فصل ۱ نظریه درود درباره‌ی فلزات:

- فلزات رساناهای بسیار خوب گرما، الکتریسیته، چکش‌خوارند و قابل انعطاف اند و سطح تازه بریده‌ی آنها درخشندگی قابل توجهی را به نمایش می‌گذارد.

- عناصر شیمیایی آشکارا تمایل بیشتری به حالت فلزی دارند، به طوری که بیش از ۲/۳ آنها فلزی اند.

- نظریه رسانش فلزی که توسط درود در ابتدای قرن بیستم ارائه شد.

- کشف e توسط تامسون.

- درود ۳ سال بعد از کشف تامسون نظریه رسانش الکتریکی و گرمایی خود را با استفاده از نظریه‌ی جنبشی بسیار موفق گازها، در مورد یک فلز به عنوان گازی از eها بنا کرد.

- اگرچه در ساده‌ترین گازها فقط یک نوع ذره حاضر است ولی در یک فلز باید حداقل دو نوع ذره وجود داشته باشد. زیرا eها بار منفی دارند در حالی که فلز از نظر الکتریکی خنثی است.

- اگر m↓ شود تاثیر میدان روی آن ↑ پس e بیشتر تاثیر می‌پذیرد و شتاب آنها ↑. پس ذرات مثبت را ثابت در نظر می‌گیریم.

- عنصر فلزی هسته‌ای با بار eZ_a دارد. — پروتون‌ها ۱۰۰۰ برابر e هستند.

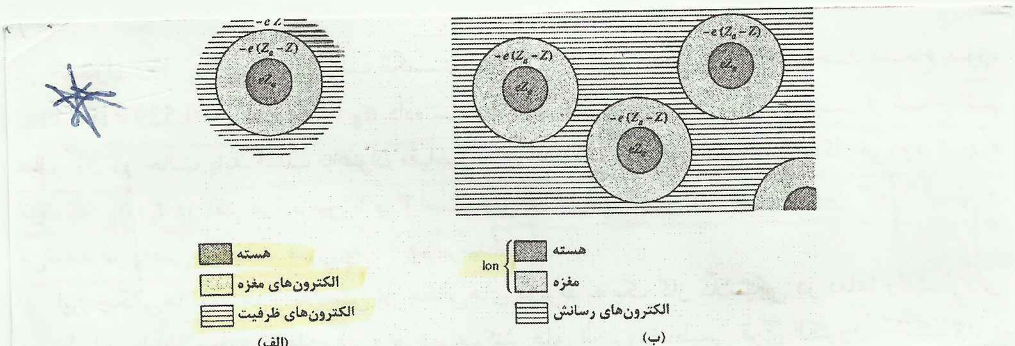
عدد اتمی

بار e ← $1/6 \times 10^{-19}$ کولن

- هسته را Z_a الکترون با بار کل $-eZ_a$ احاطه می‌کنند.

- تعداد کمی از آنها Z، الکترون‌های ظرفیت با بستگی نسبتاً ضعیف هستند و بقیه یعنی $Z_a - Z$ تای دیگر، الکترون‌های با بستگی نسبتاً قوی به هسته‌اند که در واکنش‌های شیمیایی نقش کمتری دارند و به نام eهای مغزه شناخته می‌شوند. وقتی این اتم‌های منفرد برای تشکیل فلز جمع می‌شوند eهای مغزه به هسته مقید باقی می‌مانند و یون فلزی را به وجود می‌آورند ولی eهای ظرفیت آزادانه حرکت کنند و از اتم‌های مادر دور شوند. این eها درون محیط فلزی را eهای رسانش گویند.

شکل ۱-۱ مهم



شکل ۱-۱ (الف) تصویر طرحوار یک اتم منزوی (مقیاس رعایت نشده). (ب) در یک فلز، هسته و مغزهٔ یونی پیکربندی خود در اتم آزاد را حفظ می‌کنند، ولی الکترون‌های ظرفیت اتم را ترک می‌کنند تا گاز الکترونی بسازند.

1. - می‌دانیم هر عنصر فلزی حاوی $0/6022 \times 10^{24}$ اتم در مول (عدد آووگادرو) است و

شمار دهنده‌ی eها

مول در سانتی‌متر مکعب $= \frac{\rho_m}{A}$ چگالی جرمی $(cm)^3$ ، جرم اتمی

2. $n = \frac{N}{V} \Rightarrow n =$ تعداد eها در cm^3

3. تعداد اتم در سانتی‌متر مکعب $= 2 \times 1 = 0/60 \times 10^{24} \times \frac{\rho_m}{A}$

④ $n = 0/6022 \times 10^{24}$ $\qquad \frac{Z\rho_m}{A} = 10^{22}\ e.cm^{2}$ ③ از آنجایی که هر اتم Z تا e شرکت می‌کند

مول

تعداد e ها در سانتی‌متر مکعب. $\qquad$ ← پس تعداد e ها در سانتی‌متر مکعب برابر:

$$\frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{4\pi r_s^{3}}{3} \Rightarrow r_s = \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3} \Rightarrow r_s =$$ شعاع کره‌ی e آزاد

- r_s برحسب آنگستروم 10^{-8}
- r_s ״ ״ واحد شعاع بور $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0/529\times10^{-8}$
- شعاع اتم هیدروژن در حالت پایه به اغلب به عنوان مقیاسی برای اندازه‌گیری فاصله‌ی اتمی بکار می‌رود.
- $\frac{r_s}{a_0}$ در اکثر موارد بین 2 و 3 است
- ״ ״ فلزات قلیایی در گستره‌ی بین 3 و 6 است.
- ״ ״ ترکیبات فلزی به 10 هم می‌رسد.

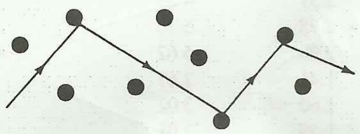
- فرضیات اصلی مدل درود را توضیح دهید.

1- از برهم کنش های یک e معلوم با e های دیگر و با یونها، در بین برخوردها چشم پوشی می شود. بنابراین فرض می شود که در غیاب میدانهای الکترومغناطیسی اعمال شده‌ی خارجی هر e به طور یکنواخت در یک خط راست حرکت می کند. در حضور میدانهای اعمال شده‌ی خارجی فرض می شود که هر e به گونه‌ای که قانونهای حرکت نیوتون برای حرکت در حضور میدانهای خارجی تعیین می کنند، حرکت می کند، و میدانهای اضافی پیچیده‌ای ناشی از سایر e ها و یونها نادیده گرفته می شوند.

نادیده گرفتن برهم کنشهای e - e بین برخوردها اصطلاحاً به «تقریب الکترون مستقل» و نادیده گرفتن برهم کنشهای الکترون - یون به «تقریب e آزاد» معروف است.

2- برخوردها در مدل درود، همچون نظریه جنبشی، وقایعی لحظه‌ای هستند که به طور ناگهانی سرعت e را تغییر می دهند. درود آنها را (به جای برخوردهای e - e که در یک گاز معمولی سازوکار برخورد غالب است)، مربوط به e هایی دانست که توسط مغزهای غیر قابل نفوذ پس زده می شوند.

نفوذ یونی پس زده می‌شوند. بعداً خواهیم دید که پراکندگی الکترون - الکترون در حقیقت کم‌اهمیت‌ترین سازوکار پراکندگی در یک فلز، به جز در شرایط غیرمعمولی، می‌باشد. ولی تصویر سادهٔ مکانیکی‌ای (شکل ۱-۲) که در آن یک الکترون در مسیرش به یون‌ها برخورد می‌کند خیلی دور از واقعیت است[1]. خوشبختانه این موضوع برای مقاصد بسیاری مسئله‌ای ایجاد نمی‌کند، زیرا درکی کیفی (و اغلب کمّی) از رسانش فلزات را می‌توان به سادگی با فرض وجود نوعی سازوکار پراکندگی به‌دست آورد، بدون این که نیاز باشد در مورد این که این سازوکار دقیقا چگونه است تحقیق کنیم. می‌توانیم در تحلیل خود، با پرداختن آگاهانه به تنها چند اثر عمومیِ فرآیند برخورد، از درگیر شدن در تفسیر این که پراکندگی الکترون واقعاً چطور رخ می‌دهد اجتناب کنیم. این دورنمای کلی با فرض‌های زیر، توصیف می‌شود.



شکل ۱-۲ مسیر حرکت الکترون پراکنده شده از یون‌ها، طبق تصویر سادهٔ مدل درود

3

۳- فرض می‌کنیم الکترون برخوردش (به‌عبارت دیگر تغییر ناگهانی در سرعتش) را با احتمال $1/\tau$ در واحد زمان تجربه می‌کند. منظور از این گفته این است که احتمال این که یک الکترون در بازهٔ زمانی بسیار کوچک dt برخوردی انجام دهد برابر dt/τ است. زمان τ ، بنا به موقعیت، زمان واهلش، زمان برخورد یا زمان آزاد میانگین نامیده شده و نقشی اساسی در نظریهٔ رسانش فلزات ایفا می‌کند. این نام‌گذاری بر این فرض مبتنی است که یک الکترون که به‌صورت کاتوره‌ای انتخاب شده، در یک لحظهٔ معین، تا برخورد بعدی‌اش به‌طور میانگین زمان τ را می‌گذراند، و به‌طور میانگین از آخرین برخوردش نیز زمان τ را گذرانده است[2]. در ساده‌ترین کاربرد مدل درود، زمان τ از مکان و سرعت الکترون مستقل است. بعداً خواهیم دید که این فرض به‌طور شگفت‌آوری در کاربردهای بی‌شماری (ولی نه هرگز همهٔ کاربردها) خوب عمل می‌کند.

4

۴- فرض بر این است که الکترون‌ها فقط از طریق برخوردها با محیط اطراف خود به تعادل گرمایی می‌رسند[3]. بنابراین فرض این برخوردها تعادل ترمودینامیکی موضعی را با روش ویژه و ساده‌ای برقرار می‌کنند: بلافاصله بعد از هر برخورد چنین فرض می‌شود که الکترون با سرعتی که به سرعت قبل از برخورد آن بستگی ندارد، یعنی راستایی کاتوره‌ای دارد و اندازه‌اش متناسب با دمای عمومی مکان وقوع برخورد است، از محل برخورد دور می‌شود. بنابراین هر چقدر جایی که برخورد در آن اتفاق می‌افتد داغ‌تر باشد، یک الکترون نوعی سریع‌تر از محل برخورد دور می‌شود.

۱- تا مدتی افراد در مورد این که در هر برخورد، هدف‌گیری یک الکترون به سوی یک یون چگونه صورت می‌گیرد با مسایل دشوار ولی نامربوطی روبه‌رو بودند. از یک چنین تفسیر صریحی از شکل ۱-۲ باید قویاً اجتناب شود.

۲- مسئلهٔ ۱ را ببینید.

۳- با فرض قبول تقریب الکترون مستقل و آزاد، این تنها سازوکار ممکن است که باقی می‌ماند.

رسانندگی DC، e یک فلز

– می دانیم R مقاومت سیم به ابعادش بستگی دارد ولی مستقل از I و V است. مدل درود این را اثبات می کند و تخمینی از R را بدست می دهد.

$V = RI$ (1)

$E = \rho J$ (2) $\qquad R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow$ (3)

ρ: مقاومت ویژه

J: چگالی جریان

J هر جهتی باشد E هم همان جهت است.

$\vec{J}$: برداری است موازی با شارش بار الکتریکی و اندازه‌ی آن برابر مقدار باری است که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر شارش عبور می کند.

$I = qt$ (4)

در سیم به طول l $\quad j = \frac{I}{A} \Rightarrow$ (5) $\quad j = \frac{qt}{A}$ (6)

$q = ne$ (7)

$E = \frac{V}{L}$ (8)

از 2 و 5 نتیجه می شود $\Rightarrow \frac{V}{L} = \rho \frac{I}{A} \Rightarrow$ (9) $\quad V = \rho \frac{I}{A} l \Rightarrow$ (10)

از آنجایی که n، e در واحد حجم همگی با سرعت v در حرکت باشند، آنگاه چگالی جریان که به وجود می آورند با v موازی می شود. بعلاوه در زمان dt، e ها به اندازه vdt در راستای v به جلو می روند، بنابراین چگالی جریان

$j = -nev$ (11) $\quad$ چگالی جریان خالص $\quad$ if $E = 0 \Rightarrow j = 0$ and in $E \neq 0 \Rightarrow j \neq 0$

v: سرعت e میانگین

– در هر فلز، الکترونهای همیشه در جهت‌های مختلف با انرژی های گرمایی متفاوت در حرکتند. بنابراین چگالی جریان توسط 11 داده می شود. در غیاب میدان الکتریکی، احتمال حرکت e ها در یک جهت خاص برابر با هر جهت مقدور دیگری است. بنابراین میانگین v صفر می شود و همان طور که انتظار می رود هیچ چگالی جریان خالصی وجود ندارد. اما در حضور میدان E یک سرعت e میانگین وجود دارد که به صورت زیر محاسبه می شود.

– تمرین: V_{avg} را احساس کنید. (در حضور میدان E رسم)

یک e فرضی در زمان صفر را در نظر بگیرید. t را زمان سپری شده از آخرین برخورد آن در نظر می گیریم. سرعت e در زمان صفر = v_0 که درست بعد از آن برخورد به دست آورده + سرعتی که بعداً کسب کرده است.

$F = Eq \Rightarrow$ (12) $\quad ma = Eq \Rightarrow m\frac{v}{t} = E(e)$

$\Rightarrow v = \frac{-eEt}{m}$ (13) سرعتی که بعداً کسب کرده

از آنجایی که فرض کرده‌ایم که یک e پس از هر برخورد جهت کاتوره ای دارد، v_0 سهمی در سرعت میانگین ندارد و سرعت میانگین باید کلاً $\frac{-eEt}{m}$ داده شود. در هر حال میانگین t

$$\tau = \frac{m}{\rho n e^2}$$

زمان واهلش

$$v_{avg} = -\frac{eE\tau}{m} \quad (14)$$

برابر زمان واهلش τ است. بنابراین

از آنجایی که $E = \rho j$ (15) $\quad \rho = \frac{1}{\sigma}$ (16) $\Rightarrow \quad j = \sigma E$ (17)

و نیز داشتیم $\Rightarrow \; j = n e v_{avg}$ (18) $\Rightarrow \; j = \frac{n e^2 \tau}{m} E$ (19) $\Rightarrow$ با مقایسه 17 و 19 $\Rightarrow \; \sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$ (20)

که رابطه‌ی 20 وابستگی خطی بین j و E است و σ را برحسب کمیت‌هایی که همگی به جز τ شناخته شده‌اند به‌دست می‌دهد

برای τ داریم $\Rightarrow \; \tau = \frac{m\sigma}{ne^2}$ (21) or $\tau = \frac{m}{\rho n e^2}$ (22)

- در دمای اتاق ρ رابطه‌ی کم و بیش خطی با T دارد ولی هرچه دما پایین‌تر بیاید افت سریعی پیدا می‌کند
- ρ در دمای اتاق معمولاً از مرتبه‌ی $\mu ohm-cm$ میکرواهم سانتی‌متر یا برحسب واحدهای [illegible] 10^{-18} استات اهم-سانتی است.
- $1 \; \mu ohm-cm = \frac{1}{9} \times 10^{-17} \; statohm-cm$
- ρ را برحسب اهم متر. n را برحسب e.v . e را برحسب کولن وارد کنید. m کیلوگرم در رابطه‌ی 22

اگر مقاومت ویژه را برحسب میکرواهم-سانتی‌متر با ρ_μ نشان دهیم زمان واهلش را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\tau = \left(\frac{0.22}{\rho_\mu}\right)\left(\frac{r_s}{a_0}\right)^3 \times 10^{-14} \; sec \quad (23)$$

– زمان واهلش در دمای اتاق بین 10^{-14} تا 10^{-15} ثانیه است. بررسی درستی این مطلب را انجام دهید.

با توجه به مسافت آزاد میانگین یعنی رابطه‌ی (24) طول l میانگین فاصله‌های را نشان می‌دهد که e بین برخوردها می‌پیماید. در زمان ورود طبیعی بود که v_0 را از همپاری کلاسیکی انرژی یعنی (25) $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}K_BT$ تخمین بزنند

$l = v_0 \tau$ (24)

l: فاصله‌ی دو برخورد با قطرهای یکی از شبکه‌های یونی تقریباً قطر ملزات شبکه‌های یونی

v_0: سرعت e میانگین

اگر فنری بین شبکه‌ها در نظر بگیریم $(+)\!\sim\!\sim\!\sim(+) \Rightarrow U_{\text{هماهنگ}} = \frac{1}{2}Kx^2$

$K_B = 1{,}38 \times 10^{-23} \ \frac{J}{K}$ ثابت بولتزمن

$m = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$ جرم e

$1eV = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J$

(25) با استفاده از $\Rightarrow \frac{3}{2}(\%.25 \times 1{,}6 \times 10^{-19}) = \frac{1}{2}\underbrace{9{,}11}_{\simeq 10} \times 10^{-31}\ v_0^2$

$25 \times 10^{-3} \cong 10^{-2}$ مرتبه‌اش را می‌نویسیم تقریبی

$$\Rightarrow \frac{3}{2}(\underbrace{10^{-2} \times 10^{-19}}_{10^{-21}}) = \frac{1}{2}\ 10^{-30}\ v_0^2$$

$$v_0^2 = \frac{10^{-21}}{10^{-30}} = 10^{+9} \simeq 10^5\ \frac{m}{s} \simeq 10^7\ \frac{cm}{s}$$

میانگین سرعت e در دمای اتاق برابر صفر خواهد بود $\bar{v}_0 = 0$ چون در دمای اتاق جهات حرکت e در همه سو داریم:

$$v = \cancel{v_0} + at \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = at \Rightarrow \bar{v} = \frac{-eE}{m}\tau$$

از آن جهت که مسافت آزاد میانگین بین 1 تا 10 آنگستروم است پس از آنجا که این فاصله قابل مقایسه با فاصله‌ی بین اتم است. نتیجه کاملاً با نظریه درود سازگار است که گفته بود برخوردهای e ها با یون‌های سنگین و بزرگ رخ می‌دهد.

پس L می‌تواند تا 10^8 برابر قطر اتم افزایش یابد و تا چه میزان می‌توان

$$L = v_0\tau \Rightarrow L \simeq 10^{-9} \cong 1nm$$

v_0: 10^{-2} , τ: 10^{-7}

یعنی از هر 10^8 اتم یکی را می‌بیند در حد اتم یکی را می‌بیند؟ نتایج کمتر؟

— به طور ویژه در مورد مد نظر قرار دارند. یکی محاسبه رسانندگی الکتریکی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت فضایی و دیگری محاسبه رسانندگی الکتریکی در حضور میدان الکتریکی یکنواخت فضایی ولی وابسته به زمان. هر دو مورد با استفاده از ملاحظات زیر به سادگی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

در زمان اختیاری t، سرعت الکترونی میانگین v درست برابر $\frac{p(t)}{m}$ است. p تکانه کل به ازای هر e است. در نتیجه برای j داریم

$$j = -nev \Rightarrow j = -\frac{ne\,p(t)}{m}$$

— با دانستن این که تکانه به ازای هر e در زمان t، $p(t)$ است. تکانه به ازای هر e در بازه‌ی dt بعد از آن را محاسبه می‌کنیم.

— e که در زمان t به صورت کاتوره‌ای انتخاب شده قبل از $t+dt$ برخوردی با احتمال $\frac{dt}{\tau}$ انجام می‌دهد. بنابراین تا زمان $t+dt$ با احتمال $1-\frac{dt}{\tau}$ بدون برخورد باقی می‌ماند. در عین حال اگر هیچ برخوردی نداشته باشیم تحت تأثیر نیروی $f(t)$ قرار دارد و به همین جهت یک تکانه اضافی به صورت $f(t)\,dt + o(dt)^2$ کسب می‌کند. سهم همه eهای که بین t و $t+dt$

منظور یعنی جملات از مرتبه‌ی $(dt)^2$

برخوردی انجام نداده‌اند. در تکانه به ازای هر e در زمان $t+dt$ برابر است با کسر $1-\frac{dt}{\tau}$ (کسری از eها که برخوردی ندارد)

ضرب در تکانه میانگین به ازای هر e یعنی $p(t) + f\,dt + o(dt)^2$

$f(t)$: ناشی از میدان‌های یکنواخت فضایی الکتریکی یا مغناطیسی

بنابراین، فعلاً بدون در نظر گرفتن سهم eهای که بین t و $t+dt$ برخوردی انجام داده‌اند در $p(t+dt)$، داریم:

$$p(t+dt) = \left(1-\frac{dt}{\tau}\right)\left[p(t) + f(t)\,dt + O(dt)^2\right]$$

$$= p(t) - \left(\frac{dt}{\tau}\right)p(t) + f(t)\,dt + O(dt)^2 \quad *$$

تصحیح های ناشی از eهای که در بازه‌ی t و $t+dt$ یک برخورد داشته‌اند در معادله 10 تنها از مرتبه‌ی $(dt)^2$ است. برای اثبات این توجه کنید که چنین الکترونهایی کسری برابر $\frac{dt}{\tau}$ از تعداد کل eها را تشکیل می‌دهند. به علاوه از آن جا که سرعت (و تکانه) الکترون بلافاصله بعد از برخورد سمتگیری کاتوره‌ای دارد، هر یک از این eها فقط در حد همان تکانه‌ای که به دلیل نیروی f در بازه‌ی پس از برخورد آخر خود کسب کرده‌اند، در تکانه میانگین $p(t+dt)$ سهم خواهند داشت. این تکانه در بازه‌ای نه بزرگتر از dt بدست می‌آید، بنابراین فقط می‌تواند از مرتبه‌ی $f(t)\,dt$ باشد. به این جهت تصحیح لازم در معادله‌ی * از مرتبه‌ی $\left(\frac{dt}{\tau}\right)f(t)\,dt$ بوده و تاثیری روی جملات از مرتبه خطی بر حسب dt ندارد.

