

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



# تحلیل سازه

کارشناسی ناپیوسته

عمران - ساختمان

مدرس: پرینا اسماعیل تبار

گردآورنده: سید فرهاد حسینی

سازه: هر چیزی که ساخته شود و دارای شکل و هندسه خاصی باشد و نیز دارای بعد و نیرو باشد را سازه می نامند.

انواع سازه ها:

- 1- سازه کابلی یا کششی که بیشتر در پل ها بکار می رود.
  - 2- قوس ها که تحت فشار کار می کنند و در ساختمان پل ها بکار می روند.
  - 3- تیر و ستون یا سیستم قابی که از طریق انتقال خمش و انتقال نیروی محوری اعمال بار می کنند.
  - 4- خرپاها که به دو دسته فضایی و مسطح تقسیم می شوند.
  - 5- شبکه ها که به سیستم تیر و ستون ها در یک کلاف گفته می شود.
  - 6- دال ها که به دو دسته یک طرفه و دو طرفه که بیشتر برای سقف ها بکار می روند، دسته بندی می شوند.
  - 7- پوسته ها یا قشاه ها که اکثرا به صورت دوار در منبع های آب و از جنس فولاد و نیز گاهی از اجر ساخته می شوند.
  - 8- پی یا فنداسیون یا ریشه.
  - 9- سیستم های بادبند و دیوار برشی که معمولا در ساختمان های قابی با ارتفاع زیاد، برای مقابله با نیروهای جانبی و مخصوصا زلزله بکار می روند.
- هدف از تحلیل یا آنالیز سازه ها:

1- بررسی پایداری سازه.

2- تعیین نیروهای داخلی اعضاء.

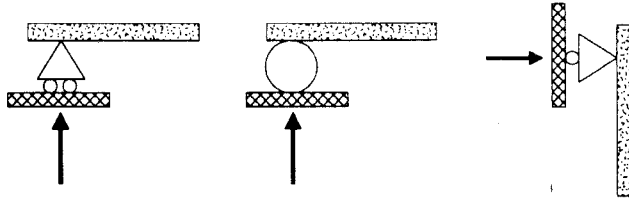
3- تعیین تغییر مکان ها.

4- طراحی سازه ها.

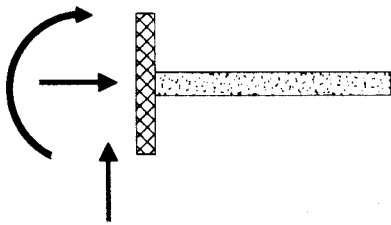
تکیه گاه ها:

برای اینکه سازه تحت تاثیر نیروهای خارجی حرکت ننماید توسط قید هایی به محیط متصل می شوند که به این قید ها تکیه گاه می گویند.

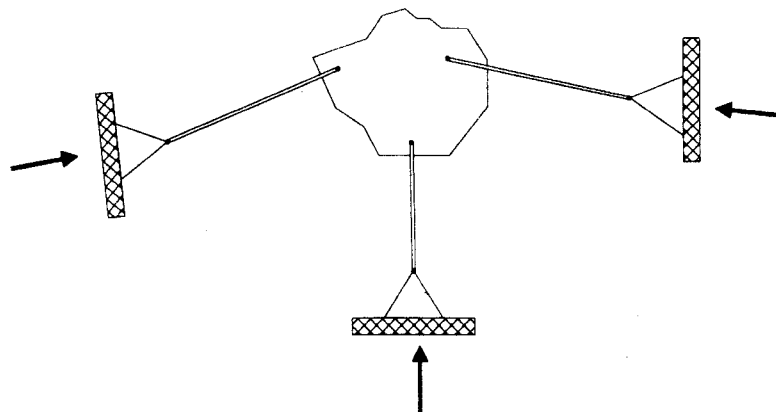
انواع تکیه گاه ها:  
1- تکیه گاه غلطکی:



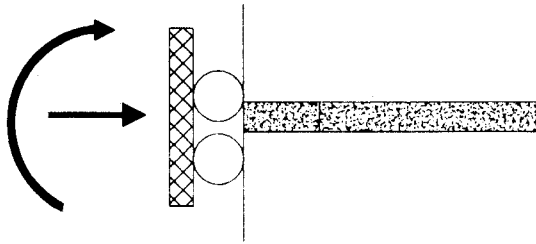
2- تکیه گاه مفصلی یا لولا (تکیه گاه گیر دار)



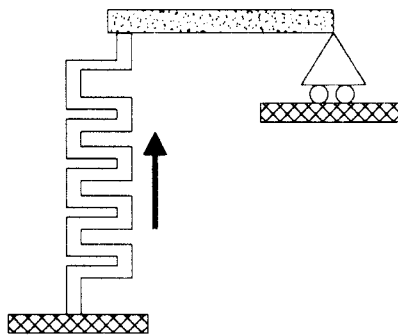
3- تکیه گاه میله ای:



## 4- تکیه گاه برشی:



## 5- تکیه گاه ارتجاعی:

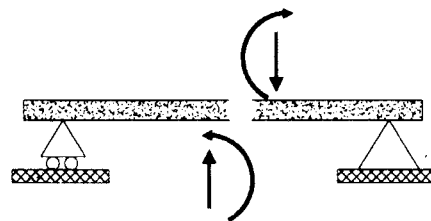
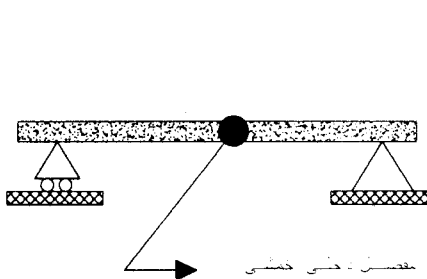


## 6- ترکیب انواع تکیه گاه ها:

نکته:

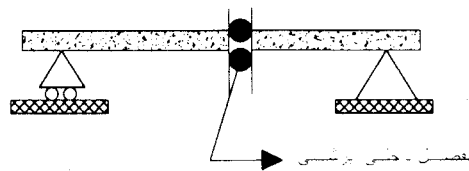
گاهی دو عضو را بایک مفصل به هم متصل می کنیم، که به این نوع مفصل در صورتی که لنگری از چپ به راست و بالعکس منتقل نشود مفصل داخلی از نوع مفصل خمشی گویند.

$$m=0$$

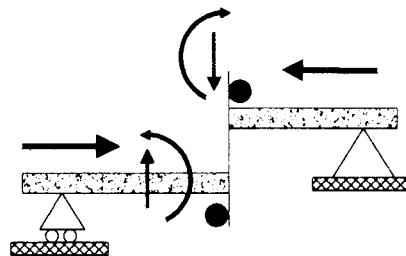


نکته:

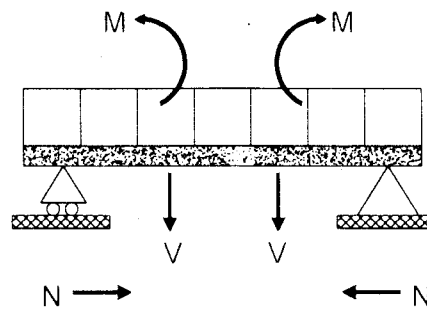
گاه دو عضو را با یک مفصل به هم متصل می کنیم که به این نوع مفصل در صورتی که هیچگونه برشی را از چپ به راست یا بالعکس وارد نکند، مفصل داخلی از نوع مفصل برشی گویند.



مفصل محوری نوعی مفصل است که در جهت محور حرکت دارد ولی در جهت عمود بر آن حرکتی ندارد و همچنین اجازه هیچگونه چرخشی هم ندارد.



نیروهای داخلی اعضاء:



شرایط ایستایی یک سازه:

یک سازه زمانی در حالت تعادل است که برآیند نیروها بمان ها و لنگرهای وارد بر آن صفر باشد.

$$z_{fx}=0 \quad z_{fy}=0 \quad z_m=0$$

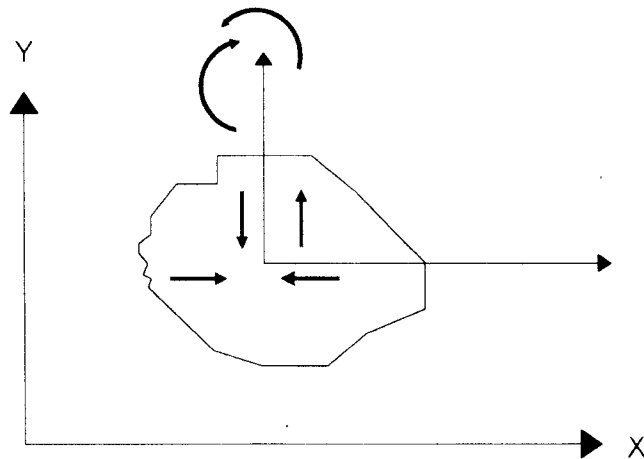
امتداد X نباید به امتداد AB عمود باشد.

$$Z_{MB}=0 \quad Z_{MA}=0 \quad Z_{FX}=0'$$

و همچنین A و B و C نباید در یک امتداد یا راستا باشند.

$$Z_{MA}=0 \quad Z_{MB}=0 \quad Z_{MC}=0$$

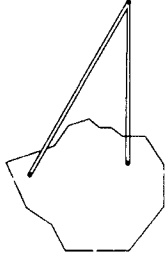
پایداری و ناپایداری سازه ها:



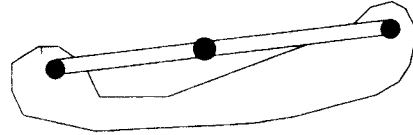
در شکل بالا X و Y و Z در فضای دو بعدی قرار دارند و برای جلوگیری و مهار آنها نیاز به تکیه گاه هایی است که به آنها قید میگویند. شرایط لازم و کافی برای پایداری یک جسم صلب این است که خط اثر تکیه گاه ها موازی و متقارب نباشد.

