دینامیک ماشین _ مهندس خانه !

۸۸/۷/۶

Dynamics of Machineries — دینامیک ماشین

دینامیک ۵ بخش دارد:

۱. ذره مادی

۲. دستگاه ذرات مادی

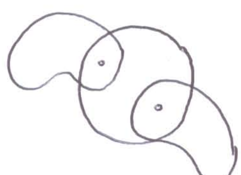
۳. جسم صلب

تا اینجا رو در دینامیک خوندیم.

۴. دستگاه اجسام صلب ← دینامیک ماشین

۵. اجسام پیوسته

دینامیک ماشین، دینامیک دستگاه اجسام صلب است و دو بخش دارد. بستگی دارد از کدام جهت به جسم نگاه کنید و از کدام طرف چه سمت ذره سیر کنید.



مثلاً حرکت نوسانی ساچمه درون کاسه صلب، یک حرکت مقید است. کاسه الاستیک باشد، از این دینامیک ذره ی مقید می رود بیرون و شروع می کنیم تابع شکل کاسه و از اینجور چیزها می نویسیم.

مثلاً یک قطار که روی ریل حرکت می کند، تابع آن ریل است (تابع مسیر است) (مقید به مسیر)

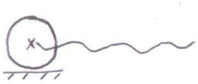
ماهی شناور در زیر آب ولی مقید نیست. برف پاک کن ماشین مقید است. دینامیک ماشین هم بخش اجسام صلب مقید است.

دستگاه اجسام صلب → سازوکار مقید

دستگاه اجسام صلب → multi body dynamics

فرض براین است که ما جسم صلب را بلدیم. می رویم بررسی صفحه ای می کنیم دستگاه اجسام رو.

* ذره ی مادی: یک نقطه، بعد ندارد ولی جرم دارد! در تعریف چگالی داریم $\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$ ولی اینجا وقتی $\Delta V = 0$ پیش می آید یعنی $\rho = \frac{m}{V=0} = \infty$، پس این مفهوم وجود خارجی ندارد. ولی ما تعریف اش می کنیم چون گاهی برای ساده سازی کل جسم صلب را، جرم متمرکز در مرکز جرم در نظر می گیریم.



* دستگاه ذرات مادی: مثلاً چند تا نخود (گلوله ای بی بعد) را به هم وصل کرده ایم و پرت می کنیم، در اینصورت مرکز جرم آنها مسیر سهمی می پیماید، ولی هرکدام از ذرات رژیم حرکت مشخص (چرخشی) دارند. (اگر چند ذره را جداگانه پرتاب کنیم، هرکدام سهمی می پیمایند، مرکز جرم هم سهمی) اگر بین آنها فنر بگذاریم، مرکز جرم مسیر سهمی می پیماید، هر ذره هم طبق روند خاصی حرکت می کند.

حالا اگر بینهایت میله بگذاریم (فنر با k بی نهایت و سختی بالا) ، یعنی اگر یک دستگاه ذرات مادی متشکل از حداقل دو نقطه‌ی جرم ، داشته باشیم که بین ذرات فنرهایی با سختی بالا وجود داشته باشد به طوری که حرکت نسبت به هم نداشته باشند (یعنی فاصله‌ی بین ذرات تغییر نکند و تحرک داخلی نداشته باشند) یک جسم صلب داریم . یک تعریف دیگر آن است که جسم صلب تحت دستگاه نیروهای خودمتعادل تغییر شکل نمی دهد . (سه تعریف جسم صلب)

* دستگاه اجسام صلب : مجموعه‌ای از این‌ها . یا از دینامیک میاییم پایین یا از سینماتیک میریم بالا .

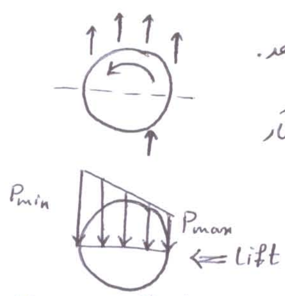
* اجسام پیوسته : در هر نقطه چگالی وجود دارد و ما آن را تابعی از (x, y, z) می گیریم .

در دینامیک ماشین تا دستگاه اجسام صلب پیش می آییم . بسته به اینکه می خواهیم چه چیز را بررسی کنیم ، جسم را به صورت ذره‌ی مادی یا جسم صلب در نظر می گیریم .

محور دوران زمین جابه جا می شود ، مسیر حرکتش را هم حتی در طول سالیان روی سطح زمین رسم کرده اند . بسته به نوع مطالعات ، مدلی که برای زمین فرض می کنی متفاوت خواهد بود . زمین در منظومه شمسی ذره ، در بررسی هواپیما صلب و در بررسی دوره تناوب اش پلاستیک است .

(با صلب گرفتن اش 300 روز می شود و پلاستیک گرفتن اش 427 روز ! یعنی 50 درصد خطا !)

با توپ : وقتی امتداد ضربه ات از مرکز توپ بگذره ، رفتارش و حرکتش مثل ذره ست ولی اگر بخواهی به کنارش ضربه بزنی (شوت کات دار و از این حرفا) به خاطر چرخش اش (سیرکولاسیون) فشار دو طرفش به خاطر وجود هوا نابرابر می شود و لیفت می دهد .



Magnus Effect

باید جسم صلب بگیریش به خاطر چرخش . در کره‌ی ماه اتفاقا اصلا نمی توانی شوت کات دار بزنی و همه جا مثل ذره رفتار می کند .

در درس ما همه چیز صلب است .

بخش عمده‌ی مهندسی ، مدلسازی است . حالا مدل رو که ساختی ، حل براش پیدا می شه .

- **Mechanics** (قدیمی‌ترین بخش فیزیک)
  - Statics (استاتیک) (در واقع بخشی از سینتیک به حساب میاد) $\rightarrow$ $\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} & (\vec{a} = \vec{0}) \\ \sum \vec{M}_o = \vec{0} & (\vec{\alpha} = \vec{0}) \end{cases}$ equillibrium تعادل
  - Dynamics (پویایی)
    - Kinematics (حرکت شناسی) $\rightarrow$ (صرفاً ریاضیه) : بررسی حرکت بدون در نظر گرفتن عوامل حرکت
    - Kinetics (~~جنبش~~ شناسی) $\rightarrow$ (یک علم تجربیه !) : بررسی عوامل ایجاد کننده حرکت

Location موقعیت $\rightarrow (x, y, z)$ مختصات خطی

Position وضعیت $\rightarrow (\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ مختصات زاویه‌ای

به ذره‌ی مادی زاویه تعریف نمی شود ، چون فقط 1 نقطه است . درحالیکه جسم صلب حداقل 2 نقطه است که اگر به هم وصل کنیم یک خط می شود . این

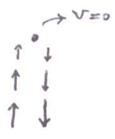
خط اول با خطی که در اثر تغییر وضعیت جسم به دست می آید، زاویه‌ای می سازد. ولی در ذره اصلاً خطی نداریم. پس برای ذره‌ی مادی موقعیت زاویه‌ای نداریم.

برای ω داشتن باید حداقل دوتا ذره داشته باشیم.

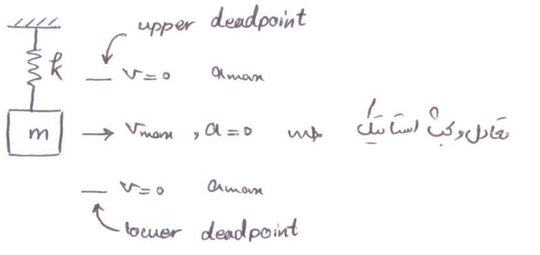
- سکون چیست؟

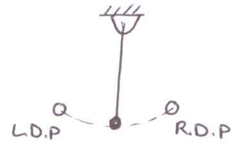
at rest $\begin{cases} v=0 \\ \omega=0 \end{cases}$ stationary state

وقتی یک ذره رو در میدان جاذبه پرت می کنی بالا و دوباره برمی گرده، توی نقطه ی اوج سرعت صفره ولی شتاب داره پس بحث استاتیک مطرح نیست بلکه دینامیکه!



در آونگ ولی حتی در نقطه وسط هم استاتیک نداریم چون حرکت منحنی الخط و شتاب داره!





(۱۷۷۶) تقسیم بندی دینامیک به سینتیک و سینماتیک متعلق به اویلره!

قوانین ~~نیوتون~~ ⟵ نیوتن ($\vec F = m\vec a$) سال هاست اعتبارشون رو از دست دادن، چون شرایط خاص دارن ($\vec a$ نسبت به دستگاه اینرسی) ولی ما مهندسا ازش استفاده می کنیم چون در محدوده‌ی جرم های بزرگ و سرعت های پایین معتبره!

- قانون دوم

$$\vec F = m\vec a = \frac{d\vec P}{dt}$$

$$\vec M_o = \frac{d\vec L_o}{dt} + M\vec R_c \times \vec r_o$$

ما از سینماتیک شروع می کنیم و اول جابه جایی رو پیدا می کنیم. بعد ازش مشتق می گیریم و ضرب در جرم می کنیم (نیروی دینامیکی) و بعد با نیروهای استاتیکی ترکیبش می کنیم و می رویم تو بالانسینگ و fly wheel و این دوستان!

Analysis	آنالیز	تجزیه - تحلیل	⟹ دینامیک ماشین
Synthesis	سنتز	ترکیب - طراحی	⟹ طراحی مکانیزم ها

ساختن مکانیزم‌ها که یکی از دستگاه اجسام صلب را در بر می‌گیره، طراحیه! وقتی طراحی کردی باید بیای آنالیز کنی و چکش کنی ببینی همونطوری که می خواستی هست یا نه. پس برای طراحی باید آنالیز هم بلد باشی!

* مکانیزم: در مباحث مهندسی با مجموعه‌ای از قطعات مرتبط با هم سروکار داریم. این مجموعه بر مبنای همان تقسیم بندی‌های صفحه‌ی پیش برای مکانیک، تقسیم بندی می شود.

statics → structure سازه (مثال: سوله یا هواپیما که یک سازه‌ی شناوره)

kinematics → mechanism سازوکار

kinetics → machine ماشین

→ * مجموعه‌ای از قطعات مرتبط به هم که طبق نظر طراح، کمیت‌های مکانیکی را از یک یا چند ورودی به یک یا چند خروجی منتقل کند.

خیلی وقتا به مغز طراح دسترسی نداریم، می‌رویم سراغ مهندسی معکوس!

* کمیت های مکانیکی شامل سرعت، جابه جایی، مسیر، انحنا (کمیت‌های سینماتیکی)

شتاب (رابط بین کمیت‌های سینماتیکی و سینتیکی)

(کمیت‌های سینتیکی) نیرو، گشتاور، کار، انرژی و توان می‌شوند.

* اگر کمیت های منتقل‌شده، در وهله‌ی اول اهمیت برای ما جزء دسته‌ی سینماتیکی باشند، یک مکانیزم و اگر جزء سینتیکی ها باشند، یک ماشین داریم. به طور کلی در هرکدام از این ها کمیت هایی از هردو خانواده وجود دارند.

کار قیچی بریدن کاغذ یعنی وارد کردن نیرو است پس ماشین است. عقربه ساعت اولویتش سرعتش و جابه جایی اش است، پس مکانیزم است.

پرگار هم مسیر پس مکانیزم است. پرگار و عقربه مکانیزم های خالص هستند.

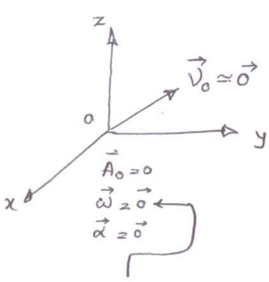
هر ماشینی مکانیزم هم هست.

* و در مورد شتاب؛ بحثی داریم به عنوان دستگاه مختصات مرجع Reference

- کارتزین: دستگاه xyz شامل سه کنج نه الزاماً متعامد!

- گالیله ای، لخت اولیه، مطلق، نجومی: سه تا محور که از سه تا از ثوابت (سه تا ستاره) عبور کند.

- نیوتونی، لخت (ثانویه)

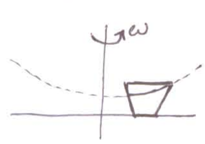


دستگاه گالیله ای در حال سکون است ولی نیوتونی واقع گرایانه تر است.

اگر در یک فضای لایتناهی باشیم، نمی توانیم بفهمیم ساکنیم یا داریم با سرعت ثابت حرکت می کنیم.

نیوتون با سطل آبش چک می کنه در یک دستگاه دوار یا شتابدار هست یا نه.

البته مشتق دوم ω می تواند لحظه ای غیرصفر شود، ولی لحظه ای ست، مهم نیست



نیرو مطلقه! نیرو تقسیم بر اسکالر جرم می شه شتاب! پس شتاب هم مطلقه! پس چه اتفاق بین شتاب و سرعت می افته که سرعت نسبیه؟ به انتگرال گیری می کنیم که یک ثابت انتگرال می‌یاد وسط که بسته به شرایط اولیه و دستگاهی که توش انتگرال گیری می کنیم، فرق می کنه. پس سرعت نسبیه!

$$\vec{v} = \int \vec{a}\, dt + \boxed{\vec{v}_0}$$

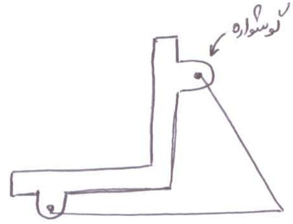
۸۸/۷/۸

* گستره‌ی (طبیعی بدون جرم) جسم صلب (Massless Natural Extension) :

یعنی توسعه‌ی ریاضی یک جرم فیزیکی ! مثلاً برای مطالعه‌ی یک تیر ، فقط محورش را درنظر می‌گیریم و آن را تا بی‌نهایت ادامه می‌دهیم. بدون جرم درنظر گرفته می‌شود چون در حالیکه طولش بی‌نهایت می‌شود بازهم بتوانیم آن را جابه‌جا کنیم.

ماهیت همه‌ی اجسام سه‌بعدی است ولی ما گاهی اوقات لازم داریم یک یا دوبعدی درنظر بگیریم. مثلاً برای مطالعه‌ی تیر، یک بعدی می‌گیریمش ، فقط x دارد.

در دینامیک ماشین ما با اجرام صفحه‌ای سروکار داریم . از طرفی گاهی اوقات با نقاطی (مثلاً نقطه سرعت صفر) کار داریم که شاید بیفتد به جایی بیرون ماهیت واقعی جسم . یا ممکن است برای اتصال دادن یک قطعه بخواهیم از نقاطی استفاده کنیم که روی جسم نیستند.



* حرکت (Motion) : تغییر موقعیت یا وضعیت (یا هردو) یک جسم نسبت به یک جسم دیگر. حرکات یا صفحه‌ای اند یا فضایی.

1) Planar Motion : هر نقطه ای از جسم را که درنظر بگیریم ، حرکت آن در یک صفحه موازی یک صفحه‌ی مرجع مشخص باشد (در طول زمان)

a) انتقال Translation

b) چرخش (Pure) Rotation

2) Spatial Motion : حرکتی که صفحه‌ای نباشد.

حرکت صفحه‌ای یا انتقال خالص است یا چرخش خالص یا ترکیب این دوتا . در چرخش مسیر حرکت همه‌ی ذرات جسم دایره است.

مکان هندسی مراکز این دایره‌ها می‌شود محور دوران.

اگر حرکت فضایی باشد، اگر سرعت نقاط روی محور دوران (که همیشه در راستای خود محوراست) صفر بود (~~از نظر کسی که روی جسم زندگی می‌کند~~) چرخش دائم داریم و اگر سرعت داشتند ، چرخش آنی داریم و محور هم به همین ترتیب محور دائم یا آنی داریم.

این محور چرخش وجود دارد و یکتاست.

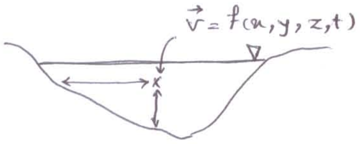
به حرکت خود محور دوران (حرکت مکان هندسی نقطه‌ها) می‌گن تقدیم (precetion).

هر حرکت به صورت ترکیبی از انتقال و چرخش قابل تبدیل است به یک حرکت چرخش ← چرخش آنی

به حرکتی می‌گوییم انتقالی که سرعت ، فقط تابع زمان باشد (انتقالی دائم) $v = f(t)$

* اگر یک خط مبنا روی جسم درنظر بگیریم که در تمام طول حرکت ، موازی حالت اولیه خودش باقی بماند.

مثلاً جریان رودخانه در حالت کلی به صورت $V(x,y,z,t)$ است.



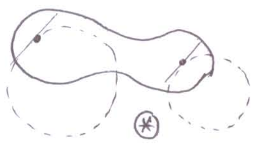
- اگر سرعت فقط توی یک لحظه این خاصیت داشته باشه (در یک لحظه سرعت تمام نقاط جسم یکی باشد) (عکس بگیری پشت سرهم) ← می‌شود انتقال آنی

- پوش (Enuelop): مماس های بر منحنی را در هر لحظه داشته باشی، به منحنی اصلی می‌گن پوش. منحنی پوش سرعت می‌شه مسیر.

پس حرکتی که انتقال دائمه، مسیر همه‌ی ذراتش یکیه!

حرکت روبه‌رو

نمی‌تواند انتقالی باشد ولی اگر داشته باشیم



می‌تونه انتقالی باشه. ولی باید به یه جایی برسه که برای اینکه به حرکت انتقالی ادامه بده، مجبور بشه کش بیاد، در اونجا به جای کش اومدن شروع به چرخش می‌کنه. شکل ⊛ در لحظه‌ای که کشیدیم انتقال آنی داره.

سرعت زاویه‌ای باعث می‌شه مؤلفه‌ی سرعت روی خط عمود بر خط واصل دو نقطه‌ی روی جسم صلب متفاوت باشد. مؤلفه‌ی سرعت روی خط واصل که همیشه باید برابر باشه تا نقطه‌های جسم صلب تحرک داخلی نداشته باشند.

به یک چیزی می‌گن فاز (phase): حالتی که جسم ما در یک آن دارد (می‌توانیم از آن عکس بگیریم) حالتی که در یک آن به آن میل می‌کند یک فاز است.

Translation {
Rectilinear مستقیم الخط
Curvilinear منحنی الخط

در حرکت انتقال دائم که مسیر حرکت تمام ذرات یکی است، اگر مسیره یک خط راست بود می‌شود حرکت مستقیم الخط و اگر منحنی باشد می‌شود منحنی الخط.

۸۸/۷/۱۳

* انواع حرکت فضایی

۱) حرکت استوانه‌ای Cylindrical Motion فاصله همواره از یک محور مشخص در فضا ثابت باشد و موقعیت نقطه روی یک استوانه ثابت.

۲) حرکت کروی Spherical Motion فاصله همواره از یک نقطه مشخص در فضا ثابت باشد.

۳) حرکت مخروطی Conical Motion

۴) حرکت مارپیچی Helical Motion فاصله از یک محور مشخص در فضا ثابت است.

حرکت به صورت گوی و کاسه برای اجسام، حرکت کروی است. اتصال کروی و هر اتصالی با دادن چند پارامتر مشخص می‌شود. در حرکت کروی با دادن 3 زاویه موقعیت جسم مشخص می‌شود.

- فرق استوانه‌ای و مارپیچی: در هر دو با داشتن θ و z موقعیت نقطه مشخص می‌شود، ولی در مارپیچی بین θ و z رابطه‌ای وجود دارد. در مارپیچ با هر دور پیچیدن، یک گام می‌رود جلو (P). پس در مارپیچی با داشتن فقط یکی از θ یا z موقعیت مشخص است.

در حرکت مخروطی نقطه روی مخروط حرکت می‌کند. در اتصالات سریع از حرکت مخروطی استفاده می‌کنند.

حرکت زمینی هم داریم؛ کف دست به پشت دست مثلن. هذلولی گون دوار، سهموی، بیضوی؛ مثلن برای اندازه گیری دبی آب از چرخنده بیضوی استفاده می‌کنند. چرخنده های عقب پیکان هذلولی گون هستند.

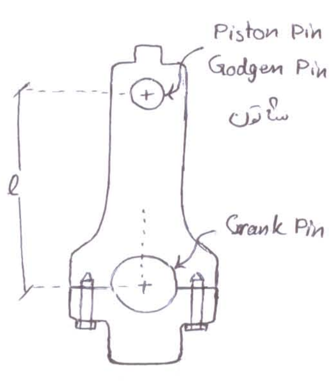
در ربات ها اتصالات معمولاً کروی اند (!!).

در تعریف ماشین گفتیم مجموعه‌ای از قطعات مرتبط به هم. قطعه ←

اتصال ولولا ← مرتبط به هم

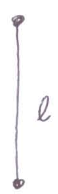
هر قطعه که جدا ساخته می‌شود و از پیوستگی طبیعی ماده استفاده می‌کند ← جزء است (element). پیچ و واشر و مهره هم هر کدام یک جزء به حساب می‌آید.

ولی لینک مجموعه‌ای از این اجزاء است که به هم متصل اند و با هم حرکت می‌کنند و تحرک داخلی ندارند.



مثلاً شاتون حداقل از 4 جزء تشکیل شده است، روی هم link به حساب می‌آید. تعداد اجزاء می‌تواند بیشتر هم باشد. نهایتاً 13 جزء می‌تواند داشته باشد.

یک نکته‌ی دیگه اینکه، در نقشه‌ی شاتون یه عالمه اندازه داده اند که کار کسانی است که در طراحی اجزاء و FEM و مانند اینها سررشته دارند و محاسبه کرده اند، برای اینکه نیروهای معینی را تحمل کند، چه ابعاد و شکلی باید داشته باشد. ولی یک پیکره‌ی سینماتیکی (Kinematic Diagram) هم داریم که دیگر تمام ابعاد توی نقشه‌ی فنی را ندارد و فقط آن اندازه هایی را که برای ما مهم است نشان می‌دهد. مثلاً حال شاتون مثل روبه رو است:



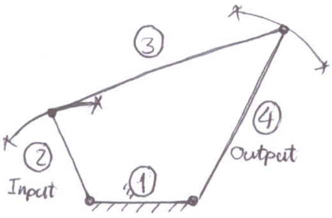
در این درس شاتون را صلب می‌گیریم، علی رغم اینکه می‌دانیم خسته می‌شود، شکسته می‌شود و غیره.

- لینک‌ها را براساس نقشی که ایفا می‌کنند، در چهار دسته طبقه بندی می‌کنند:

1) Input Link ورودی 2) Output Link خروجی 3) Base link پایه (Ground) 4) Connecting Link رابط ← همو ستار! یا Floating link/(Coupler)

Four Bar Link (FBL)

مکانیزم چهارمیله پرکاربردترین مکانیزم در صنعت است.



← بندگاز !

← مثل برف پاک کن

یکی از این بندها زمین است. ناظر روی آن می نشیند. پس الزاماً ثابت نباید باشد. ولی مثلاً در برف پاک کن ثابت است. به همین دلیل که « بند پایه است.

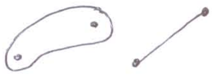
بندی که کمیت های مکانیکی به آن داده می شود ← بند ورودی

بندی که کمیت های مکانیکی از آن گرفته می شود ← بند خروجی

بند ورودی و بند خروجی از طریق بند رابط (بند شناور در برخی مباحث)، به هم ربط داده می شوند.

- تقسیم بندی بندها از نظر اتصالات:

← بند ساده Simple (Binary) دوتایی



← بند مرکب Compound Link

← Ternary سه تایی

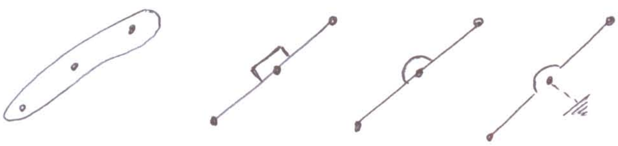
← Quaternary چهارتایی

⋮

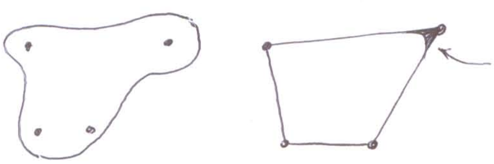
← 12 تایی

بند یه دونه‌ای قابل کنترل Controllable نیست، مثل زنجیری که آویزان است، ول است.

- سه تایی: انواع و اقسام نمایش



- چهارتایی:



برای اینکه یک بند باشد و FBL نباشد، و نسبت به هم تغییر شکل نداشته باشد، دوتا از میله‌ها را به هم جوش می دهند.

* اتصالات سینماتیکی: اینکه چگونه این بندها به هم وصل می شوند.

به دو گروه تقسیم می شود:

1) Lower Pairs: اتصالات مرتبه پایین ← راحت تر حل می شوند، شتاب کوریولیس و نرمال ندارند، تماس‌شان صفحه‌ای است.

2) Higher Pairs: اتصالات مرتبه بالا ← تماس‌شان خط یا نقطه است. یک کره روی زمین، یه استوانه روی یکی دیگه.

Lower Pairs

Revolute	اتصال تک گرد ← (در مقابل گردی که ۳۶۰ درجه دارد)	Pin (Shaft and Bushing)	$\to J_1$	وضعیت فقط با یک θ مشخص می شود.
Prismatic	کشوئی ← لغزنده و راهنما	Slider (Slider & Guide)	$\to J_1 (s)$	
Helical	مارپیچی ← پیچ و مهره	Screw (nut & Screw)	$\to J_1 (s \text{ یا } \theta)$	
Globular	کروی ← گوی و کاسه	Ball & Socket	$\to J_3 (\theta_x, \theta_y, \theta_z)$	
Cylindrical	استوانه‌ای		$\to J_2 (\theta, s)$	
Flat	تخت		$\to J_3 (x, y, \theta_z)$	

این اتصالات همه Joint هستند. به خاطر همین با J_n نشان می‌دهیم. $n \leftarrow$ تعداد پارامترهای تعیین کننده ی وضعیت!

۸۸/۷/۱۵

در مکانیزم های صفحه ای فقط از Pin (R) و Slider (P) استفاده می‌کنیم.

Higher Pairs
- 1) Direct Contact → 1) Pure Rolling — P.R.
  - ارتباط مستقیم (تماس مستقیم)
  - 2) Roll-Slide Contact — R.S.
  - 3) Pure Sliding — P.S.
- 2) Wrapping Pairs — W.P.
  - اتصالات پوششی

اتصالات مرتبه بالای تماس مستقیم، دائم و آنی دارند. علت آنی برمی‌گردد به مراکز آنی دوران. دوتا چرخدنده که باهم درگیرند، در تمام لحظات غلت همراه با لغزش دارند و فقط در یک لحظه غلت خالص را تجربه می‌کنند.

وقتی دو جسم روی همدیگر می‌غلتند و باهم تماس مستقیم دارند، مثلاً گوی روی کف دست

محل تماس، در فضا یک خط راست یا نقطه می‌تواند باشد ولی در صفحه حتماً یک نقطه است. این می‌شود اتصال مرتبه بالا. هرچیزی که اتصال مرتبه بالا نباشد می‌شود مرتبه پایین.

تعریف مماس چیست؟ مماس خطی است که از دو نقطه روی منحنی، که بسیار به هم نزدیک هستند می‌گذرد ولی این دو نقطه هیچ وقت یکی نمی‌شوند. (فاصله‌ی آنها آنقدر کم است که نمی‌توان هیچ نقطه ی سومی بین آنها درج کرد $\leftarrow$ دو نقطه ی مجاور). فرق وتر با مماس در این است که در وتر فاصله‌ی این دو نقطه از هم، مقدار محدودی است.

infinite ∞

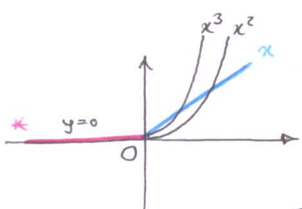
finite A

infinitesimal 0

ما این دوتا را نمی‌توانیم تصور کنیم → در ذهن ما نمی‌گنجد

* مرتبه ی اتصال: Order Of Contact

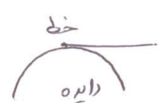
دوتا منحنی را می‌خواهیم در یک نقطه به هم وصل کنیم. اگر دوتا تابع به هم وصل شده باشند (پیوسته باشند) و $n-1$ مشتق بعدی آنها هم پیوسته باشند، می‌گوییم مرتبه‌ی اتصال n است.



دو تابع صورتی و آبی در نقطه ی ۰ فقط پیوسته‌اند و مشتق اول آنها پیوسته نیست. مرتبه اتصال = ۱

اگر حالا با x^2 و x^3 اتصال بدهیم و مشتقات آنها را بنویسیم:

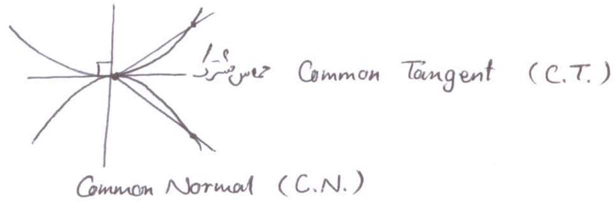
@ $x=0$	y	y'	y''	y'''
$y=x$	۰	۱	۰	۰
$y=x^2$	۰	۰	۲	۰
$y=x^3$	۰	۰	۰	۳

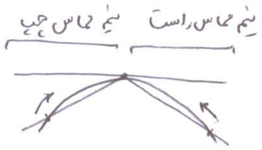


$\rightarrow$ OoC = 2

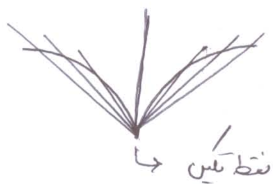
برای پیوستگی سرعت، مرتبه ی اتصال ۲ و برای پیوستگی شتاب حداقل ۳ باید باشد. برای اینکه شتاب و سرعت ماشین، پیوسته باشد، باید پیچ خیابان، تابع خوبی داشته باشد.

- اگر دو منحنی داشته باشیم که مماس های هر دو برهم منطبق باشد، در تماس مستقیم، به این خط می گوییم مماس مشترک. خط عمود بر این خط می شود، عمود مشترک.





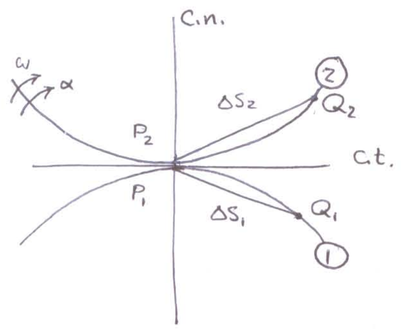
در حالت عادی، نیم مماس راست و نیم مماس چپ، دو تا نیم خط متفاوت ولی در یک راستا اند.



ولی اگر روی هم بیفتند، می شود نقطه ی تکین.

۸۸/۷/۲۵

* غلت خالص و لغزش خالص



$$\overline{P_1Q_1} = \overline{P_2Q_2} \longrightarrow \Delta S_1 = \Delta S_2$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S_2}{\Delta t}$$

$$v_1 = v_2$$

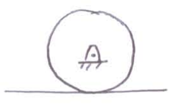
$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

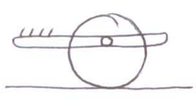
سرعت دو نقطه ی در حال تماس در غلتش خالص باهم برابر است. یعنی سرعت نقطه P_1 بر منحنی ① با سرعت P_2 بر منحنی ②.

وضعیت این دو منحنی را با چند پارامتر می توان مشخص کرد؟

دایره ی بوسان که در ریاضی داشتیم اتصال از مرتبه ی ۳ است.

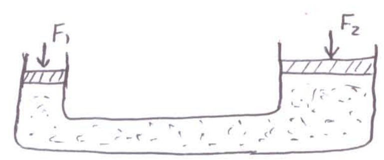
در غلتش خالص وضعیت فقط با α یا فقط با θ_z مشخص می شود. در غلت همراه با لغزش با α و θ_z به همراه هم مشخص می شود. در لغزش، ② می تواند دور خود بچرخد یا برود پایین. پس

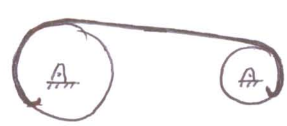




$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$	$\vec{v}_1 = \vec{v}_2$
P.S. or R.S.	P.R.
$j_2(\alpha, \theta_z)$	$j_1(\alpha$ یا $\theta_z)$

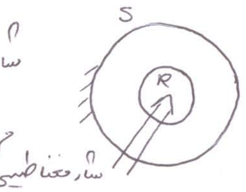
* اتصالات پوستی:





دو دیسک به هم وصل شده اند بدون تماس به هم.

در موتور الکتریکی شار مغناطیسی روتور (R) را می‌چرخاند و باعث می‌شود درون استاتور (S) بچرخد. این شار الان اتصال پوششی در نظر گرفته می‌شود.



اینها را قدیم بندهای انعطاف‌پذیر Flexible Link در نظر می‌گرفتند ولی الان اتصال پوششی می‌گیریم.

تسمه الان بند در نظر گرفته نمی‌شود، اتصال مشروط است.

- اگر بپرسیم پین چه جوری با شیار اتصال دارد ← در امتداد شیار می‌تواند حرکت کند، پس در حقیقت غلت همراه با لغزش (j_2) است. سرعت بالا و پایین پین که در تماس با شیار است، اگر بخواهد غلت خالص داشته باشد، باید هر دو صفر باشد، پس کلاً سرعتش باید صفر باشد. یعنی نمی‌تواند بغلتد.

البته برای بالا بردن محور لقی کمی ایجاد می‌کنند. در این صورت می‌تواند بغلتد.

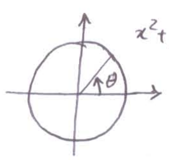
* درجه آزادی: Degree of Freedom

تعداد "حداقل پارامترها" یا "پارامترهای مستقل" برای تبیین یا تعیین وضعیت یک جسم را گویند.

	Particle	Rigid Body
2D	$2\,(x, y)$	$3\,(x, y, \theta_z)$
3D	$3\,(x, y, z)$	$6\begin{pmatrix} x, y, z \\ \theta_x, \theta_y, \theta_z \end{pmatrix}$

مثلاً قطار چند درجه آزادی دارد؟ منحنی ریل حرکت آن را تعیین می‌کند. پس یک درجه آزادی دارد.

پیکان علی رغم اینکه نمی‌تواند درجا دور خودش بچرخد، سه درجه آزادی دارد (x و y و θ_z) چون می‌تواند "هر موقعیتی را با هر وضعیتی" در صفحه اختیار کند.

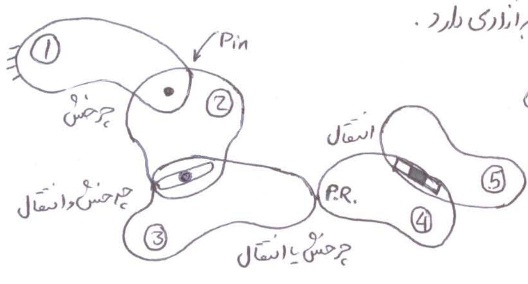


x: تعداد پارامتر مستقل

θ: حداقل پارامترها

کره‌ی ماه ۲ درجه آزادی دارد. مدارش مثل ریل نیست!

مجموعه‌ای از اجسام صلب داریم که به هم وصل اند. می‌خواهیم بدانیم این مجموعه در کل چند درجه آزادی دارد.



یک راه این است که پارامترها را با هم جمع کنیم. اول باید روی یکی بایستیم (و fix اش کنیم).

$1+2+1+1=5$

ولی همواره نمی‌خواهیم حسی برویم و فرمول می‌خواهیم.

① → ② j_1 ② → ③ j_2 ③ → ④ j_1 ④ → ⑤ j_1

- تعداد بندها: n تا
- تعداد اتصالات نوع j_k : f_k

• DOF از رابطه‌ی کوتسباخ

$$F = 3n - 3 - 2f_1 - 1f_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2}$$

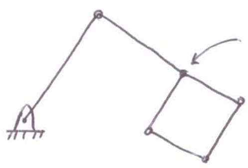
Kutzbach Relation

در حرکت صفحه‌ای هر بند 3 درجه می‌تواند داشته باشد و n تا بند داریم.

3 تای جسم fix شده را کم می‌کنیم

هر جسمی که 1 درجه دارد، 2 تا از 3 تایی که می‌تواند داشته باشد را کم می‌کند.

بعداً یاد می‌گیریم با چیزهای شبیه این چطور کار کنیم ←



7 بند!　　$n = 7$!!!

این رو دوبار بشمرد!　　$f_1 = 7$!!

۸۸٫۷٫۲۷

Kutzbach relation

$$F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2 \quad \text{planar mech.}$$

$$F = 6(n-1) - 5f_1 - 4f_2 - 3f_3 - 2f_4 - f_5$$
$$= 6(n-1) - \sum_{k=1}^{6} (6-k) f_k \quad \text{Spatial mech.}$$

* معیار Tchebychev - Gräbler Criterion $\quad F=1 \;,\; f_2 = 0$

در زمان این آقا مکانیزم فقط یک درجه آزادی داشته و از اتصالات f_2 استفاده نمی‌کردند. (این معیار قبل از رابطه بالا ارائه شده بود)

$$1 = 3(n-1) - 2f_1 \Rightarrow 4 - 3n + 2f_1 = 0$$

این رابطه فقط معیاری‌ست برای آنکه بدانیم مکانیزم ما یک درجه آزادی هست یا نه!

در مکانیزم زیر هیچکدام از بندهای * نمی‌توانند دور کامل بزنند (راکر) و بند رابط کشنده است، یک منحنی شبه پروانه گون با در نظر گرفتن نقطه‌ی وسط آن رسم می‌شود. نقاط روی این بند کاپلر نام دارند.

این مکانیزم فقط یک درجه آزادی دارد.

اگر برای بند سمت چپ یک زاویه‌ی مشخص بدهیم، مکانیزم دو حالت می‌تواند داشته باشد، ولی باید حواست باشد که به لحظات قبل و بعد هم توجه کنی.

مشکل رابطه‌ی بالا اینکه یک موجود هندسی را به صورت جبری بیان می‌کند. پس یه سری نقاط کور دارد.

تا اینجا مقدمات درس تمام شد و حالا ۴ بخش دیگر مانده برای مکانیزم‌های صفحه‌ای!

۱) حرکت شناسی $\quad$ ۲) سرعت شناسی $\quad$ ۳) شتاب شناسی $\quad$ ۴) نیرو شناسی

● حرکت شناسی

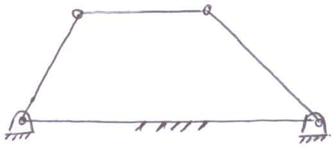
در اینجا به بررسی مکانیزم‌های صفحه‌ای می‌پردازیم که به صورت زیر تقسیم بندی کرده‌ایم.

۱) چهاربندی $\quad$ ۲) پنج بندی $\quad$ ۳) ۶ بندی $\quad$ ۴) سه بندی

● مکانیزم‌های ۴ بندی:

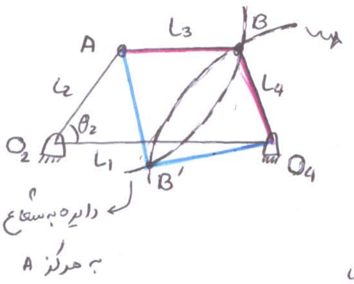
- چهار میله‌ای — FBL — Four-Bar linkage
- لغزنده لنگی — SCM
- بیضی نگار — ETM

- چهار میله‌ای: ساده‌ترین مکانیزم ۴ بندی است و پرکاربردترین است. قبل از ثابت کردن بند پایه، ۴ درجه آزادی دارد ولی وقتی ثابت شود:



$$\begin{cases} n=4 \\ f_1=4 \\ f_2=0 \end{cases} \qquad F=3(4-1)-2\times4=1$$

برای رسم کردن این مکانیزم باید ۴ تا طول بندها و زاویه‌ی بین ۲ تا از بندها را داشته باشیم. کافی است ولی به دو تا مکانیزم می‌رسیم که هر ۵ تا عددشان یکی است. اینها را همزاد می‌نامند. استاد یکی را open و دیگری را crossed نامید.



