فصل ۲۳ هدف: تصحیح در گرماهای ویژه دولون پتی C_v^0 ؟

در کلاسیک C_v فقط (با ساعات رانده) به نظریه کوانتمی مرتبط کرد دارد ← دماهای پایین را خوب توجیه می کند

(1) $E=\sum(n_s+1/2)\hbar\omega_s(k)$ انرژی کل

برای دماهای میانی داریم $u^{harm}=\frac{1}{V}\frac{\sum \epsilon_i e^{-\beta E_i}}{\sum e^{-\beta E_i}}$

هرچه سطح انرژی ↑ احتمال رخ دادن ↓ و فراوانی ↓

(2) $f=\sum e^{-\beta E}$

(3) $\bar u=-\frac{1}{V}\frac{\delta}{\delta\beta}\ln f$ *

تا حالتهای که در این شرایط آماری اتفاق می افتد باید میانگین گیری شود

$$f=\sum e^{-\beta\sum_{k,s}(n_{sk}+1/2)\hbar\omega_s(\vec k)}$$

تعداد مدهای نوسانی (تعداد فونون ها)

$$=\sum_{k,s}\prod e^{-\beta(n_{ks}+1/2)\hbar\omega_s(\vec k)}$$

$$=\prod_{k,s}\sum_{k,s}e^{-\beta(\vec n_{ks}+1/2)\hbar\omega_s(\vec k)}$$

(4) $f=\prod\sum e^{\frac{-\beta\hbar\omega_s}{2}}\,e^{-\beta\hbar\omega_s n_{\vec k s}}$ → به جای n عدد می گذاریم

$$=\prod e^{-\beta\hbar\omega_s/2}\left(1+e^{-\beta\hbar\omega_s}+e^{-2\beta\hbar\omega_s}+\cdots\right)$$

معروف سری هندسی همگرا است $\frac{a}{1-q}$ ← جمله اول، ← قدرنسبت

$e^{-\beta\hbar\omega_s}=y$ ⇒

$$f=\prod_{k,s}e^{-\beta\hbar\omega_s/2}\frac{1}{1-y}=\prod_{k,s}\frac{e^{-\beta\hbar\omega_s/2}}{1-e^{-\beta\hbar\omega_s}}$$ (5)

جایگذاری در *

$$u^{harm}=-\frac1V\frac{\delta}{\delta\beta}\sum_{k,s}\ln\left(\frac{e^{-\beta\hbar\omega_s/2}}{1-e^{-\beta\hbar\omega_s}}\right)$$

$$=-\frac1V\frac{\delta}{\delta\beta}\sum_{k,s}\left(-\beta\hbar\omega_s/2-\ln(1-e^{-\beta\hbar\omega_s})\right)$$ (4)

زمانی که روی s جمع می زنیم s = مدهای نوسانی

$$U^{harm}=+\frac1V\sum_{k,s}\left[\frac{\hbar\omega_s(\vec k)}{2}+\frac{\hbar\omega_s e^{-\beta\hbar\omega_s}}{1-e^{-\beta\hbar\omega_s}}\right]$$

انرژی ارتعاشات نقطه‌ای صفر

$$=+\frac1V\sum_{k,s}\hbar\omega_s(k)\left[\frac12+\frac{1}{e^{\beta\hbar\omega_s}-1}\right]$$ → عامل بوز انیشتین

که وابستگی دمایی از این جمع ناشی می شود

که برابر $n_s(\vec k)$ است که آن تعداد میانگین مدهای نوسانی (3) با بردار موج k در دمای T. چون $\beta=\frac{1}{kT}$

جایگذاری ⇒ $u^{harm}=\frac1V\sum_{k,s}\hbar\omega_{s(k)}\left[\frac12+n_s(k)\right]$

کل $u=U_{harm}+U^{eq}$ ← انرژی سکون بندی

(7) $C_v=\frac{\delta u^{کل}}{\delta T}\Rightarrow$

$$C_v=\frac1V\frac{\delta}{\delta T}\sum\frac{\hbar\omega_s(\vec k)}{e^{\beta\hbar\omega_s}-1}\Rightarrow **\qquad \beta=\frac{1}{k_BT}$$

(8) $\frac{\hbar\omega_s}{k_BT}=x$ — در دماهای بالا $C_v=3R$ که از قانون دولانگ پتی تبعیت می کند → if $T\to\infty\Rightarrow x\ll1$

(9) ** ⇒ جایگذاری در $=\frac{1}{e^x-1}\overset{بسط}{=}\frac{1}{x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\cdots}$ ⇒ با بسط حل می کنیم

از بسط داریم → $(1+\epsilon)^n=1+n\epsilon+\frac{n(n-1)}{2!}\epsilon^2$

$$\cancel{x}\left(1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{6}+\cdots\right)^{-1}=1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{6}+\frac{(-1)(-1-1)}{2!}\frac{x^2}{4}+\cdots$$

$$1-\frac{x}{2}\underbrace{-\frac{x^2}{6}+\frac{x^2}{4}}_{حل}+\cdots=1-\frac{x}{2}+\frac{3x^2-2x^2}{12}=1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{12}+\cdots$$

یک x جمع که آن در ابتدا ما کنار گذاشته بودیم

$$C_v=\frac1V\frac{\delta}{\delta T}\sum_{k,s}\hbar\omega_s\left[\frac{k_BT}{\hbar\omega_s}\left(1-\frac{\hbar\omega_s}{2k_BT}+\frac{\hbar^2\omega_s^2}{12k_B^2T^2}+\cdots\right)\right]$$

$$\Rightarrow C_v=\frac1V\frac{\delta}{\delta T}\sum_{k,s}\hbar\omega_s\left[\frac{k_BT}{\hbar\omega_s}-\frac12+\frac{\hbar\omega_s}{12k_BT}+O\left(\frac{1}{T^2}\right)\right]$$

که به طور ظاهر می شود

(10) اثر تصحیح کوانتمی قانون دولون پتی در دماهای بالا است

$$\Rightarrow C_v=\frac1V\left[\sum_{k,s}k_B+\sum_{k,s}\frac{(\hbar\omega_s)^2}{12k_B}\left(-\frac{1}{T^2}\right)\right]$$

مشتق شده به توان (2)

تصحیح مرتبه جمله مربعی بر حسب x که در گرم داده می شود که گرماهای ویژه دولون پتی C_v^0 را

ما 3 مد نوسانی داریم ← 3N جمع روی $\sum_{ks}$ (11)

$$C_v=\underbrace{3Nk_B}_{C_v^0}-\underbrace{\frac1V\hbar^2\frac{1}{12k_BT^2}\sum_{k,s}\omega_s^2(k)}_{\Delta C_v}$$ (12)

(13) $C_v=C_v^0+\Delta C_v$ * معمولا به طور مجانبی C_v به 3R می رسد

(14) $$\frac{\Delta C_v}{C_v}=-\frac1V\frac{\hbar^2}{12k_B^2T^2\,3N}\sum\omega_s^2(k)$$ در دماهای بالا

k_BT در دماهای اتاق مقدار قابل توجهی ندارد کمی از 3R کمتر است

حتی اگر در دمای صفر باشیم باید یک انرژی نقطه‌ای صفر در نظر بگیریم ← انرژی ارتعاشات نقطه‌ای صفر

زمانی که دما بالا تر می رود انرژی حرارتی در سیستم وارد می شود و β↓ ، آرگ ↓ و مخرج ↓ منفی مقدار و توسط نوسانگرهایی که در یک مد نوسانی خاص نوسان می کنند تغییر می شود (دما ↑) ولی باز انرژی نقطه‌ای صفر داریم البته چون مستقل از دما است تغییری در C_v ندارد

$K=0\Rightarrow T=\infty$

در دماهای پایین داریم:

$$C_v=\frac{\delta}{\delta T}\sum\int\frac{dk}{(2\pi)^3}\frac{\hbar c_s(\hat k)k}{e^{\hbar c_s(k)/k_BT}-1}$$

$$c_v=\frac{\delta}{\delta T}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}\frac{3}{2\pi^2}\int_0^\infty\frac{x^3}{e^x-1}$$

$$\frac{1}{c^3}=\frac13\sum\int\frac{d\Omega}{4\pi}\frac{1}{c_s(\hat k)^3}\Rightarrow\int_0^\infty\frac{x^3}{e^x-1}=\sum\int_0^\infty x^3e^{-nx}dx$$

$$=6\sum\frac{1}{n^4}=\frac{\pi^4}{15}$$

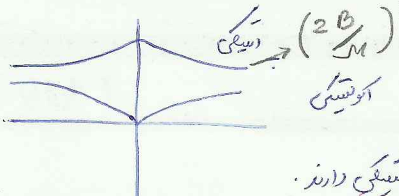
$$\Rightarrow C_v=\frac{\delta}{\delta T}\frac{\pi^2}{10}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}=\frac{2\pi^2}{5}k_B\left(\frac{k_BT}{\hbar c}\right)^3$$

باید کوچک باشد تا تقریب صادق باشد

کسر کوچکی از ساختار ها که به آستانه دما منطقه اول بریلوئن است

قانون دولون پتی شکستش از اتاق (دما) زیر دمای اتاق شروع می شود

مدل اینشتین



بلورهای تک اتمی فقط شاخه آکوستیکی دارند.