ترکیب چند جسم صلب و نحوه پایداری آنها:

1- ترکیب جسم صلب و یک گره:

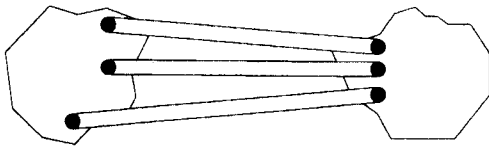


پایدار

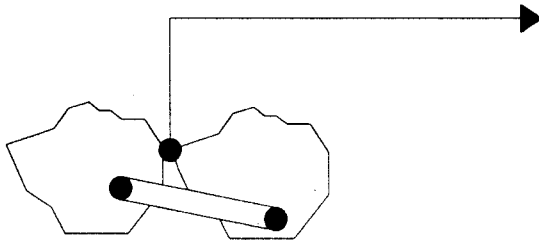


ناپایدار

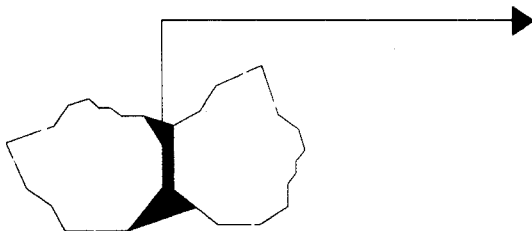
2- ترکیب دو جسم صلب:



تکیه گاه‌ها باید غیر موازی و غیر متقارب باشند

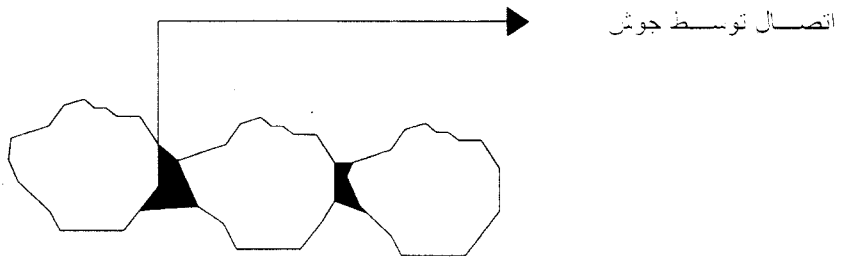
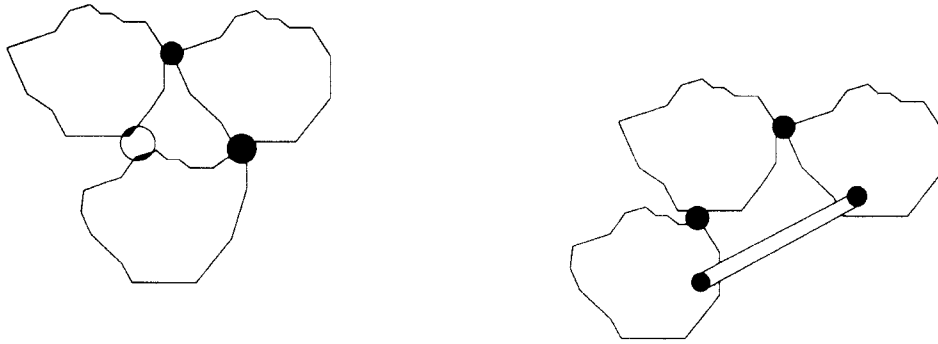
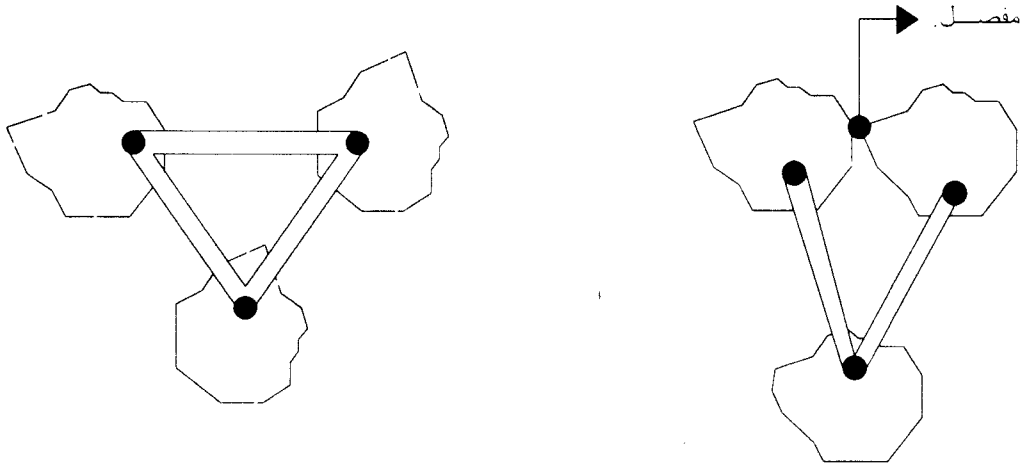


مفصل (کار دو میله یا دو تکیه گاه را ایجاد می دهد.



اتصال توسط جوش

3- ترکیب سه جسم صلب:



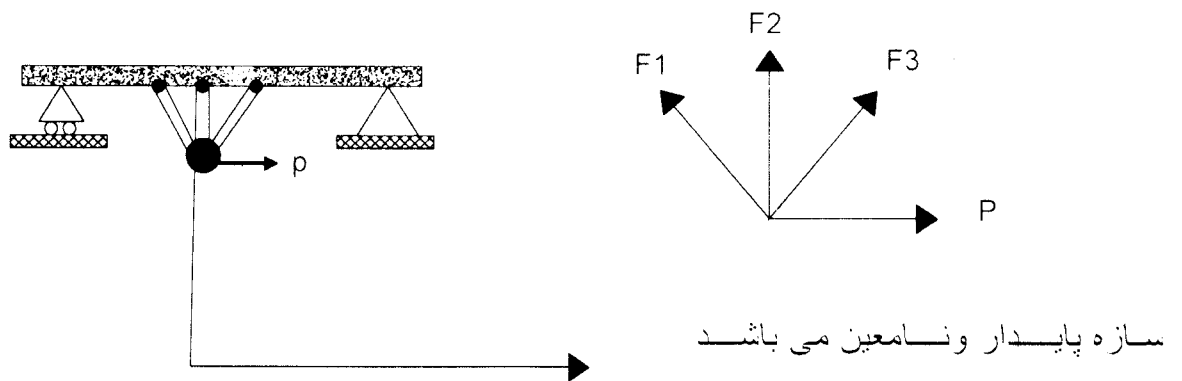


سازه های معین و نامعین:

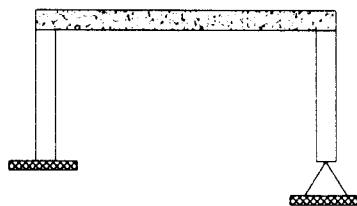
در تعیین نیروهای تکیه گاهی و نیروهای داخلی اعضای یک سازه اگر بتوان با استفاده از روابط متعادل ایستایی تمامی مجهولات را بدست آورد، آن سازه را سازه معین گویند در غیر این صورت سازه نامعین می باشد.  $z_m=0$   $z_{fy}=0$   $z_{fx}=0$

اگر نامعینی مربوط به تکیه گاه ها باشد سازه نامعین خارجی و اگر مربوط به نیروهای داخلی باشد سازه را، نامعین داخلی گویند.

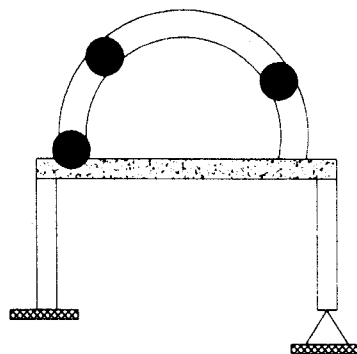
تعیین معین و نامعینی در یک سازه:



شرط نامعین بودن = تعداد روابط تعادل > تعداد مجهولات

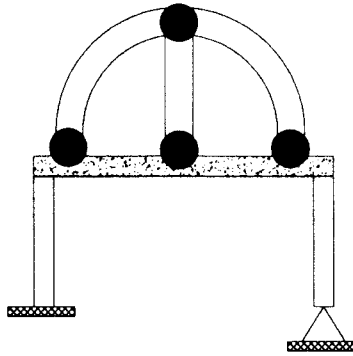


سازه پایدار و نامعین خارجی می باشد

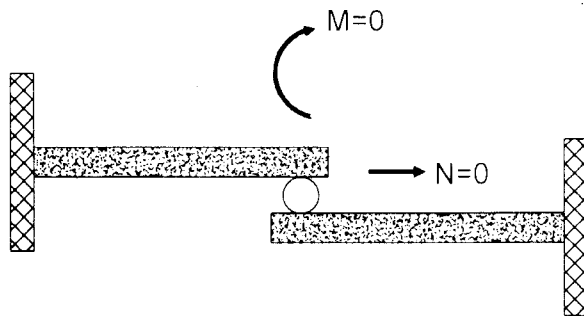


سازه پایدار و نامعین خارجی می باشد

سازه 3 درجه نامعینی دارد: 1 درجه نامعینی داخلی و 2 درجه نامعینی خارجی

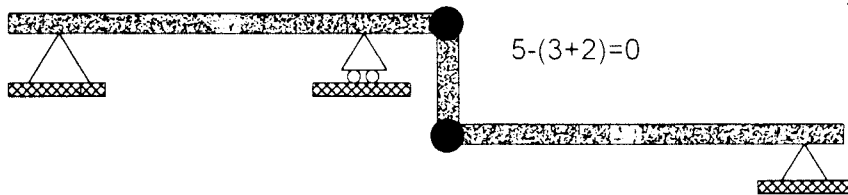


تیر پایدار و دارای یک درجه نامعینی خارجی می باشد



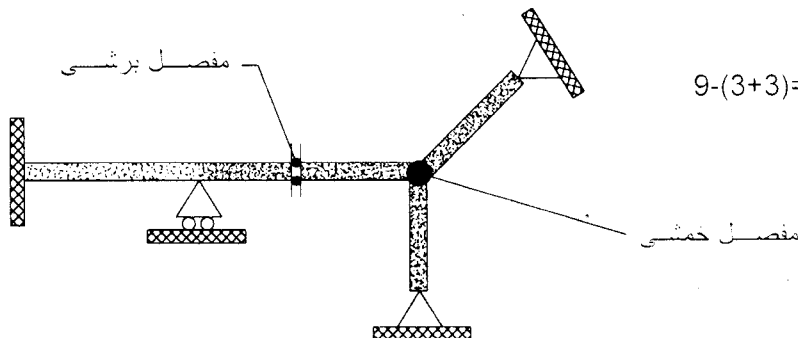
$$(3+3)-(3+2)=1$$

سازه پایدار و معین می باشد



$$5-(3+2)=0$$

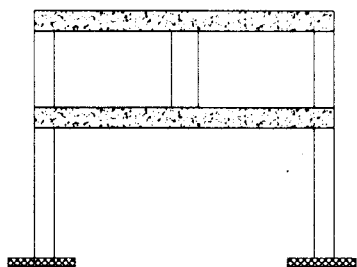
سازه پایدار و دارای 3 درجه نامعینی خارجی می باشد



$$9-(3+3)=3$$

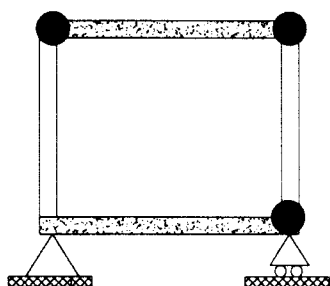
سازه پایدار و دارای 9 درجه نامعینی می باشد. باید توجه داشت که هر حاقه بسته 3 درجه نامعینی داخلی دارد.