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$p(t+dt) - p(t) = -\left(\frac{dt}{\tau}\right)p(t) + f(t)\,dt + O(dt)^2$$

که در آن سهم همه e ها در $p(t+dt)$ لحاظ شده است. با تقسیم این رابطه بر dt و گرفتن حد آن وقتی $dt\to 0$ ،

در می‌یابیم که:

$$\frac{d\,p(t)}{dt} = -\frac{p(t)}{\tau} + f(t)$$

〃 (معادله 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 〃 لانژون.

این رابطه به سادگی نشان می‌دهد که اثر تک تک برخوردهای اتفاقی وارد شدن جمله نیروی اصطکاکی به معادله حرکت نیوتن به

ازای هر e است.

حال معادله بالا را در مورد چند مثال بکار می‌بریم.

- نکات

ضریب هال و مغناطو مقاومت را بیابید، اثبات.

- نیروی لورنتس e را در راستای منفی محور y منحرف می‌کند (سرعت رانش e الکترون، در جهت مخالف شارش جریان است.) ولی e ها نمی‌توانند در راستای y زیاد دور شوند چون ← دیواره‌ی سیم می‌رسند. وقتی در آن جا جمع می‌شوند، یک میدان الکتریکی در راستای y به وجود می‌آید که با حرکت و بیشتر جمع شدن e ها مخالفت می‌کند. در حالت تعادل، این میدان عرضی E_y (میدان هال) با نیروی لورنتس موازنه شده و جریان فقط در راستای محور x شارش پیدا می‌کند. شکل صفحه با کارها نگاه کن.

- وقتی با مواد غیر مغناطیسی (یا مغناطیسی ضعیف) سروکار داریم، همیشه میدان را H می‌نامیم چون تفاوت بین B و H فوق‌العاده کوچک است.

- در اینجا دو کمیت جالب وجود دارد، یکی از آن‌ها نسبت میدان در راستای سیم، E_x به چگالی جریان J_x است.

$$\rho(H) = \frac{E_x}{J_x}$$ ← مغناطو مقاومت ← هال آن را مستقل از میدان بدست آورد

- نکته دیگر اندازه‌ی میدان عرضی E_y است. از آنجا که این میدان نیروی لورنتس را موازنه می‌کند، انتظار می‌رود که هم با میدان اعمال شده H و هم با جریان سیم، J_x متناسب باشد. بنابراین کمیتی به نام ضریب هال تعریف می‌شود.

میدان عرضی — نیروی لورنتس را موازنه می‌کند

ضریب هال $$R_H = \frac{E_y}{J_x H}$$ ⊖

- میدان هال در راستای منفی y است، R_H باید منفی باشد.

- در برخی فلزات ضریب هال مثبت است، به این معنا که حامل‌ها باری مخالف بار e دارند.

- برای محاسبه ضریب هال و مغناطو مقاومت ابتدا چگالی جریان J_x و J_y را در حضور میدان E با E_x و E_y و در حضور میدان H در راستای z پیدا می‌کنیم. نیروی (مستقل از مکان) عمل کننده روی هر e

$$F = -e(E + v \times H/c)$$ (منبع رابطه 4)

بنابراین معادله

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-P(t)}{\tau} + f(t)$$

به صورت رابطه 3 صفحه بعد قرار می‌گیرد.

$m\dot{v} = P$

$mv = Ft$

$\Rightarrow P = Ft \Rightarrow F = \frac{P}{t} \Rightarrow$

در حالت پایا، جریان مستقل از زمان است. بنابراین $\frac{d j_{x,y}}{dt} = 0$ است پس:

طرفین را به τ هم ضرب کردم

σ رسانندگی DC است. در مدل درود در غیاب میدان مغناطیسی

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{-j_x\tau}{\tau} - \omega_c\tau j_y - \dfrac{ne^2\tau}{m} E_x \\[2ex] 0 = \dfrac{-j_y\tau}{\tau} + \omega_c\tau j_x - \dfrac{ne^2\tau}{m} E_y \end{cases} \qquad (14)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma E_x = -\omega_c\tau j_y - \dfrac{j_x}{\tau} \\[2ex] \sigma E_y = +\omega_c\tau j_x - \dfrac{j_y}{\tau} \Rightarrow j_y = 0 \end{cases} \qquad (15)$$

زیرا میدان هال، E_y، با در راستا نبودن j_y تعیین می شود. پس $j_y = 0$

پس داریم:

$$(16) \qquad E_y = \frac{-\omega_c \tau j_x}{\sigma} \Rightarrow \begin{cases} \omega_c = \dfrac{eH}{mc} \\[2ex] \sigma = \dfrac{ne^2\tau}{m} \end{cases}$$

جایگذاری

$$\Rightarrow E_y = -\left(\frac{H}{nec}\right) j_x \qquad (17)$$

$$\Rightarrow R_H = \frac{-1}{nec} \qquad * \qquad (18)$$

ضریب هال

— این نتیجه بسیار قابل توجهی است زیرا بیان می کند که ضریب هال به جز به چگالی حاملها به هیچ پارامتر دیگری بستگی ندارد.

— از آنجا که پیش از این n را با این فرض که e های ظرفیت اتمی به e های رسانش فلزی تبدیل می شوند محاسبه کرده ایم، اندازه گیری ثابت هال آزمون مستقیمی برای اثبات اعتبار این فرض فراهم می کند.

— وقتی می خواهیم چگالی الکترونها n را از ضرایب اندازه گیری شده ی هال بدست آوریم با این مسئله مواجه می شویم که این ضرایب برخلاف پیش بینی معادله ی 18* عموماً به میدان مغناطیسی وابسته اند. به علاوه آن ها به دما و به دقتی که با آن نمونه مهیا شده نیز بستگی دارند. این نتیجه تا حدی دور از انتظار است. زیرا زمان واهلش τ که می تواند قویاً به دما و شرایط نمونه وابسته باشد در 18* ظاهر نمی شود.

در عین حال ضرایب اندازه گیری شده ی هال در دماهای بسیار پایین و با نمونه های خیلی خالص و در حضور میدان بسیار بالا به یک مقدار حدی نزدیک می شوند که این مقدار حدی برای بسیاری از فلزات دقیقاً همان نتیجه ساده 18* ~~است~~ درود است.

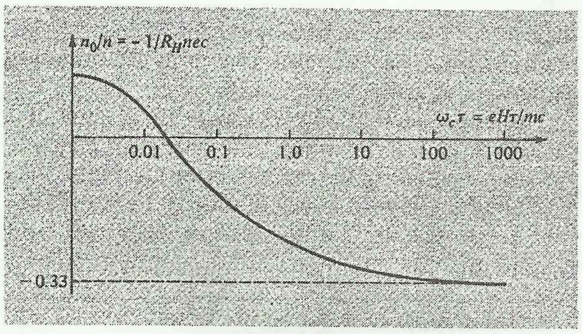
جدول ۱-۴   ضرایب هال عناصر انتخابی در میدان‌های متوسط تا قوی[الف]

فلز	ظرفیت	$-1/R_H nec$
Li	1	0.8
Na	1	1.2
K	1	1.1
Rb	1	1.0
Cs	1	0.9
Cu	1	1.5
Ag	1	1.3
Au	1	1.5
Be	2	−0.2
Mg	2	−0.4
In	3	−0.3
Al	3	−0.3

[الف] این‌ها به‌طور تقریبی مقادیر حدی R_H در میدان‌های بزرگ (از مرتبهٔ 10^4 گاوس) و دمای خیلی کم، در نمونه‌هایی که بسیار دقیق تهیه شده‌اند هستند. داده‌ها برحسب نسبت n_0/n بیان شده که در آن n_0 چگالی‌ای است که برای آن رابطهٔ درود (۱-۲۱) با مقدار اندازه‌گیری شدهٔ R_H در توافق است: $n_0 = -1/R_H ec$. واضح است که فلزات قلیایی از نتیجهٔ درود نسبتاً به‌خوبی پیروی می‌کنند، فلزات نجیب (Cu, Ag, Au) نه به آن خوبی، و بقیه اصلاً پیروی نمی‌کنند.

نتیجه‌ای که درود به‌دست آورد مشاهدات هال را در مورد این که مقاومت به میدان وابسته نیست تأیید کرد، زیرا وقتی $j_y = 0$ (همان‌طور که وقتی در حالت پایا، میدان هال برقرار می‌شود، رخ می‌دهد)، معادلهٔ اول (۱-~~۱۹~~ 15) به $j_x = \sigma_0 E_x$ کاهش می‌یابد، نتیجه‌ای که برای رسانندگی با میدان مغناطیسی صفر قابل انتظار است. اما آزمایش‌های دقیق‌تر بر روی فلزات مختلف معلوم کرده‌اند که نوعی وابستگی به میدان مغناطیسی در مقاومت وجود دارد که در بعضی موارد بسیار هم شدید است.

در این جا نیز به نظریهٔ کوانتومی جامدات نیاز داریم تا توضیح دهد که چرا نتیجهٔ درود در مورد بعضی فلزات صادق است و دلیل بعضی انحراف‌های واقعاً غیرعادی سایر فلزات از آن چیست.



شکل ۱-۴   کمیت $n_0/n = -1/R_H nec$ برای آلومینیم به‌صورت تابعی از $\omega_c\tau$. چگالی الکترون آزاد n مبتنی بر ظرفیت اسمی شیمیایی ۳ می‌باشد. مقدار میدان بالا فقط وجود یک حامل بار مثبت در هر یاختهٔ بسیط را پیشنهاد می‌کند.

قبل از کنار گذاشتن پدیده‌های DC در میدان مغناطیسی یکنواخت، برای کاربردهای بعدی تذکر می‌دهیم که $\omega_c\tau$ کمیتی مهم و مقیاسی بدون بُعد از شدت میدان مغناطیسی است. وقتی $\omega_c\tau$ کوچک باشد، $\mathbf{j}$ از معادلهٔ (۱-~~۱۹~~ 15) تقریباً موازی با $\mathbf{E}$ به‌دست می‌آید، همانند وضعیت در غیاب میدان مغناطیسی. اما به‌طور عام $\mathbf{j}$ با $\mathbf{E}$ زاویه‌ای برابر ϕ (موسوم به زاویهٔ هال) می‌سازد که معادلهٔ (۱-~~۱۹~~ 15) آن را به‌صورت $\tan\varphi = \omega_c\tau$ می‌دهد. کمیت ω_c بسامد سیکلوترونی نامیده می‌شود و همان بسامد زاویه‌ای چرخش یک الکترون آزاد در میدان مغناطیسی H است[۱]. بنابراین اگر الکترون‌ها بتوانند فقط بخش کوچکی از یک چرخش را بپیمایند، $\omega_c\tau$ کوچک، و اگر چندین چرخش کامل را انجام دهند، بزرگ خواهد بود. به بیان دیگر اگر $\omega_c\tau$ کوچک باشد میدان مغناطیسی فقط کمی شکل مدارهای الکترونی را تغییر می‌دهد، اما وقتی $\omega_c\tau$ برابر یک یا بیشتر باشد، میدان مغناطیسی شکل مدارهای الکترونی را کاملاً به هم می‌ریزد. یک ارزیابی عددی مفید از بسامد سیکلوترونی چنین است:

$$\nu_c(10^9\,\text{hertz}) = 2.80 \times H\ (\text{کیلوگاوس}), \qquad \omega_c = 2\pi\nu_c \tag{۱-۲۲}$$

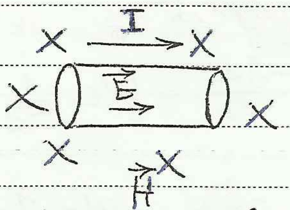
مدار e در میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت مارپیچی در راستای میدان بوده که تصویر آن بر صفحه‌ای عمود بر میدان یک دایره است. بسامد زاویه‌ای ω_c از این شرط به دست می‌آید که شتاب مرکزگرای $r\omega_c^2$ از نیروی لورنتس $\frac{e}{c}(\omega_c r)H$ ناشی می‌شود.

پاورقی را یادداشت کن ص 25

Subject: 29
Year. Month. Date. ( )

جلسه هشتم

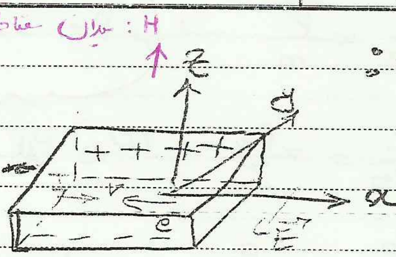
اثر هال:



$-\frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H} = F$

نیروی لورنتس

H: میدان مغناطیسی H



چگالی جریان J_x

با اعمال میدان مغناطیسی بارهای مثبت و منفی ایجاد می‌شوند و یک میدان عرضی ایجاد می‌شود.

فرض می‌کنیم یک جریان I برقرار است و الکترون‌ها در واقع جریان حمل می‌کنند.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{\vec{P}}{\tau} + \vec{F}(t) \qquad 2$$

الکترون‌ها منحرف می‌شوند و در جهت منفی محور y‌ها

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{\vec{P}}{\tau} - \frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H} \qquad 3$$

حرکت می‌کنند. عرضی در واقع یک مسیر منحنی را طی می‌کنند. میدان عرضی

$E_H \Rightarrow$ در جهت منفی محور y‌ها می‌باشد. این میدان به تعادل یا آستانه می‌رسد.

در واقع زمانی به تعادل می‌رسد که نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی عرضی برابر شود اما اجازه تجمع بیشتر

$$F_E + F_M = 0 \rightarrow -e\left[\vec{E}_H + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{H}\right] = 0 \qquad 4$$

بارهای منفی را نخواهد داد.

با جایگذاری 4 در 2 رابطه 8 را داریم

و در راستای x

تأثیر معادله حرکت:

$$E = \rho\vec{J} \rightarrow E_x = \rho J_x \qquad 5$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{\vec{P}}{\tau} - \frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H} - e\vec{E} \qquad 6$$

$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

$\vec{H} = H\hat{k}$

$(v_x, v_y, 0)$

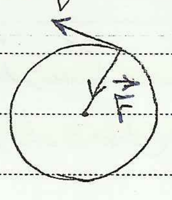
$(0, 0, H)$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dP_x}{dt} &= -\frac{P_x}{\tau} - \frac{e}{c}v_y H - eE_x \qquad 7 \\ \frac{dP_y}{dt} &= -\frac{P_y}{\tau} - \frac{e}{c}v_x H - eE_y \qquad 8 \end{aligned}\right.$$

$$\vec{v}\times\vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & H \end{vmatrix} \qquad 10$$

$$\vec{J} = -ne\vec{v} \xrightarrow{\text{با 5 و 8}} \vec{v} = -\frac{\vec{J}}{ne} \qquad 9$$

$$\vec{F}_M = -\frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H}$$



$$\frac{e}{c}vH\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad 13$$

$$\frac{e}{c}vH = \frac{mv^2}{r} \qquad 14$$

$$\rightarrow \left\{\begin{aligned} \frac{dP_x}{dt} &= -\frac{P_x}{\tau} - \overbrace{\frac{e}{c}\frac{P}{m}H}^{\omega_c} + eE_x \qquad 10 \\ \frac{dP_y}{dt} &= -\frac{P_y}{\tau} \;\; \frac{e}{c}\frac{P}{m}H + eE_y \qquad 11 \end{aligned}\right.$$

$\Rightarrow \omega_c = \frac{eH}{mc}$

13

Subject: 30
Year. Month. Date. ( )

نشاندن رابطه 19 $\rightarrow -\frac{\vec{J}}{ne} = \frac{\vec{P}}{m} \xrightarrow{15} P = -\frac{m\vec{J}}{ne}$ 15 به جای P جای‌گذاری می‌کنیم

سپس طرفین (10) و (11) را در $-\frac{ne}{m}$ ضرب می‌کنیم

$\times \frac{ne}{m}$

$$\begin{cases} \frac{dP_x}{dt} = \frac{-P_x}{\tau} - \omega_c P_y - eE_x & (10) \\ \frac{dP_y}{dt} = \frac{-P_y}{\tau} + \omega_c P_x - eE_y & (11) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{dJ_x}{dt} = \frac{-J_x}{\tau} - \omega_c J_y - \alpha E_x & (12) \\ \frac{dJ_y}{dt} = \frac{-J_y}{\tau} + \omega_c J_x - \alpha E_y & (13) \end{cases}$$

$$\rho_{xx} = \rho_0 = \frac{m}{ne^2\tau}$$ 17

$\boxed{\rho_{xx} = \frac{1}{ne^2}}$ <= ادامه حل به جزوه ۲ مراجعه شود

- بعد از مدت زمانی J_y صفر خواهد شد.
- ρ_{xx} هیچ تأثیری از میدان مغناطیسی نمی‌پذیرد. که مقاومت ویژه در مقابل عبور جریان در غیاب میدان مغناطیسی و بودن میدان مغناطیسی تغییر نکند.

- n مقدار تعداد الکترون‌ها در واحد حجم. c و e ثابت‌های بنیادی.
- یعنی در فلزات که الکترون‌ها حامل جریان هستند ثابت هال منفی می‌شود. اما نسبت ثابت هال از طریق آزمایش‌ها سنجیده اند و نتیجه گیری کرده اند که با این مقدار هماهنگ است که در بسیاری از مواد مثبت بدست آمده است.
- اگر E_y تغییر علامت دهد یعنی بارهای مثبت حامل جریان هستند و ثابت هال بدست می‌آید.

تقریب الکترون آزاد * تقریب کلاسیک
(در شرح تصویر) راشرح

- از لحاظ تقریب کوانتومی ثابت هال می‌توانند مقادیر تقریبی سازگاری بیشتری داشته باشند.

رسانش الکتریکی فلزات:

- درون رسانشگری ظرفیت فلزات را به الکترون‌ها ربط داد. حرکت آن‌ها از فلزات باعث انتقال انرژی حرارتی از یک سمت به سمت دیگر فلز خواهد شد.

T_1 [ ] T_2 $T_2 > T_1$

- انتقال انرژی از یک سر به سر دیگر تمام فلز به یک دما می‌رسد.
- چگالی جریان الکتریکی با میدان الکتریکی رابطه خطی دارد. میدان بزرگ شود رابطه خطی هم می‌خورد

رسانندگی الکتریکی

$\vec{J}_E = \sigma \vec{E}$ 18 $\quad \vec{J}_Q = -K\vec{\nabla}T$ جریان حرارتی 20

$\vec{J}_E = -\sigma \vec{\nabla}\varphi$ 19 رسانش حرارتی

شار انتقال انرژی الکتریکی

شار انتقال انرژی حرارتی

PAPCO

" " " " تخمین آن را انجام دهید

رسانندگی گرمایی یک فلز

تأثیرگذارترین موفقیت مدل درود در زمان ارائهٔ آن توضیح قانون تجربی ویدمان و فرانتس (۱۸۵۳) بود. قانون ویدمان – فرانتس بیان می‌کند که نسبت رسانندگی گرمایی به الکتریکی، κ/σ ، برای بسیاری از فلزات به‌طور مستقیم با دما متناسب است و ضریب تناسب با دقت خوبی برای همهٔ فلزها یکسان است. این قاعده‌مندی قابل توجه را می‌توان در جدول ۱–۶ دید؛ در آن جدول رسانندگی‌های گرمایی چند فلز در دماهای 273K و 373K ، همراه با نسبت $\kappa/\sigma T$ (که عدد لورنتس نامیده می‌شود) در آن دو دما داده شده‌اند.

برای توجیه این موضوع مدل درود فرض می‌کند که عمدهٔ جریان گرمایی در یک فلز توسط الکترون‌های رسانش حمل می‌شود. این فرض بر پایهٔ این مشاهدهٔ تجربی استوار است که فلزات گرما را بسیار بهتر از عایق‌ها هدایت می‌کنند. بنابراین رسانش گرمایی توسط یون‌ها[2] (که هم در فلزات و هم در عایق‌ها حضور دارند) بسیار کم‌اهمیت‌تر از رسانش گرمایی توسط الکترون‌های رسانش (که فقط در فلزات وجود دارند) است.

برای تعریف و تخمین رسانندگی گرمایی یک میلهٔ فلزی را در نظر بگیرید که دما در طول آن به آهستگی تغییر کند. اگر هیچ چشمه و چاهک گرمایی در دو انتهای میله وجود نداشته باشند تا شیب دما را تأمین کنند، طرف داغ، سرد و طرف سرد، گرم می‌شود، یعنی، انرژی گرمایی در جهت مخالف شیب دما شارش می‌یابد. حال می‌توان به همان سرعتی که انتهای داغ، سرد می‌شود، آن را گرم و یک حالت پایدار با شیب دمای ثابت و شار انرژی گرمایی یکنواخت تولید کرد. چگالی جریان گرمایی $\mathbf{j}^q$ را به‌صورت برداری موازی با جهت شارش گرما تعریف می‌کنیم که اندازه‌اش انرژی گرمایی عبوری در واحد زمان از واحد سطح عمود بر شارش را به دهد. مشاهده شده است در دماهای ∇ شیب کم جریان گرمایی متناسب است با

۲– با وجود این‌که یون‌های فلزی نمی‌توانند در فلز سرگردان شوند، راهی وجود دارد که آن‌ها بتوانند انرژی گرمایی (و نه بار الکتریکی) را ترابرد کنند: یون‌ها می‌توانند کمی حول موقعیت مکانی متوسط‌شان ارتعاش کنند که این منجر به تراگسیل انرژی گرمایی به شکل انتشار امواج کشسان در شبکهٔ یون‌ها می‌شود. فصل ۲۵ را ببینید.

