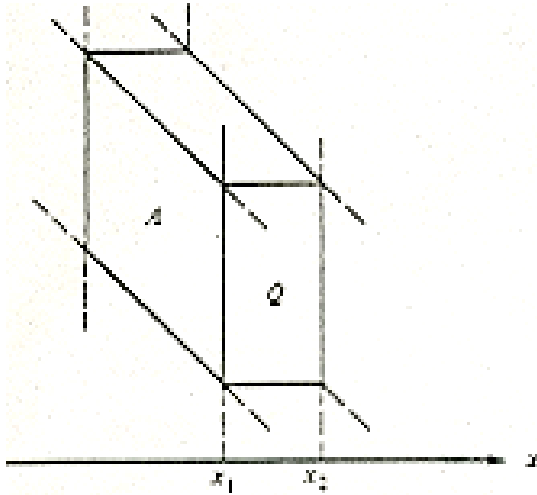
انتخاب شود :

هرگاه  $\psi > 0$  ، علامت جلوی  $F$  + ( تخلیه ، وارونگی )

هرگاه  $\psi < 0$  ، علامت جلوی  $F$  - ( انباشتگی )



# محاسبه بار کل سطح



محاسبه بار کل سطح :

را داشته باشیم : Q فرض کنید مطابق شکل بار

طبق قانون گوس

$$E(x_2) - E(x_1) = \frac{Q'_{12}}{\epsilon} \leftarrow$$

که در آن E، میدان الکتریکی است .

بر روی سطح نیمه هادی : نقطه 1

درون نیمه هادی ( که ) : نقطه 2

$$E = 0$$

$$-E_{\text{surface}} = \frac{Q'_C}{\epsilon_S} \text{ : در نتیجه}$$

$$E(y) = \frac{F}{\sqrt{2q\epsilon}} \times \frac{\sqrt{N_A}}{\epsilon} \times [\phi_t e^{-\psi/\phi_t} + \psi - \phi_t + e^{-2\phi_F/\phi_t} (\phi_t e^{\psi/\phi_t} - \psi - \phi_t)]^{1/2}$$

حال از رابطه

بازای  $\psi = \psi_s$  (پتانسیل سطحی) بار سطح Si رابدست می اوریم :

$$Q'_C = \mp F \sqrt{N_A} \left[ \phi_t e^{-\frac{\psi_S}{\phi_t}} + \psi_S + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left( \phi_t e^{\frac{\psi_S}{\phi_t}} - \psi_S - \phi_t \right) \right]^{1/2}$$

# محاسبه بار کل سطح

$$Q'_C = \mp F \sqrt{N_A} \left[ \phi_t e^{-\frac{\psi_S}{\phi_t}} + \psi_S + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left( \phi_t e^{\frac{\psi_S}{\phi_t}} - \psi_S - \phi_t \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

• بنابراین چهار معادله و چهار مجهول داریم :

$$V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_S + \phi_{MS}$$

$$Q'_G + Q'_O + Q'_C = 0$$

$$Q'_G = C'_{ox} \psi_{ox}$$

$$Q'_C \rightarrow \text{above relationship}$$

• مقادیر  $V_{GB}$  ،  $N_A$  ،  $\phi_{MS}$  معلومند .

• مجهولات  $Q'_G$  ،  $Q'_C$  ،  $\psi_S$  ،  $\psi_{ox}$

بصورت عددی بدست می آیند .

بعد از اینکه  $\psi_S$  مشخص شد

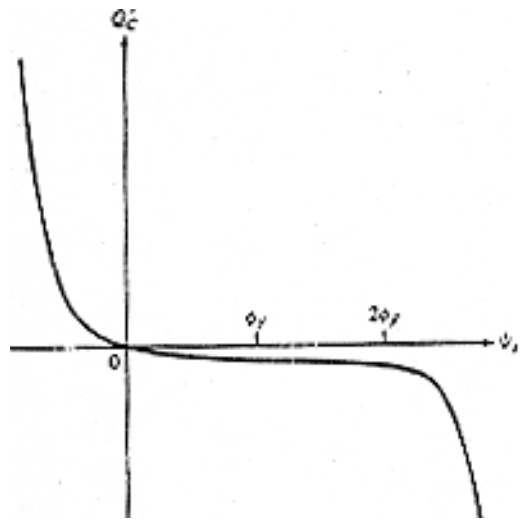
می توان  $P(y)$  ،  $n(y)$  ،  $\psi(y)$  را حساب کرد .

• این روابط کلی هستند و تمام نواحی را دربر می گیرند

و برای بررسی بعضی از اثراتی که در انباشتگی

و تخلیه خود رانشان می دهند کاربرد دارند

( فصل 7 )



# وارونگی و روابط آن

ناحیه وارونگی مهمترین ناحیه است و برای آن از تقریبهایی می توان استفاده نمود .

با مشتق گیری نسبت به  $\psi_s$  داریم :

$$C'_C = \pm F \sqrt{N_A} \left[ \frac{1 - e^{-\psi_s/\phi_t} + e^{-2\phi_F/\phi_t} (e^{\psi_s/\phi_t} - 1)}{2 \sqrt{\phi_t e^{-\psi_s/\phi_t} + \psi_s - \phi_t + e^{-2\phi_F/\phi_t} (\phi_t e^{\psi_s/\phi_t} - \psi_s - \phi_t)}} \right]$$

**وارونگی :**

در این بخش منحنیهای بار برحسب پتانسیل سطحی را بدست می آوریم . فرض

می کنیم :

$$\psi_s \gg \phi_F \gg \phi_t \gg 0$$

از طرفی , بار اتمهای یونیزه شده + بار لایه وارون = بار برروی سطح **Si**

یا

$$Q'_C = Q'_I + Q'_B$$

# وارونگی و روابط آن

$$Q'_C = Q'_I + Q'_B$$

برای محاسبه ابتدا  $Q'_B$  را بدست می آوریم . با استفاده از رابطه ای که قبلا برای بدست آورده ایم ، یعنی رابطه زیر :

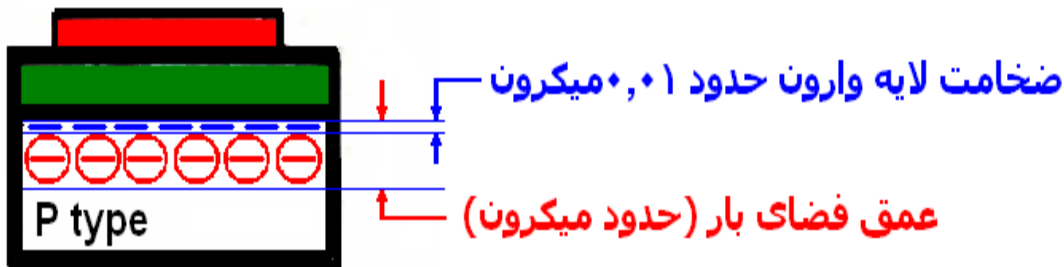
$$Q'_C = \mp F \sqrt{N_A} \left[ \phi_t e^{-\frac{\psi_S}{\phi_t}} + \psi_S + e^{-\frac{2\phi_F}{\phi_t}} \left( \phi_t e^{\frac{\psi_S}{\phi_t}} - \psi_S - \phi_t \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

و استفاده از رابطه  $Q'_C = Q'_I + Q'_B$  ، مقدار  $Q'_I$  بدست می آید .

