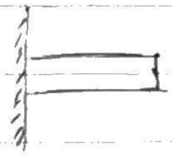
تیرها

تیرهای دوبعدی

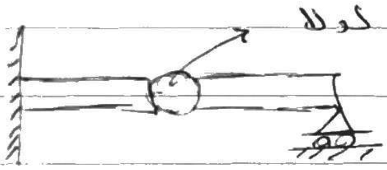
Beams

هر بارگذاری هم صفحه با صفحه تقارن (۰) تیر

تیر ساده یا simply supported



تیر یک سر آزاد یا یک سر درگیر
Cantilever B.



تیر مرکب

تیر دو سر مفصل (یک درجه نامعین)

تیر یک سر درگیر یک سر غلتک (یک درجه نامعین)

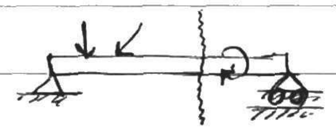
Subject: .... Date: ....

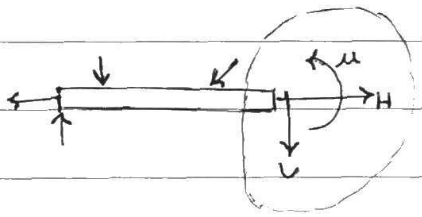
تیر یک سر مفصل یک سر درگیر (دو درجه نامعین)

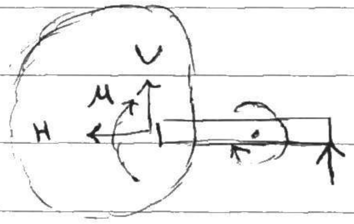
تیر دو سر درگیر (سه درجه نامعین)

Two ends fixed

تیرهای موجود تحت بارگذاری متمرکز، نیروهای داخلی تیر؟







جهت های مثبت قراردادی برای مقاطع از چپ به راست

جهت های مثبت قراردادی برای مقاطع از راست به چپ

H: axial force نیروی محوری

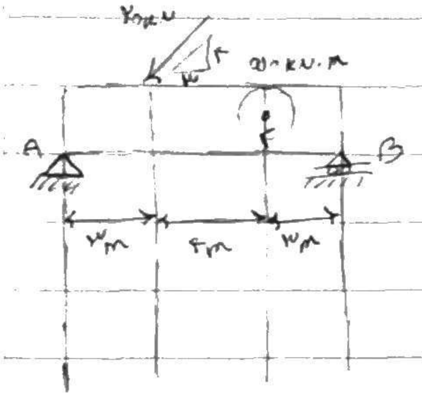
V: shear force نیروی برشی

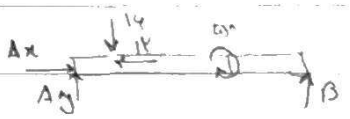
M: Bending moment لنگر خمشی

Subject: Date

مثال ۵

برای تیر شکل زیر معادلات نیروی محوری، نیروی برشی، لنگر خمشی را نوشته و نمودار آن‌ها را رسم نمایید.



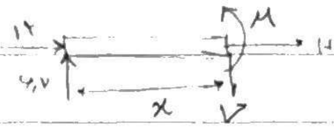


$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = ۱۲\ kN$

$\sum M_A = 0 \rightarrow ۱۰B - ۵۶ - ۳\times ۱۴ = 0 \Rightarrow B = ۹{,}۸\ kN$

$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = ۱۴ - ۹{,}۸ = ۴{,}۲\ kN$

$0 < x < ۳$

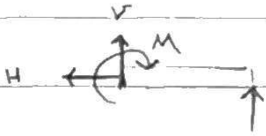


جهت مقطع از راست به چپ

$\sum F_x = 0 \rightarrow H = -۱۲\ kN$

$\sum F_y = 0 \rightarrow V = ۴{,}۲\ kN$

$\sum M_o = 0 \rightarrow M = ۴{,}۲ \times x\ kN.m$

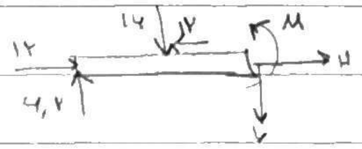


$H = 0$

$V = -۹{,}۸\ kN$

$M = ۹۸ - ۹{,}۸x\ kN.m$

$۳ < x < ۷$

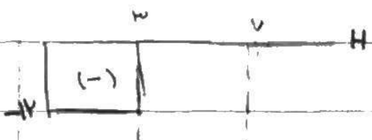


$H = -۱۲ + ۱۲ = 0$

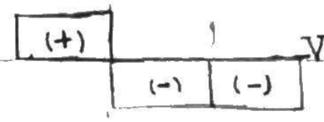
$V = +۴{,}۲ - ۱۴ = -۹{,}۸\ kN$

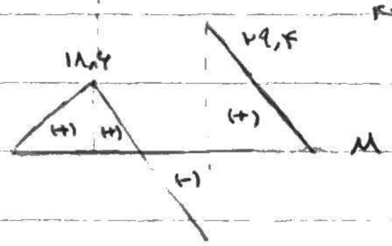
$M = ۴{,}۲x - ۱۴(x - ۳) = -۹{,}۸x + ۴۲\ kN.m$

متغیرها نیروهای افقی

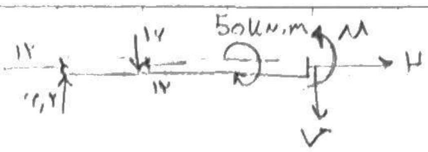


متغیرها نیروهای برشی





$7 \leq x \leq 10$



$H = 0 \qquad V = -9.8 \text{ kN}$

$M = -9.8x + 48 + 50 = -9.8x + 98$

بارهای گسترده:

نیروها برای وارد شدن بر اجسام نیاز به فضا دارند. این فضا می تواند سه بعدی یا دوبعدی باشد. فضای یک بعدی (خطی) یا بدون بعد (نقطه ای) یا برآیند یک سیستم دوبعدی یا سه بعدی هستند که جایگزین آن شده اند و یا با توجه به کوچک بودن فضای وارد شده نیروها در مقایسه با سایر ابعاد با نقطه یا خط معادل سازی شده اند.

نیروهای سه بعدی یا Body force (نیروهای جسمی - نیروی کالبدی):

نیروهایی هستند که بر تک تک ذرات تشکیل دهنده جسم وارد می شوند مثل نیروی ثقل یا جسم آهنی که در میدان مغناطیسی قرار گرفته اند.

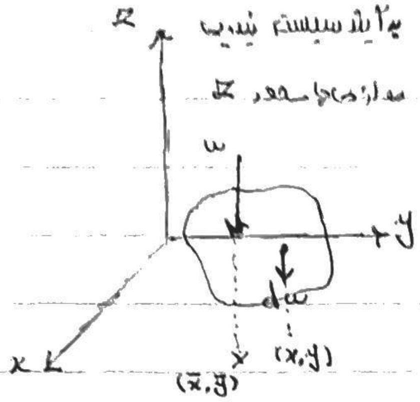
نیروهای دوبعدی یا سطحی surface force:

نیروهایی هستند که بر سطح وارد می شوند مانند نیرویی که از طرف یک تپه ماسه بر سطح زمین وارد می شود یا نیرویی که از طرف آب بر سطح یک سد وارد می شود.

برآیند این نیروها با توجه به سیستم نیرویی که تاکنون مطالعه کردیم می تواند به صورت یک نیروی تنها نشان داده شود و محل اثر آن نیز مشخص کرد.

مثلا در مورد نیروی ثقل برآیند وزن جسم و محل اثر آن مرکز ثقل جسم خوانده می شود که با استفاده از روابط گشتاوری سیستم نیرویی با نیروی برآیند به صورت زیر حاصل می شود فقط با توجه به تعداد زیاد نیروهای گسترده جمع گشتاورها و نیروها با انتگرال نشان داده می شوند.

Subject: Date:



سطح زمین (x-y)

عمود بر زمین z

مختصات مرکز ثقل

$$\bar{x} = \frac{\int x\,dw}{w}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y\,dw}{w}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z\,dw}{w}$$

اگر با دوران جسم همراه با دستگاه محورها به طوری که x عمود بر زمین باشد و تشابه حول y بگیریم بدست می آید

می توان بر این اساس مراکز جرم ، حجم ، سطح ، خط را به شکل زیر تعریف کرده

مختصات مرکز جرم

$$\bar{x} = \frac{\int x\,dm}{M}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y\,dm}{M}$$

$$\bar{z} = \frac{\int z\,dm}{M}$$

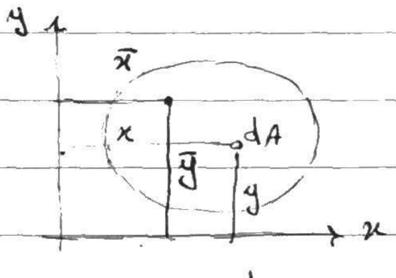
$$M = \int dm$$

Subject: Date:

مختصات مرکز حجم
$$\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{\int x\,dV}{V} \\ \bar{y} = \dfrac{\int y\,dV}{V} \\ \bar{z} = \dfrac{\int z\,dV}{V} \end{cases} \qquad V = \int dV$$

* واضح است که اگر g ثابت فرض شود مرکز ثقل و جرم بر هم منطبق می‌شوند. اگر چگالی جسم ثابت فرض شود مرکز جرم و حجم بر هم منطبق می‌شوند. اگر g و چگالی ثابت فرض شوند هر سه مرکز جرم بر هم منطبق می‌شوند.

نیروهای سطحی - مرکز سطح - فشار - مرکز فشار



(سطح دو بعدی)

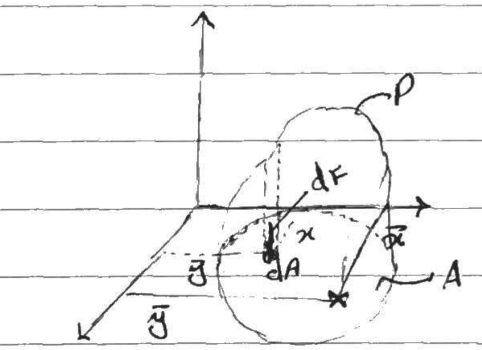
$$\bar{x} = \frac{\int x\,dA}{A} \qquad A = \int dA$$

$$\bar{y} = \frac{\int y\,dA}{A}$$

* اگر سطح سه بعدی باشد z آن از رابطه مشابه $\bar{z} = \dfrac{\int z\,dA}{A}$ بدست می‌آید.

$$dF = p(x,y)\,dA$$

$$F = \int dF$$



مختصات مرکز فشار
$$\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{\int x\,p(x,y)\,dA}{F} \\ \bar{y} = \dfrac{\int y\,p(x,y)\,dA}{F} \end{cases}$$

$P = p(x,y)$

Subject: .... Date: ....