$j = -K\nabla T$ که به قانون فوریه معروف است.

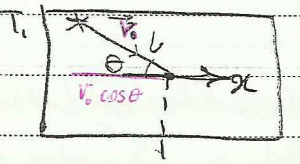
K رسانندگی گرمایی نامیده می‌شود و مثبت است زیرا جریان گرمایی خلاف جهت شیب دما شارش می‌یابد.

۵ مقداری انرژی الکتریکی که در واحد زمان از واحد سطح عبور می‌کند.

K ″ ″ ″ حرارتی

انرژی در واحد حجم

$\vec{v}$ u^{x}



$T_2 > T_1$

در واقع می‌خواهیم ببینیم چه مقدار انرژی از محل تصادفی در واحد زمان از این سطح عبور می‌کند.

سرعت e — انرژی

مقادیر متوسط چشم داشتی ← $\langle j^Q_x\rangle = \langle v_x\, u(x - l\cos\theta)\rangle$ 21

$= \langle \underbrace{v_0\cos\theta}_{v_x \text{ با توجه به شکل}}\, u(x - l\cos\theta)\rangle$ 22

دارای گستره‌ی θ از صفر تا π می‌باشد.

$\langle j^Q_x\rangle = \int_\Omega v_0\cos\theta\, u(x - l\cos\theta)\, d\Omega$ 23

سؤال $d\Omega$ کجا رفت در 24
$\frac{1}{2}$ از کجا آمد در 25
$d(\cos\theta)$ در 25 چی شد
$u(x)$ چرا صفر شد در 26
در 27 از کجا $\frac{2}{3}$ آمد حل کن

$\int_\Omega d\Omega \to \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$ 24

$\langle j^Q_x\rangle = \frac{1}{2} v_0 \int_{\theta=0}^{\pi} \cos\theta \sin\theta\, d\theta\, u(x - l\cos\theta) =$ 25

$= \frac{v_0}{2}\int_{\theta=0}^{\pi} -\cos\theta\, d(\cos\theta)\left[\cancel{u(x)} - l\cos\theta \frac{du}{dx}\right]$ 26 → پرسش ?

$= \frac{v_0}{2}\, l\, \frac{du}{dT}\frac{dT}{dx}\int_{\theta=0}^{\pi} \underbrace{\cos^2\theta\, d(\cos\theta)}_{\frac{2}{3}}$ 27

$\langle j^Q_x\rangle = -\frac{v_0}{3}\, l\, \frac{dT}{dx}\frac{du}{dT}$ 28

$C_v = \frac{dQ}{dT}\Big|_v \to C_v = \frac{du}{dT}$ 29

$\langle j^Q_x\rangle = -\frac{v_0 l C_v}{3}\frac{dT}{dx} \to \langle \vec{j}^Q\rangle = -\frac{v_0^2 \tau C_v}{3}\vec{\nabla} T$ (30) چون $v_0 = \frac{l}{\tau}$

بنابه 28 و 29 → 31 → $K = \frac{v_0^2 \tau C_v}{3}$

زیرا 30 را با رابطه‌ی 20 مقایسه کردیم 31 بدست آمد

v^2 میانگین مجذوری سرعت الکترونی است. و C_v گرمای ویژه‌ی الکترونی

تحقیق: بررسی کنید روند حاصل شدن $\frac{3}{2}R$ برای ظرفیت گرمایی ویژه مطابق تئوری جنبشی گازها را تشریح کنید. راهنمایی:

$\langle E\rangle = \frac{\int E e^{-E/k_BT}\, d(\quad)}{\int d(\quad)\, e^{-E/k_BT}}$

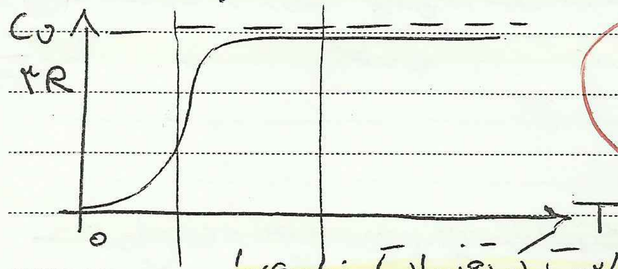
$C_v = \frac{3}{2}R$ (32)
$R = n k_B$ (33)
$\to C_v = \frac{3}{2} n k_B$ (34)

$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha v^2}\, dv = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ 35 $\int_0^{\infty} e^{-\alpha v^2}\, dv = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ 35

Subject: 32
Year. Month. Date. ( )

عدد لورنس

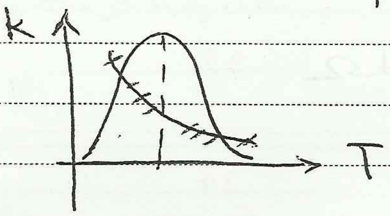
- نمودار ظرفیت گرمایی ویژه بر حسب دمای یک بلور تا زمانی که بلور به نقطه‌ی ذوب رسیده است.



$$k = \frac{v_0^2 \tau C_v}{3} \quad 37$$

- با افزایش دما سرعت افزایش پیدا می‌کند اما v سرعتی است که تغییرات زیادی را تجربه نمی‌کند. در واقع هرچه دما بالاتر رود تعداد برخوردها افزایش می‌یابند اما v چندان تغییر نمی‌کند.
- با افزایش دما، فاصله‌ی زمانی بین برخوردها کم می‌شود. 38 $T\uparrow \Rightarrow \tau\downarrow \Rightarrow c_v = cte$

$T\uparrow \Rightarrow k\downarrow$



- فاصله طولی افزایش می‌یابد وقتی دما کاهش می‌یابد و تعداد برخوردها هم ~~افزایش~~ کاهش.

$T\downarrow \Rightarrow \tau\uparrow ، C_v\downarrow$ 39 $\quad T\downarrow \Rightarrow l\uparrow ، C_v\downarrow$ 40 $\quad \frac{K}{\sigma T} = L$ 41

عدد لورنس

با توجه به (41) رسانندگی گرمایی را بر رسانندگی الکتریکی تقسیم می‌کنیم.

- در واقع l تا جایی افزایش می‌یابد که به حداکثر طول یک ماده‌ی بلور می‌رسد. تا به یک l_{max} می‌رسد ثابت می‌ماند.
$T\downarrow \Rightarrow l_m$ ثابت ، $C_v\downarrow$

* این رابطه هم در دماهای بالا و هم در دماهای پایین برقرار است. اما در دماهای میانی برقرار نیست.

37 با رابطه

عدد لورنس $$L = \frac{k}{\sigma T} = \frac{\frac{v_0^2 \tau C_v}{3}}{\frac{n e^2 \tau}{m} T} \xrightarrow{(41)\ \text{مقایسه}} L = \frac{v_0^2 C_v m}{3 n e^2 T} = \frac{\frac{1}{2} m v_0^2 \times \frac{3}{2} k_B n \times 2}{3 \times n e^2 T} \quad 42$$

با رابطه 20 ص 5

$$L = \frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \quad 43$$

به نام 42 ، برای ارزو حلقه‌ی مورد تعریف گاز کامل را در محاسبه گرمای ویژه الکترونی و میانگین مجذوری بکار برد. یکی $\frac{1}{2} mv^2$ را برابر $\frac{3}{2} k_B T$ و C_v را برابر $\frac{3}{2} n k_B$ گرفت.

- ظرفیت گرمایی ویژه که مقداری مشخص می‌شود مخصوصاً در دماهای بالا (مثلاً $3R$) فقط یک درصد از الکترون‌های آزاد تأثیر می‌گذارند و بقیه مربوط به شبکه‌های مقری یونی می‌باشد.

- در تمام این دماها این نسبت وجود دارد. در یک دمای مشخص هم مقرهای یونی و الکترون‌ها یکی است. و از این به بعد سهم الکترون‌ها بیشتر خواهد شد. (در دماهای خیلی پایین) پس به صورت $\frac{3}{2} RC$ در نظر گرفته می‌شود و نصف مقدار واقعی است که یک درصد آن مربوط به الکترون‌هاست و C_v ، ۱۰۰ برابر بزرگتر از مقدار واقعی در نظر گرفته می‌شود. (در نظریه درود)

$V_0 \sim 10^5 \ m/s$ 44

$V_F \sim 10^6 \ m/s$ 45

در معادله‌ی 43 که بصورت زیر است در حقیقت

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 T \qquad 46$$

طرف راست با T متناسب است و تنها به ثابت‌های جهانی k_B و e بستگی دارد که توافق کاملی است با قانون ویدمان و فرانتس.

معادله‌ی 46 عدد لورنتس را می‌دهد

$$\frac{K}{\sigma T} = \frac{3}{2}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 = 1,24 \times 10^{-13}\ (erg/esu - K)^2$$

$$= 1,11 \times 10^{-8}\ (watt - ohm/K^2) = \frac{1}{2}\left(2.22 \times 10^{-8}\ (W - O/K)^2\right)$$

که فقط نتیجه صحیح را بدست آورد. نتیجه مقدار $\frac{K}{\sigma T} = 2,22 \times 10^{-8}$ که ابتدا بطرز توافق فوق العاده‌ای داشت

— در حقیقت معلوم شد که در دمای اتاق مطلقاً هیچ سهم الکترونی در گرمای ویژه وجود ندارد.

— ~~چرا~~ قوانین گاز کلاسیکی را می‌توان در مورد گاز الکترونی در یک فلز بکار برد.

— در موفقیت درود - جدا از اشتباه ضریب 2، بیانگر دو خطا از مرتبه 100 است که یکدیگر را خنثی می‌کنند. در دمای اتاق سهم الکترونی واقعی در گرمای ویژه 100 بار کوچکتر از مقدار پیش‌بینی کلاسیکی، و میانگین مجذوری سرعت الکترونی 100 بار بزرگتر از آن است.

—

سرعت یک الکترون در بین دو برخورد $10^5 \frac{m}{s}$ در نظر گرفته شده بود که مقدار درست آن $10^6 \frac{m}{s}$
است در اصل سرعت در نظریه‌ی درود ۱۰ برابر کوچکتر در نظر گرفته شده بود این در خطای ۱٪
و ۱۰۰ برابر همدیگر را خنثی کرده اند . طرفین رابطه 46 و 47 را در $\frac{ne}{m}$ ضرب می کنیم پس داریم

مشابه رابطه‌ی 20 مثبت برابر 8 است

$$\frac{ne}{m}\begin{cases}\dot{P}_x = -\frac{P_x}{\tau} - P_y\omega_c - eE_x \\ \dot{P}_y = -\frac{P_y}{\tau} + P_x\omega_c - eE_y \quad 47\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}\dot{j}_x = \frac{-j_x}{\tau} - j_y\omega_c + \frac{ne^2}{m}E_x \\ \dot{j}_y = \frac{-j_y}{\tau} + j_x\omega_c + \frac{ne^2}{m}E_y\end{cases}$$

$$\frac{-\vec{j}m}{ne} = \vec{P} \quad 48$$

طرفین را در τ ضرب می کنیم . در حالتهای پایه سمت چپ تغییری ندارد پس

$$\dot{j}_x = \dot{j}_y = 0 \quad 49$$

در حالت پایا $j_y = 0$ می شود .

$$\begin{cases} 0 = -j_x - \cancel{j_y\omega_c\tau} + \sigma_0 E_x \quad 50 \\ 0 = -\cancel{j_y} + j_x\omega_c\tau + \sigma_0 E_y \end{cases} \longrightarrow \frac{E_x}{j_x} = \frac{1}{\sigma_0} \checkmark \quad 51$$

$$\longrightarrow R_H = \frac{E_y}{j_x H} = \frac{-\omega_c\tau}{\sigma_0 H} \quad 52$$

$$E_y\sigma_0 = -j_x\omega_c\tau$$

را اثبات؟

$$\rightarrow R_H = \frac{-\frac{eH}{mc}\cancel{\tau}}{\frac{ne^2\cancel{\tau}}{m}H} = \frac{-1}{nec} \quad 53 \longrightarrow$$ یک مقدار حدی است → اینی را ابتدا به دست آورده‌ایم

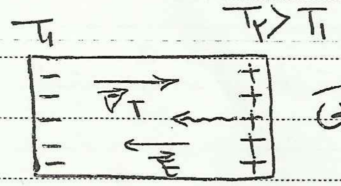
تحقیق) چرا اگر ثابت هال مثبت باشد نتیجه می گیریم بارهای مثبت هدایت کننده جریان هستند؟

$$\omega_c\tau = tg\,\varphi \quad 54 \qquad \vec{E}\cdot\vec{j} = Ej\cos\varphi \quad 55$$

تحقیق کنید که φ زاویه بین $\vec{E}$ و $\vec{j}$ است.

هرچه ω بزرگتر باشد زاویه بیشتر می شود یعنی شکل مدارهای الکترونی بیشتر تغییر می کند
بزرگ شدن ω = بزرگ شدن H
ω فرکانس زاویه‌ای سیکلوترونی است .

توان حرارتی را بدست آورید



توان حرارتی

$$E = Q\,\vec{\nabla}T \quad 56$$

در طول رسانا میدان الکتریکی ایجاد می شود . چون
ذرات در سمت راست دمای بیشتری دارند از این
سمت به سمت چپ حرکت می کنند

$$\cancel{\vec{V}_0} - \underbrace{\frac{e\vec{E}}{m}}_{a}\tau = \vec{V}_E \quad 57 \longrightarrow V_x^E = \frac{-eE}{m}\tau \quad 58$$

میانگین سرعت الکتریکی $V_x^E = \frac{-eE}{m}\tau$ 59

$$\langle V_x^Q \rangle = \frac{\int_\Omega d\Omega \, v_0^Q (x - L\cos\theta)\cos\theta}{\int_\Omega d\Omega}$$ 60

مسیری که الکترون می‌آید زاویه θ را با محور x می‌سازد.

$$= \frac{1}{2}\int_{\theta=0}^{\pi}\left[v_0(x) - L\cos\theta \frac{dv_0}{dx}\right]\cos\theta \, d(-\cos\theta)$$ 61

$$\langle V_x^Q \rangle = -L \times \frac{1}{2}\frac{dv_0}{dT}\frac{dT}{dx}\times\frac{2}{3} = -\tau\left(v_0\frac{dv_0}{dT}\right)\frac{dT}{dx}\times\frac{1}{3}$$ 62

$$= \frac{-\tau}{3}\frac{dT}{dx}\left(\frac{d[v_0^2/2]}{dT}\right) = \frac{-\tau}{3m}\frac{dT}{dx}\frac{d(\frac{1}{2}m v_0^2)}{dT}$$ 63

چون $\frac{3}{2}K_BT = \frac{1}{2}mv_0^2$

پس $\frac{d(\frac{1}{2}mv_0^2)}{dT} = \frac{3}{2}K_B$

$$\langle V_x^Q \rangle = -\frac{\tau}{3m}\frac{dT}{dx}\frac{1}{n}C_V$$ 64 ← که در حالت $\frac{3}{2}nK_B = C_V$

در حالت تعادل باید: $V_x^Q + V_x^E = 0$ 65

$$\underbrace{\frac{-\tau}{3mn}C_V\frac{dT}{dx}}_{V_x^Q} - \underbrace{\frac{eE\tau}{m}}_{V_x^E} = 0$$ 66 $\longrightarrow E = \frac{-1}{3ne}C_V\frac{dT}{dx}$ 67 $\quad Q = \frac{-C_V}{3ne}$ 68

55 مقایسه با رابطه

- جهت E با جهت گرادیان دما مخالف است
- Q به دست آمده حدود ۱۰۰ برابر از مقدار واقعی بزرگتر است.

$$\xrightarrow{69} Q = \frac{-C_V}{3ne} \longrightarrow C_V = \frac{3}{2}nk_B$$ 70

69 نیز مستقل از زمان است ورود آن را با کاربرد نادرست دیگر از مکانیک کلاسیک آماری برآورد کرد. او C_V را برابر 70 قرار داد و به دست آورد:

$$Q = -\frac{k_B}{2e} = -0.43\times10^{-4}\ \text{volt}/K$$ 71

توانایی گرمایی مشاهده شده در دمای اتاق از مرتبه بزرگی کمتر از ... 100 بار کوچکتر است. این همان خطای 100 است که

این فرض نشد به خاطر توصیف گاز e فلزی با مکانیک آ. کلاسیکی. و با استفاده از آ. کوانتمی از بین می‌رود

رسانندگی AC یک فلز

برای محاسبه جریان القا شده توسط میدان الکتریکی وابسته به زمان در یک فلز شکل آن میدان به صورت زیر می‌نویسیم

$$E(t) = Re\left(E(\omega)e^{-i\omega t}\right)$$ 72

پس فرمول صفحه ۹ برای تک ذره به ازای یک e تبدیل می‌شود به : $\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau} - eE$ (73)

به دنبال یک پاسخ حالت پایا به صورت زیر هستیم

$p(t) = \mathrm{Re}\left(p(\omega)e^{-i\omega t}\right)$ (74) $\Rightarrow -i\omega p(\omega) = -\frac{p(\omega)}{\tau} - eE(\omega)$ (75)

چون می‌دانیم p و E مختلط در ۷۳ که باید هم برای بخش‌های حقیقی و هم برای بخش موهومی هر جا مختلط صدق کند p(ω) را از (75) تعیین کرد

از آنجا که $j = \frac{-ne\cdot p}{m}$ چگالی جریان برابر :

$\vec J = \sigma E \rightarrow j(t) = \mathrm{Re}\left[\vec j(\omega)e^{-i\omega t}\right]$ 75 از طرفی برای چگالی جریان داریم

p(ω) را از رابطه ۷۵ بدست بیاور $\leftarrow j(\omega) = \frac{-ne\,p(\omega)}{m} = \frac{(ne^2/m)\,E(\omega)}{(1/\tau) - i\omega}$ 76 حل $\Rightarrow j(\omega) = \frac{\frac{ne^2\tau}{m}E(\omega)}{1-i\omega} = \frac{\sigma_0}{1-i\omega}$

که این نتیجه را معمولاً به صورت زیر می‌نویسیم $j(\omega) = \sigma(\omega)\,E(\omega)$ 77

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

توجه: در بسامد صفر این نتیجه به طور صحیح به نتیجه DC (رسانایی) $\frac{ne^2\tau}{m}$ کاهش می‌یابد

$\frac{dP}{dt} = -\frac{\vec P}{\tau} + F(t)$ 75 نیرویی که به هر الکترون وارد می‌شود $F = -e\vec E t$ 76

$-i\omega\vec P(\omega) = \frac{-\vec P(\omega)}{\tau} - e\vec E(\omega)$ 77

$P(\vec\omega)\left[\frac{1}{\tau} - i\omega\right] = -e\vec E_\omega$ 78 $\vec P(\omega) = -\frac{e\tau\vec E(\omega)}{1-i\omega\tau}$ 79

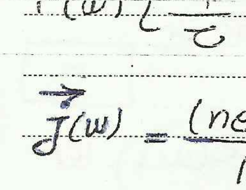
$\vec j(\omega) = \frac{(ne^2\tau/m)\,\vec E(\omega)}{1-i\omega\tau}$ 80 داریم $\sigma(\omega) = \frac{-\sigma_0}{1-i\omega t}$ 81 که $j(\omega) = \sigma(\omega)\vec E(\omega)$ 82

$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2} + \frac{i\omega\tau\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2}$ 83

$\vec E(\vec r, t) = E_0 e^{i(\vec K\cdot\vec r - \omega t)}$ 84 $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ 85

با اهمیت‌ترین نکات $\vec j$ و $\vec E$ الزاماً یکی نیست یعنی دامنه تغییرات E را در فاصله پویش آزاد میانگین

یعنی طول موج را در مقابل آن بسیار زیاد در نظر گرفته‌ایم یعنی تغییر F چندان قابل توجه نیست. اما



اگر میدان الکتریکی با تغییرات مکانی سریع داشته باشیم رابطه بسیار پیچیده خواهد شد.

وقتی راجع به میدان‌ها در یک موج الکترومغناطیسی در فضا در زمان تفسیر می‌کنیم در حالی که در رابطهٔ ۷۳ نیز باید نیروی مغناطیسی را لحاظ کرد

بردار های K و E یک موج الکترومغناطیسی که علاوه بر نیروی الکتریکی باید نیروی

مغناطیسی را هم لحاظ کرد.