## تقریب بار صفحه ای :

فرض می کنیم تمام بار لایه وارون در صفحه ای چسبیده به فصل مشترک Si-SiO<sub>2</sub> قرار دارد . ( ضخامت چند

صدم میکرون )



# وارونگی و روابط آن

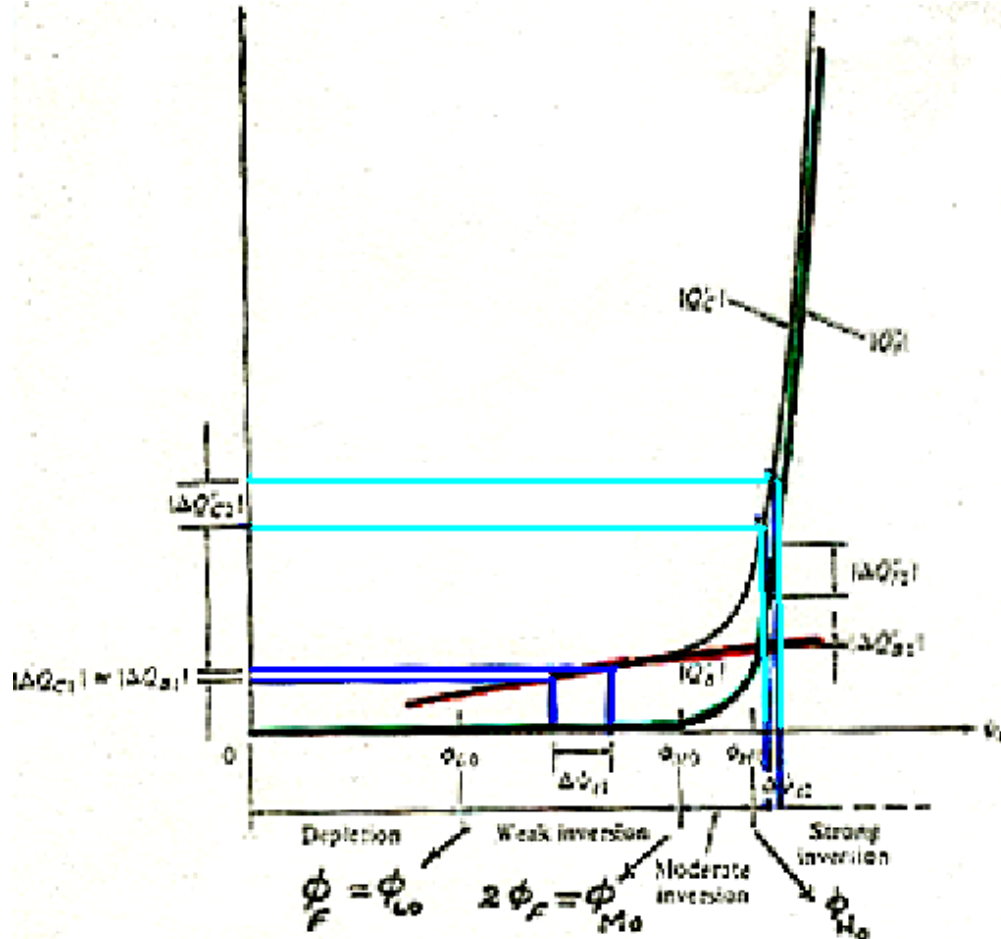
عمق فضای بار ( حدود میکرون ) با  $l_B$  نشان داده می شود :

$$\left. \begin{aligned}
 l_B &= \sqrt{\frac{2\varepsilon_S}{qN_A}} \sqrt{\psi_S} \\
 Q'_C &= -F \sqrt{N_A} \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_t)/\phi_t} \\
 Q'_I &= Q'_C - Q'_B \\
 Q'_B &= -F \sqrt{N_A} \sqrt{\psi_S} , \quad Q'_B = -q N_A l_B
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q'_I = -F \sqrt{N_A} \times \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_t)/\phi_t} - \sqrt{\psi_S}$$



# وارونگی و روابط آن

Magnitude of inversion layer charge, depletion region charge, and their sum (all per unit area) vs. surface potential.



ملاحظه می شود تغییرات زیادی

در پتانسیل سطحی، در ناحیه

ابتدایی منحنی (تخلیه، وارونگی

ضعیف) موجب تغییرات کوچکی

در بار  $Q'_C$  می شود. در ناحیه

ابتدایی منحنی (وارونگی متوسط

و شدید) تغییرات اندکی در پتانسیل

سطحی موجب تغییرات شدیدی

دربار  $Q'_I$ ،  $Q'_C$  می شود اما  $Q'_B$

چندان تغییر نمی کند.

$$\psi_{H0} - \psi_{M0} + \phi_{Z0}, \quad \phi_{Z0} \approx (\text{several } \phi_i)_{25}$$

# وارونگی و روابط آن

جمع بندی حالت وارونگی :

$$(1) \quad V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_S + \phi_{MS}$$

$$(2) \quad Q'_G + Q'_0 + Q'_I + Q'_B = 0 \quad , \quad (Q'_I = Q'_I(\psi_S) \quad , \quad Q'_B = Q'_B(\psi_S))$$

$$(3) \quad Q'_G = C'_{ox} \psi_{ox}$$

روابط بین ولتاژ  $V_{GB}$  ، بارها و پتانسیل ها در حالت وارونگی :

الف ( رابطه VGB بر حسب

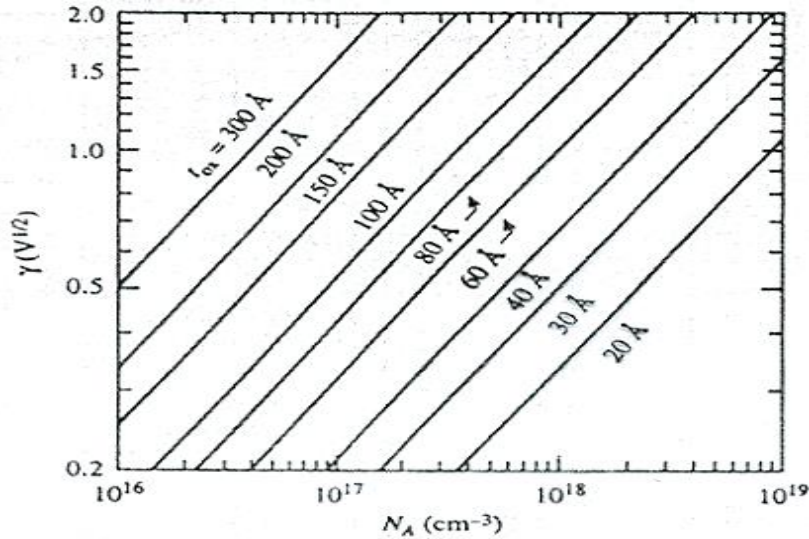
$\psi_S$

$$\left. \begin{aligned} (1,3) \quad \therefore V_{GB} &= \psi_S + \phi_{MS} + \frac{Q'_G}{C'_{ox}} \\ (2) \quad \therefore \frac{Q'_G}{C'_{ox}} &= -\frac{Q'_0 + Q'_I + Q'_B}{C'_{ox}} \\ V_{FB} &= \phi_{MS} - \frac{Q'_0}{C'_{ox}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{GB} = V_{FB} + \psi_S + \gamma \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t} \quad (4)$$

ضریب اثر بدنه به فرایند ساخت ( نوع ناخالصی بستروتراکم آن ، ضخامت اکسید ) وابسته است:

$$\gamma = \frac{F \sqrt{N_A}}{C'_{ox}}$$

# وارونگی و روابط آن



ضریب اثر بدنه به فرایند ساخت ( نوع ناخالصی بستر و تراکم آن ، ضخامت اکسید ) وابسته است :

$$\gamma = \frac{F \sqrt{N_A}}{C'_{ox}}$$

شکل 2-8 منحنی تغییرات  $\gamma = \frac{F \sqrt{N_A}}{C'_{ox}}$  به ازای مقادیر مختلف  $N_A$  را بر حسب

نشان می دهد  $d_{ox}$ .