اگر مقدار M در رابطه ای روی مقدار ... به سمت بی نهایت میل کند خط منحنی به خط راست تبدیل می شود و فقط یک نوسان داریم ← اتمهای کوچک به صورت انفرادی ارتعاش دارند ← شاخه آکوستیکی صفر خواهد شد و ارزش می رود در موجی با N موج ثبت

در اینجا فقط موج اپتیکی داریم تک فرکانس است ← چنین شبکه ای مد نظر اینشتین است

هر شاخه اپتیکی با تابع ω_E تعویض می شود که به K بستگی ندارد

سهم هر شاخه اپتیکی در چگالی انرژی گرمایی در تقریب اینشتین برابر

$$U=\sum_{K,S}\frac{1}{V}\frac{N\hbar\omega_E}{e^{\beta\hbar\omega_E}-1} \Rightarrow \frac{N}{V}=n \Rightarrow =\frac{n\hbar\omega_E}{e^{\beta\hbar\omega_E}-1} \quad (1)$$

با جمع بندی روی ω_E مقدار K های مجاز ما N تا بود در ای یک موج تک فرکانس

$$u=\sum_S\frac{n\hbar\omega_E}{e^{\beta\hbar\omega_E}-1}$$

داریم

$$\hbar\omega_E=k_B\Theta \quad (3)*$$

3 مد داریم که برای هر یک شاخه اپتیکی یعنی

کلا 3 شاخه اپتیکی داریم

اگر بلور 5 اتمی باشد $3\times5=15$

N نوسان داریم

$15-3=12$

آکوستیکی

اپتیکی ← تمام آنها هم منطبق هستند

$$C_V=\frac{\partial U}{\partial T}\Rightarrow$$

$$C_V=\sum_S\frac{-n\hbar\omega_E\left(\frac{-\hbar\omega_E}{k_BT^2}\right)e^{\beta\hbar\omega_E}}{\left(e^{\beta\hbar\omega_E}-1\right)^2} \quad (2)$$

با استفاده از * و $\Theta=\frac{\hbar\omega_E}{k_B}$

$$C_V=\sum_S\frac{-nk_B\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_B}\right)\left(\frac{-\hbar\omega_E}{k_BT^2}\right)e^{\beta\hbar\omega_E}}{\text{مخرج}}$$

اگر P شاخه داشته باشیم

$$\Rightarrow C_V=\sum_S\frac{nk_BP\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_BT}\right)^2e^{\beta\hbar\omega_E}}{\left(e^{\beta\hbar\omega_E}-1\right)^2}$$

این تا دمای حدود Θ_E 0/2 منطبق است ولی برای دمای کمتر از

Θ 0/2 سریعتر تغییر می کند و بنابراین مدل دبای مدل بهتری است.

نتیجه های مدل اینشتین

سهم هر مد اپتیکی در دمای بالاتر از Θ برابر $\frac{k_B}{V}$ است که قانون دولون پتی ایجاد می کند

سهم هر مد اپتیکی در گرمای ویژه در دمای پایین تر از Θ به طور نمایی افت می کند ← دشوار بودن برانگیختگی گرمایی هر مد اپتیکی در دمای پایین را نشان می دهد.

مدل دبای

در مدل دبای هر شاخه ای صاف ارتعاشی با 3 شاخه صوتی با رابطه پاشندگی خطی $\omega=Ck$ جایگزین می شوند

$$C_V=\frac{\partial}{\partial T}\sum_S\int\frac{dk}{(2\pi)^3}\frac{\hbar\omega_D(k)}{e^{\hbar\omega_D/k_BT}-1} \quad * \quad (1)$$

← طوری تعیین می شود که شامل N بردار موج مجاز باشد

N ← تعداد یونهای بلور است

چون حجم فضای K برابر $\frac{(2\pi)^3}{V}$ است ⇐ باید داشته باشیم

$$\frac{N(2\pi)^3}{V}=\frac{4}{3}\pi k_D^3 \quad (2) \Rightarrow n(8\pi^3)=\frac{4}{3}\pi k_D^3$$

$$\Rightarrow \boxed{k_D^3=n6\pi^2} \quad (3)$$

دارای فاصله بین ذره ای

$$\boxed{\omega_D=k_DC} \quad (4) \quad \text{و} \quad \boxed{k_B\Theta_D=\hbar\omega_D=\hbar k_DC} \quad (5)$$

← مقیاسی برای بالاترین فونون بیشینه

پس معادله * به صورت زیر می شود

$$C_V=\frac{\partial}{\partial T}\frac{3\hbar c}{2\pi^2}\int_0^{k_D}\frac{k^3}{e^{\beta\hbar ck}-1} \quad (6) \; **$$

Θ: مقیاسی برای دمای است که با بالاتر از آن همه مدها آغاز برانگیزش و پایین تر از آن آغاز یخ زدن می کنند.

$$x=\frac{\hbar ck}{k_BT}$$

$$\Rightarrow ** \Rightarrow C_V=9nk_B\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^4e^x\,dx}{(e^x-1)^2} \quad (7)$$

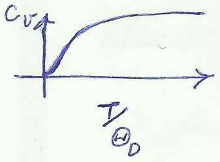
برحسب دمای دبای

این پارامتر گرمای ویژه را در همه دماها برحسب Θ_D بیان و اگر آن با دماهای ویژه در دماهای پایین سازگار دقیق داریم: (8)

$$C_V=\frac{12\pi^4}{5}nk_B\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3$$

دمای پایین سهم فونونی

234



نقش دمای دبی در نظریه ارتعاشات شبکه همانند نقش دمای فرمی برای e ها در فلزات صحت

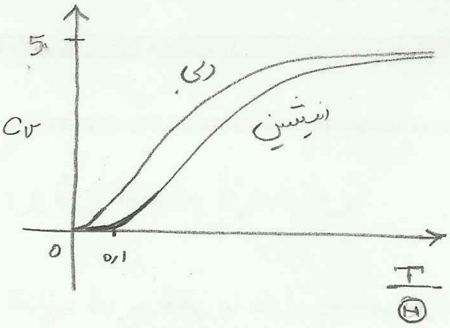
که هر دو مقیاسی هستند که ناحیه دمای پایین که در آن باید آمار کوانتومی به کار برده شود را از ناحیه دماهای بالا که مکانیک آماری کلاسیک است را جدا می کند.

در مورد e ها دمای واقعی کمتر از دمای T_F است.

در مورد Θ_D ـ طور نوعی از مرتبه 10^2 کلوین ولی بنابراین با رژیم های کلاسیکی و کوانتومی مواجه می شویم.