فرض شده که نیروهای وارد بر سطح عمودی هستند مقدار فشار در هر نقطه از سطح A معلوم است (تابع $p = p(x, y)$ را می‌دانیم)

واحدهای فشار:

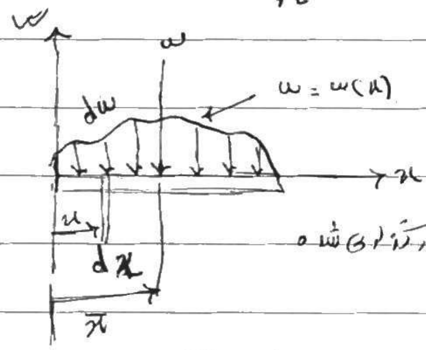
Pa پاسکال $= \frac{N}{m^2}$ $\qquad MPa = \frac{N}{(mm)^2}$ $\qquad psi = \frac{lb}{(in)^2}$

$KPa = \frac{kN}{m^2}$ $\qquad GPa = \frac{kN}{(mm)^2}$ $\qquad Ksi = \frac{Kip}{(in)^2}$

$Bar = 10^5 Pa$

نیروهای خطی:

درمورد بار گسترده روی تیرها با این نیروها مواجه می‌شویم. معمولا بارگذاری نیروهای ساختمانی طوری است که می‌توان به بار آن‌ها را روی صفحه و تقارن نیز نشان داد که سطح نیرو را در یک خط قطع می‌کند. بار گسترده خطی روی تیرها را به صورت نیرو بر واحد طول بیان می‌کنند مثل $\frac{kN}{m}$ یا $\frac{Kip}{ft}$ یا ...



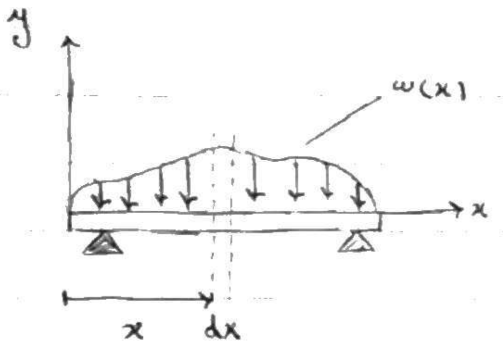
$dw = w(x)\,dx$

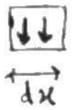
$w = \int dw$ ← مساحت زیر منحنی بارگذاری شده

$\bar{x} = \frac{\int x\,dw}{w}$ ← موقعیت طولی مرکز زیر منحنی بارگذاری

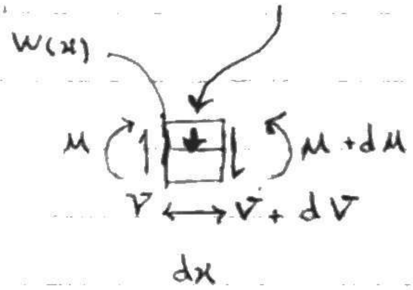
اجسام، اجرام، احجام، سطوح و خطوط مرکب و معادلات بالا تبدیل ها تبدیل به سیگما Σ می‌شوند.

بارهای گسترده روی تیرها (روابط دیفرانسیلی تعادل تیر):





نیرو در این نقطه مستطیلی ثابت می‌باشد



→ از نیروهای افقی صرف نظر شده است

تعادل المان تیر: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow +V - w(x)\,dx + (-(V + dV)) = 0$

$\Rightarrow w(x) = \frac{-dV}{dx}$ → شیب منحنی نیروی برشی

بارگذاری در هر نقطه برابر با منهای مشتق معادله نیروی برشی در همان نقطه می‌باشد.

به شرطی که در فاصله‌ی ۱ تا ۲ نیروی متمرکز وارد نشود: $\int_1^2 dV = \int_1^2 -(w(x))\,dx$

$\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_1^2 (w(x))\,dx$

تغییرات نیروی برشی در فاصله‌ی از تیر که شامل نیروی متمرکز نباشد برابر با منفی مساحت زیر منحنی بارگذاری در همان فاصله است.

$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow -M + w(x)\,dx \times \frac{dx}{2} - V\,dx + M + dM = 0$

$\Rightarrow V = \frac{dM}{dx}$

Subject: Date

شیب‌های برش برابر با مشتق گراف فشار است.

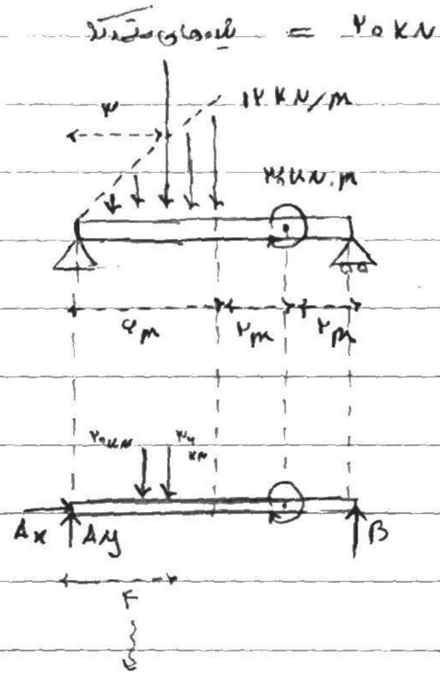
با فرض اینکه در فاصله‌ی ۱ تا ۲ کوپل متمرکز وجود ندارد:

$$\int_1^2 dM = \int_1^2 V\,dx$$

$$\Rightarrow \Delta M = M_2 - M_1 = \int_1^2 V\,dx$$

• اگر کوپل متمرکز داشتیم جهشی به اندازه آن در نمودار ظاهر می‌شود.

مثال:



$12\times 6 = 36\ kN$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow A_y = 32,6\ kN$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B = 23,4\ kN$

مرکز ثقل محل تلاقی میانه‌ها است

که در قاعده زاویه اضلاع را

به نسبت ۲ به ۳ قطع می‌کنند.

معادلات نیروی برشی و گشتاور خمشی: $0 < x < 3$

$$V = 32,6 - x \times 12 \times \frac{x}{6} \times \frac{1}{2} = -x^2 + 32,6$$

$$M = 32,6x - x^2 \times \frac{x}{3}$$

بدست آوردن معادله‌ها با انتگرال:

$$w(x) = 12 \times \frac{x}{6} = 2x$$

$$V = -\int w(x)\,dx + V_0 = -x^2 + 32,6$$

$$M = \int V(x)\,dx + M_0 = -\frac{x^3}{3} + 32,6x + \cancel{M_0}^{\,0}$$

چون در طول برش نیرویی نیست

Subject: Date:

معادلات نیروی های برشی . لنگر خمشی : $3 \le x \le 6$

$V = -x^2 + 32.6 - 20 = -x^2 + 12.6$

$M = -\frac{x^3}{3} + 32.6x - 20(x-3) = -\frac{x^3}{3} + 12.6x + 60$

معادلات نیروی های برشی . لنگر خمشی : $6 \le x < 8$

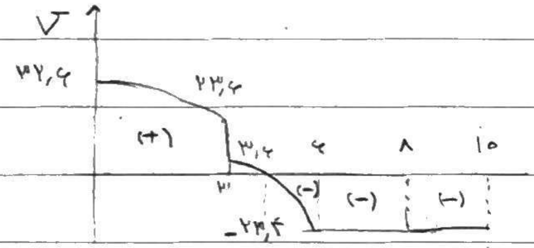
$V = +32.6 - 20 - 36 = -23.4 \ kN$

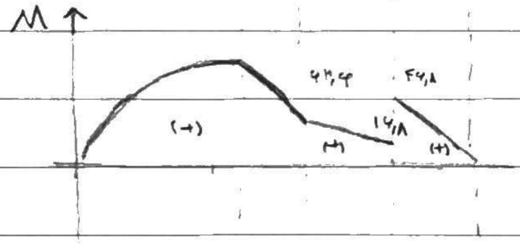
$M = 32.6x - 20(x-3) - 36(x-4) = -23.4x + 204 \ kN.m$

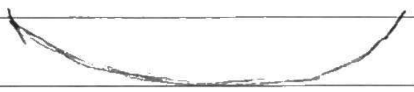
معادلات نیروی های برشی . لنگر خمشی : $8 < x < 10$

$V = -23.4 \ kN$

$M = -23.4x + 204 + 30 = -23.4x + 234 \ kN.m$



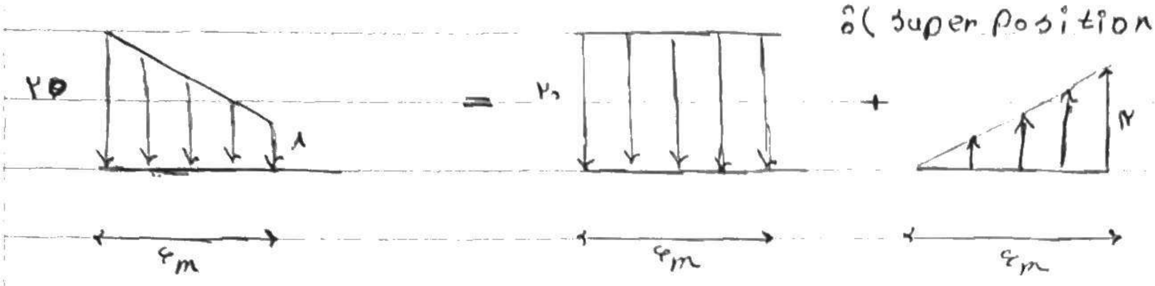




چون M همه جا مثبت است شکل تیر مانند بالا است.

Subject: Date:

اصل برهم نهش (super position) :



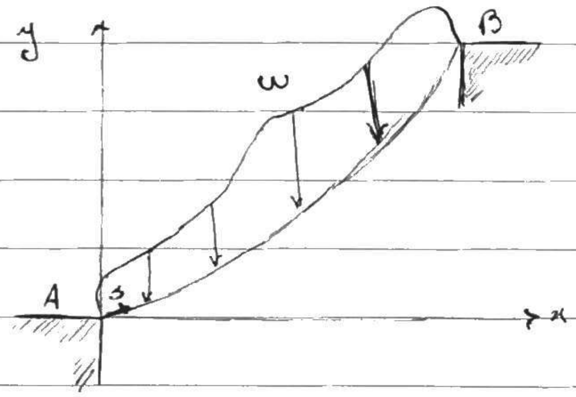
جمع آثار : می توان یک بارگذاری پیچیده را به دو یا چند بارگذاری ساده تقسیم کرد به طوری که جمع بارگذاری های ساده با بارگذاری پیچیده برابر باشد و سپس معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی را از جمع معادلاتی که برای تک تک بارگذاری های ساده می توان نوشت به دست آورد.