$-\frac{e}{c}\vec v\times\vec H = f(t)$ 86 میدان الکتریکی متناوب در امواج الکترومغناطیسی

اما نیروی مغناطیسی در این مورد بسیار ناچیز است و آن را در نظر نمی‌گیریم یعنی بخش مغناطیسی نیرو

در مقایسه با بخش الکتریکی ناچیز است. هرچه ω بزرگتر شود این تابعیت در اهمیت آن مشخص‌تر

است. اگر میدان در فاصله‌های قابل مقایسه با مسافت آزاد میانگین الکترون‌ها تغییرات قابل توجهی نداشته باشد می‌توانیم $J(r,t)$ یعنی چگالی جریان

در نقطه r را با فرض آن که میدان در هر نقطه از فضا با تقارن در نقطه‌ای r یعنی $E(r,t)$ داده می‌شود به درستی جواب کنیم. بنابراین تئوری زیر هرگاه طول

موج λ در مقایسه با مسافت آزاد. آزاد میانگین الکترونی بزرگ باشد $J(r,\omega)=\sigma(\omega)\,E(r,\omega)$ که این شرط در یک فلز نوعی به $10^4 Å$ یا 10^3 = λ

معادلات ماکسول را نوشته و چگالی بار خالص را صفر فرض می‌کنیم. البته در حضور چگالی جریان J

$$\vec{B}=H+4\pi\vec{m} \quad 87 \qquad \vec{D}=E+4\pi\vec{P} \quad 88$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0 \quad 89 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \quad 90 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=\frac{i\omega}{c}\vec{H}(\omega) \quad 91$$

یک رابطه است خطی

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0 \quad 92$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{J} \xrightarrow{93} \vec{\nabla}\times\vec{H}=\frac{i\omega}{c}E(\omega)+\frac{4\pi}{c}\sigma(\omega)\vec{E}(\omega) \quad 94$$

بنا به رابطه ۷۷

بنا به ۹۱

$$\nabla\times(\nabla\times E)=\frac{i\omega}{c}\nabla\times H \quad 95 \qquad \nabla(\nabla\cdot E)-\nabla^2\vec{E}=\frac{i\omega}{c}\left[\frac{-i\omega}{c}+\frac{4\pi}{c}\sigma(\omega)\right]\vec{E} \quad 96$$

چون به دنبال جواب با وابستگی زمانی $e^{-i\omega t}$ هستیم

$$-\nabla^2\vec{E}=\frac{\omega^2}{c^2}\left[1+\frac{i4\pi}{\omega}\sigma(\omega)\right]\vec{E} \quad 97 \qquad \vec{E}(r)=E_0\,e^{i\vec{K}\cdot\vec{r}} \quad 98$$

$$\xrightarrow{c} \boxed{n}$$

$$k^2=\frac{\omega^2}{c^2}\left(1+\frac{4\pi i\sigma(\omega)}{\omega}\right) \quad 99 \qquad \omega=\frac{c}{n}k \quad 100 \qquad n^2=1+\frac{4\pi i\sigma(\omega)}{\omega}=\varepsilon(\omega) \quad 101$$

$$\Rightarrow \omega^2=\frac{c^2}{n^2}k^2 \Rightarrow k^2=\frac{n^2}{c^2}\omega^2$$

$$k=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \quad 102$$

این معادله را با معادله $\omega=ck$ مقایسه می‌کنیم

به جای c برای تغییرات میدان مغناطیسی باید $\frac{c}{n}$ را قرار دهیم.

وقتی موج الکترومغناطیسی در خلأ حرکت می‌کند وارد محیطی با ضریب شکست n شد. سرعت به $\frac{c}{n}$

تقلیل می‌یابد معادله پاشندگی به صورت بالا نوشته می‌شود.

اگر $\varepsilon(\omega)$ حقیقی باشد k نیز حقیقی خواهد شد و اگر موهومی ε، k نیز موهومی خواهد شد.

$$k=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \quad 103 \qquad \sigma(\omega)=\frac{\sigma_1}{1-i\omega\tau} \quad 104$$

شرایطی را بررسی می‌کنیم که $\omega\tau\gg1$ باشد

یعنی موج الکترومغناطیسی در فاصله زمانی در برخورد شدت دامنه‌اش بارها و بارها کم خواهد شد.

$\omega\tau >> 1$ 105 $\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ 105

$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi i}{\omega}\frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau}$ 107

$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{4\pi n e^2/m}{\omega^2} \longrightarrow \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ 108

$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{4\pi\sigma_0/\tau}{\omega^2}$ صرفه‌نظر از i 109

$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n}{m}$ 110 فرکانس نوسانات پلاسما

— شرایط جذب و عبور نشان خواهیم داد :

$\omega > \omega_p \xrightarrow{\omega\tau >> 1} \varepsilon(\omega) > 0$ 111 $\Longrightarrow$ — یعنی k مقدار حقیقی دارد. نوسانی خواهد بود

وقتی $\omega\tau$ خیلی از یک بزرگتر باشد مقدار $\varepsilon(\omega)$ مقدار موهومی خواهد شد.

وقتی k حقیقی باشد، یعنی انتشار موج در محیط را داریم و میدان مغناطیسی و الکتریکی تابع ای از e^{ikr} هستند باشد، می‌تواند منتشر شود و فلز باید شفاف باشد

$\omega < \omega_p \xrightarrow{\omega\tau >> 1} \varepsilon(\omega) < 0$ 112 هیچ تابشی نمی‌تواند انتشار یابد. موج E_M میرا می‌شود. جواب ۹۷ - [illegible]

در این صورت میرا شدن موج را داریم که انتشار در محیط انجام می‌شود. چون $\omega\tau >> 1$ و میرا شدن یعنی به صورت موهومی در می‌آید.

$E_0 e^{i\overset{}{k}\cdot x} \xrightarrow{k \to i\alpha} E_0 e^{-\alpha x}$ 113

این موج قابلیت نفوذ در یک فلز را ندارد.

چون فلزات کدر هستند. نور را از خود عبور نمی‌دهند و $\omega < \omega_p$ خواهد بود 114

اما اگر از آن عبور کند یعنی از محیط عبور کند شفاف می‌شود.

ω_p یک آستانه برای منتشر شدن یا نشدن موج الکترومغناطیسی در محیط.

فرکانس $\nu_p \sim 10^{15}$ (Hz) 115

تمرین ۵

از معادله (۱-۱۹) استفاده مسیر حرکت الکترون ها را مشخص کنید

E_x و E_y → مشخص } ⇒ در این دو حالت معادله حرکت الکترون ها را حساب کنید 116

E_y = میدان عرضی حال

$y(t) = ?$

نتیجه مهم دیگری که از رابطه 108 بدست می‌آید این است که گاز e می‌تواند نوسان‌های چگالی بار پایدار داشته باشد.

منظور از نوسان چگالی بار افتشاشی است که در آن چگالی بار الکتریکی وابستگی زمانی نوسانی از نوع $e^{-i\omega t}$ دارد

از معادله پیوستگی در الکترودینامیک و مغناطیس استفاده می‌کنیم

117 $\nabla \cdot j + \frac{\delta \rho}{\delta t} = 0$ چون $\frac{\delta}{\delta t} = -i\omega$ و $J = \sigma E \Rightarrow$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} - i\omega\rho = 0 \Longrightarrow$ 118 $\sigma(\omega)\, \vec{\nabla} \cdot \vec{E} - i\omega\rho = 0$ 119 و $\nabla \cdot E = 4\pi\rho(\omega)$ 119

120

$4\pi\sigma(\omega)\rho(\omega) - i\omega\rho(\omega) = 0 \Rightarrow 4\pi\sigma(\omega) - i\omega = 0 \Rightarrow \frac{4\pi i\sigma(\omega)}{\omega} + 1 = 0$ 121

طرفین را به $i\omega$ تقسیم می‌کنیم. $\epsilon(\omega) = 0$

این شرایطی که برای انتشار یا عدم انتشار تعریف می‌کنیم. ، 121 دقیقاً شرطی است که پیش از این برای شروع انتشار تابش پیدا کردیم. و شرطی است که باید سیستم داشته باشد تا یک موج چگالی بار پیدا کند.

برای اینکه گاز الکترونی (پلاسما) شرایط انتشار موج را داشته باشد و این نوسانات را تحمل کند باید:

$\epsilon(\omega) = 0$

زمانی که نوسانات اگر هم را خنثی می‌کنند دیگر موج میدان شده در محیط منتشر نمی‌شود در این حالت‌های

الکترونی داخل فلز تعریف می‌شود پلاسما ← مجموعه‌ای از بارهای الکتریکی

طبیعت این موج چگالی بار، موسوم به نوسان پلاسمایی یا پلاسمون را می‌توان برحسب مدل ساده‌ای درک کرد.

جمع‌بندی:

تقریب الکترون آزاد ← اساس مدل درود

تقریب الکترون مستقل

تئوری جنبشی گازهای کلاسیک

شخصی به نام زومرفلد علت اصلی مشکلات درود را در فیزیک کلاسیک دید.

در حوزه‌ی کوانتومی از نظریه جنبشی گازها صرف نظر کرد و از تئوری کوانتومی استفاده کرد

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r})\right]\psi(\vec{r},t) = E\psi(r,t)$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) = \psi_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \longrightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E$$

زمانی شرایط مرزی را ثابت می‌کنیم در واقع شرط کوانتیزاسیون را انجام داده‌ایم

شرط مرزی، شرایط ۲ دوره‌ای

توجه: برای درک بهتر ابتدا صفحات کتاب را خوان سپس جزوه را.

از تعریف بسامد پلاسمایی ۱۱۵ برای محاسبه ω_p استفاده می‌شود

$$\omega_p\tau = 1.6\times10^2\left(\frac{r_s}{a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{\rho_\mu}\right) \tag{۱-۳۹}$$

از آن جا که مقاومت ویژه برحسب میکرواهم سانتی‌متر، ρ_μ ، از مرتبهٔ یک یا کمتر است و از آن جا که r_s/a_0 در گسترهٔ از ۲ تا ۶ قرار دارد شرط بسامد بالای (۱-۳۶) در بسامد پلاسمایی به‌خوبی تأمین می‌شود.

در حقیقت دیده شده که فلزات قلیایی در فرابنفش شفاف می‌شوند. ارزیابی عددی (۱-۳۸) بسامدی را می‌دهد که در آن شفافیت در شرایط زیر به دست می‌آید:

$$\nu_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 11.4\times\left(\frac{r_s}{a_0}\right)^{-3/2}\times10^{15}\,\text{Hz} \tag{۱-۴۰}$$

یا

$$\lambda_p = \frac{c}{\nu_p} = 0.26\left(\frac{r_s}{a_0}\right)^{3/2}\times10^{3}\,\text{Å} \tag{۱-۴۱}$$

در جدول ۱-۵ طول موج‌های آستانه‌ای را که از (۱-۴۱) محاسبه شده‌اند به همراه آستانه‌های مشاهده‌شده فهرست کرده‌ایم. توافق بین نظریه و تجربه نسبتاً خوب است. همان‌طور که خواهیم دید ثابت دی‌الکتریک واقعی یک فلز بسیار پیچیده‌تر از است و این تا حدودی خوش اقبالی بوده که فلزات قلیایی رفتار درود را به این چشمگیری به نمایش می‌گذارند. در سایر فلزات سهم‌های دیگری در ثابت دی‌الکتریک وجود دارند که با «جملهٔ درود» رقابت اساسی دارند.

جدول ۱-۵ طول موج‌های نظری و مشاهده‌شده که در کمتر از آن فلزات قلیایی شفاف می‌شوند.

عنصر	λ نظری[الف] (10^3 Å)	λ مشاهده‌شده (10^3 Å)
Li	1.5	2.0
Na	2.0	2.1
K	2.8	3.1
Rb	3.1	3.6
Cs	3.5	4.4

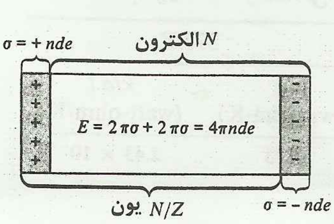
طبیعت این موج حقیقتی بار ـ موسوم به نوسان پلاسمایی یا پلاسمون، را می‌توان برحسب مدل بسیار ساده‌ای درک کرد. تصور کنید که همه‌ی یک گاز e را نسبت به اندازه‌ی d نسبت به زمینه‌ی بی‌حرکت و ثابت یونی جابجا کنیم شکل زیر. بار سطحی تولیدشده یک میدان الکتریکی به اندازه‌ی $4\pi\delta$ به وجود می‌آورد که در آن δ بار به ازای واحد سطح در هر سر تیغه است. در نتیجه گاز e به طور یکپارچه از معادله‌ی حرکت زیر تبعیت می‌کند:

$$Nm\ddot{d} = -Ne|4\pi\delta| = -Ne(4\pi nde) = -4\pi ne^2Nd$$

که منجر به نوسان با بسامد پلاسمایی می‌شود.

مشاهدات مستقیم اندکی در مورد پلاسمون‌ها انجام گرفته‌اند و قابل توجه‌ترین آن‌ها احتمالاً مشاهدهٔ اتلاف انرژی الکترون‌های شلیک شده به درون فیلم‌های فلزی نازک، برابر با مضارب $\hbar\omega_p$ بوده است[1]. با این حال امکان برانگیختگی آن‌ها در دیگر فرایندهای الکترونی را باید همیشه مدنظر داشت.

~~نوسان پلاسمایی~~



شکل ۱-۵ مدل ساده‌ای از نوسان پلاسمایی

۱- توزیع پواسون

در مدل درود احتمال انجام یک برخورد توسط e در بازه‌ی بسیار کوچک dt، برابر $\frac{dt}{\tau}$ است

(الف) نشان دهید احتمال آن‌که الکترونی که در لحظهٔ معلومی به‌صورت کاتوره‌ای اختیار شده است در طول t ثانیهٔ قبل هیچ برخوردی انجام نداده باشد برابر با $e^{-t/\tau}$ است. نشان دهید که این الکترون در t ثانیهٔ بعد هم با همان احتمال هیچ برخوردی نخواهد داشت.

(ب) نشان دهید احتمال این‌که بازهٔ زمانی بین دو برخورد متوالی یک الکترون در گسترهٔ از t تا $t+dt$ قرار گیرد $(dt/\tau)e^{-t/\tau}$ است.

(پ) به‌عنوان نتیجه‌ای از (الف) نشان دهید که در هر لحظه فاصلهٔ زمانی متوسط از برخورد قبلی (یا تا برخورد بعدی) که روی همهٔ الکترون‌ها میانگین‌گیری شده باشد برابر τ است.

(ت) به‌عنوان نتیجه‌ای از (ب) نشان دهید که فاصلهٔ زمانی میانگین بین دو برخورد متوالی یک الکترون τ است.

(ث) بند (پ)، بیان می‌کند که در هر لحظه فاصلهٔ زمانی T بین برخورد قبلی و بعدی که روی همهٔ الکترون‌ها میانگین‌گیری شده باشد برابر 2τ است. توضیح دهید چرا این نتیجه با بند (ت) ناسازگار است. (یک توضیح دقیق باید حاوی استخراج توزیع احتمال برای T باشد.) قصور درود در پذیرش این نکتهٔ ظریف باعث شد که او رسانندگی را نصف مقدار (۱-۶) به‌دست آورد. او این اشتباه را در محاسبهٔ رسانندگی گرمایی مرتکب نشد و ازاین‌رو یک ضریب دوی اضافی در عدد لورنتس به‌دست آورد.

۲- گرمایش ژول

فلزی را در دمای یکنواخت و میدان ایستای یکنواخت $\mathbf{E}$ در نظر بگیرید. یک الکترون برخوردی را انجام می‌دهد و سپس بعد از زمان t متحمل یک برخورد دیگر می‌شود. در مدل درود، انرژی در حین برخورد پایسته نیست، زیرا سرعت میانگین الکترونی که از برخورد بیرون می‌آید به انرژی‌ای که از زمان برخورد قبلی از میدان کسب کرده بستگی ندارد. (فرض ٤ صفحهٔ ١٢).

(الف) نشان دهید میانگین انرژی‌ای که در دومین برخورد از دو برخورد با فاصلهٔ زمانی t از هم جذب یون‌ها شده و از دست می‌رود برابر با $(eEt)^2/m$ است. (میانگین‌گیری در تمام جهاتی که الکترون پس از اولین برخورد داشته است انجام می‌شود.)

(ب) با استفاده از نتیجهٔ مسئلهٔ ۱ (بند (ب)) نشان دهید که میانگین انرژی هدر رفته روی یون‌ها به‌ازای هر الکترون در هر برخورد برابر با $(eE\tau)^2/m$ است، و در نتیجه میانگین اتلاف انرژی در سانتی‌متر مکعب در ثانیه برابر با $(ne^2\tau/m)E^2 = \sigma E^2$ است. نتیجه بگیرید که توان تلف شده در سیمی به طول L و سطح مقطع A برابر با IR^2 است که در آن I جریان و R مقاومت سیم است.

Subject: 39
Year. Month. Date. ( )

۱) ثابت: مربوط به زمانی است که ریسمان در سر آن به جای محکم بسته شده باشد

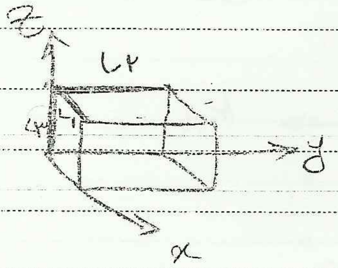
$x=0$ $x=L$

اشکال در این نوع شرایط برای یک ذره این است که در دو نقاط تعیین شده روی ذره باید تابع موج صفر شود. یعنی هیچ موجی نه وارد شود نه خارج. یعنی با محیط هیچ کنشی نداشته باشد و این خلاف چیزی است که ما می خواهیم

۲) دوره ای: همان ریسمان را روی خودش بر می گردانیم.
(A) در این نقطه باید تابع موج یکسان داشته باشیم هر چند بار که این مسیر را دور بزنیم

A $\psi(x) = \psi(x+L)$

این شرط نیز دارای مشکل است ریسمان را می توان به صورت حلقه درآورد ولی یک سطح دو بعدی را نمی توان در راستاهای x و y به هم برسانیم.



تابع موج باید در دو نقطه A و B یکی باشد.

$V = L_1 L_2 L_3$ (1)

شرط مرزی بورن - فون کارمن: (2) $n = \frac{N}{V}$

$\psi(x, y+L_2, z) = \psi(x,y,z)$ (3)

$\psi(x+L_1, y, z) = \psi(x,y,z) \xrightarrow{4} e^{ik_x L_1} = 1 \rightarrow$ (5) $\begin{cases} k_z L_3 = n_3 \pi \rightarrow k_z = \frac{2n_3}{L_3}\pi \\ k_y L_2 = n_2 \pi \rightarrow k_y = \frac{2n_2 \pi}{L_2} \\ k_x L_1 = n_1 \pi \rightarrow k_x = \frac{2n_1 \pi}{L_1} \end{cases}$

$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$ (6) $\psi(x,y,z) = \psi_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}$

$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m}\left(\left[\frac{2n_3}{L_3}\right]^2 + \left[\frac{2n_2}{L_2}\right]^2 + \left[\frac{2n_1}{L_1}\right]^2\right) \xrightarrow{7} E = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$ (8)

n ها را از کمترین مقدار جایگزین می کنیم تا مقادیر بعدی
هر بردار موج معرف یک حالت می باشد: k_x k_y k_z

در واقع هر تراز فقط یک الکترون را در خود جای می دهد.

کمیتی: اصل طرد پاولی تابع الکترون ها باید از چه شرایطی تبعیت کند

PAPCO
33

Subject: 40
Year.　Month.　Date.　(　)

$\frac{\text{تعداد کل الکترون‌ها}}{2}$ = تعداد کل حالت‌ها　(9) رابطه

عملگر $\vec{P} = -i\hbar\nabla \longrightarrow \frac{P^2\psi}{2m} = E\psi$　(10)

ویژه مقدار عملگر P وقتی روی تابع $\psi(r)$ اثر کند چه بدست می‌آید؟

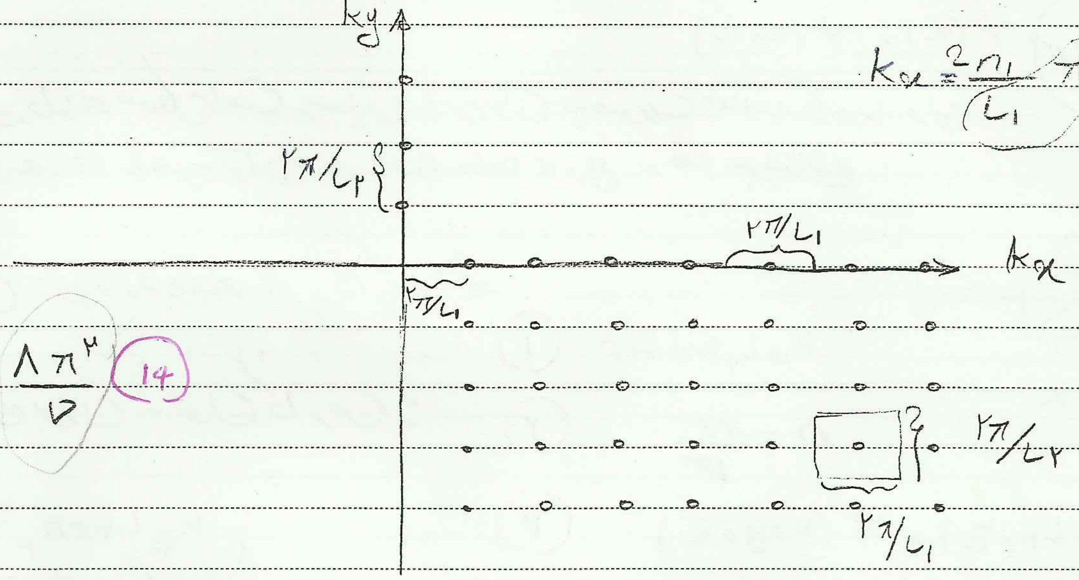
$\vec{P}\psi(\vec{r}) = -i\hbar\nabla \underbrace{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}_{ik\,e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}$　(11)　$\longrightarrow \hbar\vec{k}\,\psi(\vec{r})$　(12)

$k_z = \frac{2n_3}{L_3}\pi$

$k_y = \frac{2n_2}{L_2}\pi$　(13)

$k_x = \frac{2n_1}{L_1}\pi$

$L_1 < L_2 < L_3 \Longrightarrow k_x > k_y > k_z$



$\frac{(2\pi)^3}{L_1L_2L_3} = \frac{8\pi^3}{V}$　(14)

- در واحد حجم شبکه وارون چند بردار k داریم؟

نقطه	حجم
1	$8\pi^3/V$
δ	1

$\longrightarrow \delta = \frac{V}{8\pi^3}$　(15)　برای هر نقطه ما حجم $\frac{8\pi^3}{V}$ داریم

چون L ها خیلی بزرگند فواصل ما خیلی کوچک‌اند. (روی محور)

تقریباً اتصالی بین k های نوک بردارهای شبکه وارون وجود دارد.