دایره به شعاع L_4 به مرکز O_4

O_2ABO_4 Open

$O_2AB'O_4$ Crossed (بندها همدیگر را قطع کرده‌اند)

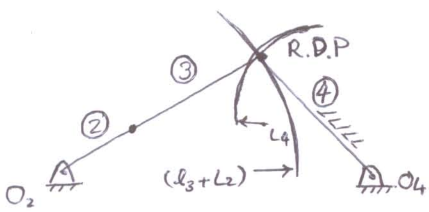
پس به ما علاوه به این ۵ تا عدد وضعیت O,C را هم باید بدهند.

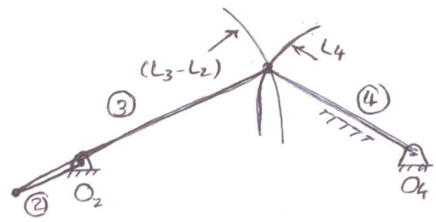
اینها دو مکانیزم جدا از هم هستند و در حالت کلی هیچ شانسی نداریم که با حرکت دادن یکی، به دیگری برسیم.

ولی استثنا هم دارد که در آینده بحث خواهد شد (دبل راکر).

۸۸ , ۷ , ۲۹

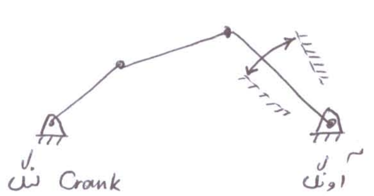
اگر میله‌ی 4 در FBL، فقط بتواند در محدوده‌ی خاصی حرکت کند، دو نقطه‌ی مرگ خواهیم داشت:





پس حرکت بند ۴ از هر دو طرف محدود شده است و نمی‌تواند یک دور کامل بزند.

در نقطه‌ی مرگ $\omega_4=0$ است ولی $\alpha_4\neq0$ نیست. یعنی نقطه‌ی مرگ نقطه‌ای است که سرعت زاویه‌ای بند خروجی در آن صفر شود. و این اتفاق وقتی می‌افتد که بند ورودی و بند رابط در امتداد هم قرار گیرند.



در این مکانیزم و مکانیزم‌های زیر نقطه‌ی مرگ وجود دارد:

- Crank – Rocker لنگ - آونگ
- Double Crank دولنگ
- Double Rocker دو آونگ

* قانون گراشف Grashoff's Law

- L : Longest بلندترین بند
- S: Shortest کوتاه‌ترین بند
- P,q دو بند دیگر

اگر $L+S \leq p+q$ باشد، مکانیزم می‌تواند لنگ آونگ باشد. اگر $L+S > p+q$ به هیچ وجه نمی‌تواند لنگ آونگ باشد. در حالت $\leq$، ۴ حالت قابل تصور است:

مرحم (Frame) یا Base می‌تواند:

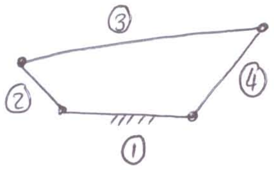
Frame or Base Link:
- s → Double Crank
- مجاور s → Crank - Rocker
- مقابل s → Double Rocker

Double Crank و Crank - Rocker → Grashoff's Mechanism

↓

مکانیزمی که Crank می‌تواند داشته باشد ؛ یعنی دوران کامل.

* وارونس سینماتیکی Kinematic Inversion



با توجه به اینکه روی کدام بند می‌ایستید ، حرکت نسبی بندها را متفاوت می‌بینید.

1st inv.

2nd inv.

3rd inv.

4th inv.

الان کوتاه‌ترین بند : ② → s

و بقیه هم : ③ → L

④ , ① → p , q است.

اگر دقت کنیم ، بند ② نسبت به ① دوران کامل انجام می‌دهد و بنابراین ① هم نسبت به ② دوران کامل انجام می‌دهد ، پس :

1,2 دوران کامل

1,4 نوسانی

2,3 دوران کامل

3,4 نوسانی (دوران ناقص) ← به همین ترتیب 3 و 4 چون نوسانی اند ، نسبت به هم نوسانی اند . البته حالت‌های خاص هم دارد.

مثلاً اگر هرکدام دقیقاً 180° طی کنند ، آن وقت نسبت به هم دوران کامل دارند.

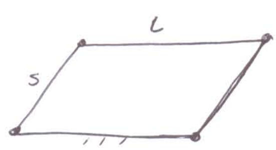
اگر $L+s > p+q$ باشد ، آن وقت هر ۴ حالتش double rocker است.

حالت خاصی که باقی می‌ماند وقتی است که $L+s = p+q$. در این حالت وضعیتی به نام change point وجود دارد. اگر چنین حالتی ($L+s = p+q$) وجود داشته باشد ، دو مکانیزم همزاد می‌توانند بدون کندن پین یا کش آوردن بندها ، به هم تبدیل شوند.

وضعیت دگرگونی (Change Point) هنگامی اتفاق می‌افتد که هر چهار میله همراستا باشند.

در این حالت خاص ، حالت خاص‌تری وجود دارد که $L=p$ و $s=q$. دو حالت وجود دارد : یا هر دو s مجاور هم هستند یا مقابل هم.

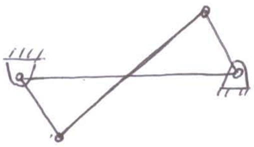
مقابل هم



اسم این مکانیزم ، مکانیزم متوازی‌الاضلاع Parallelogram Mech. است.

وضعیت دگرگونی این مکانیزم اینطوری است و در این وضعیت مکانیزم نامعین است.

یعنی نمی دانیم که در حرکت بعدی می خواهد هم چنان open بماند یا اینکه می خواهد crossed شود. اگر انرژی بالا باشد، مکانیزم open بعد از change point همانطور به حرکت ادامه می دهد، ولی با قرار دادن یک مانع سر راه خروجی می توانیم تضمین کنیم که حرکت خود را به صورت crossed ادامه می دهد.

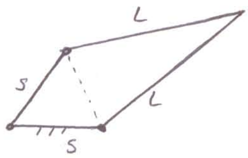


anti-parallelogram mech. مکانیزم پادمتوازی الاضلاع

* دوره ی تناوب یک مکانیزم در واقع یک زاویه است نه زمان. برابر زاویه‌ای است که ورودی باید طی کند تا مکانیزم تمام فازها را طی کند و به فاز اول برسد و هیچ فازی نمانده باشد که از آن نگذشته باشد. این تعریف یک cycle! (یک تناوب، یک period)

در مکانیزم متوازی الاضلاع دوره ی تناوب $2\times 360°$ است (Double Crank)

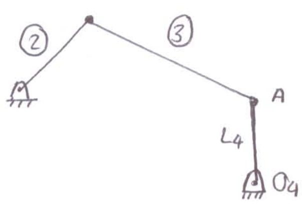
مجاور هم



این مکانیزم یک Deltoid Mechanism است. (دو تا دلتا دارد.)

روی اینکه در هر حالت که S یا L زمین باشد، چه می شود فکر کنید.

موقتاً مکانیزم ۴ میله‌ای را رها می کنیم و به مکانیزم لغزنده ـ لنگی می پردازیم که به نوبه‌ی خود از همان FBL ناشی می شود.

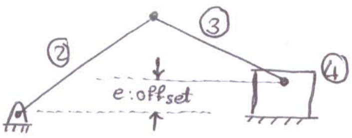


در حال حاضر مسیر نقطه‌ی A کمانی به مرکز O_4 و شعاع L_4 است و هرچه طول L_4 بیشتر شود (O_4 به پایین‌تر برود) مسیر A صاف‌تر می شود (قوس کمان کمتر می شود). اگر O_4 به بی نهایت برود، مسیر A یک خط راست افقی می گردد. در این صورت بند ④ را لنگ نشان نمی دهیم و به جای آن یک لغزنده می گذاریم.

2 : Crank

4 : Slider → SCM

در اینصورت L_4 هم به بی نهایت می رود.

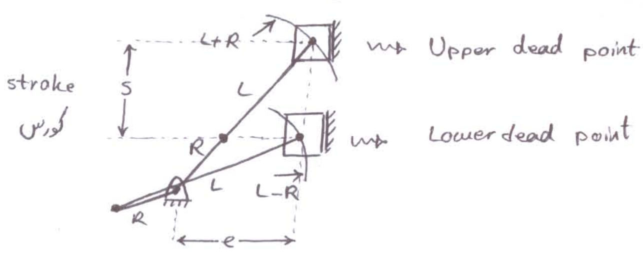


پین پیستون و O_2 الزاماً بر روی یک خط افقی نیستند و می توانند بالا و پایین باشند.

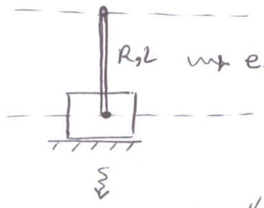
بعضی جاها مثلاً در موتور احتراق داخلی برای جلوگیری از کمانش یا خردشدن بندها، یک فاصله‌ی e = offset ایجاد می کنند (مثلاً در موتور احتراق داخلی $e \le 0.25 D_{\text{قطر پیستون}}$) تا نیروی وارده به پیستون یک گشتاور بدهد و مطمئن باشند crank هیچ وقت گیر نمی کند.

در طراحی مکانیزم ۴ میله‌ای، ۴ پارامتر طراحی (۴ طول بندها) داشتیم ولی در لغزنده لنگی سه پارامتر L_2 و L_3 و e را داریم یعنی ∞^3 حالت به جای ∞^4 حالت.

این مکانیزم هم نقطه‌ی مرگ دارد:

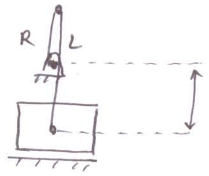


لغزنده - لنگ هم Change Point دارد:

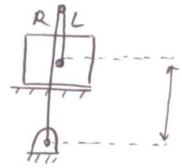


$\Rightarrow e=0$

اگر میخ بذاریم جلوی پیستون، R و L شروع می‌کنند به چرخیدن و پیستون ثابت می‌ماند.



$e = L - R$

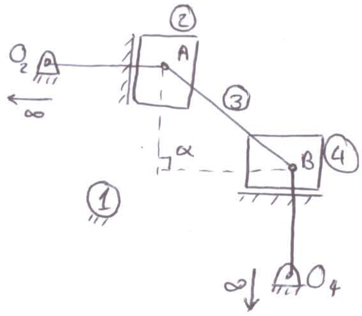


$e = R - L$

$\Rightarrow e = |L - R|$

* بیضی نگار Eliptic Trammel Mech.

ETM



تعداد پارامترهای طراحی بیضی نگار ۲ است. L_3 و α

در بیضی نگار و لغزنده-لنگ هم چون چهارمیله‌ای هستند، ۱ درجه آزادی داریم.

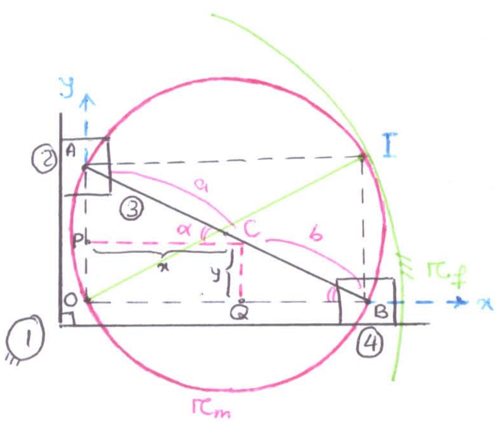
$$\Rightarrow \begin{cases} n=4 \\ f_1 = 2+2=4 \\ f_2=0 \end{cases} \qquad F = \overset{9}{3(4-1)} - \overset{8}{2\times 4} = 1$$

در Change Point درجه آزادی آن بیش می‌آید (زانوی آدم که خراب می‌شه، زیر پاش خالی می‌شه) و از آن جا که یک ورودی دارد و دو درجه آزادی، مبهم می‌شود.

۸۸ ، ۸,۴

* بیضی نگار

اگر نقطه‌ی C که یک نقطه‌ی دلخواه روی AB است، وسط بینا باشد، بیضی ما تبدیل به دایره می‌شود.



I : مرکز آنی دوران

πc_m : دایره غلتان

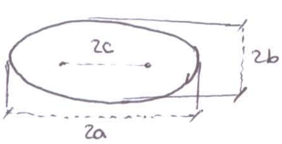
$$\Delta ACP : \cos\alpha = \frac{\overline{PC}}{\overline{AC}} = \frac{x}{a}$$

$$\Delta CBQ : \sin\alpha = \frac{\overline{QC}}{\overline{BC}} = \frac{y}{b}$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \longrightarrow \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

$$a = b = \frac{l_3}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{l_3}{2}\right)^2 \qquad \varepsilon = 0$$

خروج از مرکز دایره صفر است.



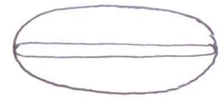
$$\varepsilon = \frac{c}{a} \quad , c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

معادله بیضی $\Rightarrow b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

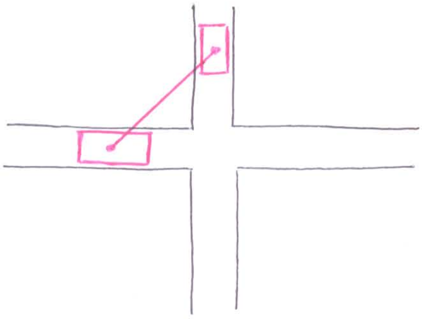
$a=0 : b^2x^2=0 \; , \; b\neq 0 \Rightarrow x=0$, محور y

$\longrightarrow \varepsilon = 1$

$b=0 : a^2y^2=0 \; , \; a\neq 0 \Rightarrow y=0$, محور x



پس خروج از مرکز تمام خانواده‌ی بیضی ها $1 > \varepsilon > 0$ است.

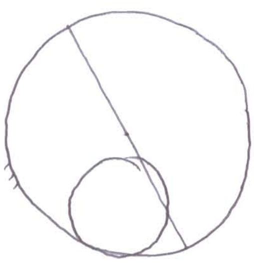


برای اینکه یک بیضی یا دایره کامل بکشیم، باید یک شیار صلیبی درست کنیم.
در مورد لغزنده‌ها، طولشان باید حتماً از عرضشان بیشتر باشد تا مطمئن شویم حتماً در شیار خودش حرکت می‌کند.

دایره‌ای که از A و B و O گذر کند، حتماً از I هم می‌گذرد. مستطیل OAIB هر شکلی هم که بشود، این دایره، مقدارش ثابت می‌ماند. اگر یک صفحه‌ی بی‌رنگ بچسبانیم روی دایره‌ها، تمام نقاط روی دایره پاره خط رسم می‌کنند. تمام این خطوط متقارن نسبت به O گذرنده از O و به طول $2a$ هستند. تمام نقاط درون و بیرون دایره بیضی رسم می‌کنند. که این بیضی‌ها همه کانونیک نیستند.
تمام خانواده‌ی بیضی‌ها با $1 > \varepsilon > 0$ را هم می‌توان با نقاط بیرون و هم با نقاط درون دایره رسم کرد. فقط یک نقطه هست (مرکز دایره) که دایره رسم می‌کند. اینها را بدون اثبات می‌پذیریم.

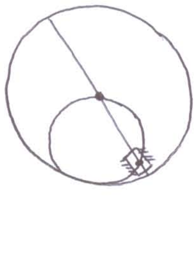
مکان هندسی I نسبت به بند 3 همین دایره‌ها است. اگر روی زمین (بند 1) بایستیم، مکان هندسی I، یک دایره به مرکز O می‌شود. دایره‌ی R_m انگار در O شیار شده است.

اگر یک دایره رو در نظر بگیریم که درون یکی دیگه می‌غلته، مسیر حرکت تمام نقاط روی دایره کوچیکه خط راست است.



Cardano('s) Mech

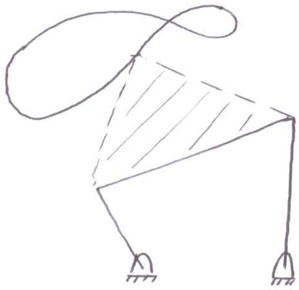
یک نفر اومد یک چرخ‌دنده‌ی 120 دندونه و یک 60 دندونه ساخت. در نقطه بالائی از دایره‌ی درونی که ثابت می‌مونه، یک یاتاقان ثابت بست روی اون نقطه و یک میل‌لنگ گذاشت. حالا پیستون رو اگه بذاری روی یکی از نقطه‌های دایره کوچیکه و ببندی به میل لنگ، مسیر حرکتش خط راسته و دیگه شاتون نیاز نداره. ساختن شاتون خیلی سخته!

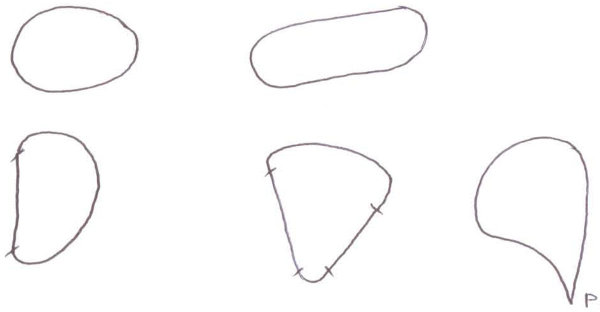


بحثی داریم در طراحی به نام Path Generation !

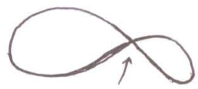
مسئله‌ی رابرتز چبیشف: نقاط روی ② و ④ دایره رسم می‌کنند ولی نقاط روی بند شناور (کاپلر) منحنی‌های درجه 6 رسم

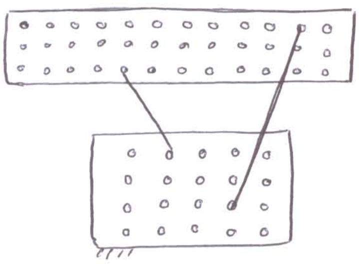
می‌کنند. Coupler Point Curve . درجه‌ی این منحنی در نقاط ابتدا و انتهای کاپلر کاهش پیدا می‌کند (تبدیل کون) و مثلاً می‌شود (^{3} (^{2} یه چیزی)) که مسیرشان همان دایره است. اگر پارامترها را تغییر بدهیم مثلاً منحنی  تبدیل می‌شود به  که یک خط و یک دایره است (Degeneration) مسیر نقاط کاپلر (حتی روی توسعه‌اش) می‌توانند شبه دایره، شبه بیضی و ... باشند.





نقاط تکین → تیزه Cusp
مشتق ۱, ۲ معین است.



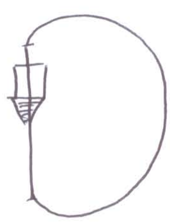


دو نفر به نام‌های Nelson و Hrones در دانشگاه MIT

هر پنج درجه که بند ورودی می‌چرخید، مدادرو یک درجه می‌کشید عقب.

دیدی به ما می‌دهد که وقتی می‌خواهیم یک 10 معادله 10 مجهول حل کنیم، حل می‌شود یا نه.

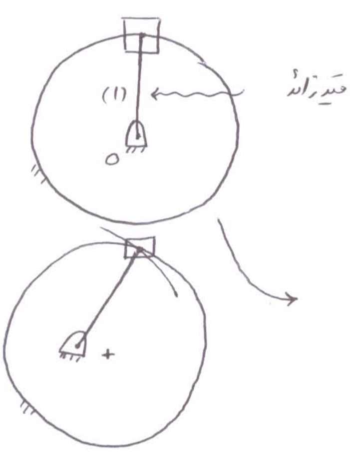
نقاطی که خط‌چین ریزتره، سرعت کندتره.



مکانیزم ایوانز (شکل کاملش رو از جزوه‌ی شیما ببین): برای سوراخ کاری در زمین مزرعه، نقطه‌ای از کاپلر رو پیدا کرد که بخشی از منحنی درجه 6 بسیار نزدیک به خط راست است. Evan('s) Mech

۸۸,۸,۶

* قید زائد Redundant Constraints

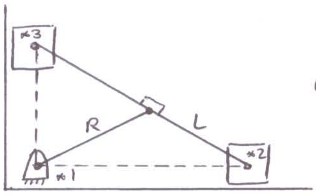


حتماً مسیرها را بشناسید و اگر مسیر ایکنشته شده توسط یک قید اضافه است، باید آن قید را حذف کنی، برای اینکه اضافه است. در مکانیزم روبه‌رو اگر بند (1) را هرجایی به‌غیر از O (مرکز دایره) لولا کنیم، قفل می‌شود.

$F = 3(3-1) - 2\times 3 = 0$

$\Rightarrow 3(2-1) - 2\times 1 = 1$ ✓

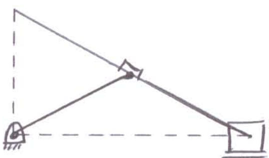
اگر یک مکانیزم آشنا بهت دادن، اول نگاه می‌کنی ببینی درجه آزادی مکانیزم چند بوده و الان چه قیدهایی بهش اضافه شده و سعی کن قیدهای زائد رو حذف کنی.



بیضی نگار با یک قید اضافه

یکی از *ها

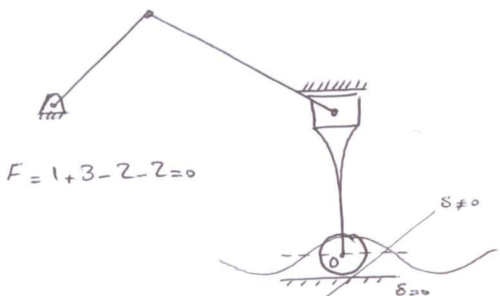
اگر *1 را برداریم می‌شود بیضی نگار خودمون. اگر *2 و *3 را برداریم می‌شود یک مکانیزم خط نگار.



Scott - Russel Mech. (Exact)

بعضی از مکانیزم های خط نگار مثل همین مکانیزم خط راست دقیق می‌کشند و یک خط راست تولید می‌کنند و بعضی هم مثل مکانیزم Ivan's تقریباً خط راست می‌کشند (approximate).

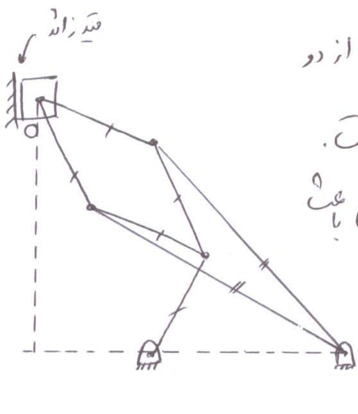
دو مبحث در تولید داریم: forming و generating. خط کشیدن با خط کش forming است ولی خط کشیدن با مکانیزم بالا generating است.



اضافه کردن دیسک زیر بر روی سطح افقی، فرقی ایجاد نمی‌کند چون مسیر حرکت O از قبل خط افقی بود ولی اگر سطح شیب دار بذاریم یا O در مرکز دیسک نباشد، چون یک مسیر دیگر هم دیکته می‌شود، قفل می‌کند.

اگر به جای غلت خالص، R.S. باشد، دو درجه آزادی دارد و غیر قابل کنترل می‌شود (درجه آزادی هرز) اما این قید اضافه رو بیشتر به دلایل سینتیکی می‌گذارند. چون مثلاً لغزنده ی بالا نمی‌تواند حرکت خط راست نقطه ی O را (در عالم واقعی) تضمین کند.

- درجه آزادی هرز: درجه آزادی که ما نتوانیم کنترلش کنیم. گاهی اوقات مثلاً در پای ما لازم است ولی خوب سایش اضافه دارد. سعی می‌کنیم در ماشین آلات درجه آزادی هرز نداشته باشیم.



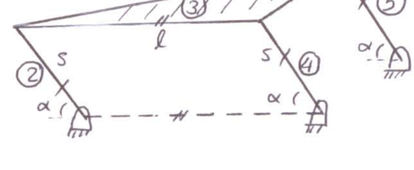
مکانیزم وارونگر: Inversor Mech. خط و دایره را به هم تبدیل می‌کند. فقط از دو نوع بند استفاده شده است. بعداً می‌توانیم حساب کنیم درجه آزادی بدون قید زائد است.

مشکلات ساخت (عدم دقت، تغییر شکل الاستیک و ...) (structural errors) باعث می‌شود خط راست نتوان رسم کرد با ایده‌آل هم، حتی!!

در این مکانیزم متوازی الاضلاع هم، کافیست زاویه یا طول بند (5) کمی تغییر داده شود تا مکانیزم قفل باشد.

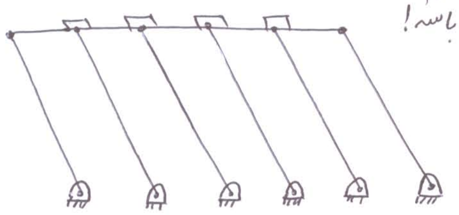
$$\begin{cases} n=5 \\ f_1=6 \\ f_2=0 \end{cases}$$

$$F = 3(5-1) - 2\times 6 = 0$$



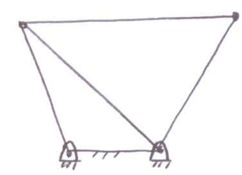
!! دینامیک ماشین_حنانه

رابطه ی گوتر باخ می گه مطمئنیم روبه رو فوق صلبه. کافیه یک تکان کوچک بخوره تا قفل باشه!
(شبیه چرخ قطار)



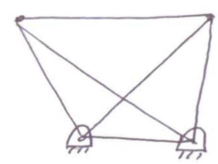
$F = 1+12-16 = -3$

این سازه صلبه (Rigid)! به قدر کافی مقیده، معینه، می شه حلش کرد (استاتیک)



$F = 1+3-4 = 0$

این سازه فوق صلبه (Over rigid). نامعینه و باید بریم با مقاومت مصالح مثلاً روش انرژی حل کنیم.
در این سازه ی فوق صلب اگر یکی از میله ها را ببریم، سازه هنوز سرجاش می مونه. ولی اگر دوتا رو ببریم سازه شروع به حرکت می کنه. اگر فوق صلب داری، باید بگی چندتا بندرو ببری هنوز تکون نمی زنه. این!

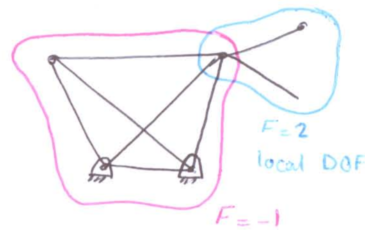


درجه فوق صلبه ←

$F = 0+3-4 = -1$

خیلی از سازه های ساخته شده ی واقعی فوق صلب هستند.

ممکنه یه چیزی بسازی که یه جاهاییش سازه است و یک جاهاییش مکانیزمه! حرف زدن در مورد کل سیستم اشتباه است. باید local بگی.



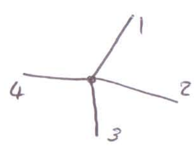
$F_{کل} = -1+3-2(2) = 1$

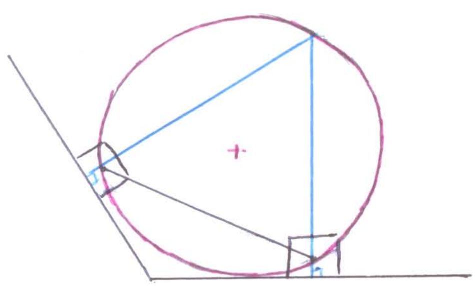
حواست به شمردن تعداد j_1 ها باشه!

Double Joint
$2 \times j_1$

لولای مضاعف →

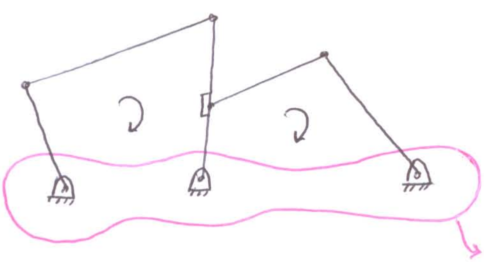
multiple joint





در این بعضی نکات هم مثل قبلی از امتداد حرکت لغزنده ها 0 را بدست می آوریم و بعد ... . فقط مرکز این دایره، دایره رسم می کند.

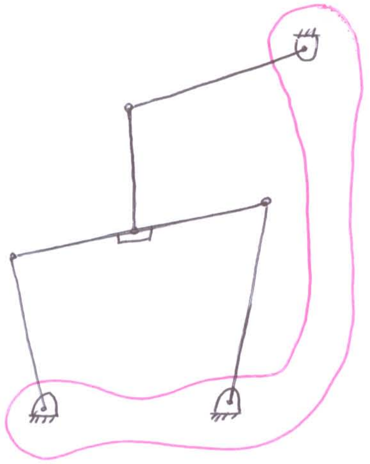
* شش میله ای (SBL) Six Bar Linkage



SBL - Type I

$F = 1+2\times3-3\times2 = 1$

حل کردن این آسونتره!



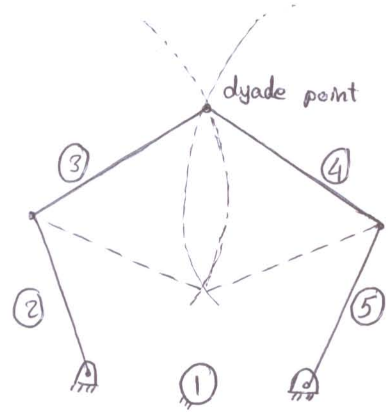
SBL Type II

Watt's Mech

چیزی به نام خط وکره و... در جهان خارجی وجود ندارد.

شش میله‌ای ها در ادامه ی درس باز توضیح داده خواهند شد.

* پنج میله‌ای :



$$\begin{cases} n=5 \\ f_1=5 \\ f_2=0 \end{cases}$$

$$F=3(5-1)-2(5)=2$$

dyade point : نقطه‌ای که دو بند شناور به هم وصل می‌شوند.

مسیری که این نقطه رسم می‌کند به نسبت $\frac{\omega_2}{\omega_5}$ بستگی دارد. این مکانیزم تابع زمان است. باید حرکت کند تا پارامترهای آن مشخص شوند. در حالیکه مسیر نقاط کاپلر در ۴ میله‌ای مشخص است و به زمان بستگی ندارد. ۴ میله‌ای همینطور که ثابت ایستاده هم، پارامترهایش مشخص هستند.

این مکانیزم‌ها هم همزاد دارند که در حالت خاص به هم تبدیل می‌شوند. اگر بند ۳ و ۴ همراستا شوند، به هم تبدیل می‌شوند.

* برای تشخیص تعداد درجات آزادی :

۱) رابطه‌ی کوتزباخ

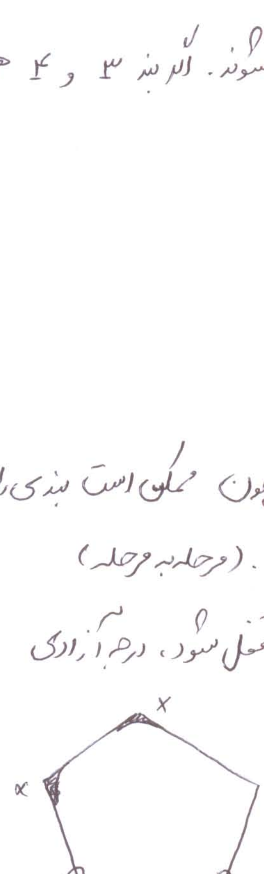
۲) روش کاهش مرتبه‌ی اتصالات

اینکه می‌گن ببینی چند تا بند را بگیری تا قفل شود، غلط است. چون ممکن است بندی را بگیری که چند درجه آزادی دارد!

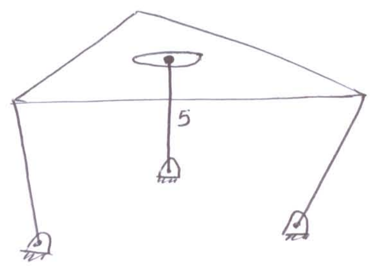
در این روش اتصالات j_2 را به j_1 و j_1 را به j_0 تبدیل می‌کنیم. (مرحله به مرحله)

به تعداد دفعاتی که این کاهش را انجام می‌دهی تا بالاخره مکانیزم قفل شود، درجه آزادی می‌گویند.

j_2	fork joint	R.S.
j_1	Pin	P.R.
j_0	welded joint	W.j.



$\Rightarrow$ 2DOF



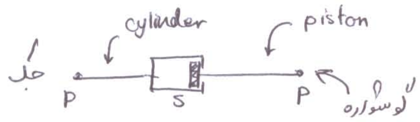
$F = 1+3-2-1 = 1$ کوتزباخ

fork joint → pin تبدیل می‌شود ⇒ 1 DOF

مسیر تکه بند 5 با مسیر نقطه‌ی کاپلر یکی نیست.

3) حذف مجموعه‌های بی‌اثر:

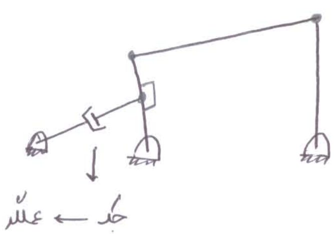
$3\times2 - 2\times3$



$3\times2 - 2 - 2 - 2$

قید سینماتیکی نیست، ارتجاعیه!

4) تعداد محرک‌ها (Actuator) برابر تعداد درجات آزادی کنترل پذیر است.

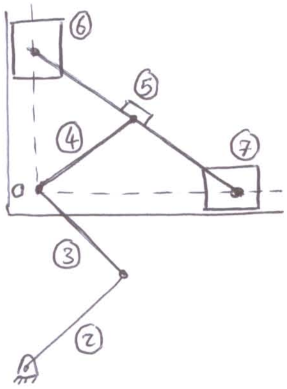


وقتی یه دستگاه می‌بینی که 8 تا موتور داره، 8 تا درجه آزادی کنترل پذیر داره.

ولی نمی‌تونی بگی چند تا درجه آزادی داره چون ممکن است درجات آزادی هرز هم داشته باشد.

۱۱/۸/۸۸

* درجه آزادی آنی   Instantaneous DoF



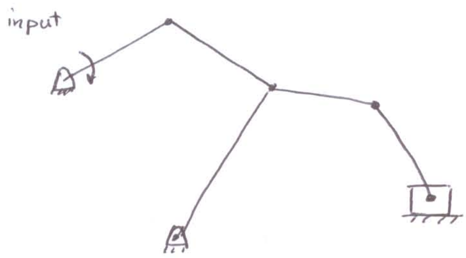
$$\begin{cases} n=7 \\ f_1=6+2=8 \\ f_2=0 \end{cases}$$

اما اگر ورودی ما 2 باشد، همه‌ی نقاط به تنهایی و ۴ میله‌ای هم برای خودش حرکت می‌کند و دو درجه آزادی داریم. ولی اگر ورودی 6 یا 7 باشند، چون 4 دوست دارد حول O بچرخد، چهار میله‌ای قفل می‌کند و یک درجه آزادی داریم.

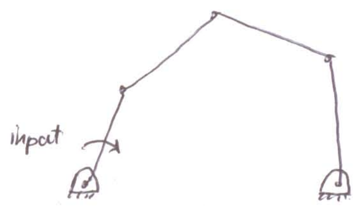
ورودی نمی‌تواند بند شناور باشد، ورودی فقط می‌تواند آنهایی که دوران حول محور دائم یا انتقال محض دارند، باشند.

در مسیری که مکانیزم حرکت می‌کند، اگر در یک لحظه یک درجه آزادی از دست بدهد یا بدست آورد، درجه آزادی آنی خواهد داشت.

این مکانیزم نیمه مقید است یعنی همیشه با یک ورودی نمی‌توانی کنترلش کنی مثلاً با 2 نمی‌توانی 7 را کنترل کنی. یک تکه اش تحت کنترل ماست ولی یک تکه نیست.



مقید



غیر مقید

* زنجیره ی سینماتیکی   Kinematic Chain

اگر یک تعدادی بند را به هم وصل کنیم، تشکیل زنجیره‌ی سینماتیکی می‌دهند؛ که دسته‌بندی های متفاوتی دارد.

- مقید Constrained / Unconstrained
- ساده Simple / مرکب Compound
- قفل شده Locked / Unlocked
- باز Open / بسته Closed

باز

در زنجیره (مکانیزم) باز حداقل یک بند وجود دارد که فقط یک اتصال دارد. زنجیره‌ی باز قابل کنترل نیست.

اگر یکی از بندها را زمین بگیریم، (بریم روش بایستیم) ← قفل شده!

اگر فقط بندهای دوتایی داشته باشیم، زنجیره‌ی ما ساده است.

قفل شده

در مقید، تعداد ورودی ها برابر تعداد درجات آزادی است. البته باید سازگاری هندسی داشته باشند (دوتا ورودی روی یک بند نباشه مثلاً)

* اگر زنجیره‌ای بسته

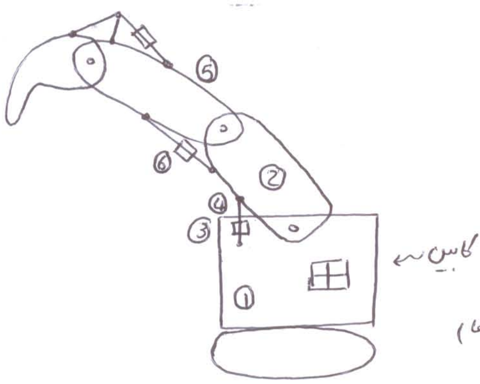
قفل شده

ساده یا مرکب

و مقید باشد، می‌شود مکانیزم ← درس ما

دست آدم، بسته است. ماهیچه‌ها loopها استخوان ها را می‌بندند.

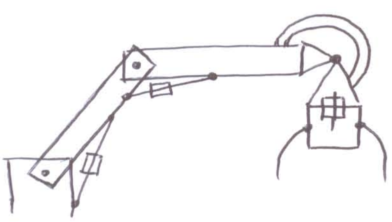
ماشین زیر ۳ درجه آزادی دارد نسبت به کابین.

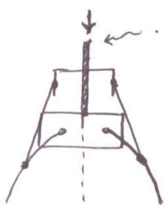


$$\begin{cases} n = 12 \\ f_1 = 12 + 3 = 15 \\ f_2 = 0 \end{cases} \qquad F = 3(12-1) - 2 \times 15 = 3$$

اما شمردن اینها سخته. به جای گوتزباخ اینطوری بگو:

۳ درجه آزادی قابل کنترل داره، اتصالات زائد (جک‌ها و دو میله آسه لولایی‌ها) رو حذف کن، می‌مونه یک بند روی هوا که ۳ درجه آزادی داره دیگه.





با حرکت دادن این میله‌ی عمودی، قلاب باز و بسته می‌شه.

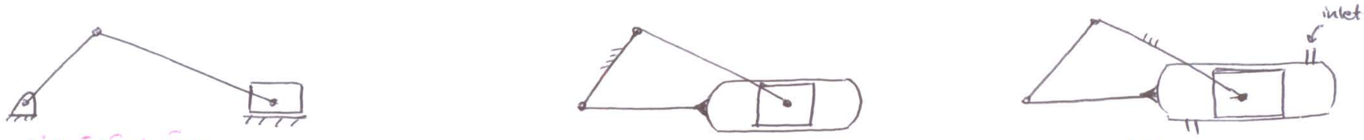
$$n = 6, \quad f_1 = 7 \Rightarrow F = 3(6-1) - 2 \times 7 = 1$$

می‌تونی برای حساب کردن درجه آزادی این، به خاطر تقارن نصفشو حذف کنی!

