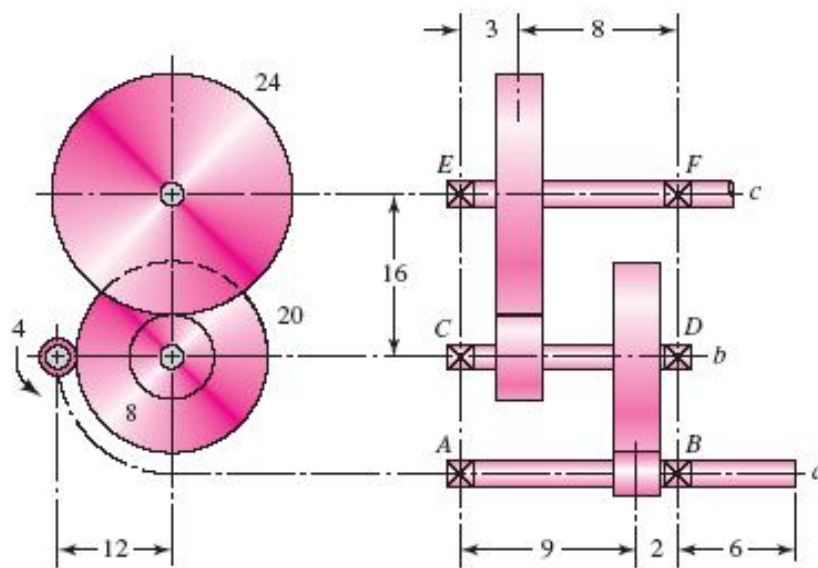


به نام خدا

# جزوه درس طراحی اجزاء II



اندازه ها به اینچ است

مدرس: دکتر عباس رهی

abbasrahi@yahoo.com

بهار ۱۳۹۴

## فهرست:

- ۱ ..... مراجع، نحوه ارزیابی و سرفصلها
- ۳ ..... یادآوری: تئوریهای شکست و یا گسیختگی
- فصل اول: طراحی یاتاقان های تماس غلتشی با استفاده از کاتالوگ SKF
- ۱-۱- یاتاقانهای تماس غلتشی ..... ۵
- ۲-۱- انواع یاتاقانهای بال برینگ ..... ۶
- ۳-۱- انواع رولربرینگ ها ..... ۶
- ۴-۱- عمر یاتاقان ..... ۷
- ۵-۱- ظرفیت دینامیکی ..... ۸
- ۶-۱- ظرفیت استاتیکی ..... ۸
- ۷-۱- محاسبه بار دینامیکی معادل ..... ۹
- ۸-۱- محاسبه بار دینامیکی معادل برای یاتاقانهای D.G.B.B (بر اساس کاتالوگ SKF) ..... ۱۰
- ۹-۱- محاسبه بار استاتیکی معادل ..... ۱۱
- ۱۰-۱- محاسبه حداقل بار شعاعی برای بال برینگهای شیار عمیق ..... ۱۱
- ۱۱-۱- طراحی (انتخاب) یاتاقان مناسب با استفاده از کاتالوگ SKF ..... ۱۱
- ۱۲-۱- محاسبه ضریب اطمینان استاتیکی ..... ۱۲
- ۱۳-۱- محاسبه عمر یاتاقان (D.G.B.B) بر اساس کاتالوگ SKF ..... ۱۳
- ۱۴-۱- انتخاب روغن با ویسکوزیته مناسب برای یاتاقان بر اساس SKF ..... ۱۶
- فصل دوم: یاتاقان های لغزشی
- ۱-۲- روانکارها (روغن های معدنی) ..... ۲۴
- ۲-۲- انواع یاتاقان لغزشی ..... ۲۶
- ۳-۲- نظریه هیدرودینامیکی ..... ۲۷
- ۴-۲- معادلات پتروف ..... ۳۸

- ۲-۵- روغنکاری پایدار ..... ۳۹
- ۲-۶- تئوری هیدرودینامیک و روغنکاری ..... ۴۰
- ۲-۷- ملاحظات طراحی یاتاقان های ژورنال ..... ۴۳
- ۲-۸- مثال ..... ۴۴

### فصل سوم: طراحی چرخنده ها - کلیات

- ۳-۱- چرخنده ها ..... ۵۴
- ۳-۲- چرخنده های ساده ..... ۵۵
- ۳-۳- عمل مزدوج ..... ۵۸
- ۳-۴- نسبت تماس ..... ۶۰
- ۳-۵- تداخل ..... ۶۰
- ۳-۶- چرخنده هرزگرد ..... ۶۴
- ۳-۷- تحلیل نیرویی دو چرخنده درگیر ساده ..... ۶۵
- ۳-۸- چرخنده های هلیکال ..... ۶۷
- ۳-۹- نیروهای وارد به دندان های یک چرخنده هلیکال ..... ۷۰
- ۳-۱۰- تحلیل نیرویی دو چرخنده درگیر هلیکال با محور های موازی ..... ۷۱
- ۳-۱۱- چرخنده های مخروطی ..... ۷۳
- ۳-۱۲- تحلیل نیرو های وارد به چرخ دنده های مخروطی ..... ۷۳
- ۳-۱۳- چرخنده های حلزونی ..... ۷۴
- ۳-۱۴- تحلیل نیرویی چرخنده حلزونی ..... ۷۵

### فصل چهارم: تحلیل تنش و طراحی چرخنده

- ۴-۱- تحلیل تنش در دندانه ها ..... ۷۸
- ۴-۲- معادله تنش خمشی در پای دندانه ..... ۷۸
- ۴-۳- اثرهای دینامیکی ..... ۸۰
- ۴-۴- شکست خستگی در سطح دندانه ..... ۸۷

- ۴-۵- تنش خستگی در چرخنده های هلیکال..... ۸۹
- ۴-۶- معادلات تنش آگما ..... ۸۹
- ۴-۷- معادلات استحکام آگما..... ۹۰
- ۴-۸- محاسبه فاکتور های هندسی I و J ..... ۹۴
- ۴-۹- محاسبه فاکتور های هندسی استحکام خمشی J ..... ۹۴
- ۴-۱۰- محاسبه فاکتور های هندسی استحکام سطح I ..... ۹۷
- ۴-۱۱- ضرایب الاستیک ..... ۹۸
- ۴-۱۲- فاکتور دینامیکی ..... ۹۸
- ۴-۱۳- فاکتور اضافه بار ..... ۹۹
- ۴-۱۴- فاکتور وضعیت سطح ..... ۹۹
- ۴-۱۵- فاکتور اندازه ..... ۹۹
- ۴-۱۶- فاکتور توزیع بار ..... ۹۹
- ۴-۱۷- فاکتور نسبت سختی ..... ۱۰۰
- ۴-۱۸- فاکتور چرخه تنش ..... ۱۰۰
- ۴-۱۹- فاکتور قابلیت اعتماد ..... ۱۰۱
- ۴-۲۰- فاکتور دما ..... ۱۰۱
- ۴-۲۱- فاکتور ضخامت دیواره ..... ۱۰۱
- ۴-۲۲- فاکتورهای ایمنی ..... ۱۰۲
- ۴-۲۳- آنالیز چرخنده ها ..... ۱۰۳
- ۴-۲۴- خلاصه روابط برای طراحی چرخنده ساده ..... ۱۰۵
- ۴-۲۵- خلاصه روابط برای طراحی چرخنده های هلیکال ..... ۱۰۸
- ۴-۲۶- فرض های اولیه برای شروع طراحی در چرخنده های هلیکال ..... ۱۰۸
- ۴-۲۷- نمونه سوال امتحانی ..... ۱۱۳

فصل پنجم: طراحی المانهای انعطاف پذیر انتقال قدرت

- ۵-۱- اجزای مکانیکی انتقال قدرت انعطاف پذیر ..... ۱۱۸

- ۱۱۸ ..... ۲-۵- تسمه‌ها
- ۱۲۲ ..... ۳-۵- آنالیز نیرویی تسمه‌های تخت و گرد
- ۱۲۸ ..... ۴-۵- تسمه‌های V شکل
- ۱۳۳ ..... ۵-۵- روند طراحی و انتخاب تسمه‌های V شکل
- ۱۳۴ ..... ۶-۵- تسمه‌های تایمینگ
- ۱۳۵ ..... ۷-۵- زنجیرهای غلتکی
- ۱۴۴ ..... ۸-۵- کابل‌های فلزی

### فصل ششم: کلاچ، ترمز، کوپلینگ و چرخ لنگر

- ۱۵۰ ..... ۱-۶- کلاچها، ترمزها، کوپلینگ‌ها و چرخ لنگرها
- ۱۵۰ ..... ۲-۶- انواع کلاچها و ترمزها
- ۱۵۱ ..... ۳-۶- ترمز مخروطی
- ۱۵۱ ..... ۴-۶- ترمز کفشکی
- ۱۵۱ ..... ۵-۶- ترمز نواری (Band Brake)
- ۱۵۲ ..... ۶-۶- تحلیل استاتیکی یک ترمز یا کلاچ ساده
- ۱۵۳ ..... ۷-۶- خود قفلی یا شرط خود قفلی سیستم
- ۱۵۳ ..... ۸-۶- ترمزهای نواری (تسمه‌ای)
- ۱۵۹ ..... ۱- ضمیمه ۱- نمونه سوالات امتحان (کتاب باز)
- ۱۶۷ ..... ۲- ضمیمه ۲- نمونه سوالات امتحان (کتاب بسته)
- ۱۶۸ ..... ۳- ضمیمه ۳- نمونه مسایل حل شده توسط دانشجویان
- ۱۷۴ ..... ۴- ضمیمه ۴- خلاصه روابط طراحی برای چرخنده‌ها بر اساس کتاب قدیم شیگلی
- ۱۸۲ ..... ۵- ضمیمه ۵- نمونه‌هایی از جعبه دنده

به نام خدا

**عنوان درس: طراحی اجزاء مکانیکی II**

۳ واحد درسی (۵۱ ساعت)

**مراجع:**

- [1] Richard Budynas, Keith Nisbett, 2011, Shigley's Mechanical Engineering Design, McGraw-Hill, Ninth Edition, ISBN 978-0-07-352928-8
- [2] MARKS' STANDARD HANDBOOK FOR MECHANICAL ENGINEERS, 2007, New York, McGraw-Hill, ISBN-13: 978-0-07-142867-5

**نحوه ارزیابی:**

- ۱- امتحان میان ترم (کتاب باز) ۴۰٪  
تاریخ امتحان میان ترم: هفته نهم ترم (روز؟؟ مورخ؟؟؟)
  - ۲- امتحان پایان ترم (کتاب باز) ۴۵٪
  - ۳- پروژه درسی (پنجاه درصد) + تکالیف (بیست درصد) + کوئیز (سی درصد) (۱۵٪)
  - ۴- حضور در کلاس (غیبت تا شش جلسه با کسر 0.1 نمره به ازای هر جلسه غیبت مجاز می باشد و غیبت بیش از شش جلسه، حذف آموزشی می شود)
- روش و هدف: یادگیری مداوم با آموزش و ارزیابی مستمر (برای این منظور ممکن است در شروع و یا انتهای هر جلسه کوئیز گرفته شود)
- توجه ۱: تحویل پروژه درسی شرط لازم برای گذراندن درس می باشد. همچنین در صورتیکه نمره امتحان پایان ترم کمتر از ۶/۵ از ۲۰ باشد، دانشجو نمی تواند درس را بگذراند.
- توجه ۲: مهلت تحویل تکالیف حداکثر یک هفته از تاریخ اعلام آن و مهلت ارائه پروژه های درسی حداکثر دو هفته از تاریخ اعلام آن می باشد.

**پیش نیازها:**

۱- طراحی اجزای یک

**نرم افزارهای پیشنهادی:**

CATIA, ANSYS, ABAQUS

**نحوه تماس و سایت دانشگاه:**

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، طبقه دوم، اتاق ۳۱۷، عباس رهی

تلفن: ۷۳۹۳۲۶۸۶ ایمیل: [abbasrahi@yahoo.com](mailto:abbasrahi@yahoo.com) و [A\\_Rahi@sbu.ac.ir](mailto:A_Rahi@sbu.ac.ir)

## سرفصل‌ها:

## طراحی اجزای مکانیکی یک:

- ۱- مقدمه ای بر اصول طراحی
- ۲- مواد، Materials (نمودار تنش- کرنش، مواد نرم و مواد ترد)
- ۳- مقدمه‌ای بر مقاومت مصالح و تحلیل تنش
- ۴- تغییر شکل (Deflection)
- ۵- طراحی بر اساس بارهای استاتیکی (Static failure)
  - ۱-۵- تئوریهای گسیختگی برای مواد نرم
  - ۲-۵- تئوریهای گسیختگی برای مواد ترد
- ۶- طراحی بر اساس بارهای دینامیکی و نوسانی
  - ۱-۶- پدیده خستگی و آزمایش خستگی
  - ۲-۶- تئوریهای خستگی
- ۷- طراحی محور (شافت)، طراحی خار + طراحی پین
- ۸- طراحی پیچ‌ها و پرچ‌ها و اتصالات غیر دائم
- ۹- طراحی جوش (تحلیل استحکام)
- ۱۰- طراحی فنرها (ده فصل اول کتاب شیگلی)

## طراحی اجزای مکانیکی دو:

- ۱۱- یاتاقانهای غلتشی
- ۱۲- یاتاقانهای لغزشی
- ۱۳- چرخدنده‌ها
  - ۱-۱۳- چرخدنده‌های ساده
  - ۲-۱۳- چرخدنده‌های هلیکال
  - ۳-۱۳- چرخدنده‌های حلزونی و مخروطی
- ۱۴- طراحی المانهای انعطاف پذیر انتقال قدرت
  - ۱-۱۴- تسمه
  - ۲-۱۴- زنجیر
  - ۳-۱۴- کابل
- ۱۵- کلاچ، ترمز، کوپلینگ و چرخ لنگر
- ۱۶- تولرانسها و انطباقات
- ۱۷- آشنایی با برخی از استانداردها و نحوه استفاده از آنها

## یادآوری:

### تئوریهای شکست و یا گسیختگی

الف) برای حالت تنش ثابت در قطعه (بارگذاری ثابت)

$$1-1 \text{ تئوری های شکست برای مواد نرم: } S_{yt} \approx S_{yc}, \varepsilon_F \geq 0.05$$

۱-۱- تئوری حداکثر تنش برشی، ترسکا (Maximum Shear Stress Theory: MSS)

۱-۲- تئوری انرژی تغییر شکل (Distortion Energy Theory: DE)

۱-۳- تئوری کولمب-مور برای مواد نرم (Ductile Coulomb-Mohr: DCM)

$$2-1 \text{ تئوری های شکست برای مواد ترد: } S_{ut} \ll S_{uc}, \varepsilon_F < 0.05$$

۱-۲- حداکثر تنش نرمال (Maximum Normal Stress Theory: MNS)

۲-۲- تئوری کولمب-مور برای مواد ترد (Brittle Coulomb-Mohr Theory: BCM)

۲-۳- تئوری اصلاح شده مور (Modified Mohr Theory: MM)

ب) برای حالت تنش نوسانی در قطعه (بارگذاری دینامیکی)، خستگی دور بالا (HCF)

$$1-1 \text{ تئوری های شکست خستگی برای مواد نرم: } S_{yt} \approx S_{yc}, \varepsilon_F \geq 0.05$$

۱-۱- تئوری گودمن

۱-۲- تئوری سادبرگ

۱-۳- تئوری اصلاح شده گودمن

۱-۴- تئوری خط گربر

۱-۵- تئوری بیضی ASME

$$2-1 \text{ تئوری های شکست خستگی برای مواد ترد: } S_{ut} \ll S_{uc}, \varepsilon_F < 0.05$$

۱-۲- تئوری اسمیت دولان (Smith-Dolan Theory: SD)

توجه: مواد ترد در کشش و مواد نرم در برش شکسته می شوند.