- به ازای چگالی ناخالصی معین با افزایش ضخامت اکسید ، اثر بدنه افزایش می یابد .

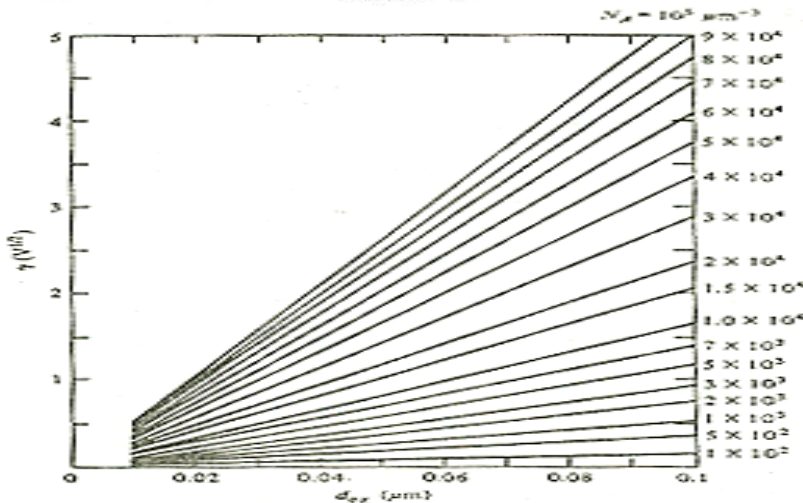


FIGURE 2.8 Body effect coefficient vs. oxide thickness for several values of substrate doping.

# وارونگی و روابط آن

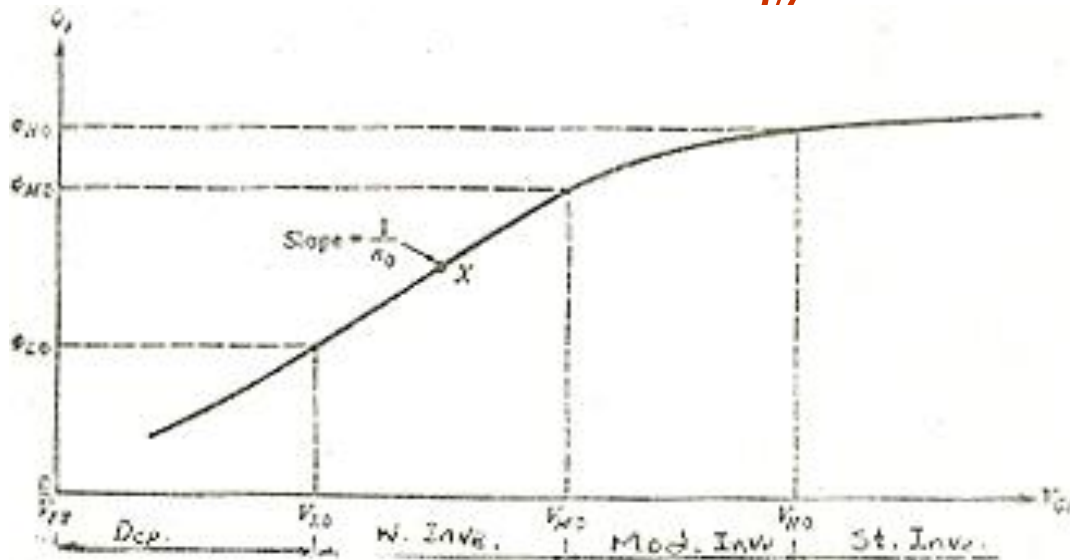
دقت کنید که در ( 4 ) که در اینجا دوباره آورده شده است :

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_S + \gamma \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F) / \phi_t} \quad (4)$$

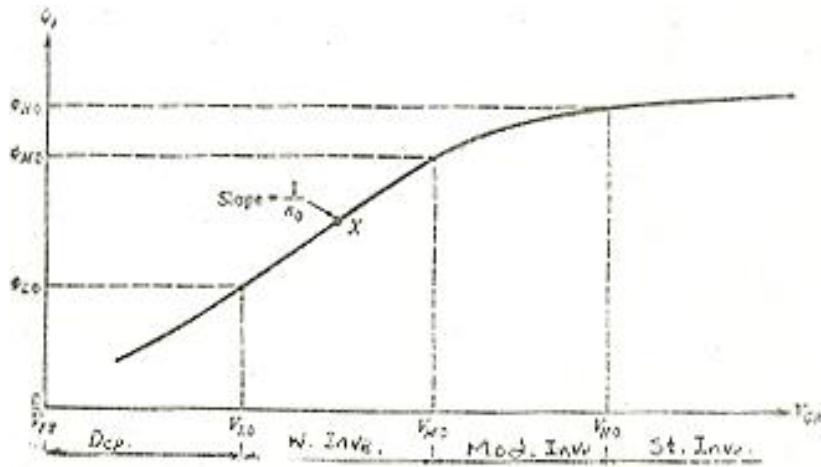
از رابطه زیر استفاده شده است :

$$Q'_I + Q'_B = Q'_C = -(F \sqrt{N_A}) \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F) / \phi_t}$$

با استفاده از ( 4 ) می توان  $V_{GB}$  را بر حسب رسم نمود .



# وارونگی و روابط آن



• در نقاط ابتدایی منحنی ، برای تامین باری که بواسطه تغییر  $V_{GB}$  باندازه  $\Delta V_{GB}$  ایجاد می شود ، تغییرات نسبتاً زیادی برای

$\Delta \psi_s$  مورد نیاز می باشد .

( منحنی  $Q'_C(\psi_s)$  )

• وارونگی ضعیف با شیب زیاد و نسبتاً ثابت

مشخص میگردد .

$$\frac{d\psi_s}{dV_{GB}}$$

• در نقاط انتهایی منحنی مقدار کوچکی  $\Delta \psi_s$  برای پاسخگویی به تغییرات بار کفایت می کند .

• در ناحیه وارونگی شدید ، این شیب به مقدار کوچکی تنزل می یابد.

**تعریف :**  $V_{H0}$  ,  $V_{M0}$  ,  $V_{L0}$  مقادیری از  $V_{GB}$  هستند که برای آنها سطح **Si** بترتیب

در مرز وارونگی ضعیف ، متوسط و شدید قرار می گیرد .