نمی‌تونی فقط با شمردن جک ها، درجات آزادی رو پیدا کنی!

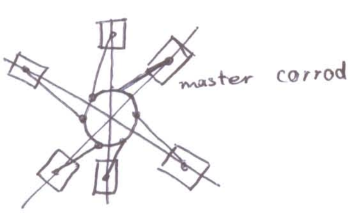
* وارونش سینماتیکی Kinematic Inversion ← ادامه

فرقی نمی‌کنه تو روی کدوم بند باشی، حرکت نسبی مکانیزم همان قبلی باقی می‌ماند.



موتور احتراق داخلی

قطار

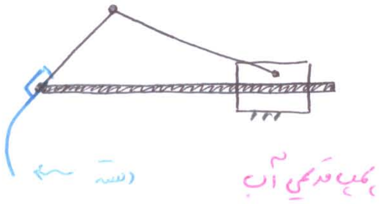


- موتور رادیال ← ملخ هواپیماهای قدیمی، یکی از شاتون ها را که master است، روی میل لنگ ثابت می‌شود و بقیه روی آن لولا می‌شوند.

البته گاهی لنگ را ثابت نگه می‌دارند و پوسته‌ی موتور حول آن می‌چرخد.

وارونش چهارم لغزنده لنگ قبلی هم به صورت زیر است.

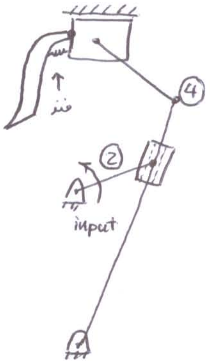
می‌بینی که به کمک حرکت از وارونش‌های یک مکانیزم، یک کاربرد متفاوت ایجاد شده!

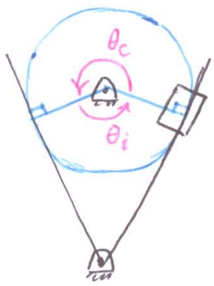


صفحه تراش shaper ← وارونش دوم لغزنده لنگی ← فقط در یک جهت براده برداری می‌کند.

به خاطر همین زمان برگشت را کوتاه کردند. به کمک ↓

- سازوکار تندبرگشت Quick Return Mech. (QRM)





نقطه‌ی مرگ ← وقتی ۲ بر ۴ عمود شود.

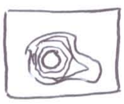
cutting $\theta_c = 240°$ → 40 sec

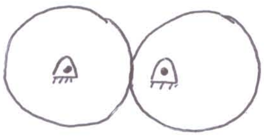
idler $\theta_i = 120°$ → 20 sec

فنر را به خاطر این گذاشته‌اند که موقع برگشت، روی قطعه خط نیندازد.

در ماشین ابزار ← هرچه ابزار ساده‌تره، مکانیزم درجه آزادی بیشتری دارد. هرچه DoF کمتر باشه، ابزار پیچیده‌تره!

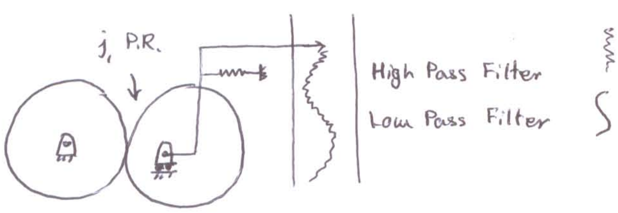
خان کشی (!!) ← broaching ← مثلاً می‌خواهی یک حفره‌ای با شکل درب و داغون درست کنی، از یک حفره کوچک شروع می‌کنی و ذره ذره بیشتر سوراخ می‌کنی. فقط یک درجه آزادی دارد، تمام وسایل برش روی یک محور نصب شده. می‌گیری اون محور رو عمود بر حفره هم می‌کشی بیرون!





فرض کن یکی از چرخنده‌هاش، از یه جایی خارج از مرکزش لولا شده! الان قفله!

برای اینکه کار کنه یا باید یه چرخنده که سوراخش وسطشه بیاریم. یا از یک لغزنده استفاده کنیم.



$n = 3$

$f_1 = 2+1 = 3$ $\Rightarrow F = 3(3-1) - 2\times 3 = 0$ → قفل

اگر سوراخ‌ها وسط باشند، درجه آزادی صفره ولی کار می‌کنه ← قید زائد ← پین را تبدیل به fork joint می‌کنیم.

$n = 3$

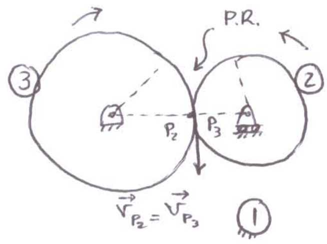
$f_1 = 1+1 = 2$ $\Rightarrow F = 1$

$f_2 = 1$

رابطه کوتزباخ استثنا نداره. هندسه‌شو درست کنید، رابطه درست جواب می‌ده.

۸۸، ۸، ۱۸

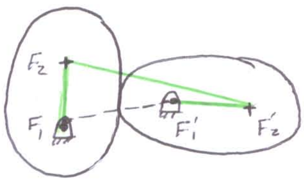
* با شرط



۱) دو تا بند روی یک بند دیگر لولا شده باشند.

2) " روی هم غلتش خالص داشته باشند.

3) مجموع جبری شعاع های تماس برابر فاصله ی بین مراکز باشد.



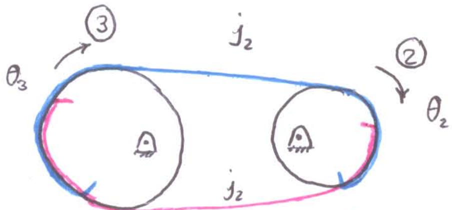
این دو تا بند می توانند به حرکتشون ادامه بدهند، درحالیکه هیچ کدام کشش نیابند و فشرده هم نشوند.

پس اگر شرط زیر برقرار باشد، می توان برای بیضی های بالا هم، یکی از لولاها را به fork joint تبدیل کرد.

← دو بیضی یکسان با خروج از مرکز برابر!

دربیضی های بالا اگر با وصل کردن کانون ها به هم، یک مکانیزم ۴ میله ای بسازیم، اسمش چوسیف است ← بندهای سبز!

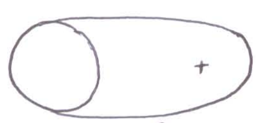
* اتصالات پوششی



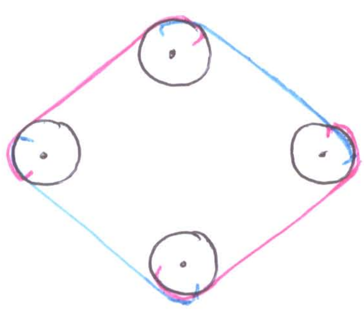
درحالیکه فقط تسمه ی آبی باشد، بین θ_2 و θ_3 یک تابع خاص حکمفرما است (که می تواند یکنواخت نباشد حرکت دو دایره) $\theta_3 = f_1(\theta_2)$

حالا اگر یک تسمه ی صورتی هم اضافه کنیم، در صورتی حرکت می کند که تابعی که صورتی دیکته می کند، همان تابعی باشد که آبی دیکته می کند. به بیان دیگر، باید دایره ها را در مرکزشان لولا کنیم.

اگر یک پروفیل محدب و یک طول تسمه مشخص داشته باشیم، همیشه یک جواب یکتا وجود دارد که در یک مرکز چرخش مشخص قرار داده می شود به طوریکه تسمه کاملاً کشیده باشد (طراحی مکانیزم های تماس مستقیم)



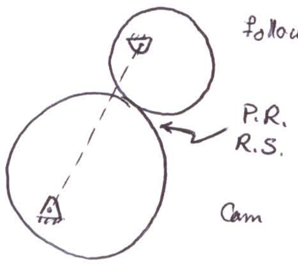
حالا اگر این پروفیل ها را داشته باشیم و ۳ شرط بالا برقرار باشند، یعنی هردو روی یک بند دیگر لولا شوند و طول میان تار (Center line) ثابت بماند و تحت فشار یا کشش قرار نگیرد، به خوبی حرکت می کند.



کوتر باخ درجه آزادی صفر می دهد.

یا fork joint کن یک لولا را، یا یک تسمه رو حذف کن.

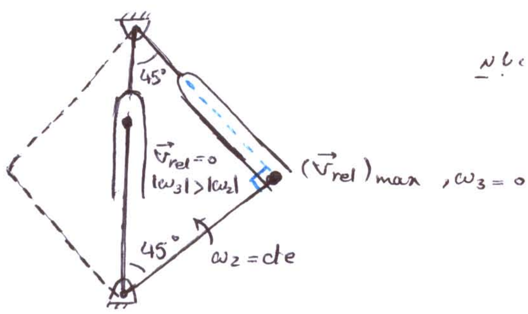
مکانیزم روبه‌رو هم P.R وهم R.S. می‌تواند داشته باشد.
در حالت کلی



باید در رژیم حرکت محل تماس دو بند را به ما بگویند. اگر غلت خالص باشد، می‌تواند کار کند و درجه آزادی‌اش صفر است. ولی تا حرکت نکند، نمی‌توانی ببینی که آیا غلت خالص است یا نه! (باید ببینی حرکت می‌کند)

این سینماتیک است که می‌گوید حالا که کار می‌کند پس غلت همراه با لغزش دارد.

* Geneva ('s) Wheel Mech

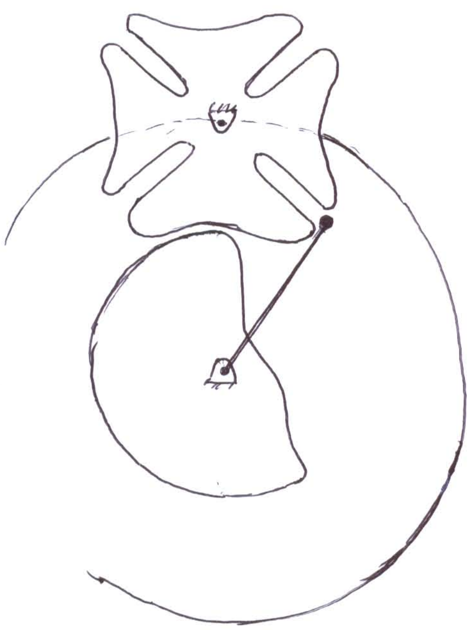


برای اینکه وقتی گلوله وارد شیار می‌شود و خارج می‌شود، شیار دیگر حرکتی نکند، باید سرعت ورود و خروج آن در راستای شیار باشد.

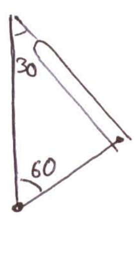
حالا اگر ۴ تا شیار (با زاویه‌ی ۹۰° با همدیگر) داشته باشیم، می‌تواند ۳۶۰° بچرخد.

به این مکانیزم‌ها می‌گویند Intermittent Motion Mech و همینطور Index Mech (ثبت می‌کند).

برای اینکه وقتی گلوله بیرون شیار است، شیار حرکتی نداشته باشد، باید از یک قفل داخلی استفاده کنیم. Interlock mech



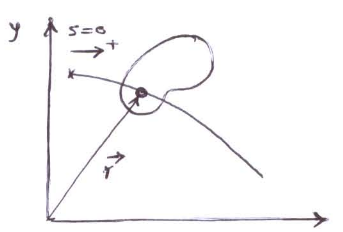
از چرخ ژنوا در فیلم‌های فونتار استفاده می‌شود. می‌شود تعداد شیارها را هم اضافه کرد. هرچه تعداد Index ها بیشتر باشد، فاصله‌ی بین حرکات کمتر می‌شود.



← برای ۶تایی

۸۸/۸/۲۵

* سرعت‌شناسی سازوکارهای صفحه‌ای Velocity Analysis of Planar Mech.

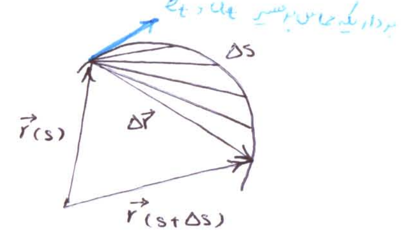


$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt}$ v (speed تندی)

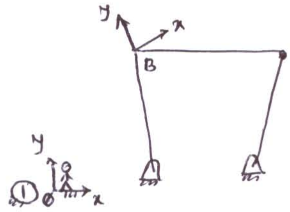
$[\Delta s - |\Delta\vec{r}|] \to 0$

$(\Delta t \to 0)$

$\Rightarrow \frac{|d\vec{r}|}{ds} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta s} = 1 \to \vec{v} = v\vec{e}_t$



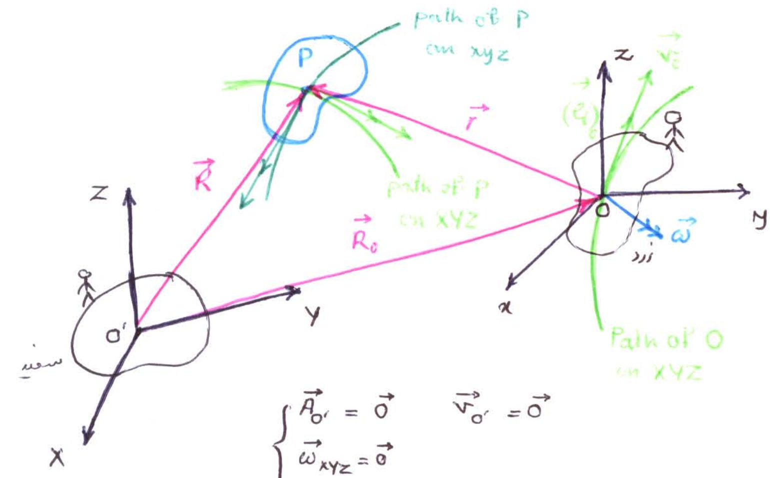
یک دستگاه مختصات روی بیز ! (زمین) داریم ، ناظر روی آن است . دستگاه مختصات واسط را می‌گذاریم روی نقطه‌ای که سرعتش را می‌دانیم تا فقط ω ها مجهول بمانند.



حالا می‌رویم سراغ دستگاه‌های مختصات مختلف :

برای اینکه دستگاه سفید

باید تمام اطلاعات موردنیاز در مورد دستگاه زرد را بداند.



$$\begin{cases} \vec{A}_{O'} = \vec{0} & \vec{V}_{O'} = \vec{0} \\ \vec{\omega}_{XYZ} = \vec{0} \\ \vec{\alpha}_{XYZ} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\vec{R} = \vec{r} + \vec{R}_0$$

$$\underbrace{\left(\frac{d\vec{R}}{dt}\right)_{XYZ}}_{\vec{V}_{XYZ}} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{XYZ} + \underbrace{\left(\frac{d\vec{R}_0}{dt}\right)_{XYZ}}_{\vec{V}_0}$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{XYZ} = \underbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{xyz}}_{\to \vec{V}_{xyz}} + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

برای درک پیدا کردن در مورد $\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{XYZ} = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{A}$ ، آتش پیچان ، پرو و پراید رو درنظر بگیرید!

$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{xyz}$ از دید راننده ماشین مشهود (apparent) است (می‌تواند هندسی یا جبری یا هر دو باشد) ولی $\vec{\omega} \times \vec{A}$ غیرمشهود است از دید راننده (فقط می‌تواند هندسی باشد) !

تغییر راستا ↲ تغییر طول ↲

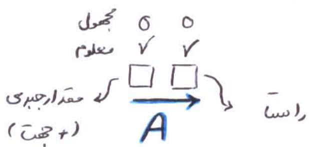
$$S_0 \rightarrow \quad \vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{xyz} + \vec{V}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$\vec{V}_{abs.}$	$\vec{V}_{rel.}$	$\vec{V}_{Trans.}$	$\vec{V}_{Rot.}$
مطلق	نسبی	انتقالی	چرخشی، وضعی

V_T Velocity of Transport

سرعت کششی یا سرعت جابجایی

برای هر بردار دو بخش در نظر می‌گیریم ←



مقدار بردارهای لینک ، برابر یک است . در مکانیزم‌ها مسیرها را می‌دانیم پس راستای بردارهای لینک را هم می‌دانیم.

مشتق‌های حرکت‌ها ($\frac{d\theta}{dt}$) را نمی‌توانیم از حرکت‌شناسی بدست بیاوریم.

چون ورودی است ، معلوم است . ↰ از حرکت‌شناسی ↰

$$\overset{\circ}{V}_{XYZ} \, \overset{\checkmark\checkmark}{(\vec{e}_t)}_{XYZ} = \overset{\circ}{V}_{xyz} \, \overset{\checkmark\checkmark}{(\vec{e}_t)}_{xyz} + \overset{\checkmark}{V_0} \, \overset{\checkmark\checkmark}{(\vec{e}_t)}_0 + \overset{\circ\checkmark}{\vec{\omega}} \times \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{r}}$$

در حرکت صفحه‌ای

حالا ۳ مجهول با ۲ معادله داریم ، برای حلش باید دستگاه مختصات را جای مناسبی بگذاریم که یا r صفر شود یا V_{xyz} !

تا فقط ۲ مجهول بماند.

اگر بخواهیم v_{xyz} صفر شود، باید دستگاه روی جسم باشد که می‌رویم در مبحث سینماتیک جسم صلب ← اختلاف سرعت غیر مشهود بین دو نقطه‌ی متمایز از یک جسم صلب (Velocity Difference). (سرعت نسبی نیست) ← $\vec{\omega}\times\vec{r}$

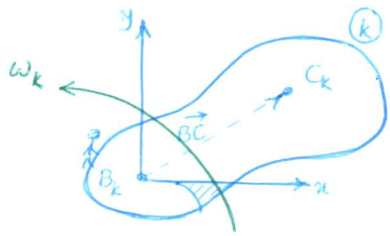
اگر بخواهیم r صفر باشد، دستگاه را می‌گذاریم روی نقطه‌ای از گستره‌ی طبیعی جسم صلب دوم که روی نقطه‌ی P قرار گرفته است.

این می‌رود در سینماتیک تماس مستقیم که چیزی که باقی می‌ماند همان سرعت نسبی بین دو نقطه‌ی برهم منطبق از دو جسم صلب متمایز، یعنی همان v_{xyz}.

الف) سینماتیک جسم صلب

- اختلاف سرعت بین دو نقطه‌ی متمایز از یک جسم صلب

دستگاه مختصات واسط را می‌گذاریم روی یک نقطه‌ی مناسب از جسم



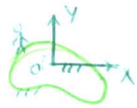
$$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{xyz} + \vec{V}_o + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$\vec{V}_{C_k} = \vec{V}_{B_k} + \vec{\omega}_k \times \vec{BC}$$

$$\vec{V}_{C_k/B_k} = \vec{V}_{C_k} - \vec{V}_{B_k} = \vec{\omega}\times\vec{BC}$$

جهت آن $\perp BC$ ، و $(BC)\,\omega_k$:

← حاصل از چرخش $\pi/2$ جهت BC در جهت ω_k



$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{C_k}$

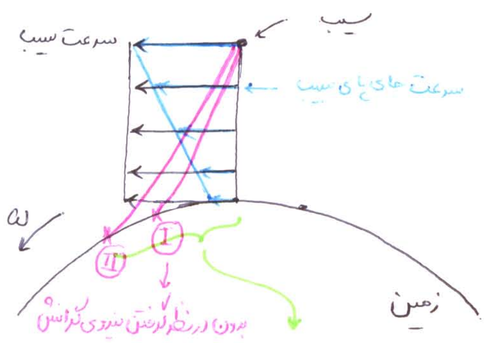
$\vec{V}_o = \vec{V}_{B_k}$

$\vec{\omega} = \vec{\omega}_k$

$\vec{r} = \vec{BC}$

برای این بردار نقطه اثر معنی ندارد، یک بردار آزاد است (مثل کوپل)

ساختمان، ساچمه و شتاب کوریولیس:

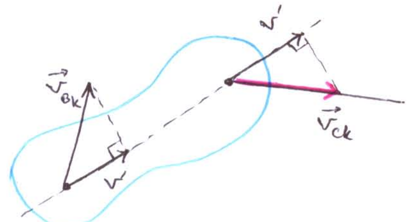


این یعنی همان شتاب کوریولیس و اینها!

$$\text{II} \rightarrow \vec{T} = \vec{r}\times m\vec{g} = 0 = \frac{d\vec{L}_o}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L}_o = cte$$

$$\vec{r}\times m\vec{v} = cte$$

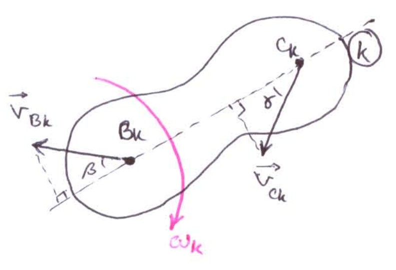
v زیادتر می‌شود ← r کم می‌شود



- اگر B_k و C_k دو نقطه روی جسم صلب باشند که سرعت B_k معلوم باشد، مکان هندسی نقطه‌ی انتهای سرعت C_k، روی خط عمود بر انتهای سرعت v' (تصویر سرعت B_k روی خط واصل BC) است که از C_k رسم شده است.

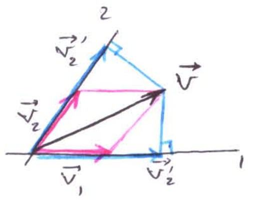
۸۸/۸/۲۱

مؤلفه (Component) با تصویر (projection) فرق دارد.



$$|\vec{V}_{C_k}|\cos\gamma = |\vec{V}_{B_k}|\cos\beta \Rightarrow \omega_k = \frac{|\vec{V}_{C_k}|\sin\gamma + |\vec{V}_{B_k}|\sin\beta}{BC}$$

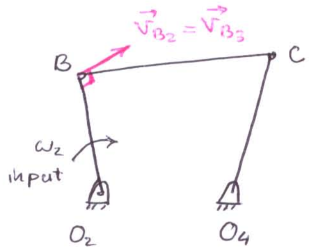
در شکل روبه‌رو



برای پیدا کردن مؤلفه های یک بردار روی دو راستا، دو خط موازی می کشیم و برای تصویر عمود می کنیم.

$\vec V_1 + \vec V_2 = \vec V$ Component $\qquad \vec V_1' + \vec V_2' \neq \vec V$

● مثال:



1) $\vec V_{B_3} = \vec V_{B_2}$: $(O_2B)\omega_2$, $\perp O_2B$, ↗

2) $\underbrace{\overset{0\checkmark}{\vec V_{C_3}}}_{\perp O_4C} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{B_3}} + \underbrace{\overset{0\checkmark}{\vec V_{C_3/B_3}}}_{\perp BC} \Rightarrow \begin{cases} \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{C_3/B_3}} \\ \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{C_4}} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \omega_3 = \dfrac{|\vec V_{C_3/B_3}|}{(\overline{BC})} \dfrac{C.W.}{C.C.W.} \to \omega_3 \checkmark \\ \omega_4 = \dfrac{|\vec V_{C_4}|}{(\overline{O_4C})} \dfrac{C.W}{C.C.W} \to \omega_4 \checkmark \end{cases}$

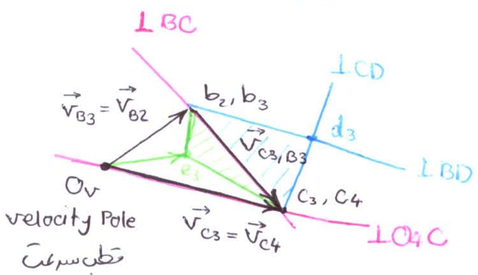
فرمول بندی مسئله به صورت بالاست. برای حل مسئله از یکی از روش های ۱) هندسی (ترسیمی) Geometrical (Graphical)

۲) تحلیلی Analytical

۳) عددی Numerical استفاده می کنیم.

روش تحلیلی همیشه قابل حل نیست. روش های هندسی، روش خیلی خوبی است. (به کمک نرم افزارهای CAD)

در صفحه ی سرعت، یک نقطه ی سرعت صفر (قطب سرعت) انتخاب می کنیم و سرعت ها را رسم می کنیم.



تمام سرعت هایی که مطلق هستند، ابتدایشان نقطه ی O_v است.

مواردی که در «سرعت شناسی» می خواهند از ما:

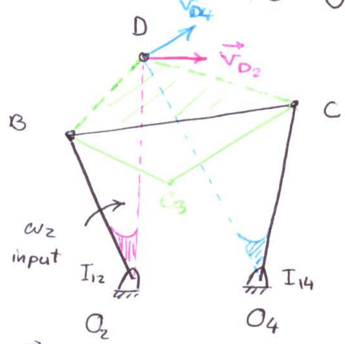
۱) سرعت همه ی لولاها

۲) سرعت همه ی نقاط تماس مستقیم

۳) سرعت همه مراکز جرم بندها

۴) همه ی سرعت زاویه ای ها

نقاط ابتدا و انتهای سرعت های نسبی و اختلاف سرعت ها، روی نقاط ابتدا و انتهای سرعت های مطلق است.



$\vec V_{O_1} = 0$

اگر سرعت نقطه D را می خواهند، D روی کدام بند است؟

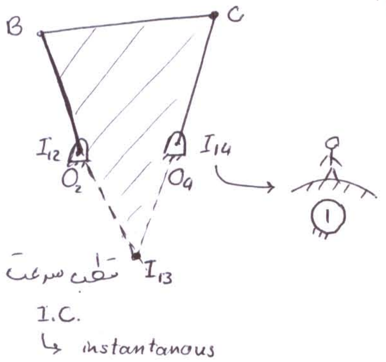
$\begin{cases} \overset{00}{\vec V_{D_3}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{B_3}} + \underbrace{\overset{0\checkmark}{\vec V_{D_3/B_3}}}_{} \to \perp BD \\ \vec V_{D_3} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{C_3}} + \underbrace{\overset{0\checkmark}{\vec V_{D_3/C_3}}}_{} \to \perp CD \end{cases}$

$|\vec V_{C_3/B_3}|$ $\quad |\vec V_{D_3/C_3}|$ $\quad |\vec V_{B_3/B_3}|$

$\dfrac{bc}{BC} = \dfrac{cd}{CD} = \dfrac{bd}{BD} = \omega_3 \Rightarrow \overset{\triangle}{bcd} \sim \overset{\triangle}{BCD}$

به نظر می رسد مثلث های BCD و bcd متشابه

اگر یک نقطه در صفحه ی سرعت به ما دادند و یک بردار سرعت مطلق به کمک آن کشیدند و پرسیدند سرعت کدام نقطه از فلان بند، برابر این سرعت است، مثلث بین این نقطه و نقاط انتهای سرعت‌های دو نقطه‌ی انتهایی آن بند را می‌بریم به صفحه‌ی جابه‌جایی‌ها! (نقطه‌ی e در صفحه قبل)



برای پیدا کردن نقطه ای از بند که سرعت آن صفر است، به کمک O_v یک مثلث می‌سازیم.

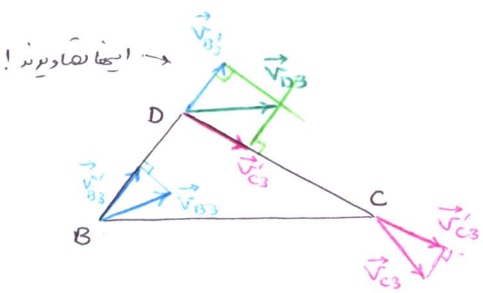
یک جسم یا فقط یک نقطه‌ی سرعت صفر دارد یا سرعت تمام نقاطش صفر است.

همه‌ی نقاط I در صفحه حرکت‌ها، اول و آخر سرعتشان روی O_v است.

مکان هندسی نقاطی از بند که تندی برابر دارند، یک دایره است به مرکز I متناظر آن بند!

← مثلث‌ها را وقتی خواستی از یک صفحه ببری به صفحه دیگر، فقط می‌تونی بلغزانیشون، نباید حس حرکت از صفحه خارج بشه!

- یه راه دیگه برای پیدا کردن سرعت نقطه D از بند 3:



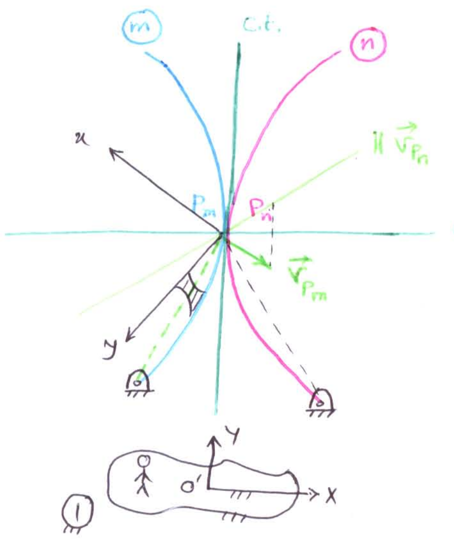
مهندس باید دقیق باشه!

پ) سینماتیک تماس مستقیم

- سرعت نسبی (مشهود) بین دو نقطه‌ی برهم منطبق از دو جسم صلب متمایز

$$\vec V_{xyz} = \vec v_{xyz} + \vec V_o + \vec\omega \times \vec r$$

$$\vec V_{P_n} = \vec V_{P_m} + \underbrace{\vec V_{P_n/m}}_{\parallel c.t.}$$



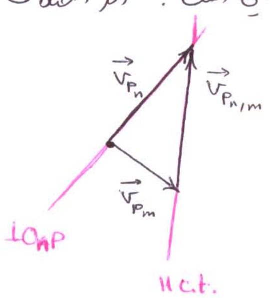
$\vec V_{xyz} = \vec V_{P_n}$

$\vec v_{xyz} = \vec V_{P_n/m}$ غیرموضعی و مشهود — $\vec V_{P_n/P_m}$ موضعی و غیرمشهود

$\vec V_o = \vec V_{P_m}$ هرکجای جسم باشی همینه!

اگر دو جسم صلب در تماس مستقیم باشند، سرعت‌هاشان در راستای عمود مشترک یکی است. اگر اختلاف سرعتی داشته باشند، در راستای مماس مشترک است.

تفاوتشان

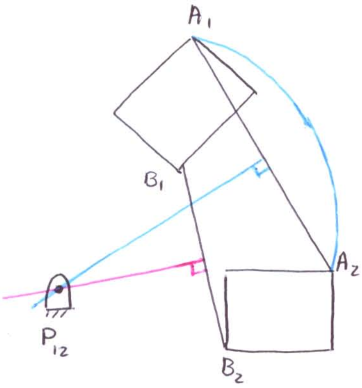


$$\omega_n = \frac{|\vec V_{P_n}|}{(O_nP)} \quad C.W.$$

* مرکز آنی چرخش Instantanous Center of Rotation

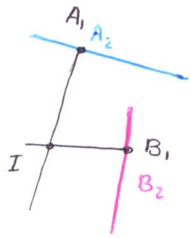
- مرکز چرخش Instant Center _ I.C.

Velocity Pole



می‌توانیم با ترکیبی از چرخش و انتقال و حتی با یک چرخش خالص جسم صلب را از یک وضعیت به وضعیت دیگر ببریم.

اگر وضعیت 2 را خیلی به 1 نزدیک بگیریم، خطوط A_1A_2 و B_1B_2 تبدیل به مماس‌های برمسیر می‌شوند و عمود منصف‌ها، عمود بر مسیر و تلاقی آنها می‌شود مرکز آنی چرخش (I).



- برای پیدا کردن مرکز آنی، به دو عکس پشت سرهم از دو تا نقطه احتیاج داریم.

بین هر دو نقطه‌ی جسم صلب، $\vec{V}_{C_k} = \vec{V}_{B_k} + \vec{V}_{C_k/B_k}$ برقرار است. اگر نقطه‌ی B پیدا کنیم که $\vec{V}_{B_k}=0$ پس $B \equiv I$ و رابطه به صورت $\vec{V}_{C_k} = \vec{V}_{C_k/I_k}$ در می‌آید.

ولی چه جوری این نتیجه رو گرفته؟ (به چپ ضرب کرده)

$$\vec{\omega}_k \times \vec{V}_{C_k} = \underbrace{\vec{\omega}_k \times \vec{V}_{I_k}} + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{IC})$$

↲ $\vec{\omega}_k = \vec{0}$ حرکت انتقالی

$\vec{V}_{I_k} = \vec{0}$

$\vec{\omega}_k \parallel \vec{V}_{I_k}$ ⇝ screw velocity

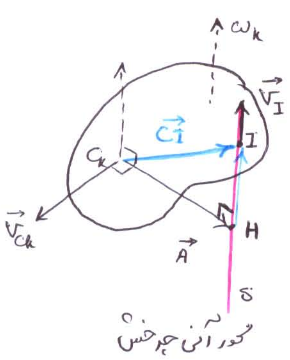
حالا اگر صفر باشد، داریم در ادامه:

$$\vec{\omega}_k \times \vec{V}_{C_k} = \vec{\omega}_k (\vec{\omega}_k \cdot \vec{IC}) - \vec{IC}(\overbrace{\vec{\omega}_k \cdot \vec{\omega}_k}^{\omega_k^2})$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{\omega}_k \times \vec{V}_{C_k}}{\omega_k^2} = \hat{\omega}_k(\hat{\omega}_k \cdot \vec{IC}) - \vec{IC} \Rightarrow \boxed{\vec{CI} = \frac{\vec{\omega}_k \times \vec{V}_{C_k}}{\omega_k^2} + (\hat{\omega}_k \cdot \vec{CI})\hat{\omega}_k}$$

به کمک این رابطه دیگه حدس زدن، می‌شود مکان I را پیدا کرد.

● مثال:



اگر از انتهای بردار A یک خط به موازات ω_k بکشیم، هر نقطه روی این خط، I است.

به این خط می‌گویند محور آنی چرخش.

هر نقطه‌ای روی " " ، سرعتش در امتداد خود محور است.

پس ساده‌ترین تعریف برای حرکت صفحه‌ای آن است که screw velocity صفر باشد. در این صورت اگر محور آنی چرخش را با یک صفحه قطع کنیم، مرکز چرخش هم درست می‌آید.

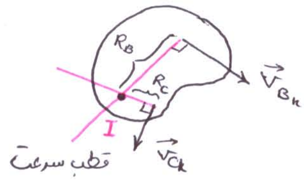
$\vec{V}_{C_k} = \vec{V}_{C_k/I_k}$: $(\overline{IC})\,\omega_k$, $\perp IC$

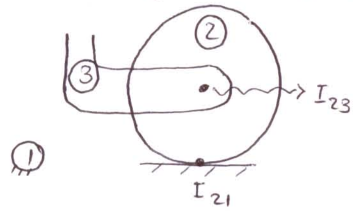
$= \vec{\omega}_k \times \underbrace{\vec{IC}}_{\text{شعاع چرخش}}$ Radius of Rotation R_C

پس سرعت هر نقطه روی جسم صلب، بر شعاع چرخش آن نقطه عمود است.

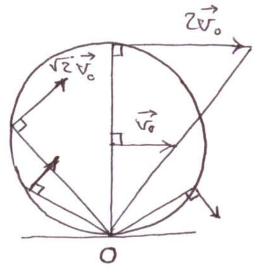
وقتی مرکز چرخش رو می‌خواهی، باید بدونی نسبت به کی!

یک جسم می‌تواند به تعداد اجسامی که نسبت به آنها مقایسه می‌شود، مرکز چرخش داشته باشد ولی نسبت به هرکدام فقط یک مرکز چرخش دارد.

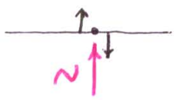




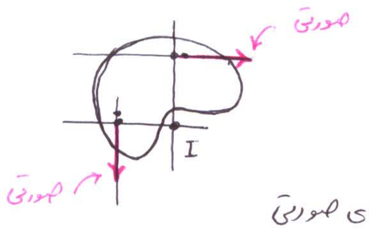
هر نقطه‌ای از لاستیک رسید به O، سرعتش صفر می‌شود ولی صفر نمی‌ماند. باز دوباره ادامه می‌دهد. ولی خود این نقطه‌ی O جابجا می‌شود. (همیشه زیر axle ماشینه است) به سرعتش می‌گویند "سرعت جابه‌جایی مرکز آنی چرخش"!!



در حالت حدی

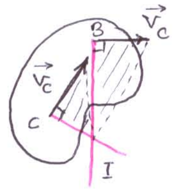


نیروی الکترومغناطیسی ← نیروی سطحی ← نیروی عکس‌العمل سطح ← شتاب ← تغییر کردن سرعت



- برای پیدا کردن مرکز چرخش، راستای سرعت‌ها کفایت می‌کند.

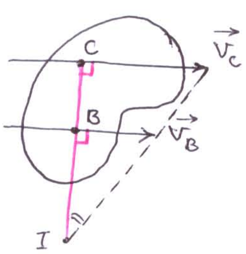
- اطلاعات اضافی باید همخوانی داشته باشد با اطلاعات قبلی، مثلاً در بالا اگر جهت‌های صورتی بعداً اضافه شده باشند، تابلوئه که غلطه! دو تا ω مختلف می‌دهند. نمی‌تواند جسم صلب باشد در اینصورت! "صلب" بودن فرضی است که باید به ما بگویند!

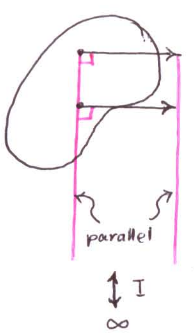


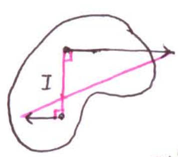
- جسم روبه‌رو هم نمی‌تواند صلب باشد، سرعت نقطه‌ای که دورتر است، باید بیشتر باشد.

$|\vec{V}_B| = (\overline{IB})\,\omega$

$|\vec{V}_C| = (\overline{IC})\,\omega \rightarrow \omega = \dfrac{|\vec{V}_C|}{(\overline{IC})} = \dfrac{|\vec{V}_B|}{(\overline{IB})}$ دو تا Δ باید متشابه باشند.



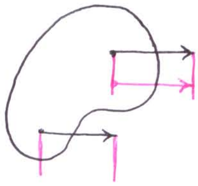




اول کاری که می‌کنید، عمود رسم کردنه!

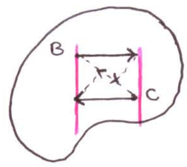
بعد سرفلش‌ها رو وصل می‌کنی و امتداد می‌دی.

اگر عمودها روی هم افتاد البته!



حرکت انتقالیه!

وقتی عمودها در بی‌نهایت همدیگه رو قطع می‌کنند، اگر صلب باشد، حرکت انتقالیه!



این صلب نیست!

$V_C = \overset{\infty}{R_C}\,\omega_1 \to 0^+$

یا می‌تونی بگی داره فشرده می‌شه! $\leftarrow$ $V_B = \overset{\infty}{R_B}\,\omega_2 \to 0^-$

* مراکز چرخش در سازوکارهای صفحه‌ای

تعداد بندها : n

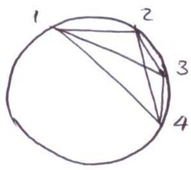
N : تعداد I.C ها

بی معنی

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \cdots & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ I_{n1} & & & I_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

$$N = \frac{n^2-n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

از دایره روبه‌رو کمک بگیرید:



چند نوع مرکز آنی چرخش داریم:

1) اولیه primary : با چشم و بدون کمک از هیچ چیز، پیداشون کنیم. (آنی و دائم)

2) ثانویه Secondry : از چشم پنهان است و نیاز به انجام یه سری کارها داریم. (خط بکشیم، یه فرایند انجام بدهیم) (آنی و دائم)

1) دائم Permanent : محل نسبت به دو بندی که در نظر گرفته‌ایم، ثابت باشد.