کابل ها : زنجیر، طناب، سیم و ... (اعضای انعطاف پذیر) :

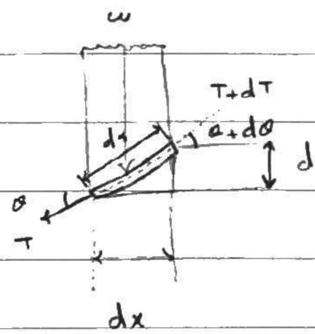
فقط تحت کشش قرار می گیرند و در مقطع آن ها لنگر خمشی به وجود نمی آید

۱) کابل تحت بارگذاری خارجی (از وزن خود کابل صرف نظر می شود)

۲) کابل تحت اثر وزن خود مانند کابل های برق



$\cos\theta \cos d\theta - \sin\theta \sin d\theta$



$\sum F_x = 0 \longrightarrow -T\cos\theta + (T+dT)\cos(\theta + d\theta) = 0$

$\longrightarrow -T\cos\theta + T\cos\theta - T\sin\theta\, d\theta + dT\cos\theta - dT\sin\theta\, d\theta = 0$

$\longrightarrow d(T\cos\theta) = 0 \longrightarrow T\cos\theta = T_0$

$T_{max} = \frac{T_0}{\cos\theta_{max}} \rightarrow$ یعنی بیشترین کشش کابل در بالاترین نقطه آن به وجود می‌آید.

$\sum F_y = 0$

فرض می‌شود که کابل تحت بارگذاری خارجی است یعنی $w = w(x)$

$$-T\sin\theta - w(x)\,dx + (T+dT)\sin(\theta+d\theta) = 0$$

$$-T\sin\theta - w(x)\,dx + T\cos\theta\,d\theta + T\sin\theta + dT\sin\theta + dT\cos\theta\,d\theta = 0$$

$$-w(x)\,dx + d(T\sin\theta) = 0$$

$$d\left(\frac{T_0}{\cos\theta}\sin\theta\right) = w(x)\,dx$$

$$d(T_0\tan\theta) = w(x)\,dx$$

$$d\left(T_0\frac{dy}{dx}\right) = w(x)\,dx$$

$$T_0\frac{d^2y}{dx^2} = w(x)\,dx \longrightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w(x)}{T_0}$$ معادله دیفرانسیل کابل تحت بار خارجی

مثال : $w(x) = w$ ، $\int \frac{d^2y}{dx^2}dx = \int \frac{w}{T_0}dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{w}{T_0}x + C_1$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \frac{dy}{dx} = 0 \end{cases} \Rightarrow C_1 = 0 \qquad \tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{wx}{T_0}$$ معادله‌ی شیب

$$\Rightarrow \int dy = \int \frac{wx}{T_0}dx \Rightarrow y = \frac{w}{2T_0}x^2 + C_2$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C_2 = 0 \rightsquigarrow y = \frac{w}{2T_0}x^2$$

چون این معادله‌ی سهمی است به نام کابل سهموی مشهور است.

Subject: Date:

۲) کابل تحت تاثیر وزن(خود) $w = w(s)$

$$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow T_0 = T\cos\theta$$

$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow d(T\sin\theta) = w(s)\,ds$$

$$\Rightarrow d(T_0\tan\theta) = w(s)\,ds$$

$$T_0 \frac{d^2y}{dx^2}\,dx = w(s)\,ds \Longrightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w(s)}{T_0}\,\frac{ds}{dx}$$

$$* \; ds^2 = dx^2 + dy^2 \longrightarrow \frac{ds}{dx} = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$\rightsquigarrow \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{w(s)}{T_0} \times \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \qquad p = \frac{dy}{dx} \longrightarrow dp = \frac{d^2y}{dx^2}\,dx$$

$$\Longrightarrow dp = \frac{w(s)}{T_0} \times \sqrt{1+p^2}\,dx \longrightarrow \int \frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = \int \frac{w(s)}{T_0}\,dx$$

$$\Longrightarrow \ln\left(p + \sqrt{1+p^2}\right) = \int \frac{w(s)}{T_0}\,dx$$

مثال: $w(s) = \mu$ (فرض: مبدا کابل روی مبدا مختصات منطبق و شیب صفر در مبدا باشد)

$$\ln\left(p + \sqrt{1+p^2}\right) = \frac{\mu x}{T_0} + C_3$$

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ \\ y = 0 \end{array}\right. \longrightarrow C_3 = 0 \Longrightarrow p + \sqrt{1+p^2} = e^{\frac{\mu x}{T_0}}$$

$$\Longrightarrow 1 + \cancel{p^2} = \cancel{p^2} + e^{\frac{2\mu}{T_0}x} - 2p\,e^{\frac{\mu}{T_0}x} \Longrightarrow p = \frac{e^{\frac{\mu}{T_0}x} - e^{-\frac{\mu}{T_0}x}}{2}$$

$$\boxed{p = \sinh\frac{\mu x}{T_0} = \frac{dy}{dx} = \frac{\mu}{T_0}x} \longrightarrow$$ شیب کابل تحت اثر وزن(خودش)
ثابت خودش

Subject: .... Date: ....

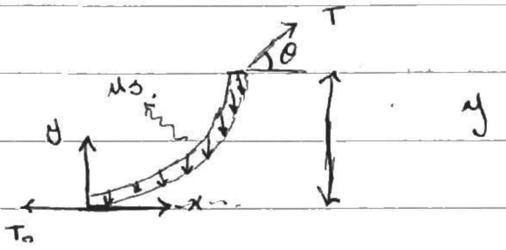
$$\therefore \int dy = \int \sinh \frac{\mu x}{T_0}\, dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{T_0}{\mu} \cosh \frac{\mu x}{T_0} + C_2$$

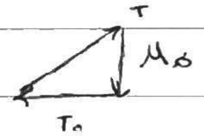
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \longrightarrow C_2 = -\frac{T_0}{\mu} \Longrightarrow y = \frac{T_0}{\mu}\left(\cosh \frac{\mu x}{T_0} - 1\right)$$

این نوع کابل به نام کابل زنجیری مشهور است.

یک رابطه مفید در کابل های زنجیری:



نتیجه: $T = T_0 + \mu y$



$$T^2 = T_0^2 + \mu s^2 \qquad \tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{\mu s}{T_0}$$

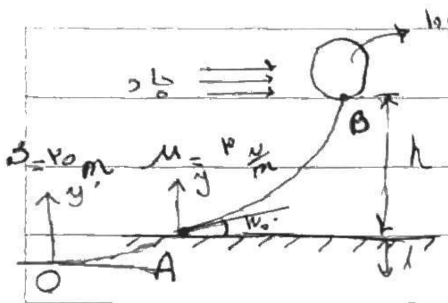
$$T^2 = T_0^2 + T_0^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \Rightarrow T = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = T_0 \sqrt{1 + \sinh^2 \frac{\mu x}{T_0}}$$

$$T = T_0 \cosh \frac{\mu x}{T_0} \Longrightarrow T = T_0 \left(\frac{\mu y}{T_0} + 1\right)$$

$$\Rightarrow T = T_0 + \mu y$$

Subject: Date:

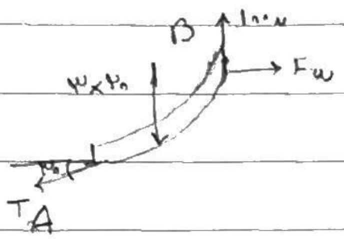
مثال ۵:



۱) حداکثر کشش کابل در کجا و چه قدر است؟

۲) ارتفاع کابل از زمین چقدر است؟

حداکثر کشش کابل در B است.



$\sum F_y = 0 \Rightarrow -T_A \sin 30 - 60 + 100 \Rightarrow T_A = 80\,N$

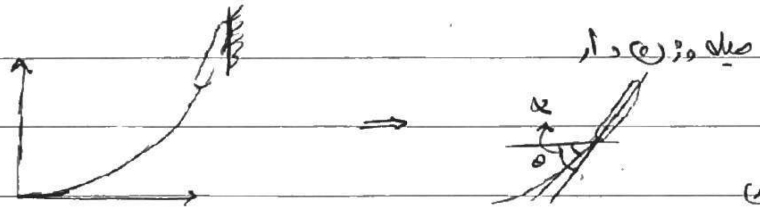
$\sum F_x = 0 \Rightarrow -80 \cos 30 + F_w = 0 \Rightarrow F_w \simeq 70\,(N)$

$T_{max} = \sqrt{100^2 + 70^2} = \ldots\, N$ حداکثر کشش کابل

$$T = T_0 + \mu y \Rightarrow \begin{cases} T_B = T_0 + \mu(l+h) \\ T_A = T_0 + \mu l \end{cases} \Rightarrow T_B - T_A = \mu h$$

$T_{max} - 80 = 3 \times h$ در نتیجه h بدست می‌آید

نکته:



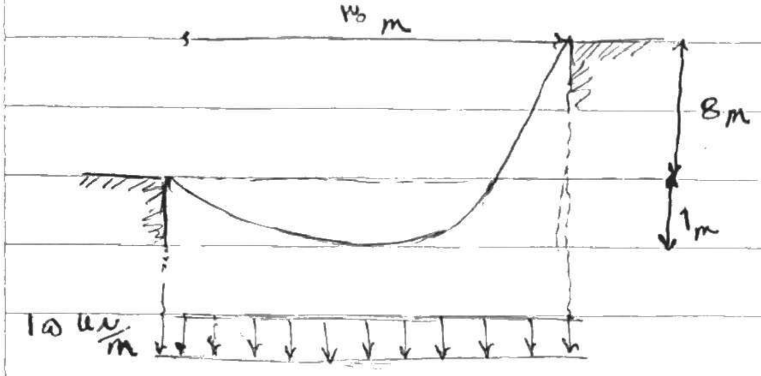
در نقطه‌ی اتصال کابل به یک میله وزن‌دار زاویه‌ی شیب کابل در نقطه‌ی اتصال با زاویه‌ی میله برابر نیست.

Subject: .... Date: ....

مثال:

۱) حداکثر کشش کابل در کجا و چقدر است؟

۲) طول کابل را محاسبه کنید؟



$$y = \frac{w x^2}{2 T_0}$$

Subject: Date:

اصطکاک و نیروهای استاتیکی:

۱) اصطکاک دو سطح ساده

۲) اصطکاک در ماشین‌ها ← کلاچ‌های دیسکی خشک یا یاتاقان‌های کف‌گرد لغزشی

← تسمه‌ها

← پیچ‌ها

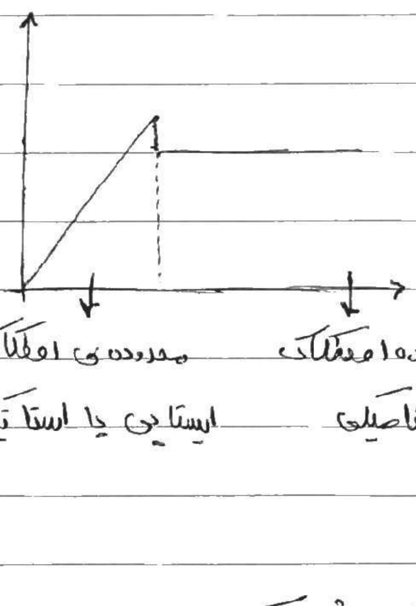
اصطکاک خشک یا کولمب:

۱- نیروی لازم برای شروع حرکت یا حفظ حرکت لغزشی به میزان سطح تماس دو سطح بستگی ندارد.