# وارونگی و روابط آن

در اینجا رابطه ( 4 ) دوباره آورده شده است :

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_S + \gamma \sqrt{\psi_S + \phi_t e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}} \quad (4) \quad \text{اینک این کمیتها را بدست می آوریم :}$$

$$V_{GB} \Big|_{\psi_S = \phi_{M0} = 2\phi_F} = V_{M0} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \sqrt{2\phi_F} \quad (\psi_S > \phi_F > 0)$$

$$V_{GB} \Big|_{\psi_S = \phi_{L0} = \phi_F} = V_{L0} = V_{FB} + \phi_F + \gamma \sqrt{\phi_F}$$

در مورد  $\phi_{H0}$  ، عموماً قبول می کنند که  $V_{H0} = V_{M0} + V_{Z0}$

، زیرا رابطه  $V_{GB}$  تحت این شرایط دقت کافی ندارد .

**محاسبه  $Q'_I (V_{GB})$**   
**روش اول ( حل پارامتری ) :**

$$Q'_I = F \sqrt{N_A} \left( \sqrt{\psi_S + \phi_t e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}} - \sqrt{\psi_S} \right)$$

بازای هر مقدار  $\psi_S$  معلوم ،

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_S + \gamma \sqrt{\psi_S + \phi_t e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}}$$

بدست می آیند .  $V_{GB}$  ،  $Q'_I$

# وارونگی و روابط آن

بین روابط زیر ، **روش دوم** :  $\psi_{ox}$  را حذف می کنیم :

$$\left. \begin{aligned} V_{GB} &= \psi_{ox} + \psi_S + \phi_{MS} \rightarrow \psi_{ox} = -\phi_{MS} - \psi_S + V_{GB} \\ Q'_G + Q'_0 + Q'_I + Q'_B &= 0 \\ Q'_G &= C'_{ox} \psi_{ox} \rightarrow \psi_{ox} = \frac{Q'_G}{C'_{ox}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \psi_{ox} = \frac{Q'_I + Q'_0 + Q'_B}{-C'_{ox}} \rightarrow C'_{ox} (\phi_{MS} + \psi_S - V_{GB}) = Q'_I + Q'_0 + Q'_B$$

$$, \quad Q'_B = -C'_{ox} F \sqrt{N_A} \sqrt{\psi_S} , \quad \gamma = \frac{F \sqrt{N_A}}{C'_{ox}}$$

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_0}{C'_{ox}}$$

$$\underline{Q'_I = -C'_{ox} (V_{GB} - \psi_S - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_S})}$$

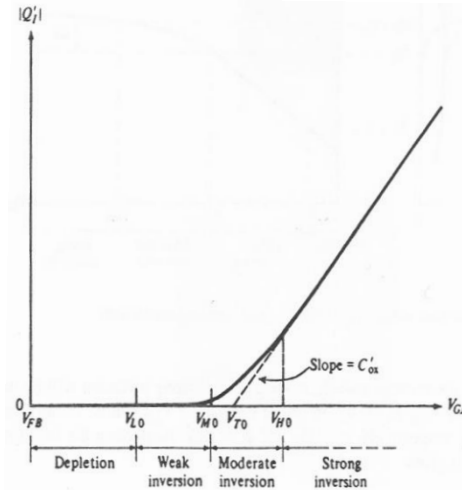


FIGURE 2.10  
Magnitude of inversion layer charge per unit area vs. gate-substrate voltage.

**حذف  $Q'_B, Q'_0$  :**  
حال جایگذاری می کنیم

بدست می آوریم که :

اکنون برای هر یک از نواحی وارونگی ضعیف ، متوسط و شدیدروابطی تقریبی بدست می آوریم و پدیده های غالب را در هر ناحیه شناسایی می کنیم :

# وارونگی شدید

**الف ( وارونگی شدید )** : عملاً  $\psi_S$  در مقدار ثابتی میخکوب می شود :

$$\psi_S = \phi_B \approx 2\phi_F + 6\phi_t$$

$$l_{BM} = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_A}} \phi_B$$

اگر از روابط زیر استفاده کنیم ،

$$Q'_B = -F \sqrt{N_A} \sqrt{\phi_B} \quad V_{GB} = \psi_{ox} + \psi_S + \phi_{MS}$$

$$Q'_G + Q'_0 + Q'_I + Q'_B = 0$$

$$Q'_G = C'_{ox} \psi_{ox}$$

و  $\psi_{ox}$  ،  $Q'_G$  را حذف کنیم ضمناً بجای  $\psi_S$  ، مقدارش را در وارونگی شدید

$$Q'_I = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{T0}) \quad (\psi_S = \phi_B) \text{ جایگذاری کنیم ، بدست می آوریم}$$

$$V_{T0} = \phi_{MS} - \frac{Q'_0}{C'_{ox}} + \phi_B - \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \quad \text{که در آن}$$

ولتاژاستانه برون یابی شده خوانده می شود ، یا  $V_{T0} = V_{FB} + \phi_B + \gamma \sqrt{\phi_B}$

که در آن از  $V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q'_0}{C'_{ox}}$  ،  $Q'_B = -F \sqrt{N_A} \sqrt{\phi_B}$  و  $\gamma = (-F \sqrt{N_A}) / C'_{ox}$

استفاده شده است .

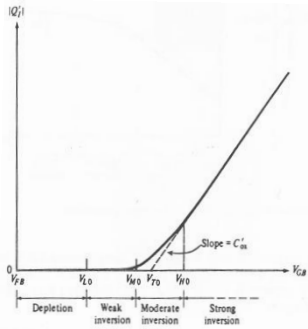
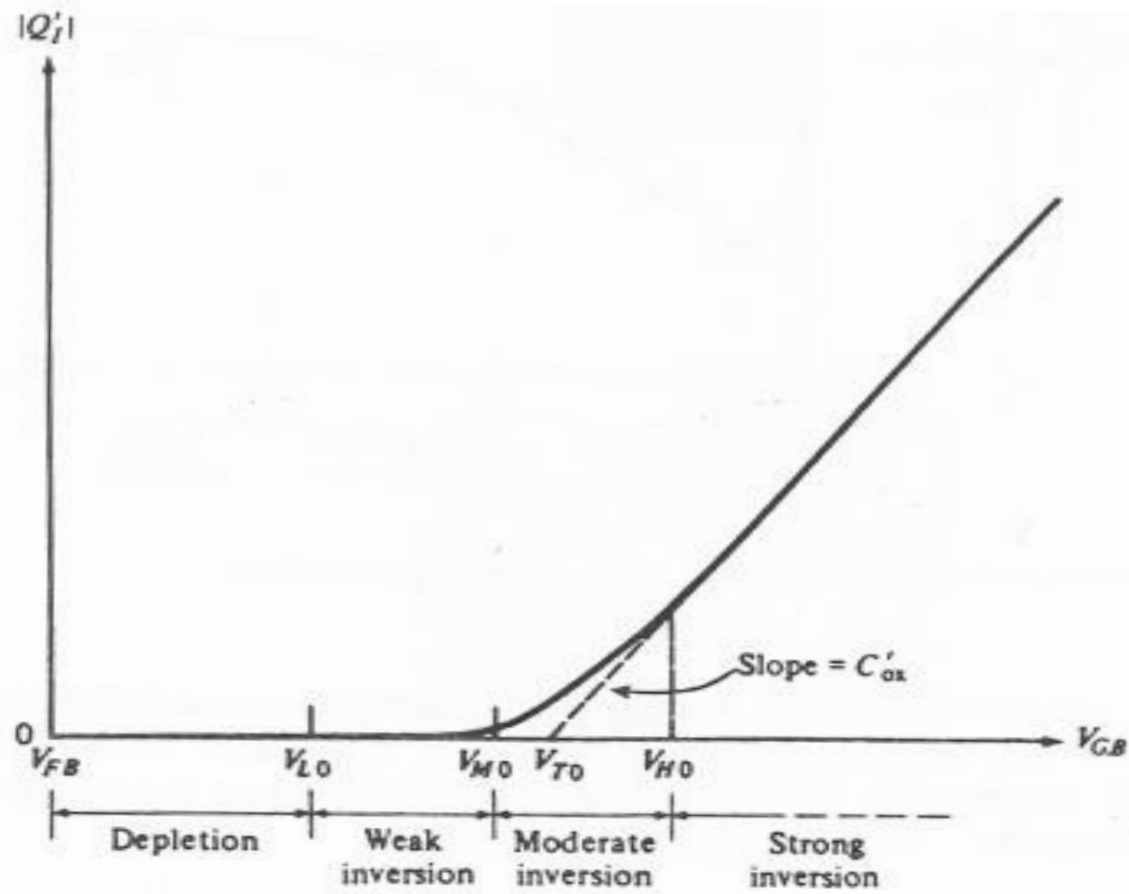