2) آنی Instantanous :

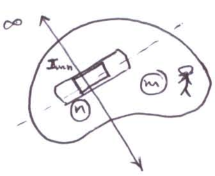
1) مطلق Absolute : آنهایی که نسبت به بند پایه هستند.

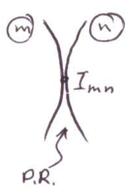
2) نسبی Relative : مابقی

- سه روش برای پیدا کردن مرکز آنی چرخش:

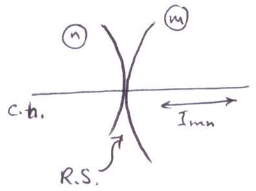
1) لولا مرکز چرخش نسبی دو بند است. (اولیه - دائم)

2) لغزنده‌ی مستقیم‌الخط: مرکز چرخش نسبی دو بند، در بی‌نهایت دور و در امتداد عمود بر حرکت نسبی دو بند واقع است. (اولیه، دائم)



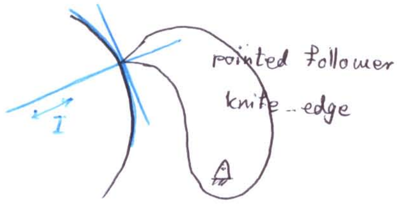


3) در غلتش خالص، مرکز چرخش نسبی، نقطه تماس است. (اولیه، آنی)



4) در غلتش همراه با لغزش، مرکز چرخش نسبی دو بند بر امتداد عمود مشترک واقع است. (ثانویه آن)

5) اگر راستای سرعت نسبی یک نقطه از جسم صلب معلوم باشد، مرکز چرخش نسبی بر امتداد خط عمود بر آن سرعت نسبی گذرنده از آن نقطه واقع است.



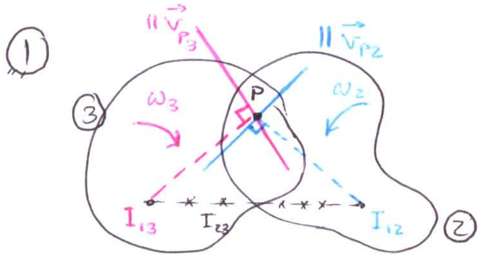
6) قضیه ی سه مرکز - قضیه ی آرنهولد-کندی

7) چرخنده های با خط المرکزین هم راستا

قضیه ی مورد 6 می گوید، مراکز چرخش نسبی سه جسم صلب، روی یک خط هستند

با توجه به تعریف مرکز چرخش و مرکز سرعت، سرعت های P_2 و P_3 باید برابر باشند (اگر P مرکز چرخش نسبی 2 و 3 در نظر گرفته شود).

همراستا بودن سرعت ها، ایجاب می کند P روی خط واصل I_{12} و I_{13} باشد و برابر بودن اندازه های آنها، محل P روی این خط را مشخص می کند.



$$(\vec{V}_{I_{23}})_2 = (\vec{V}_{I_{23}})_3$$

$$|\vec{V}_{(I_{23})_2}| = (\overline{I_{12}I_{23}})\,\omega_2$$

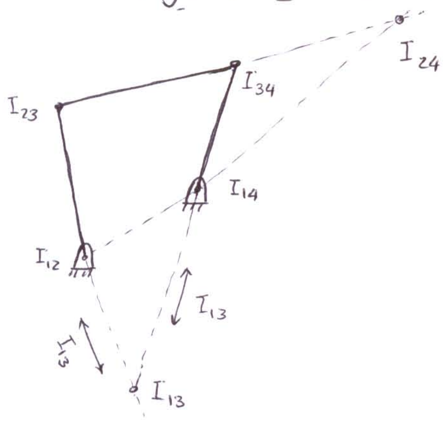
$$|\vec{V}_{(I_{23})_3}| = (\overline{I_{13}I_{23}})\,\omega_3$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \frac{\overline{I_{12}I_{23}}}{\overline{I_{13}I_{23}}}\,\omega_2$$

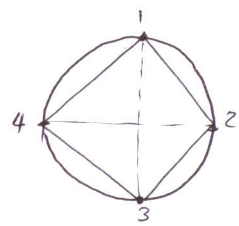
$$\omega_{n/k} = \frac{\overline{I_{km}I_{mn}}}{\overline{I_{kn}I_{mn}}}\,\omega_{m/k}$$

● مثال :

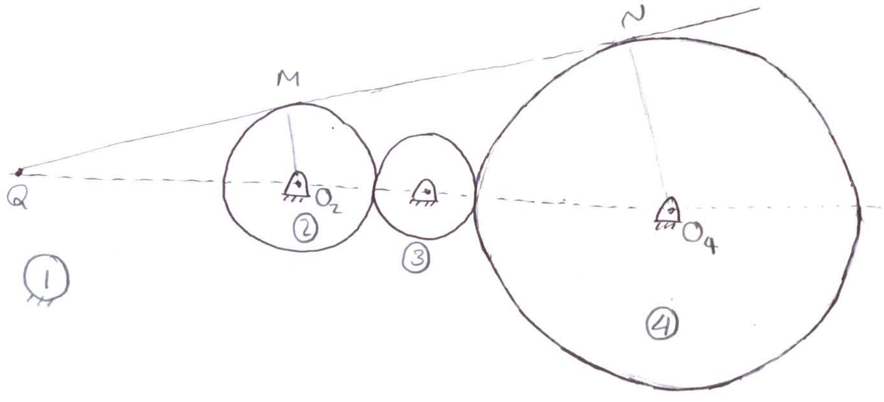
در دایره، هرکدام از خطوط معرف یک مرکز چرخش است. بدنبال دو تا مثلث ناقص بگردید که با یک خط تکمیل شوند.



اینطوری با دوبار استفاده از قضیه، دو تا خط پیدا می کنی که محل تقاطع آنها می شود آن چیزی که به دنبال آن هستیم.

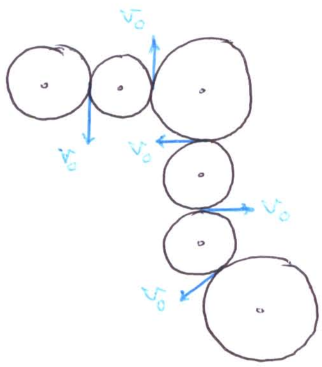


۸۸, ۸, ۲۵



دینامیک ماشین - جلسه ۲۵

Simple Gear Train



$$R_2\omega_2 = R_4\omega_4 = |\vec{V}_0| \Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_4} \quad *$$

$$\Delta QO_2M \sim \Delta QO_4N$$

I_{12} ↘ $\quad$ I_{14} ↘

$$\frac{O_2Q}{R_2} = \frac{O_4Q}{R_4} \Rightarrow \frac{R_2}{R_4} = \frac{I_{12}Q}{I_{14}Q} \quad **$$

$$*,** \Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{I_{12}Q}{I_{14}Q}$$

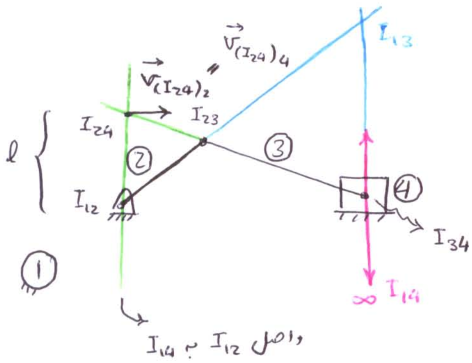
جلسه‌ی پیش $\Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{I_{12}I_{24}}{I_{14}I_{24}}$

$\Rightarrow Q = I_{24}$

در اینجا چون ω ها یکی بود، مرکز چرخش نسبی باید می‌افتاد روی مرکز چرخش مطلق و بنابراین مماس مشترک خارجی رسم کردیم.

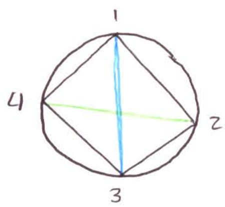
پس اگر تعداد واسطه‌ها فرد باشد، ،، می‌شود محل تقاطع مماس مشترک خارجی با خط المرکزین.

،، ،، زوج باشد، ،، ،، ،، ،، ،، داخلی ،، ،، . (صفر زوج است)

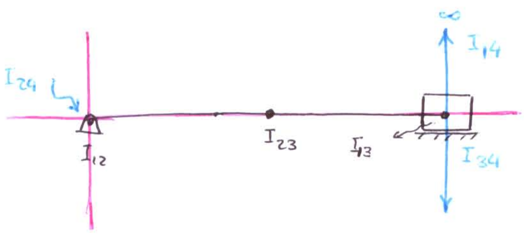


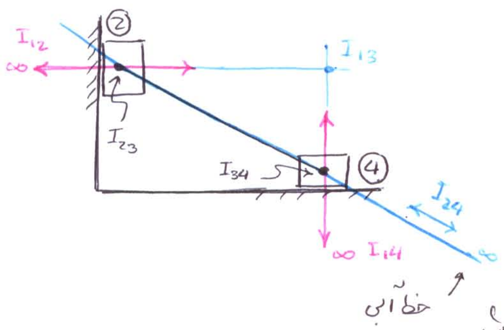
● مثال: لغزنده دارد!

اگر سرعت I_{24} را روی بند 2 بخواهیم باید ω_2 را در l ضرب کنیم.



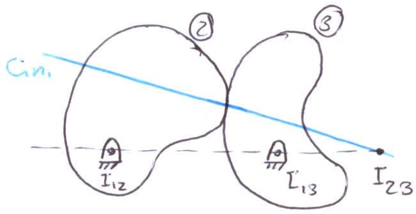
حالا نقطه‌ی مرگ را بررسی کنیم:

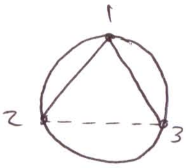




I_{12} و I_{14} هر دو در بی‌نهایت هستند، پس خطی که این دو را به هم وصل می‌کند در بی‌نهایت است. این خط، خط آبی را در بی‌نهایت قطع می‌کند. پس I_{24} در بی‌نهایت است. حرکت انتقالی نسبی دارند!

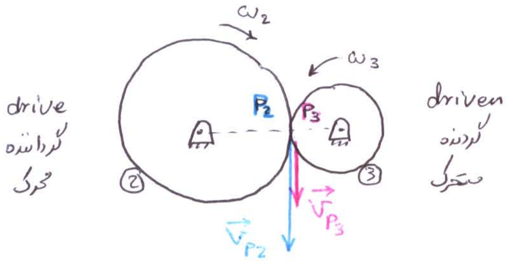
I_{24} آبی است، زیرا راستایی که بی‌نهایت را مشخص می‌کند، خط آبی، هر لحظه زاویه‌اش تغییر می‌کند. (می‌گویند در هندسه اقلیدسی، بی‌نهایت راستا دارد)





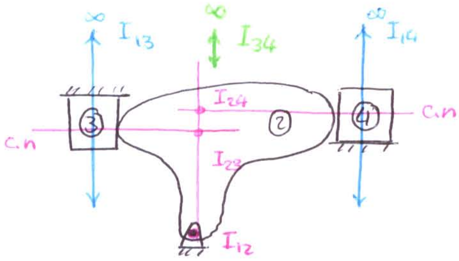
شرط کافی برای اینکه علت خالص باشد، این است که I_{23} بیفتد روی نقطه‌ی تماس.

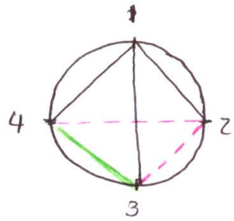
گذشتن خط المرکزین از نقطه تماس، شرط لازم است.



Slippage
درصد لغزش

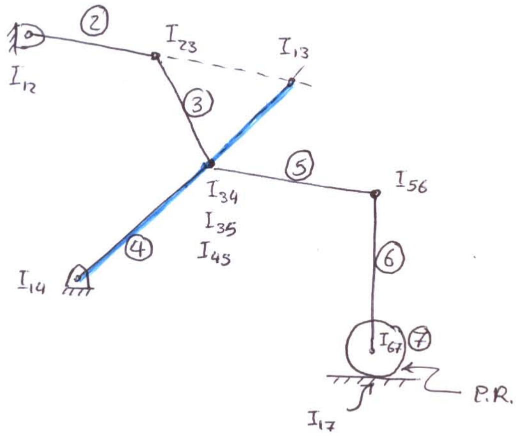
$$\%S = \frac{|\vec{V}_{P_2}| - |\vec{V}_{P_3}|}{|\vec{V}_{P_2}|} \times 100$$





اینجا هم باز دو تا لغزنده داریم و این دو انتقال نسبی دارند پس I_{34} در بی‌نهایت است.

اگر P.R. باشد، قفل است.



در هر مکانیزمی همیشه می‌شود تمام اولیه‌ها را پیدا کرد.

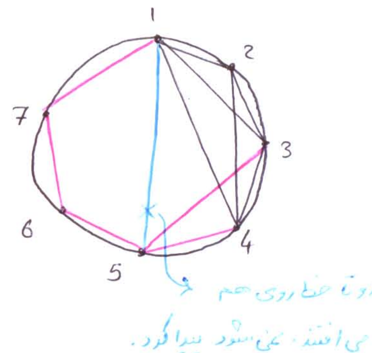
اگر مقید باشد تمام مرکز چرخش‌ها را می‌شود پیدا کرد.

اولیه: ۹ تا

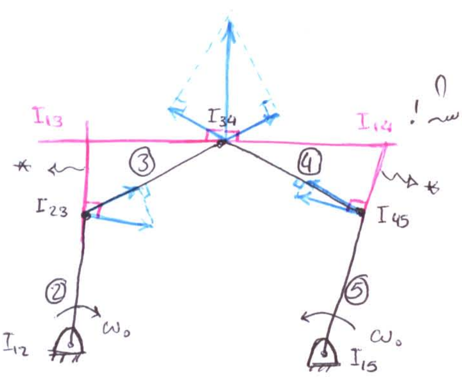
ثانویه: ۲ تا

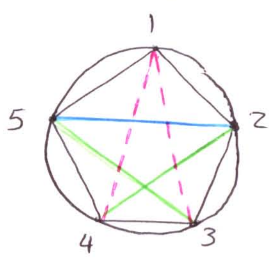
بیشتر از این نمی‌شود پیدا کرد.

← ۱۰ تا مونده



دو درجه آزادی، باید دو ورودی داشته باشه!





I_{12} $\overline{I_{13}}$ $\overline{I_{14}}$ I_{15}

I_{23} $\overline{\overline{I_{24}}}$ $\overline{\overline{\overline{I_{25}}}}$

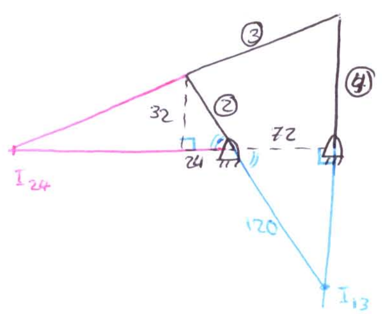
I_{34} $\overline{\overline{I_{35}}}$

I_{45}

اول، اولیه‌ها را پیدا می‌کنی. ثانویه‌ها کلاس‌بندی دارند. باید به ترتیب تمام اعضای یک کلاس را پیدا کنی بعد بری سراغ کلاس بعدی!

نکته دیگر آنکه I_{13} و I_{14} بسته به نسبت ωها روی خطوط * بالا و پایین می‌روند.

● مثال عددی:

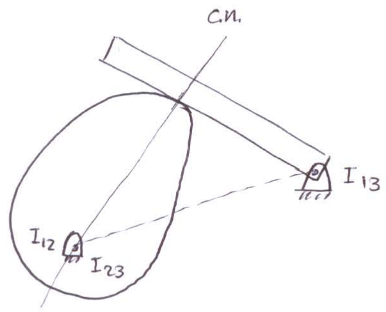


$$\omega_2 = 1 \ rad/s \qquad \omega_4 = ?$$

$$\omega_3 = \frac{\overline{I_{12} I_{23}}}{\overline{I_{13} I_{23}}}\,\omega_2 = 1/4 \ rad/s$$

$$\omega_4 = \frac{I_{12} I_{24}}{I_{14} I_{24}}\,\omega_2 = \dots$$

* علت خالص، علت همراه با لغزش



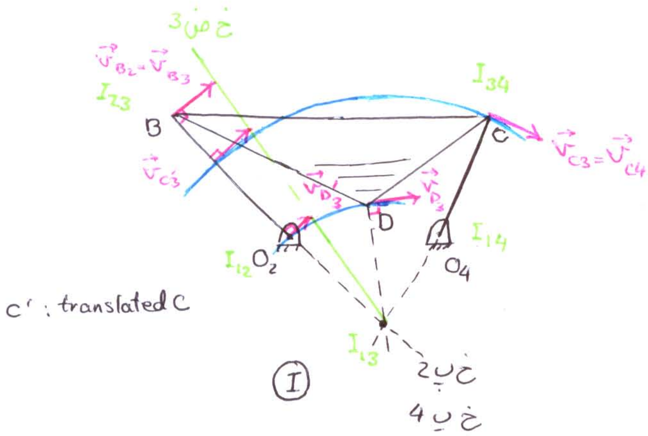
اگر بند ② (بادامک) را بیرون c.n. لولا کنیم، علت ~~خالص~~ همراه با لغزش دارد. ?

اگر روی c.n. لولا کنیم، لغزش خالص دارد. هیچ سرعتی منتقل نمی‌شود.

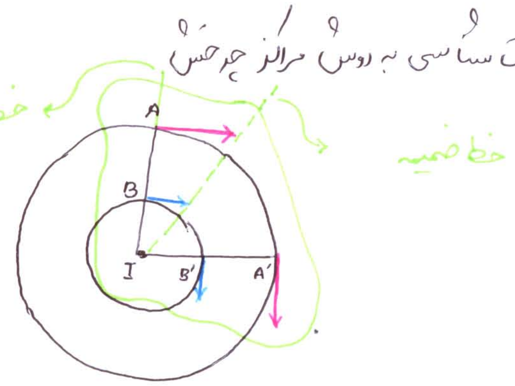
بند ③ به نقطه‌ی مرگ خودش رسیده است و ثابت مانده. Pure Sliding

Negative Drive

۸۸,۸,۲۷



* سرعت‌شناسی به روش مراکز چرخش



دایره‌ی به مرکز I و شعاع IA، هر نقطه روی‌ش، تندی‌ای برابر با تندی نقطه A دارد. $|V_A| = |V_{A'}|$

حال اگر سرعت نقطه ای روی همان شعاع IA را بخواهیم، به موازات سرعت A خطی رسم می‌کنیم و از تشابه مثلث استفاده می‌کنیم.

$$\frac{|\vec V_A|}{IA} = \frac{|\vec V_B|}{IB}$$

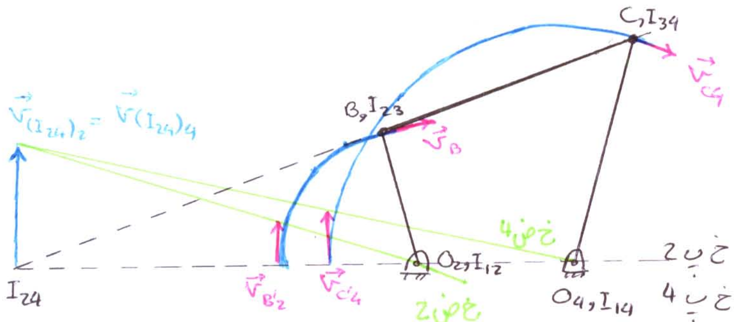
⇐ سرعت B ✓

خط ضمیمه: خطی که دربردارنده‌ی انتهای بردار سرعت‌هاست.

اگر سرعت نقطه‌ی B' را بخواهیم، ابتدا و انتهای بردار سرعت نقطه‌ی A را به I وصل می‌کنیم. قوسی به مرکز I و شعاع IB' رسم می‌کنیم که خط IA را در نقطه B قطع کند. از نقطه B به خط ضمیمه به موازات بردار سرعت A خطی رسم می‌کنیم. این بردار را به نقطه B' انتقال می‌دهیم.

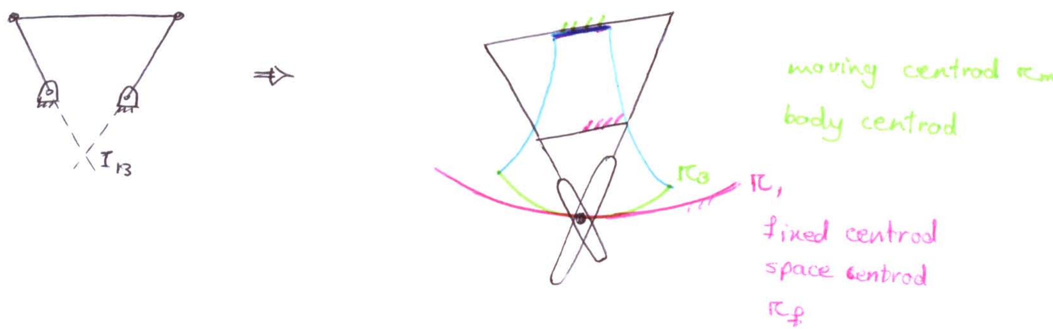
حالا در شکل (I) سرعت نقاط C و D را سعی می‌کنیم با استفاده از سرعت نقطه B بدست بیاوریم.

سرعت نقطه ی C را با استفاده از نقطه I_{24} بدست می آوریم :



همیشه خط پایه ها را روی هم می اندازیم .

می توانستیم به جای اینکه اول $\vec V_{C_4}$ را رسم کنیم و بعد $\vec V_{C_4}$ را بدست آوریم، $\vec V_{(I_{24})}$ را با شعاعش منتقل کنیم و بعد از تشابه مثلث ها $\vec V_{C_4}$ را بدست آوریم .

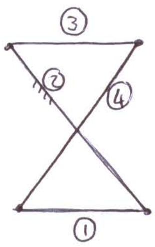


π_1 : مکان هندسی I_{13} نسبت به ①

π_3 : ③ " " " "

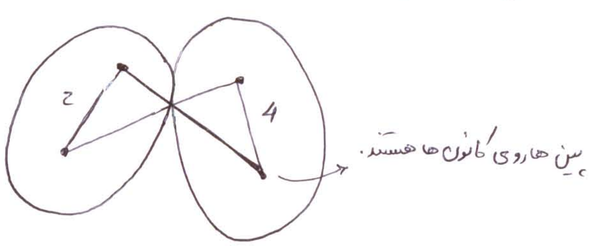
π_1 و π_3 نسبت به هم غلت خالص دارند، چون محل تماسشان مرکز آنی است و سرعت نسبی صفر دارد. به جای 4 میله ای می شود غلت خالص گذاشت. اگر روی قسمت بیضی فلورسانت بزنیم، چراغ را خاموش کنیم و به حرکت قسمت بیضی نگاه کنیم، متوجه نمی شویم که بیضی حال چهار میله ای است یا غلت خالص!

- مکانیزم پاد متوازی الاضلاع Anti Parallelogram

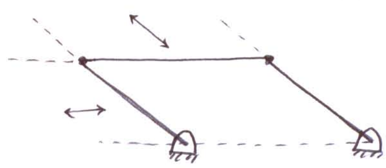


روی بند 2 یا 4 می ایستیم و f.j. ها را روی بند 1 و 3 قرار می دهیم.

دو تا بیضی به ما می دهد (در حالت قبل دو تا دایره بودند)



پاد متوازی الاضلاع : متوازی الاضلاعی که در C.P. روی crossed می شود.



I_{13} و I_{24} را در حالت پاد متوازی الاضلاع بدست آورید.

Ordinary Mechanisms — سازوکار معمولی

Complex " — " پیچیده

Floating Link — بند شناور

1) Direct Method

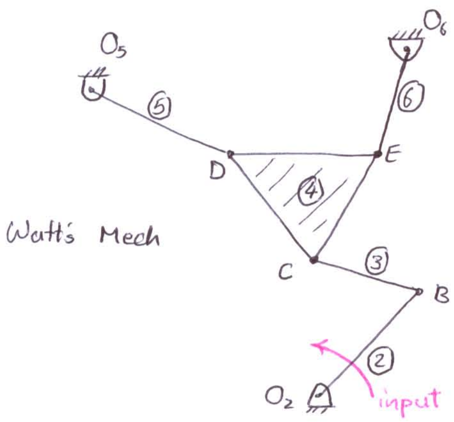
2) Velocity Projection Method

3) I.C. Method

→ Ordinary Meh.

floating link : مرکز چرخشش ثانویه باشد (بند شناور)

مرکز چرخش مطلقش ثانویه باشد.



اگر ورودی روی بند 2 باشد، مکانیزم وات داریم.

این مکانیزم از روش هایی که خواندیم حل نمی‌شود.

اگر ورودی به 6 یا 5 وارد شود ⇐ 6 میله‌ای نوع دوم

از هرکدام از مسیرها برویم، دو بند شناور خواهیم داشت.

2 3 4 5

2 3 4 6

سازوکار پیچیده به سازوکاری می‌گویند که

1) در سازوکار معادل شامل اتصالات مرتبه پایین

2) در هر مسیر ممکن از ورودی به خروجی های بالقوه

3) حداقل دو بند شناور پیاپی موجود باشد.

ورودی را به بند 5 اگر بدهیم، دو مسیر 546 و 5432 خواهیم داشت. در مسیر اولی، فقط یک بند شناور دارد ⇐ مکانیزم پیچیده نیست.

مکانیزم تابع ورودی است یعنی بسته به ورودی اش، می‌تواند ساده یا پیچیده باشد.

مکانیزم های پیچیده را از روش های یاد گرفته شده نمی‌شود حل کرد.

تمام مسیرهای ممکن را چک می‌کنیم.

$$\overset{\circ\circ}{\vec{V}_{C4}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{B2}} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{C3/B3}}}_{\perp BC}$$

$$\vec{V}_{C4} = \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{D5}}}_{\perp O_5D} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{C4/D4}}}_{\perp CD}$$

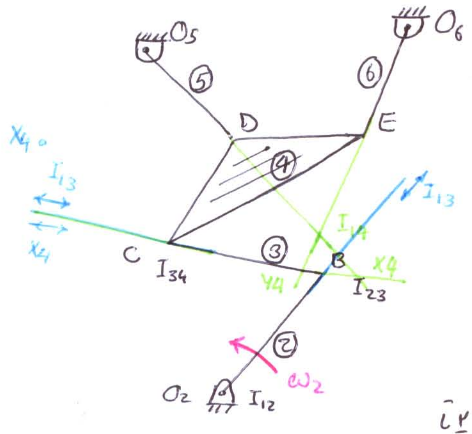
$$\vec{V}_{C4} = \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{E6}}}_{\perp O_6D} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{C4E4}}}_{\perp CE}$$

پس با استفاده از این ۴ تا معادله حل نمی‌شود. از روش‌های زیر استفاده می‌کنیم.

				سرعت‌شناسی	شتاب‌شناسی	قابلیت برنامه‌نویسی
①	Auxillary Point Method	روش نقطه کمکی	→	✓	✓	✓
②	I.C. Method	روش مراکز چرخش	→	✓	–	✓
③		روش تغییر ورودی - تبدیل معکوس	→	✓	–	✓
④	Trail and Error	روش آزمون و خطا	→	✓	✓	50%

* روش نقطه کمکی

← همیشه روی بند شناور دوم.



$$\overset{\circ\circ}{\vec{V}_{X4}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{B2}} + \overset{\circ\checkmark}{\left[\underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{C3/B3}}}_{\perp BC} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{X4/C4}}}_{\perp CX}\right]}$$

$$= \overset{\circ\checkmark}{\left[\underbrace{\vec{V}_{D5}}_{\perp O_5D} + \underbrace{\vec{V}_{X4/D4}}_{\perp XD}\right]}$$

۴ تا معادله است و 6 مجهول. ولی X دست ماست. پس X را جایی قرار می‌دهیم که ۲ تا ترم آخر $V_{X4/C4}$ و $V_{C3/B3}$ هم‌راستا شوند.

X : بند شناور اول و خروجی بالقوه را امتداد می‌دهیم. تقاطعش X را می‌دهد.

همیشه این طور نیست که به اندازه خروجی‌های بالقوه، نقطه کمکی داشته باشیم.

اگر ورودی 5 یا 6 باشد و سرعت 2 صفر شود ← نقطه مرگ

" " 2 " و " " 2 " " " ← قفل است (ورودی صفر شده)

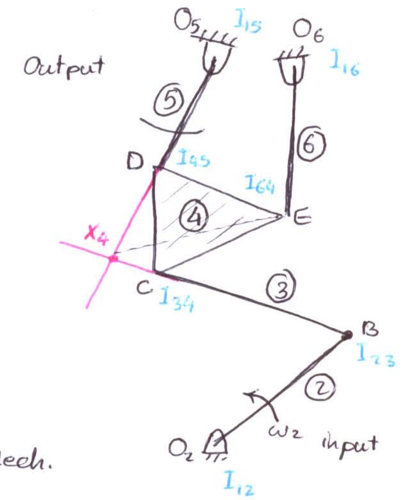
برای تعیین محل نقطه X، می‌گیم سرعت $V_{C3/B3}$ عمود بر BC است، سرعت $V_{X4/C4}$ هم باید عمود بر XC باشد ⇐ برای اینکه عمودها هم‌راستا شوند، BC و XC باید هم‌راستا باشند ⇐ X باید روی امتداد BC باشد.

از طرفی $\vec{V}_{D5}$ باید عمود بر O_5D باشد و $\vec{V}_{X4/D4}$ هم باید عمود بر XD باشد ⇐ برای هم‌راستا شدن سرعت‌ها O_5D باید با XD هم‌راستا باشد ⇐ X باید روی امتداد O_5D باشد.

حالا اگر X_4 و Y_4 روی هم بیفتند در واقع روی I_{14} (مرکز آنی دوران) می‌افتند. در شکل بالا I_{14} روی BC نیفتاده ولی اگر بیفتد ⇐ I_{13} روی شکل به رنگ آبی نشان داده شده که به این ترتیب روی نقطه B یا I_{23} می‌افتد. بند ② دو تا نقطه داره که سرعت صفر دارند ⇐ بند ② که ورودی است قفل می‌شه ⇐ موتور وصل شده بهش دود می‌کنه.

۸۸,۹,۲

ادامه جلسه پیش



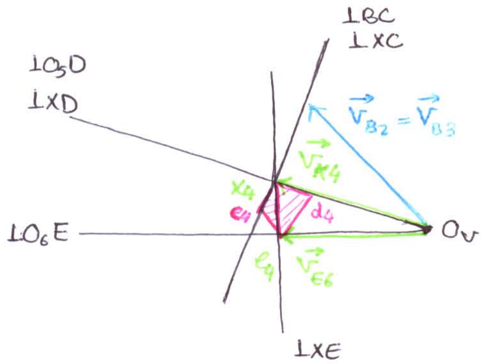
Watt(s) Mech.

1) $\overset{\circ\circ}{\vec V_{X4}} = \underbrace{\vec V_{B2}}_{\substack{(O_2B)\omega_2\uparrow \\ \perp O_2B}} + \overset{\circ\checkmark}{\left[\underbrace{\vec V_{C3/B3}}_{\perp BC} + \underbrace{\vec V_{X4/C4}}_{\perp CX}\right]}$

$= \overset{\circ\checkmark}{\left[\underbrace{\vec V_{D5}}_{\perp O_5D} + \underbrace{\vec V_{X4/D4}}_{\perp XD}\right]} \Rightarrow \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{X4}}$

2) $\underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{D5}}}_{\perp O_5D} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{X4}} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{D4/X4}}}_{\perp XD} \Rightarrow \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{D5}}$ X نمی‌شود چون دوتا خطش افتند روی هم!

از نقاطی که قبلاً به عنوان نقطه‌ی کمکی استفاده کردی، دیگه نمی‌توانی استفاده کنی! (؟)



2) $\underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{E6}}}_{\perp O_6E} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{X4}} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{E4/X4}}}_{\perp XE} \Rightarrow \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{E6}}$

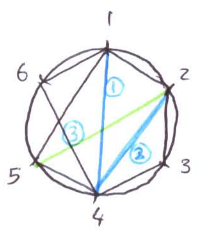
3) $\begin{cases} \Delta EXD \sim \Delta e_4x_4d_4 \\ \Delta EXC \sim \Delta e_4x_4c_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{D4}} = \vec V_{D5} \\ \overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{C4}} = \vec V_{C3} \end{matrix}$

بهتر است از نقاط کمکی استفاده کنید که خروجی در آنها دخیل نیست!

$\omega_5 = \dfrac{|\vec V_{D5}|}{O_5D}$ c.w. $\qquad \omega_4 = \dfrac{|\vec V_{X4/C4}|}{CX}$ c.w.

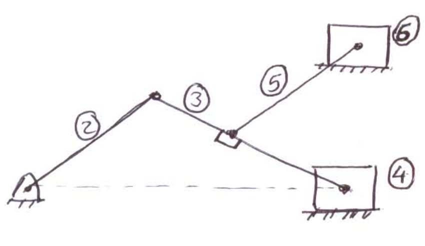
$\omega_6 = \dfrac{|\vec V_{E6}|}{O_6E}$ c.w $\qquad \omega_3 = \dfrac{|\vec V_{C3/B3}|}{BC}$ cc.w.

حالا به دنبال کوتاه‌ترین راه با استفاده از مراکز آنی دوران هستیم. I_{25} لازم است.



اگر هوشمندانه بریم، مثلاً می‌شود اول I_{14} بعد I_{24} بعد I_{25} را پیدا کرد.

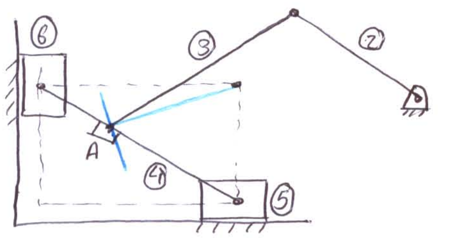
بهترین کتاب برای این بخش، هولوهنکو است، از استاد بگیرید!



اگر ورودی روی 2 باشد، اول با مثلث بندی، لغزنده ۴ را حل می‌کنیم و بعد می‌رویم سراغ 5 و 6. ولی اگر روی 6 باشد، همان Watt است که دوتا بندش بی‌نهایت شده است.

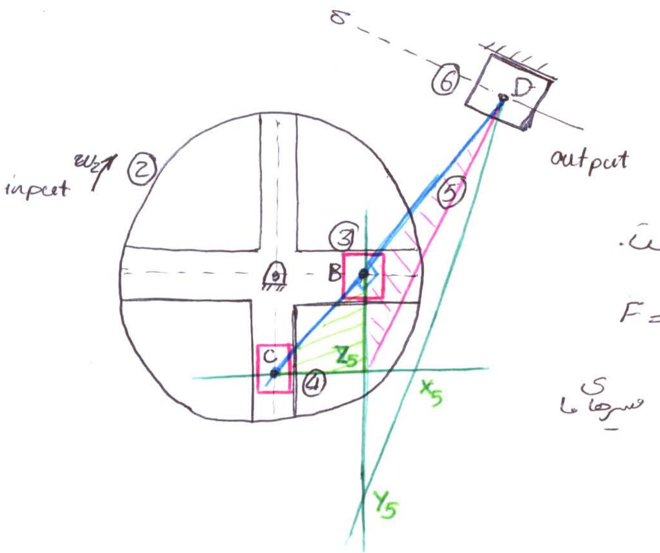
در این حالت باید از دوتا بند لنگ عبور کنی!

این مکانیزم ترکیب بیضی‌نگار و ۴ میله‌ای است.



اگر ورودی روی 5 یا 6 باشد، پیچیده نیست. (راستای سرعت A را می‌داریم)

اگر ورودی روی 2 باشد، Watt است. اگر A وسط بند 4 باشد، مسیرش رو داریم و دیگه به نقطه کمکی نیازی نداریم.



یه مکانیزم دیگه: Wänzer Needle-Bar Mech.

5، 3، 4 شناور هستند.

یک بیضی‌نگار است که می‌چرخد و به یک لغزنده وصل شده است.

$F = 2+3-2\times 2 = 1$

از میان این سه مسیر، کدوم که خروجی در آن وصل نیست، ما را به جواب می‌رساند.

مسیرهای ما 2356

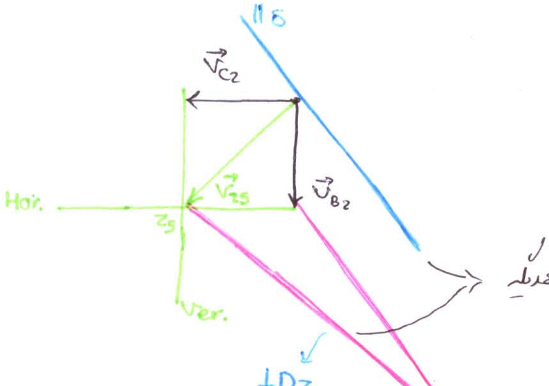
2456

23542 $\checkmark \longrightarrow$ Z_5

$$\overset{\circ\circ}{\vec{V}_{Z5}} = \underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{B2}}}_{\substack{(O_2B)\omega_2 \downarrow \\ \perp O_2B}} + \overset{\circ\checkmark}{\overbrace{\left[\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{B3/2}} + \overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{Z5/B5}}\right]}} = \underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{C2}}}_{\substack{(O_2C)\omega_2 \leftarrow \\ \perp O_2C}} + \overset{\circ\checkmark}{\overbrace{\left[\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{C4/2}} + \overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{Z5/C5}}\right]}}$$

حالا با مثلث‌بندی می‌رسیم به ⑥!

$$\underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{D6}}}_{\parallel \delta} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{Z5}} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec{V}_{D5,Z5}}}_{\perp Dz}$$



این دوتا یه کم جلوتر همدیگه رو قطع می‌کنند.

بدست آوردن سرعت‌های خیلی بالا غیرممکن است.

اگر δ و خط عمود بر Dz موازی بودند، سرعت 6 خیلی بالا (یعنی بی‌نهایت) بود. (بگویید چرا نمی‌شود!)

* یکی دیگه از روش‌ها، تعویض ورودی است.

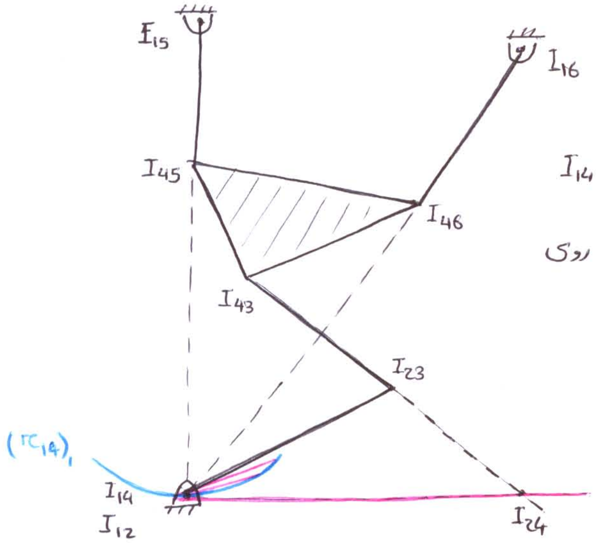
مثلاً در مکانیزم Watt اول جلسه، فرض کن $\hat{\omega}_5 = 1\,\frac{rad}{s}$ و c.c.w باشد (این در حالی است که ω_2 معمولاً حدود $600\,\frac{rad}{s}$ است.