## فصل اول:

# طراحی یاتاقان های غلتشی با استفاده از کاتالوگ SKF

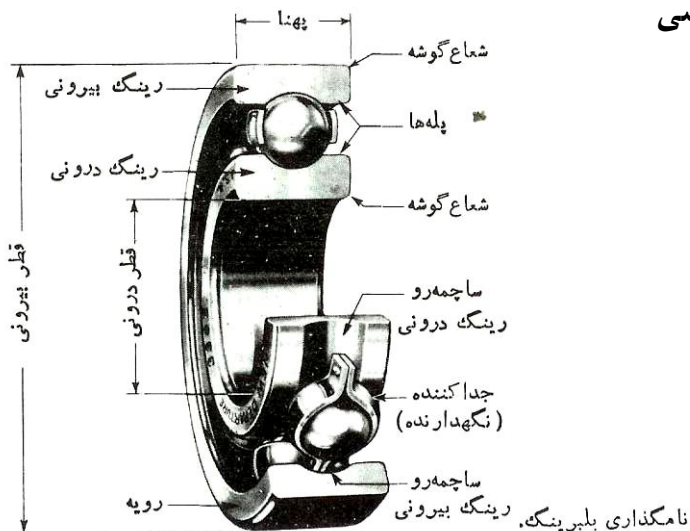
## ۱-۱- یاتاقانهای تماس غلتشی ( Anti friction Bearings )



### انواع یاتاقانهای غلتشی

- ۱- یاتاقانهای غلتشی برای تحمل بارهای شعاعی خالص
- ۲- یاتاقانهای غلتشی برای تحمل بارهای محوری خالص (کف گرد)
- ۳- یاتاقانهای غلتشی برای تحمل بارهای ترکیبی از بارهای شعاعی و محوری.

### اجزاء اصلی یک یاتاقان غلتشی

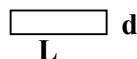


- ۱- رینگ داخلی
- ۲- رینگ خارجی
- ۳- اجزای غلتشی
- ۴- جدا کننده
- ۵- کاسه نم

### اجزاء غلتشی



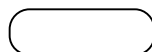
الف) کره و یا ساچمه (Ball)



ب) غلتک (Roller)

اگر نسبت  $\frac{L}{d} > 4$  باشد به آنها یاتاقانهای سوزنی شکل گفته می شود. این نوع یاتاقان برای تحمل

بار شعاعی زیاد به کار می رود.



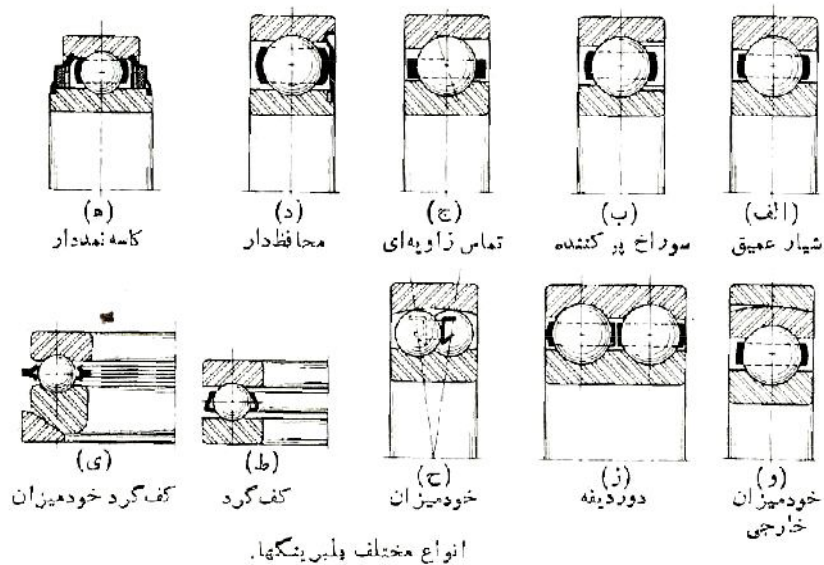
ج) خمیره‌ای و یا بشکه ای (spherical)



د) مخروطی (tapered)

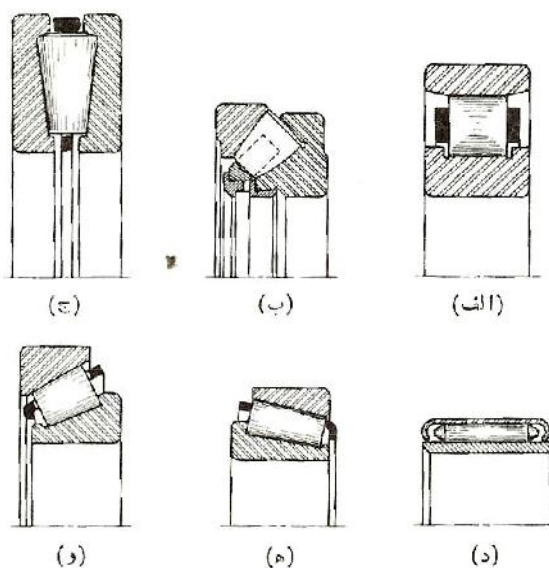
## ۱-۲- انواع یاتاقانهای بال برینگ

- ۱- بال برینگ های شعاعی شیار عمیق ( Deep groove ball bearings )
- ۲- بال برینگ های نوع محوری، کف گرد (Thrust Bearings)
- ۳- بال برینگ تماس زاویه ای ( Angular contacting bearing )
- ۴- بال برینگ خود میزان ( Self alignment Ball Bearing )



## ۱-۳- انواع رولبرینگها

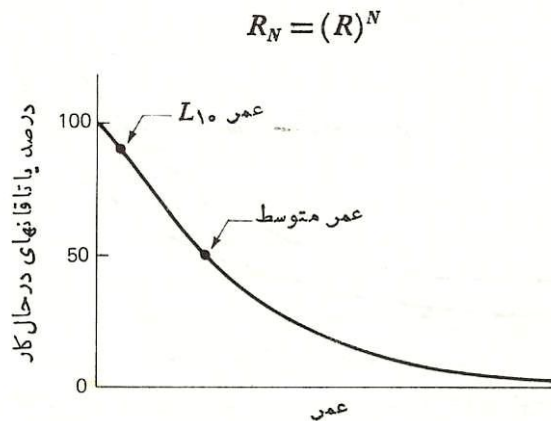
- ۱- رولبرینگ غلتک ساده
- ۲- رولبرینگ خمراهی
- ۳- رولبرینگ سوزنی
- ۴- رولبرینگ مخروطی



شکل ۱-۳ انواع رولر بیرنگها، (الف) غلتک ساده، (ب) غلتک کروی کف گرد؛ (ج) غلتک مخروطی کف گرد؛ (د) سوزنی؛ (ه) غلتک مخروطی؛ (و) غلتک مخروطی با شیب تند.

**عمر یاتاقان:** عمر یاتاقان به صورت کل تعداد دورها یا تعداد ساعتهای کار یاتاقان در سرعت زاویه‌ای ثابت معلومی که در آن معیارهای خرابی پدید آید تعریف می‌شود.

**عمر تشخیص (عمر پایه)  $L_{10}$ :** عمر تشخیص یک گروه از بال برینگ ها یا رولربرینگهای به ظاهر مشابه به صورت تعداد دورها یا ساعتهای کار با سرعت ثابت معلومی تعریف می‌شود که در ده درصد از گروه یاتاقانها خرابی ایجاد شود.



منحنی نمونه‌وار پیش‌بینی عمر یاتاقان.

عمر متوسط حدود ۴ تا ۵ برابر عمر  $L_{10}$  است. همچنین عمر و بار با یکدیگر نسبت معکوس دارند.

### ۱-۴- عمر یاتاقان

تجربه و آزمایش نشان داده است که بین دو گروه مشابه از یاتاقانها که تحت اثر بارهای متفاوت  $F_1$  و  $F_2$  قرار دارند و عمرهایی به ترتیب  $L_1$  و  $L_2$  دارند رابطه زیر برقرار است.

$$\frac{L_1}{L_2} = \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^q$$

که در آن

$q=3$ : برای بال برینگها

$q = \frac{10}{3}$ : برای رولربرینگها

### ■ ۱-۵ - ظرفیت دینامیکی (C)

حداکثر باری است که رینگ داخلی یک یاتاقان می تواند تحمل کند و تحت آن بار، رینگ داخلی  $10^6$  دور عمر نماید (بیچرخد).

با توجه به تعریف فوق می توان مقدار عمر یک یاتاقان تحت بار F را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$F_2=C \quad \rightarrow \quad L_2 = 10^6 \text{ دور}$$

$$L=? \quad \rightarrow \quad F_1=F$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^q \Rightarrow \frac{L}{10^6} = \left(\frac{C}{F}\right)^q$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{C}{F}\right)^q = L_{10}$$

$$L_{10h} = \frac{L_{10} \times 10^6}{60n}$$

که در آن :

$L_{10}$  : عمر یاتاقان بر حسب میلیون دور

C: ظرفیت دینامیکی ← از کاتالوگ [KN]

F: بار یاتاقان [KN]

n: سرعت زاویه ای شافت (rpm)

$L_{10h}$ : عمر یاتاقان بر حسب ساعت

### ■ ۱-۶ - ظرفیت استاتیکی (C<sub>0</sub>)

حداکثر میزان باری است که در قطر جزء غلتشی یاتاقان (ساچمه یا رولر) حداکثر تغییر شکل 0.0001 برابر قطر را ایجاد می نماید.

### ۷-۱- محاسبه بار دینامیکی معادل

هرگاه ترکیبی از بار شعاعی و بار محوری بر یاتاقان اعمال شود، بایستی مقدار بار دینامیکی معادل را برای محاسبه عمر یاتاقان محاسبه نمود. بار دینامیکی معادل به صورت زیر محاسبه می‌شود. (مطابق با کتاب شیگلی ویرایش قدیم)

$$P = F_{eq} = ?$$

$$F_e = \max(F_{e1}, F_{e2})$$

$$F_{e1} = VF_r \quad F_{e2} = XV F_r + Y F_a$$

#### ضریبهای بار شعاعی معادل

Y <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	نوع یاتاقان
۱/۴	۰/۵	۰	۱	بلبرینگ‌های تماس شعاعی
۱/۲	۰/۴۵	۱/۲۵	۱	بلبرینگ‌های تماس زاویه‌ای با زاویه کم شیب
۰/۷۵	۰/۴	۰/۷۵	۱	بلبرینگ‌های تماس زاویه‌ای با زاویه پرشیب
۱/۲۵	۰/۶۳	۰/۷۵	۱	بلبرینگ‌های دور ردیفه و دوبله (نوع DB یا DF)

توجه: از مجموعه (Y<sub>1</sub>, X<sub>1</sub>) و یا (Y<sub>2</sub>, X<sub>2</sub>) استفاده می‌گردد که حداکثر مقدار را برای F<sub>e2</sub> ایجاد کند.

که در آن :

$$F_e \cdot F_{eq} : \text{بار معادل} \quad F_r : \text{بار شعاعی}$$

$$F_a : \text{بار محوری} \quad V : \text{ضریب چرخش}$$

$$\text{ضریب چرخش} \begin{cases} V = 1 & \text{چرخان بودن رینگ داخلی} \\ V = 1.2 & \text{چرخان بودن رینگ خارجی} \\ V = 1 & \text{برای یاتاقانهای خود میزان} \end{cases}$$

ضریب X و Y به تعداد و قطر ساچمه‌ها و نوع یاتاقان وابسته است و در جدول ۲-۱۱ کتاب (جدول فوق) آمده است. معمولاً یاتاقانهای غلتشی را از لحاظ کلاس کاری به سه طبقه سبک، متوسط و سنگین طبقه بندی می‌کنند.

نحوه نامگذاری یاتاقانها در کاتالوگهای سازنده عنوان می‌گردد و معمولاً نوع کلاس کاری و قطر داخلی یاتاقان در این نامگذاری مستتر است. مثلاً در کاتالوگ SKF برای دو مدل: 6204 و 6304 قطر داخلی برابر با 20 میلیمتر است ولی کلاس کاری آنها با یکدیگر متفاوت است.

$$04 * 5 \rightarrow d$$

کلاس کاری یاتاقان را می‌دهد  $\rightarrow 2, 3$

### ۱-۸- محاسبه بار دینامیکی معادل برای یاتاقانهای D.G.B.B (بر اساس کاتالوگ SKF)

برای یاتاقانهای D.G.B.B، مقدار بار دینامیکی معادل بر اساس کاتالوگ SKF از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P = F_r \quad \text{when} \quad \frac{F_a}{F_r} \leq e$$

$$P = XF_r + YF_a \quad \text{when} \quad \frac{F_a}{F_r} > e$$

که در آن:

$F_a$ : بار محوری  $F_r$ : بار شعاعی  $P$ : بار معادل دینامیکی

$e, X, Y$ : ضرایبی که از جدول شماره ۴ صفحه ۲۹۹ کاتالوگ SKF برحسب  $f_0 \frac{F_a}{C_0}$  خوانده می‌شود.

جدول شماره ۴ صفحه ۲۹۹ کاتالوگ SKF

Calculation factors for single row deep groove ball bearings									
$f_0 F_a / C_0$	Normal clearance			C3 clearance			C4 clearance		
	e	X	Y	e	X	Y	e	X	Y
0,172	0,19	0,56	2,30	0,29	0,46	1,88	0,38	0,44	1,47
0,345	0,22	0,56	1,99	0,32	0,46	1,71	0,40	0,44	1,40
0,689	0,26	0,56	1,71	0,36	0,46	1,52	0,43	0,44	1,30
1,03	0,28	0,56	1,55	0,38	0,46	1,41	0,46	0,44	1,23
1,38	0,30	0,56	1,45	0,40	0,46	1,34	0,47	0,44	1,19
2,07	0,34	0,56	1,31	0,44	0,46	1,23	0,50	0,44	1,12
3,45	0,38	0,56	1,15	0,49	0,46	1,10	0,55	0,44	1,02
5,17	0,42	0,56	1,04	0,54	0,46	1,01	0,56	0,44	1,00
6,89	0,44	0,56	1,00	0,54	0,46	1,00	0,56	0,44	1,00

Intermediate values are obtained by linear interpolation

و همچنین مقادیر  $f_0$  و  $C_0$  نیز از مشخصات بال برینگ هستند که از جداول تولیدات مربوط به یاتاقان (کاتالوگ) خوانده می‌شود.

### ۱-۹ - محاسبه بار استاتیکی معادل

بار استاتیکی معادل بر اساس کاتالوگ SKF برای یاتاقانهای شیار عمیق (D.G.B.B) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_0 = \text{Max} (P_{01}, P_{02})$$

$$P_{01} = 0.6F_r + 0.5F_a$$

$$P_{02} = F_r$$

### ۱-۱۰ - محاسبه حداقل بار شعاعی برای بال برینگهای شیار عمیق

در سرعتها و شتابهای زیاد، برای عملکرد بهتر یاتاقان بال برینگ شیار عمیق، بایستی یک حداقل نیروی شعاعی به یاتاقان اعمال گردد که بر اساس کاتالوگ SKF به صورت زیر محاسبه می شود.

$$F_{rm} = K_r \left( \frac{v \times n}{1000} \right)^{2/3} \left( \frac{d_m}{100} \right)^2$$

Where:

$F_{rm}$ : Minimum radial load (KN)

$K_r$  minimum load factor (product table)

$v$  : Oil viscosity at operation temp ( $\frac{mm^2}{s}$ )

$n$ : Rotational speed (rpm)

$d_m$ : Bearing mean diameter (mm)

Where  $d_m = \frac{1}{2}(d + D)$

### ۱-۱۱ - طراحی (انتخاب) یاتاقان مناسب با استفاده از کاتالوگ SKF

الف) انتخاب نوع یاتاقان (type)

ب) انتخاب سایز و اندازه یاتاقان

#### الف) انتخاب نوع یاتاقان (type)

پارامترهای ذیل در انتخاب نوع یاتاقان موثرند:

- |                                |                                   |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| ۱- فضای قابل دسترس             | ۲- بار (Load)                     |
| ۳- ناهم راستایی (Misalignment) | ۴- دقت (Precision)                |
| ۵- سرعت (Speed)                | ۶- حرکت آرام (سر و صدای کم) noise |
| ۷- سختی - ماشین ابزار          | ۸- تغییر مکان در جهت طولی         |
| ۹- جا زدن و خارج کردن          | ۱۰- آب بندی داخلی یاتاقان (Seals) |



## ب) انتخاب سایز و اندازه یاتاقان

عمر یک یاتاقان غلتشی به عوامل ذیل وابسته است:

- ۱- عمر پوسته داخلی و خارجی یاتاقان
- ۲- عمر المان چرخنده
- ۳- عمر بخش جدا کننده
- ۴- روغنکاری
- ۵- قطعه آب بندی کننده (seals)
- ۶- بار (Load)

## ۱-۱۲- محاسبه ضریب اطمینان استاتیکی

ضریب اطمینان استاتیکی بایستی در حالت‌های چرخش آهسته شافت، حرکت نوسانی آهسته برای شافت و زمانی که شافت مدت زمان کوتاهی ساکن می‌باشد محاسبه شود. در هر حال توصیه می‌گردد که ضریب اطمینان استاتیکی حتماً برای یاتاقان چک شود. ضریب اطمینان استاتیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_o = \frac{C_o}{P_o}$$

که در آن:

$S_o$ : ضریب اطمینان استاتیکی ،  $P_o$ : بار استاتیکی معادل

$C_o$ : ظرفیت استاتیکی

مقدار مجاز ضریب اطمینان استاتیکی در جدول شماره ۱۰ صفحه ۷۷ کاتالوگ SKF آمده است.