FIGURE 2.10 Magnitude of inversion layer charge per unit area vs. gate-substrate voltage.





**FIGURE 2.10**  
Magnitude of inversion layer charge per unit area vs. gate-substrate voltage.

# وارونگی شدید

مثال (برای فرایند گیت پلی سیلیسیمی مثال قبل ( $N_D = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ) ، ولتاژ  $V_{T0}$  را بیابید .  
حل - در مثال قبل دیدیم

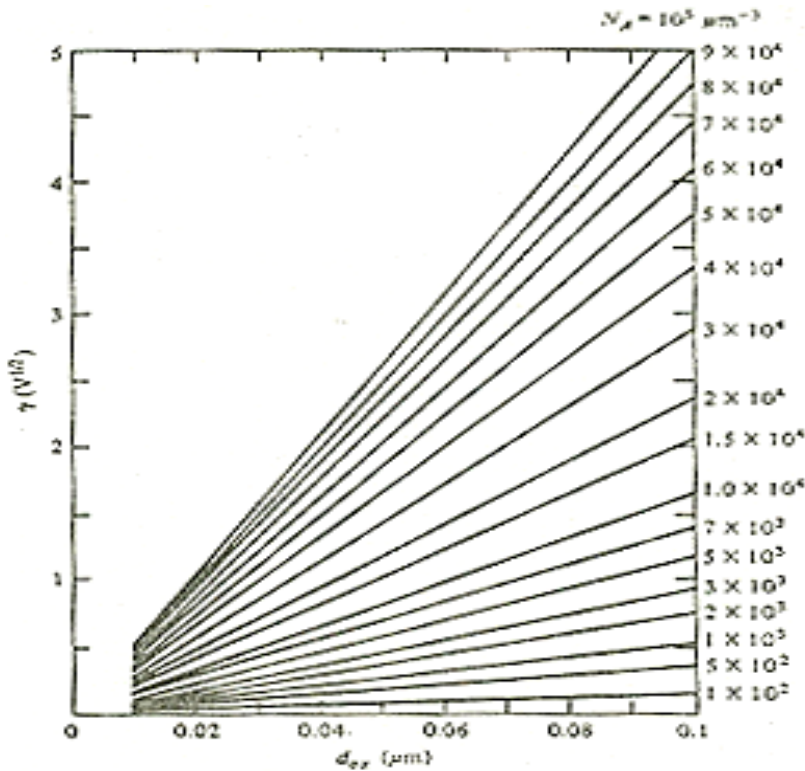


FIGURE 2.8 Body effect coefficient vs. oxide thickness for several values of substrate doping.

$$V_{FB} = -1 \text{ V}$$

$$\phi_B = 2\phi_F + 6\phi_t$$

$$= 2 \times (0.41) + 6(0.026) \text{ V} = 0.97 \text{ V}$$

از روی شکل  $\gamma \approx .048 \text{ V}^{\frac{1}{2}}$

پس

$$V_{T0} = -1 \text{ V} + 0.97 \text{ V} + 0.48 \sqrt{0.97} = 0.42 \text{ V}$$

# وارونگی ضعیف

(ب) وارونگی ضعیف :

از دو رابطه اخیر می توان

را برحسب  $V_{GB}$  رسم کرد . ( بصورت پارامتری )

$Q'_I$

$$Q'_I(V_{GB}) = -C'_{ox} (V_{GB} - \psi_S - V_{FB} - \gamma \sqrt{\psi_S}) \quad (8)$$

$$Q'_I(\psi_S) = -F \sqrt{N_A} \left( \sqrt{\psi_S + \underbrace{\phi_t \exp\left(\frac{\psi_S - 2\phi_F}{\phi_t}\right)}_{\zeta}} - \sqrt{\psi_S} \right) \quad (9)$$

می توان در وارونگی ضعیف از تقریبهایی استفاده کرد : می خواهیم برای  $Q'_I(\psi_S)$

عبارتی بیابیم . فرض کنید : (10)  $\zeta = \phi_t \exp\left(\frac{\psi_S - 2\phi_F}{\phi_t}\right)$

دروارونگی ضعیف ( $\phi_F \ll \psi_S \ll 2\phi_F$ ) : پس با استفاده از بسط تیلور داریم :

$$\sqrt{\psi_S + \zeta} = \sqrt{\psi_S} \left[ 1 + \left(\frac{\zeta}{\psi_S}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \cong \sqrt{\psi_S} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\zeta}{\psi_S}\right) \right] = \sqrt{\psi_S} + \frac{\zeta}{2\sqrt{\psi_S}} \quad (11)$$

با جایگذاری در رابطه (9) داریم :

$$Q'_I(\psi_S) = -F \sqrt{N_A} \left[ \cancel{\sqrt{\psi_S}} + \frac{1}{2\sqrt{\psi_S}} - \cancel{\sqrt{\psi_S}} \right]$$

پس داریم :

$$Q'_I(\psi_S) \approx - \frac{\sqrt{2q\epsilon N_A}}{2\sqrt{\psi_S}} \underbrace{\phi_t \exp\left(\frac{\psi_S - 2\phi_F}{\phi_t}\right)}_{\zeta} \quad (12)$$

# وارونگی ضعیف

حال می خواهیم  $Q'_I(V_{GB})$  را بدست آوریم ؛ قبلا دیده بودیم که در وارونگی ضعیف

$$|Q'_I| \ll |Q'_B| ; (Q'_B = -F\sqrt{N_A}\sqrt{\psi_S} \text{ and } Q'_C = Q'_B + Q'_I)$$