حالا اگر برعکس حل کنی بیایی تا 2، ω_2 یک سرعت منفی بدست می‌آید. حالا مقیاس شکل را به صورت $\frac{\hat{\omega}_2}{\omega_2}$ بدست می‌آوریم و شکل را یک بار scale می‌کنیم و حواسمان باشد که سرعت‌ها منفی هستند. پس باید نمودار سرعت‌ها را 180° هم بچرخانیم.

اگر $\hat{\omega}_2$ هم علامت ω_2 بدست آمده بود، دیگه لازم نبود 180° بچرخانیم.

۸۸,۹,۴

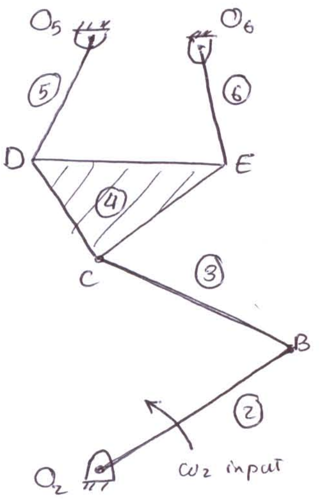
- حالت خاصی از مکانیزم وات:



I_{24} را می‌خواهیم. راهش جداگری هندسی است. مکان هندسی I_{14} را رسم کن و مماس بر این منحنی غلتان را در همان لحظه‌ای که I_{14} روی I_{12} قرار می‌گیرد رسم کن.

* آخرین روش: روش آزمون و خطا ← هم برای سرعت و هم برای شتاب برقرار است.

سرعت نقطه‌ی C را از ۳ مسیر پیدا می‌کنیم.

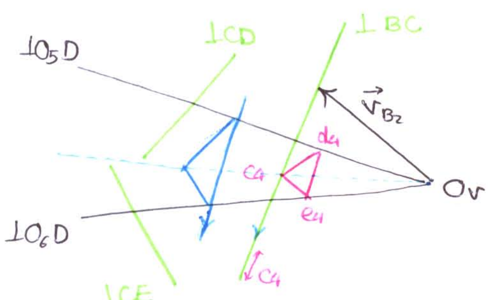


$$\overset{\circ\circ}{\vec V_{C4}} = \underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec V_{B2}}}_{(O_2B)\omega_2,\ \perp O_2B} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{C3/B3}}}_{\perp BC}$$

$$= \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{D5}}}_{\perp O_5D} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{C4/D4}}}_{\perp CD}$$

$$= \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{E6}}}_{\perp O_6E} + \underbrace{\overset{\circ\checkmark}{\vec V_{C4/E4}}}_{\perp CE}$$

$\triangle CDE \sim \triangle c_4d_4e_4$ یک قید هم داریم

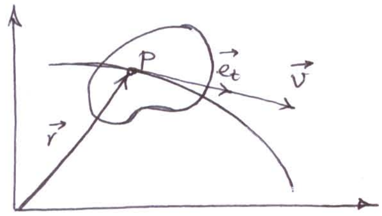


حالا اگر برویم در صفحه‌ی سرعت‌ها، می‌دانیم c_4 روی هر سه خط سبز است. یک نقطه روی خط $\perp BC$ در نظر می‌گیریم و از آن خط‌هایی به موازات دو خط دیگر سبز می‌کشیم، این نقطه را حالا آنقدر تغییر می‌دهیم تا مثلث حاصل با مثلث $\overset{\triangle}{CDE}$ متشابه شود.

یک روش تحلیلی برای این روش برای این مسئله‌ی خاص وجود دارد. با استفاده از تجانس مثلث‌ها!

* شتاب شناسی سازوکارهای صفحه‌ای

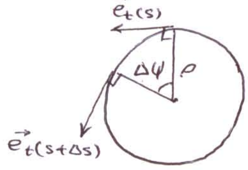
برگردیم به حرکت در صفحه!

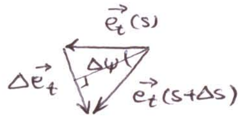


$$\vec v = \frac{d\vec r}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec r}{ds}}_{\vec e_t} \cdot \underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v} = v\vec e_t$$

$$\vec A = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec e_t + v\frac{d\vec e_t}{dt}$$

$$\frac{d\vec e}{dt} = \frac{d\vec e}{ds} \cdot \underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v}$$

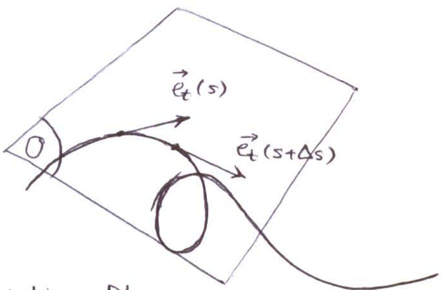




$$|\Delta \vec e_t| \simeq (1)\,\Delta\psi = \frac{\Delta s}{\rho} \longrightarrow \Delta\psi = \frac{\Delta s}{\rho} \Rightarrow \frac{|\Delta \vec e_t|}{\Delta s} \to \frac{1}{\rho} \Rightarrow \left|\frac{d\vec e_t}{ds}\right| = \lim_{\Delta s \to 0}\left|\frac{\Delta \vec e_t}{\Delta s}\right| = \frac{1}{\rho}$$

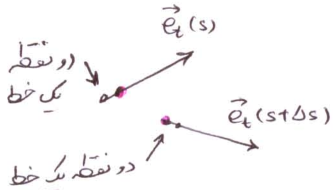
$$\Delta\psi = 2(1)\sin\frac{\Delta\psi}{2} \simeq 2 \times \frac{\Delta\psi}{2} = \Delta\psi$$

$$\Rightarrow \vec A = \frac{dv}{dt}\vec e_t + \frac{v^2}{\rho}\vec e_n = \frac{d^2 s}{dt^2}\vec e_t + \frac{(ds/dt)^2}{\rho}\vec e_n$$



Osculating Plane

صفحه بوسان ←

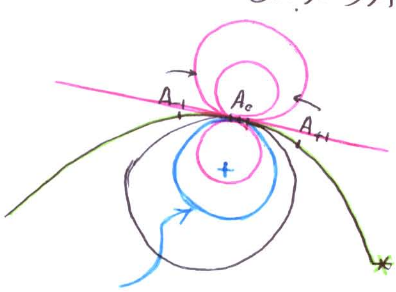


این دوتا در حالت کلی حرکت جسم ۳ بعدی صلب در فضا دو خط متنافرند!

نقطه‌های صورتی بیفتد روی هم ←

وقتی که $\vec e_t(s+\Delta s) \to \vec e_t(s)$ ، چهار نقطه تبدیل به سه نقطه می‌شود و می‌شود یک صفحه از آن‌ها عبور داد (که کمک می‌کند حرکت در فضا را بیاوریم در صفحه)

وقتی هواپیما می‌نشیند بر زمین، حداقل مرتبه‌ی اتصال ۳ و هرچه بالاتر، فرود نرم‌تر و بهتر است.



Osculating Circle

Circle of Curvature

برای یک جسم سه‌بعدی، ∞^3 صفحه بوسان داریم پس.

از بین همه‌ی دوایری که مرتبه‌ی اتصالشان با منحنی * ، ۲ است، فقط یک دایره وجود دارد که مرتبه‌ی اتصالش ۳ است. ← دایره بوسان Circle of Curvature.

✓ اگر داری روی * قدم می‌زنی و بعد بری روی دایره بوسان، شتابت هم یکی می‌شوند!

هیچ دایره‌ای به هیچ دایره ای با اتصال مرتبه ۳ نمی‌چسبد.

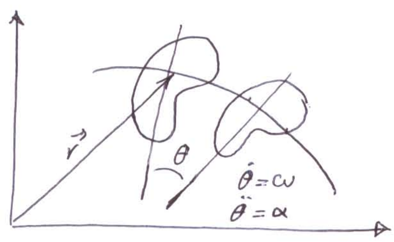
حرکت صفحه‌ای را اینگونه تبدیل کردیم به حرکت بر مسیر دایروی!

$\vec v = \rho\dot\psi\vec e_\psi$

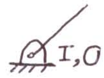
$\vec A = \rho\ddot\psi\vec e_\psi + \rho\dot\psi^2\vec e_\rho$ $\qquad \dot\psi \neq 0 \qquad \ddot\psi \neq 0$

دینامیک ماشین - خانه

تنها و تنها سرعت و شتاب جارو کردن شعاع انحنا هستند و فقط اگر مرکز انحنا، مرکز دائم چرخش باشد، همان ω و α خواهند بود.



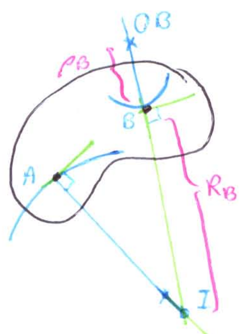
برای انتقال باید از ۴ نقطه‌ی پشت سر هم جسم یک دایره بگذره تا در این لحظه و لحظه‌ی بعد، مرکز انحنا تغییر نکند. ← $\frac{d\rho}{ds}=0$ ← جاهایی از مسیر که شعاع انحنا اکسترمم است. (همه‌ی اینها در حرکت صفحه‌ای ست، در حرکت فضایی چنین چیزی وجود ندارد)



برای جسم صلب

IC وجود دارد و یکتاست، پس مرکز آنی دوران وجود دارد و یکتاست ولی مرکز انحنای هر نقطه جسم می‌تواند متفاوت باشد.

تماس مشترک منحنی پایه و غلتان، جایی که مرکز انحنا و مرکز آنی دوران یکجا هستند.

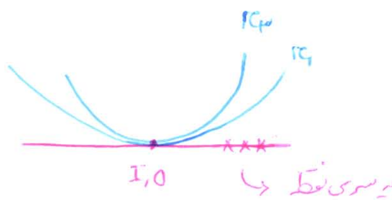


$$v = R\omega = \rho\dot{\psi}$$

$$A^t = R\alpha = \rho\ddot{\psi}$$

$$A^n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{R^2\omega^2}{\rho} = \underline{R\omega^2}$$

فقط در یک سری نقاط



$$\vec{A} = \underbrace{\frac{d^2s}{dt^2}\vec{e}_t}_{A^t} + \underbrace{\frac{(ds/dt)^2}{\rho}\vec{e}_n}_{A^n}$$

از مسیر

سرعت شناسی

در دینامیک ماشین (یعنی سیستم‌های اجسام صلب مقید)

$$\vec{A} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

ما مسیرها را می‌شناسیم، سرعت‌ها را هم حل کرده‌ایم!

مشتقات دوم زمانی را ولی نداریم!

$$\rho = \frac{[1+y'^2]^{3/2}}{y''} \Rightarrow \text{pass curvature theory}$$

ρ را هم فرض می‌کنیم هست!

پس در این درس، شتاب مماسی را یک مجهول داریم ولی

$$\vec{A} = \vec{A}^t + \vec{A}^n$$

شتاب نرمال را کامل داریم همیشه!

بخش مماس بر مسیر نیرو، اندازه‌ی سرعت را تغییر می‌دهد و شتاب مماسی را به وجود می‌آورد و بخشی از نیرو که عمود بر مسیر است، راستای سرعت را تغییر می‌دهد و مؤلفه‌ی نرمال شتاب را نتیجه می‌دهد.

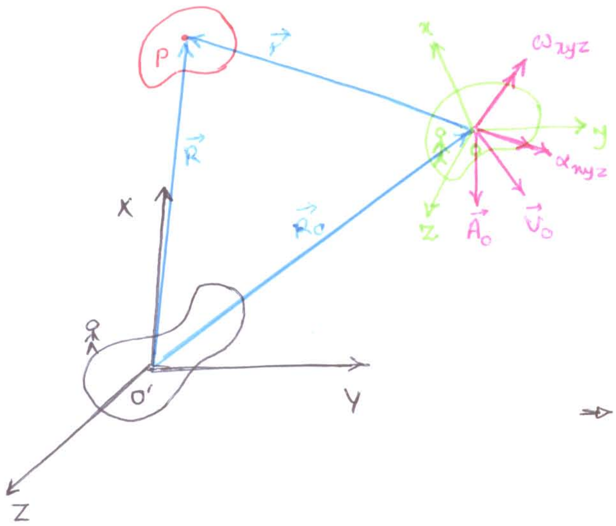
۲۴،۲

۸۸،۹،۹

$$y = f(x) \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \rho = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}$$

$$C(t) = (x(t), y(t)) \Rightarrow \rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{|\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}\dot{y}|}$$

$$r = g(\theta) \Rightarrow \rho = \frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{|r^2 + 2r'^2 - rr''|} \qquad r' = dr/d\theta$$



$$\vec{R} = \vec{r} + \vec{R_o}$$

$$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{xyz} + \vec{V_o} + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{A}_{XYZ} = (\vec{A}_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}) + \vec{A_o} + \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \Big[\overbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{xyz}}^{\vec{V}_{xyz}} + \vec{\omega} \times \vec{r}\Big]$$

$$\Rightarrow \vec{A}_{XYZ} = \vec{A}_{xyz} + \vec{A_o} + \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}$$

A_{abs}	A_{rel}	A_{trans}	$A_{crossed}$	A_{cent}	A_{cor}
مطلق	نسبی	انتقالی	متقاطع	جانب مرکز	کوریولی

coriolis(") acc.

ـَ

complementary acc.

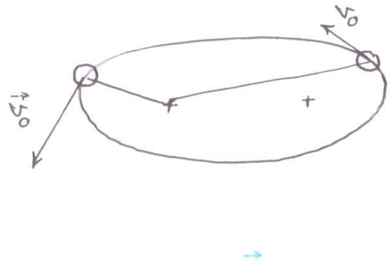
$$(\overset{vv}{\vec{A}^n_{XYZ}} + \overset{ov}{\vec{A}^t_{XYZ}}) = (\overset{vv}{\vec{A}^n_{xyz}} + \overset{ov}{\vec{A}^t_{xyz}}) + (\overset{vv}{\vec{A}^n_o} + \underbrace{\overset{vv}{\vec{A}^t_o}}_{\text{input}}) + \overset{ov}{\vec{\alpha}} \times \overset{vv}{\vec{r}} + \overrightarrow{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}^{vv} + \overrightarrow{2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz}}^{vv}$$

شتاب مطلق نرمال باعث تغییر راستای سرعت مطلق می‌شود.

شتاب مطلق مماسی باعث تغییر مقدار سرعت مطلق می‌شود.

شتاب نسبی نرمال باعث تغییر راستای سرعت نسبی می‌شود.

شتاب نسبی مماسی باعث تغییر مقدار سرعت نسبی می‌شود.



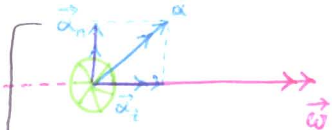
در مورد شتاب های انتقال مماسی و نرمال هم به همین ترتیب است.

آثار تغییرات $\vec{\omega}$ در ترم $\vec{\alpha} \times \vec{r}$ ظاهر می‌شود:

$$\vec{\alpha} \times \vec{r} = \underbrace{\vec{\alpha}_t \times \vec{r}}_{} + \vec{\alpha}_n \times \vec{r}$$

باعث تغییر طول $\vec{\omega}$

باعث تغییر راستای $\vec{\omega}$



⇐ باعث تغییر طول بردار چرخشی

⇐ تغییرات خارج از صفحه‌ی سرعت چرخشی

out of plane variations

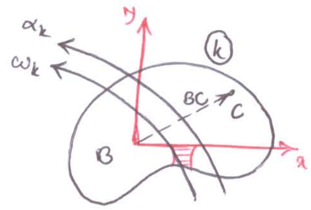
اگر گشتاوری در راستای $\vec{\omega}$ وارد کنیم ⇐ تغییر دادن مقدار $\vec{\omega}$

اگر گشتاوری عمود بر راستای $\vec{\omega}$ وارد کنیم ⇐ LearnElement.ir Gyroscopic Effect $\vec{T}_{Gyro} = \vec{T} - (\vec{T} \cdot \vec{\omega}) \frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|}$

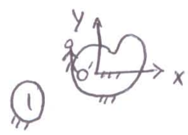
آثار وجود خود ω در ترم $\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$ ظاهر می‌شود: ← تغییرات درون صفحه حرکت سرعت چرخشی! In plane variations

شتاب متقاطع دربردارنده‌ی تمامی تغییرات جبری و بخشی از تغییرات هندسی است. بخشی از تغییرات هندسی هم به واسطه‌ی شتاب جانب مرکز ایجاد می‌شود.

الف) سینماتیک جسم صلب: اختلاف شتاب (غیر مشهود) بین دو نقطه متمایز از یک جسم صلب



$$\vec{A}_{C_k} = \vec{A}_{B_k} + \vec{\alpha}_k\times\vec{BC} + \vec{\omega}_k\times(\vec{\omega}_k\times\vec{BC})$$



$\vec{A}_{xyz}=\vec{A}_{C_k}$

$\vec{A}_{xyz}=0$

$\vec{V}_{xyz}=0$

$\vec{r}=\vec{BC}$

$\vec{\alpha}=\vec{\alpha}_k$

$\vec{\omega}=\vec{\omega}_k$

$$\underbrace{\vec{A}_{C_k}-\vec{A}_{B_k}}_{\vec{A}_{C_k/B_k}} = \underbrace{\vec{\alpha}_k\times\vec{BC}}_{\vec{A}^T_{C_k/B_k}} + \underbrace{\vec{\omega}_k\times(\vec{\omega}_k\times\vec{BC})}_{\vec{A}^N_{C_k/B_k}}$$

N و T ← حالت عام

شتاب متقاطع و جانب مرکز در حالت خاص می‌توانند مماسی و نرمال باشند.

$\vec{A}^N_{C_k/B_k}$: $\underbrace{\vec{\omega}_k\times(\vec{\omega}_k\times\vec{BC})}_{(\overline{BC})\omega_k^2}$, $\parallel BC$,

موضعی است یعنی بستگی پیدا می‌کند به موضع نقطه B. غیر مشهود است.

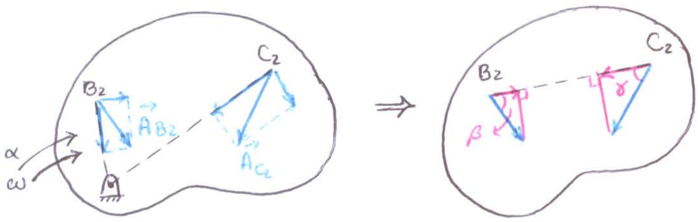
این شتاب در حرکت فضایی، جانب محور است!

$\vec{A}^T_{C_k/B_k}$: $\underbrace{\vec{\alpha}_k\times\vec{BC}}_{(\overline{BC})\alpha_k}$, $\perp BC$

البته اگر مقدار α_k را داشته باشیم

جهت این شتاب، حاصل از چرخش جهت $\vec{BC}$ به اندازه‌ی $\pi/2$ در جهت $\vec{\alpha}_k$ است. این شتاب هم موضعی و غیر مشهود است.

• دقیق باشید بچه‌ها!! به هر چیز کوچکی اهمیت بدهید، حتی یک پیچ دیوار!



با شتاب شناسی می‌توان مقدار ω و اگر حرکت صفحه‌ای باشد، حتی راستای ω را پیدا کنی. ولی جهتش را نمی‌توان پیدا کنی.

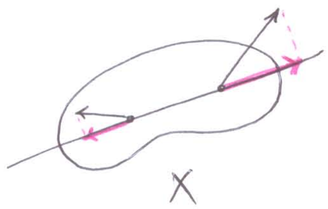
$$\omega_z = \pm\sqrt{\frac{|\vec{A}_{C_z}|\cos\gamma + |\vec{A}_{B_z}|\cos\beta}{(\overline{BC})}}$$

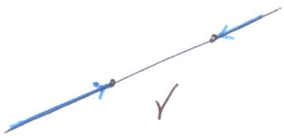
در شکل روبرو

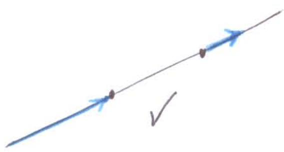
α هم به ترتیب زیر بدست می‌آید:

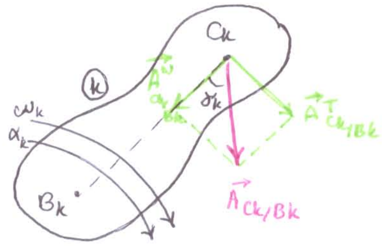
$$\alpha_z = \frac{|\vec{A}_{C_z}|\sin\gamma - |\vec{A}_{B_z}|\sin\beta}{(\overline{BC})}$$

اگر جسم صلب داری، شتاب های نقاط باید به گونه‌ای باشد که اختلاف شتاب ها در امتداد خط واصل، از یک نقطه به سمت دیگری باشد.







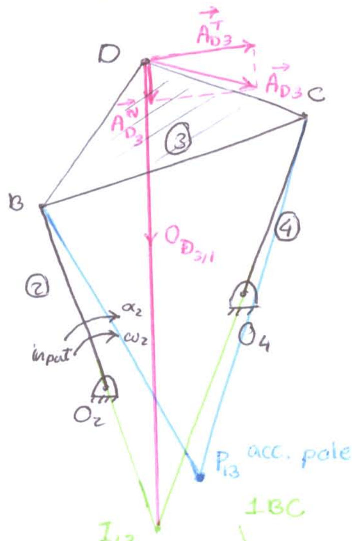


کسی که بیرون ایستاده، اختلاف شتاب دو نقطه را می‌بیند:

$$|\vec{A}_{C_k/B_k}| = \sqrt{(BC)^2\omega_k^4+(BC)^2\alpha_k^2} = (\overline{BC})\sqrt{\omega_k^4+\alpha_k^2}$$

$$\operatorname{tg}\gamma_k = \frac{|\vec{A}^T_{C_k/B_k}|}{|\vec{A}^N_{C_k/B_k}|} = \frac{(\overline{BC})\alpha_k}{(\overline{BC})\omega_k^2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{bc}{BC} = \sqrt{\omega_k^4+\alpha_k^2} \\ \gamma_k = \operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{\alpha_k}{\omega_k^2}\right) \end{cases} , bc = |\vec{A}_{C_k/B_k}|$$

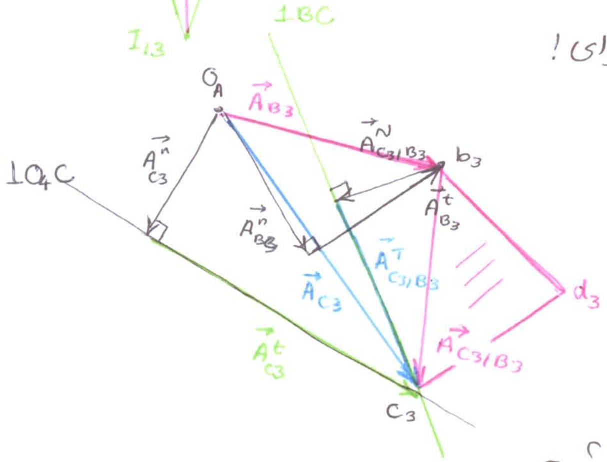


$$\left[\underbrace{(\vec{A}^n_{C_3})}_{\substack{(O_4C)\omega_4^2 \\ \parallel O_4C,\ \checkmark}} + \underbrace{(\vec{A}^t_{C_3})}_{\perp O_4C}\right] = \left(\underbrace{\vec{A}^n_{B_3}}_{\substack{(O_2B)\omega_2^2 \\ \parallel O_2B}} + \underbrace{\vec{A}^t_{B_3}}_{\substack{(O_2B)\alpha_2 \\ \perp O_2B}}\right) + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{C_3/B_3}}_{\substack{(BC)\omega_3^2 \\ \parallel BC}} + \underbrace{\vec{A}^T_{C_3/B_3}}_{\perp BC}\right) \quad (*)$$

باز هم اول باید یک قطب شتاب انتخاب کنی. بعد شتاب‌ها را به ترتیب بکشی.

$B_2 = B_3 \quad , C_3 = C_4$

حالا که تمام شتاب‌ها را بدست آوردی، برو سراغ شتاب‌های زاویه‌ای!



$$\alpha_3 = \frac{|\vec{A}^T_{C_3/B_3}|}{(\overline{BC})} \quad C.W$$

$$\alpha_4 = \frac{|\vec{A}^t_{C_4}|}{(\overline{O_4C})} \quad C.W$$

حالا دیگر فقط باید شتاب‌های مراکز جرم را پیدا کنی!

مثلاً شتاب نقطه‌ی D را بخواهی. یک راه نوشتن مجموع بردارها مثل (*) است. راه دیگر تشابه مثلث‌ها با مقیاس روبرو است.

$$\frac{b_3c_3}{BC} = \frac{c_3d_3}{CD} = \frac{b_3d_3}{BD} = \sqrt{\omega_3^4+\alpha_3^2}$$

مثلث مقیاس شده از صفحه حرکت را، باید به اندازه‌ی γ_3 که بدست آوردی، در صفحه شتاب‌ها بچرخانی!

$\Delta b_3c_3d_3 \sim \Delta BCD \Rightarrow \vec{A}_{D_3}$

حالا اگر نقطه‌ای از عضو 3 را بخواهیم که شتاب آن صفر است: P_{13} ← مثلث ساخته شده $O_A b_3 c_3$ از صفحه شتاب را با مقیاس مناسب به صفحه حرکت منتقل می‌کنیم.

مرکز سرعت و مرکز شتاب همزمان در یک نقطه واقع نمی‌شوند مگر اینکه همیشه بر هم منطبق باشند (قانون دوم نیوتون).

بدست آوردن ρ فقط به درد بدست آوردن شتاب نرمال می‌خورد. اینجا که خودمون شتاب نرمال را پیدا کرده‌ایم، ρ دیگر کاربردی برای ما ندارد.

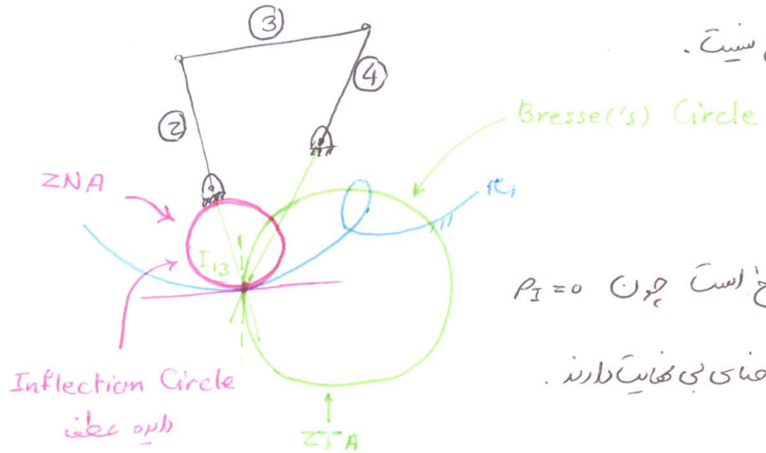
$$\rho_{D_{3/1}} = \frac{|\vec{V}_{D_3}|^2}{|\vec{A}^n_{D_3}|}$$

قطب شتاب هم مانند مرکز آنی دوران وجود دارد و یکتاست، یا یک نقطه است یا تمام صفحه است.

نقاطی هم وجود دارند که شتاب نرمال شان صفر است و فقط شتاب مماسی دارند. در I_{13} یک مماس به منحنی پایه $\mathcal{K}_{13}$ رسم کن، مکان هندسی نقاط بالا، یک دایره است که بر این خط مماس است. این دایره همیشه از I می‌گذرد.

مکان هندسی نقاطی هم که شتاب مماسی صفر دارند، یک دایره است مماس بر دایره قبلی. محل تقاطع این دو دایره یکی در I است و دیگری قطب شتاب. ولی دایره دومی در قطب شتاب سوراخ شده است (؟)

دایره Bresse که بر همین سبزه منطبقه ولی سوراخ نیست.



دایره عطف که بر دایره صورتی منطبق است در I سوراخ است چون $\rho_I = 0$ است. این دایره مکان هندسی نقاطی است که شعاع انحنای بی‌نهایت دارند.

۸۸,۹,۲۵

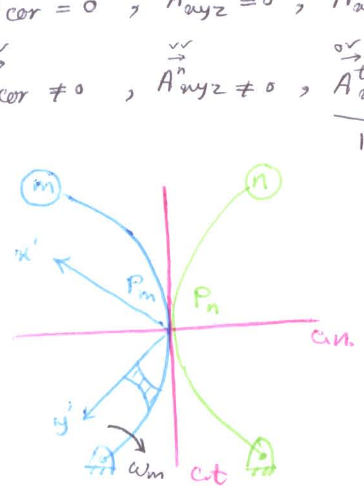
سینماتیک تماس مستقیم:
- الف) غلتش خالص: $\vec{V}_{P_n} = \vec{V}_{P_m}$
- ب) غلتش همراه با لغزش: $\vec{V}_{P_n} = \vec{V}_{P_m} + \underbrace{\vec{V}_{P_{n/m}}}_{\parallel c.t.}$

$$\vec{A}_{XYZ} = \underbrace{\vec{A}_{xyz}}_{\vec{A}^n_{xyz}+\vec{A}^t_{xyz}} + \vec{A}_o + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\cancel{\vec{r}}) + \vec{\alpha}\times\cancel{\vec{r}} + \underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{V}_{xyz}}_{\vec{A}_{cor}}$$

در تماس مستقیم ← $\vec{r} = 0$

در غلتش خالص ← $\vec{A}_{cor} = 0$, $\vec{A}^n_{xyz} = 0$, $\vec{A}^t_{xyz} \neq 0$

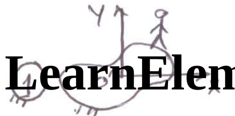
در غلتش همراه با لغزش ← $\vec{A}_{cor} \neq 0$, $\vec{A}^n_{xyz} \neq 0$, $\underbrace{\vec{A}^t_{xyz} \neq 0}_{\parallel c.t.}$



اول به بررسی غلتش همراه با لغزش بپردازیم:

$\vec{A}_{XYZ} = \vec{A}_{P_n}$ $\quad \vec{A}_O = \vec{A}_{P_m}$ $\quad \vec{A}_{xyz} = \vec{A}_{P_{n/m}}$

$2\vec{\omega}_m \times \vec{V}_{P_{n/m}} = \vec{A}^C_{P_{n/m}}$



عاملگذاری های مختلف شتاب کریولیس در کتاب های مختلف که هیچکدام جامع نیست . $\vec{V}_{P_{n/m}}$ عنوم‌والیفی(؟) $\vec{A}_{P_{n/m}}$ ✓

همیشه یادمان باشد شتاب کریولیس غیر فولاضی(؟) است . $\vec{V}_{C_k/B_k}$ غیر مشهود $\vec{A}_{P_n/P_m}$

پس به اینجا می رسیم :

$$\vec{A}_{P_n} = \vec{A}_{P_m} + [(\vec{A}^n_{P_{n/m}} + \vec{A}^t_{P_{n/m}}) + \vec{A}^c_{P_{n/m}}]$$

و اختلاف شتاب برابر است با :

$$\vec{A}_{P_n} - \vec{A}_{P_m} = [\underbrace{(\vec{A}^n_{P_{n/m}} + \vec{A}^t_{P_{n/m}})}_{\text{مشهود}} + \underbrace{\vec{A}^c_{P_{n/m}}}_{\text{غیر مشهود}}]$$

قلمت رو بچسبون روی جسم n و کاغذ را بگذار روی جسم m ، مسیری که قلمت روی کاغذ می کشد می شود مسیر P_n روی m .

$$\vec{A}^n_{P_{n/m}} = \frac{(V_{P_{n/m}})^2}{\rho_{P_{n/m}}} \parallel c.n.$$

از قبل می دانستیم سرعت راستایش در امتداد مماس مشترک است پس شتاب مماسی هم در همین امتداد است. پس شتاب نرمال در راستای عمود بر این امتداد یعنی در راستای عمود مشترک است. شتاب کریولی هم که ضرب خارجی ω و سرعت است پس این شتاب در امتداد عمود مشترک است .

شتاب نرمال و شتاب کریولی همیشه همراستا هستند .

$$\vec{A}^t_{P_{n/m}} = \frac{d^2 s_{P_{n/m}}}{dt^2} \parallel c.t.$$

با توجه به اینکه مماس بر مسیر را داریم ، پس دو نقطه از مسیر را داریم ولی برای یافتن $\rho_{P_{n/m}}$ باید ۳ نقطه از مسیر را داشته باشیم . برای یافتن ρ چند روش وجود دارد :

$$\vec{A}^c_{P_{n/m}} = 2\omega_m V_{P_{n/m}} \parallel c.n.$$

$$\rho_{P_{n/m}} \longrightarrow \begin{cases} \text{Euler - Savary Eq.} & \text{جبری} \\ \text{Hartmann Construction} & \text{ترسیمی} \\ \text{Bobilien} \quad '' & '' \\ \text{Sandor} \quad '' & '' \\ \text{Banton} \quad '' & '' \end{cases}$$

ولی ما برای حل کردن مسئلمون سراغ این ها نمی رویم .

بیایید اختلاف شتاب را به یک صورت دیگر بنویسیم : (براساس راستا دسته بندی کنیم)

$$\vec{A}_{P_n} - \vec{A}_{P_m} = [(\vec{A}^n_{P_{n/m}} + \vec{A}^c_{P_{n/m}}) + \vec{A}^t_{P_{n/m}}]$$

$$\vec{A}_{P_m} - \vec{A}_{P_n} = [(\vec{A}^n_{P_{m/n}} + \vec{A}^c_{P_{m/n}}) + \vec{A}^t_{P_{m/n}}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{A}^t_{P_{n/m}} = -\vec{A}^t_{P_{m/n}} \\ (\underbrace{\vec{A}^n_{P_{n/m}}}_{\frac{V^2_{P_{n/m}}}{\rho_{P_{n/m}}}} + \underbrace{\vec{A}^c_{P_{n/m}}}_{2\omega_m V_{P_{n/m}}}) = -(\underbrace{\vec{A}^n_{P_{m/n}}}_{\frac{V^2_{P_{m/n}}}{\rho_{P_{m/n}}}} + \underbrace{\vec{A}^c_{P_{m/n}}}_{2\omega_n V_{P_{m/n}}}) \end{cases}$$

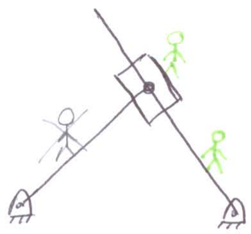
می دانیم $V_{P_{n/m}} = -V_{P_{m/n}}$ پس فقط در صورتیکه سرعت زاویه‌ای ها باهم برابر (اندازه و علامت) باشند، شتاب کوریولی ها باهم برابر می‌شوند. $\omega_m = \omega_n \Rightarrow \vec{A}^{c}_{P_{n/m}} = -\vec{A}^{c}_{P_{m/n}}$

در شکل قبل امکان این اتفاق هست ولی در شکل زیر نیست. حتی اگر اندازه ω ها برابر شوند، جهت آنها برابر نخواهد بود.

برای برابر بودن شتاب نرمال ها هم لازم است $\rho_{P_{n/m}} = -\rho_{P_{m/n}}$. برای جهت ρ هم قرار داد وجود دارد. اگر مسیرهای P_m نسبت به n و P_n نسبت به m را بکشیم مثلاً برای چرخ ژنوا، این دو مسیر هیچ وقت همدیگر را همزمان قطع نمی‌کنند تا شرط بالا برقرار شود. ?

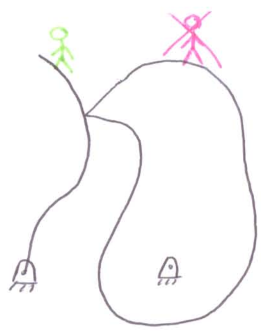
- انواع مسائل طرح شده در این مبحث:

« نوع اول

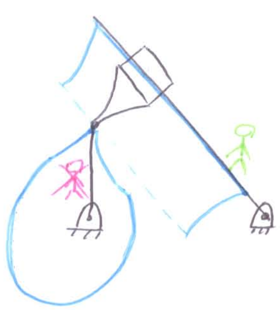


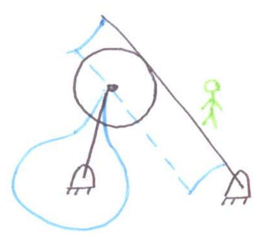
در نوع اول، ورودی یا خروجی هرکجا که باشند، می‌توانند روی هرکدام خواستند بروند. از خروجی به ورودی یا از ورودی به خروجی شعاع انحنا را همیشه می‌شناسیم. پس شتاب نرمال را داریم.

« نوع دوم

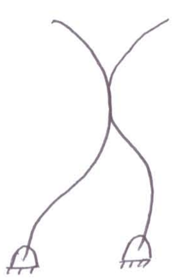


در نوع دوم جایی باید بایستید که شعاع انحنا را داشته باشید.
در همه‌ی اینها اگر جای آدمک سبز بایستیم مسیر حرکت یک نقطه از بند دیگر را می‌شناسیم و اگر جای آدمک صورتی بایستیم، نمی‌شناسیم. دو مثال دیگر هم از این نوع هستند.
برای حل نوع سوم باید از روش های دیگری استفاده کنیم.

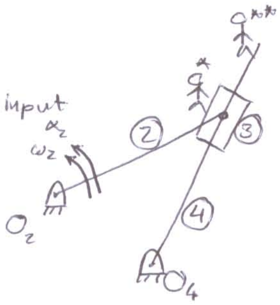




« نوع سوم



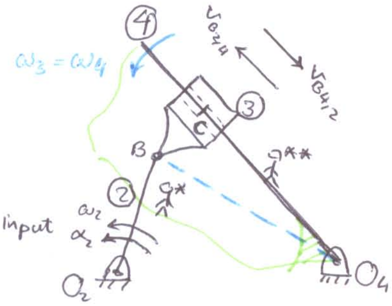
۸۸/۹/۳۰



$$* \; (\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_4}}}_{\substack{(O_4B)\omega_4^2 \\ \parallel O_4B,\ \swarrow}} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_4}}}_{\perp O_4B}) = (\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_3}}}_{\substack{(O_2B)\omega_2^2 \\ \parallel O_2B,\ \leftarrow}} + \underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^t_{B_3}}}_{\substack{(O_2B)\alpha_2 \\ \perp O_2B,\ \nwarrow}}) + [(\underbrace{\cancel{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_{4/3}}}}}_{\substack{\frac{V^2_{B_{4/3}}}{\rho_{B_{4/3}}\to\infty}}}{}^{\circ} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_{4/3}}}}_{\parallel O_4B}) + \underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^c_{B_{4/3}}}}_{\substack{2\omega_3 V_{B_{4/3}} \\ \perp O_4B,\ \rightarrow}}]$$

$$** \; (\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_3}} + \overset{\surd\surd}{\vec{A}^t_{B_3}}) = (\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_4}} + \overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_4}}) + [(\underbrace{\cancel{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_{3/4}}}}}_{\substack{\frac{V^2_{B_{3/4}}}{\rho_{B_{3/4}}\to\infty}}}{}^{\circ} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_{3/4}}}}_{\parallel O_4C}) + \underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^c_{B_{3/4}}}}_{\substack{2\omega_4 V_{B_{3/4}} \\ \perp O_4B,\ \nwarrow}}]$$

این مسئله از نوع اول بود و فرقی نمی‌کرد روی کدام بند بایستیم، ولی ما روی ورودی نمی‌ایستیم. دو حالت ** و * برای ما یکی است.