۲- نیروی لازم برای شروع حرکت یا حفظ حرکت لغزشی متناسب با نیروی عمودی بین دو سطح تماس می‌باشد و نیرو برای حفظ حرکت لغزشی کمتر از نیروی لازم برای شروع حرکت است.

۳- در محدوده‌ی سرعت‌های کم نیروی لازم جهت حرکت مستقل از میزان سرعت است.

* موارد فوق موسوم به قوانین اصطکاک خشک یا قوانین کولمب می‌باشد.



محدوده‌ی اصطکاک ایستایی یا استاتیکی

محدوده اصطکاک دینامیکی

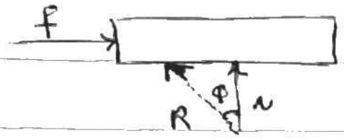
$F \propto N$

$$f = \mu N \rightarrow \begin{cases} f = \mu_s N & \text{آستانه لغزش} \\ f = \mu_d N & \text{در حال لغزش} \\ \mu_s > \mu_d \end{cases}$$

* ۲ آزمایش کولمب *

Subject: Date:

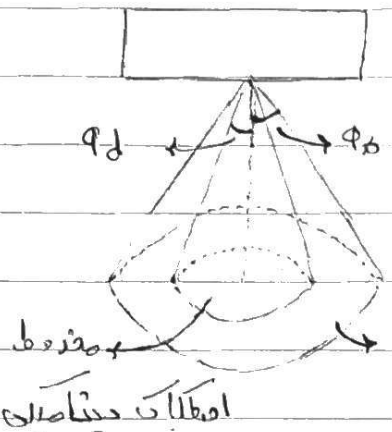
عکس العمل سطح اصطکاکی:



φ: زاویه‌ی اصطکاک

$$f = \mu N \qquad \tan\varphi = \frac{f}{N} \longrightarrow \mu = \tan\varphi$$

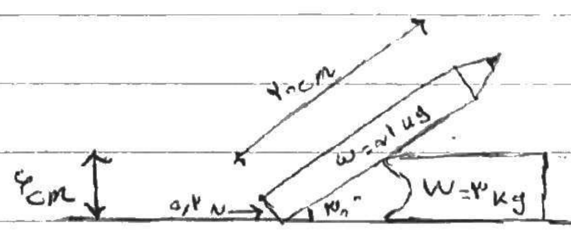
مخروط اصطکاک:



مخروط مخروطی است که یال آن معادل نیروی عکس العمل سطح است.

مسائل اصطکاک سطح:

۱) ضریب اصطکاک در کلیه سطوح تماس: $\mu = 0{,}3$

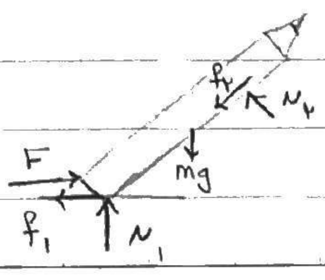


در شرایط روبرو آیا حرکتی صورت می‌گیرد و یا مجموعه ساکن می‌ماند؟

تعداد معادلات تعادل مستقل برای کتاب و مداد متفاوت است؟

فرض ①: کتاب ساکن می‌ماند و مداد به بالا حرکت می‌کند.

سه معادله‌ی تعادل و سه مجهول داریم:

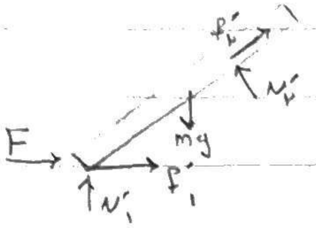


F:
- $F > 0{,}2$ ← مداد به بالا حرکت نمی‌کند
- $F < 0{,}2$ ← مداد به بالا حرکت می‌کند.
- $F = 0{,}2$ ← مداد در آستانه‌ی حرکت به بالا قرار دارد.

فرض ②: حرکت کتاب به طرف بالا هم.

پس) حداقل نیروی حرکت کتاب مقداری بیشتر از ۹N است پس این فرض رد می‌شود.

فرض ③: کتاب ثابت به طرف پایین حرکت می‌کند.

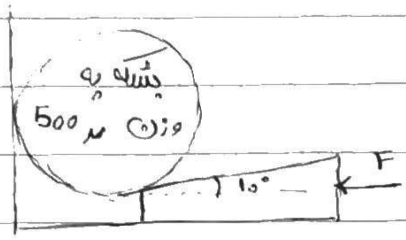


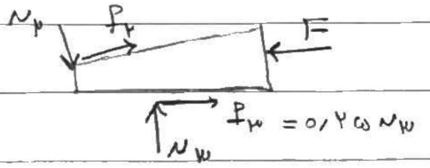
F { $F > 0.2$ → به طرف پایین حرکت می‌کند.
$F < 0.2$ → به طرف پایین حرکت نمی‌کند.
$F = 0.2$ → با توجه به حالت قبل ساکن می‌ماند. }

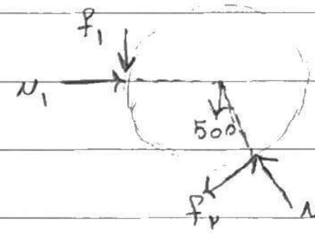
۲) ضریب اصطکاک در کلیه سطوح تماس: $\mu = 0.25$

نیروی F لازم برای بالا بردن بشکه چقدر است؟

با حذف نیروی F چه اتفاقی می‌افتد؟

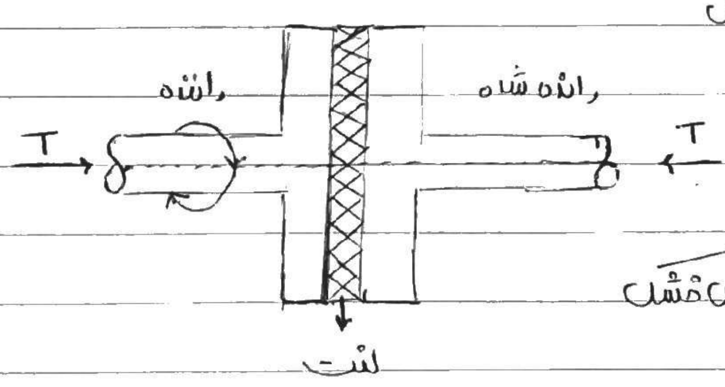






اصطکاک در ماشین‌ها:

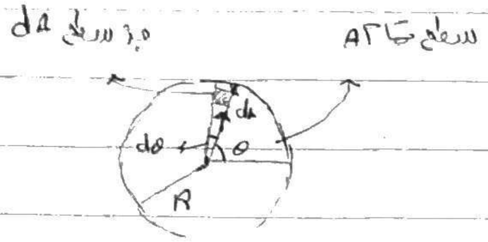
کلاچ و ترمز دیسکی اصطکاک خشک



انتقال گشتاور توسط کلاچ

یا انجام ترمز توسط ترمز دیسکی

یا اصطکاک در یاتاقان [illegible] لغزش خشک



جزء سطح : $r\,dr\,d\theta$

فشار بر روی جزء سطح : P

نیروی وارد بر جزء سطح : $dN = P\,dA$

نیروی اصطکاک " " : $df = \mu\,dN$

گشتاور جزئی سطح حول مرکز دایره : $dM = r\,df$

$$M = \int dM \qquad\qquad T = \int dN$$

انتگرال های بالا وقتی قابل محاسبه خواهند بود که نحوه ی توزیع فشار روی سطح را بدانیم

دو نوع توزیع فشار وجود دارد:

۱) فشار یکنواخت

۲) سایش یکنواخت

فشار یکنواخت:

فشار یکنواخت یا ثابت $P = Cte$

که وقتی کلاچ نو هست به این صورت فرض می شود

$$T = \int dN = \int P\,dA = \int_0^{2\pi}\int_0^{R} P \times r\,dr\,d\theta = P \times \frac{R^2}{2} \times 2\pi \Rightarrow P = \frac{T}{\pi R^2}$$

$$M = \int dM = \int_0^{2\pi}\int_0^{R} r \times \mu \times P \times r \times dr\,d\theta = \mu P \frac{R^3}{3} \times 2\pi$$

$$= \mu \frac{T}{\pi R^2} \times \frac{R^3}{3} \times 2\pi = \frac{2}{3}\mu R T$$

سایش یکنواخت:

سایش یکنواخت $\quad Pr = cte$

(سایش با سرعت خطی لغزش سطوح تماس نسبت به هم متناسب است)

ایده‌آل شدن در کلاچ های سائیده شده یا کهنه ایجاد می شود.

$$T = \int_0^{2\pi}\int_0^R P r\, dr\, d\theta = (Pr) \times R \times 2\pi \Rightarrow Pr = \frac{T}{2\pi R}$$

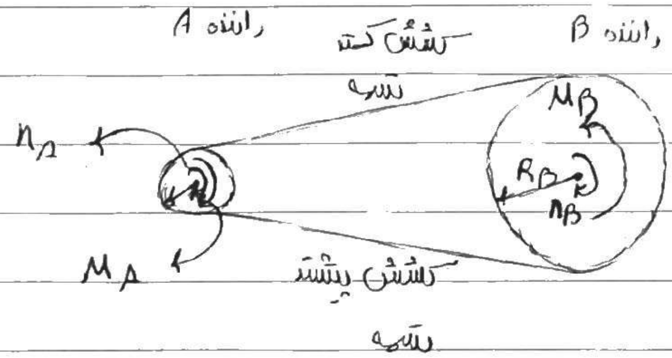
$$M = \int_0^{2\pi}\int_0^R r \times \mu \times (Pr)\, dr\, d\theta = \mu \times (Pr) \times \frac{R^2}{2} \times 2\pi \Rightarrow M = \frac{1}{2}\mu R T$$

نکته:

$\mu_s = \mu$ در کلاچ ها و $\mu_d = \mu$ در ترمزها

اصطکاک در تسمه ها:

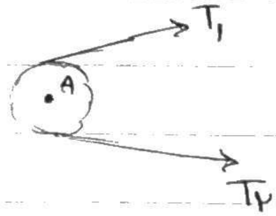
انتقال حرکت و قدرت توسط تسمه



اگر تماس تسمه روی قرقره (چرخ) ها (Pully) بدون لغزش باشد سرعت خطی تسمه ثابت است.