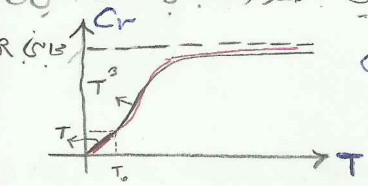
در این دبی ها سهم شبکه فونونی بر سهم شبکه e غلبه دارد. ولی در دماهای پایین $\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3$ به حدی کوچک می شود که سهم e را در نظر می گیریم طوری صفر بعد

3



اگر بلور یک بلور فلزی باشد نمودار C_v به صورت زیر تفسیر می‌کند ابتدا

به صورت خطی و بعد T^3 و سپس به مقدار مجانبی 3R میل می‌کند



دمای گذار ⇐ سهم فونونی = سهم الکترونی

$\Rightarrow T > T_0 \Rightarrow$ سهم فونونی > الکترونی

برای بلورهای نارسانا ← مقایسه • هر دو نمودار به گونه‌ای همنجار شده‌اند که به مقدار دولون ـ پتی $5{,}95 \frac{cal}{mole}K$ در دماهای بالا نزدیک می‌شوند

در بلورهای با چند اتم در یاخته m یونی باید به منحنی اینشتین فرض $m-1$ برابر وزن منحنی دبی داد

اگر n تعداد e ها در واحد حجم

و n تعداد K های مجاز

$$\Rightarrow C_v^{el} = \frac{\pi^2}{2} n' K_B \left(\frac{T}{T_F}\right)$$

n' ← تعداد e

سپس $\frac{T}{T_F}$ در دمای اتاق از مرتبه 10^{-2} است پس دلیل سهم e الکترونی $\frac{1}{100}$ سهم شبکه یونی ← در دماها بالاست

اگر سهم e را با سهم فونونی در گرمای ویژه مقایسه کنیم، داریم:

$$\frac{C_v^{el}}{C_v^{ph}} = \frac{5}{24\pi^2} Z_1 \frac{\Theta_D^3}{T^2 F_F} \quad (1)$$

ص ۱۷۳

جدول ۲۳-۴

در دمای T_0 زیر سهم فونونی بر e افزونی می‌یابد

$$T_0 = 0{,}145 \left(\frac{Z_1 \Theta_D}{T_F}\right)^{1/2}$$

T_0 ← چند درصد دمای دبی یعنی چند کلوین است

این امر توجیه می‌کند که چرا جمله خطی ظرفیت گرمای ویژه فلزات در دمای پایین مشاهده می‌شود

T_F ← دمای فرمی ده‌ها هزار کلوین اند. از مرتبه 10^{-2}

Θ_D ← دمای دبی از مرتبه اتاق اند از مرتبه 10^{-1} چون از مرتبه واحد بر حسب درجه کلوین است به همین دلیل برای دمای گذار فلزات نیز از مرتبه واحد می‌باشد از حالت خطی به حالت T^3 تفسیر می‌کند

چگالی ترازهای فونونی

اگر گرمای ویژه را بر حسب چگالی مدهای بهنجار بنویسیم داریم:

$g(\omega)$

$$\frac{1}{V} Q(\omega_s(K)) = \sum \int \frac{dK}{(2\pi)^3} Q(\omega_s(K))$$

$$= \int d(\omega)\, g(\omega)\, Q(\omega)$$

تعداد کل مدهای با بسامدهای در گستره‌ی بینهایت کوچک

$$\Rightarrow g(\omega) = \sum \int \frac{dK}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \omega_s(K)) \quad (2)$$

$$g(\omega) = \sum \int \frac{dS}{(2\pi)^3} \frac{1}{|\nabla(\omega_s(K))|} \quad (3)$$

انتگرال روی سطحی در منطقه اول گرفته که روی آن $\omega_s(K) = \omega$

برای مدل اینشتین هم داریم

$$g_E(\omega) = \int \frac{dK}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \omega_E) = n\,\delta(\omega - \omega_E) \quad (7)$$

به شرطی که تابع Q در عرض شاخه اپتیکی زیاد نباشد نتیجه منطقی می‌دهد.

اگر $\omega_s(K)$ پیوسته باشد، ما حتی از تکینگی‌ها در $g(\omega)$ وجود دارد که نشان می‌دهد که با بر سرعت گروه در مخرج به ازای بعضی بسامدها صفر شود مانند مورد الکترونی

این تکینگی‌ها به تکینگی وان هوف معروف.

K_D به گونه‌ای گزیده می‌شود که تعیین شود که مساحت زیر منحنی $g_D(\omega)$ با سطح زیر منحنی صحیح برابر شود اگر C باشد منحنی $\boxed{\omega = 0}$ با هم سازگار خواهد بود

تقریب دبی و مسعود استهاش به طور کاملاً همشیره بر حسب چگالی ترازها ⇐ اگر طیف دارای راستای پاشندگی $\omega = KC$ باشد و اگر فرض ← بردارهای موج مدهای بهنجار

نقاط منطقه اول بریلوئن درون کره‌ای به شعاع K_D باشد آن گاه به صورت زیر ساده می‌شود

$$g_D(\omega) = 3\int_{K<K_D} \frac{dK}{(2\pi)^3} \delta(\omega - CK) = \frac{3}{2\pi^2} \int_0^{K_D} K^2\, dK\, \delta(\omega - CK) \quad (4)\ (5)$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{2\pi^2} \frac{\omega^2}{C^3} & \omega < \omega_D = K_D C \\ 0 & \omega > \omega_D \end{cases} \quad (6)$$

برای دوش بیش در دماهای بالا

دمای پایین

این رفتار سهموی تقریبی است که برای شکل با مدهای واقعی

فصل ۲۴

انرژی که نوترونها در برهم کنش با بلور از دست می دهد یا می آورند می توان نشان گسیل یا جذب فونونها است و با اندازه گیری ← زاویه خروج ← انرژی نوترون پراکنده شده

← اطلاعاتی درباره طیف فونونی بدست آورد

کاوش با تابش الکترومغناطیسی

اشعه X ← بررسی با این پرتو برای آن است که از جابجایی که پراکندگی نوترون برای بررسی آنها مناسب نیست اهمیت حیاتی دارد. مثل هلیم ۳ جامد

← برای شناختن میدانهای پاشندگی مناسب نیستند

سطح مقطع عظیم He ۳ می تواند نوترون را تقریبا جذب کند.

کاوش نورمرئی

۴

* دلیل ← نباید ... ذرات سبک (e و p و n) باشیم چون

* طول موج دوبروی $\lambda = \frac{h}{p}$ در ... با ... که ... شدن

* چنین طول موجهایی ... بی زاویه ... e که ... هستند دارای بار الکتریکی

* و با تمام اتمهایی که دارای بار الکتریکی است برهم کنش انجام می دهد پس e از شبکه دفع می شوند و فلزات و بلورهای دیگر که دارای عمق نفوذ بسیار بالایی هستند ،

* e ها فقط در مورد نفوذ به سطح ... اطلاعات می دهند

* پروتونها ~~...~~ که سنگین ترند مانند بار آنها است که منجر به ناکاملی سطحی شوند

* نوترونها مفید اند چون بار الکتریکی ندارند و به عمق ماده نفوذ می کنند و اطلاعات را حجم به توده ماده به ما می دهند نه فقط در مورد سطح تمام این ذرات دارای گشتاور مغناطیسی هم هستند نوترونها

* به دلیل این گشتاور مغناطیسی با گشتاور مغناطیسی هسته ماده برهم کنش می کنند همان های مغناطیسی

* در هر فاصله ۲ با هم برهم کنش می کنند و محل قرارگیری هسته ها برهم کنش مشخص می شود

* با گشتاور مغناطیسی هم مشخص می شود e ها دارای همان مغناطیسی

* بزرگتری هستند و اگر e ها طوری برهم کنش کنند که همان مغناطیسی آنها

* صفر شود نمی توانیم تعیین کنیم کدام ماده فرو یا پارا یا غیر مغناطیسی است.