## جدول شماره ۱۰ صفحه ۷۷ کاتالوگ SKF

Type of operation	Rotating bearing Requirements regarding quiet running						Non-rotating bearing	
	unimportant		normal		high		Ball bearings	Roller bearings
	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings		
Smooth, vibration-free	0,5	1	1	1,5	2	3	0,4	0,8
Normal	0,5	1	1	1,5	2	3,5	0,5	1
Pronounced shock loads <sup>1)</sup>	$\geq 1,5$	$\geq 2,5$	$\geq 1,5$	$\geq 3$	$\geq 2$	$\geq 4$	$\geq 1$	$\geq 2$

For spherical roller thrust bearings it is advisable to use  $s_0 \geq 4$

<sup>1)</sup> Where the magnitude of the load is not known, values of  $s_0$  at least as large as those quoted above should be used. If the magnitude of the shock loads is exactly known, smaller values of  $s_0$  can be applied

به هر حال در کارکرد معمولی یاتاقان مقدار آن (ضریب اطمینان استاتیکی) باید بزرگتر از یک باشد و ضریب  $S_o$  همیشه باید برای یک یاتاقان بررسی شود.

### ۱-۱۳- محاسبه عمر یاتاقان (D.G.B.B) بر اساس کاتالوگ SKF

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^q \quad \text{عمر پایه (عمر تشخیصی)}$$

باید توجه داشت که عمر واقعی یک یاتاقان در شرایط واقعی کارکرد با مقدار عمر پایه آن متفاوت می‌باشد. در کاتالوگ SKF عمر اصلاح شده یاتاقان از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$L_{nm} = a_1 a_{skf} \left( \frac{C}{P} \right)^q$$

$$(L_{nm})_h = \frac{10^6}{60n} L_{nm}$$

که در آن:

$L_{nm}$ : عمر اصلاح شده یاتاقان بر اساس SKF بر حسب میلیون دور با قابلیت اعتماد  $(100-n)\%$

C: ظرفیت دینامیکی یاتاقان

P: بار دینامیکی معادل

$a_1$ : ضریب قابلیت اعتماد (جدول ۱ ص ۵۳ جدول کاتالوگ SKF)

جدول ۱ ص ۵۳ جدول کاتالوگ SKF

Reliability %	Failure probability %	Rating life $L_{nm}$	Factor $a_1$
90	10	$L_{10m}$	1
95	5	$L_{5m}$	0,62
96	4	$L_{4m}$	0,53
97	3	$L_{3m}$	0,44
98	2	$L_{2m}$	0,33
99	1	$L_{1m}$	0,21

$a_{skf}$ : ضریب اصلاحی عمر SKF (که از نمودارهای ۱ الی ۴ کاتالوگ SKF استفاده می‌گردد. همچنین برای بال برینگ ها از نمودار شماره ۱ صفحه ۵۴ کاتالوگ SKF می‌توان استفاده کرد).

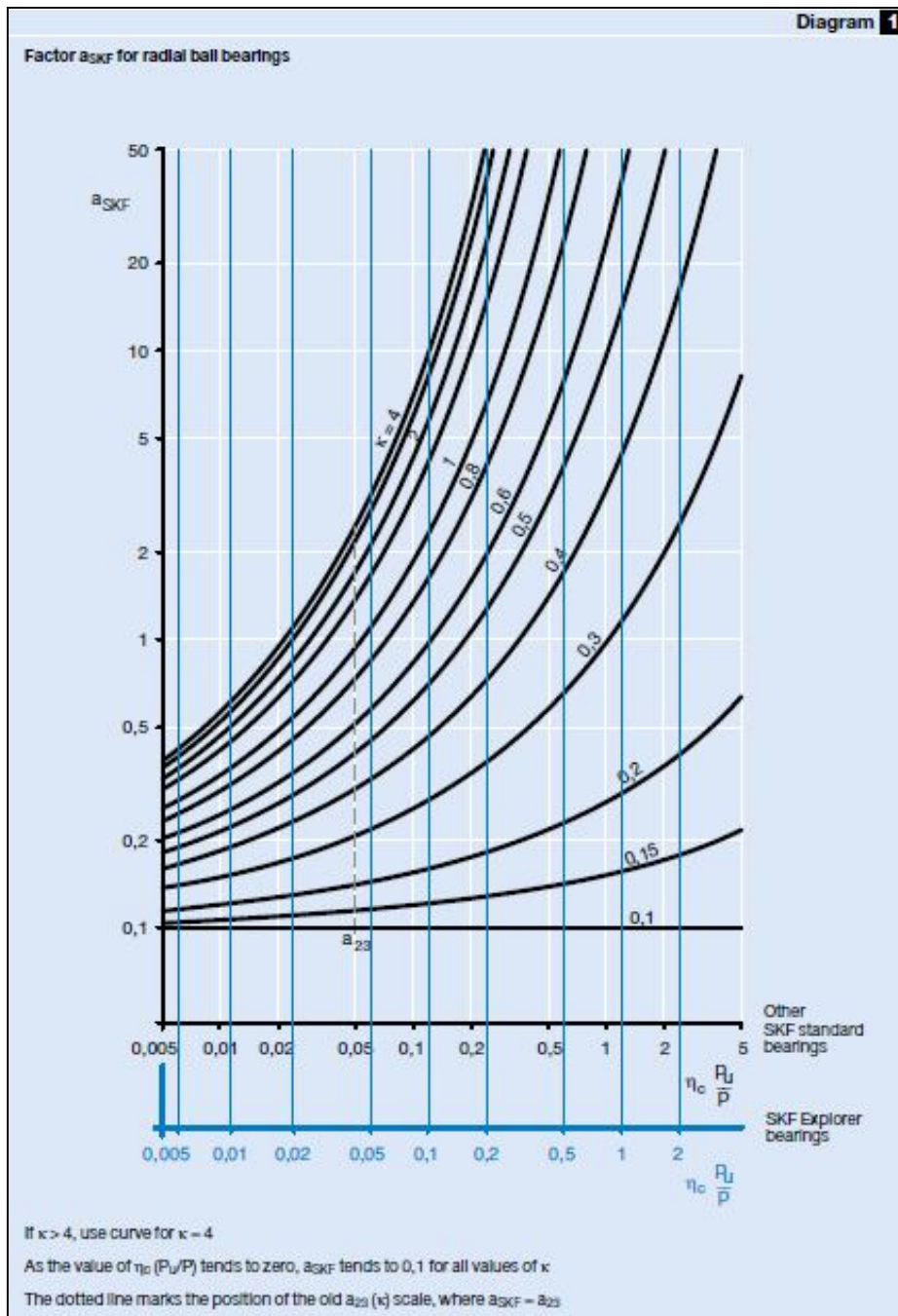
n : سرعت دورانی شافت (rpm)

$(L_{nm})_h$  : عمر اصلاح شده یاتاقان در کاتالوگ SKF بر حسب ساعت با قابلیت اعتماد  $(100-n)\%$

ضریب  $a_{skf}$  به حد بار خستگی، شرایط روغنکاری و ویسکوزیته روغن وابسته است که بر حسب پارامترهای زیر از نمودار شماره ۱ صفحه ۵۴ کاتالوگ SKF خوانده می‌شود.

$$K = \frac{v}{v_1} , \left[ \eta_c \frac{P_u}{P} \right]$$

## نمودار ۱ صفحه ۵۴ کاتالوگ SKF



در روابط فوق پارامترها به صورت زیر تعریف می شوند.

$\eta_c$  : (سطح آلودگی در یاتاقان) (contamination level in the bearing) که از جدول شماره ۴ صفحه ۶۲ کاتالوگ SKF (جدول زیر) خوانده می شود.

جدول شماره ۴ صفحه ۶۲ کاتالوگ SKF

Condition	Factor $\eta_c$ <sup>1)</sup> for bearings with diameter	
	$d_m < 100$ mm	$d_m \geq 100$ mm
<b>Extreme cleanliness</b> Particle size of the order of the lubricant film thickness Laboratory conditions	1	1
<b>High cleanliness</b> Oil filtered through extremely fine filter Conditions typical of bearings greased for life and sealed	0,8 ... 0,6	0,9 ... 0,8
<b>Normal cleanliness</b> Oil filtered through fine filter Conditions typical of bearings greased for life and shielded	0,6 ... 0,5	0,8 ... 0,6
<b>Slight contamination</b> Slight contamination in lubricant	0,5 ... 0,3	0,6 ... 0,4
<b>Typical contamination</b> Conditions typical of bearings without integral seals, coarse filtering, wear particles and ingress from surroundings	0,3 ... 0,1	0,4 ... 0,2
<b>Severe contamination</b> Bearing environment heavily contaminated and bearing arrangement with inadequate sealing.	0,1 ... 0	0,1 ... 0
<b>Very severe contamination</b> (under extreme contamination values of $\eta_c$ can be outside the scale resulting in a more severe reduction of life than predicted by the equation for $L_{nm}$ )	0	0

<sup>1)</sup> The scale for  $\eta_c$  refers only to typical solid contaminants. Contamination by water or other fluids detrimental to bearing life is not included. In case of very heavy contamination ( $\eta_c = 0$ ), failure will be caused by wear, the useful life of the bearing can be shorter than the rated life

$P_u$ : حد بار خستگی که از جداول خود یاتاقان خوانده می‌شود.

$U$ : ویسکوزیته سینماتیکی مورد نیاز در دمای مرجع ( $40^\circ\text{C}$ )

$U_l$ : ویسکوزیته سینماتیکی مورد نیاز در دمای کارکرد یاتاقان

لازم به توضیح است که در کاتالوگ‌های قبلی SKF، عمر پایه محاسبه شده برای یاتاقان با استفاده از فاکتور  $a_{23}$  « جهت در نظر گرفتن اثر جنس و روغنکاری » اصلاح می‌گردیده است. فاکتور  $a_{23}$  در کاتالوگ

سال ۱۹۷۵ شرکت SKF معرفی شده است. در حالت استفاده از فاکتور  $a_{23}$  مقدار  $\left[ \eta_c \frac{P_u}{P} \right]_{23}$  ثابت در نظر

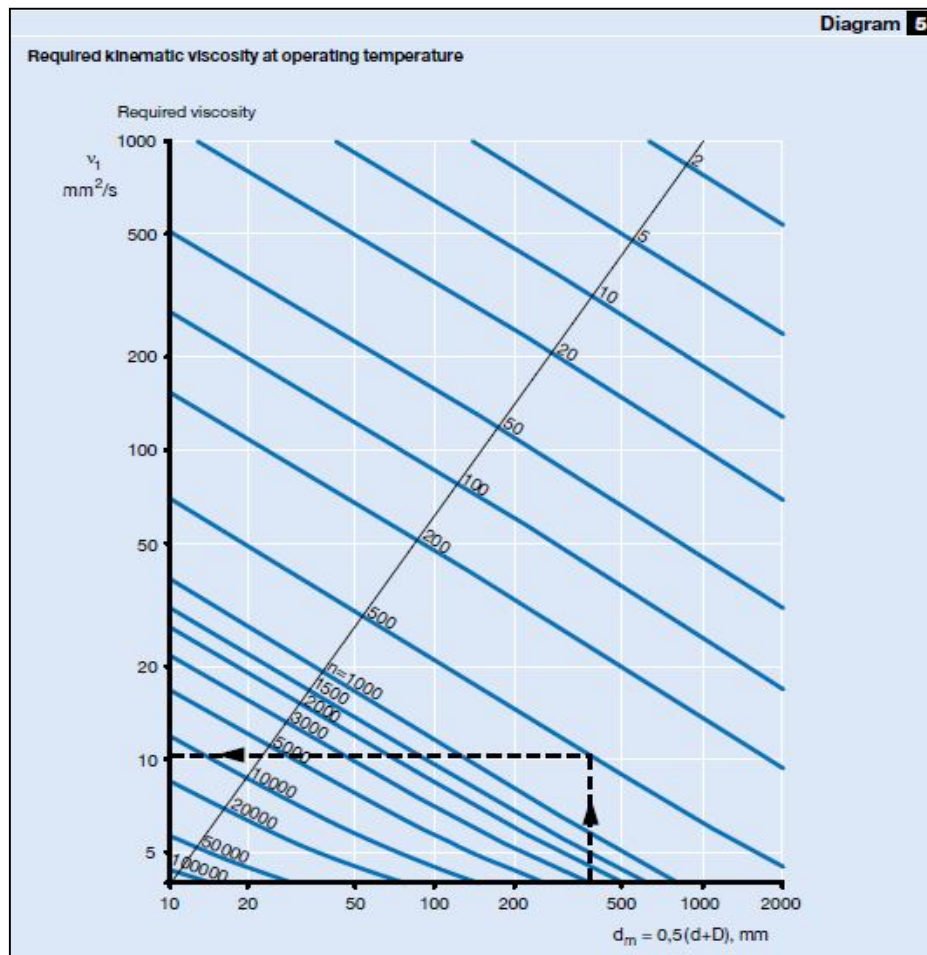
گرفته می‌شود و در نتیجه فاکتور  $a_{23}$  تنها وابسته به نسبت ویسکوزیته سینماتیکی می‌باشد.

### ۱-۱۴ - انتخاب روغن با ویسکوزیته مناسب برای یاتاقان بر اساس SKF



ویسکوزیته سینماتیکی مورد نیاز برای روغن بر اساس قطر متوسط یاتاقان ( $d_m$ ) و سرعت دورانی شافت با استفاده از نمودار شماره ۵ صفحه ۶۰ کاتالوگ SKF تعیین می گردد.