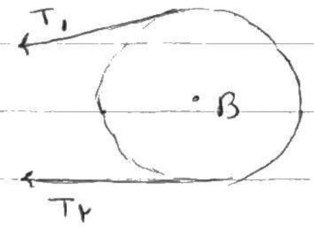
$$V_{\text{تسمه}} = r_A \omega_A = r_B \omega_B \rightarrow \frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{n_B}{n_A} = \frac{r_A}{r_B}$$

نسبت دورها یا چرخش زاویه‌ای قرقره‌ها به نسبت عکس شعاع‌هاست.



$$\sum M_A = 0 \rightarrow -r_A T_1 + r_A T_2 - M_A = 0$$

$$\Rightarrow M_A = r_A (T_2 - T_1) \quad *$$

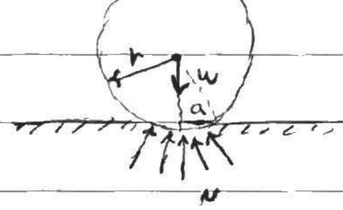


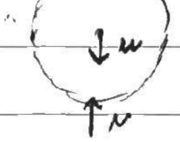
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_B + r_B T_1 - r_B T_2 = 0$$

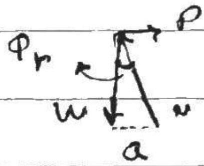
$$\Rightarrow M_B = r_B (T_2 - T_1) \quad **$$

$*, ** \Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = \frac{r_B}{r_A}$ نسبت گشتاورها برابر با نسبت شعاع‌ها است. (در شرایط بدون لغزش)

اصطکاک غلتشی:







$$\sum F_x = 0 \rightarrow P - N \sin\varphi_r = 0$$

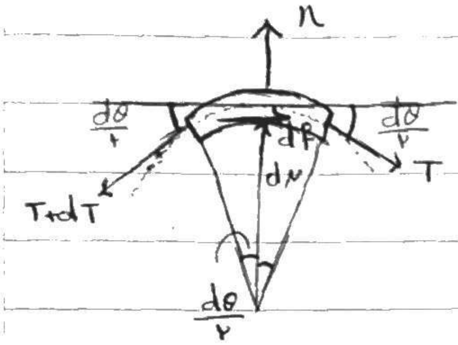
زاویه کوچک

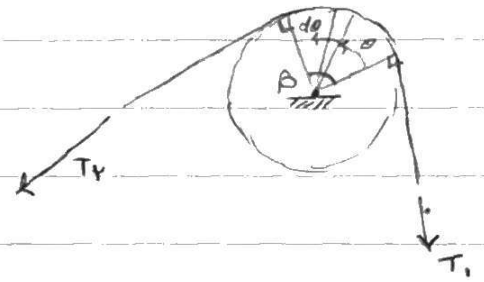
$$\rightarrow \frac{P}{w} = \tan\varphi_r \simeq \sin\varphi = \frac{a}{r}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -w + N\cos\varphi_r = 0$$

ضریب اصطکاک غلتشی (μ_r)

$$\Longrightarrow P = \mu_r w$$





$$\sum F_t = 0 \longrightarrow -(T+dT)\cos\frac{d\theta}{2} + df + T\cos\frac{d\theta}{2} \Longrightarrow df = dT\cos\frac{d\theta}{2}$$

$$\sum F_n = 0 \longrightarrow dN - (T+\cancel{dT})\sin\frac{d\theta}{2} - T\sin\frac{d\theta}{2} = 0 \Longrightarrow dN = 2T\frac{d\theta}{2} = T d\theta \quad (1)$$

در شرایط آستانه لغزش (انتقال قدرت توسط تسمه μ_s) و در شرایط آستانه لغزش (تماس تسمه ای μ_d) پس:

$$df = \mu\, dN \longrightarrow \mu\, dN = dT \quad (2)$$

با حذف dN بین روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\mu \times T d\theta = dT \longrightarrow \int_1^2 \frac{dT}{T} = \int_1^2 \mu\, d\theta \Longrightarrow \ln\frac{T_2}{T_1} = \mu\beta \longrightarrow \frac{T_2}{T_1} = e^{\mu\beta}$$

* زاویه β برحسب رادیان (rad) *

$$\frac{T_2 - T_c}{T_1 - T_c} = e^{\mu\beta}$$

سرعت زاویه ای

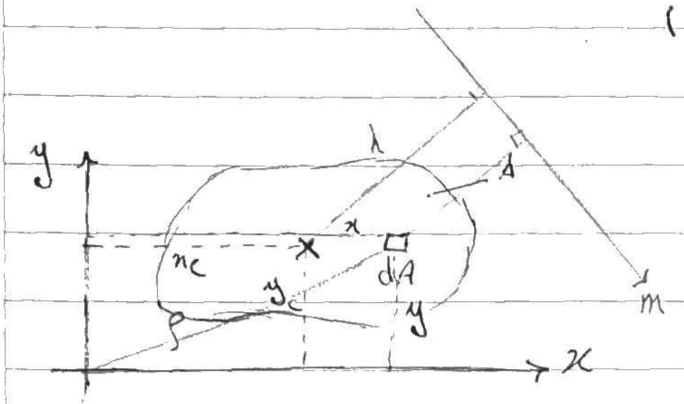
گشتاور

$$\underbrace{P}_{\text{قدرت}} = \underbrace{T}_{(T_2 - T_1)\times R} \times \omega, \qquad \omega \rightarrow \frac{2\pi n}{60}, \quad n \rightarrow rpm$$

R → شعاع پولی

Subject: Date:

گشتاور های اول سطح (ممان های اینرسی)
در مورد سطوح دو بعدی (مسطح یا مستوی)



$A = \int dA$

مختصات مرکز سطح
$$\begin{cases} x_c = \dfrac{\int x\, dA}{A} \\ y_c = \dfrac{\int y\, dA}{A} \end{cases}$$

گشتاور اول سطح A نسبت به محور y : $A x_c = \int x\, dA$

〃 〃 〃 〃 x : $A y_c = \int y\, dA$

〃 〃 〃 〃 m : $A h = \int l\, dA$

* می توان اگر محل مرکز سطح مشخص باشد گشتاور اول سطح نسبت به هر محور را از ضرب مساحت سطح در فاصله مرکز سطح از محور مورد نظر بدست آورد.

گشتاور دوم یا ممان اینرسی سطح A نسبت به محور x : $I_x = \int y^2 dA$

〃 〃 〃 〃 y : $I_y = \int x^2 dA$

همواره مثبت

حاصل ضرب اینرسی سطح A نسبت به دستگاه x-y : $I_{xy} = \int xy\, dA$ ← می تواند +، -، 0 باشد. نسبت به ۲ محور عمود بر هم

ممان اینرسی قطبی سطح A نسبت به مرکز O : $I_P = J = \int \rho^2 dA$ ← نسبت به یک نقطه یا قطب تعریف می شود.

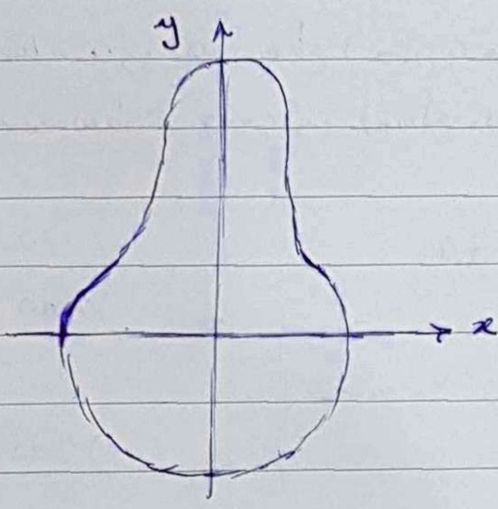
* ممان های اینرسی بر حسب طول به توان ۴ هستند.

رابطه ممان اینرسی قطبی با ممان های اینرسی:

$$I_P = \int \rho^2 dA = \int (y^2 + x^2) dA = \int y^2 dA + \int x^2 dA = I_x + I_y$$

$$\Rightarrow I_P = J = I_x + I_y$$

Subject: .... Date: ....



$$I_x = \int y^2 \, dA$$

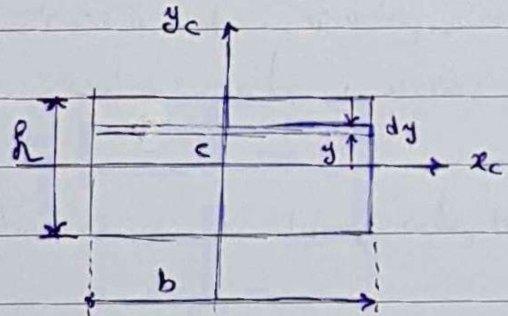
$$I_y = \int x^2 \, dA$$

$$I_{xy} = \int xy \, dA$$

$$I_\rho = J = \int \rho^2 \, dA$$

برای سطوحی که محور تقارن دارند حاصلضرب اینرسی (I_{xy}) نسبت به محور تقارن و هر محور عمود بر آن برابر صفر است. (چرا؟) (این شرط کافی است ولازم نیست)

* برای مستطیل:



$$I_{x_c} = \int y^2 \, dA = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b \, dy$$

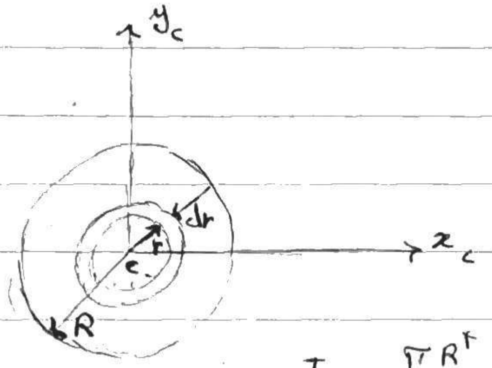
$$= b \left. \frac{y^3}{3} \right|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{b}{3} \frac{h^3}{4}$$

$$\longrightarrow I_{x_c} = \frac{bh^3}{12}$$

به همین ترتیب $\longrightarrow I_{y_c} = \frac{hb^3}{12}$

$I_{x_c y_c} = 0$, $I_\rho = \frac{bh}{12} (b^2 + h^2)$

* برای دایره :



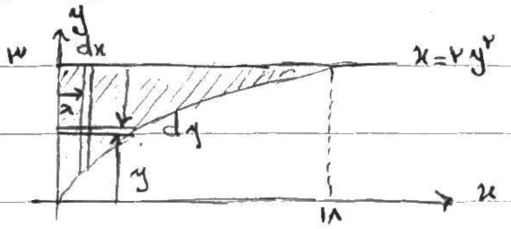
$$I_\rho = \int \rho^2\, dA = \int_0^R r^2 \times 2\pi r\, dr$$

$$= 2\pi \left(\frac{r^4}{4}\right)\Big|_0^R = \frac{\pi R^4}{2}$$

$$I_\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} \qquad I_{x_c y_c} = 0$$