برای محاسبه انرژی:

n تعداد الکترون‌ها در واحد حجم که خیلی بسیار زیاد است و چیزی در حدود ($1cm^3$) $n \sim 10^{23}$ و

تعداد بردارهای k نیز بسیار زیاد خواهد بود.

Subject: 41
Year. Month. Date. ( )

$$\sum_k f(\vec{k}) \to \int f(\vec{k})\, d\vec{k} \qquad (16)$$

$$d\vec{k} = dk_x + dk_y + dk_z \qquad (17)$$

k مقدار پیوسته ندارد که بخواهیم به راحتی Σ را به ∫ تبدیل کنیم بایستی ببینیم در حجم dV چند k مجاز موجود هستند. در واحد حجم $\frac{V}{8\pi^3}$ مقدار مجاز داریم پس مقدار انتگرال باید در $\frac{V}{8\pi^3}$ باید ضرب شود. چون همه نقاط دارای k های مجاز هستند.

تفاوت فیزیک کلاسیک و آماری:

$$F_{MB}(E) \propto e^{-E/k_BT} \qquad (18)$$

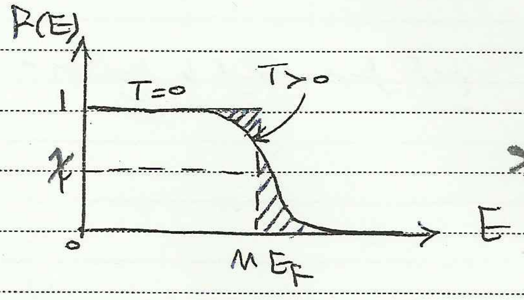
تابع توزیع ماکسول بولتزمن:

احتمال مشاهده ذرات در دمای T با انرژی بین E و E+dE، هرچه تعداد ذرات کمتر باشد انرژی نیز بیشتر است. یعنی احتمال مشاهده کمتر باشد انرژی بیشتر است و هرچه احتمال مشاهده بیشتر باشد انرژی کمتر است.

به جای تابع بالا دو تابع توزیع فرمی - دیراک و دیگری نیز بوز انیشتین داریم

فرمیون $$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_BT}+1} \qquad (19)$$

بوزون $$f_{BE}(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_BT}-1} \qquad (20)$$



الکترون ها = فرمیون هستند

نکته: در دمای T_0 انرژی همان E_F است.

نکته: احتمال اشغال برای انرژی های خیلی بالا صفر می شود

فرمیون if $E < E_F$ $\rightarrow \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_BT}+1} \rightarrow \frac{1}{e^{(E-E_F)/0}+1} = \frac{1}{2}$

وقتی $T>0$ و $E=\mu$ باشد ← توان $e^{(E-E_F)/k_B}$ صفر خواهد شد و حاصل $\frac{1}{2}$ خواهد شد

نکته: پتانسیل شیمیایی را برای دماهای بزرگتر از صفر در نظر می گیریم

پس پتانسیل شیمیایی باید تابع دما باشد:

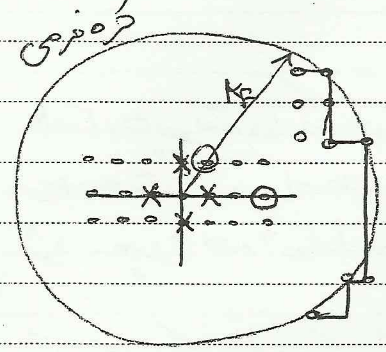
$$\lim_{T\to 0} \mu = E_F$$

Subject: 42

Year. Month. Date. ( )

تحقیق: بررسی کنید نوترینوها و پروتون ها بوزون هستند یا فرمیون؟

تحقیق: با رسم تابع فرمی دیراک در دماهای مختلف نشان دهید که μ تابعی از دما است.



بردار موج آن ها حداکثر مقدار k_F را دارد.

در دمای $T=0$ کره ی فرمی چه چیزی را نشان می دهد؟

سطح دمای اشغال شده و اشغال نشده در صفر کلوین باشد.

احتمال اشغال هر تراز با انرژی بین E و $E+dE$ برابر می شود

با $E<E_F$ برای $E>E_F$ احتمال اشغال صفر است.

دما اگر اندکی بیشتر شود الکترونها برانگیخته می شوند. این انرژی حرارتی

$K_BT_{Room} \simeq 0.025 (eV)$ $\quad E_F \sim 1eV$

کره ی فرمی کره ای است با شعاع k_F و انرژی که روی سطح کره قرار می گیرد دارای انرژی E_F

الکترون های نزدیک به سطح کره ی فرمی برانگیخته می شوند

بین در نمودار $P(E) - E$ صفحه ی قبل سطح زیر نمودار مقداری ثابت است و تغییر نمی کند

$N = \int P(E)\, dE$

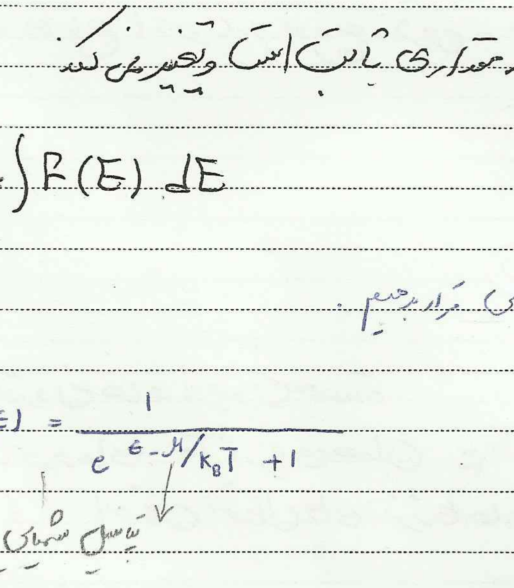
تمام e های موجود در حجم یک را می توانیم در کره ی فرمی قرار بدهیم.

$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/K_BT}+1}$

پتانسیل شیمیایی

— تابع توزیع را اینگونه در نظر گرفتیم

if $T=0 \Rightarrow f(E)=0$



— مساحت قسمت هاشور زده باید برابر باشد.

در دماهای بالا هم این قسمت شکل خاص خودش را دارد.

— شکل تابع توزیع تغییر می کند.

برابر صورت نسبت عکس انحنا دارد.

PAPCO

if $\mu > E \Rightarrow f(E) \neq 1 = 0$

چرا که $N = 2\int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon)\, d\epsilon$ (23)

سطح زیر نمودار باید ثابت باشد. در هر دمایی، برای فلزاتی که الکترونهای ثابت دارند تابعی از e، با محیط خارج تبادل ندارند فرض است.

if $\mu = \epsilon$ و $T = 0 \Rightarrow f(\epsilon) = \frac{1}{2} \rightarrow$ خط چین عمودی در شکل

$$\underset{T \neq 0}{f(\epsilon)} = \begin{cases} 1 & \epsilon < \mu \\ 0 & \epsilon > \mu \end{cases}$$ (24)

- μ تابعی شیبدار تابعی از دماست که حدش اگر $T \to 0$، در این صورت $\leftarrow \lim_{T \to 0} \mu(T) = \epsilon_F$

- تفاوت μ و ϵ_F در هر دمایی که باشد خیلی کم خواهد بود. اگر T بیشتر شود خیلی، بلور ما از فرم خودش خارج می‌شود دیگر صحبت از بلور و تقسیم نمی‌توانیم داشته باشیم. شکل نمودار ϵ_F خیلی کوچک شروع می‌شود.

- اگر حجم فلز را ثابت کنیم تغییر خیلی نکند پس μ جای هم تغییر نخواهد کرد. انرژی کل فلز را با E نشان می‌دهیم

یا تعداد کل e ها را بنویسیم $N = 2\sum_{K < K_F} 1$ (26)

$\rightarrow E_{T=0} = 2\sum_{K < K_F} \epsilon(\vec{K})$ (25)

یعنی: - ازای تمامی e که داخل کره‌ی فرمی هستند را بشماریم و هر چه شد با توجه به اینکه در تمامی نقاط جهت گیری اسپین بستگی دارد آن را در 2 ضرب می‌کنیم.

اگر بخواهیم انرژی کل را بنویسیم:

به علت تعداد زیاد $\sum$ به $\int$ تبدیل

$$E = 2\int_{K < K_F} \epsilon(\vec{K})\, d(\vec{K})\, \frac{V}{8\pi^3}$$ (27)

در دستگاه مختصات کروی

$r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

تعداد نقاط K مجاز در واحد حجم فضای دارد

- به خاطر در حجم dK همه K ها را می‌توان در نظر بگیریم برای $\int$ K های مجاز در نظر می‌گیریم

$$\text{if} \quad \underset{T=0}{N} = 2\int_{k\leqslant k_F} dk \, \frac{V}{8\pi^3} \qquad (28)$$

– وقتی داشتیم برای تابع موج کت را برای فلزی که ناشی از آنسامبل فلزی که با انرژی پتانسیل صفر یعنی e ها را کاملا آزاد فرض می‌کنیم،

در این صورت : با استفاده از 27 و 28 داریم :

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad (29) \Rightarrow E = \frac{V}{4\pi^3} \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{k=0}^{k_F}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} k^2 \, dk \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \qquad (30)$$

$$4\pi^3 \leftarrow 2\times\frac{V}{8\pi^3}, \qquad \int_{\varphi=0}^{2\pi} \to 2\pi, \qquad k^2 \cdot k^2 = k^4$$

$$\int_0^\pi \sin\theta = 2 \qquad\qquad E = \frac{V}{\pi^2}\frac{\hbar^2}{2m}\int_0^{k_F} k^4 \, dk \qquad (31)$$

$$\Rightarrow E = \frac{V\hbar^2}{2m\pi^2}\frac{k_F^5}{5} \qquad (32)$$

حال 29 را در رابطه 32 قرار داده پس برای E داریم :

$$E = \frac{V \epsilon_F k_F^3}{5\pi^2} \qquad (33)$$

با توجه به اینکه $N = \frac{V k_F}{3\pi^2}$ (34) در رابطه 33 جایگذاری می‌کنیم پس داریم ← زیرا

$$N = 2\int k^2 \, dk \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \frac{V}{8\pi^3} \to \int \frac{V}{4\pi^3} k^2 \, dk \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{V}{4\pi^3} 2\pi \Big]_0^{k_F} \tfrac{1}{3} k^3 (2) = \frac{V}{3\pi^2} k_F^3$$

$$E = \frac{3\epsilon_F N}{5} \qquad (35)$$

$$\Rightarrow E = \frac{3N}{5} \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 N)^{2/3} V^{-2/3}}_{\epsilon_f} \qquad (35)$$

با توجه به درس صفحه بعد خواهی دانست از کجا آمد.

ϵ_k را 3 بعدی در نظر می‌گیریم.

راه دیگر برای محاسبه N

$$2\left(\frac{4\pi}{3}k_F^3\right)\frac{V}{8\pi^3} = N$$

نوشته‌های آبی در فرمول 37 تعداد K مجاز در واحد حجم فضای دارد (37)
است وقتی $\times 2$ می‌کنیم تعداد کل e در کره‌ی فرمی را می‌دهد.

در آن کره‌ی فرمی شعاع را با k_F نشان می‌دهیم

حاصل ما

$$\Rightarrow N = \frac{k_F^3}{3\pi^2}V \quad (38)$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{k_F^3}{3\pi^2} \quad (39)$$ چگالی حجمی e ها

$$\Rightarrow k_F = (3\pi^2 N)^{1/3}\, V^{-1/3} \quad (40) \quad \text{or} \quad k_F = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} \quad (41)$$

اگر ϵ_F را داشته باشیم کمیت‌های پارامترهای ما برای ما حاصل می‌شود.

می‌دانیم تکانه خطی $p_F = \hbar k_F$ (44) در کره‌ی فرمی است. $p_F = m v_F$ (42)

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m} \quad (43)$$

با توجه به فرمول 37 داریم

$$\frac{V}{N} = \frac{4\pi}{3}(r_s)^3 = \frac{1}{n}$$

$\frac{V}{N} \downarrow \frac{1}{n}$

r_s: برای فلزات مختلف

با توجه به شعاع n را می‌توانیم بدست بیاوریم: $n = \frac{3}{4\pi r_s^2}$ (44)

$$\Rightarrow n \cong 10^{23}$$

در متر

- در فلزات مختلف بر حسب اینکه n آنها چقدر باشد که k_F از مرتبه عکس آنگستروم بدست می‌آید

$$k_F \sim 1\ (A^{\circ\,-1})$$

45 حالا کار جسم $1eV$ براساس $\epsilon_F = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ که برحسب eV بدست می آید

$$\epsilon_F = \frac{1}{2} m v_F^2 \Rightarrow v_F = 10^8 \frac{cm}{s}$$ 46

مثلاً ـ 43 که برحسب محاسبات کوانتمی بدست آمد $v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = 10^8 \frac{cm}{s} = 10^6 \frac{m}{s}$ 47

براساس مدل درود v_F متناظر است با بیشترین انرژی یک مرتبه بزرگی 10^7 بود که $v_0 = 0.1$ برابر حساب کرده بود

$\%1 = v_0^2$ حساب می کنیم

$$\epsilon_F = K_B T_F$$

$\downarrow$

عددی از مرتبه 10^4 کلوین است.

— ما فلزی را بررسی کردیم و دیدیم الکترونهایی که در سطح کره ی فرمی قرار گرفته اند 10^4 است.

— دمای اتاق را برابر دمای صفر درنظر می گیریم. فلز در دمای اتاق در حالت پایه درنظر می گیریم ـ تا 10^2 کلوین می توانیم پایه و صفر درنظر بگیریم. و ـ همین علت است که در دمای اتاق در دمای پایه هستند. اگر دما خیلی بالا برود دراین صورت فلز را درحالت پایه درنظر نمی گیریم

انرژی که به هرکدام از eها می رسد برای مدل درود $\frac{E}{N} = 0 \xrightarrow{\text{چون}} T = 0$ 48 می دانیم

$\frac{E}{N} = 0 \Rightarrow T = 0$

$\frac{E}{N} = 0 \Rightarrow T = 0$

تعادل رابطه ی 33 و رابطه ی 34 اگر $\frac{E}{N}$ را حساب کنیم داریم

$$\frac{E}{N} = \frac{\frac{\cancel{V} \epsilon_F K_F^{\cancel{3}}}{5\cancel{\pi^2}}}{\frac{\cancel{V}}{3\cancel{\pi^2}} K_F^{\cancel{3}}} = \frac{3}{5} \epsilon_F$$ 49

که مدل زومرفلد را به ما می گوید.

می‌دانیم K تراکم‌پذیری

$$B = \frac{1}{k} = -V\frac{\delta P}{\delta V} \quad (50) \qquad N \sim \int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon)\, d\epsilon \quad (51)$$

دیفرانسیل فشار
↓
تغییر حجم به ازای فشار
مدول حجمی

$$\Rightarrow K = \frac{-1}{V}\frac{\delta V}{\delta P} \quad 50 \text{ نشان } (52)$$

باید بتوانیم P را برحسب V داشته باشیم.

قانون اول ترمودینامیک می‌گوید

$$dU = T\,dS - P\,dV \quad (53)$$

برای $T=0$

$$\Rightarrow \text{جمله اول} = 0 \Rightarrow P = -\frac{\delta E}{\delta V}\;\frac{-\delta U}{\delta V} \quad (54)$$

$$\text{۳۶ نشان } P = \frac{N\hbar^2 (3\pi^2 N)^{3/2}}{5m} V^{-5/3} \; (55) \xrightarrow{\text{نشانه ۵۰}} B = \frac{5}{3} \times \frac{N\hbar^2 (3\pi^2 N)^{2/3}}{5m} V^{-5/3} \quad (56)$$

$$P = \frac{2}{3} V^{-5/3} \times \frac{3N}{5}\hbar^2 \frac{(3\pi^2 N)^{2/3}}{2m} \quad (57)$$

صورت و مخرج رابطه 55 را در $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{2}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم

صورت و مخرج رابطه 55 را به $V^{-2/3}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم. بدست می‌آید؛ دیگر به 2 ضرب می‌کنیم

$$B = \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{2N\hbar^2 (3\pi^2 N)^{2/3} V^{-2/3}}{2\cancel{5}m} \frac{1}{V} \quad (58)$$

می‌دانیم $n = \frac{N}{V}$

$$B = \frac{2}{3} n \frac{\hbar^2 (3\pi^2 N)^{2/3} V^{-2/3}}{2m} \quad (59)$$

نشانه رابطه 36 داریم

$$\epsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 N)^{2/3} V^{-2/3} \Rightarrow \text{با جایگذاری} \Rightarrow B = \frac{2}{3} n \epsilon_f \quad (60)$$

این B را برای فلزات مختلف مقایسه کردند و در نتیجه از مرتبه بزرگی B هماهنگ است با مقدار تجربی ← در مورد فلزات موفق بوده

تراکم‌پذیری عکس مقاومت در مقابل تغییر حجم برحسب فشار یا مقاومت e در برابر فشار را می‌سنجیم؛ در این به e ها برمی‌گردد.

- بنابر رابطه 50 هرچه فشار ↑ باشد تغییرات حجم هم با آن زیاد می‌شود.

نتایجی که تا حالا بدست آوردیم برای دمای صفر است قبل از اینکه بریم به دمای غیر صفر می داشتیم بنا به رابطه 27.

$$E = \int_{\substack{k \leq k_F \\ T=0}} \frac{2V}{8\pi^3}\, dk \quad \epsilon(k) \qquad (61)$$

و

$$N = \int_{\substack{k \leq k_F \\ T=0}} \frac{2V}{8\pi^3}\, dk \qquad (62)$$

حالا می دانیم $u = \frac{E}{V}$ و $\frac{N}{V} = n$ است. پس داریم

$$u = \int_{\substack{k \leq k_F \\ T=0}} \frac{1}{4\pi^3}\, dk \quad (\epsilon(k)) \qquad (63)$$

انرژی در واحد حجم

$$n = \int_{\substack{k \leq k_F \\ T=0}} \frac{1}{4\pi^3}\, d\vec{k} \qquad (64)$$

درنظر می گیریم

$$\frac{dk}{4\pi^3} = g(\epsilon)\, d\epsilon \qquad (65)$$

که چگالی حالتها نام دارد.

تعداد ترازهای تک e در بازه‌ی انرژی $E \leq \epsilon < E + d\epsilon$ در واحد حجم

تعداد e ها را اینجا بدست می‌آوریم:

65 را در 61 و 62 جایگذاری می کنیم. داریم:

$$u = \int_{\substack{\epsilon=0 \\ \epsilon \leq \epsilon_f \\ T=0}}^{\epsilon_f} g(\epsilon)\, d\epsilon \qquad (66)$$

$$n = \int_{\substack{\epsilon=0 \\ T=0}}^{\epsilon_F} g(\epsilon)\, d\epsilon. \qquad (67)$$

دنیز طبق 65 برای 61 داریم:

$$E = 2 \sum_{k \leq k_F} \epsilon(k)\, f(k) \qquad (68)$$

$$u = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\epsilon)\, d\epsilon\, f(\epsilon)\, \epsilon \qquad (67)$$

$$n = \int_{\substack{-\infty \\ T=0}}^{+\infty} g(\epsilon)\, d\epsilon\, f(\epsilon) \qquad (68)$$

چرا

انرژی منفی چگالی حالتها معنا ندارد پس

$-\infty$ تبدیل می‌شود به 0 و هم صفر را در نظر می‌گیریم

پس روابط 66 و 67 درست اند که $-\infty$ به 0 رو دست کردیم.

F از μ به بعد صفر است و از μ کوچکتر، 1 است.