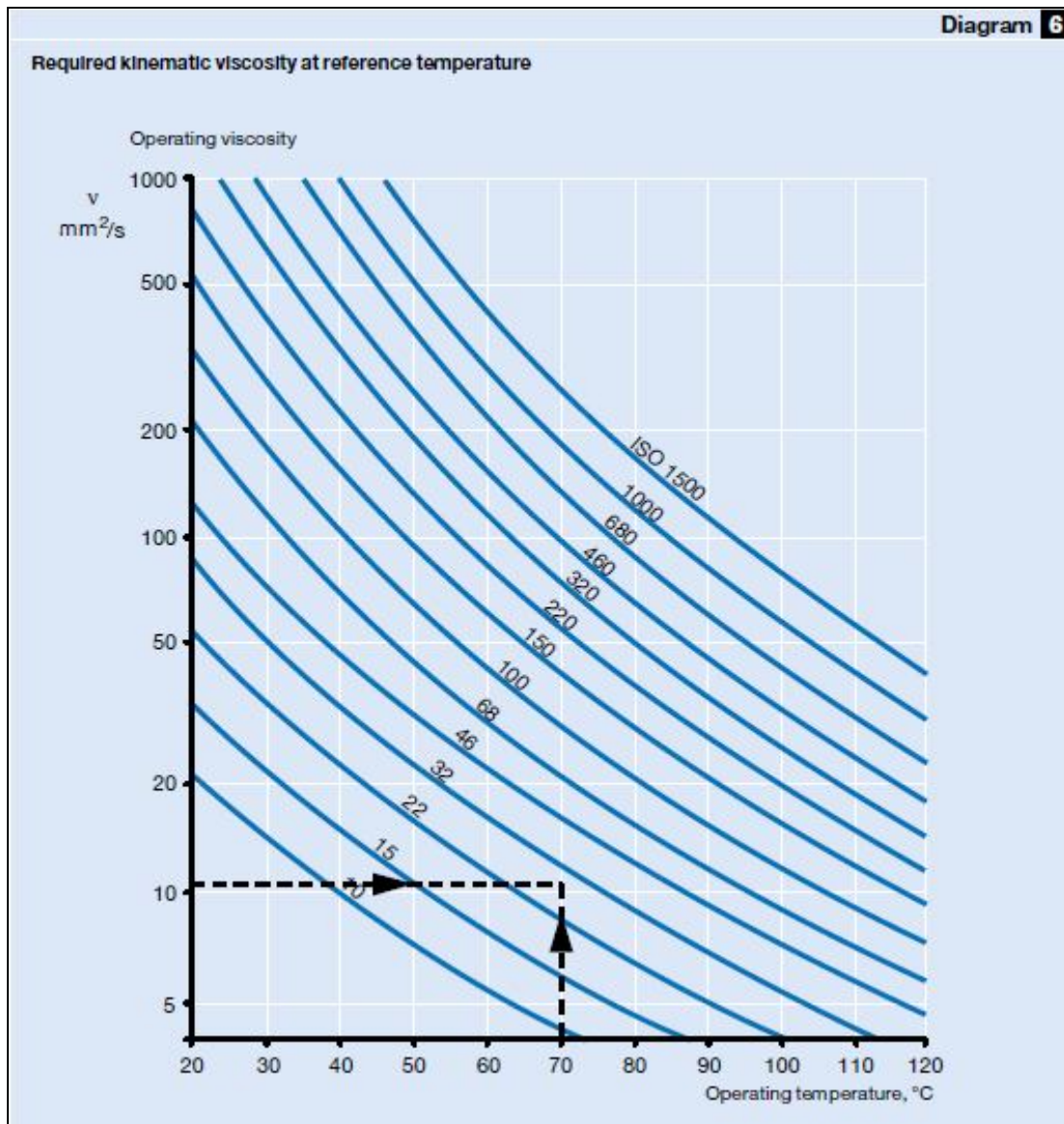
نمودار شماره ۵ صفحه ۶۰ کاتالوگ SKF



$$d_m = \frac{1}{2}(d + D)$$

همچنین شماره روغن بر اساس ISO با استفاده از نمودار شماره ۶ صفحه ۶۱ بر حسب دمای کارکرد یا تاقان و ویسکوزیته مورد نیاز قابل تعیین خواهد بود. (نمودار زیر)

نمودار شماره ۶ صفحه ۶۰ کاتالوگ SKF



رده بندی روغنها بر اساس ویسکوزیته و استاندارد ISO 3448 در جدول شماره ۳ صفحه ۵۹ کاتالوگ SKF آمده است.

جدول شماره ۳ صفحه ۵۹ کاتالوگ SKF

<b>Table 3</b>			
<b>ISO viscosity classification to ISO 3448</b>			
<b>ISO viscosity grade</b>	<b>Kinematic viscosity limits at 40 °C</b>		
	mean	min	max
–	mm <sup>2</sup> /s		
<b>ISO VG 2</b>	2,2	1,98	2,42
<b>ISO VG 3</b>	3,2	2,88	3,52
<b>ISO VG 5</b>	4,6	4,14	5,06
<b>ISO VG 7</b>	6,8	6,12	7,48
<b>ISO VG 10</b>	10	9,00	11,0
<b>ISO VG 15</b>	15	13,5	16,5
<b>ISO VG 22</b>	22	19,8	24,2
<b>ISO VG 32</b>	32	28,8	35,2
<b>ISO VG 46</b>	46	41,4	50,6
<b>ISO VG 68</b>	68	61,2	74,8
<b>ISO VG 100</b>	100	90,0	110
<b>ISO VG 150</b>	150	135	165
<b>ISO VG 220</b>	220	198	242
<b>ISO VG 320</b>	320	288	352
<b>ISO VG 460</b>	460	414	506
<b>ISO VG 680</b>	680	612	748
<b>ISO VG 1 000</b>	1 000	900	1 100
<b>ISO VG 1 500</b>	1 500	1 350	1 650

مثال ۱ 

بال برینگ شیار عمیق به شماره 6206\* را در تکیه گاهی استفاده نموده ایم که در آن مقدار بار شعاعی خالص  $F_r=2000\text{N}$  و سرعت دورانی  $n=3000\text{ rpm}$  می باشد با فرض دمای کارکرد  $T=60^\circ\text{C}$  و شرایط تمیزی معمولی روغن (Normal cleanliness) مطلوب است:

الف) محاسبه عمر پایه یاتاقان ( $L_{10}=?$ )

$$F_r = 2000\text{ N} \quad n = 3000\text{ rpm} \quad T = 60^\circ\text{C}$$

برای یاتاقان شماره 6206\* از کاتالوگ SKF داریم:

$$\begin{aligned} d &= 30\text{ mm} & , & & D &= 62\text{ mm} \\ C &= 20.3\text{ KN} & , & & C_0 &= 11.2\text{ KN} \\ P_u &= 0.48 & , & & f_0 &= 14 \\ K_r &= 0.025 \end{aligned}$$

$$P = F_r = 2\text{ kN}$$

$$L_{10} = \left(\frac{20.3}{2}\right)^3 = 1045.68 \text{ (میلیون دور)} : \text{ جایگذاری}$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10} = 5809.3 \text{ (ساعت)}$$

ب) ضریب اطمینان استاتیکی یاتاقان را محاسبه نمایید

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0} = \frac{11.2}{2} = 5.6 \text{ (According to the table 10 of SKF Catalogue)}$$

ج) شماره روغن براساس ISO

می دانیم:

$$d_m = \frac{1}{2}(d + D) = \frac{1}{2}(30 + 62) = 46(\text{mm})$$

$$\rightarrow \begin{aligned} d_m &= 46(\text{mm}) \\ n &= 3000(\text{rpm}) \end{aligned} \quad v_1 = 11 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \quad \text{(Diagram 5 of SKF)} \quad \text{حال داریم:}$$

Required viscosity at operating temperature

$$T = 60^\circ\text{C}$$

$$v_1 = 11 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \rightarrow \text{ISO VG22 (انتخاب روغن)} \rightarrow v = 22 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \text{ (at } T = 40^\circ\text{C)}$$



د) مقدار عمر اصلاح شده یاتاقان براساس کاتالوگ SKF را با فرض قابلیت اطمینان 95% محاسبه کنید.

$$R = 95\% \quad L_{nm} = ?$$

$$L_{5m} = ? \quad R = 95\%$$

$$a_1 = 0.62 \text{ (از جدول ۱ کاتالوگ)}, \quad k = \frac{v}{v_l} = \frac{22}{11} = 2$$

از 0.5 استفاده میشود ( $\eta_c = 0.5, \dots, 0.6$ ) (جدول ۴) Normal cleanliness

$$\Rightarrow \eta_c \times \frac{P_u}{P} = 0.12 \rightarrow 0.5 \frac{0.48}{2} = 0.12$$

با مراجعه به نمودار 1 صفحه 54 کاتالوگ SKF داریم:

For explorer bearing:  $a_{skf} \approx 7$

حال داریم:

$$L_{nm} = a_1 a_{skf} \left(\frac{C}{P}\right)^q$$

$$L_{5m} = (0.62)(7) \left(\frac{20.3}{2}\right)^3 = 4538.24 \text{ (میلیون دور)}$$

$$L_{5mh} = 25213 \text{ (ساعت)}$$

ه) برای بالبرینگ فوق حداقل بار شعاعی موردنیاز را محاسبه کنید:

$$F_{rm} = K_r \left(\frac{v_1 \times n}{1000}\right)^{2/3} \left(\frac{d_m}{100}\right)^2$$

$v_1$ : oil viscosity at operating temp

$$F_{rm} = (0.025) \left(\frac{11 * 3000}{1000}\right)^{2/3} \left(\frac{46}{100}\right)^2 = 0.054 (KN)$$

مثال ۲ 

بالبرینگ شیار عمیق شماره 6318\* برای تکیه‌گاهی با بار شعاعی  $F_r=8000$  (N) و بار محوری  $F_a=5000$  (N) مورد استفاده قرار گرفته است. سرعت دورانی شافت  $n=1500$  rpm و دمای کارکرد یاتاقان  $T=75$  °C می‌باشد. وضعیت روغن را به صورت Normal Cleanliness در نظر بگیرید.

الف) عمر پایه یاتاقان را محاسبه کنید

$$L_{10}, L_{10h}=?$$

برای یاتاقان 6318\* با استفاده از کاتالوگ SKF داریم:

$$d=90 \text{ mm}$$

$$D=190 \text{ mm} \quad C=151 \text{ KN}$$

$$C_0=108 \text{ KN} \quad P_u=3.8 \text{ KN}$$

$$K_r=0.03 \quad f_0=13$$

$$f_0 \frac{F_a}{C_0} = (13) \frac{5000}{108000} = 0.602$$

→  $e=0.25$ ,  $X=0.56$ ,  $Y=1.78$  (جدول ۴ کاتالوگ SKF)

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{5000}{8000} = 0.625 > e \Rightarrow P = XF_r + YF_a$$

$$\Rightarrow P = 13380 \text{ (N)} \Rightarrow L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^q = \left(\frac{151}{13.38}\right)^3 = 1437.35 \text{ (million Rev.)}$$

$$(L_{10})_h = \frac{10^6}{60n} \times L_{10} = 15970.6 \text{ ساعت}$$

ب) ضریب اطمینان استاتیکی

$$P_{01} = 0.6 F_r + 0.5 F_a = 7300 \text{ (N)}$$

$$P_{02} = F_r = 8000 \text{ N}$$

$$P_0 = \text{Max} (P_{01}, P_{02}) = 8000 \text{ (N)}$$

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0} = \frac{108 \text{ KN}}{8 \text{ KN}} = 13.5 \quad \text{ok} \quad (\text{جدول ۱۰ کاتالوگ})$$

ج) مقدار عمر اصلاح شده با قابلیت اعتماد 90%

$$(R=90\%) \quad L_{10m}, L_{10mh} = ?$$

$$d_m = 140 \text{ mm}$$

$$n = 1500 \text{ rpm} \rightarrow v_1 = 9 \text{ (mm}^2/\text{s)} \quad (\text{نمودار ۵ کاتالوگ})$$

$$T = 75^\circ\text{C} \rightarrow \text{ISO VG 32}$$

$$K = \frac{v}{v_1} = \frac{32}{9} = 3.6$$

$$(\text{از جدول ۴ کاتالوگ}) \rightarrow \eta_c = 0.6 \quad (\text{حالت Normal cleanliness})$$

$$d_m > 100 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \eta_c \frac{P_u}{P} = (0.6) \frac{3.8}{13.38} = 0.17$$

$$\rightarrow a_{SKF} \approx 20 \quad (\text{نمودار صفحه ۵۴ کاتالوگ})$$


$$R=90\% \rightarrow a_1 = 1$$

$$L_{10m} = (I)(20) \left( \frac{151}{13.38} \right)^3 = 28746.9 \quad (\text{میلیون دور})$$

$$L_{10mh} = 31941.0 \quad (\text{ساعت})$$

د) محاسبه حداقل بار شعاعی  $F_{rm} = ?$

$$F_{rm} = (0.03) \left( \frac{9 * 1500}{1000} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{140}{100} \right)^2 = 0.333 \text{ KN}$$

تمرین: 

در صورت امکان بالبرینگ شیار عمیق ساده‌ای برای شرایط تکیه‌گاهی ذیل انتخاب نمایید:

$$F_r = 6000 \text{ (N)}$$

$$d = 75 \text{ mm}$$

$$F_a = 4700 \text{ (N)}$$

$$n = 2000 \text{ rpm}$$

همچنین نوع ماشین ایجاب می‌نماید که حداقل عمر مطلوب برای یاتاقان 40000 ساعت و قابلیت اعتماد

R=96% باشد. در ضمن در انتخاب یاتاقان شرایط زیر را نیز در نظر بگیرید:

سطح آلودگی روغن: Slight Contamination ، دمای کارکرد یاتاقان  $T = 60^\circ\text{C}$

## فصل دوم:

# یاتاقان های لغزشی

## ۲- یاتاقان های لغزشی

در این حالت بین دو بخش متحرک از یک ماشین که نسبت به هم حرکت نسبی دارند از روانکار (روغن) استفاده می شود. به طور مثال می توان به یاتاقان های ژورنال در توربین ها، پیستون و شاتون در خودروها، چرخنده ها و غیره اشاره کرد.

### ۲-۱- روانکارها (روغن های معدنی)

از روانکارها برای ۱- کاهش اصطکاک ۲- کاهش سایش ۳- کاهش گرما بین دو بخش از ماشین که نسبت به یکدیگر حرکت نسبی دارند استفاده میشود.  
از استاندارد SAE برای انتخاب روغن در ماشین ها استفاده می گردد. معمولاً به روغن موادی اضافه می گردد تا خواص ذیل حاصل شود (مواد افزودنی Additive).

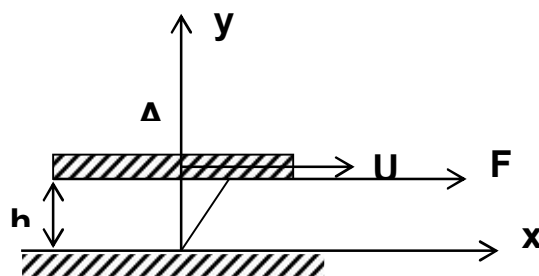
۱- جاذب لجن

۲- بالا بردن مقاومت روغن در برابر فشار

۳- بالا بردن مقاومت روغن در برابر گرما (تغییرات دما)

۴- بهبود (افزایش) عمر روغن و جلوگیری از اکسیدشدن آن

۵- جلوگیری از زنگ زدگی قطعات



ویسکوزیته 

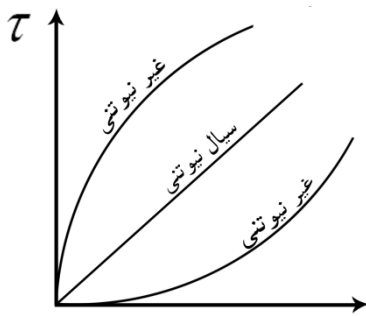
برای زمانی که فاصله کم و تغییرات سرعت نسبت به ارتفاع خطی است.

برای سیال نیوتنی، تنش برشی در هر لایه متناسب با گرادیان سرعت در آن لایه می باشد.

$$\tau = \frac{F}{A} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{U}{h} = \frac{F}{A}$$

$$\rightarrow F = \frac{\mu A}{h} U$$

$\mu$ : ثابت تناسب است و به آن ویسکوزیته مطلق (یا ویسکوزیته دینامیکی) گفته می شود  
WWW.MOHANDES.ORG



ویسکوزیته مطلق را ویسکوزیته دینامیکی نیز می نامند.

واحد ویسکوزیته مطلق ( $\mu$ ) در سیستم SI (m, kg, Sec) :

$$[\mu] = \frac{F \cdot h}{UA} = \frac{N \cdot m}{\frac{m}{s} \cdot m^2} = \frac{N \cdot S}{m^2} = Pa \cdot S$$

$$m Pa \cdot S = \frac{1}{1000} Pa \cdot S$$

$$Pa \cdot S = 1000 mPa \cdot S$$

واحد ویسکوزیته مطلق ( $\mu$ ) در سیستم C.g.S (cm, gr, Sec) : پوز

$$\mu = \frac{dyn \cdot cm}{\frac{cm}{s} \cdot cm^2} = \frac{dyn \cdot S}{cm^2} = Poise$$

$$Z = CP = \frac{1}{100} P$$

واحد ویسکوزیته مطلق ( $\mu$ ) در سیستم انگلیسی (اینچی، ips)، رینولدز می باشد.

$$[\mu] = \frac{Lb \cdot in}{\frac{in}{Sec} \cdot in^2} = \frac{Lb \cdot Sec}{in^2} = Reyn$$

تبدیل واحدها



$$1 Pa \cdot s = 10^{-3} \frac{Z}{(cp)}$$

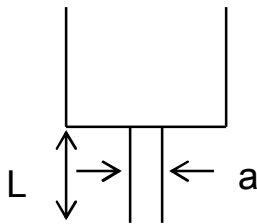
$$1 Reyn = 6890 Pa \cdot S$$

نحوه محاسبه ویسکوزیته سینماتیکی:



در استاندارد ASTM برای تعیین ویسکوزیته سینماتیکی از وسیله ای به نام ویسکوزیته سنج عمومی Saybolt استفاده می شود. این روش شامل اندازه گیری مدت زمان t عبور 60 سی سی از روانکار در دمای مشخص از لوله ای به قطر 17.6 mm و طول 12.25 mm برحسب ثانیه میباشد که نتیجه حاصل

ویسکوزیته (v) سینماتیکی را می دهد. از یکای  $\frac{cm^2}{sec}$  (استوک Stoke) برای ویسکوزیته سینماتیکی (v) استفاده می شود.