$$6+(6-3)=9$$



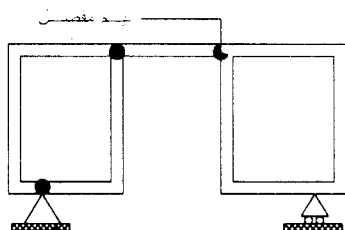
سازه پایدار و معین می باشد

$$(3+3)-(3+3)=0$$



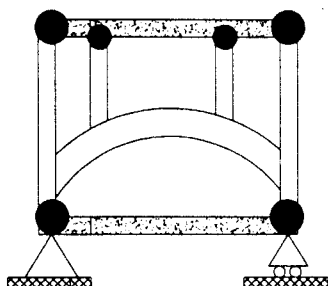
سازه دارای 1 درجه نامعینی خارجی و 2 درجه نامعینی داخلی می باشد.

$$(4+6)-(4+3)=3$$

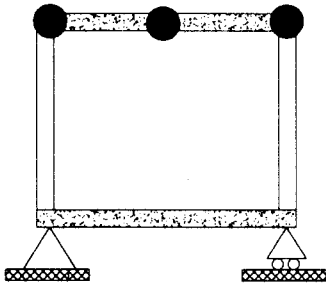


سازه مقابل دارای 4 درجه نامعینی داخلی می باشد

$$(3+12)-(3+8)=4$$

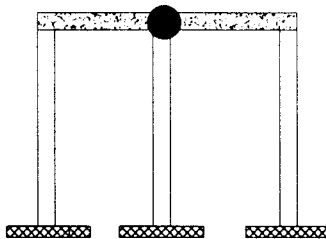


سازه شکل مقابل ناپایدار معین می باشد.



$$(3+3)-(3+3)=0$$

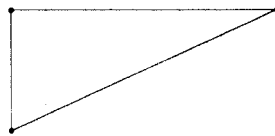
سازه ناپایدار معین می باشد.



$$6-(3+3)=0$$

خرپا:

در بررسی وضعیت پایداری در خرپاها از روش بار صفر استفاده می‌کنیم، یعنی سازه را بدون بار در نظر گرفته و به یک عضو غیر صفر بار واحد می‌دهیم و نیروهای داخلی سایر اعضا را بدست می‌آوریم. اگر به تناقض نرسیدیم سازه ناپایدار است.  
خرپاها را می‌توان توسط یک گره و دو میله توسعه داد.



تعداد مجهولات خرپا:  $B+R$

تعداد اعضا:  $R$  عکس العمل تکیه گاه:  $B$

تعداد معلومات: 2

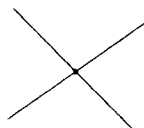
تعداد گره‌ها: 1

انواع خرپا:

1- خرپای ساده 2- خرپای مرکب 3- خرپای بغرنج یا پیچیده

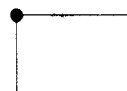
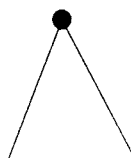
تشخیص اعضای صفر نیرویی:

1- هر گاه چهار عضو، دو به دو در امتداد هم به یک مفصل برسند، نیروی داخلی اعضا در امتداد هم یکسان است.



2- هر گاه دو عضو به یک مفصل وارد شوند و نیروی خارجی موجود نباشد نیروی

داخلی آنها صفر است.



3- هرگاه سه عضو به یک مفصل وارد شوند و دو عضو از سه عضو در یک راستا باشند و نیروی خارجی بر مفصل وارد نشود نیروی داخلی عضو سوم صفر است.



تحلیل خریا ساده و مرکب:

1- روش تعادل گره: ابتدا عکس العمل‌ها را بدست می‌آوریم انگاه از معادله

$zfy=0$  و  $zfx=0$  استفاده می‌نماییم. باید توجه داشت که برای شروع باید از یک مفصل دو عضوی شروع کنیم.

2- روش مقطع زدن که باید حداکثر از سه عضو خریا بگذرد.

نکته: برای خریای مرکب بهتر است از روش برش یا همان مقطع زدن استفاده نماییم تا نیروی یک عضو مجهول بدست آید انگاه از روش تعادل گره، نیروی داخلی سایر اعضا تعیین می‌گردد. باید به این نکته نیز توجه داشت که اولین برش را از اعضای اتصال دهنده اجسام صلب بگذرانیم.

تحلیل خریای بفرنج:

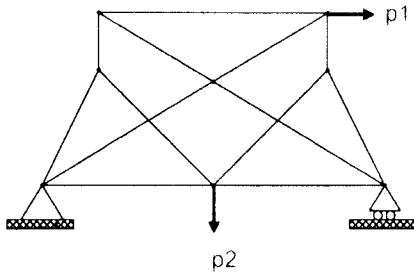
اصل سوپر پوزیشن یا اصل بر هم نهی:

1- اگر مصالح بار رذفتار الاستیک یا ارتجاعی باشد.

2- تغییر شکل‌ها کوچک باشد.

نکته: در یک سازه چنانچه اثرات بار گذاری، با خود بار گذاری رابطه خطی داشته باشد میتوان نتیجه گرفت که مجموع اثرات در نتیجه بار گذاری، با جمع جبری اثرات حاصل از کل بارگذاری، برابر است.

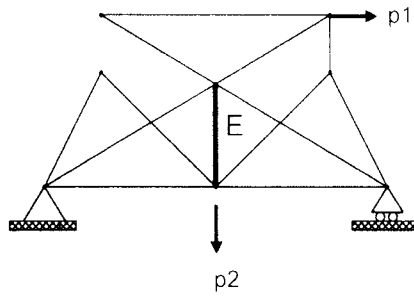
نیروی محوری میله j-i در اثر بار خارجی



NP: نیروی محوری بار خارجی

نیروی محوری میله i-j در خرابی

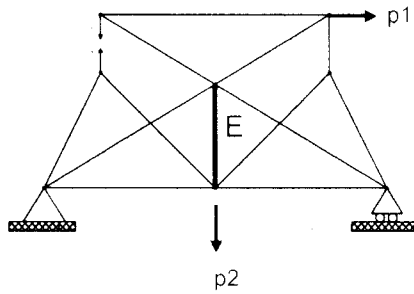
تبدیلی در اثر بار خارجی



NP: نیروی محوری بار خارجی

نیروی محوری میله j-i در اثر بار واحد در

میله جابجا شده.



نیروی محوری بار واحد NT=1

اصل سوپر پوزیشن برای عضو E:  $NP_j E + TNT=1_j E=0$

$$T = \frac{NP_j E}{NT=1_j E}$$

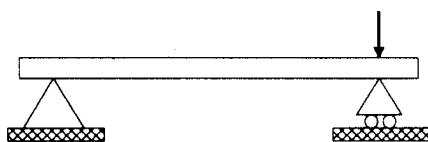
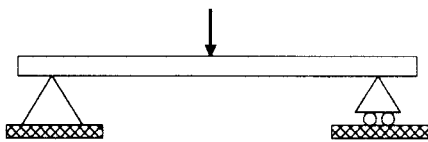
خطوط تأثیر:

برای طراحی سازه‌های تحت تأثیر بارهای متحرک نیاز به داشتن بحرانی‌ترین وضعیت بارگذاری می‌باشیم که برای این منظور می‌بایست خطوطی به نام خطوط تأثیر را ترسیم نماییم. خطوط تأثیر دیاگرامی است که تغییرات یکی از مقادیر نیروهای داخلی  $N, V, M$  عکس العمل‌های تکیه گاهی سازه را در اثر حرکت یک بار واحد بر روی سازه نشان می‌دهد.

روش‌های ترسیم خطوط تأثیر:

روش اول:

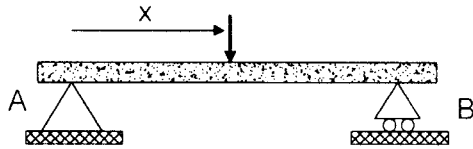
بار واحد را در موقعیت‌های مختلف قرار می‌دهیم و مقدار تابع را بدست می‌آوریم. آنگاه شروع به ترسیم خطوط تأثیر می‌نماییم.





روش دوم:

بار واحد را در فاصله  $x$  از مبدا قرار داده انگاه مقدار تابع را بر حسب  $x$  بدست می آوریم.

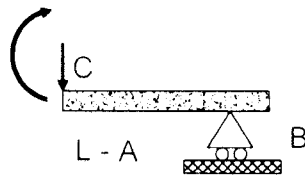
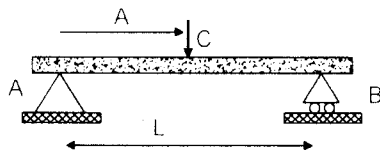


$$\sum M_B = 0 \quad 1 \cdot (L - x) = R_A \cdot L$$

$$R_A = (L - x) / L = 1 - x/L$$

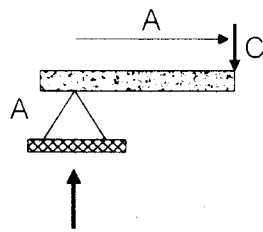
$$\sum F_Y = 0 \quad R_B = 1 - R_A = 1 - ((L - x) / L) = x/L$$

نکته: خطوط تاثیر تابع های معین، همواره تابع خطی می باشد. برای رسم خط تاثیر در تابع های خطی داشتن دو نقطه کافی است.