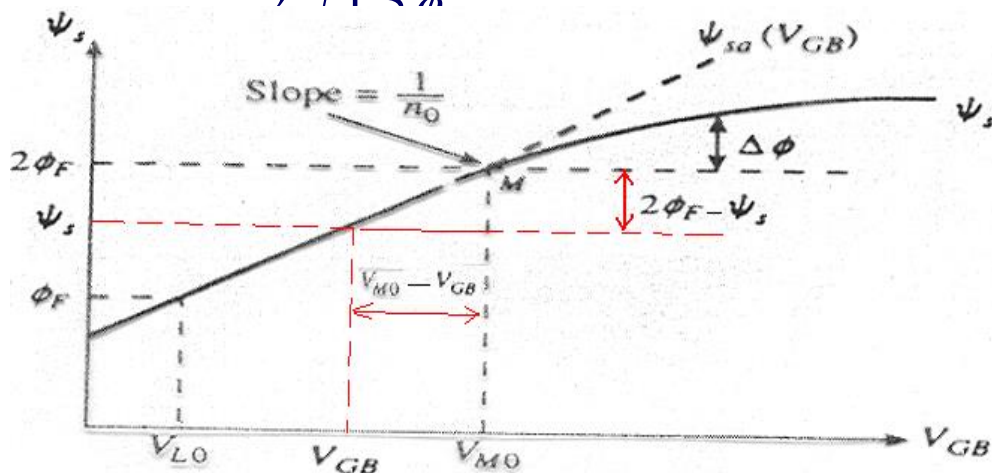
$$(13) \quad V_{GB} \approx V_{FB} + \psi_S - \frac{Q'_B(\psi_S)}{C'_{ox}} = V_{FB} + \psi_S + \gamma\sqrt{\psi_S} ; \left(\gamma = \frac{F\sqrt{N_A}}{C'_{ox}}\right)$$

با استفاده از تغییرمتغیر  $\sqrt{\psi_S} = X$  در (13) داریم :

$$\psi_S \approx \left(-\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}}\right)^2$$

# وارونگی ضعیف

$$Q'_I = - \frac{F \sqrt{N_A}}{2 \sqrt{1.5 \phi_F}} \phi_t e^{(\psi_S - 2\phi_F) / \phi_t}$$



با توجه به اینکه تغییرات  $\sqrt{\psi_S}$  در مقایسه با جمله نمایی نا چیز است ، لذا می توان  $\psi_S$  را با مقداری در درون بازه وارونگی ضعیف جایگذاری کرد . شکل 11 - 2

را در نظر می گیریم :

با توجه به اینکه شیب منحنی در این بازه تقریباً ثابت است ، لذا می توان نقطه انتهایی بازه را انتخاب نمود .

( البته نقطه میانی  $\psi_S = 1.5 \phi_F$  تقریب بهتری است و تقریب فوق فقط به خاطر ساده

شدن محاسبات در نظر گرفته شده است . )

$$n = \left( \frac{d\psi}{dV_{GB}} \right)^{-1} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\psi(V_{GB})}}$$

$$n_0 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_F}} \quad \text{و} \quad \psi_S - 2\phi_F = \frac{1}{n_0} (V_{GB} - V_{MO})$$

# وارونگی ضعیف

$$n_0 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2}\phi_F} \quad \text{و} \quad \psi_S - 2\phi_F = \frac{1}{n_0} (V_{GB} - V_{M0})$$

با جا گذاری  $V_{M0}$  در این رابطه  $\psi_S = 2\phi_F$  در رابطه  $V_{GB} = V_{FB} + \psi_S + \gamma\sqrt{\psi_S}$  بدست آمده است .

$$Q'_I = -\frac{\sqrt{2q\epsilon N_A}}{2\sqrt{2}\phi_F} \phi_t \exp\left(\frac{V_{GB} - V_{M0}}{n_0 \phi_t}\right)^* = Q'_{M0} \exp\left(\frac{V_{GB} - V_{M0}}{n_0 \phi_t}\right)$$

با توجه به رابطه  $n_0 = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2}\phi_F}$  طرف دوم معادله \* را می توان بصورت زیر باز نویسی کرد :

$$n_0 - 1 = \frac{\gamma}{2\sqrt{2}\phi_F} \Rightarrow (n_0 - 1)C'_{ox} = \frac{\sqrt{2q\epsilon N_A}}{2\sqrt{2}\phi_F}$$

$$Q'_I = - (n_0 - 1)C'_{ox} \phi_t \exp\left(\frac{V_{GB} - V_{M0}}{n_0 \phi_t}\right)$$

# وارونگی متوسط

## وارونگی متوسط :

در ناحیه وارونگی متوسط هیچ یک از تقریبهایی که در مورد نواحی وارونگی شدید و

ضعیف بکار بردیم صادق نمی باشد , لذا منحنی  $Q'(V_{GB})$  را نمی توان خطی و یا نمایی در نظر گرفت و باید از روابط پارامتری کلی بدست آمده در بخشهای قبل استفاده کرد . یک عبارت تقریبی برای ناحیه وارونگی متوسط بصورت زیر پیشنهاد شده است :

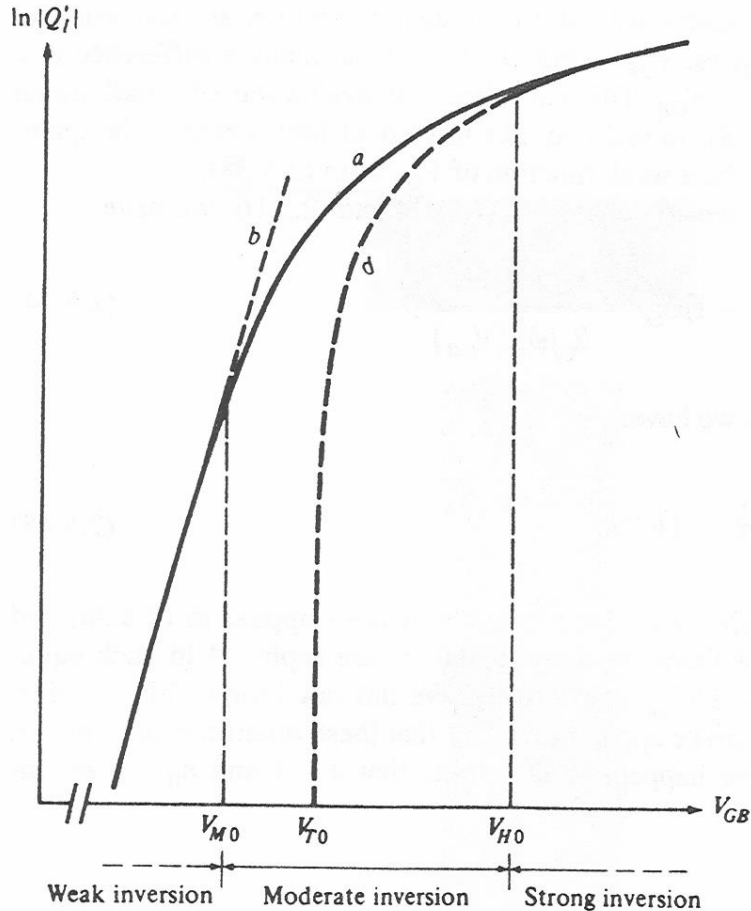
$$\psi_S = 2\phi_F + \Delta\phi \quad \text{and} \quad \Delta\phi = \frac{2\phi_t}{n} \ln \left( 1 + \frac{\psi_{Sa} - 2\phi_F}{2\phi_t} \right)$$