در سیستم اینچی داریم:

$$Z_K \left[ St \text{ or } \frac{mm^2}{S} \right] = \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right)$$

$$St = \frac{mm^2}{S}$$

در سیستم SI داریم:

$$v = \left( \frac{m^2}{S} \right) = 10^{+6} Z_K (C. St)$$

v: ویسکوزیته سینماتیکی (واحد استوک، St or Stok)

$$v = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow \mu = \rho \cdot v$$

$\rho$  : جرم مخصوص سیال (روانکار)

## ۲-۲- انواع روانکاری (Types of Lubrication)



۱- روانکاری (روغنکاری) هیدرودینامیکی (Hydrodynamic Lubrication)

فاصله لقی در حد چند ده میکرون است و روانکار در اثر چرخش محور در بین دو قطعه متحرک پمپاژ می شود.

کاربرد در نیروگاهها برای ژنراتور، توربین بخار و توربین گازی (یاتاقانهای ژروئال)

۲- روانکاری (روغنکاری) هیدرواستاتیک (Hydro Static Lubrication)

۳- روانکاری (روغنکاری) الاستو هیدرودینامیکی (Elasto Hydrodynamic Lubrication)، همانند

روغنکاری بین دندانهای یک چرخنده

۴- روانکاری (روغنکاری) مرزی (Boundary Lubrication)، فاصله به حد چند ملکول می رسد.

۵- روانکاری (روغنکاری) فیلم جامد (Solid film lubrication)، زمانی که دمای کارکرد یاتاقان بالا باشد لایه ای از گرافیت برای روانکاری استفاده می شود.

### ۲-۳- نظریه هیدرودینامیکی

$$f = 2\pi^2 \frac{\mu N}{P} \frac{r}{c} \quad \text{قانون پتروف}$$

$$p = \frac{w}{2rL}$$

c : لقی شعاعی بین محور و پوسته یاتاقان

f : ضریب اصطکاک

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = -6U \frac{\partial h}{\partial x}$$

معادله فوق حل تحلیلی ندارد و حل های تقریبی با استفاده از روشهای عددی و ترسیمی انجام می شود.

$$\frac{r}{c} f = \phi \left[ \left( \frac{r}{c} \right)^2 \frac{\mu N}{P} \right]$$

$$\text{Summerfeld number} = S = \left( \frac{r}{c} \right)^2 \frac{\mu N}{P}$$

\*\* مباحث تکمیلی مرتبط به یاتاقان های لغزشی و به خصوص یاتاقان ژورنال در کتاب و

همچنین در فایل ضمیمه آمده است.



۱۳۹۴/۰۹/۰۴

به نام خدا

## فصل ۱۲

### روغنکاری و یاتاقان های ژورنال بخش دوم

رہی - بهار ۱۳۹۳

1

### Design Considerations

**First group** are those whose values either are given or are under the control of the designer:

1. The viscosity  $\mu$
2. The load per unit of projected bearing area,  $P$
3. The speed  $N$
4. The bearing dimensions  $r, c, \theta,$  and  $L$

2

۱۳۹۴/۰۹/۰۴

## Design Considerations ...

The **Second group** are the dependent variables. the designer cannot control these except indirectly by changing one or more of the first group. These are:

1. The coefficient of friction  $f$
2. The temperature rise  $T$
3. The volume flow rate of oil  $Q$
4. The minimum film thickness  $h_0$

The **second group of variables** tells us how well the bearing is performing, and hence we may regard them as **performance factors**.

3

## Significant Angular Speed

The angular speed  $N$  that is significant to hydrodynamic film bearing performance is:

$$N = |N_j + N_b - 2N_f|$$

where

$N_j$  = journal angular speed, rev/s

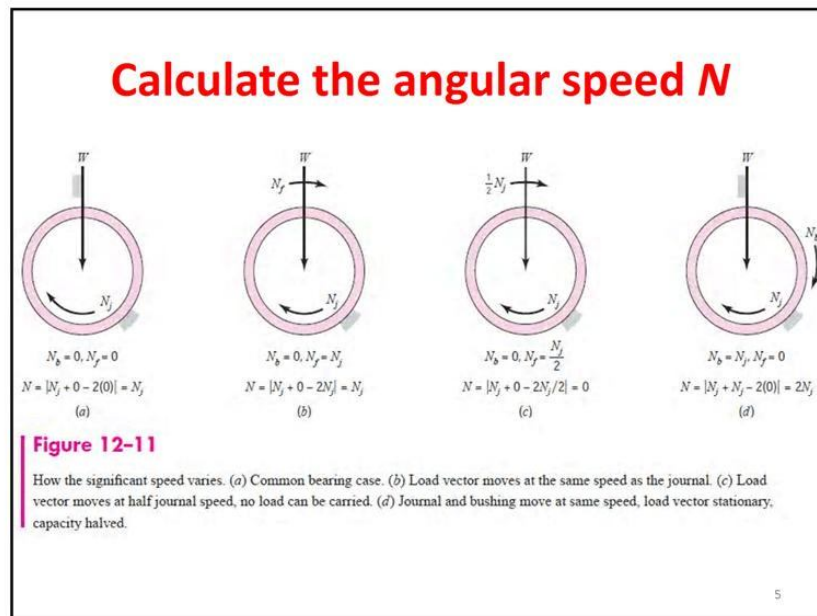
$N_b$  = bearing angular speed, rev/s

$N_f$  = load vector angular speed, rev/s

For determining the **Sommerfeld number** for a general bearing, use  $N$ .

4

۱۳۹۴/۰۹/۰۲



### Trumpler's Design Criteria for Journal Bearings

**Trumpler** is an accomplished bearing designer. He recommend:

$$h_0 \geq 0.0002 + 0.00004d \text{ (in)}$$

where  $d$  is the journal diameter in inches.

$$T_{max} \leq 250^\circ F$$

The starting load divided by the projected area is limited to:

$$W_{st}/Ld \leq 300 \text{ psi} \quad ; \quad n_d \geq 2$$

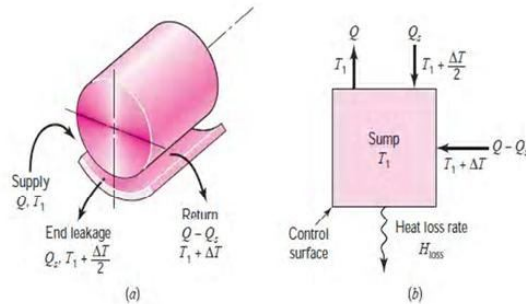
The above information are good advice to the beginning designer.

۱۳۹۴/۰۹/۰۲

## Lubricant Temperature Rise

**Figure 12-23**

Schematic of a journal bearing with an external sump with cooling; lubricant makes one pass before returning to the sump.



7

## Lubricant Temperature Rise ...

$Q$  = volumetric oil-flow rate into the bearing,  $\text{in}^3/\text{s}$

$Q_s$  = volumetric side-flow leakage rate out of the bearing and to the sump,  $\text{in}^3/\text{s}$

$Q - Q_s$  = volumetric oil-flow discharge from annulus to sump,  $\text{in}^3/\text{s}$

$T_1$  = oil inlet temperature (equal to sump temperature  $T_s$ ),  $^{\circ}\text{F}$

$\Delta T$  = temperature rise in oil between inlet and outlet,  $^{\circ}\text{F}$

$\rho$  = lubricant density,  $\text{lbm}/\text{in}^3$

$C_p$  = specific heat capacity of lubricant,  $\text{Btu}/(\text{lbm} \cdot ^{\circ}\text{F})$

$J$  = Joulean heat equivalent,  $\text{in} \cdot \text{lbf}/\text{Btu}$

$H$  = heat rate,  $\text{Btu}/\text{s}$

Using the sump as a control region, we can write an enthalpy balance. Using  $T_1$  as the datum temperature gives

$$H_{\text{loss}} = \rho C_p Q_s \Delta T / 2 + \rho C_p (Q - Q_s) \Delta T = \rho C_p Q \Delta T \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{Q_s}{Q} \right) \quad (a)$$

8

۱۳۹۴/۰۹/۰۴

### Lubricant Temperature Rise ...

The thermal energy loss at steady state  $H_{loss}$  is equal to the rate the journal does work on the film is  $H_{loss} = \dot{W} = 2\pi T N/J$ . The torque  $T = fWr$ , the load in terms of pressure is  $W = 2Pr l$ , and multiplying numerator and denominator by the clearance  $c$  gives

$$H_{loss} = \frac{4\pi Pr l N c r f}{J} \tag{b}$$

Equating Eqs. (a) and (b) and rearranging results in

$$\frac{J\rho C_p \Delta T}{4\pi P} = \frac{r f/c}{(1 - 0.5 Q_s/Q) [Q/(rcNl)]} \tag{c}$$

For common petroleum lubricants  $\rho = 0.0311 \text{ lbm/in}^3$ ,  $C_p = 0.42 \text{ Btu/(lbm} \cdot \text{ }^\circ\text{F)}$ , and  $J = 778(12) = 9336 \text{ in} \cdot \text{ lbf/Btu}$ ; therefore the left term of Eq. (c) is

$$\frac{J\rho C_p \Delta T}{4\pi P} = \frac{9336(0.0311)0.42\Delta T_F}{4\pi P_{psi}} = 9.70 \frac{\Delta T_F}{P_{psi}}$$

thus

$$\frac{9.70\Delta T_F}{P_{psi}} = \frac{r f/c}{(1 - \frac{1}{2} Q_s/Q) [Q/(rcNl)]} \tag{12-15}$$

9

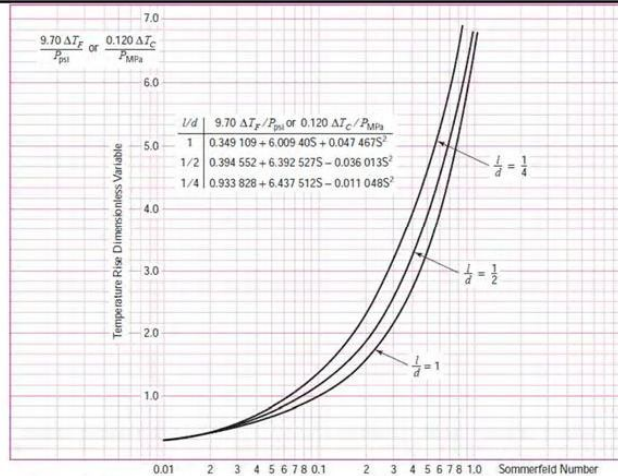
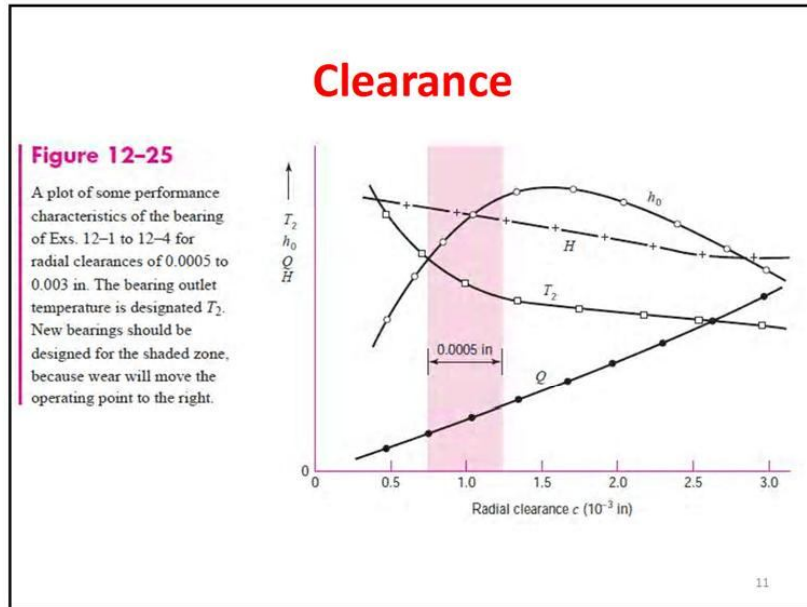


Figure 12-24

Figures 12-18, 12-19, and 12-20 combined to reduce iterative table look-up. (Source: Chart based on work of Raimondi and Boyd boundary condition (2), i.e., no negative lubricant pressure developed. Chart is for full journal bearing using single lubricant pass, side flow emerges with temperature rise  $\Delta T/2$ , thru flow emerges with temperature rise  $\Delta T$ , and entire flow is supplied at datum sump temperature.)

10

۱۳۹۴/۰۹/۰۴



**Table 12-3**

Maximum, Minimum, and Average Clearances for 1.5-in-Diameter Journal Bearings Based on Type of Fit

Type of Fit	Symbol	Clearance $c$ , in		
		Maximum	Average	Minimum
Close-running	H8/f7	0.001 75	0.001 125	0.000 5
Free-running	H9/d9	0.003 95	0.002 75	0.001 55

**Table 12-4**

Performance of 1.5-in-Diameter Journal Bearing with Various Clearances. (SAE 20 Lubricant,  $T_1 = 100^\circ\text{F}$ ,  $N = 30$  r/s,  $W = 500$  lbf,  $L = 1.5$  in)

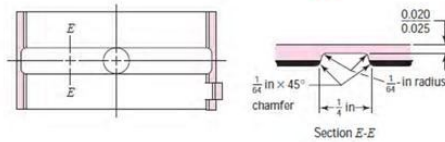
$c$ , in	$T_2$ , °F	$h_0$ , in	$f$	$Q$ , in <sup>3</sup> /s	$H$ , Btu/s
0.000 5	226	0.000 38	0.011 3	0.061	0.086
0.001 125	142	0.000 65	0.009 0	0.153	0.068
0.001 55	133	0.000 77	0.008 7	0.218	0.066
0.001 75	128	0.000 76	0.008 4	0.252	0.064
0.002 75	118	0.000 73	0.007 9	0.419	0.060
0.003 95	113	0.000 69	0.007 7	0.617	0.059

۱۳۹۴/۰۹/۰۴

## Pressure-Fed Bearings

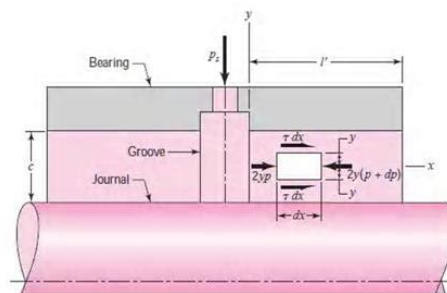
**Figure 12-27**

Centrally located full annular groove. (Courtesy of the Cleveland Graphite Bronze Company, Division of Cleveland Corporation.)



**Figure 12-28**

Flow of lubricant from a pressure-fed bearing having a central annular groove.