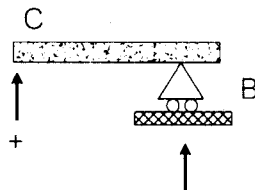
$$M_C = R_B(L - A) = (x/L) \cdot (L - A)$$

$$0 < x < A$$

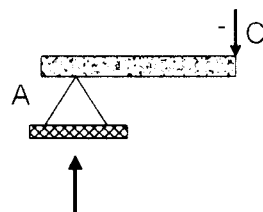


$$M_C = R_A \cdot a = (1 - (x/L)) \cdot a$$

$$a < x < L$$



$$V_C = -R_B = -x/L$$



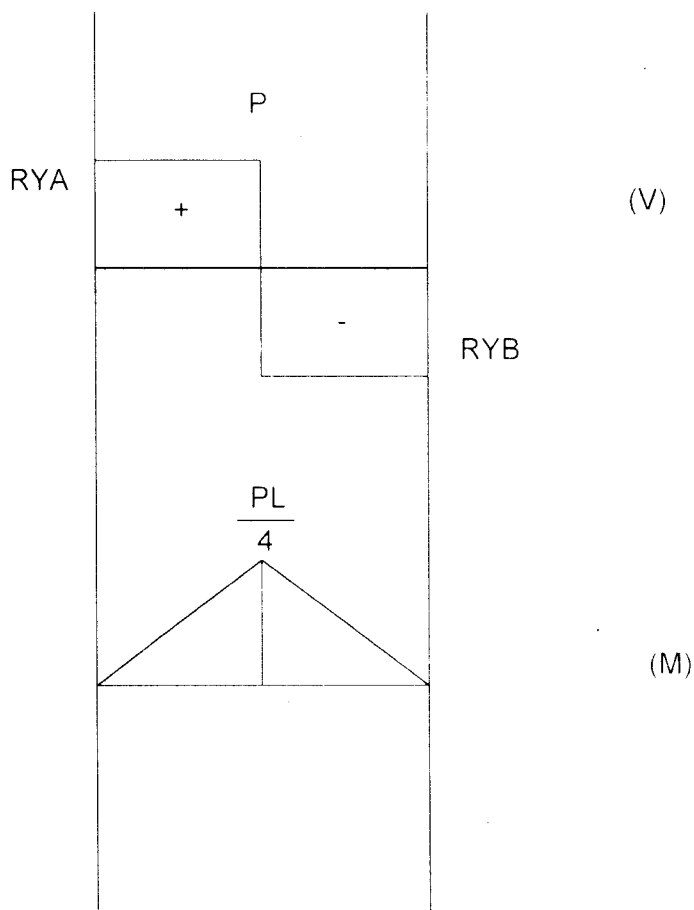
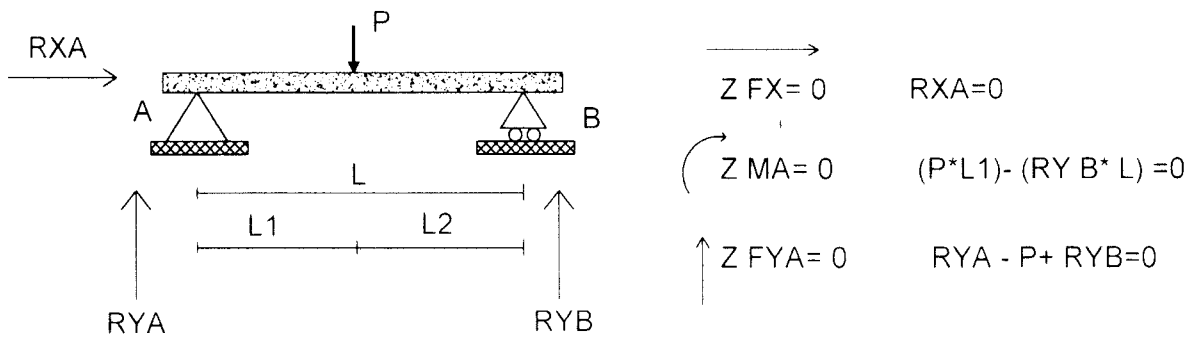
$$a < x < L$$

$$V = R_A = 1 - (x/L)$$

$$1 - (A/L) = (L - a) / L$$

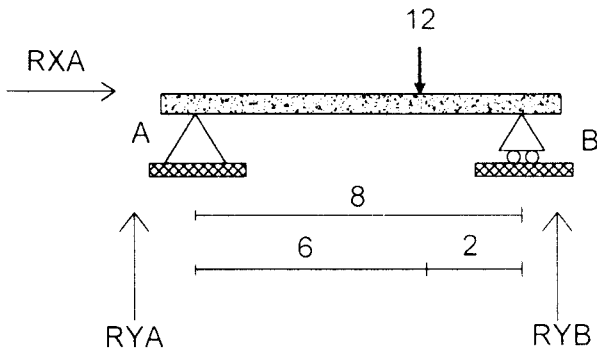
تحلیل و تعیین قاب های معین:

رسم دیاگرام برش و خمش

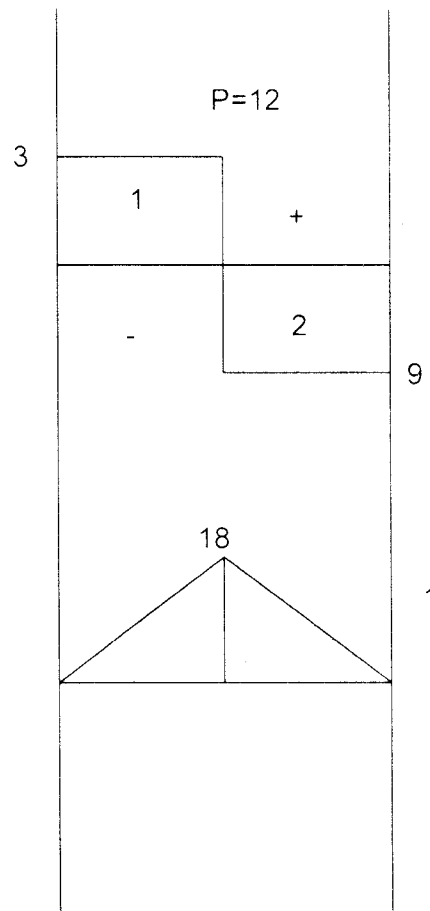


برای کشیدن دیاگرام برشی با توجه به عکس العمل ها در تکیه گاه ها و نیز بار وارده عمل می نمایم. برای کشیدن دیاگرام خمشی با استفاده از مساحت دیاگرام برشی می توان این دیاگرام را ترسیم نمود.

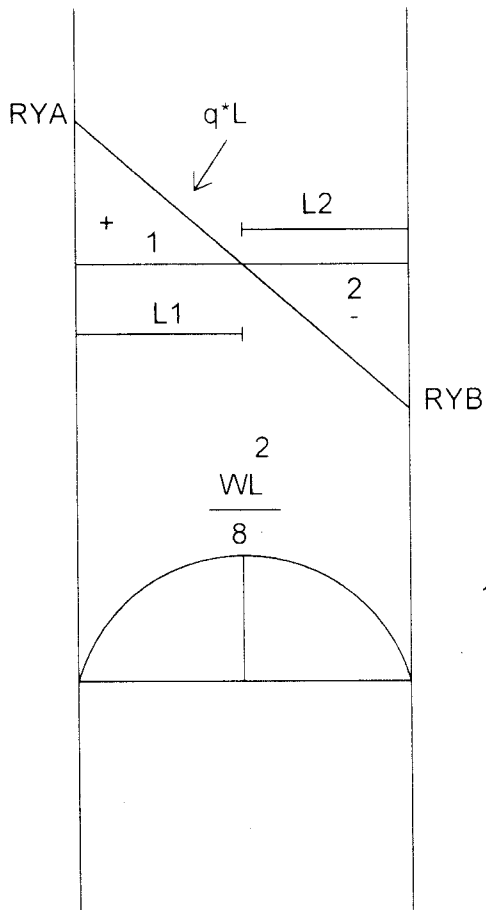
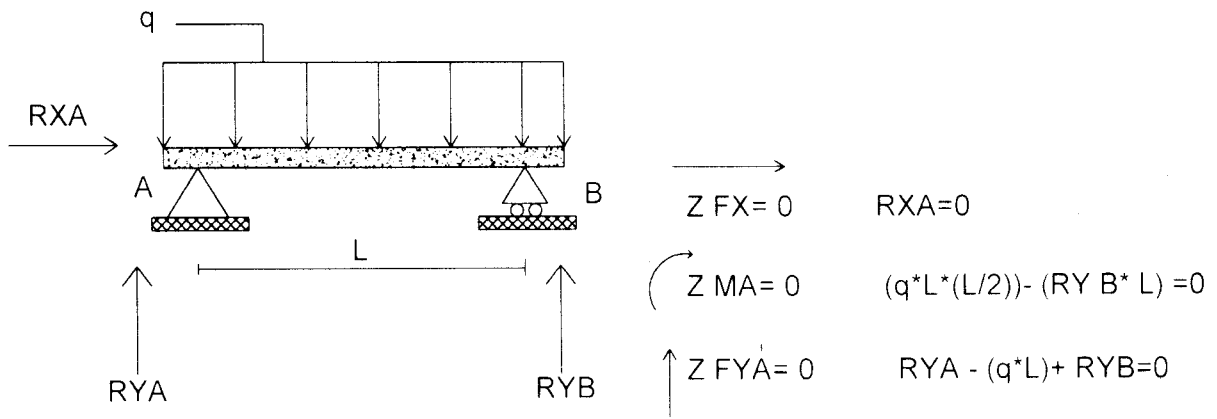
مثال: عكس العملها وديگرام شكل زير را بدست آوريد و ترسيم نماييد.



$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad R_{XA} = 0 \\ \sum M_A = 0 & \quad (12 \cdot 6) - (R_{YB} \cdot 8) = 0 \\ R_{YB} & = \frac{72}{8} = 9 \\ \sum F_y = 0 & \quad R_{YA} - 12 + 9 = 0 \\ R_{YA} & = 12 - 9 = 3 \end{aligned}$$



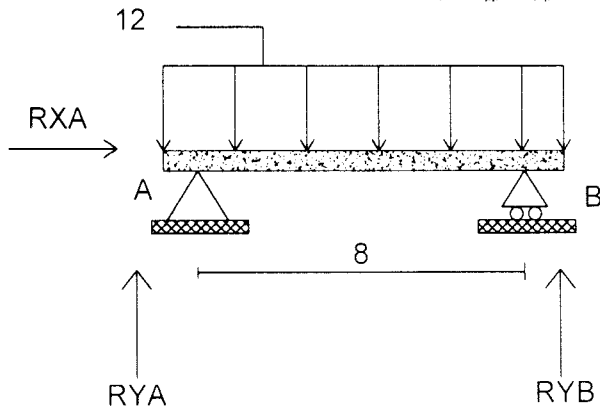
- 1:  $3 \cdot 6 = 18$
- 2:  $9 \cdot 2 = 18$