حالا برای دمای غیر صفر مطلق بررسی می‌کنیم. اول چگالی حالتها را بررسی می‌کنیم (در 3 بعدی)

$$\frac{\cancel{4\pi} k^2\, dk}{\cancel{4}\pi^3} = g(\epsilon)\, d(\epsilon) \Rightarrow \frac{k^2}{\pi^2}\frac{dk}{d\epsilon} = g(\epsilon) \Rightarrow$$ می‌دانیم $$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow \frac{d\epsilon}{dk} = \frac{\hbar^2}{\cancel{2}m}\cancel{2}k\, dk$$

چون در فضای 3 بعدی کره به شعاع k داریم

المان حجمی برابر است با

$$\Rightarrow \frac{k^2}{\pi^2}\frac{1}{\frac{d\epsilon}{dk}} = g(\epsilon) \Rightarrow g(\epsilon) = \frac{k^2}{\pi^2}\frac{m}{\hbar^2 k} \qquad (68)$$

در فضای 3 بعدی $$g(\epsilon)_{3D} = \frac{mk}{\pi^2\hbar^2} \Rightarrow g_{3D}(\epsilon) = \frac{m}{\pi^2\hbar^2}\sqrt{\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}} \qquad (69)$$

تعداد ترازها را به ما می‌دهد $$n = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\epsilon)\, f(\epsilon)\, d\epsilon \qquad (70)$$

احتمال اشغال هر یک ترازها

تناسب با رابطه‌ی 39

$$g(\epsilon)_F = \frac{mk_F}{\pi^2\hbar^2} = \frac{m}{\pi^2\hbar^2}\sqrt{\frac{2m\epsilon_F}{\hbar^2}} \Rightarrow \frac{g(\epsilon)_F}{n} = \frac{3m}{\hbar^2 k_F^2} \Rightarrow g(\epsilon)_F = \frac{3}{2\epsilon_f} \qquad (71)$$

رابطه 39 $n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$

$$\Rightarrow g(\epsilon_F) = \frac{3n}{2\epsilon_f} \qquad (72)$$

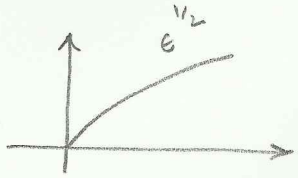
چگالی حالتها در حالت 2 و یک بعدی را بدست می‌آوریم:

$$\frac{2\pi k\, dk}{4\pi^2}$$ در دو بعدی $$\times 2 \Rightarrow \frac{k\, dk}{2\pi}\frac{\times 2}{d\epsilon} = g(\epsilon) \Rightarrow \frac{k\, dk}{\pi\, d\epsilon} = g(\epsilon) \Rightarrow \qquad (73)$$

$$\frac{k}{\pi} = g(\epsilon)\underbrace{\frac{d\epsilon}{dk}}_{\frac{\hbar^2 k}{m}} \Rightarrow \frac{d\epsilon}{dk} \qquad g(\epsilon) = \frac{k}{\pi}\,\frac{m}{\hbar^2 k} = \frac{m}{\pi\hbar^2} \qquad (74)$$

پس در دو بعدی ساده است و ربطی به تابع انرژی ندارد.

در دو بعدی تعداد ترازهای تک e در تمام بازه‌های انرژی تغییر نمی‌کند در حالی که در 3 بعدی $g(\epsilon)$ برحسب ϵ تغییر می‌کند.



و حالت 1 بعدی

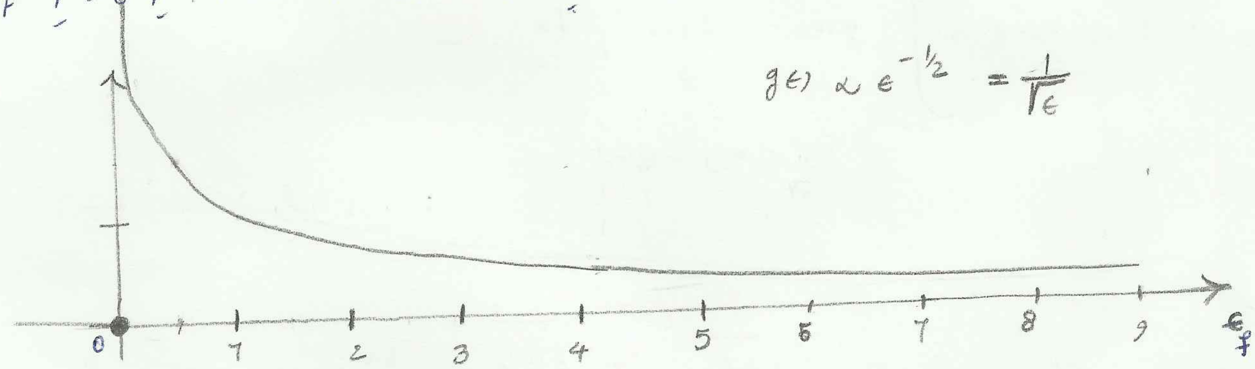
$$\frac{dk}{2\pi}\times 2 = g(\epsilon)\,d\epsilon$$

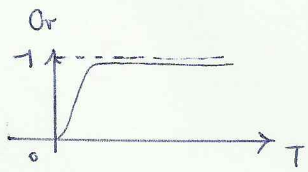
$$\frac{dk}{\pi} = g(\epsilon)\,d(\epsilon) \Rightarrow g(\epsilon) = \frac{1}{\pi}\,\frac{d(\epsilon)}{d(k)} \Rightarrow g(\epsilon) = \frac{m}{\pi\hbar^2 k} \Rightarrow g(\epsilon) \propto \epsilon^{-1/2} \qquad (75)$$

$$\frac{\hbar^2 k}{m}$$

که در حالت یک بعدی هم ربط به ϵ دارد ولی در 2 بعدی ندارد پس اگر تعداد کل e‌ها را داشته باشیم می‌توانیم ϵ_F را حساب کنیم

$$g(\epsilon) \propto \epsilon^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$





سهم e در شرایط عادی 3R از سهم e است بقیه سهم شبکه یونی است.

شبکه یونی بالنسبه ساکن است با در نظر گرفتن

$$u = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\epsilon)\,d\epsilon\,f(\epsilon)\,\epsilon \qquad (76)$$

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\epsilon)\,d\epsilon\,f(\epsilon) \qquad (77)$$

با استفاده از زمرفلد ← که در کتاب هست

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H(\epsilon)f(\epsilon)\,d\epsilon = \int_{-\infty}^{\mu} H(\epsilon)\,d(\epsilon) + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)^2 H(\mu) + \frac{7\pi^4}{360}(K_B T)^4 H'''(\mu) + O(T^5) \qquad (78)$$

$F(T)$ در دمای غیرصفر است: این روناشی از بسط زومرفلد است و ما u و n را حساب می‌کنیم.

- در یک فلز $\frac{T_{Room}}{T_F} = 10^{-2}$ (۳۱) هم چنین فرض می‌کنیم پس در بسط زومرفلد تا درجه ۲ در نظر می‌گیریم:

$$H = \epsilon g(\epsilon) \quad (80)$$

پس u را مطابق فرمول (78) می‌نویسیم.

$$u = \int_{-\infty}^{\mu} g(\epsilon)\, d\epsilon + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)\left[\mu g'(\epsilon) + g(\mu)\right] + O\left(\left(\frac{T}{T_F}\right)^4\right) \quad (81)$$

0 در نظر بگیر

$g'\epsilon + g\epsilon$

$$n = g(\epsilon)\, d\epsilon + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)^2 g'(\epsilon) + O\left(\left(\frac{T}{T_F}\right)^4\right) \quad (82)$$

$$\Rightarrow \int_0^{\mu} H(\epsilon)\, d\epsilon = \int_0^{\epsilon_F} H(\epsilon)\, d\epsilon + \int_{\epsilon_F}^{\mu} H(\epsilon)\, d\epsilon \quad (83)$$

در این بازه‌ها فرقی ندارد پس H خودش بیرون می‌آید

$$u = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon\, g(\epsilon)\, d\epsilon + g(\epsilon_F)\,.\,\epsilon_F(\mu - \epsilon_F) + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)^2\left[\mu g'(\mu) + g(\mu)\right] + O\left(\left(\frac{T}{T_F}\right)^4\right) \quad (84)$$

u_0: همچنین در دمای صفر - (دمای) بزرگتر از μ صفر و کوچکتر از μ برابر یک است پس همان u_0 است

$$n = \underbrace{\int_0^{\epsilon_F} g(\epsilon)\, d\epsilon}_{n_0 \text{ است}} + \underbrace{g(\epsilon_F)(\mu - \epsilon_F) + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)^2 g'(\mu)}_{\text{کل این عبارت باید صفر شود تا کل } n \text{ و } n_0 \text{ برابر باشند}} + \cancel{O\left(\left(\frac{T}{T_F}\right)^4\right)} \quad (85)$$

چون کوچک است $= 0$

تغییر دما با ثابت بودن V ↑ می‌رود فرض می‌کنیم $n = n_0$ و صرف نظر از V ↑، می‌کنیم

در دمای حالات بالا 81 چون μ خیلی نزدیک ϵ_F است پس در رابطه 81 جایگذاری می‌کنیم.

$$u = u_0 + \epsilon_F \underbrace{\left[g(E_F)(\mu - E_F) + \frac{\pi^2}{6}(K_B T)^2 g'(\epsilon_f)\right]}_{0} + \frac{\pi^2}{6}(K_B T^2)\, g(\epsilon_f) \quad (85)$$

*

$$u = u_0 + \frac{\pi^2}{6} k_B^2 T^2 \quad g(\epsilon_f) \qquad 87$$

$$C_v = \frac{\delta U}{\delta T}\Big|_{V\ \text{ثابت}} \Rightarrow C_v = \frac{\pi^2}{3} k_B^2\, g(\epsilon_f) \times T \qquad 88$$

ظرفیت گرمایی ذره مقدار به خاطر e ها سهم ذره e ها در مقدار زیر ماند.

$$g(\epsilon_f) = \frac{3}{2}\frac{n}{\epsilon_f} \xrightarrow{89} C_v = \frac{\pi^2}{2} n k_B \left(\frac{K_B T}{K_{BF}}\right) \qquad 90$$

از تقریب استفاده

$$C_v = \frac{\pi^2}{2} n k_B \left(\frac{T}{\epsilon_F}\right) \qquad 91$$

$$C_v = \frac{3}{2} n k_B \qquad 92$$

مدل درود با C_v نزدیک مقایسه کرد در ظرفیت گرمایی ذره فلزات برحسب درود را حساب کنید. ← محال است.

$$3R \times 10^{-2} = \frac{T}{\epsilon_F} \quad , \quad 3nK_B \qquad 93$$

اگر با $3R$ مقایسه کنیم:

نتیجه دیگر از این؟: (۲) وقتی در $*$ $= 0$ قرار داریم معنی این است که می‌خواهیم μ را بدست آوریم.

$$\mu = \frac{-\pi^2}{6}(k_B T)^2 \frac{g'(\epsilon_F)}{g(\epsilon_f)} + \epsilon_F \qquad 94$$

$$g_{3D}(\epsilon) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^2}\sqrt{\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}} \xrightarrow{95} g'(\epsilon) = \frac{m}{\pi^2\hbar^2}\sqrt{\frac{2m}{\hbar}}\frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \xrightarrow{96} \frac{g'(\epsilon)_F}{g(\epsilon)_F} = \frac{1}{2\epsilon_f} \qquad 97$$

۲۶ خرداد ۹۴

جایگذاری می‌کنیم →

$$\mu = \frac{-\pi^2}{6}(k_B T)^2 \frac{1}{2\epsilon_f} + \epsilon_F \Rightarrow \mu = \epsilon_F \left(1 - \frac{\pi^2}{12}\left[\frac{T}{T_F}\right]^2\right)$$

ـ اندازه‌ی ابر با ϵ_F فرق دارد.

Subject: 49
Year. Month. Date. ( )

جلسه یازدهم

فصل ۸

ترازهای انرژی: اگر اتم‌ها ایزوله باشند. در اطراف خود پتانسیل ایجاد می‌کنند

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + u(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

سطح فرمی دارای فرم کروی هستند

در یک بعد پتانسیل را حق نداریم صفر بگذاریم (چه فلز چه غیرفلز) وقتی انرژی پتانسیل صفر باشد ذرات دیگر هیچ قیدی ندارند در حالیکه می‌دانیم در بای الکترون مقید به حرکت در بین یون‌ها هستند

اگر انرژی خیلی زیاد باشد کاملاً ذرات از بلور خارج می‌کنند در حالیکه * u دارای دوره تناوب و $u \neq 0$ *

تقارن که بلور دارد حکم می‌کند که انرژی پتانسیل هم دارای دوره تناوب باشد

$$u(\vec{r}) = u(\vec{r}+\vec{R})$$

$u=0$ حالت خاص تناوبی پتانسیل است. $u=0$

قضیه ی بلوخ: BLOCH

$$\begin{cases} \psi_k(\vec{r}+\vec{R}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\,\psi_k(\vec{r}) & (1) \\ \psi_{nk}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,u_{nk}(\vec{r}) \quad \text{و} \quad u_{nk}(\vec{r}+\vec{R}) = u_{nk}(\vec{r}) & (2) \end{cases}$$

وقتی دو عملگر با هم جا به جا شوند یعنی ویژه توابع یکسانی دارند

$$H\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \xrightarrow{(1)} T_{\vec{R}}\,\psi(\vec{r}) = C(\vec{R})\,\psi(\vec{r})$$

$$T_{\vec{R}}\,f(\vec{r}) = f(\vec{r}+\vec{R})$$

$$T_{\vec{R}}\left[H_{(\vec{r})}\psi(\vec{r})\right] = H(\vec{r}+\vec{R})\,\psi(\vec{r}+\vec{R}) = H(\vec{r})\,T_{\vec{R}}\,\psi(\vec{r})$$

$$\left[H(\vec{r}),\ T_{\vec{R}}\right] = 0 \quad (1)$$

این عبارت فرض می‌کند که هامیلتونی برحسب r نوشته شده

$$T_{\vec{R}}\,T_{\vec{R}'}\,\psi(\vec{r}) = C(\vec{R})\,C(\vec{R}')\,\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}+\vec{R}'+\vec{R}) = C(\vec{R}+\vec{R}')\,\psi(\vec{r})$$

$$C(\vec{R})\,C(\vec{R}') = C(\vec{R}+\vec{R}') \qquad C(\vec{R}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}$$

$$T_{\vec{R}}\,\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\,\psi(\vec{r})$$

$$\psi(\vec{r}+\vec{R}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\,\psi(\vec{r}) \quad \checkmark$$

چون نمای e باید بدون بعد باشد k ها را برداری نشان می‌دهیم

اثبات مورد اول قضیه بلوخ (1)

حال حالت دوم را اثبات می‌کنیم

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{k} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,C_{\vec{k}} = \sum_{k}\sum_{G} e^{i(\vec{k}-\vec{G})\cdot\vec{r}}\,C_{\vec{k}-\vec{G}}$$

$\vec{k} \to \vec{k}-\vec{G}$ ضریب بسط C_k

$e^{i\vec{G}\cdot\vec{R}} = 1$

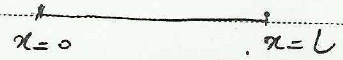
$$= \sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,\underbrace{\sum_{\vec{G}} e^{-i\vec{G}\cdot\vec{r}}\,C_{\vec{k}-\vec{G}}}_{u_{nk}(\vec{r})}$$

هر نقطه در هر یاخته واحدش متناظر است با نقطه مشابهی در همان یاخته واحد تمام شرایط برای هر دو نقطه یکسان است.

Subject: 50
Year. Month. Date. ( )

شرط مرزی در فیزیک (دوره‌ای و ثابت)

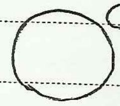
۱_ ثابت: دو نقطه را در نظر می‌گیریم در فاصله‌ی بین آنها ذره‌ای وجود ندارد. $\psi(x=0)=\psi(x=L)=0$



هیچ سیگنالی از محیط خارج به محیط داخل وارد و خارج نمی‌شود.
چون هیچ محیطی چنین شرایطی را کاملا برآورده نمی‌کند پس شرایط مرزی این حالت جالب نیست

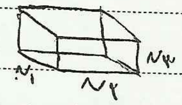
$N=N_1N_2N_3$

۲_ دوره‌ای: شرط مرزی باز بودن _ فون کارمن



L = طول ریسمان
به صورت حلقه

$\psi(x+L)=\psi(x)$



اگر بلوری داشته باشیم تعداد کل ذرات $N_1N_2N_3$ خواهد بود.
بلور سه بعدی و یک بعدی را می‌توانیم مثل ریسمان روی خودش برگردانیم.

$\psi(x+N_1a_1)=\psi(x)$ $\qquad \psi_k(\vec r+N_i\vec a_i)=\psi_k(\vec r)$

$\psi(r+R)=e^{ik\cdot R}\psi_k(0)$ $\qquad \underbrace{e^{ik\cdot N_ia_i}}_{1}\psi_k(r)=\psi_k(r)$

$\psi(\vec r)=\sum_k e^{ik\cdot r}C_k=\sum_k\sum_G e^{i(k-G)\cdot r}$ $\qquad \vec k=\sum_{j=1}^{3}m_j\vec b_j$ $\qquad e^{iG\cdot R}=1$

$\rightarrow N_i\sum_{j=1}^{3}m_j\overbrace{\vec b_j\cdot\vec a_i}^{2\pi\delta}=\underset{\text{عدد ثابت}}{n}\times 2\pi\rightarrow\cancel{2\pi}N_im_i=n\times\cancel{2\pi}$ $\qquad \vec k=m_1\vec b_1+m_2\vec b_2+m_3\vec b_3$

برای هر نقطه در راستای محور یک فضایی که اختصاص می‌یابد $\frac{2\pi}{L_1}$ است

$m_i=\frac{n_i}{N_i}$ $\qquad \vec k=\sum_{i=1}^{3}\frac{n_i}{N_i}b_i$ $\qquad$ k های مجاز را یافتیم

$\Delta\vec k_1=\frac{\vec b_1}{N_1}$

وقتی n_i و n_{i+1} را در نظر بگیریم فضایی که به هر نقطه اختصاص پیدا می‌کند در راستای محورها را پیدا می‌کنیم

تا قبل از این هر ضریبی را به صورت $\vec k=m_1\vec b_1+m_2\vec b_2+m_3\vec b_3$ می‌نوشتیم و k ها به دست می‌آمد
ولی الان فقط ضرایب خاص $k=\sum_{i=1}^{3}\frac{n_i}{N_i}b_i$

$\Delta k_1\cdot(\Delta\vec k_2\times\Delta\vec k_3)\longrightarrow$ حجم

$\Delta k=\frac{1}{N}\left|\underbrace{\vec b_1\cdot(\vec b_2\times\vec b_3)}_{V'}\right|\rightarrow$ حجم یاخته واحد در فضای وارون

$\Delta k=\frac{8\pi^3}{NV}=\frac{8\pi^3}{V}\Leftarrow V'=\frac{8\pi^3}{V}$ $\qquad$ ثابت کنید

N: تعداد کل اتم
V: حجم یاخته واحد بشاری
V: حجم کل بلور

$U(\vec r)=\sum_k U_{\vec k}e^{i\vec k\cdot\vec r}\longrightarrow U(\vec r)=\sum_{\vec G}U_{\vec G}e^{i\vec G\cdot\vec r}$

k ها فقط می‌توانند G در شبکه‌ی وارون باشند به ازای بقیه k ها برابر صفر هستند

$U(\vec r+\vec R)=U(\vec r)\rightarrow e^{i\vec k\cdot\vec R}=1\rightarrow\vec k=\vec G$

دارای مقدار مثبت و منفی است.

(2) $U_{\vec G}=\frac{1}{V}\int d\vec r\,e^{-i\vec G\cdot\vec r}U(\vec r)$

مقدار میانگین روی یاخته بنیادی برابر صفر است

اولا: $U_0=0$

ثانیا: $U_{-G}=U_G^*=U_G$ $\qquad$ توابع زوجند

PAPCO

Subject: 51
Year. Month. Date. ( )

$u(-\vec{r}) = u(\vec{r})$

$\sum_{\vec{G}} u_G e^{-i\vec{G}\cdot\vec{r}} = \sum_{G} u_{-G} e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}$ $G = -G$

u حقیقی است : $u^*(\vec{r}) = u(\vec{r}) \xrightarrow{2} \vec{G} \to -\vec{G}$

$u_G^* = \frac{1}{V}\int d\vec{r}\, e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} u(r) \underset{r\to -r}{=} \frac{1}{V}\int dr\, e^{-iG\cdot r} u(-r) = u_G \rightarrow u_G^* = u_G$

معادله شرودینگر : $u(\vec{r}) = \sum_G u_k e^{ik\cdot r}$ و $\psi(\vec{r}) = \sum_q C_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$

لاپلاس می‌گیریم ضریب q^2 می‌دهد

از معادله شرودینگر : $\sum_q \left[\frac{\hbar^2}{2m} q^2 C_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} + \sum_{\vec{G}} u_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} C_q e^{iq\cdot r}\right] = E\sum_q C_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}$

$\sum_q C_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\left[\left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} - E(q)\right) + \sum_G U_G e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}\right] = 0$

به جای G ها $G - G'$ را می‌توانیم در نظر بگیریم.