13

## Pressure-Fed Bearings ...

$$-2y(p + dp) + 2yp + 2\tau dx = 0 \quad (a)$$

Expanding and canceling terms, we find that

$$\tau = y \frac{dp}{dx} \quad (b)$$

Newton's equation for viscous flow [Eq. (12-1)] is

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (c)$$

Now eliminating  $\tau$  from Eqs. (b) and (c) gives

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y \quad (d)$$

Treating  $dp/dx$  as a constant and integrating with respect to  $y$  gives

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 \quad (e)$$

14

۱۳۹۴/۰۹/۰۴

At the boundaries, where  $y = \pm c/2$ , the velocity  $u$  is zero. Using one of these conditions in Eq. (e) gives

$$0 = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(\frac{c}{2}\right)^2 + C_1$$

or

$$C_1 = -\frac{c^2}{8\mu} \frac{dp}{dx}$$

Substituting this constant in Eq. (e) yields

$$u = \frac{1}{8\mu} \frac{dp}{dx} (4y^2 - c^2) \quad (f)$$

Assuming the pressure varies linearly from  $p_s$  to 0 at  $x = 0$  to  $l'$ , respectively, the pressure can be written as

$$p = p_s - \frac{p_s}{l'} x \quad (g)$$

and therefore the pressure gradient is given by

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_s}{l'} \quad (h)$$

We can now substitute Eq. (h) in Eq. (f) to get the relationship between the oil velocity and the coordinate  $y$ :

$$u = \frac{p_s}{8\mu l'} (c^2 - 4y^2) \quad (12-21)$$

15

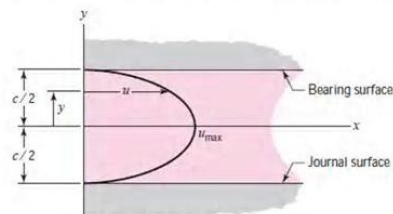
### Parabolic distribution of the lubricant velocity

$$u_{\max} = \frac{p_s c^2}{8\mu l'} \quad (i)$$

To consider eccentricity, as shown in Fig. 12-30, the film thickness is  $h = c - e \cos \theta$ . Substituting  $h$  for  $c$  in Eq. (i), with the average ordinate of a parabola being two-thirds the maximum, the average velocity at any angular position  $\theta$  is

$$u_{av} = \frac{2}{3} \frac{p_s h^2}{8\mu l'} = \frac{p_s}{12\mu l'} (c - e \cos \theta)^2 \quad (j)$$

We still have a little further to go in this analysis; so please be patient. Now that we have an expression for the lubricant velocity, we can compute the amount of lubricant



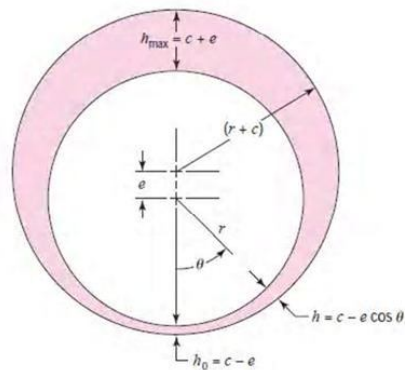
16



۱۳۹۴/۰۹/۰۴

## Pressure-Fed Bearings ...

Figure 12-30



17

that flows out both ends; the elemental side flow at any position  $\theta$  (Fig. 12-30) is

$$dQ_s = 2u_{av} dA = 2u_{av}(rh d\theta) \quad (k)$$

where  $dA$  is the elemental area. Substituting  $u_{av}$  from Eq. (j) and (h) from Fig. 12-30 gives

$$dQ_s = \frac{p_s r}{6\mu l'} (c - e \cos \theta)^3 d\theta \quad (l)$$

Integrating around the bearing gives the total side flow as

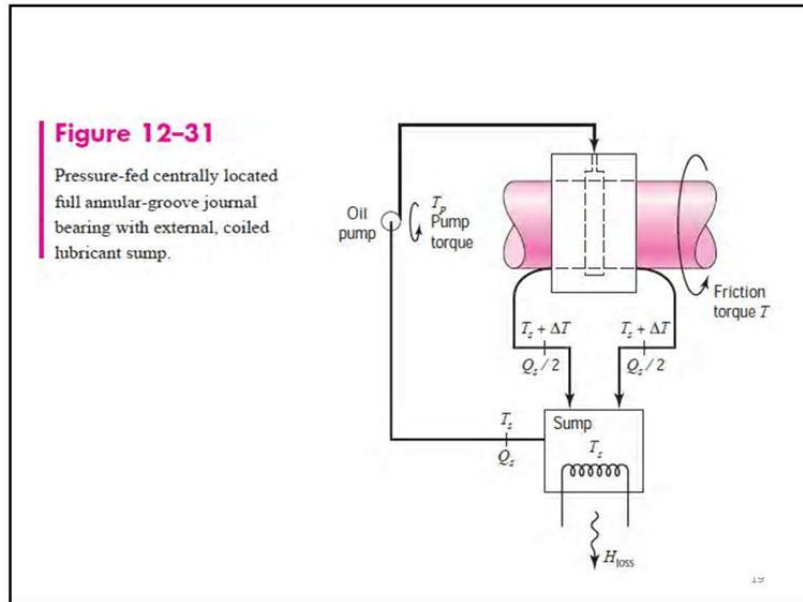
$$Q_s = \int dQ_s = \frac{p_s r}{6\mu l'} \int_0^{2\pi} (c - e \cos \theta)^3 d\theta = \frac{p_s r}{6\mu l'} (2\pi c^3 + 3\pi c e^2)$$

Rearranging, with  $\epsilon = e/c$ , gives

$$Q_s = \frac{\pi p_s r c^3}{3\mu l'} (1 + 1.5\epsilon^2) \quad (12-22)$$

18

۱۳۹۴/۰۹/۰۴



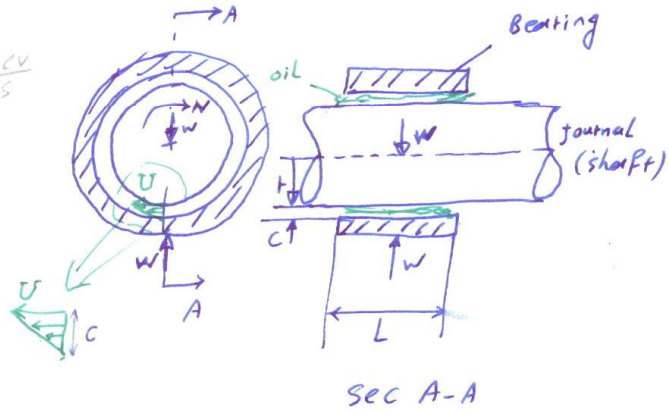
\* معادلات پیتروف

معادلات پیتروف بیان می‌تواند که در حال کاربردش ندارد ولی به دلیل اهمیت نتایج حاصل بیان می‌شود.

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = \mu \frac{2\pi r N}{c}$$

$$T = (\tau A)(t) = \left(\frac{2\pi r \mu N}{c}\right)(2\pi r L)(t)$$

$$\Rightarrow T = \frac{4\pi^2 r^3 L \mu N}{c} \quad (1)$$



و مقدار  $w$  کوچک فرض می‌شود

$$P = \frac{W}{2tL}$$

$$T = f W t = (f)(2tL P)(t) = 2t^2 f L P \quad (2)$$

که در آن  $f$  ضریب اصطکاک است،  $T$  گشتاور اصطکاک می‌باشد.

$$(1), (2) \Rightarrow f = 2\pi^2 \frac{\mu N}{P} \frac{t}{c}$$

معادله پیتروف

(سال ۱۸۸۳) - بعد از آزمایش‌های پیتروف تا در آن  $\frac{\mu N}{P}$  و  $\frac{t}{c}$  دو پارامتر بدون بعد و بسیار مهم در روشنگاری می‌باشند.

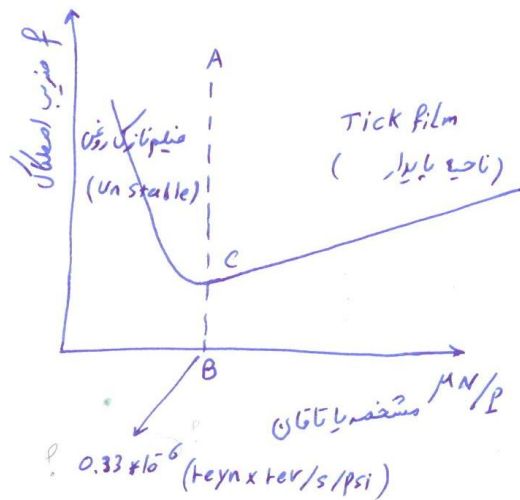
بعداً خواهیم دید که عدد سامرفلد (Sommerfeld number) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$S = \left(\frac{t}{c}\right)^2 \frac{\mu N}{P} \quad \text{where } \frac{t}{c} \text{ نسبت لغزشی}$$

$$f\left(\frac{t}{c}\right) = 2\pi^2 \frac{\mu N}{P} \left(\frac{t}{c}\right)^2 = 2\pi^2 S \quad \text{و داریم}$$

\* روغنکاری پایدار (Stable Lubrication)

- برادران مکی (McKee) در آزمایش‌های آزمایشی واقعی اصطکاک سنودار زیر الاستیسیته را استخراج کردند.



برای ناحیه راست خط AB (ناحیه پایدار) داریم و  

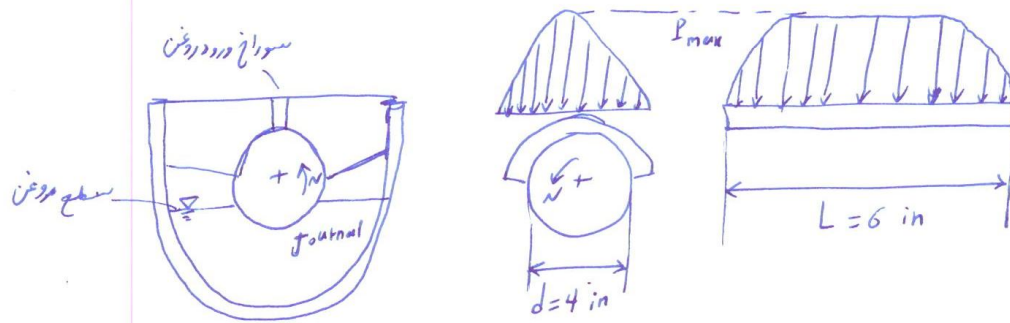
$$N \uparrow \xrightarrow{\text{طبیعی سنودار}} \frac{\mu N}{P} \uparrow \xrightarrow{\text{ملتی سنودار}} f \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow M \downarrow \Rightarrow \frac{\mu N}{P} \downarrow$$
  
 یعنی سیستم در ناحیه راست خط AB پایدار است و در ناحیه چپ خط AB چنین نیست.

طراحان یاتاقان ژورنال بر روی زمین یک رژیم پایدار برای فیلم ضخیم روغن پیشنهاد می‌کنند که:

$$\frac{\mu N}{P} \geq 1.7 \times 10^5 \quad (\text{teyn} \times \text{tev/s} / \text{psi})$$

## \* تئوری هیدرو دینامیک و روغنکاری

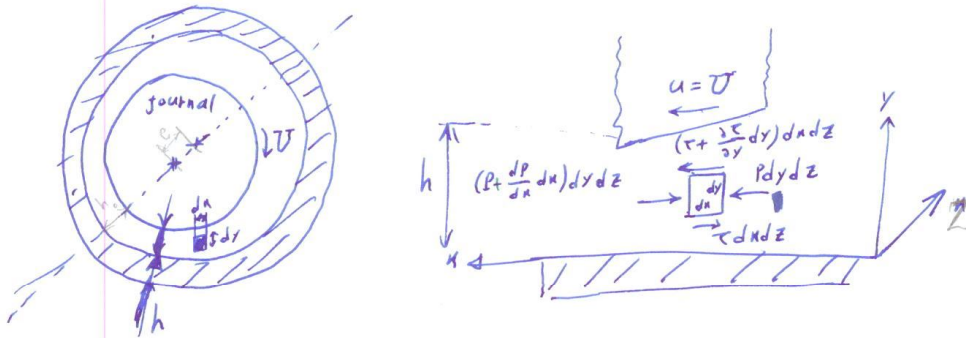
اساس و مبنا تئوری هیدرو دینامیک به آزمایشی نامی تاور بر می گردد. (سال ۱۸۸۰)  
تاور روی اصطکاک یا تاقانها در دوران راه آهن کار می کرد.  
شاکتیکم از آزمایش تاور در شکل نشان داده شده است. (نیم یا تاقان)



تاور نتایج مشاهده خود را منتشر نمود و سپس رینولدز به اساس کار تاور معادله حاکم را استخراج کرد.

\* فرضیات رینولدز برای استخراج معادلات دینامیک حاکم:

- ۱- فیلم روغن در مقایسه با شعاع یا تاقان بسیار نازک است به گونه ای که می توان از اثر انحنای یا تاقان صرف نظر نمود. (فرض ۱م)
- ۲- سیال رفتار نیوتنی دارد.
- ۳- سیال غیر قابل تراکم است.
- ۴- ویسکوزیته در فیلم روغن ثابت فرض می شود.
- ۵- فشار در جهت محوری تغییر نمی کند.



$$\sum F_x = P dy dz - (P + \frac{dP}{dx} dx) dy dz - \tau dx dz + (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy) dx dz = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dx} = \frac{\tau}{h} \quad , \quad \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dx} = +\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

با استفاده از شرایط دایره‌ای در این صورتی:

$$\begin{cases} y=0, u=0 \\ y=h, u=U \end{cases}$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} (y^2 - hy) + \frac{U}{h} y$$

$$Q = \int_0^h u dy \Rightarrow Q = \frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \frac{dP}{dx}$$

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{U}{2} \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{dP}{dx} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{dP}{dx} \right) = 6U \frac{dh}{dx} \quad \text{classical Reynolds equation}$$

معادله فوق به عنوان معادله رینولدز کلاسیک شناخته می‌شود. در معادله فوق از نسبت این جانبها در نظر شده است. برای جریان یک بعدی

هرگاه نشست‌ها در عرض از دو سر یا تاقان (side leakage) نیز در نظر گرفته شود، معادله رینولدز به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\rho(\kappa = R\theta)$$

حل‌های متعددی برای معادله فوق‌الزبور شده است که یکی از مهم‌ترین حل‌ها برای  $h \ll R$  حل اریب‌شده توسط سامرفلد (Sommerfeld) است.

$$\frac{t}{c} f = \phi \left[ \left( \frac{t}{c} \right)^2 \frac{\mu U}{P} \right]$$

که در آن  $\phi$  ضرایبی به حسب عدد سامرفلد است. عدد سامرفلد تابعی از  $\frac{t}{c}$  و  $\frac{\mu U}{P}$  است. سامرفلد تابع را برای یک نیم‌یاتاقان و یک یاتاقان کامل با فرض عدم نشست جانبی یافت.

در حال حاضر برای طراحی یاتاقان ژورنال از نمودارهای اریب‌شده <sup>۱۹۵۸</sup> Raimondi and Boyd استفاده می‌شود. نتایج در شکل‌های Fig 12-15 و Fig 12-22 آورده است. - نمودارها به حسب عدد سامرفلد و  $\frac{L}{d}$  رسم شده‌اند.

ملاحظات طراحی یا تاقهای ژورنال

در یا تاقهای ژورنال دوگروه پارامتر وجود دارد  
گروه اول که تحت کنترل طراح قرار دارد.

۴: ویسکوزیته مطلق روانکار

$$P: \text{بار بر واحد مساحت بر سره یا تاقان} \quad (P = \frac{W}{2FL})$$

$N$ : سرعت دورانی محور (ژورنال) به بیانی اصلاح می توان به شکل ۱۱-۱۲ ابراهیم بنویسد.

ابعاد یا تاقان هستند  $C$ ،  $t$ ،  $\mu$ ،  $L$

گروه دوم پارامترها که پارامترهای وابسته هستند که طراح می تواند از طریق تغییر مستقیم بر آنها کنترل داشته باشد.

$F$ : ضریب اصطکاک

$T$ : افزایش درجه حرارت

$Q$ : حجم جریان روغن (در روغن)

$h_o$ : حداقل ضخامت فیلم روغن

معیارها و توصیه های  $T_{trumpet}$  برای طراحی یا تاقهای ژورنال

$$h_o \geq 0.0002 + 0.00004d \quad (\text{in})$$

قطر محور (ژورنال) بر حسب اینچ

$$T_{max} \leq 250^\circ\text{F} \quad (121^\circ\text{C}) \quad \text{چرا؟}$$

$$\frac{W_{st}}{Ld} \leq 300 \text{ psi} \quad \text{where } \underline{W_{st}} \text{ is starting Load} \quad (2.1 \text{ MPa})$$

$$n_d \geq 2 \quad \text{ضریب اطمینان طراحی}$$

~~۲۴~~



مسئله ۱- در یک ماشین از یاتاقان ژورنال با قطر محور  $150^{mm}$  و طول یاتاقان  $120$  میلی‌متر استفاده شده است. قطر یاتاقان  $150.24$  میلی‌متر است. یاتاقان با روغن SAE 40 در دمای  $65^{\circ}C$  استفاده می‌شود. محور یاتاقان بار  $8$  kN را تحمل و با سرعت دورانی  $960$  rpm می‌چرخد. ضریب اصطکاک و اتلاف توان در این یاتاقان را با استفاده از معادلات پیتروف استخراج کنید.