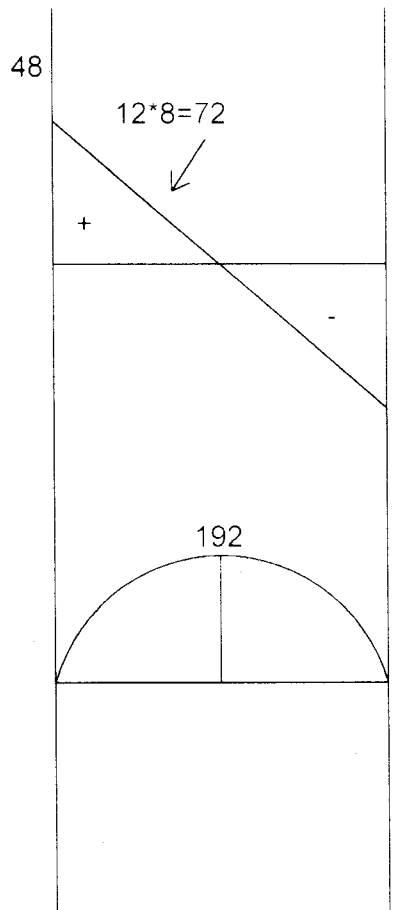
1:  $R_{YA} \cdot L_1$

2:  $R_{YB} \cdot L_2$

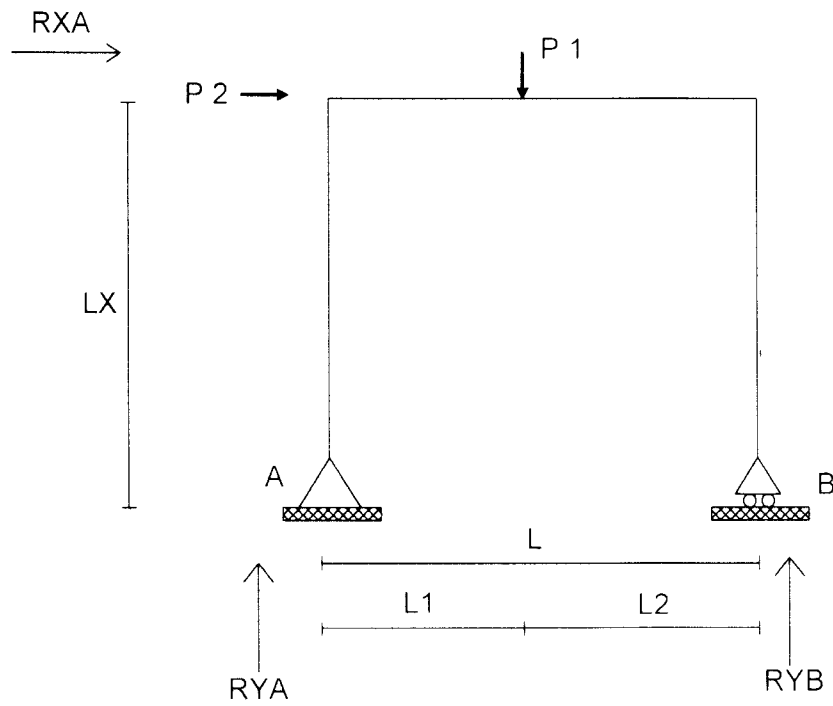
مثال: عكس العملها ودياگرام شكل زير را بدست اوريد و ترسيم نماييد.



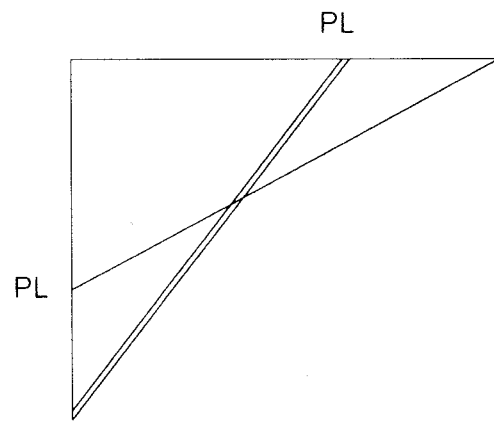
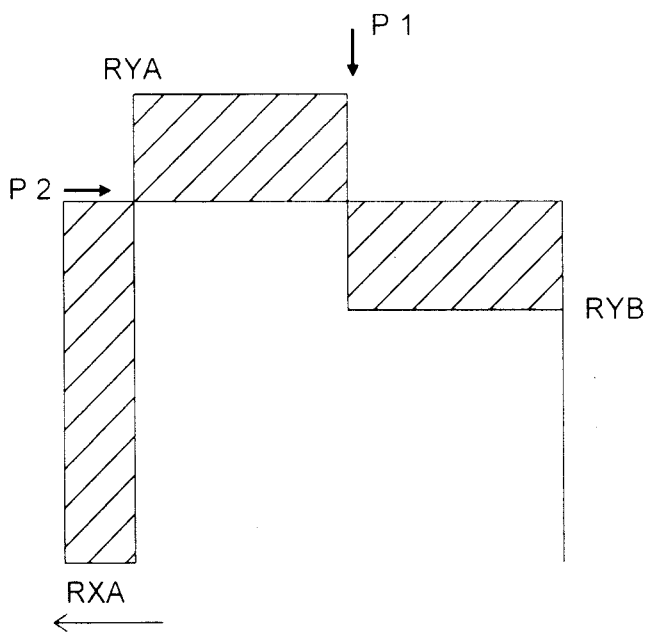
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x = 0 & \quad R_{XA} = 0 \\ \curvearrowright \sum M_A = 0 & \quad (12 \cdot 8 \cdot 4) - (R_{YB} \cdot 8) = 0 \\ R_{YB} &= \frac{384}{8} = 48 \\ \uparrow \sum F_y = 0 & \quad R_{YA} - (12 \cdot 8) + 48 = 0 \\ R_{YA} &= 96 - 48 = 48 \end{aligned}$$

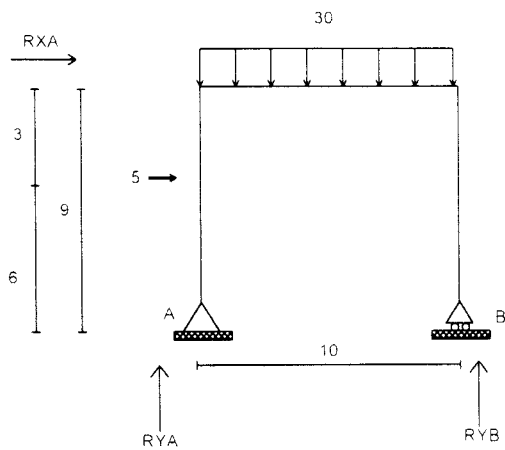


$$\begin{aligned} 48 & \\ 1. \quad 48 \cdot 4 &= 192 \\ 2. \quad 48 \cdot 4 &= 192 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \longrightarrow \quad \sum F_x = 0 & \quad P_2 - R_{XA} = 0 \\ \curvearrowright \quad \sum M_A = 0 & \quad (P_2 \cdot LX) + (P_1 \cdot L_1) - (R_{YB} \cdot L) = 0 \\ \uparrow \quad \sum F_y = 0 & \quad R_{YA} - P_1 + R_{YB} = 0 \end{aligned}$$





$$\sum F_x = 0 \quad 5 - R_{XA} = 0$$

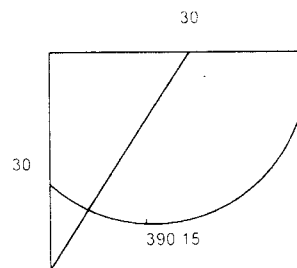
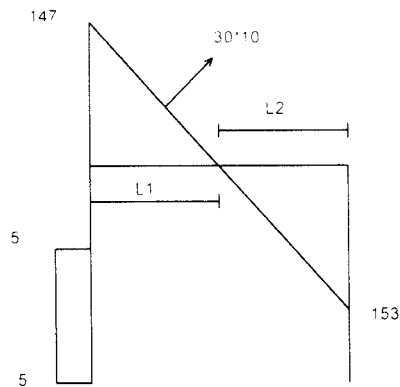
$$R_{XA} = 5$$

$$\sum M_A = 0 \quad (5 \cdot 6) + (30 \cdot 10 \cdot 5) - (R_{YB} \cdot 10) = 0$$

$$R_{YB} = 153$$

$$\sum F_y = 0 \quad R_{YA} - (30 \cdot 10) + 153 = 0$$

$$R_{YA} = 147$$



$$L_1 \frac{q \cdot l}{L} = q_1 \quad \frac{R_{YA}}{q_1} = L_1 \quad L_1 \frac{30 \cdot 10}{10} = 30 \quad \frac{147}{30} = 4.9$$

$$L_2 \frac{q \cdot l}{L} = q_1 \quad \frac{R_{YA}}{q_1} = L_2 \quad L_2 \frac{30 \cdot 10}{10} = 30 \quad \frac{153}{30} = 5.1$$

نکاتی در ترسیم دیگران:

برش:

- 1: در قسمتی که هیچگونه بار خارجی بر روی آن قرار ندارد منحنی برش صفر است
- 2: در قسمتی که بار گسترده اعمال می شود خط شیب بصورت منحنی ترسیم می شود
- 3: در قسمتی که بار متمرکز قرار دارد در منحنی برش تغییر ناگهانی یا پاره گی خطوط اتفاق می افتد

لنگر:

- 1: اگر برش در قسمتی از تیر ثابت باشد مماس خمشی در آن فاصله خطی است
- 2: معادله لنگر 1 درجه از معادله برش بالاتر است
- 3: هر جا که برش صفر باشد لنگر ماکز می شود

کار مجازی برای تعیین خط تأثیر نیروها:

اصل کار مجازی:

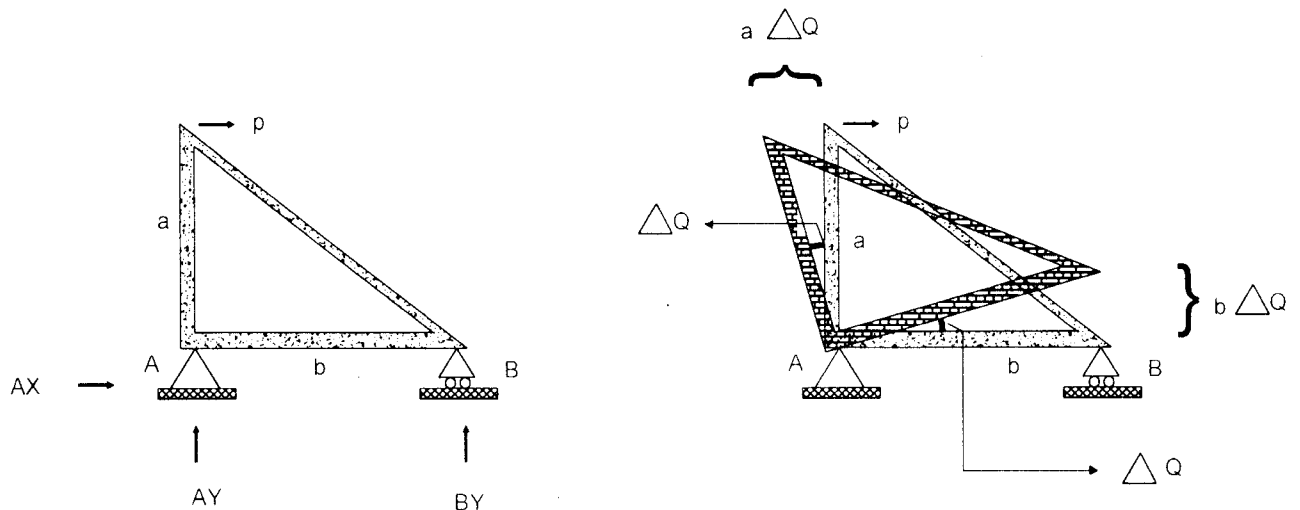
به اصلی گویند که در یک سیستم ایده آل و در حال تعادل، اصطکاک داخلی وجود نداشته باشد و انرژی از بین نرود.