مثال :



برای سطح هاشورخورده بالا مقادیر I_x ، I_y و I_{xy} را محاسبه کنید.

$$I_x = \int y^2 dA = \int y^2 (x_{\text{منحنی}})\, dy = \int_0^3 y^2 (2y^2)\, dy = 2\times \frac{y^5}{5}\Big|_0^3 = \frac{2\times 3^5}{5}$$

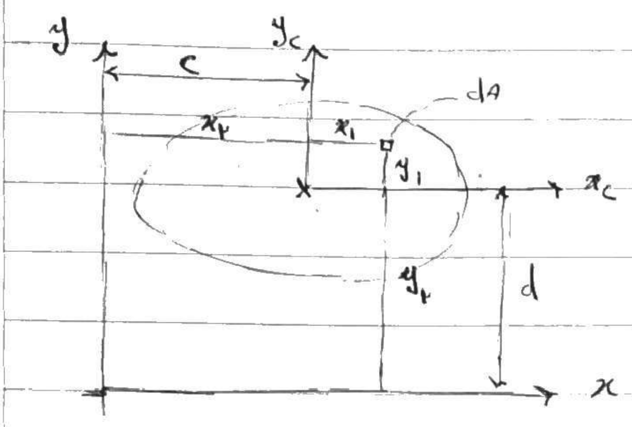
$$I_y = \int x^2 dA = \int_0^{18} x^2 (3 - y_{\text{منحنی}})\, dx = \int_0^{18} \left(3x^2 - x^2\sqrt{\frac{x}{2}}\right) dx = 18^3 - \frac{1}{\sqrt{2}\times 3.5}\times 18^{3.5} = \dots$$

$$I_{xy} = \int xy\, dA = \iint xy\, dx\, dy = \int_0^{18} x \left(\int_{\sqrt{\frac{x}{2}}}^{3} y\, dy\right) dx = \int_0^{18} x \times \frac{1}{2}\left(-\frac{x}{2} + 9\right) dx$$

$$= \frac{-1}{4\times 3}\, 18^3 + \frac{9}{2\times 2}\times 18^2 = \dots$$

Subject: Date:

انتقال محورها:



داریم: $I_{x_c}=\int y_1^2\,dA$

$$I_{y_c}=\int x_1^2\,dA$$

$$I_{x_c y_c}=\int x_1 y_1\,dA$$

می‌خواهیم بدست آوریم: $I_x=\int y_2^2\,dA$

$$I_y=\int x_2^2\,dA$$

$$I_{xy}=\int x_2 y_2\,dA$$

چرا؟

$$I_x=\int y_2^2\,dA=\int (y_1+d)^2\,dA=\int y_1^2\,dA+\overset{0}{\cancel{2d\int y_1\,dA}}+Ad^2$$

$$\rightarrow I_x=I_{x_c}+Ad^2$$

به همین ترتیب: $I_y=I_{y_c}+Ac^2$

$$I_{xy}=\int x_2 y_2\,dA=\int (x_1+c)(y_1+d)\,dA=\int x_1 y_1\,dA+\overset{0}{\cancel{d\int x_1\,dA}}+\overset{0}{\cancel{c\int y_1\,dA}}+cd\,A$$

$$\rightarrow I_{xy}=I_{x_c y_c}+Acd$$

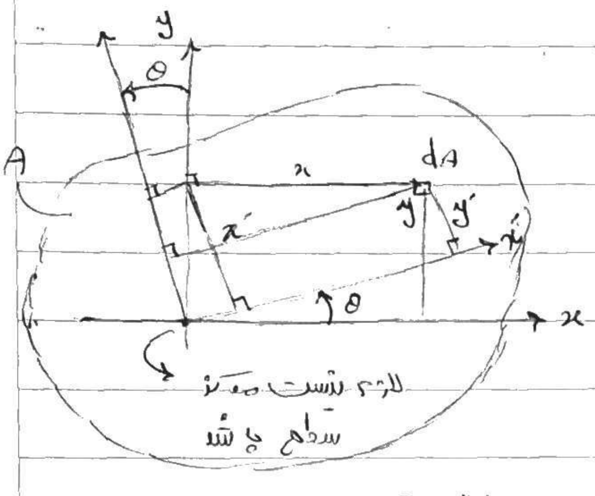
c و d مختصات مرکز سطح در دستگاه x-y هستند و علامت آن‌ها باید دقیقا رعایت شود.

(سوال: اگر محورهای اولیه مرکز سطحی نباشند چگونه محاسبه کنیم؟)

← ۲ بار از انتقال استفاده کنیم.

Subject: .... Date: ....

دوران محورها:



θ را در جهت خلاف ساعت مثبت فرض می کنیم.

داریم:

$$\begin{cases} I_x = \int y^2 \, dA \\ I_y = \int x^2 \, dA \\ I_{xy} = \int xy \, dA \end{cases}$$

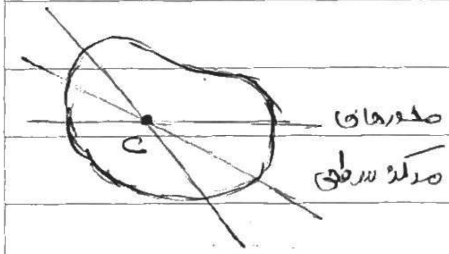
محورهای جدید را بدست آوردیم:

$$\begin{cases} I_{x'} = \int y'^2 \, dA \\ I_{y'} = \int x'^2 \, dA \\ I_{x'y'} = \int x'y' \, dA \end{cases}$$

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$$

$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta$$

نکته:



محور مرکز سطحی محوری است که از مرکز سطح عبور می کند. گشتاور اول سطح نسبت به هر محور مرکز سطحی صفر است.

$$x_c = \frac{\int x \, dA}{A} \rightarrow \int x \, dA = A \underbrace{x_c}_{\text{فاصله مرکز سطح تا محور } y}$$

ادامه ی دوران محورها:

با جایگذاری فرمول ها

$$I_{x'} = \int (y\cos\theta - x\sin\theta)^2 \, dA$$

$$= \cos^2\theta \int y^2 \, dA - 2\sin\theta\cos\theta \int xy \, dA + \sin^2\theta \int x^2 \, dA$$

Subject: Date:

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) I_x - \sin 2\theta \, I_{xy} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) I_y$$

$$\rightarrow I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}\cos 2\theta - I_{xy}\sin 2\theta$$

$$\rightarrow I_{y'} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2}\cos 2\theta + I_{xy}\sin 2\theta$$

$$I_{x'y'} = \int (x\cos\theta + y\sin\theta)(y\cos\theta - x\sin\theta)\, dA$$

$$= \cos^2\theta \, I_{xy} - \sin\theta\cos\theta \, I_y + \sin\theta\cos\theta \, I_x - \sin^2\theta \, I_{xy}$$

$$= \frac{I_x - I_y}{2}\sin 2\theta + I_{xy}\cos 2\theta$$

محورهای اصلی:

محورهایی هستند که در مقایسه با تمام محورهای هم مبدا با خودشان ممان اینرسی نسبت به آنها حداقل و حداکثر است.

$$\frac{dI_{x'}}{d\theta} = -2 \times \frac{I_x - I_y}{2}\sin 2\bar{\theta} - 2 I_{xy}\cos 2\bar{\theta} = 0$$

$$\rightarrow \tan 2\bar{\theta} = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}$$

$$\tan 2\bar{\theta} = \tan\beta \longrightarrow \begin{cases} 2\tilde{\theta}_1 = \beta \Rightarrow \tilde{\theta}_1 = \frac{\beta}{2} \\ 2\tilde{\theta}_2 = \beta + \pi \Rightarrow \tilde{\theta}_2 = \frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$\tilde{\theta}_1$ ، $\tilde{\theta}_2$ زاویه محورهای اصلی هستند و به طوری که ملاحظه می‌شود محورهای اصلی بر هم عمود می‌باشند. مقدار حاصلضرب اینرسی ($I_{x'y'}$) به ازای محورهای اصلی صفر است. چرا؟

Subject: Date:

روش ترسیمی برای بررسی تغییرات ممان های اینرسی و حاصل ضرب اینرسی در اثر چرخش محورها که مشهور به دایره مور (Mohr's circle) می‌باشد.

$$\begin{cases} I_{x'} - \dfrac{I_x + I_y}{2} = \dfrac{I_x - I_y}{2}\cos 2\theta - I_{xy}\sin 2\theta \\ I_{x'y'} = \dfrac{I_x - I_y}{2}\sin 2\theta + I_{xy}\cos 2\theta \end{cases}$$

هر دو طرف دو معادله‌ی بالا را به توان ۲ رسانده باهم جمع می کنیم.

$$\left(I_{x'} - \frac{I_x + I_y}{2}\right)^2 + I_{x'y'}^2 = \left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2$$

اگر مقادیر ممان اینرسی را روی محور x ها و حاصل ضرب اینرسی را روی محور y ها وارد کنیم معادله‌ی یک دایره بدست می آید:

$$(x - a)^2 + y^2 = R^2$$

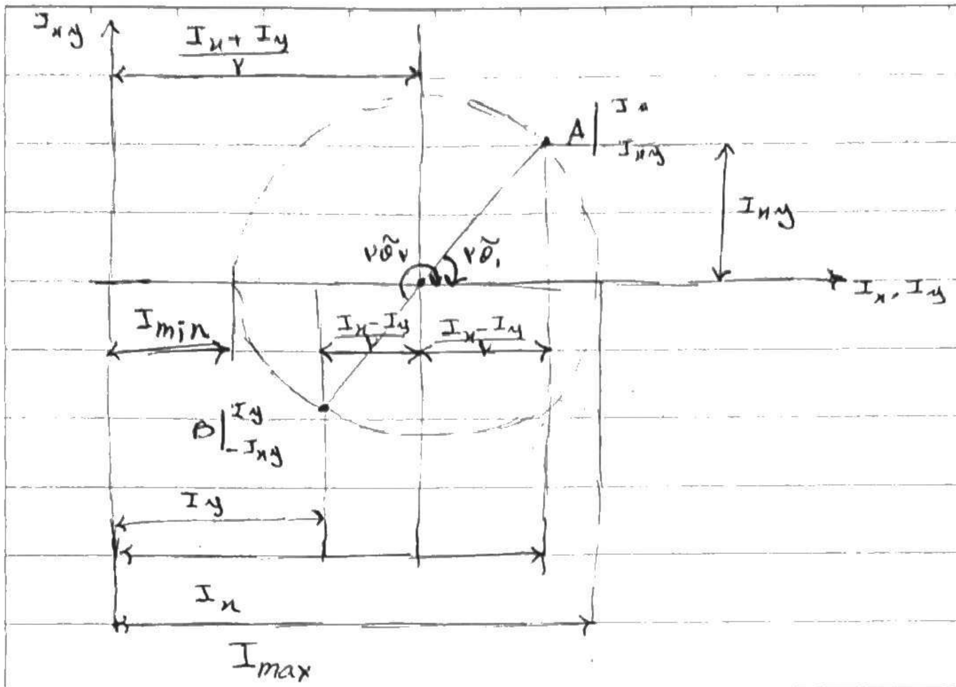
که مرکز آن روی محور x ها به فاصله‌ی ممان اینرسی متوسط $\left(\frac{I_x + I_y}{2}\right)$ و شعاع آن $\left(\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2\right)^{\frac{1}{2}}$ می باشد برای رسم دایره مور کافی است مختصات دو نقطه را در دستگاه محورها بدست آورده و به قطر خط واصل بین آن ها دایره مور را رسم کنیم.