در نوع دوم دیگر نمی‌توانیم روی بند ② بایستیم.

$$* \; (\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_4}}_{\substack{(O_4B)\omega_4^2 \\ \parallel O_4B,\ \searrow}} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_4}}}_{\perp O_4B}) = (\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_2}}}_{\substack{(O_2B)\omega_2^2 \\ \parallel O_2B,\ \swarrow}} + \underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^t_{B_2}}}_{\substack{(O_2B)\alpha_2 \\ \perp O_2B,\ \nwarrow}}) + [(\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_{4/2}}}}_{\frac{V^2_{B_{4/2}}}{\rho_{B_{4/2}}}}{}^{\times ?} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_{4/2}}}}_{\parallel 4}) + (\underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^c_{B_{4/2}}}}_{\substack{2\omega_2 V_{B_{4/2}} \\ \perp 4,\ \nearrow}})]$$

کاغذ را چسبانده‌ایم روی 4، سوزن پرگار روی O_4 و نوک پرگار در B. در نتیجه برای ما سخت است که مسیر حرکت B را تشخیص بدهیم. بهتر است جایمان را عوض کنیم، برویم در موقعیت **.

$$** \; (\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_2}} + \overset{\surd\surd}{\vec{A}^t_{B_2}}) = (\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_4}} + \overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_4}}) + [(\underbrace{\cancel{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_{2/4}}}}}_{\frac{V^2_{B_{2/4}}}{\rho_{B_{2/4}}\to\infty}}{}^{\circ} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{B_{2/4}}}}_{\parallel 4}) + \underbrace{\overset{\surd\surd}{\vec{A}^c_{B_{2/4}}}}_{\substack{2\omega_4 V_{B_{2/4}} \\ \perp 4,\ \swarrow}}]$$

اگر روی ④ بایستیم، مسیر B_2 یک خط راست است و بنابراین $\rho_{B_{2/4}} \to \infty$.

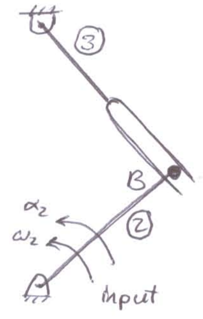
روی بندی بایستید، که بتوانید مسیر نقطه را به راحتی تشخیص بدهید. مثلاً اینجا به راحتی از ** به جواب می‌رسیم.

حالا ببینیم چرا نسبت به ③ نمی‌توانیم بنویسیم؟

$$(\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{C_4}} + \overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{C_4}}) = (\overset{\surd\surd}{\vec{A}^n_{B_2}} + \overset{\surd\surd}{\vec{A}^t_{B_2}}) + (\underbrace{\overset{\surd\times}{\vec{A}_{C_3/B_3}}}_{\omega_3 = \surd} + \underbrace{\overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{C_3/B_3}}}_{\alpha_3 = ?}) + [(\cancel{\overset{\surd\surd}{\vec{A}_{C_{4/3}}}}{}^{\circ} + \overset{\circ\surd}{\vec{A}^t_{C_{4/3}}}) + \overset{\surd\surd}{\vec{A}^c_{C_{4/3}}}]$$

دلیلش این است که α_3 را نداریم و یک مجهول اضافه خواهیم داشت.

مثال دیگر: در مکانیزم زانو، اگر ناظر روی ③ باشید، از دست شتاب نرمال راحت می‌شویم. $\rho_{B_{2_1}} \to \infty$



درگیری

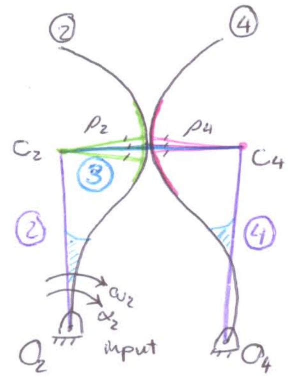
برای آنکه شتاب کریولیس صفر شود: ۱) یا ω صفر شود (اول و آخر حرکت)

۲) یا v نسبی صفر شود (وسط درگیری)

۳) ω و v هم راستا شوند (حرکت‌های فضایی)

[مثلاً روی میان تار پیچ]

☺ شتاب نرمال معلوم می‌کند که کجا باشیم!



حالا برویم سراغ نوع سوم!

$C_2 \longrightarrow$ مرکز انحنای پروفیل منبزند در نقطه تماس (۳ تا شعاع برابر)

نقطه‌ی وسط

در حالت کلی هم مرکز انحنا و هم شعاع انحنا پیوسته در حالت تغییر است.

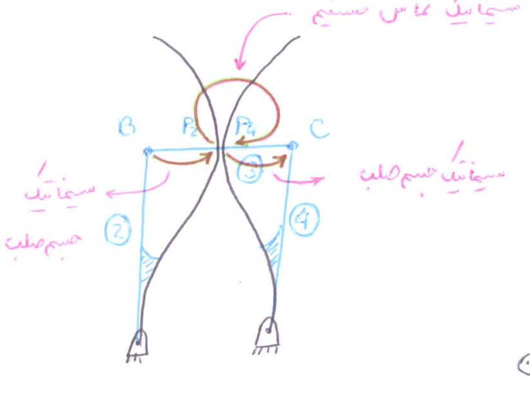
C_2 و C_4 هر دو در امتداد محور مشترک هستند، چون شعاع انحنا بر مماس مشترک عمود است.

گفتیم ۳ تا شعاع‌ها برابر هستند. پس برای ۳ لحظه‌ی متوالی $\rho_2+\rho_4$ مقداری ثابت دارد $\Leftarrow$ C_2 مرکز انحنای مسیر C_4 خواهد بود و بالعکس. $O_{C_{2/4}} = C_4$ و $O_{C_{4/2}} = C_2$ ← به این نقاط C_2 و C_4 می‌گویند نقاط مزدوج!

(Conjugate Centers of Curvature)

پس می‌توانیم یک بند ③ اضافه کنیم (به طور لحظه‌ای) چون نه کشیده می‌شود و نه فشرده می‌شود. در لحظه‌ی بعد C_4 و C_2 را به هم وصل می‌کنیم. اگر دایره بودند، می‌شد به طور دائم اضافه کنیم. درجه آزادی در این لحظه ۱ است.

پس می‌رسیم به یک مکانیزم معادل! (راه حل مسئله) در واقع یک مکانیزم چهارمیله‌ای ساختیم. اسم‌ها را هم اگر تغییر بدهیم:



$$\vec V_{C_4} = \vec V_{B_2} + \underbrace{[\underbrace{\overset{oV}{\vec V_{P_4/B_2}}}_{\perp PB} + \underbrace{\overset{oV}{\vec V_{P_{4/2}}}}_{\parallel c.t.} + \underbrace{\overset{oV}{\vec V_{C_4/P_4}}}_{\perp PC}]}_{A}$$

$$A \longrightarrow \frac{|A|}{(\overline{BC})} = \omega_3$$

ω_3 مجازی است و مفهوم فیزیکی ندارد ولی مفهوم ریاضی دارد ← سرعت جارو کردن دایره بوسان توسط شعاع آن است.

$$\vec V_{C_4} = \vec V_{B_2} + \underbrace{\vec V_{C_3/B_3}}_{\perp BC \quad (\overline{BC})\omega_3}$$

از "مراکز انحنا" بودن C_4 و C_2 استفاده‌ای نکردیم.

پس این روابط را برای هر دو نقطه‌ای از عمود مشترک بنویسیم درست است. البته باید مزدوج باشند. طبق زیر:

$$\vec{A}_{C_4} = \vec{A}_{B_2} + \underbrace{\left(\vec{A}^N_{P_2/B_2} + \vec{A}^n_{P_4/2} + \vec{A}^c_{P_4/2} + \vec{A}^N_{C_4/P_4}\right)}_{B} + \underbrace{\left(\underbrace{\vec{A}^T_{P_2/B_2}}_{\perp PB} + \underbrace{\vec{A}^t_{P_4/2}}_{\parallel c.t.} + \underbrace{\vec{A}^T_{C_4/P_4}}_{\perp PC}\right)}_{C}$$

$\alpha_3 = \frac{|\vec{C}|}{(\overline{BC})}$, $\sqrt{\frac{|\vec{B}|}{(\overline{BC})}} = \omega_3'$ $\qquad \omega_3 \neq \omega_3'$

پس فقط می‌توانیم برای نقاط مزدوج بنویسیم. مثل همین مراکز اولیه‌ی انحنا!

۸۸ ، ۱۵ ، ۲

اگر عمود مشترک این دوتا افقی بشه، کلی نتیجه می‌گیریم و درنتیجه شعاع انحناها و شتاب نرمال‌هایشان هم یکی می‌شوند.
(منظورم از این دوتا، مکانیزم آخر جلسه‌ی پیشه!)

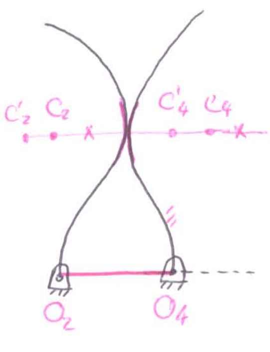
* سازوکار معادل Equivalent Mech.

۱. درجه‌ی آزادی دو سازوکار برابر باشد.

۲. به ازای سرعت‌های ورودی یکسان، سرعت‌های خروجی دو سازوکار برابر باشند. ∞^2 ∞^3

۳. به ازای شتاب " " ، شتاب " " " " " . ∞^1 ∞^1

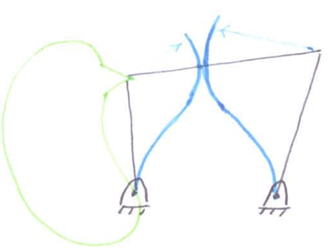
استاد می‌گویند اولین شرط غلط است. اگر دومی برقرار بود می‌شود سازوکار معادل لحظه‌ای ۱ از نظر سرعت. اگر سومی هم به تنهایی برقرار بود همین می‌شود. اگر ۲ و ۳ باهم برقرار بودند می‌شود دائم.



اگر دو زوج نقطه‌ی مزدوج داشته باشی، می‌توانی مرکز انحنای هر نقطه‌ای را بیابی!

برای شتاب‌شناسی ∞^1 جواب داری درصورتی که برای سرعت‌شناسی ∞ جواب داری!

مثلاً می‌خواهی روی چهارمیله‌ای روبه‌رو یک مکانیزم تماس مستقیم طراحی کنی!



اگر محل تماس را روی (۳) درنظر بگیریم ← تماس مستقیم، اگر روی یکی از لولاها ← تماس نوک تیز

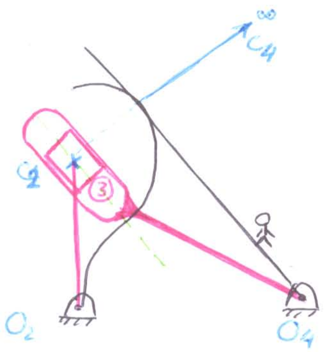
جواب ∞^1 ← جواب ۲ ←

اگر بخواهیم علت خالص باشد، باید محل تماس را بگذاریم روی مرکز آنی دوران نسبی ② و ④ !

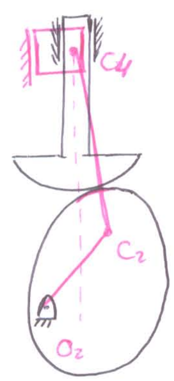
برای آنکه علت خالص دائم باشد، محل I_{24} روی بند 2 و 4 را (به کمک وارونش) بدست می‌آوریم!

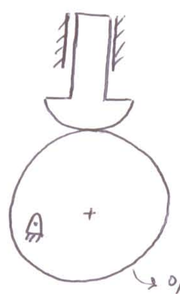
مکانیزم معادل روبه‌رو را می‌خواهیم: باید ۴ نقطه O_2 و O_4 و C_2 و C_4 را بیابیم!

این قوس اگر دایره باشد، می‌شود مکانیزم معادل دائم!



پیرو را معمولاً دایره یا خط می‌گیرند و پیچیدگی‌های طراحی را می‌اندازند روی طراحی بادامک!

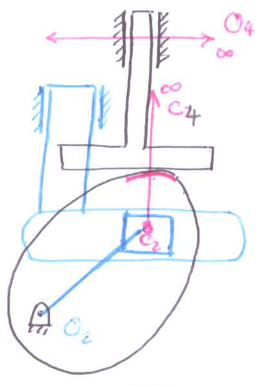




مکانیزم معادل دائم ~ دایره

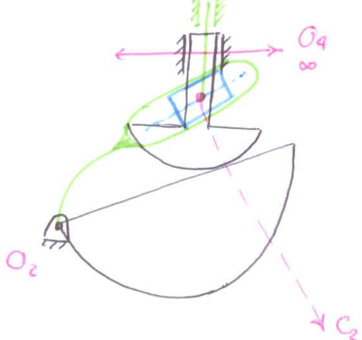
inversion ای از بیضی نگار ← نوع اسکاتلندی Scotch Yoke ← مکانیزم معادل

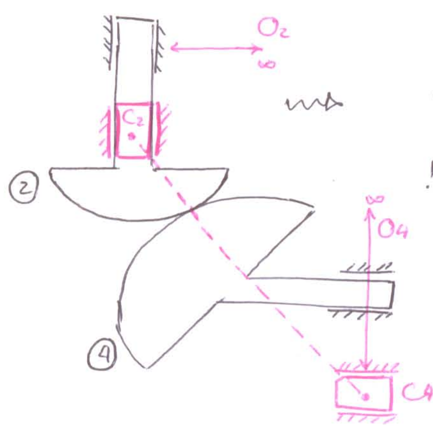
یکی از لغزنده‌ها ثابت!



بیضی نگار، متعامد ← مکان هندسی ~

محل تماس روی بند ① بیضی است!





انواع این حالت‌ها را طبقه‌بندی کنید برحسب محدود یا نامحدود بودن چهار نقطه (هرکدام با یک شکل) و بدهید به استاد.

ب) غلتش خالص :

$\vec{V}_{P_{n/m}} = \vec{0}$

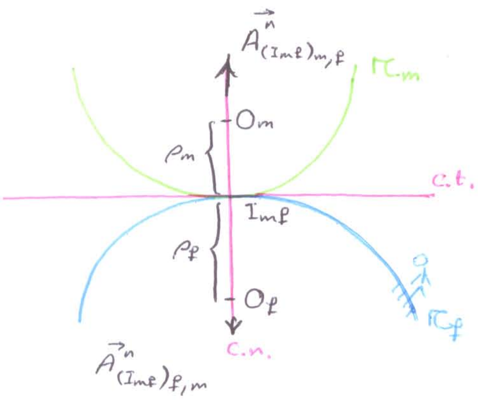
$\vec{A}^c_{P_{n/m}} = 2\vec{\omega}_m \times \vec{V}_{P_{n/m}} = 0$

$\vec{A}^n_{P_{n/m}} = \vec{0} \qquad \dfrac{V^2_{P_{n/m}} \to 0}{\rho_{P_{n/m}} \to 0} \to 0$

$\vec{A}^t_{P_{n/m}} \neq \vec{0}$

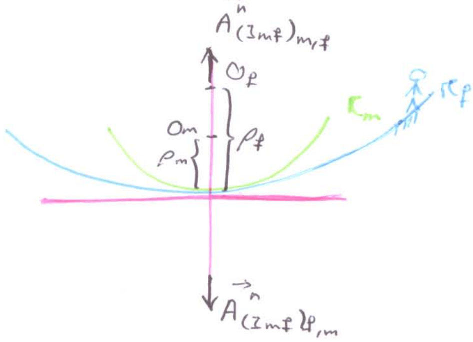
اسمش را می‌گذاریم شتاب غلتشی :

دو تا جسم متخارج (خارج از هم) داریم که روی هم می‌غلتند.



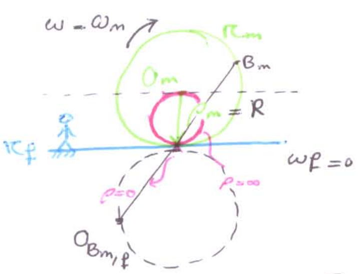
$$\vec{A}^n_{(I_{mf})_{m,f}} = \underbrace{\frac{\rho_f\rho_m}{\rho_f+\rho_m}}_{\text{شعاع دایره عطف}} (\omega_m-\omega_f)^2 \vec{j}$$

اگر این دو جسم داخل هم باشند :



$$\vec{A}^n_{(I_{mf})_{m,f}} = \frac{\rho_f\rho_m}{\rho_f-\rho_m} (\omega_m-\omega_f)^2 \vec{j}$$

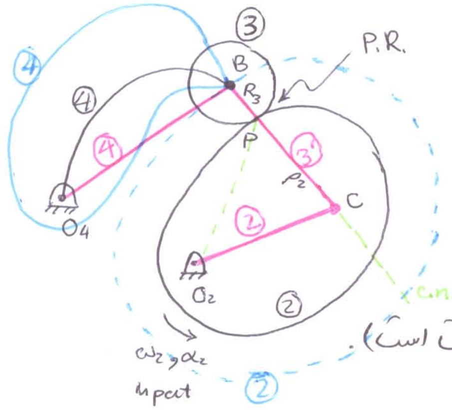
اگر یکی از جسم‌ها تخت باشد :



$$\lim_{\rho_f \to \infty} \frac{\rho_f\rho_m}{\rho_f \pm \rho_m} = \lim \frac{\rho_m}{1 \pm \rho_m/\rho_f} = \rho_m = R$$

$$\vec{A}^n_{(I_{mf})_{m,f}} = R\omega^2$$

دو تا نکته : شعاع انحنای تمام نقاط روی دایره‌ی صورتی (روی دیسک) ∞ است به غیر از نقطه‌ی روی زمین که صفر است. مرکز انحنای هر نقطه‌ی روی دیسک از تقاطع خط واصل آن نقطه و محل تماس با دایره‌ی تصویر دیسک نسبت زمین پیدا می‌شود.



مثال : این را از چند راه می‌شود حل کرد :

۱) روی خود مکانیزم اصلی اطلاعات را از نقاط جابه‌جا کنیم.

۲) استفاده از مکانیزم معادل !

۳) منحنی مسیر مرکز دایره، موازی با دامک است (طول عمود مشترک این دو محدود به دو منحنی ثابت است).

این واقعیت ها را به یک پیرو نوک تیز و یک بادامک Offset شده می رساند. $(\vec{A}^n_{P_2} + \vec{A}^t_{P_2})$

۸۸/۱۰/۷

روش اول:

$$\left(\underbrace{\vec{A}^n_{B4}}_{\substack{(O_4B)\omega_4^2 \\ \parallel O_4B,\ \swarrow}} + \underbrace{\vec{A}^t_{B4}}_{\perp O_4B}\right) = \left(\underbrace{\vec{A}^n_{C_2}}_{\substack{(O_2C)\omega_2^2 \\ \parallel O_2C,\ \swarrow}} + \underbrace{\vec{A}^t_{C_2}}_{\substack{(O_2C)\alpha_2 \\ \perp O_2C,\ \nwarrow}}\right) + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{P_2/C_2}}_{\substack{(PC)\omega_2^2 \\ \parallel PC,\ \searrow}} + \underbrace{\vec{A}^T_{P_2/C_2}}_{\substack{(PC)\alpha_2 \\ \perp PC,\ \swarrow}}\right) + \underbrace{\vec{A}^n_{P_3/2}}_{\substack{\frac{\rho_2 R_3(\omega_3-\omega_2)^2}{(\rho_2+R_3)} \\ \parallel c.n.,\ \nwarrow}} + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{B_3/P_3}}_{\substack{(PB)\omega_3^2 \\ \parallel PB,\ \searrow}} + \underbrace{\vec{A}^T_{B_3/P_3}}_{\perp PB}\right)$$

شتاب عمودی همیشه در جهت احتمال دورشدن جسم متحرک منفی است.

روش دوم:

$$\left(\vec{A}^n_{B4} + \vec{A}^t_{B4}\right) = \left(\vec{A}^n_{C_2} + \vec{A}^t_{C_2}\right) + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{B_3'/C_3'}}_{\substack{(BC)\omega_3'^2 \\ \parallel BC,\ \searrow}} + \underbrace{\vec{A}^T_{B_3'/C_3'}}_{\perp BC}\right)$$

روش سوم:

$$\left(\vec{A}^n_{B4} + \vec{A}^t_{B4}\right) = \left(\vec{A}^n_{C_2} + \vec{A}^t_{C_2}\right) + \left[\left(\underbrace{\vec{A}^n_{B4/2}}_{\substack{\frac{V^2_{B4/2}}{(\rho_2+R_3)=\rho_{B4/2}},\ \parallel c.n.,\ \searrow}} + \underbrace{\vec{A}^t_{B4/2}}_{\parallel c.t.}\right) + \underbrace{\vec{A}^c_{B4/2}}_{\substack{2\omega_2 V_{B4/2} \\ \parallel c.n.,\ \nearrow}}\right] + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{B_2/C_2}}_{\substack{(BC)\omega_2^2 \\ \parallel BC,\ \searrow}} + \underbrace{\vec{A}^T_{B_2/C_2}}_{\substack{(BC)\alpha_2 \\ \perp BC,\ \swarrow}}\right)$$

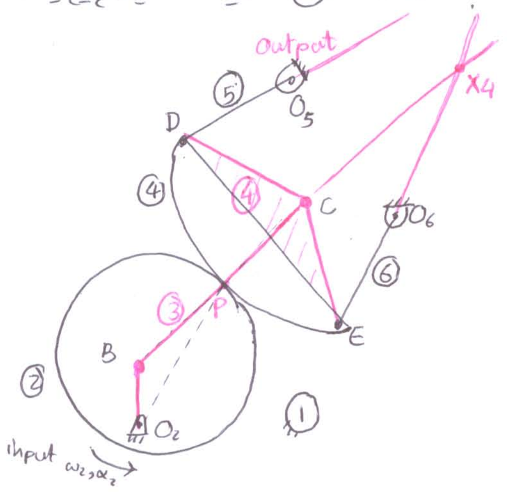
پنج مجهولی * در روش اول، معادل دو مجهولی * در روش دوم و پنج مجهولی * در روش سوم است.

- مکانیزم روبه‌رو پیچیده نیست چون مفصل بند سه‌ای وجود دارد. (این حرف اشتباه است) برو سراغ تعریف مکانیزم پیچیده!

مکانیزم معادلش، مکانیزم واته!

تعریف مکانیزم پیچیده این بود: در مکانیزم معادل شامل اتصالات مرتبه پایین، ...

از هر دو روش مکانیزم را حل می‌کنیم:



$$* \quad \vec{A}_{C4} = \left(\underbrace{\vec{A}^n_{B_2}}_{\substack{(O_2B)\omega_2^2 \\ \parallel O_2B,\ \swarrow}} + \underbrace{\vec{A}^t_{B_2}}_{\substack{(O_2B)\alpha_2 \\ \perp O_2B,\ \nwarrow}}\right) + \left(\underbrace{\vec{A}^N_{C_3/B_3}}_{\substack{(BC)\omega_3^2 \\ \parallel BC,\ \swarrow}} + \boxed{\underbrace{\vec{A}^T_{C_3/B_3}}_{\perp BC}}\right) + \left(\boxed{\underbrace{\vec{A}^T_{X4/C4}}_{\perp CX}} + \underbrace{\vec{A}^N_{X4/C4}}_{\substack{(CX)\omega_4^2 \\ \parallel CX,\ \swarrow}}\right)$$

$$= \left(\underbrace{\vec{A}^n_{E_6}}_{\substack{(O_6E)\omega_6^2 \\ \parallel O_6E,\ \nearrow}} + \boxed{\underbrace{\vec{A}^t_{E_6}}_{\perp O_6E}}\right) + \left(\boxed{\underbrace{\vec{A}^T_{X4/E4}}_{\perp EX}} + \underbrace{\vec{A}^N_{X4/E4}}_{\substack{(EX)\omega_4^2 \\ \parallel EX,\ \checkmark}}\right)$$

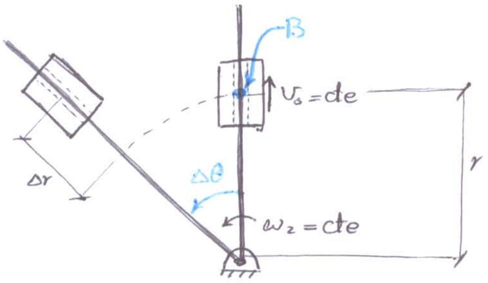
$$\vec{A}_{X4} = (\vec{A}^{n}_{P_2} + \vec{A}^{t}_{P_2}) + [(\underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{A}^{n}_{P_{4/2}}}}_{\parallel c.n,\ \frac{V^2_{P_{4/2}}}{\rho_{P_{4/2}}},\ \swarrow} + \underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{A}^{c}_{P_{4/2}}}}_{2\omega_2 V_{P_{4/2}},\ \parallel c.n.\ \nearrow}) + \underbrace{[\overset{?\checkmark}{\vec{A}^{t}_{P_{4/2}}}]}_{\parallel c.t.} + \underbrace{[\overset{?\checkmark}{\vec{A}^{T}_{X4/P4}}]}_{\perp XP} + \underbrace{\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{A}^{N}_{X4P4}}}_{(PX)\omega_4^2,\ \parallel PX,\ \swarrow}]$$

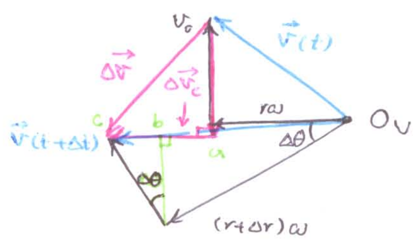
$\rho_{P_{4/2}} = ESE \rightarrow$ باید از معادلات اولر ساواری بریم!

بنابراین تنها راه حل این مکانیزم استفاده از مکانیزم معادل است.

● یک مکانیزم دیگه:

اگر یک موتور سنکرون بذاریم، بعضی جاها موتور به عنوان ترمز عمل می‌کند.





$\Delta\theta = \omega\Delta t \quad , \Delta r = V_0\Delta t$

$|\vec{A}_c| = \lim (\frac{|\Delta\vec{V}_c|}{\Delta t})$

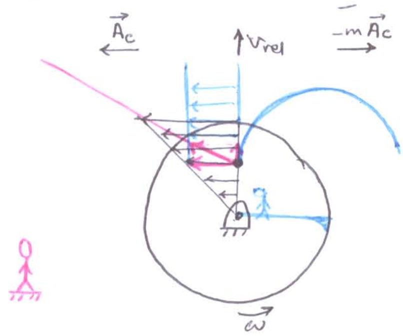
$|\Delta\vec{V}_c| = |\vec{ab}| + |\vec{bc}|$

$$\begin{cases} |\vec{ab}| = (r+\Delta r)\omega \underbrace{\cos\Delta\theta}_{\simeq 1} - r\omega \simeq (\Delta r)\omega \\ |\vec{bc}| = V_0 \underbrace{\sin\Delta\theta}_{\simeq\Delta\theta} \simeq V_0\Delta\theta \end{cases}$$

$$|\vec{A}_c| = \overbrace{\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta r}{\Delta t}}^{V_0}\omega + \overbrace{\lim_{\Delta t\to 0} V_0\frac{\Delta\theta}{\Delta t}}^{\omega} = 2\omega V_0$$

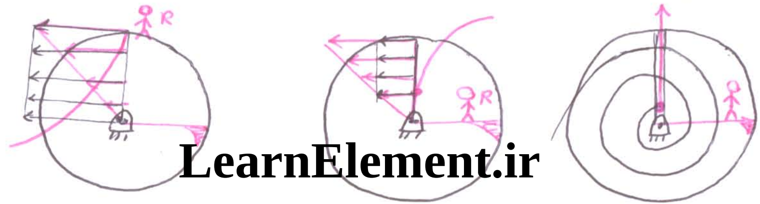
پس یک شتاب عمود بر قبلیه داریم که نرمال نیست، بلکه ناشی از تغییر سرعت جای پا است.

دیسک زیر و ذره‌ی روبرو در نظر بگیر، به ذره یک ضربه کوچک در راستای شعاعی می‌زنیم. دیسک از جنس یخ خشک است و بین گلوله و دیسک گاز وجود دارد.



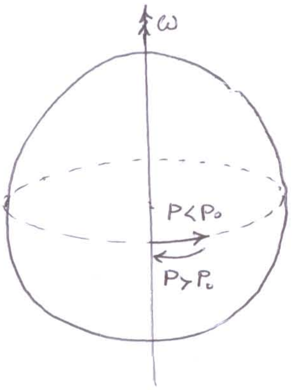
از نظر کسی که روی زمین ایستاده، این گلوله با سرعت ثابت، روی خط مورب صورتی حرکت می‌کند. ولی از نظر کسی که روی دیسک زندگی می‌کند، گلوله مسیر منحنی طی می‌کند و این آقاهه براش یه شتاب تعریف می‌کند (شتاب کوریولی) و به خاطر اینکه دستگاه مختصات غیر نیوتونی داریم در یک "m-" ضرب می‌شود و نیرویی را می‌سازد که گلوله را منحرف کرده! از دید آقای آبی، گلوله از جای پاش جا می‌مونه!

Ferel('s) law

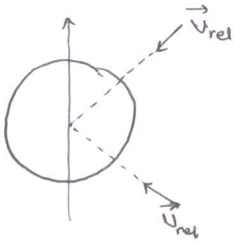


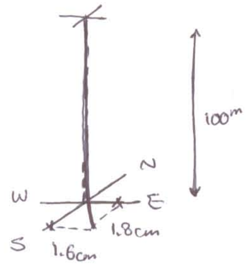
۸۸, ۱۰, ۱۴

با توجه به جهت سرعت نسبی حرکت اجسام روی زمین، شتاب کوریولیس می‌تواند باعث شود که اجسام سبک‌تر یا سنگین‌تر به‌نظر برسند. (Otrös ('s) law)



بسیاری از پدیده‌های آب و هوایی نظیر cyclone هم در اثر وجود شتاب کوریولیس به وجود می‌آیند.



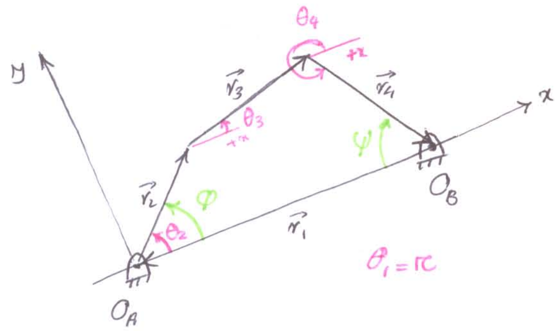


شتاب کوریولی روی سقوط آزاد اجسام هم تأثیر می‌گذارد.

مثلاً در شهر تهران به صورت روبه‌رو منحرف می‌شود.

هر جسم متحرکی بر روی زمین تحت تأثیر شتاب کوریولی است.

* آخرین روش حل:



اساس کار بر این است که: $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 = 0$

$\vec{r}_k = r_k e^{i\theta_k} = r_k(\cos\theta_k + i\sin\theta_k) \quad , \quad \sum \vec{r}_k = 0$

در حرکت شناسی θ_3 و θ_4 برای ما مجهول است:

$$\sum_{k=1}^{4} \vec{r}_k = 0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 \overset{-1}{\cos\theta_1} + r_2\cos\theta_2 + r_3\cos\theta_3 + r_4\cos\theta_4 = 0 \\ r_1 \underset{0}{\sin\theta_1} + r_2\sin\theta_2 + r_3\sin\theta_3 + r_4\sin\theta_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_3\cos\theta_3 + r_4\cos\theta_4 = r_1 - r_2\cos\theta_2 \\ r_3\sin\theta_3 + r_4\sin\theta_4 = -r_2\sin\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} r_3\cos\theta_3 = r_1 - r_2\cos\theta_2 - r_4\cos\theta_4 \\ r_3\sin\theta_3 = -r_2\sin\theta_2 - r_4\sin\theta_4 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1r_2\cos\theta_2 - 2r_1r_4\cos\theta_4 + 2r_2r_4\cos\theta_2\cos\theta_4 + 2r_2r_4\sin\theta_2\sin\theta_4$$

در اینجا راه ما دو تکه می‌شود. یکی برمی‌گردد به طراحی مکانیزم‌ها که همه‌ی طول‌ها را باید طراحی کنیم ولی ورودی و خروجی را داریم. بخش دوم برمی‌گردد به تحلیل که طول‌ها را داریم و می‌خواهیم به کمک θ_2، θ_4 را بیابیم.

$$\cos\theta_4\,\underbrace{(2r_2r_4\cos\theta_2-2r_1r_4)}_{A}+\sin\theta_4\,\underbrace{(2r_2r_4\sin\theta_2)}_{B}+\underbrace{(r_1^2+r_2^2-r_3^2+r_4^2-2r_1r_2\cos\theta_2)}_{C}=0$$

$$T=tg\frac{\theta_4}{2}\ ,\quad \sin\theta_4=\frac{2T}{1+T^2}\ ,\quad \cos\theta_4=\frac{1-T^2}{1+T^2}$$

$$\rightarrow (1-T^2)A+(2T)B+(1+T^2)C=0 \Rightarrow (C-A)T^2+(2B)T+(C+A)=0$$

$$\Rightarrow \Delta'=B^2-(C^2-A^2)=B^2+A^2-C^2>0$$ اگر مثبت نباشد، اصلاً نمی‌توان مکانیزمی تشکیل داد!

در عبور از ۰ و π علامت عوض شود.

$$\rightarrow tg\frac{\theta_4}{2}=T=\frac{-B\pm\sqrt{\Delta'}}{C-A}\begin{cases}T_1 & \theta_4'=2\,tg^{-1}(T_1)\\ T_2 & \theta_4''=2\,tg^{-1}(T_2)\end{cases}$$ یکی را crossed و یکی را open خواهیم نامید.

حالا اگر یکی از اینها را در معادله اصلی جایگذاری کنیم، خواهیم داشت: (θ_3 را هم می‌خواستیم)

$$-r_1+r_2\cos\theta_2+r_3\cos\theta_3+r_4\cos\theta_4=0 \rightarrow \cos\theta_3=\frac{r_1-r_2\cos\theta_2-r_4\cos\theta_4}{r_3}=C$$

$$r_2\sin\theta_2+r_3\sin\theta_3+r_4\sin\theta_4=0 \Rightarrow \sin\theta_3=-\frac{r_2\sin\theta_2+r_4\sin\theta_4}{r_3}=S$$

$$\theta_3=tg^{-1}\left(\frac{S}{C}\right)\Rightarrow \checkmark$$ به کمک علامت‌های $\sin\theta_3$ و $\cos\theta_3$ تشخیص بدهید در کدام ربع است.

قرارداد ما برای θها، زاویه‌ی هریک از بردارها با جهت مثبت محور x است.

در طراحی مکانیزم‌ها (function generation) با $\phi=\theta_2$ و $\psi=2\pi-\theta_4$ سروکار داریم.

در حرکت شناسی ممکن است به معادلات غیرخطی بربخوریم (اگر تعداد مجهولات بالاتر برود) که حلشان مشکل است ولی در سرعت شناسی معادلات ما خطی است.

حالا برویم سراغ سرعت شناسی و حتی شتاب شناسی:

$$\vec{r}_k=r_ke^{i\theta_k}=r_k(\cos\theta_k+i\sin\theta_k)$$

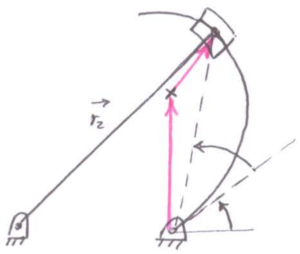
$$\dot{\vec{r}}_k=\underbrace{\dot{r}_k}_{0}e^{i\theta_k}+ir_k\dot{\theta}_ke^{i\theta_k}$$

$$+i\dot{\theta}_k(r_ke^{i\theta_k})$$

$$+i\dot{\theta}_k\vec{r}_k \qquad (i\omega_3\overrightarrow{BC})$$

$$\ddot{\vec{r}}_k=\underbrace{\ddot{r}_k}_{0}e^{i\theta_k}+\underbrace{i\underbrace{\dot{r}_k}_{0}\dot{\theta}_ke^{i\theta_k}+i\dot{r}_k\dot{\theta}_ke^{i\theta_k}}_{2i\omega_k\dot{r}_ke^{i\theta_k}\ (\vec{\omega},\ \vec{V}_{rel})}+\underbrace{ir_k\ddot{\theta}_ke^{i\theta_k}}_{i\alpha_3(\overrightarrow{BC})}+\underbrace{i^2r_k\dot{\theta}_k^2e^{i\theta_k}}_{-\omega_k^2(r_ke^{i\theta_k})\ =\ -\overrightarrow{BC}\,\omega_3^2}$$

با توجه به مکانیزم درنظرگرفته شده، در اینجا شتاب نرمال نداریم ولی مثلاً در مکانیزم صفحه‌ی بعد داریم:



در اینجا $\frac{v^2}{\rho}$ ظاهر می‌شود!

$$\dot{\vec{r}}_k = i r_k \dot{\theta}_k e^{i\theta_k} = r_k \omega_k (i\cos\theta_k - \sin\theta_k) \quad , \quad \dot{\vec{r}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i: & r_2\omega_2\cos\theta_2 + r_3\omega_3\cos\theta_3 + r_4\omega_4\cos\theta_4 = 0 \\ -: & r_2\omega_2\sin\theta_2 + r_3\omega_3\sin\theta_3 + r_4\omega_4\sin\theta_4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_3\omega_3\cos\theta_3 + r_4\omega_4\cos\theta_4 = -r_2\omega_2\cos\theta_2 \\ r_3\omega_3\sin\theta_3 + r_4\omega_4\sin\theta_4 = -r_2\omega_2\sin\theta_2 \end{cases}$$

برای چهارمیله‌ای حل تحلیلی وجود دارد ولی اگر بیشتر باشد تعداد بندها باید با روش‌های عددی حل نمود. (از کتاب Numerical Recepies کمک بگیرید)

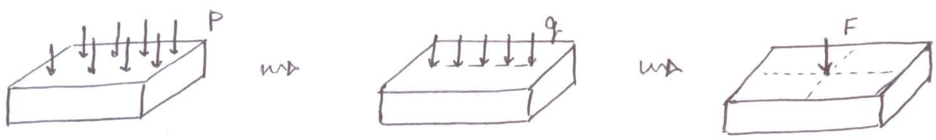
$$\ddot{\vec{r}}_k = i r_k \ddot{\theta}_k e^{i\theta_k} - r_k \dot{\theta}_k^2 e^{i\theta_k} \rightarrow \alpha_3 , \alpha_4 \ \checkmark$$

۸۸, ۱۰, ۱۶

* نیروشناسی

	نوع	برد	شدت
۱) گرانش	جاذبه	بلند	متوسط
۲) الکترومغناطیس	جاذبه - دافعه	کوتاه	قوی
3) قوی هسته‌ای	جاذبه	کوتاه	قوی
4) ضعیف هسته‌ای	دافعه	کوتاه	ضعیف

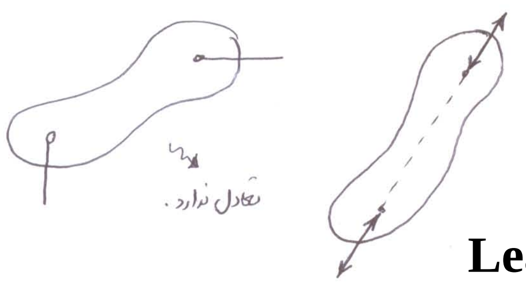
در اصل همه‌ی نیروهای ما به حجم وارد می‌شود ولی اگر مثلاً ضخامت حجمی که با نیرو درگیر است کم باشد، می‌شود با تقریب خوبی در نظر گرفت که به سطح وارد می‌شود. به همین ترتیب توزیع‌های نیرو در خط و همینطور با نقطه‌ای به عنوان تقریب‌های خوب به دست می‌آیند.