هرگاه یک تغییر مکان مجازی و همساز با موانع سیستم به سازه اعمال گردد، مجموعه کار انجام شده توسط نیروها برابر صفر است.

نکته: در کار مجازی برای بدست آوردن عکس العمل یا نیروی داخلی (برش و لنگر) ابتدا به قید مربوطه یک جابجایی یا دوران فرضی (مجازی) وارد نموده آنگاه رابطه کار مجازی را محاسبه می نماییم.

$$\sum W_i = 0$$

با استفاده از اصل کار مجازی عکس العمل  $BY$  را محاسبه نمایید؟



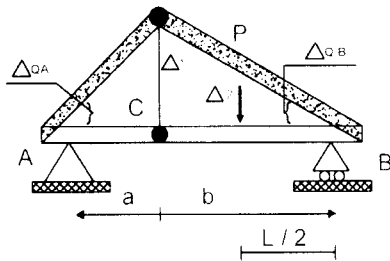
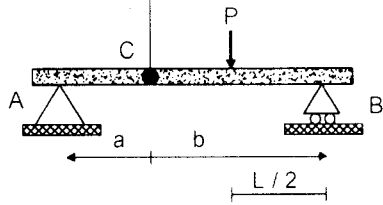
$$+BY \cdot (b \Delta Q) - P(a \Delta Q) = 0$$

$$BY = P \cdot a / b$$



با استفاده از اصل کار مجازی نیروی برشی و لنگر خمشی را در نقطه بدست آورید؟

مفصل داخلی خمشی



$$\Delta_1 = a \Delta_{QA} = b \Delta_{QB}$$

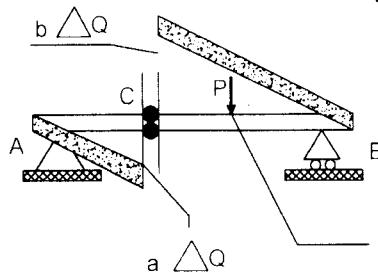
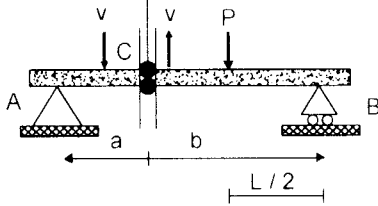
$$\Delta_2 = L/2 * \Delta_{QB}$$

$$-P \Delta_2 + MC \Delta_{QA} + MC \Delta_{QB} = 0$$

$$M = ((PA) / 2) (b/a) \Delta_{QB}$$

(b/a) Δ<sub>QB</sub>

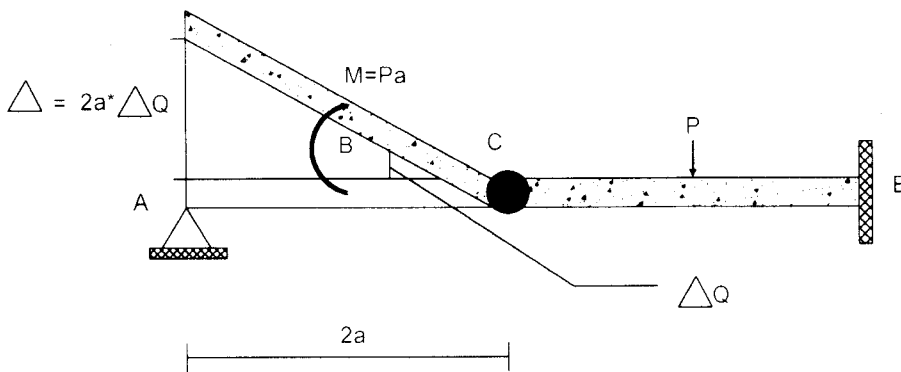
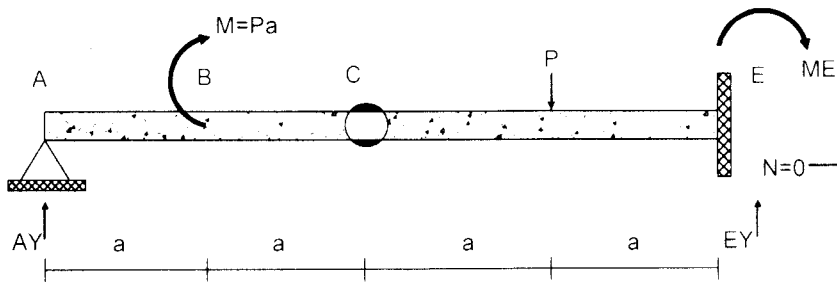
مفصل برشی



$$VC_c \Delta_2 + VC_c \Delta_2 - P \Delta = 0$$

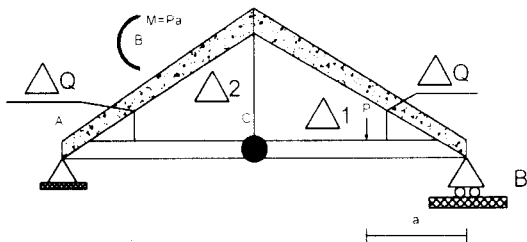
$$\Delta = (L/2) * \Delta Q$$

با استفاده از کار مجازی عکس العمل های سازه های زیر را بدست آورید.



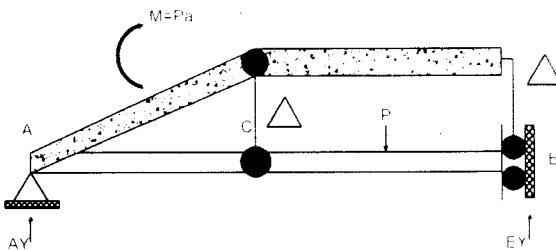
$$\text{کار مجازی} = + \Delta y^* \Delta + m^* \Delta_Q + p^* 0 = 0$$

$$AY = -(P / 2)$$



$$-P \Delta_1 - Pa * \Delta_Q + ME \Delta_Q = 0$$

$$ME = 2Pa$$

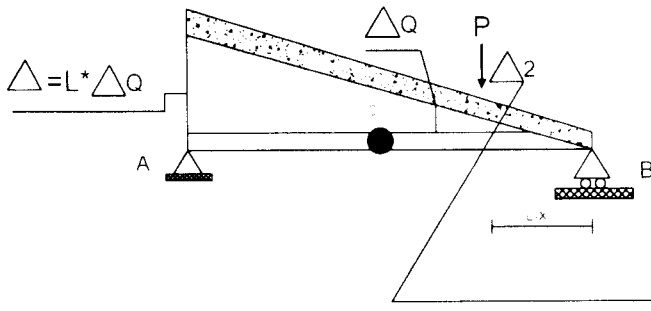
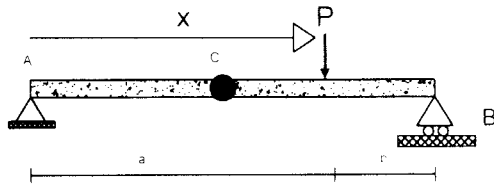


$$-Pa^* \Delta_Q - P \Delta + EY \Delta = 0$$

$$EY = 1.5 P$$

$$\Delta = 2a \Delta_Q$$

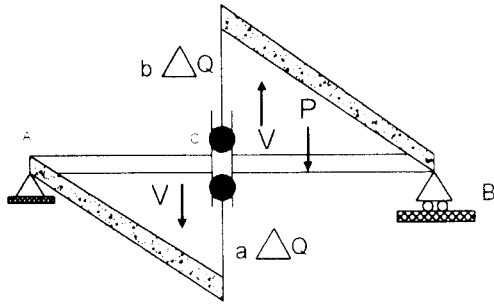
استفاده از روش کار مجازی در رسم خطوط تأثیر در سازه های معین:



$$+AY * \Delta - 1 * (L-X) * \Delta_Q = 0$$

$$AY = ((L-X) / L) = 1 * (L / X)$$

$$\Delta_2 = \Delta_Q * (L-X)$$

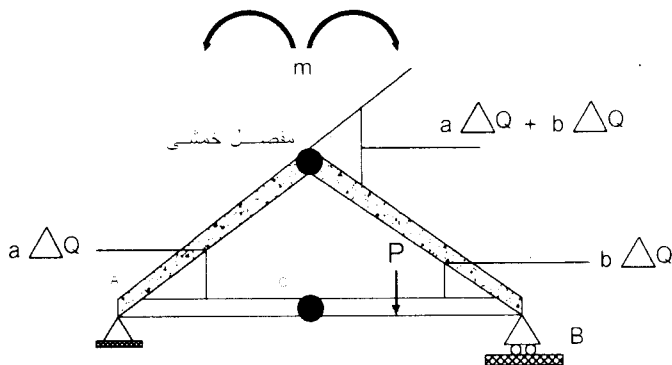


$$VC * a \Delta_Q + VC * b \Delta_Q - 1 * y = 0$$

$$VC * (a \Delta_Q + b \Delta_Q) = y$$

$$VC = (y / (a \Delta_Q + b \Delta_Q))$$

$$VC = y \underbrace{\hspace{10em}}_{=1}$$



$$MC * a \Delta_Q + MC * b \Delta_Q - Y * 1 = 0$$

$$MC = (Y / (a \Delta_Q + b \Delta_Q))$$

$$MC = Y$$

نکاتی برای ترسیم خطوط تاثیر:

1- تکیه گاه: تکیه گاه ها را در جهت عکس العمل خواسته شده آزاد نموده و به اندازه

واحد بالای بریم  $\Delta=1$

2- برش: بعد از زدن برش در مقطع مورد نظر یک مفصل برشی قرار می دهیم و به اندازه اختلاف واحد به سمت بالا یا پایین می کشانیم.

3- لنگر: یک مفصل خمشی گذاشته و به اندازه اختلاف واحد زاویه خارجی را دوران می دهیم.