حل:

$$\text{Data: } d = 0.15 \text{ m}, D = 0.15024 \text{ mm}$$

اطلاعات مسئله:

$$L = 0.12 \text{ m}, F = 8 \text{ kN}$$

$$\text{SAE 40 oil } T_{oil} = 65^{\circ}C$$

$$N = 960 \times \frac{1}{60} = 16 \text{ rps } \frac{\text{rev}}{\text{sec}}$$

$$f = ? , H_{Loss} = ?$$

$$t = 0.5d = 0.5 \times 0.15 = 0.075 \text{ m}$$

حل:

$$c = (D-d)/2 = 0.00012 \text{ m}$$

$$P = \frac{F}{dL} = \frac{8000}{150 \times 120} = 0.44 \text{ MPa} = 44 \times 10^4 \text{ Pa}$$

Viscosity of SAE 40 oil at  $65^{\circ}C$   $\xrightarrow{\text{Fig 12-13, نمودار}}$   $\mu = 30 \text{ mPa}\cdot\text{s}$   
634

$$\Rightarrow \mu = 30 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \quad (\text{مطلق})$$

$$a) f = 2\pi^2 \left( \frac{\mu N}{P} \right) \left( \frac{t}{c} \right) = 2\pi^2 \left( \frac{30 \times 10^{-3} \times 16}{44 \times 10^4} \right) \left( \frac{0.075}{0.00012} \right)$$

$$\Rightarrow f = 0.0134 \quad (\text{ضریب اصطکاک})$$

$$b) \text{ Friction Torque } T_f = f F t = (0.0134)(8000)(0.075) = 8.067 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2 \times 3.14 \times 960}{60} = 100.48 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Power Loss } H_{Loss} = T_f \cdot \omega = 8.067 \times 100.48 = 811 \text{ W}$$

۲۵

مسئله ۲- یک یاتاقان رولر دارای قطر محور ۸۰ میلی‌متر و طول یاتاقان ۴۰ میلی‌متر است.  
 لقی شعاعی ۰.۰۶ mm است. این یاتاقان بار شعاعی ۹ کیلو نیوتن را هنگامی که  
 محور با سرعت دورانی ۳۶۰۰ rpm چرخد تحمل می‌کند. این یاتاقان با روغن SAE 40  
 که در فشار اتمسفر با یاتاقان تغذیه می‌شود روغنکاری می‌شود و در میان ~~سطوح~~ متوسط  
 کارکرد آن نیز ۶۵ °C است. با استفاده از نمودارهای ~~Raymond-Boyd~~ ~~Raymond-Boyd~~  
~~در حالت کارکرد~~ یاتاقان را در حالت پایدار تحلیل کنید.

Data :

$$d = 80 \text{ mm} , \quad L = 40 \text{ mm} , \quad C = 0.06 \text{ mm}$$

$$F = 9 \text{ kN} , \quad N = 3600 \text{ rpm} = 60 \text{ tps}$$

$$\text{SAE 40 oil} , \quad T_{av} = 65 \text{ } ^\circ\text{C}$$

حل:

$$1. \quad P = \frac{F}{Ld} = \frac{9000}{(40)(80)} = 2.813 \text{ MPa}$$

$$2. \quad \mu = 30 \text{ cP at } 65 \text{ } ^\circ\text{C for SAE 40 from Fig. 12-13} \quad 634$$

$$3. \quad S = \left(\frac{L}{C}\right)^2 \left(\frac{\mu N}{P}\right) = \left(\frac{40}{0.06}\right)^2 \left(\frac{30 \times 10^{-3} \times 60}{2.813 \times 10^6}\right) = 0.284$$

$$4. \quad \text{For } \left\{ \begin{array}{l} S = 0.284 \\ \frac{L}{d} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{636}]{\text{Fig. 12-16}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h_o}{C} = 0.38 \\ \epsilon = \frac{e}{C} = 0.62 \end{array} \right.$$

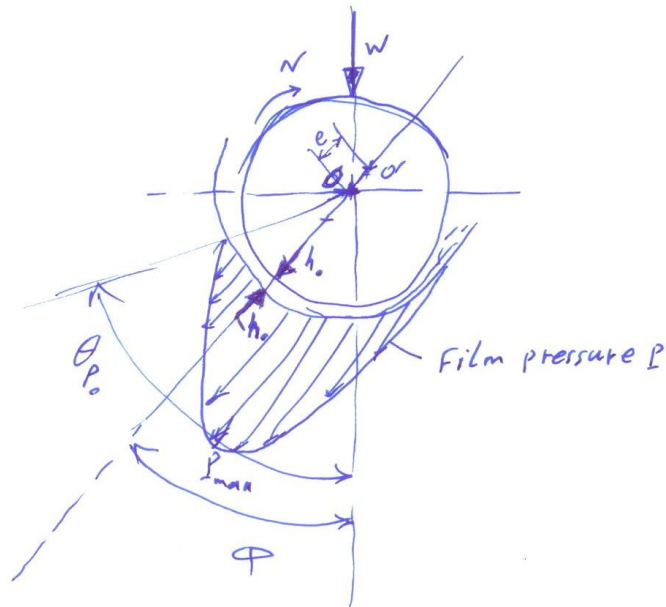
$$\Rightarrow h_o = 0.38 * C = 0.38 * 0.06 = 0.023 \text{ mm} = 23 \mu\text{m}$$

$$e = 0.62 * C = 0.62 * 0.06 = 0.037 \text{ mm}$$

$$5. \left. \begin{array}{l} S = 0.284 \\ \frac{L}{d} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{639}]{\text{Fig. 12-18}} \left(\frac{r}{c}\right) f = 7.5$$

$$\Rightarrow f = 7.5 * \left(\frac{c}{r}\right) = 7.5 * \left(\frac{0.06}{40}\right) = 0.0113$$

$$6. \text{fat } \left. \begin{array}{l} S = 0.284 \\ \frac{L}{d} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{637}]{\text{Fig. 12-17}} \varphi = 46^\circ$$



٢٧

$$7. \quad \left. \begin{array}{l} s = 0.284 \\ \frac{L}{d} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{640}]{\text{Fig. 12-19}} (Q/tCNL) = 4.9$$

$$\Rightarrow Q = 4.9 * \frac{tCNL}{1} = (4.9)(0.04)(0.00006)(60)(0.04)$$

$$\Rightarrow Q = 2.82 * 10^{-5} \frac{m^3}{s} = 28.2 \frac{cm^3}{s}$$

$$8. \text{ From Fig. 12-20 } \text{640}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_s}{Q} = 0.75$$

$$\Rightarrow Q_s = (0.75)(28.2) = 21.2 \text{ cm}^3/s$$

$$9. \text{ From Fig. 12-21 } \text{641} \\ s = 0.284, \frac{L}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left( \frac{P}{P_{\text{max}}} \right) = 0.36$$

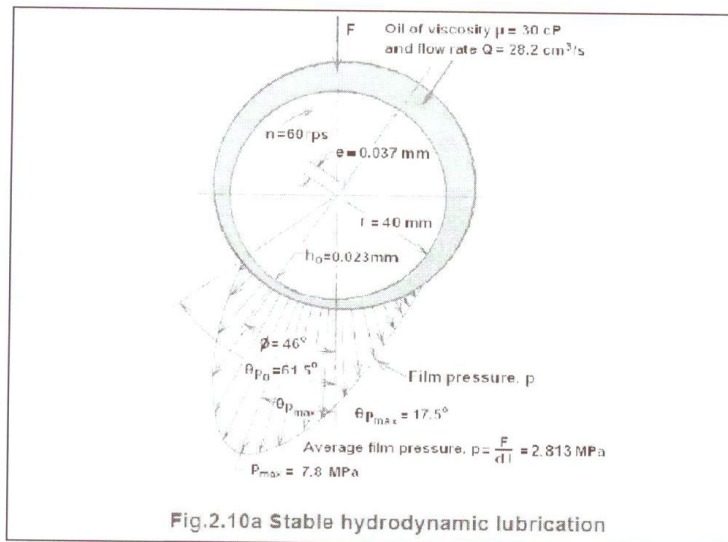
$$\Rightarrow P_{\text{max}} = \frac{P}{0.36} = \frac{2.813}{0.36} = 7.8 \text{ MPa}$$

$$10. \text{ From Fig. 12-22 } \text{642}$$

$$\Rightarrow \theta_{p_0} = 61.5^\circ, \theta_{p_{\text{max}}} = 17.5^\circ$$

٢٨

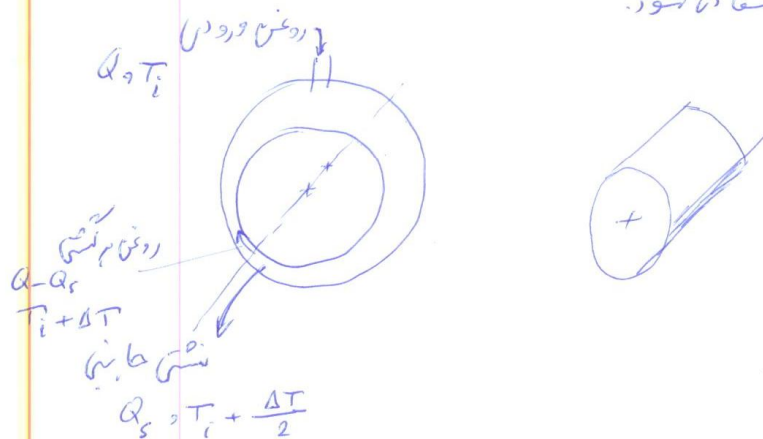
١٣٩٢/١٢/١٢



١٠

٢٩

دما  
 \* روانساز (روغن) در هنگام کارکرد یاتاقان زردناله افزایش دمای  
 دمای ورودی به یاتاقان را می توان با روشهای خنک کاری در یک دمای  
 مشخص ثابت در نظر گرفت. افزایش دما در یاتاقان زردناله  
 را می توان با نوشتن روابط تعادل آنتالپی ~~محاسبه~~ محاسبه نمود.  
 نتایج حاصل در نمودار ۱۲-۲۴ کتاب آمده است.  
 برای این منظور باید از روش سه نقطه و حفظ برابری محاسبه افزایش  
 دمای روغن استفاده نمود.



\* یاتاقان با تقدیر هشتم از کتاب مطالعه شود

مثال: یک یاتاقان گردنالی برای یک پمپ گریز از مرکز استفاده شده است. سرعت دوران محور پمپ ۱۷۴۰ rpm است و بار ۸ kN را تحمل می‌کند. قطر گردنالی با شعاع و خطا ۱۲۰ میلی‌متر محاسبه شده است. یاتاقان سوراخ‌دار ساخته شده است و طول یاتاقان  $L = 80$  mm است. مایه لایه روغن SAE 30 با دمای ۵۰°C استفاده شده است. لغزش شعاعی یاتاقان را ۰.۱۲ میلی‌متر در نظر بگیرید. میزان افزایش دما را در هر طرف محاسبه کنید. حالت چسبندگی یاتاقان محاسبه کنید.

حل:  
اطلاعات:

$$N = 1740 \text{ rpm} = 29 \text{ rps}$$

$$F = 8 \text{ kN} = 8000 \text{ N}$$

$$t = 0.5d = 60 \text{ mm} \quad c = 0.12 \text{ mm}$$

$$L = 80 \text{ mm}$$

$$\text{SAE 30} \quad T_i = 50^\circ\text{C} \Rightarrow T_o = ?$$

حل: افزایش دما و  $T_{av}$  را با شعاع و خطا و با استفاده از نمودار ۱۲-۲۴ محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta T = 10 \Rightarrow T_{av} = T_i + 0.5 \Delta T = 50 + (0.5)(10)$$

$$\Rightarrow T_{av} = 55^\circ\text{C}$$

$$\xrightarrow[\text{SAE 30}]{\text{Fig 12-13}} \mu = 34 \text{ cP}$$

$$P = \frac{F}{Ld} = \frac{8000}{(80)(120)} = 0.833 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{c}{t}\right)^2 \left(\frac{\mu N}{P}\right) = \left(\frac{60}{0.12}\right)^2 \left(\frac{34 \times 10^{-3} \times 29}{0.833 \times 10^6}\right) = 0.296$$

۳۱

$$S = 0.296, \frac{L}{d} \approx 0.7 \xrightarrow{\text{Fig. 12-24}} \frac{0.12 \Delta T_c}{P} = 2.2$$

$$\Rightarrow \Delta T_c = (2.2) \frac{0.833}{0.12} = 15.3 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \begin{matrix} P \\ 1 \text{ MPa} \\ \text{MPa} \times 10^6 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow T_{av} = T_i + 0.5 \Delta T = 50 + (0.5)(15.3) = 57.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{For } T_{av} = 57.6 \text{ } ^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{Fig. 12-12}} \mu = 31 \text{ CP}$$

SAE 30

$$\Rightarrow S = \left(\frac{L}{C}\right)^2 \left(\frac{\mu N}{P}\right)$$

$$= (500)^2 \left(\frac{31 \times 10^{-3} \times 29}{0.833 \times 10^6}\right) = \cancel{0.274} 0.274$$

$$\text{For } S = 0.274, \frac{L}{d} \approx 0.7 \xrightarrow{\text{Fig. 12-24}} \frac{0.12 \Delta T_c}{P} = 2$$

$$\Rightarrow \Delta T_c = (2) \frac{0.833}{0.12} = 13.88 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T_{av} = T_i + 0.5 \Delta T = 50 + (0.5)(13.8) = 56.9$$

$$\text{For } T_{av} = 56.9 \text{ } ^\circ\text{C}, \mu = 32 \text{ CP}, S = 0.283 \Rightarrow \Delta T_c = 13.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow \text{For } T_{av} = 56.9 \text{ } ^\circ\text{C}, \mu = 32 \text{ CP}, S = 0.28 \Rightarrow \Delta T_c = 13.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T_o = T_i + \Delta T_c = 50 + 13.8 = 63.8 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \square$$

حالتی که در آن به این نتایج رسیدیم، در زمان فوق سایر پارامترهای دیگر را تا آنجا که امکان داشته باشد، بررسی نمودیم (برای تعیین بهترین حالت، متوسط دانستیم و جواب انجام شد)



تکلیف ، یک یاتاقان ژورنال با قطر محور <sup>۱۱۰</sup> میلیمتر و طول یاتاقان <sup>۵۵</sup> میلیمتر در یک ماشین بکار رفته است . لقی شعاعی <sup>یاتاقان</sup> ۰.۰۷۵ و بار شعاعی وارد بر محور یاتاقان ۱۵ کیلونیوتن می باشد . سرعت دورانی محور یاتاقان در هنگام فیلم پایداری هیپودرینامیکی <sup>۲۵۰۰</sup> rpm است . <sup>در این</sup> یاتاقان ژورنال با روغن SAE 50 در فشار اتمسفر و با دمای ۶۰°C به یاتاقان ژورنال تغذیه می شود . با استفاده از نمودارهای <sup>رایمندی-بویلد</sup> Raimondi-Boyd ، افزایش دمای روغن و کلیه پارامترهای مشخصه مربوط به یاتاقان ژورنال در حالت کارکرد پایداری را استخراج کنید .

## فصل سوم:

# طراحی چرخنده ها – کلیات

- چرخنده ساده
- چرخنده هلیکال
- چرخنده حلزونی
- چرخنده مخروطی

### ۳-۱- چرخنده‌ها

#### انواع مهم چرخنده‌ها

۱- چرخنده ساده (Spur Gear)

۲- چرخنده هلیکال یا مارپیچ (Helical Gear)

۳- چرخنده حلزونی (Worm Gear)

۴- چرخنده مخروطی (Bevel Gear)

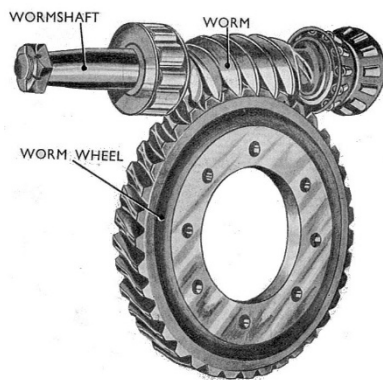
(شکل ج)



چرخنده مخروطی



چرخنده ساده



چرخنده حلزونی



چرخنده هلیکال یا مارپیچ

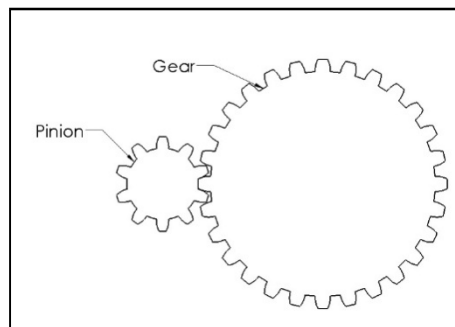
#### بررسی مجموعه چرخنده‌ها

۱- تحلیل سینماتیکی مجموعه چرخنده‌ها (در درس دینامیک ماشین بررسی می شود)

۲- تحلیل نیرویی و استحکام چرخنده‌ها (در درس طراحی اجزا مطرح می شود)

## تعاریف

- چرخنده کوچکتر را پینیون (pinion) و چرخنده بزرگتر را گیر (Gear) می گویند.
- چرخنده راننده (محرک) را Driver و چرخنده متحرک یا رانده شده را Driven می نامند.
- معمولاً ماکزیمم نسبت تبدیل دور در چرخنده‌های ساده ۱ به ۶ است. برای چرخ حلزونی نسبت تبدیل میتواند ۱ به ۴۰ باشد. برای بالابرجرثقیلها نسبت تبدیل ۱ به ۴۰۰ هم وجود دارد که با چرخنده‌های سیاره‌ای ایجاد میشود.