داریم I_x ، I_y ، I_{xy} فرض می کنیم $I_x > I_y$ ، I_{xy} مثبت باشند.

نقطه‌ی A به مختصات (I_x, I_{xy}) و نقطه‌ی B $(I_y, -I_{xy})$ را مشخص کرده دایره‌ای به قطر آن رسم می کنیم و ثابت می کنیم دایره مور است.

$$R = \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \qquad a = I_y + \frac{I_x - I_y}{2} = \frac{I_x + I_y}{2}$$

Subject: Date:



ملاحظه می‌شود که مشخصات این دایره منطبق بر مشخصات دایره مور است.

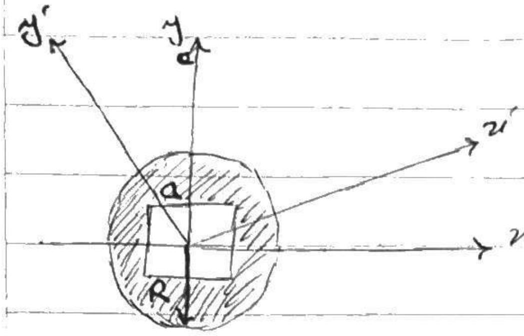
موقعیت محورهای اصلی:

$$\tan(-2\hat{\theta}_1) = \frac{I_{xy}}{\frac{I_x - I_y}{2}} = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} = -\tan 2\hat{\theta}_1$$

اگر از A یک خط افقی رسم کنیم که دایره را در نقطه‌ای مثل P به نام قطب قطع کند از آن نقطه که به هر نقطه از پیرامون دایره رسم کنیم طول و عرض آن نقطه مقادیر ممان اینرسی و حاصل ضرب اینرسی و زاویه آن با خط افقی رسم شده موقعیت زاویه‌ای محور مربوط را مشخص می‌کند.

Subject: Date:

مثال:



$$I_{x_c} = \frac{\pi R^4}{4} - \frac{a^4}{12}$$

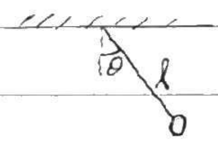
$$I_{y_c} = \frac{\pi R^4}{4} - \frac{a^4}{12}$$

$$I_{x_c y_c} = 0$$

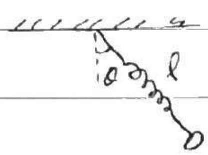
روش کار مجازی و انرژی پتانسیل

درجات آزادی:

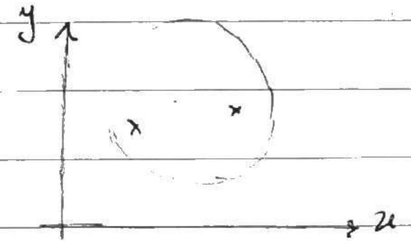
تعداد متغیر های مستقلی که برای تعیین موقعیت جسم و کلیه اعضای آن با توجه به محدودیت های حرکتی جسم لازم است تعیین شود، تعداد درجات آزادی آن جسم گفته می شود.



پاندول ساده در صفحه یک درجه آزادی



پاندول با ریسمان قابل ارتجاع با دو درجه آزادی

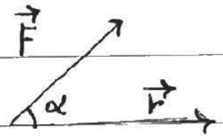


جسم صلب در صفحه سه درجه آزادی

ماشین ها درجات آزادی یک و به بالا دارند.

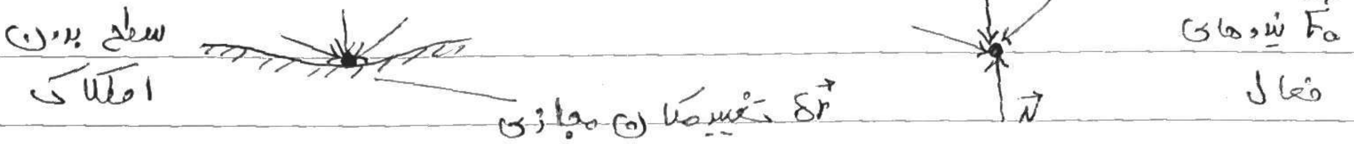
سازه ها درجه آزادی صفر و منفی دارند که معمولا به صورت نامعین خوانده می شود

کار:



$$W = |\vec{F}||\vec{r}|\cos\alpha = \vec{r}\cdot\vec{F}$$

ذره در حال تعادل :

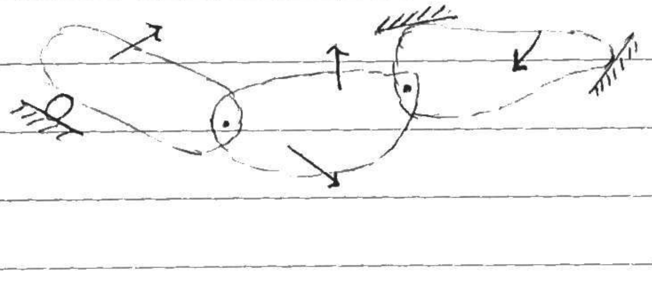


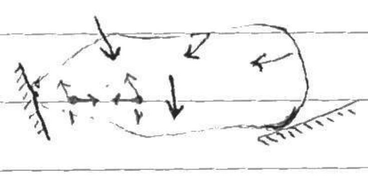
$$\vec{N} + \vec{F}_a = 0$$

$$\delta\vec{r}\cdot\vec{N} + \delta\vec{r}\cdot\vec{F}_a = 0 \longrightarrow \delta\vec{r}\cdot\vec{F}_a = 0$$

شرط لازم و کافی برای تعادل یک ذره یا جسم صلب یا مجموعه‌ای از اجسام صلب متصل به هم با اتصالات بدون اصطکاک ، در تکیه گاه بدون اصطکاک این است که کار مجازی نیروهای فعال موثر بر آن به ازای تغییر مکان مجازی که با تکیه گاه سازگار باشد برابر صفر شده.

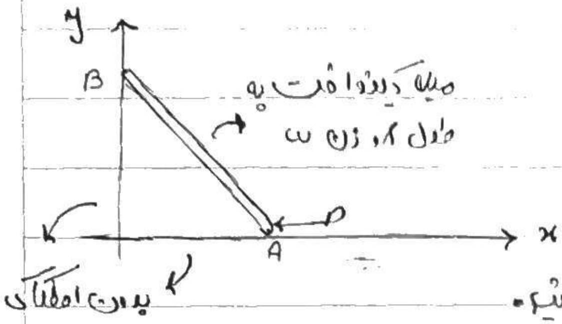
جسم صلب -   - مجموعه‌ای از اجسام صلب متصل به هم با اتصالات بدون اصطکاک -





Subject: Date:

مثال ۵:



به روش کار مجازی نیروی P لازم برای تعادل را بر حسب پارامترهای داده شده بدست آورید.

سیستم یک درجه آزادی θ را به عنوان متغیر انتخاب می‌کنیم.

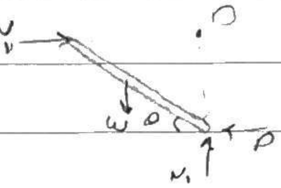
$x_A = l\cos\theta \longrightarrow \delta x_A = -l\sin\theta\, d\theta$

$y_c = \frac{l}{2}\sin\theta \longrightarrow \delta y_c = \frac{l}{2}\cos\theta\, d\theta$

فرض نیروی P میله را (نقطه A) که به سمت چپ حرکت می‌دهد در این حالت P کار مثبت و W کار منفی انجام می‌دهد.

$\underbrace{\delta W}_{\text{کار}} = 0 \longrightarrow +Pl\sin\theta\, d\theta - w\frac{l}{2}\cos\theta\, d\theta = 0 \Rightarrow P = \frac{1}{2} w \cot\theta$

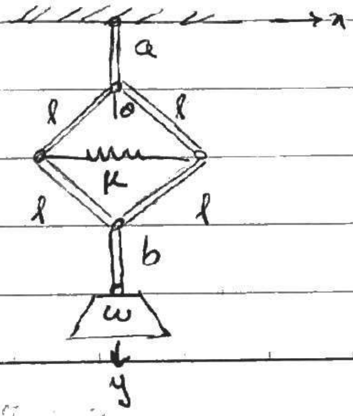
حل با روش عادی:



$\Sigma M_o = 0 \longrightarrow -Pl\sin\theta + w\frac{l}{2}\cos\theta = 0$

$\Rightarrow P = \frac{1}{2} w \cot\theta.$

مثال ۵:



زاویه θ تعادل را بر حسب پارامترهای داده شده بدست آورید. در $\theta = \theta_0$ فنر بدون نیرو است.

$\theta_0 > \theta$

Subject: Date:

سیستم یک درجه آزاد است. زاویه θ را به عنوان متغیر تعیین می کنیم.

* اگر در مجموعه مورد نظر فنر وجود داشته باشد می توان کار مجازی نیروی فنر را جدا کار مجازی سایر نیروهای مثال جمع کرد و برابر با صفر قرار داد.

$$y_A = a + 2l\cos\theta + b \longrightarrow \delta y_A = -2l\sin\theta\,\delta\theta$$

$$F_s = kx = k(2l\sin\theta_0 - 2l\sin\theta)$$

$$\delta x = -2l\cos\theta\,\delta\theta$$

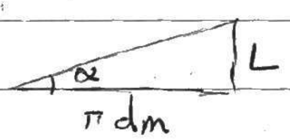
$\delta W = 0$ فرض می کنیم w کمی به پایین می آید.