محاسبه تغییر شکل ها:

- بعد از طراحی سازه نیاز است سازه در برابر بارهای بهره برداری کنترل گردد

(کنترل تغییر شکل ها با توجه به معیار سختی)

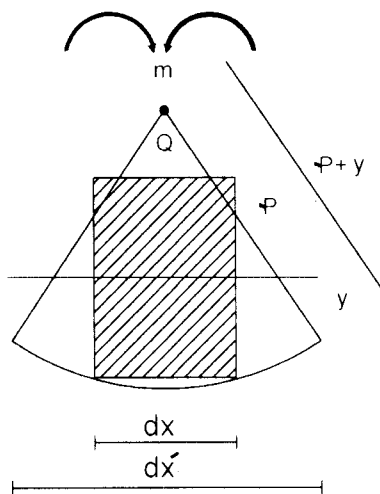
- تحلیل سازه های نامعین با استفاده از اصل سوپر پوزیشن

تغییر شکل ها می تواند ناشی از عوامل زیر باشد:

- خمش..... در تیرها

- برش..... در تیرهای عمیق

- نیروی محوری..... در خرپاها



$$\Delta L = dx' - dx \begin{cases} dx = PQ \\ dx' = (P+y) * Q \end{cases}$$

$$\Delta L = \frac{\Delta L}{dx} = \frac{yQ}{dx} = \frac{Q}{E}$$

$$= \frac{MY/I}{E} = \frac{yQ}{dx} = \frac{MY}{EI}$$

$$\text{انحنای} = \frac{\frac{dy}{dx}}{dx^2} = \frac{dy^2}{dx^2} = y''$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{M}{EI} = y''$$

روشهای محاسبه تغییر شکل (تغییر مکان یا خیز، چرخش یا دوران)

الف: برای محاسبه تغییر مکان در یک نقطه و یا یک جهت معین

1- روش کار مجازی (روش بار واحد)

2- روش انرژی

ب: روش هایی که از آن تغییر مکان چند نقطه به طور هم زمان محاسبه شود

1- روش لنگر سطح

2- روش بار الاستیک

3- روش تیر مضاعف یا تیر مزدوج

4- روش ترسیمی

\*\*\*\*\*

روش کار مجازی:

هرگاه سازه انحطاف پذیری تحت اثر بار خارجی در حال تعادل باشد و به آن تغییر

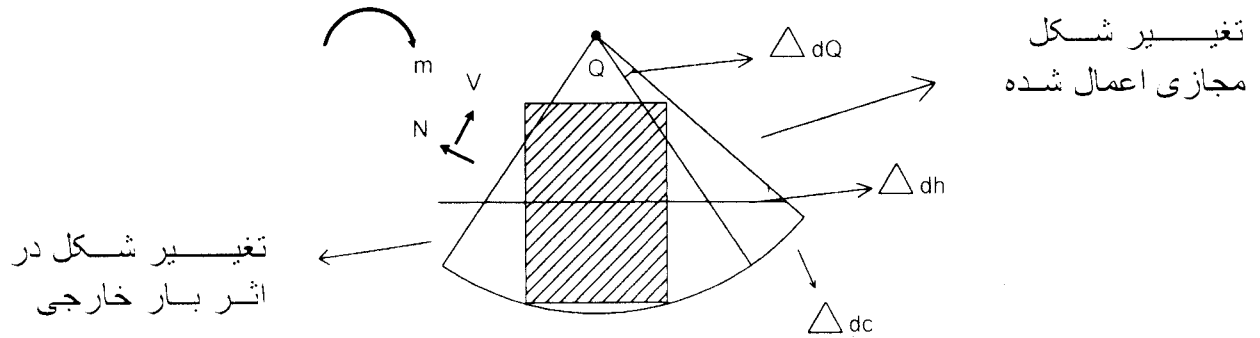
مکان مجازی اعمال گردد کار انجام یافته توسط نیروهای خارجی، با کار انجام

گرفته توسط نیروهای داخلی برابر خواهد بود. یا به عبارت دیگر هر گاه جسم

ارتجاعی تحت اثر دستگاه نیروی خارجی Q در حال تعادل باشد و پس از تحمل

تغییر شکل کوچک و مجازی در حال تعادل باقی بماند، کار انجام شده توسط

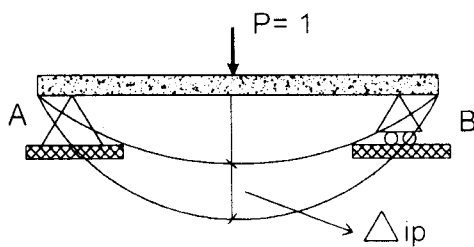
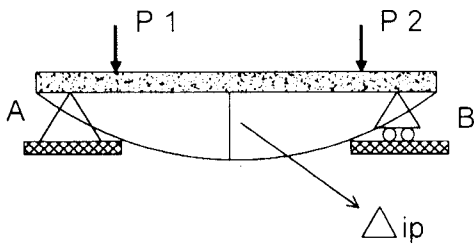
نیروی خارجی برابر با تغییر شکل مجازی داخلی جسم خواهد بود.  $W_{int} = W_{ext}$



$$W_{int} = W_{ext} \implies P_i \Delta_i + M_i Q_i = M. \Delta dQ + V. \Delta dh + N. \Delta ds$$

خرپا  $Z p_i \Delta_i = Z N ds$

روش بار واحد:



$$P \cdot \Delta ip = \left( M_{xi} \cdot \Delta dQ + \right) V_{xi} \cdot \Delta dh + \left( N \cdot \Delta ds \right)$$

$$\Delta dQ = \frac{M_{xp}}{EI} dx$$

$$\Delta ds = \frac{N_{xp}}{EA} dx$$

$$\Delta dh = v_{xp} \cdot \frac{dx}{GA}$$

$$\& ضرب شکل: = \left[ \begin{array}{l} \& مقطع دایره: \frac{1}{10} \\ \& مقطع مستطیل: \frac{6}{5} \end{array} \right. \quad G = \frac{E}{1+\nu}$$

$$\Delta ip = \left( M_{xi} \cdot M_{xp} \cdot \frac{dx}{EI} + \right) N_{xi} \cdot N_{xp} \cdot \frac{dx}{EA} + \left( V_{xi} \cdot V_{xp} \cdot \frac{dx}{EA} \right)$$

در اثر لنگر خمشی در تیرها

در اثر نیروی محوری در خرپا

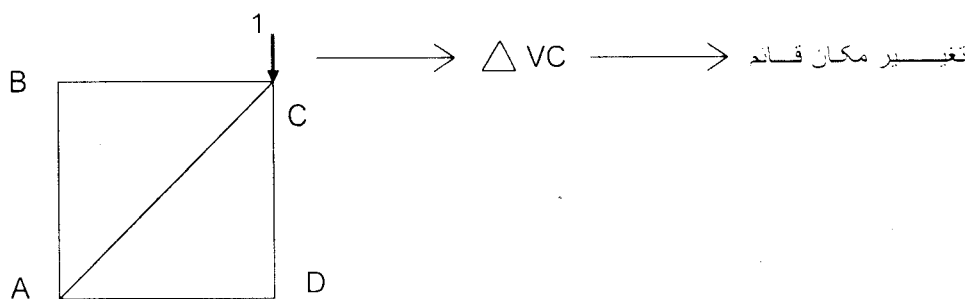
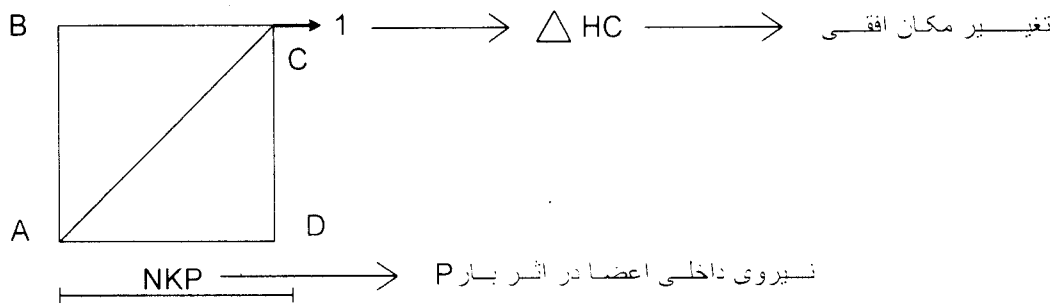
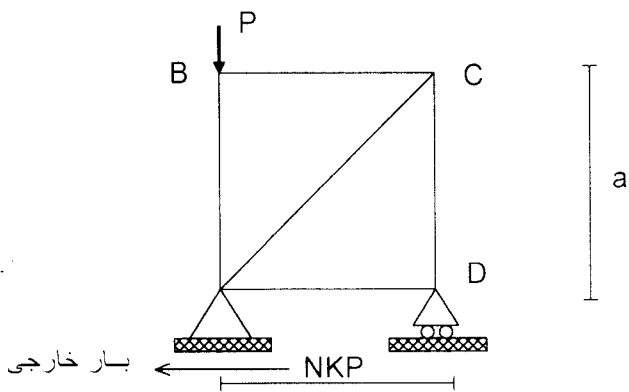
در اثر برش

$$\Delta ip \text{ در خرپا} = \sum N_{Ki} \Delta \cdot N_{Kp} \left( \frac{L}{EA} \right) K$$

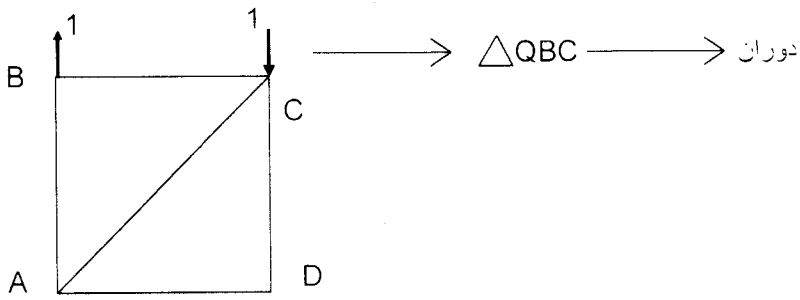
محاسبه تغییر شکل با استفاده از بار واحد

$$\Delta_{ip} \text{ در تیرها} = \int M_{xi} * M_{xp} * \frac{dx}{EI}$$

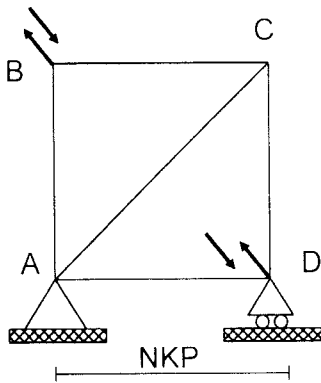
$$\Delta_{ip} \text{ در خرپا} = \sum N_{ki} \Delta_{k} \cdot N_{kp} \left( \frac{L}{EA} \right) K$$