پراکندگی نوترون توسط بلور: اگر فرض کنیم یونهای بلور با تقریب هماهنگ توصیف شوند

نتیجه پایستگی انرژی

$$E' - E = -\sum_{ks} \hbar\omega_{ks} \underbrace{\Delta n_{ks}}_{n'_{ks} - n_{ks}}$$

عددهای اشغال فونونی

تغییر انرژی نوترون = انرژی فونونهایی که در صورت ... حذف شده (−) انرژی فونونی که گسیل کرده است = (اطلاعاتی درباره ساختار فونونی که بیانیه ... پایستگی تکانه هم دارد)

$$\text{تغییر در تکانه نوترون} = P' - P = -\underbrace{\sum \hbar k \Delta n_{kn}}_{\text{تکانه بلوری فونون}} + (\text{بردار شبکه وارون} \times \hbar)$$

بردار موج فونون

یکی از نتایج تقارن انتقالی = تقارن هامیلتونی ← تابع قانون پایستگی می شود که

پراکندگی صفر فونونی ⇐ حالت پایانی با حالت آغازی آن یکسان است پایستگی انرژی ← انرژی نوترون بدون تغییر ← پراکندگی کشسان

پایستگی p ← نوترون به اندازه $K\hbar$ تغییر کند

$$p = \hbar q$$
$$p' = \hbar q' \Rightarrow q = q' \Rightarrow q' = q + K$$

شرایط لاوه — بردار شبکه وارون

پس نوترونهایی که فقط کشسان پراکنده می شوند و هیچ فونونی تولید یا نابود نمی شود ← در جهتهای بازتاب براگ

شرط براگ را برآورده کند ← همان اطلاعاتی ← درباره بلور می دهد که در پراکندگی پرتو X توصیف شد

پراکندگی تک فونونی: یک فونون را جذب یا گسیل ← مهمترین اطلاعات را مستقل می کند

امکان استخراج شکل دقیق $\omega_s(K)$ از روی قانون پایستگی داشتن از نوع نوترون پراکنده شده بررسی

جذب

$$E' = E + \hbar\omega_s(k)$$
$$P' = P + \hbar k + \hbar K$$

بردار موج — بردار شبکه وارون

$$\Rightarrow \frac{P'^2}{2M_n} = \frac{P^2}{2M_n} + \hbar\omega_s\left(\frac{P'-P}{\hbar}\right) \quad (1)$$

فونون جذب شده

$$\frac{P'^2}{2M} = \frac{P^2}{2M} - \hbar\omega_s\left(\frac{P'-P}{\hbar}\right) \quad (2)$$

فونون گسیل شده

گسیل

$$E' = E - \hbar\omega_s(k)$$
$$P' = P - \hbar k + \hbar K \rightsquigarrow \frac{P'-P}{\hbar} = K - k$$

اگر K را با k ... می توانیم نادیده ← زیرا $\omega_s(K)$ تناوبی است دوره ای در شبکه وارون

$$\omega_s(K \pm K) = \omega_s(K)$$

با داشتن جهت و انرژی نوترون $(P'-P)$ و $(E'-E)$ را می توانیم ... برای هر نوترون بلوری دارای سه جهت جاری است

که دارای بسامد $\left(\frac{E'-E}{\hbar}\right)$ در بردار موج $\pm\left(\frac{P'-P}{\hbar}\right)$ است بنابراین یک نقطه در طیف فونونی بلور را اندازه گرفته ایم

با تغییر (جهت گیری بلور) و (جهت آشکارسازی) و (انرژی) می توانیم تعداد زیادی از چنین نقاطی را بدست آوریم و تمام طیف فونونی آشکار ⇐ ولی باید بررسی نوترون پراکنده شده با اثر نوع ۱ ...

پراکندگی ۲ فونونی: نوترون در فرآیندهای ۲ فونونی ۲ فونون را جذب یا گسیل می کند

یا یک فونون

قانون جذب ۲ فونون

$$E' = E + \hbar\omega_s(k) + \hbar\omega_s(k') \quad *$$

$$P' = P + \hbar k + \hbar k' + \hbar K \Rightarrow P' - P - \hbar k = \hbar(k' + K) \Rightarrow \left(\frac{P'-P}{\hbar} - k\right)\hbar = \hbar k' \Rightarrow k' = \frac{P'-P}{\hbar} - k$$

به خاطر دوره ای بودن — ناشی — که در * جایگذاری می کنیم

$$E' = E + \hbar\omega_s(k) + \hbar\omega_s\left(\frac{P'-P}{\hbar} - k\right)$$

نوترونهای پراکنده شده در انرژیهای مجزا دیده می شوند. ولی k را می توان در منطقه اول بریلوئن تغییر داد زیرا k جذب شده ...

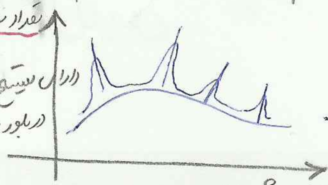
برای نوترونهایی که در یک جهت معین فرآیند پراکندگی خارج می شوند توزیع پیوسته ای از انرژی ها را خواهند داشت

زیرا با تغییر K انرژی گسسته نوترونی خروجی تغییر کرده

نتیجه: قانونهای پایستگی تنها در فرآیندهای تک فوتونی ← قیدهایی محدودکننده هستند که برای نوترونهای پراکنده شده در یک راستای معین همه انرژیها به جز مجموعه گسسته ای را ممنوع سازند. اگر نوترونی با ۲ یا بیشتر فونون انرژی مبادله کند ← مقدار درجات آزادی > قانون پایستگی ⇐ پیوستاری از انرژی نوترون پراکنده شده در هر جهت

پس ⇐ فرآیندهای تک فونونی را از روی مشخصه های تک نوترون بلکه توسط ساختار آماری توزیع انرژی نوترونهای پراکنده شده در یک جهت معین مشاهده می کنیم

از نتیجه مشاهده کنیم سهم فرآیندهای تک فونونی مستقیم های تیزی در انرژی های مجزا از هم است درحالی که سهم فرآیندهای چندفونونی پس زمینه ای پیوسته است بنابراین انتقال انرژی و یگانه در فرآیندهای تک فونونی را در فرآیندی که دارای مستقیم تیز است شناسایی کرد.



→ در بلور واقعی این مستقیم ها ← دلایل
و اثر طول عمر فونونی پهن می شوند
این مستقیم ها زیاد هم تیز نیستند ← علت
بلورهای واقعی هماهنگ کامل نیستند
متناظر با این طول عمر فونونی τ، عدم قطعیتی برابر $\hbar/\tau$ در انرژی فونون وجود دارد.
در نتیجه قانون پایستگی که مستقیم های تک فونونی را معین می کند تضعیف می شود.

استخراج می کنند

اطلاعات مربوط به یک فونون خاص را با بررسی رویدادهای پراکندگی با تبادل انرژی یکسان و انتقال های تکانه ای که به اندازه یک بردار شبکه وارون با هم تفاوت دارند

⇐ و این دو پاسخ کافی برای قانون پایستگی تک فونونی دارند ← طیف فونونی را مسیر می سازند

مثال اگر انرژی نوترون فرودی E در مقیاس انرژی فونونی کوچک باشد با توجه به بیشینه انرژی فونون از مرتبه $K_B\Theta_D$
از مرتبه ۱۰۰ یا $100^\circ K$

نوترون سرد

قانونهای پایستگی در پراکندگی تک فونونی:

اگر $E=0$ باشد آنگاه معادله (۲) صفحه قبل اصلا جوابی ندارد یا (۱) جذب فونون که

$$\frac{P'^2}{2M} = \hbar\omega_s\left(\frac{P'}{\hbar}\right)$$

که برای هر P' باید یک جواب داشته باشد

مسیر و کار داریم.

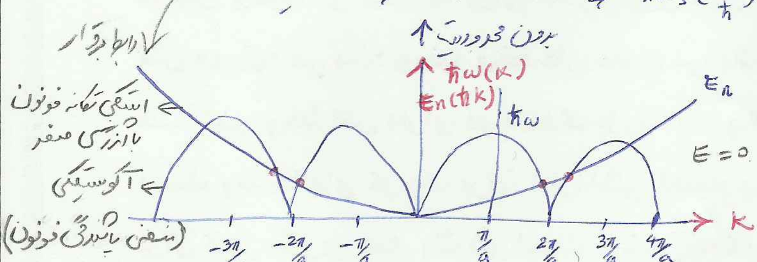
برای P' کوچک $\Rightarrow E'=0 \Rightarrow \hbar\omega_s\left(\frac{P'}{\hbar}\right)=0 \longrightarrow$ با شاخه آکوستیکی

انرژی نوترون به صورت درجی صفر می شود.