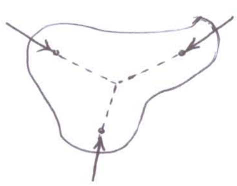
* نیروشناسی استاتیکی:

- جسم تحت تأثیر دو نیرو: Two Force Body

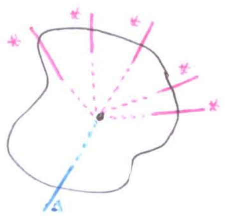
برای آنکه در تعادل باشد، نیروها باید هم‌راستا باشند و مختلف الجهت!



- جسم تحت تأثیر سه نیرو ← سه نیرو متقارنند و همرسند!
- جسم تحت تأثیر ۴ نیرو یا بیشتر قاعده‌ی خاصی ندارد.

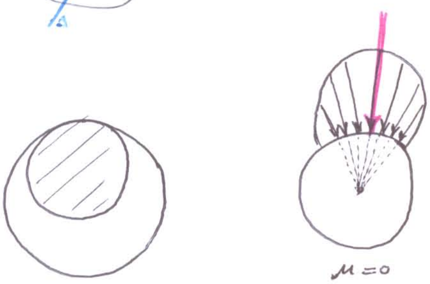


* اگر جسمی تحت اثر n تا نیرو باشد و n-1 نیرو همرسند ← نیروی n ام هم از آن نقطه خواهد گذشت.

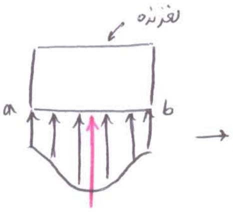


جسم دو نیرویی ⇐ (مثلث + جمع ستاره‌ها یک نیرو)

- یک تخت و یک چرخنده:



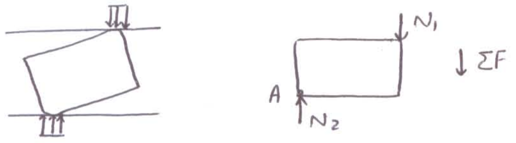
پس اگر اصطکاک نباشد، باید برآیند نیروها از مرکز عبور کند.
تنش برشی فقط زمانی به وجود می‌آید که اصطکاک وجود داشته باشد.



→ یکدسته نیروهای همرسند که نقطه همرسیشان در ∞ است. → پس برآیند نیروها هم نقطه همرسیش در ∞ است.

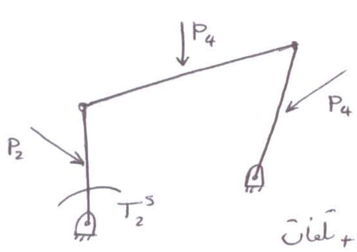
زمانی که تابع نیرو پیوسته است، برآیند نیرو حتماً باید بین a و b باشد. اگر برآیند گرفتیم و به سمت پایین شد، نشان می‌دهد که از بالا چسبیده

اما اگر تکه‌ای پیوسته باشد (مثل زمانی که clearance ها زیاد باشد) برآیند نیروها می‌تونه جایی بیرون از a و b بیفته!



ΣF برای اینکه همین گشتاور را بدهد حول A، باید دورتر قرار بگیرد.

- رنچ (wrench): یک نیرو و یک گشتاور داریم، می‌توانیم با جابه‌جا کردن نیرو، گشتاور را برداریم.



چه نیرویی بگذاریم تا بر نیروهای خارجی غلبه کند؟

$T_2^s + \mu$ ↓ غلبه بر نیروهای خارجی و کار خارجی + تلفات

$T_2^d + \mu$ جا خودگردانی + تلفات

خازن مکانیکی = فلایویل: اگر یک آونگ دور کامل بزند (اصطکاک نداریم) زمانی که به اوج می‌رسد، سرعتش کم است و وقتی پایین می‌آید

سرعتش زیاد است. برای یکنواخت کردن سرعت، از فلایویل استفاده می‌کنیم.

نیروهای استاتیکی قابل حذف نیستند، اما نیروهای دینامیکی قابل صفر کردن هستند. هیچ‌گاه صفر نمی‌شوند. به این عمل بهینه‌سازی یا بالانسینگ می‌گویند.

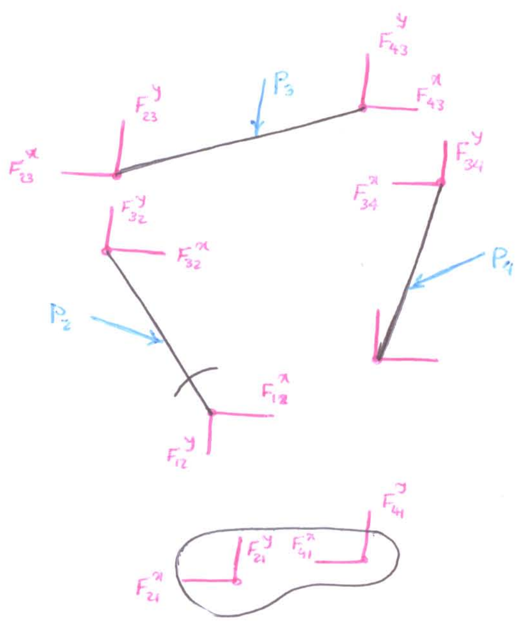
- قاعده‌ی علامت‌ها برای نیروها:

• نیروها:

	مقدار	جهت	راستا	نقطه اثر
	✓	✓	✓	✓
	?	?	✓	✓
	?	✓	✓	✓
	?	?	?	✓
				?

• گشتاورها:

	مقدار	جهت
	✓	✓
	?	✓
	?	?



• نیروشناسی چهارمیله‌ای:

F_{mn}

عضو واردکننده نیرو ← m ، n → عضوی که نیرو به آن وارد می‌شود

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} \sum F^x = 0 \\ \sum F^y = 0 \end{cases} \\ \sum M_a = 0 \end{cases}$$

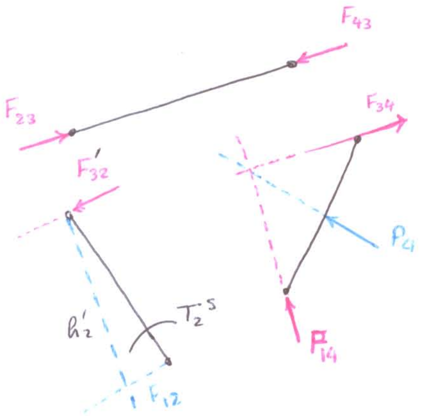
تعداد مجهولات	تعداد معادلات
$8+1$	$3\times 3=9$

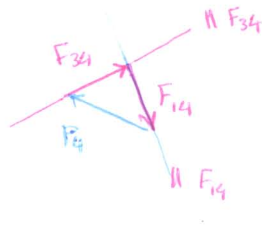
تعداد مجهولات از هر تعداد معادلات بیش‌تر است ← حل نمی‌شود.

یک روش حل این است که یکبار $P_4 \neq 0$ می‌گذاریم، یکبار P_3 و یکبار P_2.

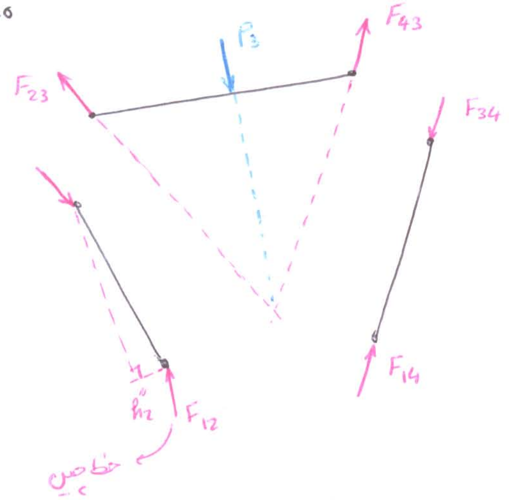
1) $P_4 \neq 0$

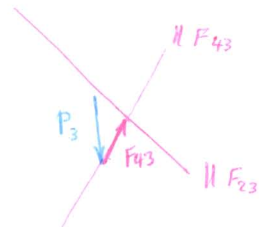
$T_2^{s'} = F'_{32} \times h'_2 \quad c.w.$





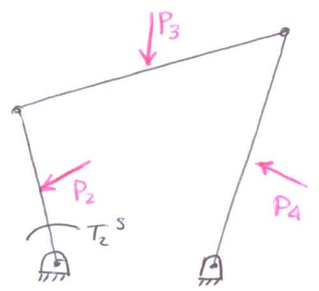
2) $P_3 \neq 0$

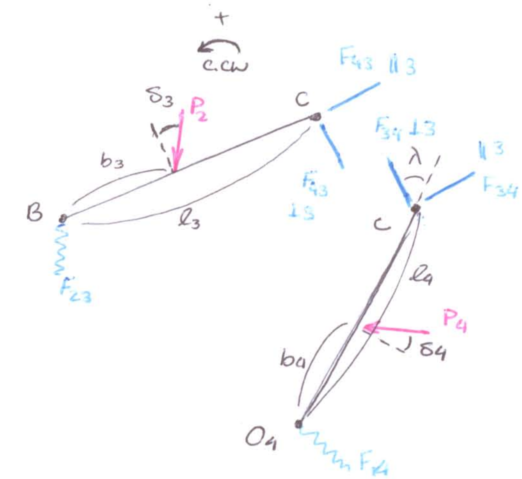




$T_2^{s''} = F''_{32} \cdot h''_2 \quad c.w.$

روش سوم :





③ دربند : $\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{43}^{\perp 3}$ ✓

$$F_{43}^{\perp 3} = \frac{b_3}{l_3} P_3 \cos \delta_3$$

④ دو بند : $\sum M_{O_4} = 0 \Rightarrow F_{34}^{\parallel 3}$ ✓

$$F_{34}^{\parallel 3} = \frac{1}{\cos \lambda} \left(-\frac{b_4}{l_4} P_4 \cos \delta_4 + F_{34}^{\perp 3} \sin \lambda \right)$$

چندضلعی نیرویی ③ $\Rightarrow F_{23}$ ✓

چندضلعی نیرویی ④ $\Rightarrow F_{14}$ ✓

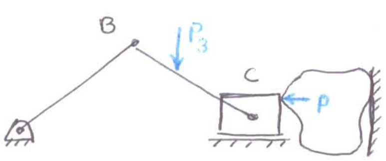
$$T_2 = T_2^{s} + T_2^{d}$$

$$\begin{cases} T_2 \omega_2 = P_{in} \\ P_4 \omega_4 = P_{out} \end{cases} \qquad \eta = \frac{T_4 \omega_4}{T_2 \omega_2}$$

پس مراحل آخر کار به صورت زیر :

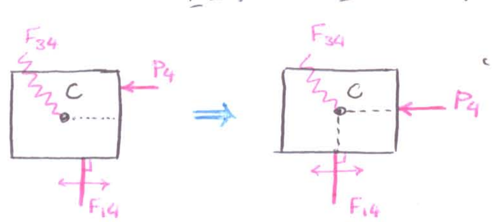
۱. طراحی اجزا ۲. راندمان ۳. انتخاب موتور

برای نقاط بحرانی طراحی کنید. همه چی را روی ماکزیمم در نظر بگیرید.



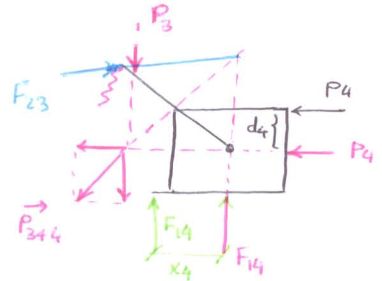
● مثال : به کمک مکانیزم لغزنده لنگ می‌خواهیم سنگ را خرد کنیم.

جهت نیروی F_{34} را می‌دانیم، محل اعمال نیروی F_{14} را نمی‌دانیم ولی برای اینکه جسم در حال تعادل باشد، باید نیروهای P_4 و F_{14} حول C باید برابر با هم باشد. به خاطر همین می‌شود که مکانشان را به صورت زیر در نظر بگیریم.

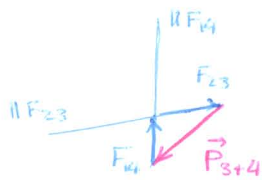


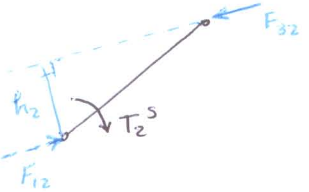
پس مسئله را حل می‌کنیم. با توجه به نقطه اثری که برای F_{14} بدست می‌آید، می‌شود نتیجه گرفت که درست حل کرده‌ایم یا نه!

دوتا نیرو را با هم درنظر می‌گیریم :



$$x_4 = \frac{P_4}{F_{14}} d_4$$

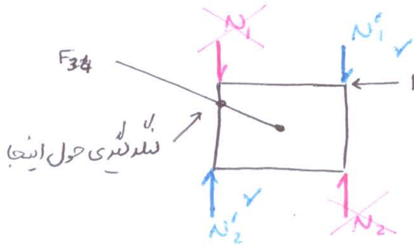




$$T_2^s = F_{32} \times h_2$$

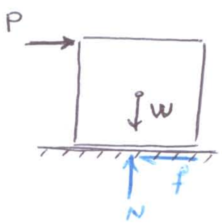
اگر x_4 بیرون طول لغزنده بیفتد، یعنی چرخیده و اشتباه حل کردیم.

ولی اگر بخواهیم طراحی کنیم باید طول لغزنده را به گونه‌ای طراحی کنیم که از هردوطرف بیشتر از بیشترین مقدار x_4 باشد.



برای اینکه بررسی کنیم می‌چرخد یا نه، با فرض اینکه F_{34} را هم پیدا کرده‌ایم، دو حالت آبی و قرمز ممکن است باشند، که قرمز کلاً ناممکن است چون جسم می‌چرخد.

* نیروشناسی استاتیکی همراه با اصطکاک



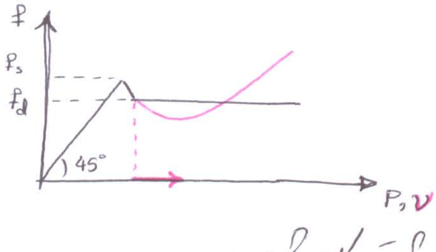
از جمله خصوصیات ذاتی مواد این است که برخی دوست دارند درهم نفوذ کنند (بین مولکول‌هایشان جاذبه وجود دارد و در محل تماس درهم نفوذ می‌کنند) و برخی هیچ علاقه‌ای به چسبیدن به مواد دیگر ندارند.

هنگامی که یک جسم روی سطحی قرار دارد، به خاطر نفوذ اتم‌ها و درگیرشدن ذرات، اندکی چسبندگی و جوش خوردن سطحی بین آنها به وجود می‌آید که در نتیجه برای حرکت دادن جسم باید این اتصالات بشکنند. (ضریب اصطکاک)

یک تماس واقعی داریم و یک تماس ظاهری. وقتی جسم را روی سطح فشار بدهیم، درگیری ذرات با هم بیشتر می‌شود و تکان دادن جسم سخت‌تر می‌شود.

$$\mu = \frac{f}{N}$$

μ می‌شود که بیشتر از یک باشد.

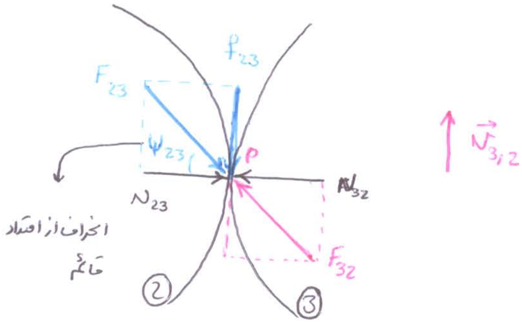


هرچه صافی سطح بیشتر باشد، احتمال جوش خوردگی بیشتر می‌شود.

سرعت را که زیاد کنیم، μ می‌رود بالا (در یک محدوده‌ای از سرعت‌های زیاد) و درنتیجه برخلاف انتظارمان اصطکاک بیشتر می‌شود.

از مواد lubricant هم اگر روی سطح تماس استفاده شود، ضریب اصطکاک به شدت کاهش می‌یابد.

با اصطکاک زندگی سخته، بدون اصطکاک زندگی ناممکنه! ولی ما تا حدودی می‌توانیم کنترلش کنیم.



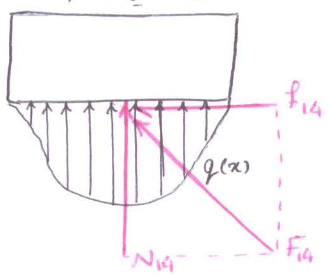
$$\mu = \frac{f}{N} = \tan\psi \Rightarrow \psi = \tan^{-1}\mu$$

μ_S ← slippage
- μ_{ss} در آستانه حرکت
- μ_{sd} در حال حرکت

μ_R ← Rolling
- μ_{Rs} در آستانه حرکت
- μ_{Rd} در حال حرکت

فرق بین عالم و مهندس
- عالم هرچی رو می‌بینه می‌پرسه "چرا؟"
- مهندس " " می‌گه "چرا که نه؟!"

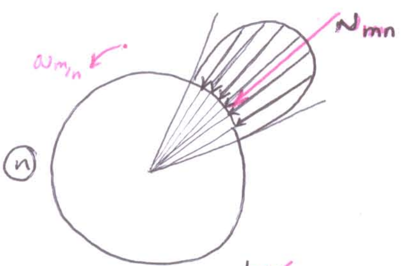
مثلاً تمایل حرکت به سمت راست باشد اگر!



اگر گسترده رو در نظر بگیریم:

$$df = \mu q(x)\, dx$$

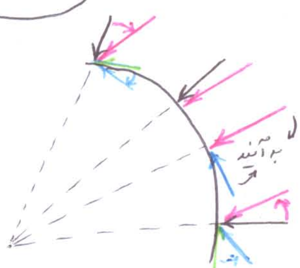
$$f_{14} = \int_0^l \mu q(x)\, dx = \mu \underbrace{\int_0^l q(x)\, dx}_{N_{14}}$$



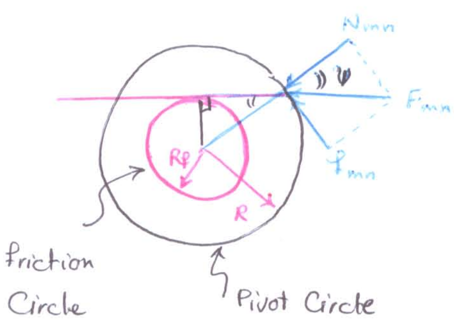
اگر لولا را بررسی کنیم:

همه جا سرعت زاویه‌ای مطلق استفاده می‌کنیم مگر در دو جا:

۱. محاسبه‌ی شتاب کوریولیس ۲. محاسبه‌ی جهت نیروی اصطکاک



مؤلفه‌های موازی نیروی برآیند باهم جمع می‌شوند و مؤلفه‌های عمود بر نیروی برآیند همدیگه رو خنثی می‌کنند.



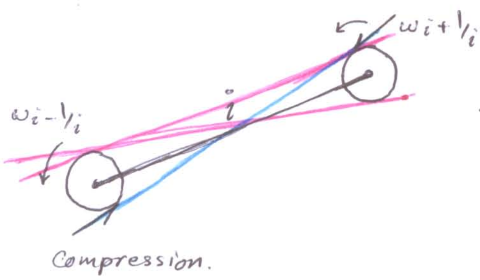
یک عضو دو نیرویی یا تحت کشش است، یا تحت فشار!

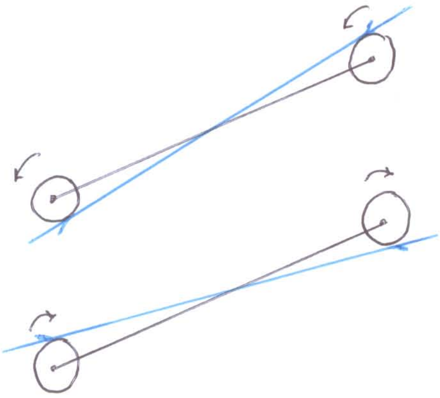
$$\sin\psi = \frac{R_f}{R}$$

$$R_f = R\sin\psi = R\sin(tg^{-1}\mu)$$

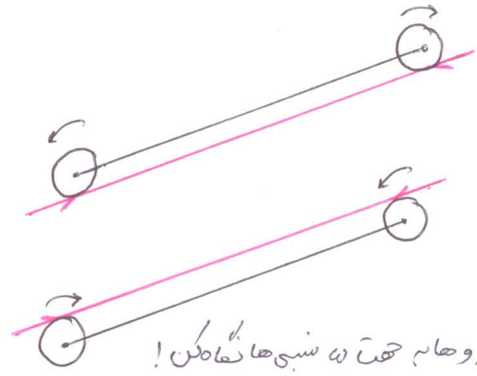
پس نیروی برآیند وارد شده به عضو باید در امتداد مماس مشترک داخلی دایره‌های اصطکاک لولاها باشند یا در امتداد مماس مشترک خارجی!

اگر ωها هم جهت باشند، در امتداد مماس مشترک داخلی است، چه کششی چه فشاری!





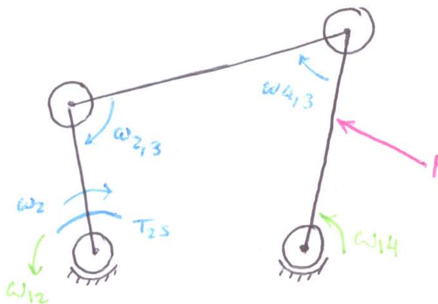
All in Compression!



برای جهت نیروها به جهت ω نسبی ها نگاه کن!

● مثال:

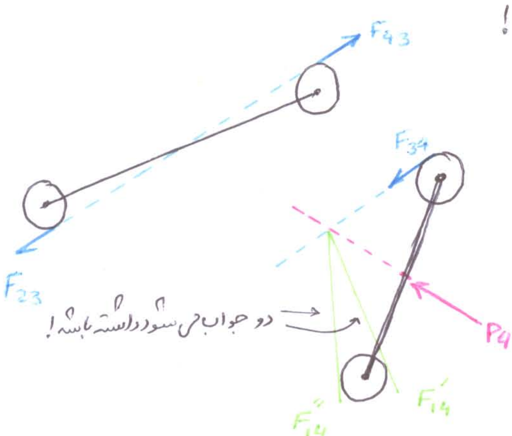
$P_4 \neq 0$



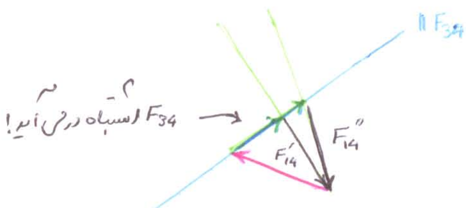
یه محدوده‌ای از + تا − برای T_2^S وجود دارد که مکانیزم برای آن ثابت باقی می‌ماند!

جسم ③ را مثلاً تحت کشش در نظر بگیریم:

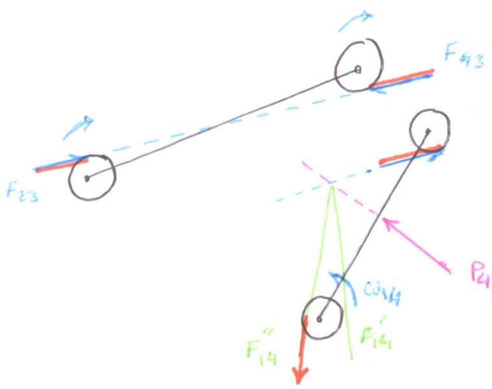
برای جهت ω های نسبی، به حرکت دورانی نسبی (تخیلی) بندها دقت کن!

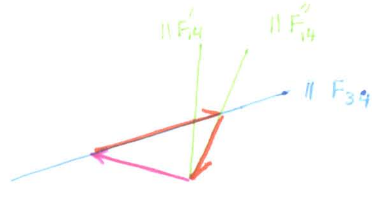


دیاگرام نیروها را اگر بکشیم، می‌فهمیم که فرض کششی غلط است:



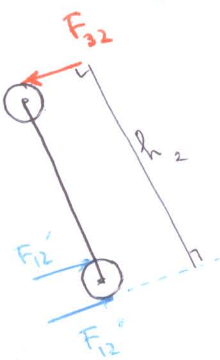
پس فشاری است و نتایج به صورت زیر به دست می‌آیند:





پس نارنجی ها جواب مسئله هستند.

پس برویم سراغ بند ②:



$$T_2^S = F_{32}\, h_2$$

* نیروشناسی نیروهای دینامیکی

$$\vec{A}_{XYZ} = \vec{A}_{xyz} + \vec{A}_o + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \vec{\alpha}\times\vec{r} + 2\vec{\omega}\times\vec{v}_{xyz}$$

به تبصره لازمه برای اینکه از قانون دوم نیوتن روی دستگاه دوار زمین استفاده کنیم.

$\vec{F} = m\vec{a}$ $\quad\quad \vec{F}_{real.} \quad\quad m \gg 0 \quad\quad \dfrac{\vec{a}_{xyz}}{v \ll c}$

نیروهایی که، وقتی که روی یک دستگاه غیرنیوتونی می‌ایستی، در رابطه‌ی قانون دوم ظاهر می‌شوند، نیروهای دینامیکی نامیده می‌شوند. این نیروها مجازی اند.

$$m\vec{A}_{XYZ} + \underbrace{\underbrace{(-m\vec{A}_o)}_{\vec{F}_{trans.}} + \underbrace{[-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})]}_{\vec{F}_{cen.}} + \underbrace{(-m\vec{\alpha}\times\vec{r})}_{\vec{F}_{crossed}} + \underbrace{(-2m\,\vec{\omega}\times\vec{v}_{xyz})}_{\vec{F}_{cor.}}}_{\vec{F}_{vir.}} = m\vec{A}_{xyz}$$

$$\vec{F}_{real.} + \vec{F}_{vir.} = \vec{F}^{*} = m\vec{A}_{xyz}$$

باید یک یک این نیروها را ببینیم:

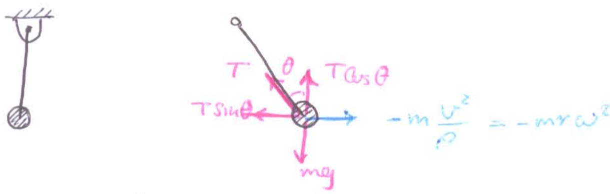
- آدم روی صندلی:

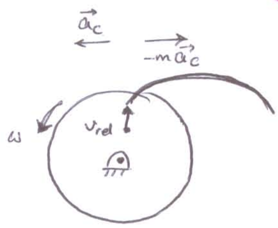
به آدم در این حالت شتابی وارد نمی‌شه!

- توپ آویزون به آینه ماشین:

از دید راننده توپ کج شده و در تعادله (وقتی ماشین داره می‌چرخه) ولی از دید ناظر نیوتونی اصلاً در تعادل نیست:

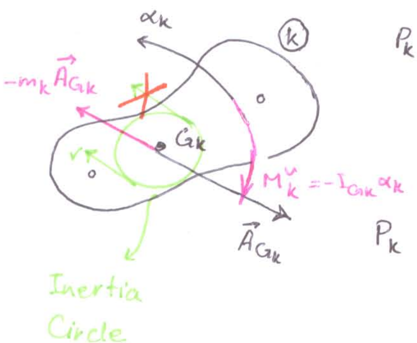
پس باید $mr\omega^2$ رو هم به حساب بیاریم.





- یا توپ روی دیسک که قبلاً هم دیدیم:

اگر روی مرکز دستگاه غیرنیوتونی بایستی، نیروی گریز از مرکز هم داریم حتی!



$$P_k + \sum \vec{F}_{jk} = m_k \vec{A}_{G_k}$$

$$j = 1, \dots, n \quad j \neq k$$

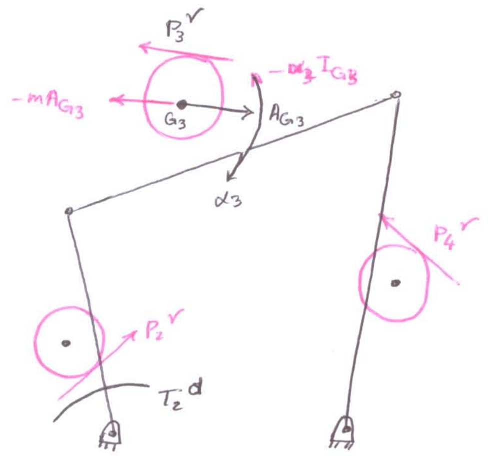
با توجه به اصل دالامبر :

$$P_k + \sum \vec{F}_{jk} + \underbrace{(-m_k \vec{A}_{G_k})}_{P_k^v} = 0$$

$$M_{G_k} = I_{G_k}\alpha_k \quad \rightarrow \quad M_{G_k} + \underbrace{(-I_{G_k}\alpha_k)}_{M_k^v} = 0$$

$$\vec{M}_a = \frac{d\vec{L}_a}{dt} + m\vec{R}_c \times \ddot{\vec{r}}_a$$

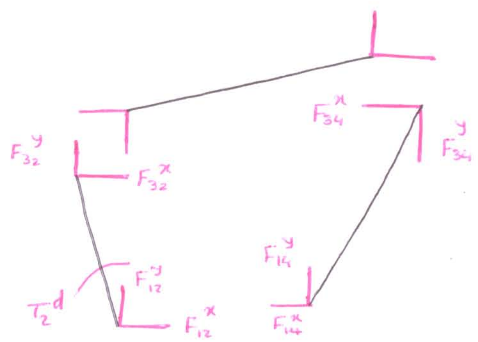
شعاع دایره اینرسی $\quad R_I = \frac{M_k^v}{F_k^v} = \frac{-I_{G_k}\alpha_k}{-m_k|\vec{A}_{G_k}|} \quad \Rightarrow$ مسئله دینامیکی تبدیل می‌شود به استاتیکی !

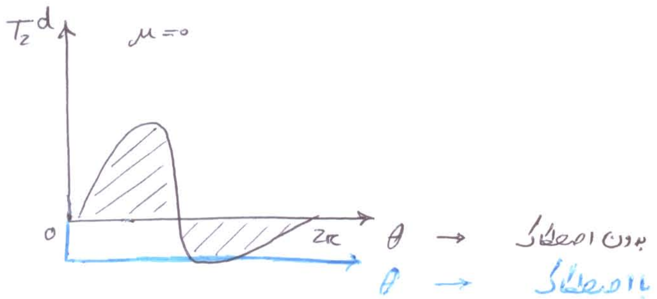


$$\sum \vec{F}_{jk} = m_k \vec{A}_{G_k}$$

$$j = 1, 2, 3, 4 \neq k$$

$$M_k = I_{G_k}\alpha_k$$





اگر اصطکاک نباشد همیشه سطح زیر منحنی T_2^d صفر است.

ولی اگر « باشد، باید انرژی بخش پمپ کنیم!

$$T_2 = T_2^s + T_2^d$$

مکانیزمی خوبه که T_2^d پایینی داشته باشه و خودش بتونه خودشو تأمین کنه!

مثلاً در موتور احتراق داخلی:

یک انکودر می‌ذاریم روی میل‌لنگ و زاویه میل‌لنگ را می‌خوانیم، از اختلاف زاویه‌ها در زمان، سرعت و از اختلاف سرعت‌ها شتاب بدست می‌آید. پس با حرکت‌شناسی بعد با سرعت‌شناسی بعد با شتاب‌شناسی بعد با نیروشناسی می‌رسیم به T_2^d.

از سیلندر، فشار اندیکاتوری می‌گیریم، اطلاعات میل‌لنگ هم به کمک انکودر داریم، با کمک جرم‌ها و ممان اینرسی‌های پیستون، شاتون

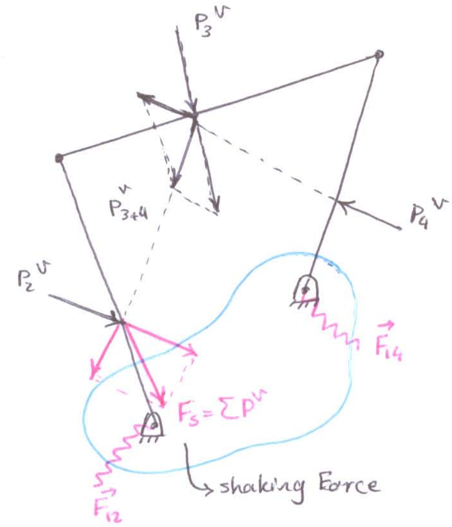
و مثل لینک که از قبل (به کمک آزمایش) بدست آمده، T_2^s را هم می‌یابیم. در آخر می‌نویسیم: $T_2 = T_2^s + T_2^d$

با این T_2^s و T_2^d بعداً به سراغ Fly Wheel ها می‌رویم.

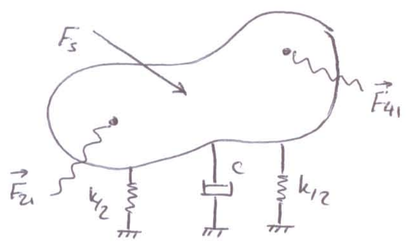
*
* مباحث تکمیلی
*

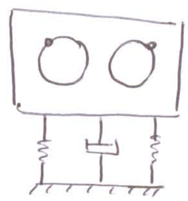
- نیروهای لرزشی:

این نیروهای لرزشی به پایه منتقل می‌شود. حذف کردن این نیروها و بهینه‌سازی آنها را می‌گویند بالانسینگ!



برای جلوگیری از انتقال آنها و از جا در رفتن و اینها هم میرا کننده می‌گذارند هم Guide!



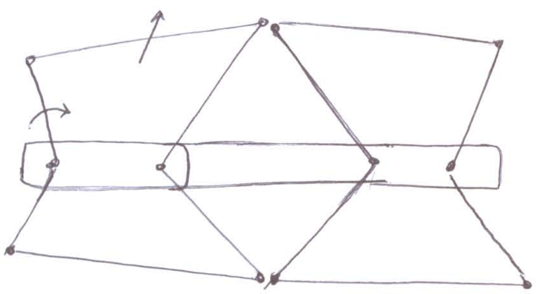


$$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}) + \vec{F}_s = 0$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{41} = \vec{F}_s$$

◉ بالانسینگ:

برای بالانس کردن چهار میله‌ای، یک قرینه‌اش را بهش اضافه می‌کنیم:



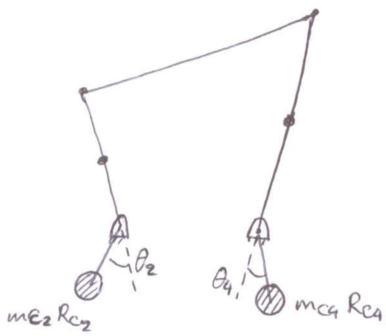
۱. خطاهای ساخت ۲. خطاهای نصب ۳. تغییر شکل‌های الاستیک

باعث می‌شوند آنچه شما روی کاغذ می‌سازید با آنچه واقعاً می‌سازید فرق داشته باشد.

همه چیز غیر بالانس است ولی گاهی ما غیر بالانس بودن آن را حس نمی‌کنیم.

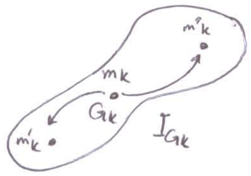
ولی یه راه دیگه هم وجود داره برای بالانس کردن چهار میله‌ای: یه چندتا جرم اضافه کنیم یا یه کم از جرم کم کنیم!

جرم ها را با کمی انحراف از امتداد مرکز جرم بندها اضافه می کنیم و حالا با کمک نوشتن ۴ تا معادله و با استفاده از روش های بهینه سازی می فهمیم دقیقاً کجا اضافه کنیم.



اما چون از مسیر مرکز جرم بند ③ خبر نداریم، نمی توانیم این کار را برای بند ۳ هم انجام بدهیم. به هر حال یه کم بهتر می شه اوضاع.

اما یه ایده : آیا مسئله با m_k و I_k و مرکز جرم معلوم ، ...



ولی ما نمی توانیم به جرم دست بزنیم!

بله می شه: اگر بتوانیم ممان اینرسی یا در واقع توزیع جرم حول مرکز جرم را تغییر بدهیم، می شود!

اگر یک مکانیزم رفت و برگشتی داشته باشیم، بالانسینگ آن متفاوت است.

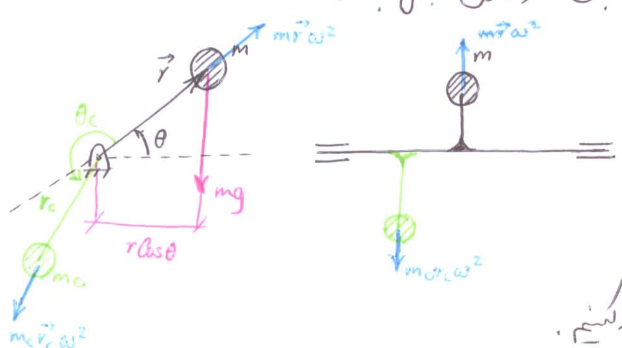
* بالانسینگ اجرام چرخان

۱) تک جرم چرخان ۲) دو جرم چرخان ۳) اجرام چرخان هم صفحه ۴) اجرام چرخان غیرهم صفحه ۵) اجرام چرخان پیوسته

۱) تک جرم چرخان

الف) ترازمندی استاتیکی static Balancing (SB)

اجرام چرخان در تعادل بی تفاوت قرار بگیرند و تحت هر شرایطی قرارشان بدی، در تعادل باقی بمانند.



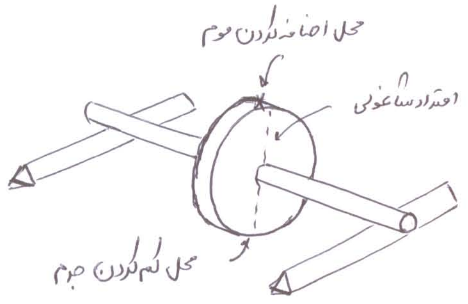
گشتاور حول محور تک جرم : $mgr\cos\theta$

چاره اش اینه که یک جرم موازنه گر (Counter Balancing Mass) اضافه کنیم.

$$mgr(\cos\theta) + m_c g r_c \cos\theta_c = 0 \rightarrow g(mr\cos\theta + m_c r_c \cos\theta_c) = 0$$

$$g \neq 0 \Rightarrow mr\cos\theta = -m_c r_c \cos\theta_c$$

در شرایط بی جاذبه، همه چی در تعادل استاتیکی است.



اگر در دو راستای متفاوت، بی تفاوت ماند، پس در تمام راستاها بی تفاوت می ماند.

اگر حرکت کرد، صبر می کنیم بایستد، هر جا که ایستاد، آنقدر روی آن موم اضافه می کنیم و دوباره آزمایش می کنیم تا به تعادل بی تفاوت برسد. در این جا حالا یا موم را وزن می کنیم و به همان اندازه از طرف مقابلش می تراشیم تا بالانس شود یا موم را می گذاریم همانجا باشد.