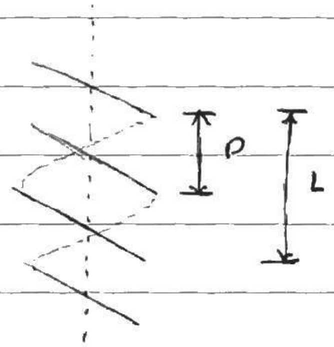
$$\Rightarrow +w\,2l\sin\theta\,\delta\theta - k(2l\sin\theta_0 - 2l\sin\theta)\times 2l\cos\theta\,\delta\theta = 0$$

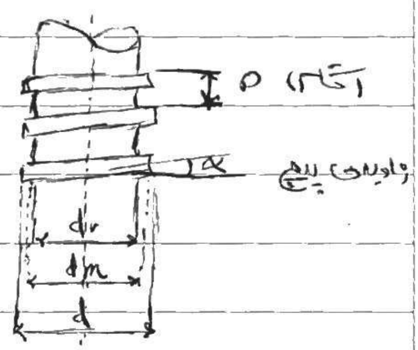
$\Rightarrow \dots$

پیچ ها:

پیچ دنده مربعی استاندارد — پیچ چپ گرد دو راهه







$$\tan\alpha = \frac{L}{\pi d_m}$$

$L = 2P$

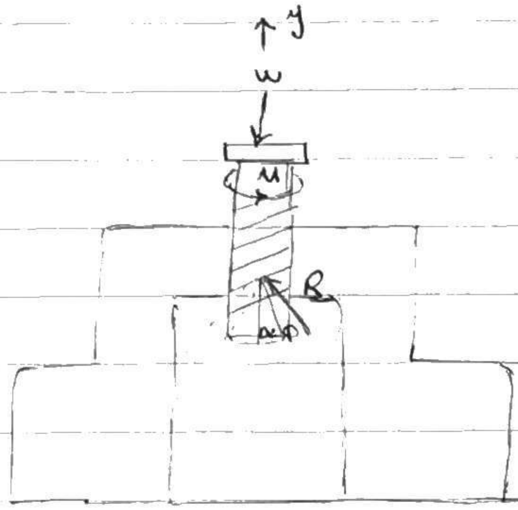
قطر خارجی یا قطر خالص : d

قطر متوسط : d_m

قطر داخلی یا قطر ریشه : d_r

$L = Lead$ جلو پیچ : فاصله‌ی محوری که در اثر یک دور گردش توسط پیچ یا مهره در مسیری که دیگری ثابت باشد طی می‌شود.

جک پیچی :



α : زاویه‌ی شیب پیچ

β : زاویه‌ی اصطکاک $(\tan\beta = \mu)$

* بالا بردن بار *

معادلات تعادل :

تعادل در جهت x برقرار است.

$$\begin{cases} \Sigma F_y = 0 \rightarrow R\cos(\alpha+\phi) - w = 0 \\ \Sigma M_y = 0 \rightarrow +M + R\sin(\alpha+\phi) \times \frac{d_m}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow R\cos(\alpha+\phi) = w \quad , \quad R\sin(\alpha+\phi)\frac{d_m}{2} = M$$

$$\Rightarrow \frac{M}{w} = \frac{d_m}{2}\tan(\alpha+\phi)$$

$$\rightarrow M = w\,\frac{d_m}{2}\tan(\alpha+\phi)$$

نشان دهید رابطه بالا را می‌توان برحسب μ و L نوشت.

Subject: .... Date: ....

* پایین آوردن بار *

در پایین آوردن بار فقط جهت نیروی اصطکاک عوض می شود که می توان با تبدیل ϕ به $-\phi$ در فرمول بالا بدون بار آن را بدست آورد.

$$M' = W \frac{d_m}{2} \tan(\alpha - \phi)$$

حالت خود قفل کنی (self locking):

به حالتی گفته می شود که با حذف عامل حرکت دهنده مجموعه سیستم ساکن باقی بماند و هیچ حرکتی نکند. این خاصیت را در گوه ها، پیچ ها، جعبه چرخ دنده ها و ... لازم داریم.

بررسی حالت خود قفل کنی در پیچ مورد بحث:

1) اگر $\alpha > \phi$ باشد $M' > 0$ و پیچ خود قفل نیست.

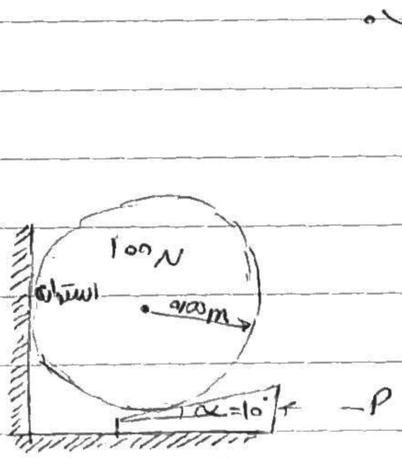
2) اگر $\alpha = \phi$ باشد ($M' = 0$) با حذف M' پیچ در آستانه پایین آمدن قرار می گیرد.

3) اگر $\alpha < \phi$ باشد $M' < 0$ و پیچ خود قفل است.

بررسی حالت خود قفل کنی در گوه مثال زده شده:

1) نیروی P لازم برای بالا بردن استوانه را بدست آورید؟

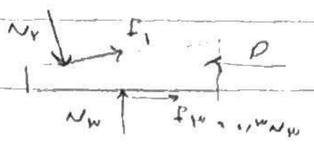
2) آیا گوه در این حالت و با حذف P خود قفل است؟

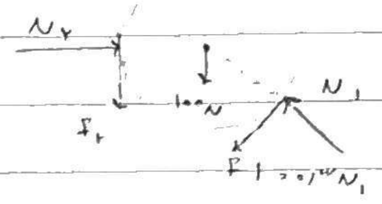


ضریب اصطکاک در تمامی سطوح

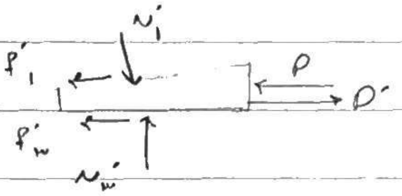
$\mu = 0.3$

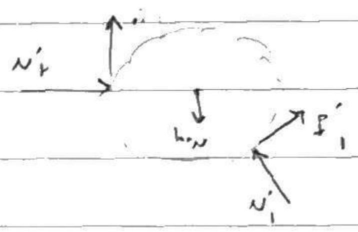
الف)





ب)





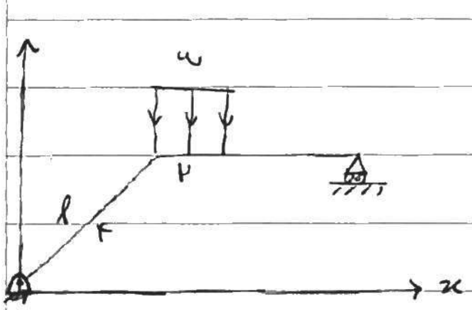
$P'=0$: در آستانه پایین آمدن

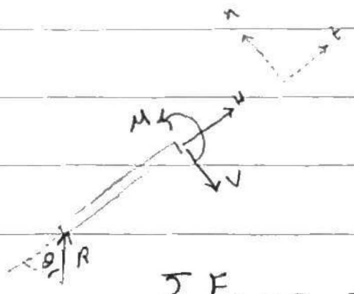
$P'>0$: خود قفل کن است

$P'<0$: خود قفل نیست.

مثال ۵:

1)





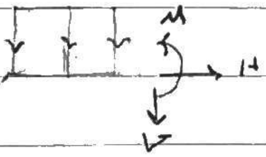
$0 < l < 4$

$$\Sigma F_t = 0 \Rightarrow H = -R\sin\theta$$

$$\Sigma F_n = 0 \Rightarrow V = R\cos\theta$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M = lR\cos\theta$$

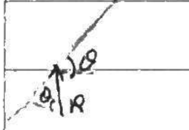
$4 < l < 6$



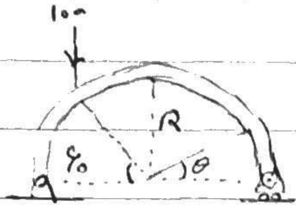
$$H = 0$$

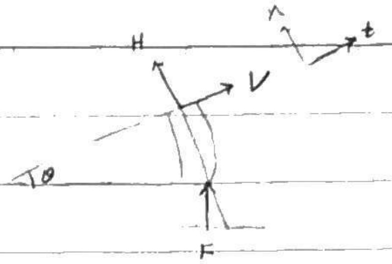
$$V = R - w(l-4)$$

$$M = R(4\cos\theta + l - 4) - w(l-4)(l-4)\frac{1}{2}$$



Subject: Date:





(۲ $0 < \theta < 120$ ô

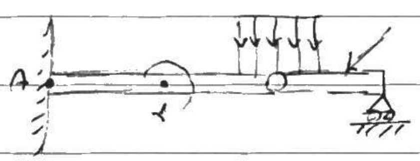
$$\Sigma F_n = 0 \Rightarrow H = -F\cos\theta$$

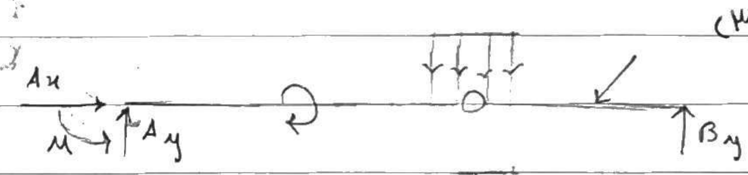
$$\Sigma F_t = 0 \Rightarrow V = -F\sin\theta$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow -M + F(R - R\cos\theta) = 0 \Rightarrow M = FR(1-\cos\theta)$$

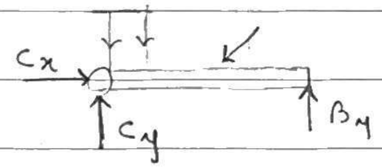
$120 < \theta < 180$ ô ...

(۳

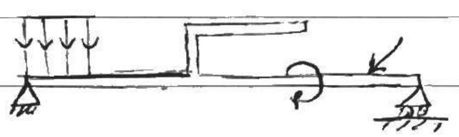


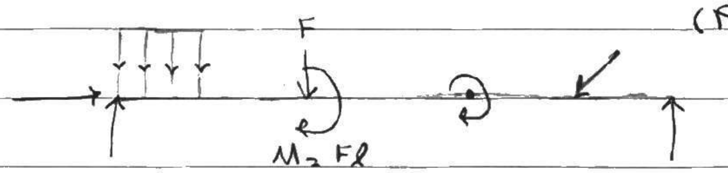


$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow \dots$$

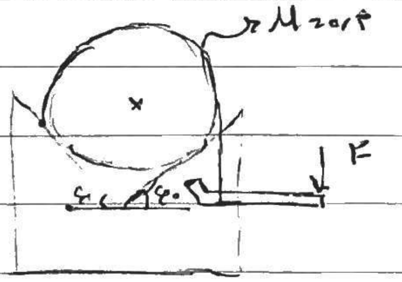


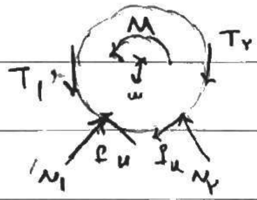
(۴





(۵





$$\Sigma M = 0 \Rightarrow \dots$$