دور یا نزدیک شدن نقاط B و C



$$\Delta = \sqrt{\Delta_{HC}^2 + \Delta_{VC}^2}$$

عوامل تغییر شکل

- بار خارجی P

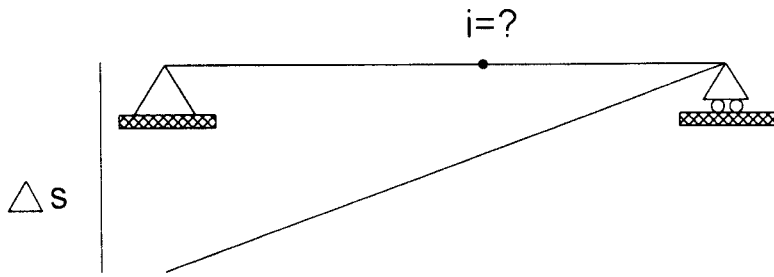
- دما  $\Delta T$

- نشست تکیه گاه  $\Delta S$

$$\Delta_{iT} = ZNk_i * \Delta_{LT}$$

$$\Delta_{LT} = L * \Delta T$$

عامل نشست تکیه گاه:



$$\Delta i = -zR * \Delta s$$



عکس اعمال تکیه گاه کرده نشسته کرده

قاب ها

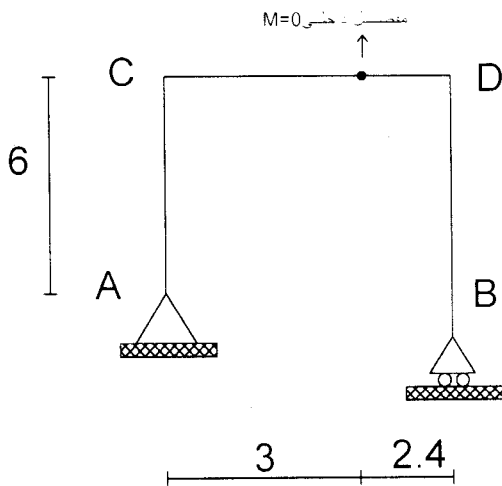
$$\Delta ip = \left( MXi * MXb * \frac{dx}{EI} + \right) NXi * NXp * \frac{dx}{EA}$$

-اثر بار p

اثر نشست تکیه گاه

مثال: تغییر مکان قائم و افقی نقاط C و D را در اثر نشست تکیه گاه B بدست

آورید



7.2

میزان نشست

$$\left[ \begin{array}{l} VB = 2CM \rightarrow \\ VB = 2CM \uparrow \end{array} \right.$$

روش بار واحد: مقدار تغییر شکل در یک نقطه

- روش مرکز سطح

- روش بار الاستیک: برای تعیین مقدار تغییر شکل در چند نقطه

- روش تیر مزدوج

- روش لنگر سطح:

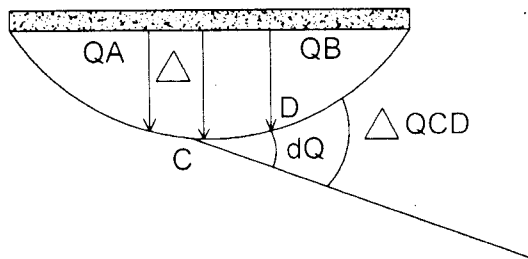
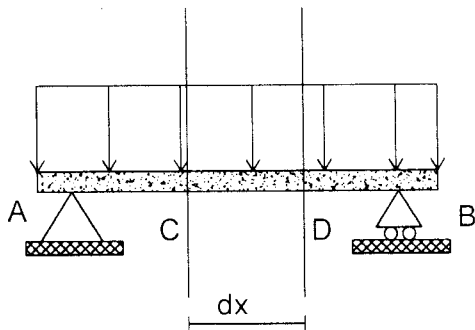
- منحنی تغییر شکل (منحنی الاستیک) در نظر گرفته می شود

- در فاصله ای که این روش بکار می رود باید منحنی تغییر شکل پیوسته باشد.

یعنی مفصل داخلی وجود نداشته باشد

- این روش یک روش حقیقی نیست یعنی نمی شود از این روش تغییر شکل را به

طور مستقیم بدست آورد.

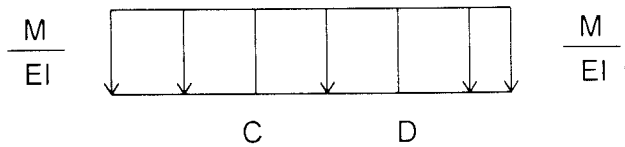


$$dQ_{CD} = \frac{M}{EI} * dx$$

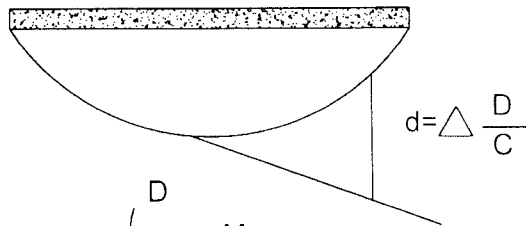
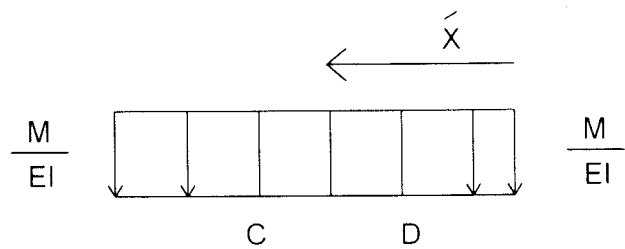
$$\int_C^D dQ = \Delta Q_{CD} = \int_C^D \frac{M}{EI} * dx$$

قضیه اول لنگر سطح:

اختلاف زاویه بین مماس های مرسوم در دو نقطه C و D برابر است با سطح زیر منحنی  $\frac{M}{EI}$  در فاصله بین دو نقطه C و D



قضیه دوم لنگر سطح:



$$\Delta \frac{D}{C} = \int_C^D \bar{x} \Delta QCD = \int_C^D \bar{x} \frac{M}{EI} dx$$

در یک منحنی الاستیک انحراف نقطه D واقع بر روی منحنی از مماس مرسوم بر نقطه C واقع بر روی منحنی مساوی لنگر سطح واقع در زیر منحنی  $\frac{M}{EI}$  بین نقاط C و D نسبت به محور قائم گذرنده بر نقطه D

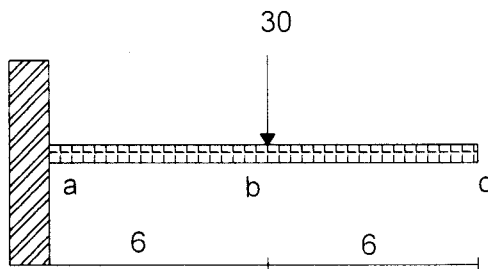
علامت ها: زاویه  $\Delta QCD$  و مساحت زیر منحنی  $\frac{M}{EI}$  دارای علامت یکسانی هستند، یعنی اگر  $\frac{M}{EI}$  مثبت باشد دلیل بر این است که از C به D حرکت نماییم مماس مرسوم بر منحنی الاستیک در خلاف عقربه های ساعت حرکت می کند.

علامت  $\Delta \frac{D}{C}$  یعنی  $\Delta D - \Delta C$

اگر زیر سطح منحنی  $\frac{M}{EI}$  مثبت باشد، لنگر اول آن نسبت به محور قائم مثبت و اگر منفی باشد این لنگر منفی می باشد یعنی نقطه ای با انحراف مثبت در بالای مماس مربوطه و نقطه ای با انحراف منفی در پایین مماس مربوطه قرار می گیرد.

مثال:

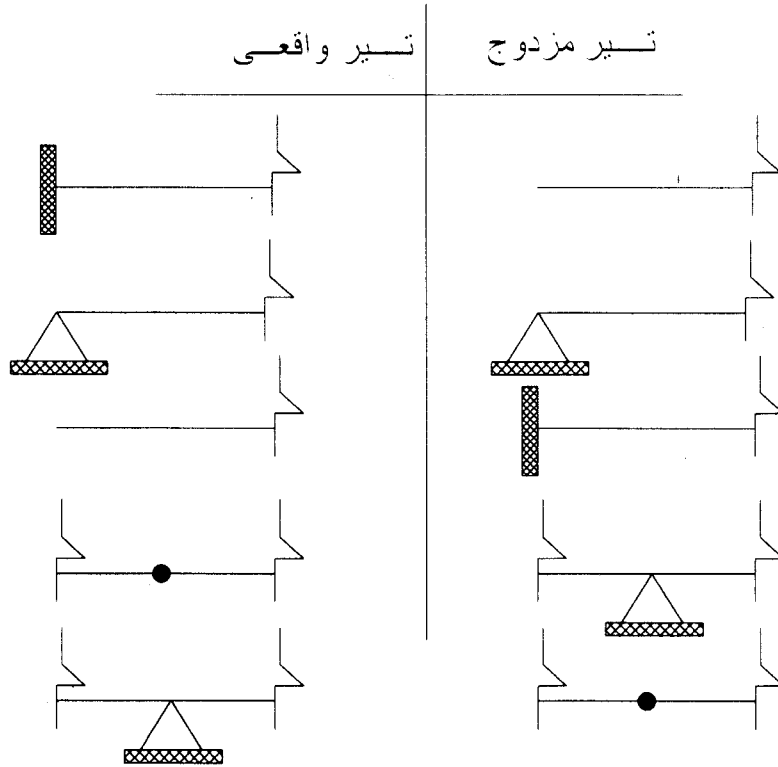
با استفاده از روش لنگر سطح  $Qb$  و  $\Delta b$  و  $\Delta c$  را بدست آورید



روش تیر مزدوج:

با توسعه روش لنگر سطح روش دیگری به نام روش تیر مزدوج حاصل می شود. در این روش تیری به طول تیر اولیه با باری معادل  $\frac{M}{EI}$  در نظر گرفته می شود. این تیر که تیر جانشین یا مضاعف یا مزدوج نامیده می شود دارای بار  $\frac{M}{EI}$  بوده و از چنان تکیه گاهی برخوردار است که هرگاه در هر نقطه از آن لنگر محاسبه شود، مقدار جابجایی در تیر واقعی و هر گاه در هر نقطه ای برش محاسبه شود شیب یا دوران را در تیر اولیه و در نقطه متناظر می توان بدست آورد.

شرایط تکیه گاهی:



مثال:

با استفاده از روش تیر مزدوج  $\Delta B$  و  $QC$  را محاسبه نمایید؟