$\hbar\omega_s\left(\frac{P'}{\hbar}\right) =$ عبارات نزدیک می شود $\rightarrow$ شاخه اپتیکی

انرژی فونون برای هر جهت کم است > دهنده انرژی نوترون

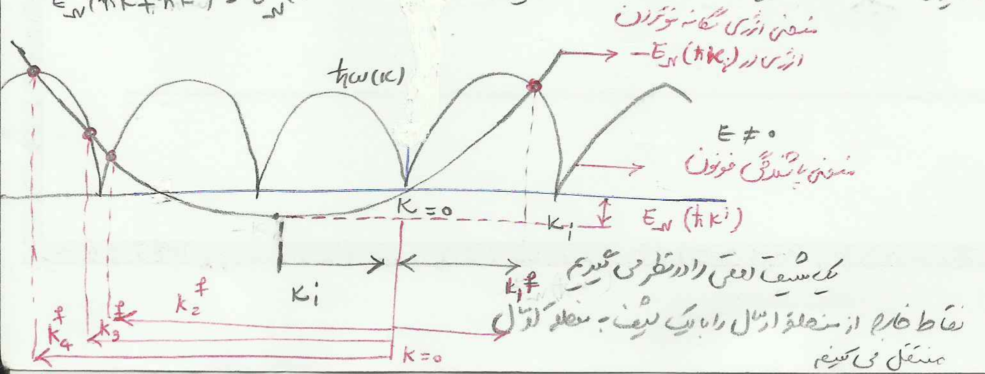
با افزایش P' ⇐ انرژی نوترون ⇐ $\hbar\omega_s\left(\frac{P'}{\hbar}\right) =$ بیشینه انرژی فونون در شاخه معدود ⇐ یک مقدار P' برای جهت P' وجود دارد. ⇐ باید برای هر شاخه s طیف فونون وجود داشته باشد



که پس از یک جواب دارد
و این به دلیل آن است که انرژی پایانی نوترون در مقایسه کوچک است. حتی اگر $\frac{P'}{\hbar}$ در منطقه بریلوئن باشد. $\frac{E_N}{K_B} = 24$ و در مقایسه با Θ_D نوعاً کوچک است.

اگر انرژی $E \neq 0$ ⇐ کمکان پاسخهای مربوط به جذب یک فونون در هر شاخه وجود دارد

اگر $E \gg 0$ دور از آستانه صفر قرار رود ⇐ پاسخهای دیگری که متناظر با گسیل یک فونون هستند میسر می شود



اندازه گیری طیف فونونی توسط پرتو X

۲۵

۲ مبحث مانده ۱۱ ص ۱۸۹

حدود انرژی نوترون‌ها را بدست آورید: نوترون‌هایی که می‌توانند با شبکه برهم کنش کنند (بازتاب براگ حاصل کنند یا از سر دیگر بلور خارج شوند)

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad E_N = \frac{p^2}{2M_N} \qquad E_N = \frac{p^2c^2}{2M_Nc^2} \Rightarrow PC = \frac{1240\ eV}{10^{-1}\ nm} \Rightarrow PC = 12400\ eV$$

چرا پرتوهای X پراکندگی الاستیک انجام می‌دهند؟

انرژی فونون‌ها در شبکه در مرزهای بریلوئن انرژی از مرتبهٔ دهم یا صدم eV است پس وقتی پرتو X به یک بلور برخورد می‌کند تبادل انرژی بسیار ↓ انجام می‌شود اما اگر نوترون‌ها برخورد انجام دهند تبادل انرژی بسیار زیاد انجام می‌شود پس پراکندگی پرتوهای X یک پراکندگی الاستیک و نوترون‌ها غیر الاستیک است.

تبادل انرژی بین نوترون و شبکه به وسیله تبادل انرژی با فونون‌ها انجام می‌گیرد یعنی در دو حال انرژی با یک یا چند فونون انجام می‌گیرد یا هیچ فونونی برهم کنش ندارند محیط نوترون + فونون ایزوله است. برخورد فونون‌ها غیر الاستیک

فصل ۲۵ معادله‌ی حالت و انبساط گرمایی بلور

$$P = -\left(\frac{\delta F}{\delta V}\right)_T$$

انرژی داخلی

$$F = U - TS$$

انرژی آزاد هلموهلتز — آنتروپی

$$T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_V$$

$$\Rightarrow P = -\frac{\delta}{\delta V}\left[U - T\int_0^T \frac{dT'}{T'}\frac{\delta}{\delta T'}U(T',V)\right] \quad *$$

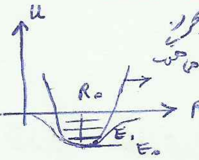
اگر فرض نوسان‌های کوچک باشد انرژی داخلی بلور با تقریب هماهنگ زیر:

$$U = U^{eq} + \frac{1}{2}\sum \hbar\omega_s(K) + \sum \frac{\hbar\omega_s(K)}{e^{\beta\hbar\omega_s(K)}-1} = \hbar\omega_s(\vec{K})\, n_s(\vec{K}) \quad **$$

تعادلی بردار شبکه در حالت استاتیک تعادلی — انرژی حالت صفر — نوسانگری که ... نوسان می‌کند

با در نظر گرفتن تقریب هماهنگ: انرژی پتانسیل در حوالی R_0 منحنی سهمی تابع منحنی

انرژی پتانسیل متقارن شود یعنی محل نوسان هیچ تغییر نخواهد کرد.



تقریب هماهنگ

هرچه دما ↑ دامنه نوسان حول نقطه‌ی تعادل ↑

ولی نوسان حول محل تعادل قبلی انجام می‌شود.

اگر تقریب هماهنگ ← نمودار به صورت سهمی ← دما با افزایش دما ← تغییری در نوسانات رخ نمی‌دهد

که نمی‌توانیم پدیده‌های انبساط حرارتی را توجیه کنیم پس به سراغ جملات ناهماهنگ می‌رویم

** را در * جایگذاری می‌کنیم — ساده — حجم تعادلی بلور بستگی دارند. ولی به دما بستگی ندارد.

$$P = -\frac{\delta}{\delta V}\left[U^{eq} + \frac{1}{2}\hbar\omega_s(K) + \sum -\frac{\delta}{\delta V}\hbar\omega_s(\vec{K})\, n_s(\vec{K})\right]$$

وابستگی P به دما زمانی غیر صفر است که ω_s به حجم بستگی داشته باشد.

$$\frac{\delta P}{\delta T} \neq 0$$

بررسی (α) رفتار ضریب انبساط حرارتی: در فشار ثابت و سیستم خطی

$$\alpha_{\text{خطی}} = \frac{1}{l}\left(\frac{\delta L}{\delta T}\right)_P \qquad \alpha_{\text{سطحی}} = \frac{1}{2A}\left(\frac{\delta A}{\delta T}\right)_P \qquad \alpha_{\text{حجمی}} = \frac{1}{V}\left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P$$

$$B = \frac{1}{k} \Rightarrow k = \frac{-1}{V}\frac{\delta V}{\delta P} \Rightarrow B = -V\frac{\delta P}{\delta V}$$

تراکم‌پذیری

$$\Rightarrow \alpha_{\text{حجمی}} = \frac{1}{3\beta}\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)$$

ω های مدهای در کاملاً هماهنگ هیچ ارتباطی به حجم ندارند.

یعنی α باید صفر باشد وقتی از دلتا صحبت کنیم هیچ حرفی درباره‌ی دامنه نوسان نمی‌آید.

پس ω_s ربطی به حجم ندارد.

بردارهای $\vec{R}$ بیان کننده‌ی فاصله‌ی بین مکان‌های یونی است

حجم دو بلور را در نظر می‌گیریم که متفاوتند.

حجم بلور به اندازه‌ی $(1+\epsilon)^3$ ↑.

شبکه عادی $\vec{R}$ — شبکه منبسط شده $R(1+\epsilon)$

$$\vec{R} \qquad \vec{r}(\vec{R}) = \vec{R} + u(\vec{R})$$

$$R(1+\epsilon) \rightarrow r(\vec{R}) = \vec{\bar{R}} + \vec{\bar{u}}(\vec{\bar{R}})$$

$$r(R) = R + u(R)$$

$$r(R) = \bar{R} + \bar{u}(\bar{R})$$

شبکه انبساط یافته — جابجایی

یعنی اینکه در حالت ... در سه جا در واقع به V است.