مثلاً فرض کن راستای «متفاوت» دوم، در α درجه آنورتر باشد:

$$mr\cos(\theta+\alpha) + m_c r_c \cos(\theta_c+\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow mr\cos\theta\cos\alpha - mr\sin\theta\sin\alpha + m_c r_c\cos\theta\cos\alpha - m_c r_c\sin\theta_c\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha(mr\cos\theta + m_c r_c\cos\theta_c) - \sin\alpha(mr\sin\theta + m_c r_c\sin\theta_c) = 0$$

می خواهیم به ازای تمام α ها این دو رابطه برقرار باشند، پس ضرایب $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ باید توأماً صفر باشند.

$$\begin{cases} mr\cos\theta + m_c r_c\cos\theta_c = 0 \\ mr\sin\theta + m_c r_c\sin\theta_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_c r_c\sin\theta_c = -mr\sin\theta \\ m_c r_c\cos\theta_c = -mr\cos\theta \end{cases}$$

$$tg\,\theta_c = \frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c} = \frac{-\sin\theta}{-\cos\theta} = tg\,\theta$$

$$\Rightarrow \theta_c \begin{cases} \theta & \Rightarrow m_c r_c = -mr \\ \theta+\pi & \Rightarrow m_c r_c = +mr \end{cases}$$

یعنی در راستای خود r

یعنی یا این طرف جرم اضافه کن یا از آنور جرم بردار!

ب) ترازبندی دینامیکی Dynamic Balancing (DB)

$$m\vec{r}\omega^2 + m_c\vec{r_c}\omega^2 = \vec{0} \Rightarrow \omega^2(m\vec{r} + m_c\vec{r_c}) = \vec{0}$$

$$\omega^2 \neq 0 \Rightarrow m\vec{r} + m_c\vec{r_c} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} mr\cos\theta + m_c r_c\cos\theta_c = 0 \\ mr\sin\theta + m_c r_c\sin\theta_c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$ همان نتایج بالانس استاتیکی

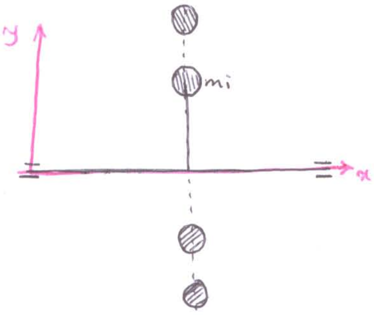
پس برای یک جرم چرخان داریم: $SB \Leftrightarrow DB$. کافی است بالانس استاتیکی شود.

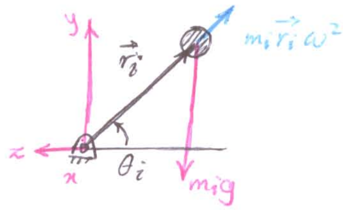
اگر دو جرم چرخان داشتیم، باید دقیقاً می آمد زیر اوسیلی تا دینامیکی بالانس باشد و کوپل ندهد و بلبرینگ خرد نشود و از این حرفا! بالانس استاتیکی دقیقاً مثل قبلی است!

۸۸ ، ۱۰ ، ۲۱

۳) ترازمندی اجرام چرخان هم صفحه

هم صفحه یعنی همگی اجسام روی یک محور دوران واقع شده باشند.





$$S.B.\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} m_i g r_i \cos\theta_i = 0\\ \sum m_i g r_i \sin\theta_i = 0\end{cases}$$

برای اینکه تنظیم برای هر زاویه‌ای برقرار است، $90°$ درجه می‌چرخانیمش! سسم

$$g \neq 0 \Rightarrow \begin{cases}\sum m_i r_i \cos\theta_i = 0\\ \sum m_i r_i \sin\theta_i = 0\end{cases}$$

شرط خود ترازمندی استاتیکی اجرام چرخان هم صفحه

$$D.B.\quad \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r_i}\omega^2 = 0 \quad , \omega^2 \neq 0 \Rightarrow \sum m_i \vec{r_i} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases}\sum m_i r_i \cos\theta_i = 0\\ \sum m_i r_i \sin\theta_i = 0\end{cases}$$

شرط خود ترازمندی دینامیکی اجرام هم صفحه

پس می‌بینیم که با هم ترازمندی استاتیکی، ترازمندی دینامیکی را نتیجه می‌دهد و بالعکس. $S.B. \Leftrightarrow D.B.$

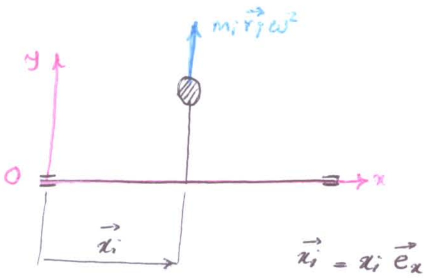
مثل همون پره‌ی هلیکوپتر و یا فن‌ها! $\frac{t}{D} \ll 1 \;\&\; N < 400\,rpm$

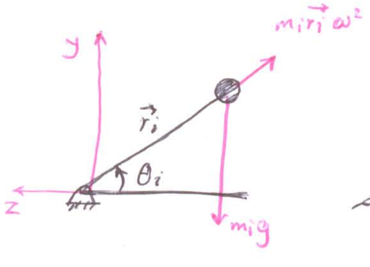
$$\begin{cases}\sum m_i r_i \cos\theta_i + m_c r_c \cos\theta_c = 0\\ \sum m_i r_i \sin\theta_i + m_c r_c \sin\theta_c = 0\end{cases} \Rightarrow tg\,\theta_c = \frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c} = \frac{-\sum m_i r_i \sin\theta_i}{-\sum m_i r_i \cos\theta_i}$$

انتخاب θ_c در ربع صحیح

$$m_c r_c = \frac{-\sum m_i r_i \cos\theta_i}{\cos\theta_c} \Rightarrow r_c = \checkmark$$

این اجرام در واقع معادل یک جرم واحد در یک θ مؤثر در همان صفحه هستند. پس کافی است یک جرم روبه‌روی این جرم معادل اضافه کنیم برای ترازمندی!





۴) ترازمندی اجرام چرخان غیرهم صفحه:

شرط ترازمندی استاتیکی، مثل اجرام هم صفحه است!

$$S.B.\begin{cases}\sum m_i g r_i \cos\theta_i = 0 \\ \sum m_i g r_i \sin\theta_i = 0\end{cases} \quad , g \neq 0 \Rightarrow \begin{cases}\sum m_i r_i \cos\theta_i = 0 \\ \sum m_i r_i \sin\theta_i = 0\end{cases}$$

شرط خودترازمندی استاتیکی اجرام چرخان غیرهم‌صفحه

لنگر نیروهای $mr\omega^2$ حول هرنقطه‌ی دلخواهی از جمله مبداء مختصات باید صفر باشد.

D.B.

$$\begin{cases}\sum m_i \vec{r}_i \omega^2 = \vec{0} \\ \sum \vec{x}_i \times m_i \vec{r}_i \vec{\omega}^2 = \vec{0}\end{cases} \quad , \omega^2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases}\sum m_i \vec{r}_i = \vec{0} \\ \sum x_i \vec{e}_x \times m_i \vec{r}_i = \vec{0}\end{cases}$$

$$\sum x_i \vec{e}_x \times m_i \vec{r}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{e}_x \times \left(\sum x_i m_i \vec{r}_i\right) = \vec{0} \Rightarrow \sum x_i m_i \vec{r}_i = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}\sum m_i \vec{r}_i = \vec{0} \\ \sum x_i m_i \vec{r}_i = \vec{0}\end{cases}$$

شرط خود ترازمندی دینامیکی اجرام چرخان غیرهم‌صفحه $\Rightarrow$ پس اینجا دیگر ترازمندی استاتیکی، ترازمندی دینامیکی را تأمین نمی‌کند و اگر دینامیکی تراز مند باشه ترازمندی استاتیکی هم برقرار است.

پس به روابط زیر می‌رسیم:

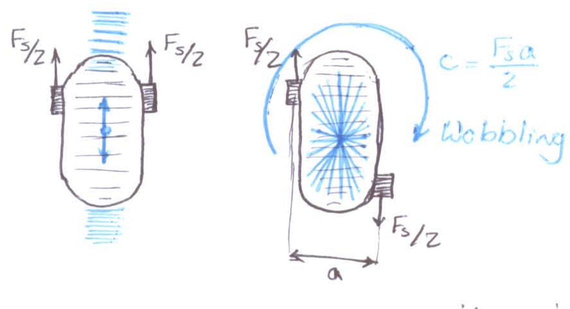
$$D.B.\begin{cases} S.B.\begin{cases}\sum m_i r_i \cos\theta_i = 0 \\ \sum m_i r_i \sin\theta_i = 0\end{cases} \\ \begin{cases}\sum x_i m_i r_i \cos\theta_i = 0 \\ \sum x_i m_i r_i \sin\theta_i = 0\end{cases}\end{cases}$$

شرط خود ترازمندی استاتیکی اجرام چرخان غیرهم‌صفحه

" " نیروهای لرزشی چرخشی ناشی از چرخش اجرام چرخان غیرهم صفحه

شرط خود ترازمندی گشتاورهای لرزشی چرخشی ناشی از چرخش اجرام چرخان غیرهم‌صفحه

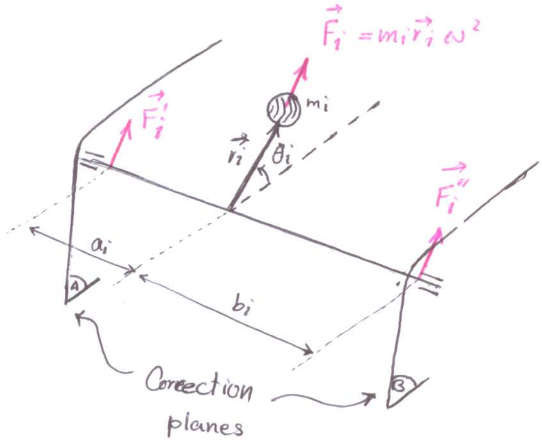
مثلاً در بالانسینگ چرخ ماشین:



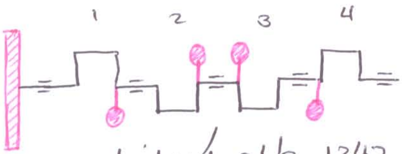
- حالا برای بالانس کردن این اجرام چه می‌کنیم؟

هر جرم در یک صفحه‌ی مشخص را می‌شود تبدیل کرد به دو جرم در دو صفحه‌ی دلخواه.

پس کل اجرام را می‌شود به دو گروه جرم در دو صفحه‌ی دلخواه مشخص تبدیل کرد. برای بالانس کردن اجرام هر صفحه یک جرم لازم است. پس در کل به دو جرم نیاز است.



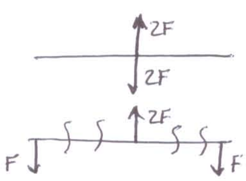
$$\begin{cases} \vec{F_i'} = \overbrace{\left(\dfrac{b_i}{a_i+b_i}\, m_i\right)}^{m_i a} \vec{r_i}\,\omega^2 \\ \vec{F_i''} = \underbrace{\left(\dfrac{a_i}{a_i+b_i}\, m_i\right)}_{m_i b} r\,\omega^2 \end{cases}$$



مثلاً میل لنگ «پیکان» مربوط به یک موتور چهارزمانه رو در نظر بگیرید!

برای جلوگیری ایجاد گرادیان‌ها و کش اومدن سرسیلندر و اینها ترتیب احتراق را به صورت 1342 طراحی کرده اند!

علی رغم اینکه این میل لنگ خود بالانس است اما با این وجود یه سری نیروهای برشی و لنگر خمشی داخلی دارد که باعث می‌شود ایجاد خستگی در یاتاقان می‌شود. پس با استفاده از اضافه کردن جرم، آن را بالانس می‌کنند. حدود 30 تا 40 درصد وزن میل لنگ را افزایش می‌دهد. اشکالی ندارد. چون برای بالابردن اینرسی سیستم، به هر حال لازم است یک فلایویل به میل لنگ بذاریم. حالا هرچی میل لنگ خودش قوی‌تر باشه، بهتره دیگه!



- فرض کن با k تا جرم می‌خواهیم یه چیزی رو بالانس کنیم. فرض کن m_i و r_i ها رو داده بهمون، خب برای طرح مسئله چه چیزهایی می‌شود به عنوان مجهول در نظر گرفت؟

x_i	θ_i	مجهولات
0	4	
1	3	
2	2	
3	1	
4	0	

با این دو حالت نمی‌شود مسئله را حل کرد چون کلاً دو تا معادله برای x ها داریم که می‌شود x ها را به کمک آنها پیدا کرد.

- خود ترازمند نیست، می‌خواهیم بالانسش بکنیم:

$$\text{D.B.}\begin{cases} \sum m_i r_i \cos\theta_i + \widehat{m_a r_a} \cos\theta_a + \widehat{m_b r_b} \cos\theta_b = 0 \\ \sum m_i r_i \sin\theta_i + m_a r_a \sin\theta_a + m_b r_b \sin\theta_b = 0 \\ \sum x_i m_i r_i \cos\theta_i + \widehat{x_a} m_a r_a \cos\theta_a + \widehat{x_b} m_b r_b \cos\theta_b = 0 \\ \sum x_i m_i r_i \sin\theta_i + x_a m_a r_a \sin\theta_a + x_b m_b r_b \sin\theta_b = 0 \end{cases} \rightarrow \text{۶ مجهول}$$

در عمل برای ما راحت‌تر است که x_a و x_b را معلوم کنیم و به کمک آن حالا بقیه مجهولات را پیدا کنیم. در این صورت داریم:

1) $tg\,\theta_b = \dfrac{-\sum x_i r_i m_i \sin\theta_i}{-\sum x_i r_i m_i \cos\theta_i} \Rightarrow \theta_b$ ✓ در ربع صحیح

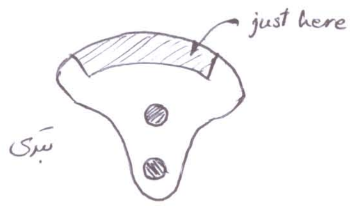
2) $\widehat{m_b r_b} = \dfrac{-\sum x_i m_i r_i \cos\theta_i}{x_b \cos\theta_b}$

3) $tg\,\theta_a = \dfrac{-(\sum m_i r_i \cos\theta_i + m_b r_b \cos\theta_b)}{-(\sum m_i r_i \sin\theta_i + m_b r_b \sin\theta_b)} \Rightarrow \theta_a$ ✓ در ربع صحیح

اگر منفی‌ها رو بزنی، زاویه جرم موثر بدست می‌آید ← اونجایی که جرم باید کم شود.

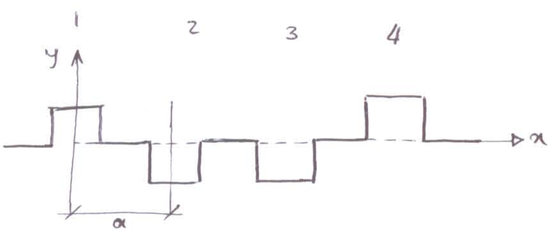
4) $\widehat{m_a r_a} = \dfrac{-(\sum m_i r_i \cos\theta_i + m_b r_b \cos\theta_b)}{\cos\theta_a}$

گاهی وقت‌ها مجبوریم به‌جای ۲ تا جرم، به کمک ۴ تا جرم بالانس کنیم. روی بعضی قطعات محدودیت فضا برای اضافه کردن یا برداشتن جرم داریم.



یه راهش اینه که اول یه موقعیت برای دو جرم a و b به کمک بالا می‌یابیم، بعدش حالا دوباره معادله اصلی‌های بالانس دینامیکی را با معلوم بودن a و b و داشتن ۴ تا جرم مجهول حل می‌کنیم. برای x و θ محدودیت داریم، r هم به m وابسته است پس باید با روش‌های بهینه‌سازی این مقادیر را پیدا کرد.

گویا زمین خودش، خودش رو بالانس می‌کنه. مغز زمین نرم هست و باعث میشه ارتعاشات ناشی از غیر بالانسی رو بگیره. عربستان سالی یه سانت می‌ره به سمت بستن تنگه هرمز!



بریم سراغ موتور ۴ سیلندر خطی:

$\theta_1 = \theta_4 = 0 \quad , \theta_2 = \theta_3 = \pi$

$x_1 = 0 \quad , x_2 = a \quad , x_3 = 2a \quad , x_4 = 3a$

$m_i r_i = mr$

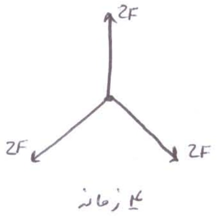
$$\begin{cases} \sum \cos\theta_i = \cos 0 + \cos\pi + \cos\pi + \cos 0 = 0 \\ \sum \sin\theta_i = \sin 0 + \sin\pi + \sin\pi + \sin 0 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{بالانس استاتیکی هست}$$

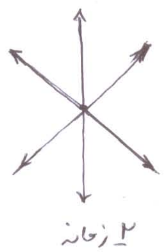
$$\begin{cases} \sum x_i \cos\theta_i = 0\times\cos 0 + a\cos\pi + 2a\cos\pi + 3a\cos 0 = 0 \\ \sum x_i \sin\theta_i = 0\times\sin 0 + a\sin\pi + 2a\sin\pi + 3a\sin 0 = 0 \end{cases}$$

پس ۴ سیلندر، مثل لنگش خود بالانسه، چیزی اضافه نمی‌خواد.

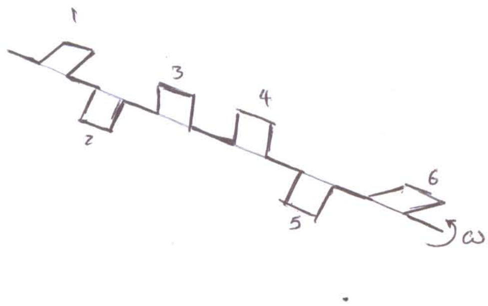
● حالا ۶ سیلندر:

این ۶ تا رو با میشود به صورت ۳ تا زاویه ۱۲۰° توزیع کرد. یا اینکه ۶ تا ۶۰° !





مثلا موتور رولزرویس ۴ زمانه و خود بالانسه، چرا؟ ببین ↓



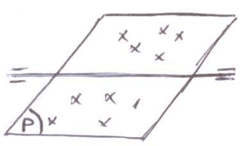
153624 ← ترتیب احتراق

۲ تا شیش سیلندر جناقی رو بذاری پشت سر هم می‌شه ۱۲ سیلندر!

۲ تا دوازده سیلندر جناقی رو هم بذاری پشت هم، می‌شه ۲۴ سیلندر!

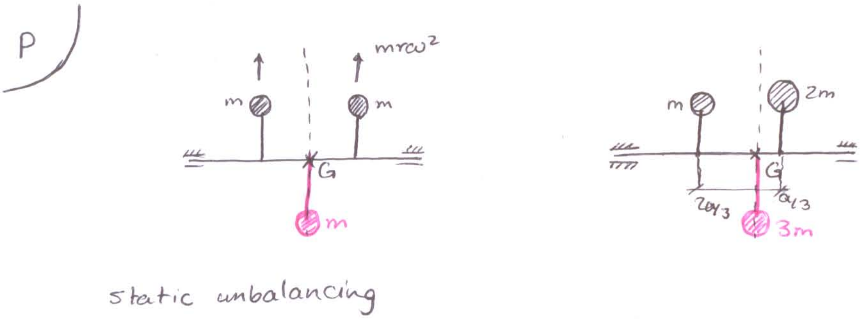
۸۸ ,۱۵, ۲۳

دیر رسیدم، گویا استاد داره چند حالت خاص رو توضیح می‌ده:

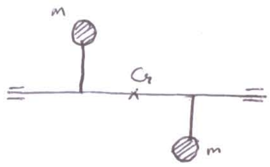


a) یک جرم

b) دو جرم برابر

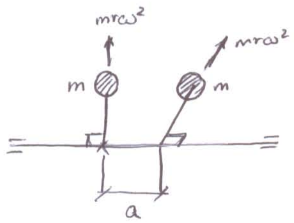


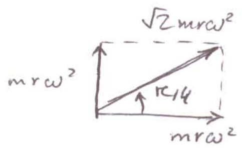
اگر تک جرم متوازنگر روی مرکز جرم دو جرم بود، ناترازمندی استاتیکی داریم و اگر نبود می‌شود ناترازمندی شبه استاتیکی!



quasi static unbalancing

اگر حالا دو جرم در یک صفحه نباشند:

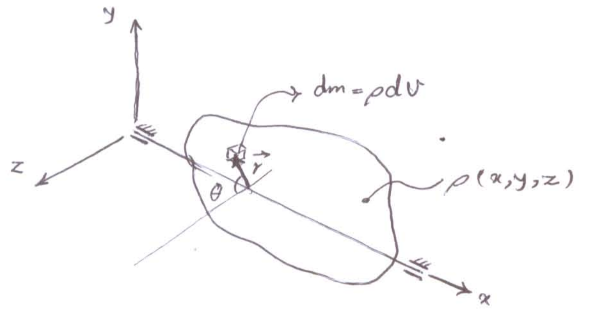




کلی‌ترین حالت ← دو جرم نابرابر غیرهم صفحه

حالتی خارج از حالت های بالا وجود ندارد.

۲) اجرام چرخان پیوسته:



یک المان از جسم را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} r\cos\theta = z \\ r\sin\theta = y \end{cases}$$

در اینجا دیگر Σ تبدیل می‌شود به $\int$ و در نتیجه به جای m_i ها هم dm داریم.

S.B.

$$\begin{cases} \sum m_i r_i \cos\theta = 0 \\ \sum m_i r_i \sin\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_V z\rho dV = 0 \\ \int_V y\rho dV = 0 \end{cases}$$

از طرفی: $\bar{z} = \dfrac{\int_V z\rho dV}{\int_V \rho dV = M}$ $\Rightarrow \begin{cases} \bar{z} M = 0 \\ \bar{y} M = 0 \end{cases}$, $M \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \bar{z} = 0 \\ \bar{y} = 0 \end{cases}$

این بدان معناست که مرکز جرم روی محور چرخش واقع باشد. ← شرط خودترازبندی استاتیکی و شرط خودترازبندی نیروهای لرزشی

اگر مثلاً در فضای بی جاذبه یک کلاف داشته باشیم که یک سیخ از مرکز جرمش رد کردی و دارد حول سیخ می‌چرخد، اگر سیخ

و در بیاری هم، کاملاً هم چنان می‌چرخد.

$$\begin{cases} \sum x_i m_i r_i \cos\theta_i = 0 \\ \sum x_i m_i r_i \sin\theta_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \iint_V xz\rho\, dv = I_{xz} = 0 \\ \iint_V xy\rho\, dv = I_{xy} = 0 \end{cases}$$

شرط خودترازمندی گشتاورهای لرزشی

$$\det\begin{bmatrix} I_{xx}-\lambda & \cancel{I_{xy}} & \cancel{I_{xz}} \\ \cancel{I_{yx}} & I_{yy}-\lambda & I_{yz} \\ \cancel{I_{zx}} & I_{zy} & I_{zz}-\lambda \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (I_{xx}-\lambda).\det\begin{bmatrix} I_{yy}-\lambda & I_{yz} \\ I_{zy} & I_{zz}-\lambda \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \lambda_1 = I_{xx}$$

محور چرخش (x) یک محور اصلی است. پس با توجه به این نتیجه، شرط خودترازمندی گشتاورهای لرزشی آن است که محور چرخش، یک محور اصلی جسم صلب باشد.

محورهای گذرنده از مرکز جرم به موازات محورهای تقارن، محورهای اصلی هستند.

در مورد بالانس کردن یک جسم ناترازمند هم داریم:

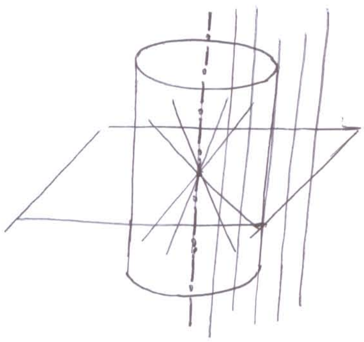
$$M\bar{z} + m_a r_a \cos\theta_a + m_b r_b \cos\theta_b = 0$$

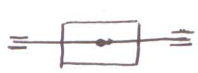
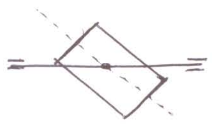
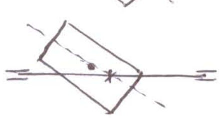
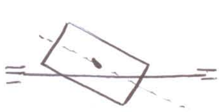
$$M\bar{y} + m_a r_a \sin\theta_a + m_b r_b \sin\theta_b = 0$$

$$I_{xz} + \underbrace{\cancel{x_a}}_{0} m_a r_a \cos\theta_a + x_b m_b r_b \cos\theta_b = 0$$

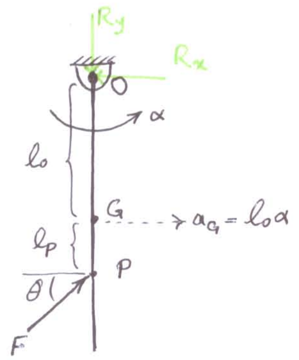
$$I_{yz} + \underbrace{\cancel{x_a}}_{0} m_a r_a \sin\theta_a + x_b m_b r_b \sin\theta_b = 0$$

حالا برویم ببینیم که برای ترازمند کردن یک استوانه، در حالت‌های مختلف نصب، چه کاری می‌شود کرد!



	نوع ناترازمندی	عامل ناترازمندی	مشخصات اجسام موازنه‌گر
	—	—	لازم نیست
	استاتیکی	نیروی لرزشی	یک جرم در صفحه‌ی عمود بر محور چرخش مارّ بر G
	دینامیکی	زوج لرزشی	دو جرم برابر - در یک صفحه شامل محور چرخش و محور اصلی در فاصله‌ی دلخواه - موقعیت محوری متناظر
 دو محور متقاطعند !	شبه استاتیکی	نیرو و گشتاور لرزشی	یک جرم در صفحه‌ی شامل محور چرخش و محور اصلی در صفحه‌ی عمود بر محور چرخش که از G نمی‌گذرد
 محور چرخش و محور اصلی متنافرند !	دینامیکی	〃 〃 〃	دو جرم نابرابر در دو صفحه‌ی دلخواه عمود بر محور چرخش

* مرکز ضربه Center Of Percussion



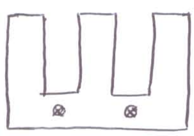
$$\begin{cases} F\cos\theta = m a_G \\ l_p (F\cos\theta) = I_G \alpha = m K_G^2 \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow l_p (m a_G) = l_p (m l_o \alpha) = m K_G^2 \alpha \Rightarrow K_G^2 = l_p l_o \qquad l_p = \frac{K_G^2}{l_o}$$

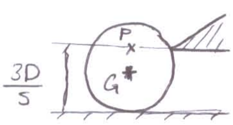
$$K_G = \sqrt{l_p l_o}$$

اگر F را به محل l_p وارد کنیم، نیروی عکس العمل تکیه گاه صفر خواهد بود.

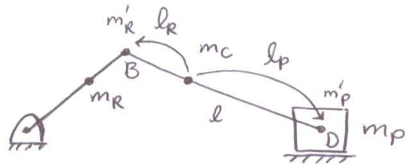
حالا اگر کاربرد مرکز ضربه رو می‌خواهی، باید بدونی که لولای در، در واقع یک ورقه‌ی لوله شده است که اگر بهش نیرو وارد بشه، بعد از یه مدتی باز می‌شه و خراب می‌شه. وقتی می‌خوان پیچ در ضربه‌گیر بذارن، اونو درست پیچ مرکز ضربه‌ی در کار می‌ذارن که دیگه نیرویی به لولا وارد نشود.



و یا مثلاً در میز بیلیارد، لبه‌ی میز را جوری طراحی می‌کنند که وقتی توپ بهش خورد، با علت خالص برگرده و پوشش میز ساییده نشه.



کاربرد مرکز ضربه در شاتون:



اگر بتونیم به جای جسم پیوسته‌ی شاتون، دو تا جرم توی سر میل لنگ و پیستون بذاریم (رفتار دینامیکی دو سیستم یکی باشد)، کارمون خیلی راحت‌تر می‌شود.

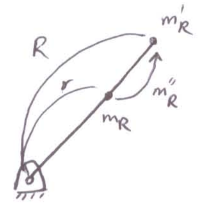
$$\begin{cases} m'_R + m'_p = m_C \\ m'_R l_R - m'_p l_p = 0 \\ m'_R l_R^2 + m'_p l_p^2 = I_{G_C} = m_C K_{G_C}^2 \end{cases}$$

$$m'_R l_R^2 + m'_p l_p^2 = (m'_R l_R) l_R + (m'_p l_p) l_p = m_C K_{G_C}^2$$

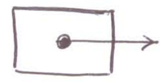
$$(m'_p l_p) l_R + (m'_R l_R) l_p = m_C K_{G_C}^2 \Rightarrow l_p l_R \overbrace{(m'_R + m'_p)}^{m_C} = m_C K_{G_C}^2 \Rightarrow K_{G_C}^2 = l_p l_R$$

اگه اونها بالا را از P آویزون کنیم، O می‌شود مرکز ضربه‌ی جدیدش. پس مرکز ضربه‌ی مزدوج داریم. حالا اگه برای محل قرارگیری m'_R و m'_p هم چنین رابطه‌ای باشه (!)، [illegible] ساده‌تر می‌شه.

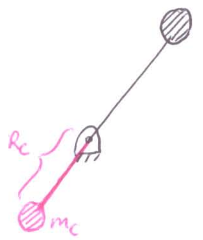
حالا که تونستیم شاتون را تفکیک کنیم، بریم سراغ بالانس کردن میل لنگ!



$$m''_R = \frac{r}{R} m_R$$



$$(m_p)_{eff} = m_p + m'_p$$



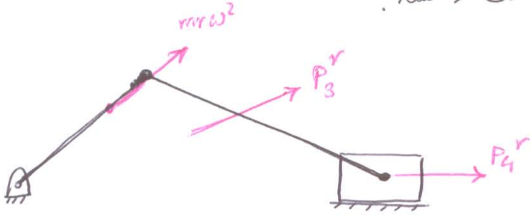
$$m'_R + m''_R \rightarrow \left(\frac{l_R}{L} m_c + \frac{r}{R} m_R\right)$$

$$m_c R_c = R\,(m'_R + m''_R)$$

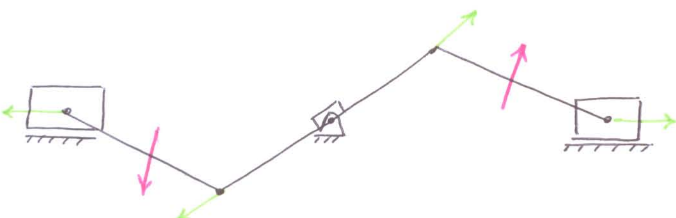
* بالانسینگ موتورها

descretes

یک موتور تک سیلندر داریم که شاتون اش ممکنه تفکیک بشه و ممکن هم هست که نشه!



یه راه برای بالانس کردن اینه ←

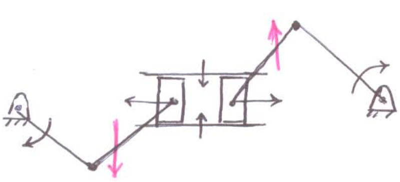


اما یه کوپل لرزشی داره!

اینطوری اما دوتا سیلندر داره که می‌تونه توان بیشتری بده!

قبلنا که تکنولوژی پیشرفت نکرده بود، براشون سوخت رسانی

به دوتا سیلندر سخت بود، چون دور از هم بودن.

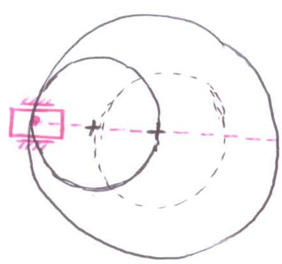


دوتا فرانسوی (برای حل مشکل دومی (!!))، سیلندر رو گذاشتن وسط!

Gabron - Brielle Engine

هماهنگ کردن این دوتا لنگ باهم نیاز به تجهیزات اضافه (چرخ‌دنده)

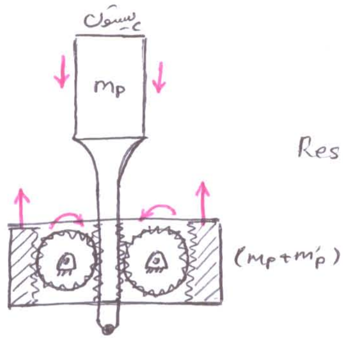
داشت. کوپل ایجاد شده گاهی کم و گاهی زیاد بود!



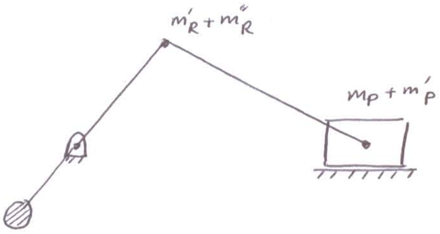
راه سوم، پاک کردن صورت مسئله است. از مکانیزم کاردانو استفاده می‌کنیم

و در نتیجه میل لنگ مستقیم به پیستون وصل می‌شود و شاتونی در کار نیست.

راه بعدی، استفاده از pinion های روبرو است که ۱۰۰٪ بالانس است.



آیا می ارزه؟ ← بروید ببینید: ISO 1940 ← Residual Eccentric Mass



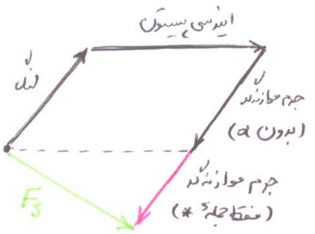
آخرین راه:

$$m_c=\frac{R}{R_c}\left[(m'_R+m''_R)+\underbrace{\alpha(m_p+m'_p)}_{*}\right]$$

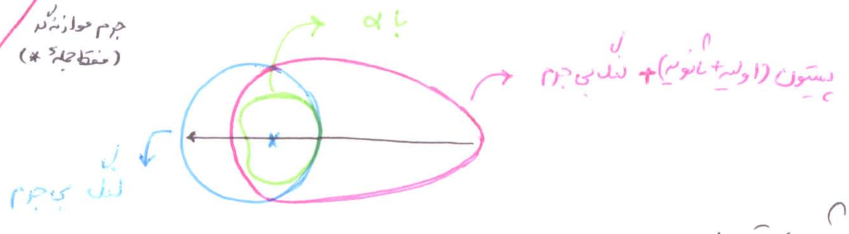
اول بالانسه، از مقصد unbalance می کنه! جمله ی * را اضافه می کنیم تا علاوه بر لنگ، پیستون هم تا حدودی بالانس شود.

$\alpha: 0.5 \to 0.6$ مثلا 0.55

← بهترین مقدار α



محدوده ی نیروی لرزشی:



هرچه شکل سبز دایره تر بشه، بهتره!

۲۴، ۱۵، ۱۸

* حل تحلیلی حرکت پیستون (حرکت، سرعت و شتاب + نیرو) را در اسلایدها دیدیم.

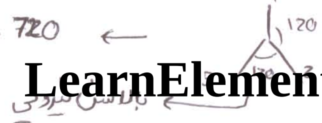
گفتیم شاتون را وقتی می توان descrete کرد که نقاط لولای آن به لنگ و پیستون، همان مراکز ضربه ی مزدوج اش باشند.

وقتی شتاب پیستون را بدست آوردیم شامل دو ترم هارمونیک بود که دامنه ی یکی از دیگری کوچکتر بود و دو هارمونیک مختلف بودند، در نتیجه نیروهای لرزشی پیستون در واقع دو نیروی هارمونیک هستند که اولیه و ثانویه نامیده می شوند.

← دامنه ی کوچکتر

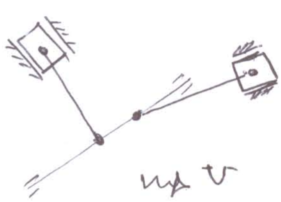
- اگر میخوای ببینی که میل لنگ بالانس هست یا نه، ببین آیا از وسط به دو طرف متقارن هست یا نه!

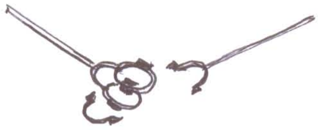
- ترتیب احتراق موتور سه زمانه: ۱۳۲ ← 720 را باید با ۳ تا سیلندر طی کنه!



موتورها یا خطی هستند (Inline) که تمام سیلندرها بر روی یک خط هستند، یا صفحه‌ای هستند (Opposed) که سیلندرها در دو خط روبه‌روی هم (موازی) حول میل لنگ قرار گرفته‌اند. کاربرد دومی در کشتی‌ها و اینهاست.

موتورهای غیرهم صفحه هم داریم. شاتون‌ها باید دوتا دوتا هم صفحه باشند تا کوپل ایجاد نکنند.





سیلندرهای موتورهای غیرهم صفحه به صورت V، W و یا X قرار می‌گیرند مقابل هم.

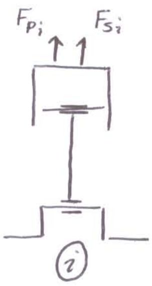
در موتورهای رادیال (که برای کمتر کردن حجم موتور در راستای میل لنگ هستند) همه‌ی سیلندرها توی یک صفحه عمود بر میل لنگ قرار می‌گیرند. بیشتر برای ملخ هواپیما استفاده می‌شوند. در این نوع موتورها یک شاتون Master داریم و بقیه شاتون‌ها روی آن بسته می‌شوند. این کار بالانسینگ را مشکل می‌کند. گاهی شاتون‌ها ثابت نگه داشته می‌شوند و پوسته‌ی موتور می‌چرخد.

Matt Ritman → Vankle موتور

حالا برگردیم سراغ حل موتورها (طراحی و آنالیز):

$$\begin{cases} F_p = (m_p)_{eff}\, R\omega^2 \cos\theta \\ F_s = (m_p)_{eff}\, \frac{R^2\omega^2}{L} \cos 2\theta \end{cases}$$

$$(m_p)_{eff} = m_p + m'_p \quad , \quad m'_p = \frac{l_c}{l_c+l_p} m_c$$



* بررسی موتورهای Inline:

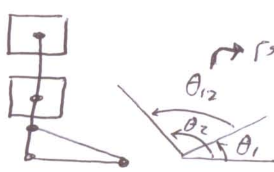
$$R_i = R \quad L_i = L \quad m'_{p_i} = m'_p \quad m_{p_i} = m_p$$

در واقعیت، برای هیچ دو پیستون، میل لنگ و شاتونی، اندازه‌های بالا ↑ یکسان نیستند.

$$F_{p_i} = (m_{p_i} + m'_{p_i}) R_i \omega^2 \cos(\theta_1 + \theta_{1i})$$

$$F_{si} = (m_{p_i} + m'_{p_i}) \frac{R_i^2 \omega^2}{L_i} \cos 2(\theta_1 + \theta_{1i})$$

زاویه‌ی بین لنگ اول و دوم



$$\theta_2 = \theta_1 + \theta_{12}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{p_i} = \vec{0} \Rightarrow \sum (m_p + m'_p) R\omega^2 \cos(\theta_1 + \theta_{1i}) = 0 \Rightarrow (m_p + m'_p) R\omega^2 \sum \cos(\theta_1 + \theta_{1i}) = 0$$

$$\Rightarrow \sum \cos(\theta_1 + \theta_{1i}) = 0 \Rightarrow \sum (\cos\theta_1 \cos\theta_{1i} - \sin\theta_1 \sin\theta_{1i}) = 0 \Rightarrow$$