در این رابطه  $\psi_{Sa} = \left( -\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + V_{GB} - V_{FB}} \right)^2$  می باشند .  $V_{GB}$  تابعی از  $n$  و

بنابراین  $\Delta\phi$  می باشد . بار لایه وارون را میتوان با  $V_{GB}$  تابعی از

$$Q'_I = - \frac{\sqrt{2q\epsilon N_A}}{2\sqrt{\psi_{Sa}}} \phi_t - n C'_{OX} (\psi_{Sa} - 2\phi_F - \Delta\phi) \quad \text{کمک رابطه زیر بدست آورد}$$

# بررسی دقت روابط در مرزهای وارونگی



(a)  
 (general equation)  $\left\{ \begin{array}{l} Q'_i = -F \sqrt{N_A} \left( \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/q} - \sqrt{\psi_S} \right) \\ V_{GB} = V_{FB} + \psi_S - \frac{Q'_B(\psi_S) + Q'_i(\psi_S)}{C'_{ox}} \end{array} \right.$

(b)  
 (weak inversion approximation)  $\left\{ \begin{array}{l} Q'_i = - (n_0 - 1) C'_{ox} \phi_t \exp \left( \frac{V_{GB} - V_{M0}}{n_0 \phi_t} \right) \end{array} \right.$

(c)  
 (moderate inversion approximation)  $\left\{ \begin{array}{l} Q'_i = - \frac{\sqrt{2q \epsilon N_A}}{2 \sqrt{\psi_{Sa}}} \phi_t - n C'_{ox} (\psi_{Sa} - 2\phi_F - \Delta \phi) \end{array} \right.$

(d)  
 (strong inversion approximation)  $\left\{ \begin{array}{l} Q'_i = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{TO}) \\ V_{TO} = \phi_{MS} - \frac{Q'_O}{C'_{ox}} + \phi_B - \frac{Q'_B}{C'_{ox}} \end{array} \right.$



# خازن سیگنال کوچک

## خازن سیگنال کوچک :

اگر  $V_{GB}$  مانند آنچه در شکل زیر نشان داده شده است ، افزایش کوچک  $\Delta V_{GB}$  پیدا کند ، بار مثبت  $\Delta Q'_G$  بسمت پایانه گیت جریان خواهد یافت . يك خازن دیفرانسیلی

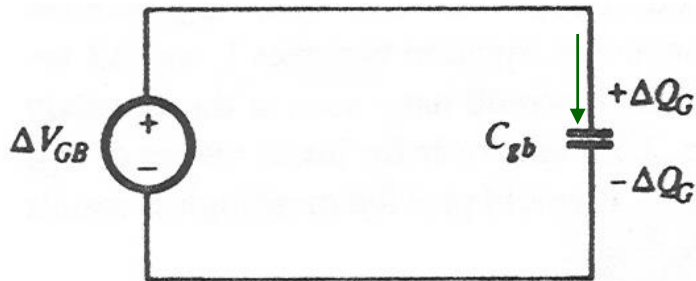
( سیگنال کوچک ) بر واحد سطح ،  $C'_{gb}$  می توان تعریف کرد :  
 این امر در شکل زیر نشان داده شده است ، بنابر این :

$$\Delta Q'_C = -\Delta Q'_G \quad (17)$$

$$\frac{\Delta V_{GB}}{\Delta Q'_G} = \frac{\Delta \psi_{ox}}{\Delta Q'_G} + \frac{\Delta \Psi_S}{\Delta Q'_G} \quad (18)$$

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{d\psi_{ox}}{dQ'_G} + \frac{d\psi_S}{dQ'_G} \quad (19) \quad \text{با استفاده از (16) داریم :}$$

این رابطه را چنین می نویسیم :



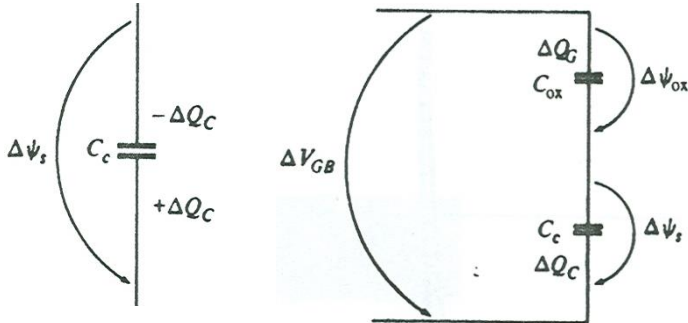
مدا معادل سیگنال کوچک برای ساختار دو پایانه ای

$$(17) \rightarrow \frac{1}{C'_{gb}} = \frac{1}{\frac{dQ'_G}{d\psi_{ox}}} + \frac{1}{\frac{dQ'_C}{d\psi_S}} \quad (20)$$

(  $Q'_C = Q'_B + Q'_I$  )

# خازن سیگنال کوچک

نمایش مداری رابطه (X)



نمایش مفهوم خازن سیگنال کوچک فضای بار نیمه هادی

تعریف می کنیم :  
 $\frac{dQ'_G}{d\psi_{ox}} = C'_{ox}$  and  $C'_C \equiv -\frac{dQ'_C}{d\psi_s}$   
 حال با استفاده از رابطه های بالا :

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_C} \quad (X)$$

که در آن

$$C'_C = F \sqrt{N_A} \frac{1 + e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}}{2 \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}}, \quad \psi_S > 3\phi_t$$

از طرفی چون

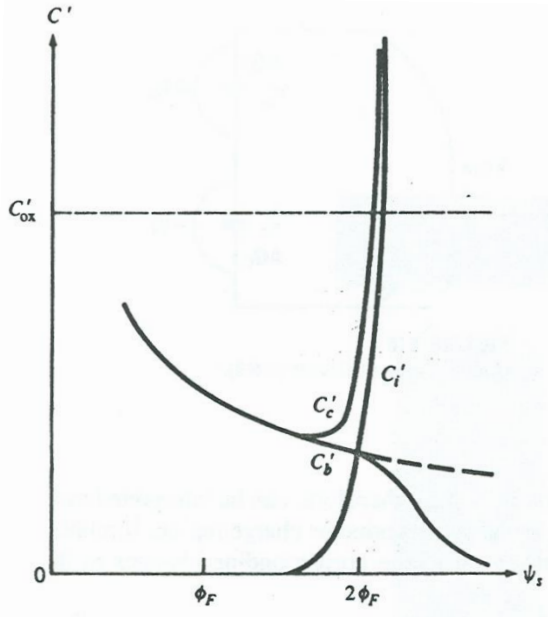
لذا با تعریف :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta Q'_C = \Delta Q'_B + \Delta Q'_I \\ C'_C = \frac{-dQ'_B}{d\psi_S} + \frac{-dQ'_I}{d\psi_S} \quad (Q'_I < 0, Q'_B < 0) \end{cases}$$

$$\text{طبق تعریف} \Rightarrow \begin{cases} C'_b \equiv -\frac{dQ'_B}{d\psi_S} \\ C'_i \equiv -\frac{dQ'_I}{d\psi_S} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C'_b = F \sqrt{N_A} \frac{1}{2 \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}} \\ C'_i = F \sqrt{N_A} \frac{1}{2 \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}} \end{cases} \quad \text{and} \quad C'_C = C'_b + C'_i$$

# خازن سیگنال کوچک

خازن سیگنال کوچک بر واحد سطح بر حسب پتانسیل سطحی



$$C'_b = F \sqrt{N_A} \frac{1}{2 \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}}$$

$$C'_i = F \sqrt{N_A} \frac{1}{2 \sqrt{\psi_S + \phi_t} e^{(\psi_S - 2\phi_F)/\phi_t}}$$

$$C'_c = C'_b + C'_i$$

$C'_i$  خازن لایه وارون است ،  $C'_b$  خازن ناحیه تخلیه می باشد

(خط ممتد ، منحنی دقیق است و خط چین پیش بینی مربوط به مدل بار صفحه ای می باشد ) .