جمله دوم به حجم بستگی ندارد

$$U^{harm} = \frac{1}{2}\sum_{R,R'} u(\vec{R})\, D(R-R')\, u(\vec{R'})$$

عبارت حاصل برای انرژی پتانسیل هماهنگ که در آن یون به اندازه‌ی ϵR از مکان تعادلی در R جابجا شده باشد عبارت است از:

$$U^{eq} + \frac{1}{2}\epsilon^2\sum_{RR'} R\, D(R-R')\, R' + \frac{1}{2}\sum_{RR'} \bar{u}(R)\, D(R-R')\, u(R')$$

۶

جملات تعادلی بر حسب $\bar{u}$ صفر می‌شوند برای تعیین مشتق U به $\bar{u}(R)$ در هر دو حالت عادی و انبساط یافته، یک نتیجه را می‌دهد و آن این که U در هر دو حالت یکسان است بنابراین ω مستقل شده و α صفر است

گرماهای ویژه در حجم ثابت و فشار ثابت به صورت زیر به هم مربوط اند.

$$C_P = C_V - \frac{T\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V}{V\left(\frac{\delta P}{\delta V}\right)_T}$$

اگر بپذیریم که تقریب هماهنگ P به دما بستگی ندارد جمله دوم صفر می‌شود $\Rightarrow C_P = C_V$

پس باید یک چنین حالتی را هم ساوی باشد و همین طور ← تراکم‌پذیری‌های بی‌درو و همدما باید مساوی هم باشند.

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{\left(\delta P/\delta V\right)_S}{\left(\delta P/\delta V\right)_T}$$

$C_P > C_V$ معمولاً

انبساط گرمایی: پارامتر گرون آیزن

$$\alpha = \frac{1}{3\beta}\sum_{KS}\left(-\frac{\delta}{\delta V}\hbar\omega_{SK}\right)\frac{\delta}{\delta T}n_s(K) \quad \rightarrow (e^{\beta\hbar\omega_s(K)}-1)^{-1}$$

$$C_V = \frac{1}{V}\sum \frac{\delta}{\delta T}\frac{\hbar\omega_s(K)}{e^{\beta\hbar\omega_s(K)}-1} \quad \text{می‌دانیم}$$

$$C_{VS}(K) = \frac{\hbar\omega_s(K)}{V}\frac{\delta}{\delta T}n_s(K)$$

سهم مد بهنجار KS در گرمای ویژه

$$\alpha = \frac{1}{3\beta}\sum\underbrace{\left(\frac{-\delta\omega_s(K)}{\delta V}\frac{V}{\omega_s(K)}\right)}_{}C_{VS}(K)$$

$$\gamma_{KS} = -\frac{\delta(\ln\omega_s(K))}{\delta(\ln V)} \quad \text{پارامتر گرون آیزن}$$

اگر تقریب هماهنگ داشتیم باید عبارت ↑ صفر می‌شد و برای تمامی مدهای بهنجار یکسان بود

$$\gamma_{\text{تام}} = \frac{\sum \gamma_{KS}\, C_{VS}(K)}{\sum C_{VS}(K)}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\gamma C_V}{3\beta}$$

مدول حجمی که متفاوت است در مقابل دما که خیلی سخت تاثیر دما است و با تغییر دما تغییری نمی‌کند. $\alpha\,T \Rightarrow \alpha \rightarrow$

وابستگی به دمای گرمای ویژه دارد

در دماهای بالاتر از Θ_D باید مقدار ثابت: به مقدار ثابتی نزدیک شود α

$T \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \sim T^3$ به صورت T^3 به صفر میل کند

در دمای واقعی γ_{KS} برای همه مدهای بهنجار یکسان نیست و γ به دما وابسته است

$\gamma \rightarrow$ در دماهای بالاتر از Θ_D به مقدار ثابت دیگری نزدیک

$T \rightarrow 0$ به مقدار ثابتی نزدیک می‌شود

8

انبساط گرمایی فلزات :

در فلزات اثرهای درجه آزادی الکترونی را می‌توانیم توسط معادله‌ی زیر آورد

$$\alpha = \frac{1}{3B}\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V \quad *$$

به وابستگی دمایی ضعیفی دارد

و می‌توان به جای آن مقدارش در $T=0$ قرار داد

برای برآورد خام سهم الکترونی در معادله $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V$ سهم گاز الکترونی آزاد را به سهم ارتعاشات شبکه می‌افزاییم

معادله‌ی گاز e آزاد

$$P = \frac{2}{3}\frac{U}{V} \Rightarrow P = \frac{2}{3}u$$

$$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V^{el} = \frac{2}{3}\frac{\delta u}{\delta T} \Rightarrow \text{طبق } * \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3B}\,\frac{2}{3}\,\underbrace{\frac{\delta u}{\delta T}}_{C_V}$$

$$\Rightarrow \alpha^{el} = \frac{1}{3B}\,\frac{2}{3}\,C_V^{el}$$

$$\Rightarrow \alpha^{کل} = \frac{1}{3B}\left(\gamma C_V^{ion} + \frac{2}{3}C_V^{el}\right)$$

در دماهای اتاق چندان تغییر نمی‌کند

از کتاب کیتل داریم

از مرتبه واحد است. سهم الکترونی در دماهایی که سهم الکترونی در گرمای ویژه در مقایسه با سهم یونی قابل ملاحظه باشد قابل ملاحظه است. این یعنی دماهای از مرتبه 10K یا کمتر

در یک فلز هر چه دما ↓ سهم C_V^{el} ↑

در دماهای اتاق از C_V^{el} چشم‌پوشی می‌توان کرد

تفاوت بین فلزات و نافلزات ← تجربه‌ام هست:

دماهای خیلی پایین به صورت T^3 صفر می‌شود.

دماهای خیلی پایین به طور خطی با T صفر می‌شود

در دماهای پایین C_V^{el} یک صدم C_V یونی است

$$\frac{T}{T_F} = \frac{C_V^{el}}{C_V^{یونی}} = \frac{1}{100}$$

رسانندگی گرمایی شبکه:

ص ۲۵۸ - ص ۲۱۱

خوانده

نخوان

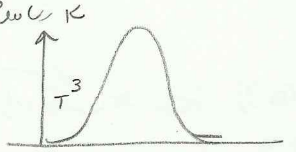
9

رسانندگی گرمایی شبکه :

رسانندگی گرمایی K از راه‌های ← اگر فرایند ۳ یا ۴ فونونی را در نظر نگیریم نمی‌توانیم حالت تعادلی را توجیه کنیم در رسانش حرارتی ایجاد می‌شود

← تعداد فونون‌هایی که به یک سمت حرکت می‌کنند با سمت مقابل با هم یکی خواهد بود

K رسانندگی گرمایی



$$K = \frac{1}{3} C_v c^2 \tau$$

C_v: گرمای ویژه فونون‌ها که وابستگی دمایی

τ^{-1}: آهنگ برخورد فونونی، وابستگی دمایی آن پیچیده‌تر

K را تعیین می‌کند در دماهای پایین با توان T^3 به صفر میل می‌کند

بررسی دو مورد ① $T \gg \Theta_D$ تعداد فونون‌های موجود در بلور در دماهای بالا با T متناسب است زیرا عدد اشغال فونونی در تعادل گرمایی به وسیله رابطه زیر تعیین می‌شود

$$n_s(K) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/K_B T} - 1} \cong \frac{K_B T}{\hbar\omega_s(K)}$$

۱/ از زمان τ با افزایش دما ↓

۲/ با ↑ دما ، K ↓ ← کاهش آهنگ $K \sim \frac{1}{T^x}$ که $1 \le x \le 2$

نظریه دقیق این قانون توانی ← دلیل رقابت بین فرایندهای پراکندگی ← جمله‌های ناهماهنگ مکعبی

← چنان دقتی توسط قوانین پایستگی محدود می‌شود کاملاً پیچیده

⇓ حتی وقتی که بسیار کوچک هم باشند می‌توانند به مقدار کافی فرایند تولید کنند که توازن برقرار باشد ← درجه ۴

۳/ با ↓ دما برخورد‌ها ↓ و τ تا حدی بزرگ می‌شود (تا اندازه‌ی بلور) و سپس ثابت می‌ماند و سرعت فونون‌ها هم ثابت می‌ماند . K به صورت C_v تغییر می‌کند و تناسب T^3 دارد.