$\vec{q} \to \vec{q} - \vec{G}$

$\vec{G} \to \vec{G} - \vec{G}'$

در معادله شرودینگر $\vec{H}(r) = \frac{P^2}{2m} + u(\vec{r})$

$\vec{P} = -i\hbar\vec{\nabla}$

$\psi_{nk}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u_{nk}(\vec{r})$

$-i\hbar\vec{\nabla}\left[e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u_{n\cdot k}(\vec{r})\right] = e^{ik\cdot r}\hbar k u_{nk}(\vec{r}) + e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\left(-i\hbar\vec{\nabla} u_{nk}(\vec{r})\right)$

$\vec{P}\left[e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u_{nk}(\vec{r})\right] = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\left[\hbar\vec{k} + \vec{P}\right]\cdot u_{nk}(\vec{r})$

تعریف دیگری از قضیه بلوخ

پیام دیگر $\vec{k} \to \vec{k} + \vec{G}$ تنها به اندازه یک فاز، وقتی به توان دو می‌رسانیم حذف می‌شود

$\psi(r+R) = e^{ik\cdot R}\psi(r)$ عملگر هامیلتونی هرمیتی است در معادله شرودینگر

با چه نوع عملگرهایی را عملگر هرمیتی می‌نامند ویژه توابع آن چه خاصیتی دارند؟

شاخص‌های n در u_{nk} را شاخص نواری می‌نامند

$\frac{2\pi}{Lx}$ عدد زوج ← $\frac{2\pi}{Lx}$ عدد بزرگ، فواصل آنها k ها k های مجاز که

چون k ها خیلی به هم نزدیک هستند

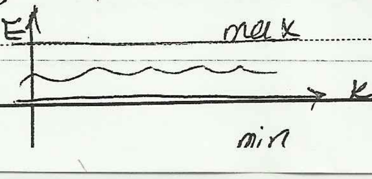
به ازای هر یک از این k ها یک نوار انرژی متفاوت خواهیم داشت ← می‌توانیم نمودار انرژی را یک نمودار پیوسته در نظر بگیریم

$E_{n,\vec{k}+\vec{G}} = E_{n\vec{k}}$

در هر نواری اگر انرژی به ازای

در هر یاخته بنیادی اگر یک مقدار انرژی بدست آوریم در یاخته بنیادی بعدی هم باید همان انرژی را بدست آوریم. از هر یاخته بنیادی به یاخته بنیادی دیگر مقدار انرژی یکسان است.

این الگو تا بی‌نهایت تکرار می‌شود (تابع تناوبی است بین یک min و max متناوب است پس انرژی در هر نوار می‌تواند از یک مقدار خاص کمتر یا بیشتر شود



سرعت میانگین الکترون در نوار n با بردار موج k ← $\overline{v_n(\vec{k})}$

$$\overline{v_n(\vec{k})} = \frac{1}{\hbar}\vec{\nabla}_k \varepsilon_{n\vec{k}}$$

$$\cancel{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}\,\frac{[\hbar\vec{k}+\vec{p}]^2}{2m}u_{nk}(\vec{r}) + \cancel{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}\,U(\vec{r})\,u_{nk}(\vec{r}) = E_{nk}\,\cancel{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}\,u_{nk}(\vec{r})$$

تکانه‌ی بلور
تکانه الکترون

$$H_k = \frac{[\hbar\vec{k}+\vec{P}]^2}{2m} + U(\vec{r}) \qquad H_k u_{nk}(\vec{r}) = E_{nk}\,u_{nk}(\vec{r})$$

از طرفین نسبت به k مشتق می‌گیریم (با توجه به اینکه خود H هم تابعی از k است).

$H_k|u_{nk}\rangle$ را از سمت چپ در $\langle u_{nk}|$ ضرب کنیم

$$\langle u_k|\hbar\frac{\hbar\vec{k}+\vec{p}}{m}|u_k\rangle + \langle u_k|H_k|\frac{\partial u_k}{\partial k}\rangle = \langle u_k|\frac{\partial E_k}{\partial k}|u_k\rangle$$

تابع ویژه
انتگرال صفر = 0

$$\frac{\hbar}{m}\langle\vec{P}\rangle_k = \left\langle\frac{\partial E_k}{\partial k}\right\rangle_k \longrightarrow \frac{\hbar}{m}\langle\vec{P}\rangle_k = \langle\vec{\nabla}_k E_k\rangle_k$$ در سه بعد

سطح فرمی وقتی $U=0$ بود کره بدست می‌آمد.

ولی در اینجا $U\neq 0$ است پس شکل پیچیده

سطح فرمی سطح جداکننده ترازهای پرشده از ترازهای خالی در صفر مطلق

بلورهای عایق: یک سری نوارها کاملاً پر و یک سری کاملاً خالی و بین آنها گاف انرژی داریم. در گاف انرژی الکترون با هیچ بردار موجی هیچگاه یافت نمی‌شود.

اگر موجی دارای ω و k خاص به بلور بتابانیم ممکن است در تعدادی فوتون به سمت بلور تابیده شود ولی چون در گاف انرژی بوده آن فوتون سریع عبور می‌شود. ولی اگر در گاف نباشد. آن موج به آسانی در بلور جذب می‌شود.

مواد نارسانا: گاف انرژی خیلی بزرگ

مواد نیمه‌رسانا: گاف انرژی خیلی بزرگ نیست.

در صفر مطلق نیمه‌رساناها هم نارسانا خواهند بود

در دماهای بالاتر نوسانات حرارتی انرژی k_BT را می‌دهند و فونون‌ها می‌توانند منتشر شوند در اثر نوسانی که لرزش گاهی زیاد می‌شود. و کاهش چرخش سیستم با کاهش چرخش کم می‌شود.

با توجه به اینکه هر k می‌دارد (با توجه به اینکه هر تراز با دو تا) فقط موادی می‌توانند دارای گاف انرژی باشند که تعداد الکترون‌هایشان زوج باشد.

برعکس اگر ماده‌ای دارای تعداد الکترون‌های زوج باشد الزاماً دارای گاف انرژی نیست. ممکن است بعضی نوارها کاملاً پر نشده باشند در این صورت سطح فرمی و سطوحی از نوارها قرار خواهد گرفت. که ممکن است نوارها همپوشانی و تداخل داشته باشند. یعنی اگر به سمت نوارهای بالاتر برویم. مثلاً در نوار $n=3$ کاملاً پر نشده و نوار $n=4$ هم کاملاً پر نشده سطح فرمی بخش از آن نوار 3 و بخشی از آن در نوار 4 بیفتد.

به هر قسمت از نوار فرمی که در هر نوار افتاده یک شاخه‌ی فرمی می‌گویند

این زمانی که الکترون‌ها و حفره‌ها هم می‌توانند روی دهد و شاخه‌های سطح فرمی را مشاهده کنیم شاخه‌های سطح فرمی زمانی اتفاق می‌افتد که ما اوربیتال‌های بسته داشته باشیم. پس سطح فرمی کره نیست و شکل پیچیده‌ای دارد. ناحیه‌های منطقه‌ای کاهش یافته (حفره‌ها).

خلاصه

توابع بلوخ

بردار تابع دوره‌ای شبکه بلور به K بستگی دارد → $u_K(r) = u_K(r+T)$ (دوره‌ای)

$$\Psi_K(r) = u_K(r)\, e^{(iK\cdot r)} \quad (1)$$

** جواب‌های معادله‌ی شرودینگر برای یک پتانسیل دوره‌ای باید به شکل خاصی باشد

موج تخت

تابع‌های بلوخ ← امواج متحرک ← شبیه موج جمع زننده‌ی نگر جدی است که آزادانه در میدان پتانسیل مغزهای یونی منتشر می‌شوند

معادله‌ی موج در یک پتانسیل دوره‌ای

" " " " همگانی به ازای مقادیر همگانی K ← فرض می‌کنیم $U(x)$ انرژی پتانسیل e در یک شبکه خطی با ثابت شبکه a باشد. می‌دانیم که انرژی پتانسیل تحت یک انتقال شبکه بلور ناوردا است. $U(x) = U(x+a)$ (2) تابعی که تحت یک انتقال شبکه بلور ناوردا باشد را می‌توان به صورت رشته فوریه برحسب بردارهای شبکه وارون G بسط داد. رشته فوریه برای انرژی پتانسیل را می‌توان به شکل زیر بنویسیم

$$U(x) = \sum_G U_G\, e^{iGx} \quad (3)$$

ضرایب U_G برای پتانسیل‌های واقعی بلور با افزایش بزرگی G به سرعت کاهش می‌یابد. برای پتانسیل کولنی عریان، U_G به شکل $\frac{1}{G^2}$ کاهش می‌یابد. می‌خواهیم انرژی پتانسیل $U(x)$ یک تابع حقیقی باشد.

$$U(x) = \sum U_G\left(e^{iGx} + e^{-iGx}\right) = 2\sum_{G>0} U_G \cos Gx \quad (4) \Rightarrow \text{برای راحتی} \Rightarrow U_0 = 0$$

معادله‌ی موج e در بلور به صورت $H\Psi = \epsilon\Psi$ است. H هامیلتونی و ϵ ویژه مقدار انرژی است. پاسخ‌های Ψ را ویژه‌تابع یا اوربیتال گویند. شکل صریح معادله‌ی موج به صورت

$$\left(\frac{1}{2m}p^2 + U(x)\right)\Psi(x) = \left(\frac{1}{2m}p^2 + \sum_G U_G\, e^{iGx}\right)\Psi(x) = \epsilon\,\Psi(x) \quad (5)\ *$$

معادله‌ی * در تقریب یک e نوشته شده است. که در آن اوربیتال $\Psi(x)$ بیان حرکت یک e در پتانسیل مغزهای یونی و در پتانسیل میانگین الکترون‌های رسانش دیگر است. تابع موج $\Psi(x)$ را می‌توان به شکل یک رشته فوریه بیان کرد. برای تمام بردارهای موج که از نظر شرط مرزی مجاز هم شده باشد. بنابراین

$$\Psi = \sum_K C(K)\, e^{iKx} \quad (6)\ * * *$$

و حقیقی است $K = \frac{2n\pi}{L}$

با مطالعه‌ی * * در تقریب‌های انتقالی $\Psi(x)$ را تعیین می‌کند تمام بردارهای موج بسط فوریه یک تابع بلوخ مخصوص وارد می‌شوند ولی اگر K در Ψ مخصوصی حضور داشته باشد می‌توان با $\Psi(K)$ به طور معادل با $\Psi(K+G)$ برچسب زد. اگر K در فوریه وارد شود $K+G$ نیز وارد می‌شود

بردار شبکه وارون

معمولاً K را چنان برمی‌گزینیم که در منطقه اول بریلوئن باشد. با جایگذاری * * * در * داریم

$$(\lambda_K - \epsilon)\,C_K + \sum_G U_G\, C(K-G) = 0 \quad (7) \rightarrow$$

شکل مفیدی از معادله‌ی موج دوره‌ای

$$= \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$$

$$\Psi_K(x) = \sum_G C(K-G)\, e^{i(K-G)x} \quad (8) \Rightarrow \Psi_K(x) = \left(\sum C(K-G)\, e^{-iGx}\right) e^{iKx} = e^{iKx}\, u_K(x) \quad (9)$$

$e^{-iGT} = 1$. یک رشته فوریه روی بردارهای شبکه وارون است. تحت انتقال T شبکه بلور ناوردا است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

پس داریم:

آ- تحت یک انتقال شبکه بلوری که r را به r+T منتقل کند داریم

$$\psi(r+T) = e^{ik\cdot T}\, e^{ik\cdot r}\, u_k(r+T) = e^{ik\cdot T}\, \psi_k(r)$$ ۱۰

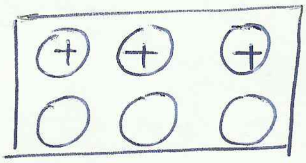
زیرا $u_k(r+T)=u_k(r)$. بنابراین تحت انتقال T شبکه بلوری اگر می‌رسیم تابع موج در یک فاز $e^{ik\cdot T}$ ضرب می‌شود.

۲- اگر پتانسیل شبکه صفر شود معادله I تبدیل می‌شود به $(\lambda_k-\epsilon)C(k)=0$ در نتیجه تمام $C(k-G)$ ها بجز $C(k)$ صفر می‌شوند و

بنابراین $u_k(r)$ ثابت است. داریم $\psi_k(r)=e^{ik\cdot r}$ شکل e آزاد.

فصل 9 پتانسیل ضعیف دوره‌ای فلز

$U \neq 0$



2 عامل باعث ضعیف شدن پتانسیل دوره‌ای می‌شود.

1- اصل طرد پاولی

2- اثر استتار: تنها این e نیست که هسته را می‌بینند بلکه e های دیگری وجود دارد و در این فضا که این پتانسیل مثبت را کاهش می‌دهند.

اگر دسته‌ای داریم که با رابطه‌ای زیر مشخص شده و از معادله‌ای شرودینگر نتیجه شده است $|\psi_{nk}(\vec{r})|^2 d\vec{r}$

هر ψ می‌تواند 3 تابع متفاوت داشته باشد

هر کدام از این ψ ها می‌توانیم به صورت

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{q} c_q e^{iqr} = \sum_{q,G} c_{q-G} e^{i(q-G)\cdot\vec{r}}$$

ضرایب بسط بوده اند

تنها یک منطقه بریلوئن نداریم

$$U(\vec{r}) = \sum U_G e^{iG\cdot r}$$

این توابع را به صورت بسط امواج تخت می‌نویسیم

این

معادله‌ای در فصل 8 است ← (8 41) معادله‌ای است که می‌توانیم تغییر متغیر دهیم تا به صورت زیر برسیم

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left((\vec{k}-\vec{G})^2 - \epsilon_n(k)\right) c_{k-G} + \sum U_{G'-G}\, c_{k-G'} = 0$$

اگر معادله‌ای شرودینگر دوره‌ای داشته باشیم؛ پتانسیل دوره‌ای منظورمان این است که:

$$U(r+R) = U(\vec{r})$$

یک مورد خاص این معادله $U(r) = 0$ ← که معمولاً این حالت تقریباً ذره‌ای حساب می‌شود.

حال با یک شیفت انرژی صفر انرژی را ثابت قرار دهیم

ضریب بسط فوریه هم صفر می‌شود

این معادله زمانی برقرار خواهد شد که اگر $U = 0$ نتیجه می‌گیریم

$$\underbrace{\frac{\hbar^2}{2m}(k-G)^2}_{\epsilon^0(\vec{k}-\vec{G})}$$

بدست می‌آید

در این صورت ← $\epsilon_n(\vec{k}) = \epsilon^0_n(\vec{k}-G)$ خواهد بود و نتیجه ← به نظریه زومرفلد می‌رسیم

لذا برای انرژی‌های ما همان خواهد شد که در زومرفلد بدست آمد پس معادله درستی است اما در مواقع دیگر

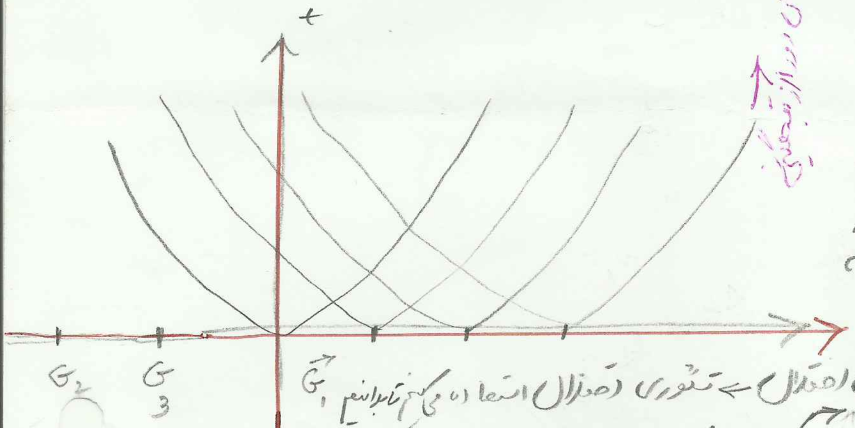
$U \neq 0$ باشد. ابتدا حالت:

$U = 0$ را مورد بررسی قرار می‌دهیم

ابتدا نمودار انرژی اش را رسم می‌کنیم یک سهمی خواهیم داشت

زمانی که نمودار موج یا نمودار سهمی را در کدام منطقه بریلوئن یافته

شبکه وارون باشد،



* از دوره‌ای انتقال ← تئوری (حداقل) استفاده می‌کنیم تا برابر انیم

اگر $U \neq 0$ بود؛ این حالت ذره‌ای با دوره‌ای بسیار کوچک بود و نمودار با چه تغییر می‌کند. که شامل جواب‌هایی است که در بسط هدف می‌گوییم

در نمودار بالا می‌گویند که در نقاطی نمودار ← e های پیدا شده اند که بردار موج آن متفاوت است و e ...

حسب نقاطی G_1 توصیف می‌شود؛ انرژی ϵ_1 بدست می‌آید که داریم برای آن را دوری ϵ_1 با خط فصل مشخص

می‌کنیم دو تا سهمی با حالت‌های ۲ تا e متفاوت از نظر انرژی بررسی شده اند که تبهگنی دارند و سهمی‌هایی که با هم تلاقی کرده

$$\epsilon^0_n(k-G_1) = \frac{\hbar^2(k-G_1)}{2m} = \frac{\hbar^2(k-G_2)}{2m}$$

که ← انرژی‌هایشان در ϵ_1 مساوی شده اند در مرتبه ۲ پیش آمده

بردار موج e اگر G_1 را مبدا در نظر بگیریم — اگر مبدا را G_2 بگیریم

یا تبهگنی نداریم یا تبهگنی از مرتبه ۲ داریم چرا که ۲ سهمی بیشتر همدیگر را در یک نقطه قطع نمی‌کند دیگر و سهمی باشد...

تبهگنی داریم
$U \neq 0 \Rightarrow$ معادله را به ۲ مرحله تقسیم می کنیم <
نداریم ← پس ؟

ص ۱۸۴ کتاب دقت کنید.

تفاوت ۲ تا ϵ مقتضی خیلی بزرگتر از U است.

برای نواحی دور از تبهگنی ← یک معادله درجه ۲ از تئوری اختلال استفاده بکنیم معادله ای به ترتیب زیر خواهیم داشت

$$\epsilon(\vec{K}) = \epsilon^0_{(\vec{K}-\vec{G}_1)} + \sum_{G'} \frac{|U_{G'-G_1}|^2}{\epsilon^0_{K-G_1} - \epsilon^0_{K-G'}} + O(U^3)$$

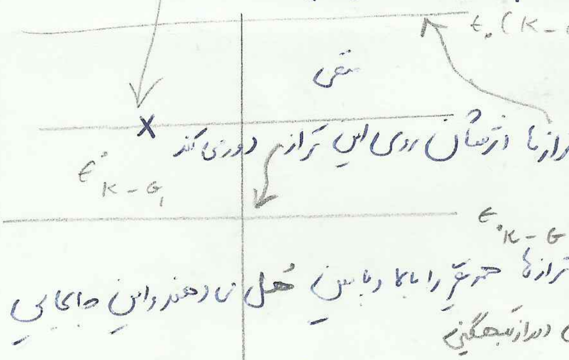
رابطه ی 9-13 کتاب *

تغییر انرژی ها از مرتبه ۲ U است

جمله اول فقط به توان ۲ ← جمله درجه ۲ و صورت آن ← توجه کنیم ← متوجه می شویم که حالتی انرژی آن نشود از این صورت این عبارت مخرج مثبت است $\epsilon^0_{K-G} < \epsilon^0_{K-G_1}$

پس صورت هم مثبت است ← شیفت انرژی (مثبت است)، از ترازهای انرژی که انرژی های آن پایین تر از ϵ_{K-G} است، ϵ_{K-G} را به بالا هل می دهد.

و برعکس اگر در حالتهای انرژی $\epsilon^0_{K-G'} > \epsilon^0_{K-G_1}$ باشد ترازهایی که بالاتر از ترازهای بالا تراز واقعی هستند.

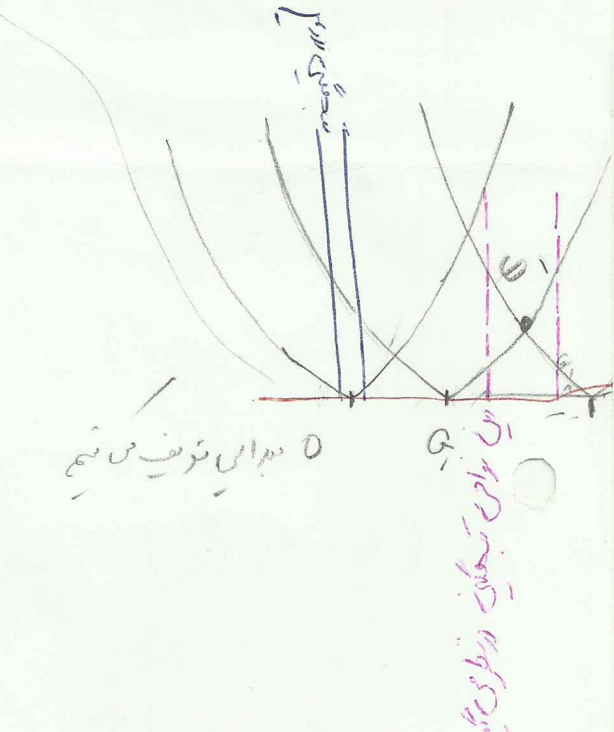


کل عبارت منفی. یعنی این ترازها از شان روی این تراز دوری کند

ترازها هم همدیگر را دفع می کنند ترازها همدیگر را بالا و پایین هل نمی دهند و این جاهایی از نواحی دور از تبهگنی

با توجه به اینکه تراز توان ۲ است قابل توجه نیست. U^2 بسیار بسیار کوچک است

پس نواحی دور از تبهگنی دقیق هستیم یعنی مان تغییر جدایی نخواهد کرد.