$C'_{ox}$  خازن فضای بار نیمه هادی است و

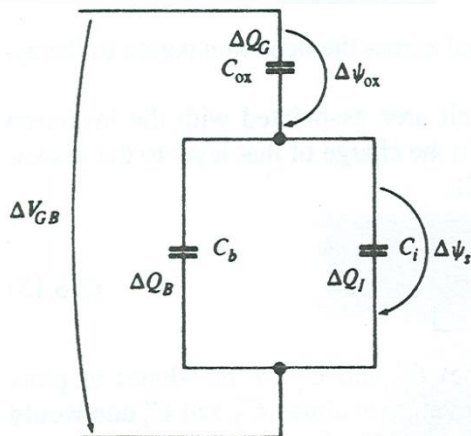
خازن اکسید می باشد .

مدار معادل به شکل زیر خواهد بود :

$$\frac{1}{C'_{gb}} = \frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_b + C'_i}$$

در اینجا مدار معادل سیگنال کوچک برای ساختار MOS دو پایانه ای

که هر یک از خازنهای را نشان می دهد ، آورده شده است .



# خازن سیگنال کوچک

## شیب منحنی ها :

داریم :

$$V_{GB} = V_{FB} + \psi_S - (Q'_B + Q'_I) / C'_{ox}$$

با مشتق گیری نسبت به  $\psi_S$  داریم :

$$\frac{dV_{GB}}{d\psi_S} = 0 + 1 - \frac{1}{C'_{ox}} \left( \frac{dQ'_B(\psi_S)}{d\psi_S} + \frac{dQ'_I}{d\psi_S} \right)$$

همچنین از قبل داریم :

$$-\frac{dQ'_I}{d\psi_S} = C'_i, \quad C'_b = -\frac{dQ'_B}{d\psi_S} \quad \text{from relationships}$$

بنا بر این :

$$\frac{d\psi_S}{dV_{GB}} = \frac{C'_{ox}}{C'_{ox} + C'_b + C'_i}$$

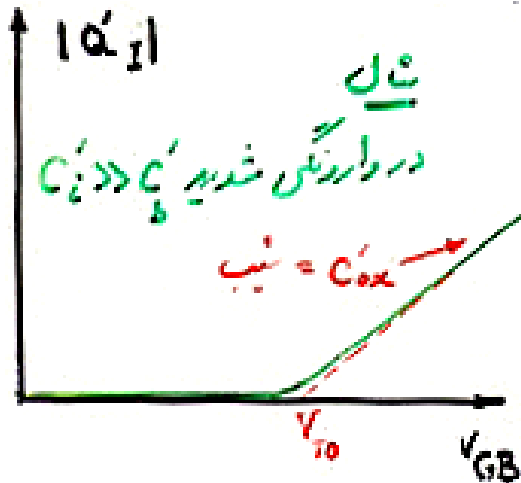
$$\frac{d|Q'_I|}{dV_{GB}} = \frac{d|Q'_I|}{d\psi_S} \frac{d\psi_S}{dV_{GB}} \Rightarrow \frac{d|Q'_I|}{dV_{GB}} = \frac{C'_{ox} C'_i}{C'_{ox} + C'_b + C'_i}$$

نهایتا می توان شیب منحنی  $\ln|Q'_I|$  بر حسب  $V_{GB}$

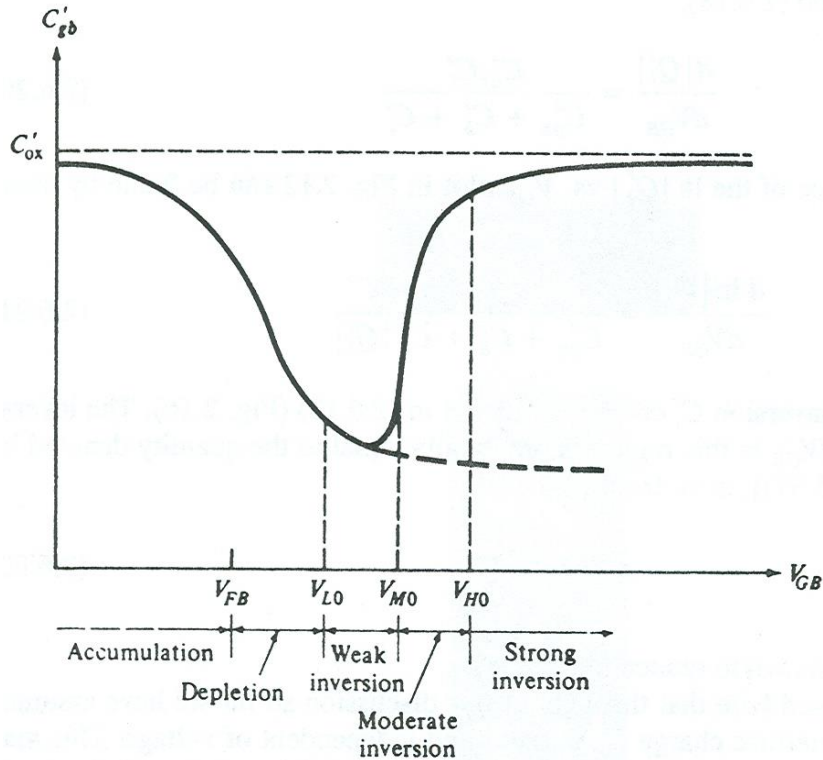
را که در شکل مقابل رسم شده است ،

بر حسب رابطه پیدا کرد :

$$\frac{d \ln |Q'_I|}{dV_{GB}} = \frac{C'_{ox}}{C'_{ox} + C'_b + C'_i} \cdot \frac{C'_i}{|Q'_I|}$$



# خازن سیگنال کوچک



کل خازن بر واحد سطح گیت - بستر

برحسب ولتاژ گیت - بستر ،

خط ممتد : حالت

" ایستا " ، خط چین : حالت فرکانس بالا .

برای تولید الکترون ها زمان لازم است . اگر فرکانس زیاد باشد ، الکترون ها فرصت کافی ندارند که خود را به لایه وارون برسانند ، لذا :

$$\Delta Q_I = 0 \Rightarrow Q_I = const$$