مقدار فونون‌ها ↓ . پیچیده‌تر

۴/ با ↑ دما تعداد فونون‌ها ↑ و τ ↓ و C_v ثابت می‌ماند و K ↓ به سمت صفر میل می‌کند

تعداد فرایندهای ۳ فونونی از ۴ فونونی بیشتر است $\underbrace{\text{دلیل}}_{\text{واضح}}$ فرایند ۳ فونونی از چهار فونونی بیشتر است

② $T \ll \Theta_D$ در دماهای پایین فونون‌های با انرژی قابل مقایسه یا کوچکتر از $K_B T$ به مقدار زیادی وجود دارند در دمای

$\omega_s(K) \ll \omega_D$

$K \ll K_D$

اگر فونونی که از درجه ۳ و یا ۴ ناشی شده باشد ← انرژی کل و تکانه بلوری کل آن فونون‌هایی که در آن تکانه شرکت دارند در حدود هستند از $\hbar\omega_D$ و K_D کوچک‌تر باشند در این زمانی است که

در مقایسه با

بردار موج هر یک از فونون‌ها در نتیجه بردار موج کل آنها در مقایسه با K_D کوچک باشد و این زمانی

بردارهای موج کل آغازی و پایانی از K_D کوچک هستند که بردار شبکه داردن که در پایستگی تکانه بلوری ظاهر می‌شود صفر باشد

تکانه بلوری آغازی = فرایندهای معمولی

و پایانی با هم دقیق برابر باشند

نکته دقیق : در دماهای خیلی کم تنها برخوردهایی که با احتمال قابل ملاحظه روی می‌دهند آنهایی هستند که تکانه بلوری کل را به طور دقیق و نه در حد یک بردار شبکه داردن جمع شونده پایسته نگه دارد.

در دماهای پایین رخ می‌دهد

در فرایند واگرد تکانه بلوری آغازی و پایانی به اندازه یک شبکه واردن با هم تفاوت دارند. ← در دماهای پایین واگرد رخ نمی‌دهد و به ندرت

تفاوت فرایند واگرد و عادی ← تابع یافته بستگی است ← که برای مشخص کردن بردار موج فونونی برگزیده‌ایم که اولین منطقه بریلوئن در نظر گرفته می‌شود.

نتیجه : در دماهای به قدر کافی پایین تنها فرایندهای پراکندگی می‌توانند با آهنگی قابل ملاحظه روی دهند که فرایندهای عادی باشند و فرایندهای واگرد رخ نمی‌دهد

در این صورت بردار موج فونونی کل پایسته می‌ماند $= \sum_s \sum_{\text{منطقه اول بریلوئن}} K n_s(K) =$ پایسته $= 0$ زیرا $\omega_s(K) = \omega_s(-K)$

پس اگر با یک توزیع فونونی با تکانه بلوری کل غیر صفر آغاز کنیم برخوردهای عادی نمی‌توانند به تنهایی تعادل ترمودینامیکی را برقرار کنند.

نتیجه : در غیاب فرایند واگرد رسانندگی گرمایی بلور نارسانا نامتناهی است.

نتیجه : برای مقادیر متوالی ابتدایی به صورت خطی تغییری کند و سپس روند عادی را پی می‌گیرد وقتی دما بالا است تعداد فونون‌ها همان $n_s(K)$ است. ↑ زیاد می‌شود

در تقریب هماهنگ داریم مجموعه حالتهای هامیلتونی هماهنگ دقیقاً حالتهای مانای سیستم هستند. پس در دقیقه حالتی که سیستم سرعتی برا تعداد فونونهایی با K و S مشخص ثابت در بلوری که از تقریب هماهنگ پیروی می‌کند جریان دارد نیز در آن وجود دارد. رسیم در حالت مانا سیستم بر دشی اگر تعدادی فونون در جهت $\leftarrow$ حرکت کنند و این تعداد با جهت حرکت (دیگر است) غالب هستند (غالب بود) چون تعداد فونونها پس جریان حرارتی تا ابد در این بلور جریان دارد. و این نامتناهی بودن جریان به این معنی نیست که ها بسبب هست و جود دارد مانا بودن تعداد فونونها با K و S مشخص ثابت هستند

رسانندگی گرمایی بلورهای واقعی به چند دلیل متناهی است.

۱- وجود ناکاملی های بلوری $\leftarrow$ ناکاملیها سبب برخورد فونونها با ناکاملی ها می‌شوند $\Leftarrow$ هر موقع انحراف بشود فونون با ناکاملی برخورد می‌شود

۲- " " سطحی

انواع ناکاملی ها $\Leftarrow$ برخورد به سطح ناخالص | کم بودن برخی از پایه های بلوری | زیاد بودن برخی از اتمها $\leftarrow$ ناکاملیها منشأ پراکندگی فونونها هستند $\Leftarrow$ موجب $\Leftarrow$ رسانش نامتناهی نباشد و متناهی شود و جریان تا ابد ادامه نیابد

پس باید جملات ناهماهنگ در نظر گرفته شود.

- اصل پایستگی انرژی محدود کننده پراکندگی فونونها است

$\leftarrow$ بایستی برای اندازه رابطه دارون تحقیق می‌کند

- سهم جملات درجه ۴ از ۳ بیشتر است در هر صورت باید پایستگی را در ازای حرکت برقرار باشد

- در مورد دران عادی باید برابر باشد ولی در مورد فونونها به اندازه $\hbar K$ می‌توانند تفاوت داشته باشند

در رابطه ۲۷-۲۵ را در نظر گرفتن جملات ناهماهنگ (برهم کنش فونونها با یکدیگر است) باید E و P پایسته باشند چون سیستم با محیط انرژی را در و بدل می‌کند با توجه به بردار G که می‌توان جمع کرد، تکانه اولیه در هیچی به اندازه $\hbar G$ می‌تواند تغییر کند. همین طور بردار موج که آنها تفاوت به اندازه K می‌باشد

- K_D همه دقیقاً مشخص کننده سور بریلوئن است رحجم کره فرضی برابر حجم منطقه اول بریلوئن است در جملات ناهماهنگ توان باید از ۲ بالاتر باشد که U^3 و U^4 از اهمیت زیادی برخوردار است. چون هرچه بالاتر رویم سهم جملات با توان ۲ مورد توجه است

- توان U نشان دهنده تعداد درگیری فونونها است پس در حالتی که تعداد فونونهای درگیر ناچیز است (۳ تا یا ۴ تا) پس G باید صفر باشد تا پایستگی برقرار باشد

- در رابطه (۲۵-۲۳) $e^{-\beta\hbar\omega_s(K)}$ در تعادل حرارتی بردارهای موج در همه جهات وجود دارند به طور یکسان با شدگی یک مودار متقارن است

$$\begin{cases} \omega_s(K) = \omega_s(-K) \\ n_s(K) = -n_s(K) \end{cases} \Rightarrow if \sum n_s(K)\,\vec{K} = 0 \Rightarrow n_s(\vec{K}) \neq n_s(\vec{K}) \Rightarrow \overbrace{\underbrace{J}_{\substack{\text{چگالی جریان حرارتی}\\\text{انرژی در واحد حجم}}} = \frac{1}{V}\sum \underbrace{\hbar\omega_s(K)\ v_g(K)}_{\text{انرژی به ازای واحد سطح}}\ n_s(K)}^{\text{انرژی به ازای کل سطح}}$$

- اگر بردار موج فونونی غیر صفر شود می‌کنیم $n(s)$ $v_g = \frac{\partial\omega}{\partial K}$ نا صفر متقارن نخواهد بود پس چگالی جریان حرارتی غیر صفر خواهد شد و این مقدار غیر صفر باید با جریان داشته باشد پس عبارتهای عادی این عبارت را می‌توانند متقارن کنند پس باید جریان حرارتی غیر صفر برقرار است $\leftarrow$ که با واقعیت در تناقض است پس فرآیندهایی را که نه تنها باید وجود داشته باشد بلکه می‌توانند تعادل حرارتی برقرار کنند چرا که احتمال رخ دادن داده‌ها ناچیز است فرض می‌کنیم تعادل حرارتی داریم با توجه به روابط ۲۶ و ۲۷ .