به این معادله * توجه کنیم که کاربرد نواحی دور از تبهگنی است در انرژی به ازای $\vec{K}$ یعنی که مبدا را به جای G_1 در نظر بگیریم چه تغییری را تجربه خواهد کرد؟ مطالبی که با خط قرمز نوشتم جواب است.

نواحی که تبهگنی رخ می دهد معادلات بصورت زیر داریم

$$(\epsilon - \epsilon^0_{k-G_i})\, C_{k-G_i} = \sum_{j=1}^{m} U_{G_j - G_i} \quad o \qquad *$$

m مرتبه تبهگنی است یعنی مرتبه تبهگنی $m = 2$ است نشان می دهد تغییر انرژی از مرتبه 1 است و شیفت

انرژی در نواحی تبهگنی رخ می دهد بصورت خطی است و نتیجتاً تغییر انرژی بزرگتر از تغییر انرژی را برای نواحی دور از

از تبهگنی است.

حال برای سیستم دو ترازی بررسی می کنیم. پس معادله را مبنای کار قرار می دهیم، G_1 و G_2 که انرژی های آن در

برابر شود ⇐ معادلاتی که در اختیار ما قرار می دهد معادله * تا اندازه بصورت زیر

یکبار $i = 1$ قرار می دهیم $j = 1$

$$(\epsilon - \epsilon^0_{k-G})\, C_{k-G_1} = \cancel{U_{G_1-G_1}}^{\,0}\, C_{k-G_1} + U_{G_2-G_1}\, C_{k-G}$$

حال $j = 2$ قرار ---

$$(\epsilon - \epsilon^0_{k-G_2})\, C_{k-G_2} = U_{G_1-G_2}\, C_{k-G_1} + \cancel{U_0}\, C_{k-G_2}$$

برای این دو معادله یک تغییر متغیر اعمال می کنیم. فرض می کنیم

$k - G_2 = q$

$G_1 - G_2 = G \;\rightarrow\; \vec{k} - \vec{G}_1 = \vec{q} - \vec{G}$

هدف ← پیدا کردن ضرایب C و انرژی های ϵ است پس داریم

$$\begin{cases} (\epsilon - \epsilon^0_{q-G})\, C_{q-G} - U_{-G}\, C_q = 0 \\ -U_G\, \underbrace{C_{q-G}}_{2} + (\epsilon - \epsilon^0_q)\, \underbrace{C_q}_{1} = 0 \end{cases}$$

1 و 2 مجهول های ما هستند

با حل دستگاه فوق داریم. اگر دترمینان ضرایب را تشکیل داده و حل می کنیم و از آنجا به انرژی

می آوریم.

$$\begin{cases} C_q U_G^* - C_{q-G}\left(\epsilon - \epsilon^0_{q-G}\right) = 0 \\ C_q\left(\epsilon - \epsilon^0_q\right) - U_G C_{q-G} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} \epsilon - \epsilon^0_{q-G} & -U_G^* \\ -U_G & \epsilon - \epsilon^0_q \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (\epsilon - \epsilon^0_{q-G})(\epsilon - \epsilon^0_q) + \underbrace{U_G U_G^*}_{|U_G|^2} = 0 \Rightarrow \epsilon^2 - \epsilon\epsilon^0_q - \epsilon^0_{q-G}\,\epsilon + \epsilon^0_{q-G} + |U_G|^2 = 0$$

یک معادله درجه ۲ بر حسب ϵ بدست می آید که بصورت

$$\epsilon = \frac{1}{2}\left(\epsilon^0_q + \epsilon^0_{q-G}\right) \mp \left[\frac{\overset{1}{\epsilon^0_q} - \overset{2}{\epsilon^0_{q-G}}}{2} + |U_G|^2\right]^{1/2} \quad (1) \rightarrow \text{معادله (۹-۲۶) کتاب}$$

می توانیم حذفش کنیم اینها تقریباً برابرند

توان دوم U عدد کوچکی است که حذفش می کنیم

صفحه ۱۹۲ ← هر آنچه را اگر ترسیم کنیم به اندازه $2|U_q|$

$$\epsilon = \epsilon^0_q \mp |U_G| \quad (2)$$

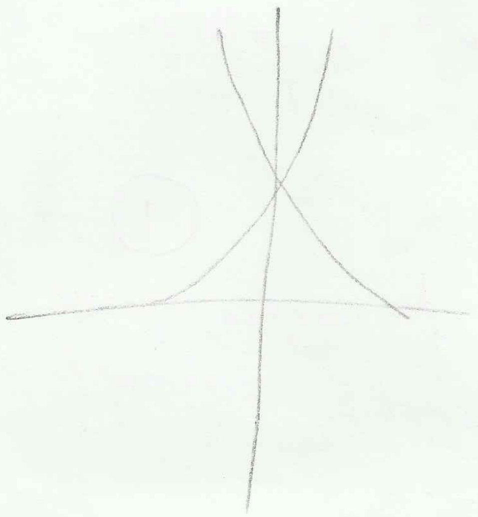
جای خالی انرژی به اندازه خواهد بود صفحه ۱۹۲ شکلها نگاه کنید نمودارهای یک بعدی هم رسم شده اند یکی را به اندازه U_q بالا برده و دیگری را پایین برده و یک شکاف انرژی ایجاد شده

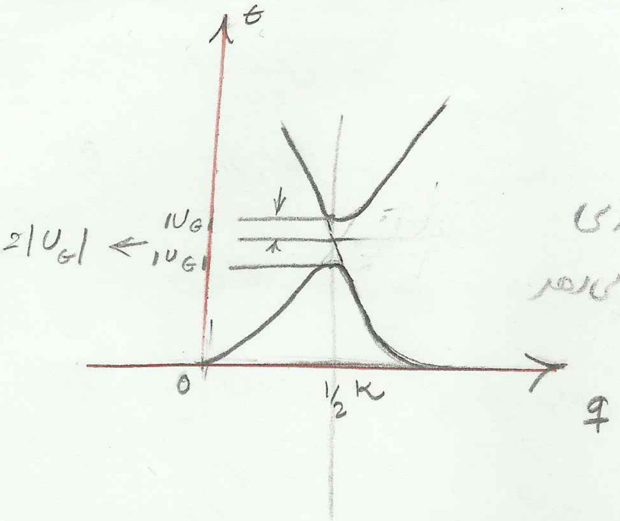
یک شکاف انرژی بوجود خواهد داشت است که $|U_q|$ خیلی کوچک است اما مخالف صفر است. در فلزات شکاف نواری بسیار کوچک است. هرچقدر بالا می رویم شکافها بزرگتر می شوند. یک نواحی شبکه تکراری خیر بدین صورت می کنند تا مراتب چه تقارنی با هم دارند. تبهگنی در نتیجه غیر صفر بودن U از بین رفت و U ها بسیار کوچک ← مراتب دوره ای ← شکل سهمی تغییر خواهد کرد و تغییر در نواحی تبهگنی رخ داده یعنی با k ترکیب ما نوارها حسیونشان خواهد داشت.

پس به آن نهش اسکندر زدنال ——— . حالا تفسیرات آن را در یک منطقه

بریلوئن بررسی کنیم ← منطقه کاهش یافته . ص ۱۹۳

تحقیق ترازها بود در نقاط شبکه یا فواصل بین دو شبکه $U = 0$ از صفحات بار رخ ن دهد.





شکاف نواری به اندازه‌ی $2|U_G|$ رخ می‌دهد → ص ۱۸۹ کتاب

نمودار با پتانسیل صفر ← چگونه بدست می‌آید

شکل صفحه بعد این را نشان می‌دهد

مطلب ثابت می‌کنیم. به این ترتیب عمل می‌کنیم

$$\epsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m}\right) + \frac{\hbar^2 (q-G)^2}{2m} \pm |U_G| \qquad ۳$$

از این رابطه نسبت به q مشتق می‌گیریم.

$$\frac{\delta \epsilon}{\delta q} = \frac{\hbar^2}{4m}\left(2q + 2(q-G)\right) = 0 \qquad ۴$$

الان تفسیر شکل داریم که $q=0$ است که

$$4q - 2G = 0 \Rightarrow q = \frac{G}{2} \qquad ۵$$

$q = \frac{G}{2}$ صفحات مشخصه براگ بودند که شیب نمودار انرژی آن برابر صفر است. وقتی ϵ صفر می‌شود این را متناظر با انرژی ثابت در نظر می‌گیرند.

- صفحات براگ به صفحات با انرژی ثابت عمود هستند چون صفر بودن شیب به انرژی در صفحات براگ نتیجه می‌شود که صفحات براگ عمود بر صفحات با انرژی ثابت هستند. یکی از این سطوح انرژی ثابت سطح فرمی است که حالتهای اشغال شده را با اشغال نشده جدا می‌کند. پس سطح فرمی بر صفحات براگ عمود است. وقتی $q=0$ صفحات فرمی به صورت کروی شکل هستند. اینجا باید چه کار بکنیم

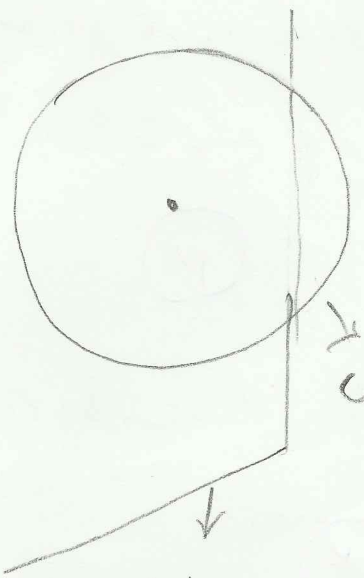
- سطح فرمی عبارت است از سطح انرژی ثابت ϵ_F در فضای k. در صفر مطلق سطح فرمی اوربیتالهای پر نشده را از اوربیتالهای پر شده جدا می‌سازد. شکل سطح فرمی در ترکیبهای الکتریکی نقش را تعیین می‌کند، زیرا جریان از تغییراتی ناشی می‌شود که در اشغال حالتهای نزدیک به سطح فرمی به وجود می‌آید.

- سطوح فرمی e آزاد، از کره‌هایی به شعاع k_F که توسط تراکم e‌های ظرفیت تعیین می‌شود، به دست آمده‌اند.

ممکن $\sigma = 0$ باشد

$= 2\pi kl$

$= 3\pi a$



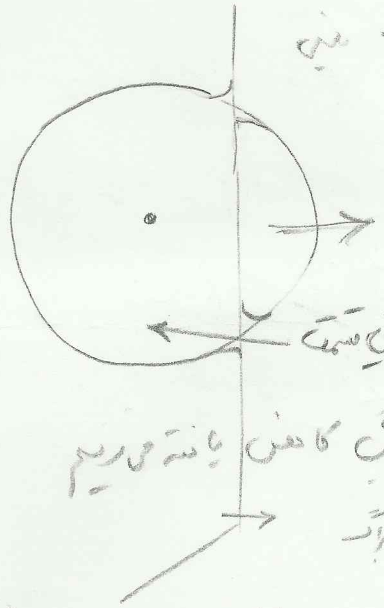
پس صفحه فرمی می‌توانیم با چندین صفحات براگ عمود باشد

این سطح انرژی ثابت باید گونه صفحه برسد که باید به صورت

زیر تغییر شکل پیدا کند. در حالت اگر با صفحه صفحه براگ تلاقی داشته

باشد جهت آن تغییر شکل می‌یابد extended شکل یعنی

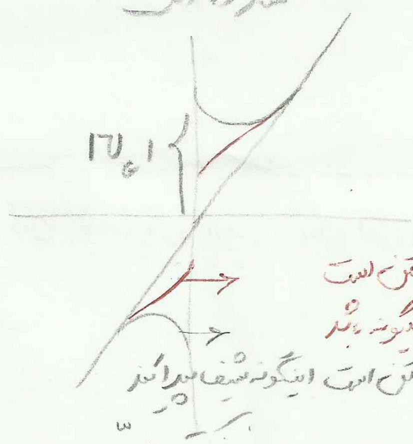
گسترده است



ناحیه 2 است

شیفتش می‌دهیم به این قسمت

ترسیم می‌کنیم ← بخش کاهش یافته می‌بریم



نکته مهم: ساده کروی نخواهد بود تغییر و شکل را خواهد داشت

اگر کره فرمی با صفحه براگ برخوردی نداشته باشد همان شکل ساده‌ی خودش را حفظ

خواهد کرد. سطح انرژی سطح انرژی ثابت است. پس صفحه‌ای که با شیب $\pi/2$ به این

کره می‌رسد تغییری نمی‌کند. کره فرمی ما به شکل مشهور ما می‌تواند تلاقی داشته باشد

۳ بعدی

تلاقی ← به صورت ← دیگر سایه‌ای است. پس هر جا تلاقی رخ دهد تغییر شکلی را خواهیم

داشت

با تابع موج مان را می‌توانیم بسط بدهیم

از رابطه‌ی ۳ و ۴ صفحه‌ی قبل داریم

$$\begin{cases} C_q U_G^* - C_{q-G}\left(\epsilon - \epsilon^0_{q-G}\right) = 0 & (6) \\ C_q\left(\epsilon - \epsilon^0_q\right) - V_G C_{q-G} = 0 & (7) \\ \psi(r) = C_q e^{iq\cdot r} + C_{q-G} e^{i(\vec{q}-\vec{G})\cdot\vec{r}} & (10) \end{cases}$$

$$(7) \longrightarrow \pm C_q |V_G| = U_G C_{q-G} \quad (8)$$

$$\Downarrow$$

$$C_{q-G} = \mp C_q \, S_{gn}(V_G) \quad (9)$$

ابتدا علامت U_G را مثبت در نظر می‌گیریم ⇐

$$S_{gn}(U_G) = +1 \longrightarrow C_{q-G} = \mp C \begin{cases} + \to C_{q-C} = + C_q \\ - \to \end{cases}$$

$$+ \quad \psi(\vec{r}) = C_q e^{iq\cdot r}\underbrace{\left(e^{+i\frac{G\cdot r}{2}} + e^{-i\frac{G\cdot r}{2}}\right)} \quad (11)$$

ادامه ⇒

چگالی احتمال e در فضای r^3 $\quad |\psi(\vec{r})|^2 \propto \cos^2\left(\frac{G\cdot r}{2}\right) \to$ حالت S گونه

یعنی نوع اوربیتال‌هایی است که در $r=0$ ← بیشترین احتمال حضور e وجود دارد نه برای حتی حوالی

اسمش می‌گوییم حالت‌ی اسلاگ در حالت (+)

$$(-): \; |\psi(\vec{r})|^2 \propto \sin^2\left(\frac{G\cdot r}{2}\right) \to \quad (12) \quad (-)$$ حالتی p گونه کمترین حضور e

جاهای دیگر را نمی‌توانیم ترازهای مدرن شکاف انرژی را در نظر بگیریم.

– آخرین قسمت فصل ۵

عامل ساختار هندسی در شبکه‌های تک اتمی در حالت چپ:

$$U_{\vec G} = \frac{1}{v}\,\phi_v\, S_G^{*} \qquad (۱۳)$$

گاف زمانی از بین می‌رود که $U_G = 0$ باشد.

که می‌تواند عامل ساختار هندسی را صفر کند.

پس پتانسیل دوره‌ای هرچند تغییری نخواهد داشت پس اگر $S_G^{*} = 0$ باشد پس $U_G = 0$

$$\epsilon = \epsilon_q^{0} \mp |U_G| \qquad (۱۴)$$

برای اختلال‌های مرتبه ۱ ما را داریم.

از کجا این را محاسبه می‌کنیم؟

که پتانسیل در وجود هر یک اتم ایجاد می‌شود

$$U(r) = \sum \phi(\vec r - \vec d_j - \vec R) \qquad (۱۵)$$

جمع روی $\vec d_j$ و $\vec R$

می‌دانیم

اول U_G را چگونه محاسبه می‌کردیم می‌دانیم

$$U_G = \frac{1}{v}\sum_{d_j, R}\int d\vec r\; e^{-i(\vec G\cdot\vec r)}\,\phi(\vec r - d_j - R) \qquad (۱۶)$$

معکوس

یاخته واحد

اگر روی کل یاخته در نظر بگیریم کل آن را در نظر گرفته‌ایم

$$\Rightarrow U_G = \frac{1}{v}\sum_{d_j}\int d\vec r\; e^{-i(G\cdot r)}\,\phi(r - d_j) \rightarrow \qquad (۱۷)$$

روی کل فضا

در این جا می‌توانیم d_j را + و − اضافه کنیم پس می‌توانیم بنویسیم

تبدیل فوریه پتانسیل است.

$$U_G = \frac{1}{v}\sum_{d_j}\underbrace{\int d\vec r\; e^{-i(G\cdot(r-d_j))}\,\phi(r-d_j)}\; e^{-iG\cdot d_j} \qquad (۱۸)$$

کل فضا

می‌توانیم نشان بدهیم که عبارت معروف

$$V_G = \frac{1}{V}\int dr\, e^{-i(G\cdot r)}\, \varphi(r) \sum_{j=1}^{N} e^{-i G\cdot d_j} \quad (19)$$

کل نفس

این باعث می شود

V_G تحققی ازین

مرد سؤالات

صفر باشد اگر صفر بود

در مرتبه اول انتقال ازین

نخواهد رفت چرا که اگر از

مرتبه های بالاتر را حساب

کنیم و تا بحال بررسی کنیم

جمع روی ۵ های مختلف می شود S_G منتها استلاش خواهد بود.

— داریم که سرعت متوسط e در نوار n ام

$$v_n(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar}\vec{\nabla}_k \epsilon_k \quad (20)$$

هرگاه گرادیان این صفر شود $v_k(k)$ برابر صفر است چون می دانیم

سرعت e در صفحات براگ

گرادیان در صفحات براگ مقدارش صفر است.

و نیز داریم

$$g(\epsilon)\, d\epsilon = \frac{dk}{4\pi^3} \quad (21)$$

اگر $\underline{21}$ هم درست است می توانیم مواردی ——— که چندین نوار مورد نظر داشته باشیم پس

مقدار ده های مختلفی را می توانیم در نظر بگیریم $\epsilon \to \epsilon + d\epsilon$ مقدار ده ای باشد که مربوط به چندین نوار در چندین نوار

باشیم ← e های را داریم که در باشد. می تواند در نوارهای ۱ و ۲ و ۳ و ۴ باشد

پس اگر بخواهیم $g(\epsilon)$ را حساب کنیم باید داشته باشیم

$$g(\epsilon) = \sum_n g_n(\epsilon)$$

$$\Rightarrow g_n(\epsilon) = \int \frac{dk}{4\pi^3}\, \delta(\epsilon - \epsilon_n(k)) \quad 22 \quad (22)$$

انرژی که بین است را بدست بیاوریم

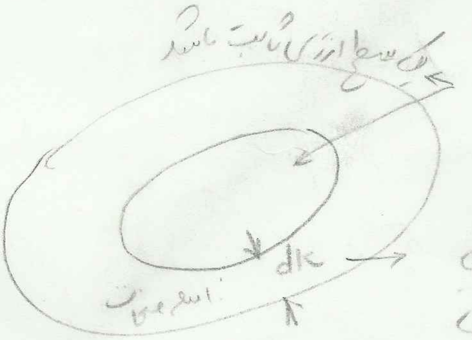
واضح است اگر بخواهیم انتگرال ۲۲ را حساب کنیم باید

65

$$g_n(\epsilon)\, d\epsilon = \int \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \times \begin{cases} 1, & \epsilon < \epsilon_n(\vec{k}) < \epsilon + d\epsilon \\ 0, & \text{در نواحی دیگر} \end{cases}$$

در حالتهای غیر صفر باشد در این مورد ما اسم کمی بنویسیم این عبارت ـ باقی می گوید.

اگر ادامه فصل 8 را ببایید



اگر باریک باشد dk رسامت این در سطح مثل
هم نزدیک و اهمیت اسم ساحت هی از این
سطح را می گذاریم $S_n(k)$

و اگر dk ی عمودی را

$$d_n(\epsilon)\, d\epsilon = \int \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} = \int \frac{dk\, S_n(k)}{4\pi^3}$$

$$dk = \frac{dk}{d\epsilon}\, d\epsilon$$

با جایگذاری

$$g_n(\epsilon) = \int \frac{S_n(k)}{4\pi^3} \times \frac{1}{\frac{d\epsilon}{dk}}$$

همان گرادیان $|\vec{\nabla}_k \epsilon_k|$

$$g_n(\epsilon) = \int \frac{S_n(k)}{4\pi^3} \frac{1}{|\nabla_k \epsilon_k|} \rightarrow$$

در نقطه های بریلوئن این عبارت برابر
صفر است و این تعداد حالتهای را می توانیم نشان دهیم $\xleftarrow{\text{مثلاً}}$ طوری که بررسی می کنیم تعداد الکترونهای یک انرژی n
مشخص است. پس این انتگرال باید هموار باشد ولی اگر سرعت صفر باشد چطور هم خواهد بود ← پس در وهله
این انتگرال هموار خواهد شد در تکینگیها ولی خوب
. ولی این که $\frac{dg}{d\epsilon}$ هموار شود مشتق
و اگر خواهید بود این ناشی از همین تکینگیها است که از نقاط بحرانی است که این تکینگیها وجود دارند و حالی که باید
وجود داشته باشند چرا ... اشتباه است و در یک زمینه ← ادامه ناشی از ... می دانند.