اگر بخواهیم تعادل حرارتی ایجاد کنیم باید کل بردار موج صفر شود و صفر باشد ولی فرآیندهای عادی نمی‌توانند چون پایسته است $(K-K')$ است پس نمی‌تواند بردار موج غیر صفر را به بردار موج صفر تبدیل کند چون $G=0$ هم دارد فقط اگر چون $G\neq 0$ وارد می‌تواند

- برای G غیر صفر نباید K خیلی کوچکتر از K_D باشد $K \cong K_D$

پس در فرآیندها کمی از فونونهای دارای K از مرتبه K_D باشد

$$n_s(K) \cong \frac{1}{e^{\hbar\omega_s(K)/K_BT}-1} \Rightarrow \hbar\omega_D \cong K_B\Theta \Rightarrow \frac{1}{e^{\Theta_D/T}-1}$$

و $n_s(K)$ برای فونونهایی که $\Theta_D > T$ باشد

$$n_s(K+K_D) \cong e^{-\Theta/T}$$

- هرچه دما $\downarrow$ تعداد فونونهای که انرژی تعداد $\downarrow$ دارند پس پراکندگی را که هم $\downarrow$ پس $\uparrow K$.

– هر چه گاز رقیق باشد انتشار صوت کم و در خلاء هم انتشار صوت نداریم.

~~[illegible]~~

– در بلورهایی که فونون انرژی بالای زیادی توان منع صوت ۲ را منتشر کرد و در دماهای پایین مؤثر است تا پهنای خط برابر باشد

اگر تعداد برخوردهای عادی بیشتر باشد => $\frac{1}{\tau_{عادی}} \gg \omega$ و اگر زمان برخوردهای بالا اگر دیگر رخ دهد $\frac{1}{\tau_{عادی}} \gg \omega \gg \frac{1}{\tau_{U}}$ و شرط انتشار صوت دوم به صورت موج نوسانی

به شکل با حالت نوسانی یک ... داریم با max و min ، ... که مشخص شده

– هر چه حالت ناهمگن در حالت پایه در نتیجه ظاهر شود صوت دوم کمتر منتشر می‌شود. هر چه بلور کامل‌تر باشد انتشار صوت دوم در آن سریع می‌شود

فونون‌های زیادی تولید می‌شود و فرآیندهای عادی زیادی رخ می‌دهند

ص ۲۱۷ تا ص ۲۲۱ بخوان کتاب

فصل ۲۷

- اینکه یک محیط - عوامل خارجی چه پاسخی دهند در گیری آن محیط را مشخص می کند

- چه مسیر دوقطبی دائمی داشته باشد چه نداشته ← با قرار گرفتن در میدان خارجی E، هم جهت با میدان در راستای میدان کاملاً با میدان صفر نمی شوند. چون برابری نظم های حرارتی مولکول ها، جهت گیری غیر موازی با میدان رخ خواهد داد. این دوقطبی ها باعث القای مولکولی بار منفی و مثبت روی سطوح دی الکتریک می شوند و میدان اندازه گیری شده درون دی الکتریک از مقدار E میدان خارجی می کاهد.

$$p(r) = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} E(r)$$

- اگر بلوری داشته باشیم که ماندگار شده دوقطبی الکتریکی است ← با اعمال میدان ← دوقطبی ها در بر

← جابجایی اش کمتری از اجزاء مولکول ← ایجاد این دوقطبی القایی بسیار

در این ماده نیز پلاریزاسیون از نوع القایی داریم که ضعیف تر از حالت قبل است که هم جهت میدان الکتریکی خارجی است اگر درون دی الکتریک $\nabla \cdot D = 0 \Rightarrow p(r) = 0$ ← چگالی حجمی بار الکتریکی $\rho(r)$ micro ⇐ این چگالی از نقطه ای به نقطه ای دیگر تغییرات بسیار زیاد سریع دارد

$$\nabla \cdot E = -4\pi \, \nabla \cdot P$$

چون تغییر مکانی D کم است پس تغییر مکانی E و P نیز کند است.

$$\nabla \cdot \vec{D}_{micro} = -4\pi \, \vec{\rho}(r)_{micro}$$

→ پس بردار جابجایی الکتریکی نیز باید تابع تند تغییری است

- چون D ناشی از بردار پلاریزاسیون است

$$D = E + 4\pi P$$

- میدان E یک تک قطبی را با خودش هم جهت می کند پس تمام دوقطبی ها هم جهت می شوند پس میدان داخلی مستقل از E هست ولی در جهت آن. تمامی دوقطبی ها هم جهت باقی می شوند - حالا نوسانات حرارتی آنتروپی باعث بی نظمی بیشتر شده و

- برآیند رقابت نوسانات حرارتی و الکتریکی باعث هم جهت شدن دوقطبی ها می شوند.

منظور از باشندگی ⇐ بطور طبیعی نوسان هایی در بلور انجام می شود این نوسانات در بلور - طوری با هم ساز دیده می شوند موج هایشان در بلور منتشر می شود ولی اگر نوسانات همساز باشند موج منتشر شده ← این موج به تمام بلور منتقل می شود یا این موج می تواند از بیرون به صورت تابیده شود. ~~اگر این موج منتشر شده نوسانات نوسانات همساز هستند در بلور منتشر می شوند~~

انتشار موجی با طول موج بلند را در بلوری می خواهیم بررسی ← منحنی در شاخه آکوستیکی رابطه ی باشندگی خطی می شود و منحنی خط راست می شود

بلور همسانگرد ⇐ بلوری که جهت برتری در آن وجود ندارد وقتی موجی به آن می تابانیم بردار موج $(\vec{k})$ می تواند مدهای طولی و عرضی را مشخص کند مدهایی که در جهت k باشند طولی و مدهایی که عمود بر k هستند عرضی هستند.

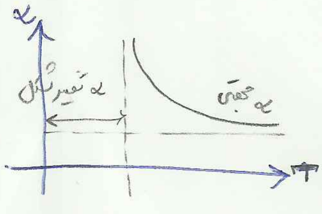
یونها در هر مواد وجود دارد چون هسته و ابر الکترونها در همه ی مواد می تواند قطبیده می شود با جدا شدن یونها مثبت و منفی باعث تغییر فاصله یونهای مثبت و منفی می شود که خود ایجاد دوقطبی های الکتریکی می کند.

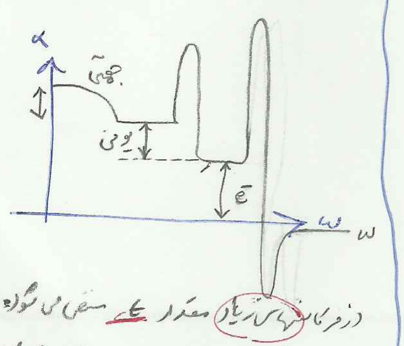
سبب تغییر شکل دوقطبی در یافته واحد بنیادی می شود.

$$\alpha(\omega) = \frac{3V}{4\pi} - \frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega) + 2} \Rightarrow \alpha_t = \underset{\text{جهتی}}{\alpha} + \underbrace{\underset{\text{یونی}}{\alpha} + \underset{\text{الکترونی}}{\alpha}}_{\text{سبب تغییر شکل}}$$

همه وجود دارد چون هم اتمهای از ابر الکترونی تشکیل شده است.

تابعیت فرکانس از قطبیت α ← چه صورتی است؟





در فرکانسهای بسیار زیاد مقدار ϵ مشخص می شود با افزایش تغییرات زمانی فرکانس (ω) به واسطه سنگینی ذرات نوسانات سریع را دنبال نمی کنند به صفر می رسد. با رسیدن ω به فرکانسهای α_{ion} هم صفر می شود چون جابجایی یونها باید تغییرات میدان را مصوب زمانی دنبال کند لذا چون دارای سنگینی هستند دیگر نوسانات سریع را دنبال نمی کنند α_e اگر ω را در سمت ∞ به صفر میل میکند