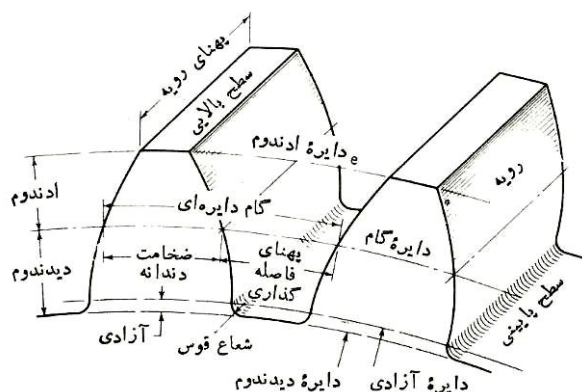


## ۳-۲- چرخنده‌های ساده (Spur Gears)

چرخنده‌های ساده برای انتقال حرکت دورانی بین محورهای موازی به کار می‌روند و دندانه‌های آنها به موازات محور چرخشان می‌باشد. معمولاً چرخنده‌های ساده از لحاظ تئوری قادر به ایجاد ماکزیمم نسبت دور ۱ به ۶ می‌باشند. که البته این پیشنهادی است و می‌تواند بیشتر هم باشد. محدودیت استفاده از چرخنده‌های ساده به صورت زیر است:

$$40 \text{ hp} < \text{توان} \quad \text{و} \quad \left(\frac{n_2}{n_1}\right) < \frac{1}{6} : \text{نسبت تبدیل دور}$$

- به طور معمول دور چرخنده کوچک «برای چرخنده‌های ساده» نبایستی از 3600 rpm بیشتر شود.  
 $n_1 < 3600 \text{ rpm}$



a : ارتفاع تاج دندانه (Addendum)

b : ارتفاع ریشه دندانه (Dedendum)

نامگذاری دندانه چرخنده.

همواره  $b > a$  می باشد که سر دندان چرخنده درگیر به دایره ته دندان نرسد.

ارتفاع دندان:  $h_t = a + b$

### ■ دایره گام (Pitch Circle):

دایره‌ای است فرضی که تمامی محاسبات بر مبنای آن انجام می‌شود. و قطر آن را قطر دایره گام گویند. دایره‌های گام یک جفت چرخنده درگیر با هم مماس است.

### ■ دایره لقی (Clearance Circle):

دایره لقی دایره‌ای است که بر دایره ادنوم چرخنده درگیر مماس است.

### ■ گام (گام دایره‌ای، Circular Pitch) ، $P_c$ ، $P$ :

فاصله‌ای است که بر روی دایره گام از یک نقطه بر روی یک دندان تا نقطه مشابه بر روی دندان مجاور اندازه گیری می‌شود.

$$P = \frac{\pi d}{N}$$

$d$ : قطر دایره گام (mm)

$p$ : گام چرخنده (mm)

$N$ : تعداد دندانه‌های چرخنده

### ■ مدول (Module) ، $m$ :

به نسبت قطر دایره گام به تعداد دندانه‌های چرخنده، مدول گفته می‌شود.

$$m = \frac{d}{N}$$

$m$ : مدول (mm)

$d$ : قطر دایره گام چرخنده (mm)

$N$ : تعداد دندانه‌های چرخنده

با جایگذاری داریم:

$$\Rightarrow P = \frac{\pi d}{N} = \pi m$$

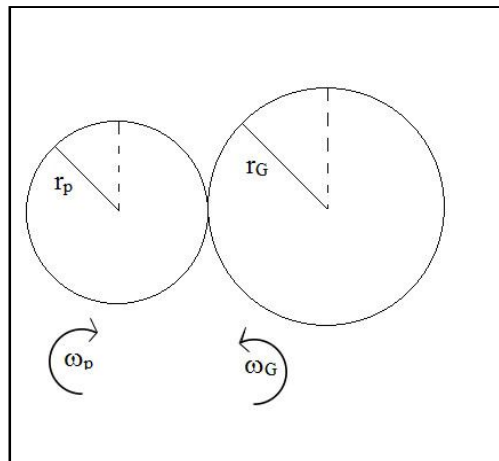
یک جفت چرخنده درگیر باید دارای مدول یکسانی باشند و بدلیل اینکه برای ایجاد هر مدول به ابزار تراش جداگانه‌ای نیاز است، لذا تنها از تعداد محدودی مدول استاندارد استفاده می‌شود.

### ■ گام قطری (Diametral Pitch), $P_d$ :

در سیستم اینچی به نسبت تعداد دندانه‌ها بر قطر دایره گام بر حسب اینچ گام قطری گفته می‌شود (که عکس مدول به اینچ است)

$$P_d = \frac{N}{d(in)} \quad P_d = \frac{1}{m(in)}$$

$d$ : قطر دایره گام (inch),  $N$ : تعداد دندانه‌ها



$$d_p = 2 r_p \quad , \quad d_G = 2 r_G$$

$$Cd = \frac{d_p + d_G}{2} = r_p + r_G$$

$d_G$ : قطر دایره گام چرخنده گیر

$d_p$ : قطر دایره گام پینیون

$Cd$ : Center distance (فاصله مراکز دو چرخنده)

$$\frac{n_G}{n_P} = \frac{r_P}{r_G} \quad \frac{n_G}{n_P} = \frac{N_P}{N_G} = \frac{r_P}{r_G}$$

$n_P$ : سرعت دورانی چرخنده پینیون (rpm)

$n_G$ : سرعت دورانی چرخنده Gear (rpm)

$\omega_P$ : سرعت دورانی چرخنده پینیون (rad/sec)

$\omega_G$ : سرعت دورانی چرخنده Gear (rad/sec)

$$V = r_p * \omega_P$$

$$\Rightarrow r_p \omega_P = r_G \omega_G$$

$$V = r_G * \omega_G$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_G}{\omega_P} = \frac{r_p}{r_G} = \frac{n_G}{n_P} = \frac{N_P}{N_G}$$

در چرخنده های استاندارد داریم:

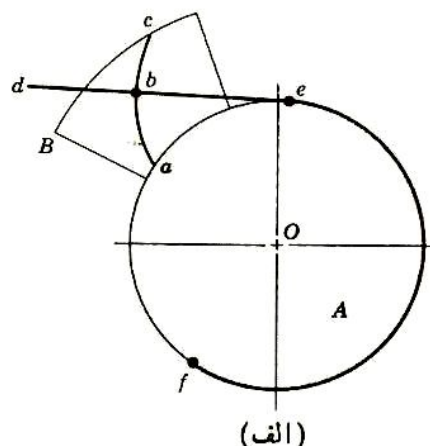
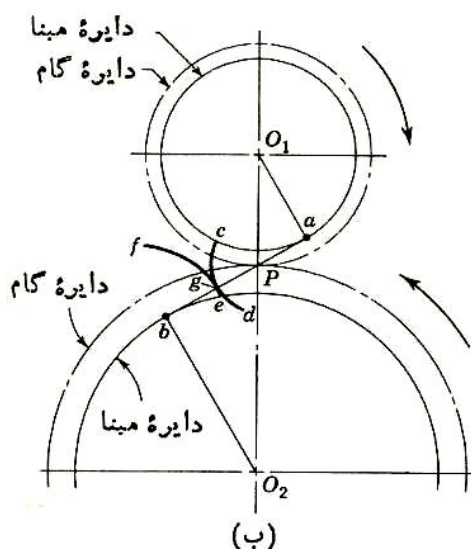
$$\left. \begin{array}{l} \text{برای دندانه بلند} \\ \text{(Full Depth)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a=m \quad \varphi = 20^\circ, 22.5^\circ, 25^\circ \\ b=1.25m \text{ or } 1.35m \quad C=b-a = 0.25m \text{ or } 0.35m \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{برای دندانه کوتاه} \\ \text{(Stud)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a=0.8 \text{ m} \quad \varphi = 20^\circ \\ b=m \quad C=b-a=0.2 \text{ m} \end{array}$$

### ۳-۳- عمل مزدوج (Conjugate Action)

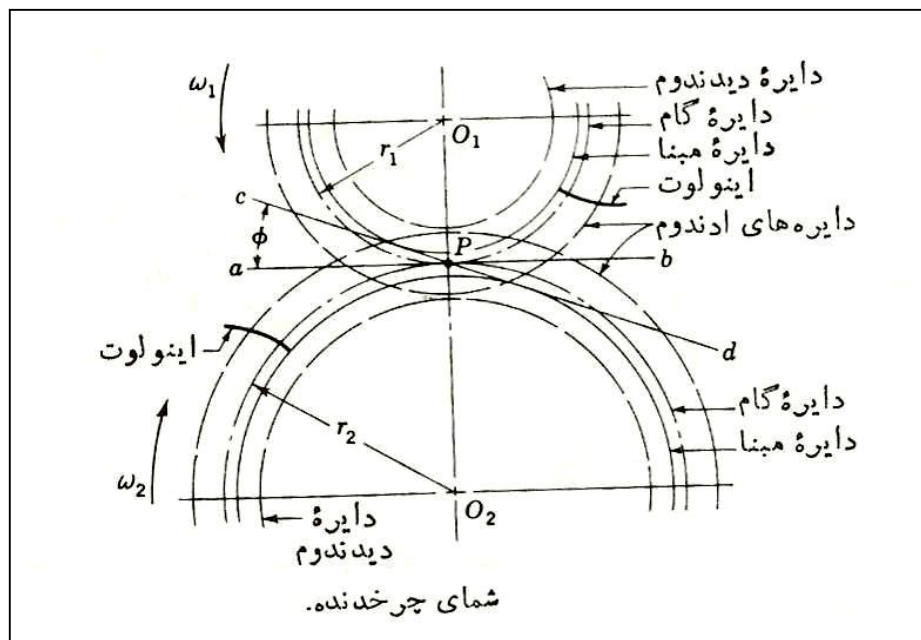
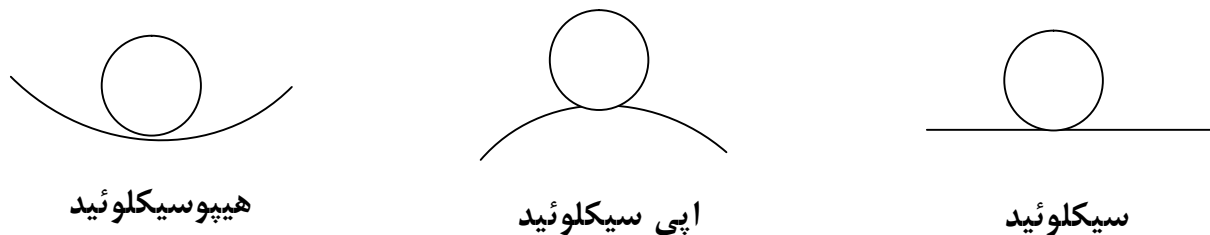


هنگامی که پروفیل دندانه‌ها به نحوی طراحی شوند که در حین درگیری دندانه‌های دو چرخنده نسبت سرعت زاویه‌ای ثابتی ایجاد شود، گویند که آن دو چرخنده عمل مزدوج دارند در این حالت انتقال قدرت آرام می‌باشد. یکی از راه‌ها برای ایجاد نسبت سرعت زاویه‌ای ثابت در دو چرخنده درگیر استفاده از پروفیل سیکلوئید و یا پروفیل اینولوت می‌باشد. پروفیل سیکلوئید در چرخنده‌های قدیمی‌تر مورد استفاده قرار می‌گرفته است. در حال حاضر کلیه چرخنده‌ها با پروفیل اینولوت تراشیده و ساخته می‌شوند. برای مشاهده نحوه ایجاد پروفیل اینولوت به کتاب مراجعه شود.



(الف) ایجاد اینولوت؛ (ب) عمل اینولوت.

اثبات می‌شود «به کتاب مراجعه شود» که اگر از پروفیل اینولوت برای چرخنده‌ها استفاده شود، نسبت سرعت زاویه‌ای دو چرخنده در طی درگیری دو دندانه ثابت خواهد ماند.



$\phi$  : زاویه فشار (Pressure Angle)

$\Gamma_{bp}$ ,  $\Gamma_{bG}$  : شعاع دایره مبنای پنیون و گیر

$\Gamma_p$ ,  $\Gamma_G$  : شعاع دایره گام پنیون و گیر

■ شعاع دایره مبنای، با توجه به شکل داریم:

$$r_{bG} = r_G \cdot \cos \phi$$

$$\Rightarrow r_b = r \cos \phi$$

$$r_{bp} = r_p \cdot \cos \phi$$

$$\text{if } c.d. \uparrow \Rightarrow r \uparrow \Rightarrow \cos \phi \downarrow \Rightarrow \phi \uparrow \Rightarrow w_r \uparrow$$



**مثال:** یک پینیون ۱۶ دندانه، چرخنده ای با ۶۰ دندانه را به حرکت در می آورد. گام قطری ۲ و ارتفاع تاج و ریشه دندانه به ترتیب  $1/p$  و  $1.25/p$  هستند. زاویه فشار چرخ دنده ها در هنگام ساخت آنها ۲۰ درجه منظور شده است. گام دایره ای، فاصله مراکز و شعاعهای دایره های مبنا را محاسبه کنید.

$$p = \frac{\pi}{P} = 1.57 \text{ in}, d_p = \frac{16}{2} = 8 \text{ in}, d_G = \frac{60}{2} = 30 \text{ in}$$

فاصله مراکز مانند زیر به دست می آید:

$$\frac{d_p + d_G}{2} = \frac{8 + 30}{2} = 19$$

$$r_p = \frac{8}{2} \cos 20 = 3.76 \text{ in}, r_G = \frac{30}{2} \cos 20 = 14.09$$

### ۴-۳- نسبت درگیری (Contact Ratio)

تعداد دندانه های درگیر در هنگام چرخش دو چرخنده را نسبت تماس گویند. معمولاً پروفیل چرخنده ها باید طوری طراحی شوند که قبل از جدایی یک جفت دندانه، یک جفت دندانه دیگر با هم درگیر شده باشند. در طراحی چرخنده ها بایستی مقدار  $(C_R < 2)$  باشد. معمولاً در چرخنده های ساده مقدار  $(1.2 \leq C_R \leq 1.5)$  است. در محدوده فوق الذکر هر چه مقدار  $C_R$  بیشتر باشد، کارکرد چرخنده نرم تر می شود.  $C_R$  از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$C_R = \frac{\sqrt{r_{ap}^2 - r_{bp}^2} + \sqrt{r_{aG}^2 - r_{bG}^2} - cd \sin \phi}{\left( \frac{\pi \cdot d_G \cdot \cos \phi}{N_G} \right)}$$

### ۳-۵- تداخل (Interference)

تداخل هنگامی آغاز می شود که تاج چرخنده رانده شده با ریشه چرخنده راننده تماس یابد. تداخل در اثر کاهش تعداد دندانه ها بوجود می آید. همچنین کاهش تعداد دندانه ها باعث کاهش قیمت می شود.

باید توجه داشت که مقدار مدول، تعداد دندانه ها و همچنین پهنای رویه چرخنده، تعیین کننده قیمت و حجم ماده مصرفی برای ساخت چرخنده می باشد.

اگر تعداد دندانه ها کم شود، پدیده تداخل بوجود می آید که در این حالت، باید چرخنده ریشه تراشی شوند. بدیهی است که در ناحیه ریشه تراشی شده، منحنی اینولوت وجود نخواهد داشت.

\* در یک جفت چرخدنده درگیر با نسبت تبدیل  $\frac{N_G}{N_P}$ ، کمترین تعداد دندانه چرخدنده پینیون برای جلوگیری از تداخل، از رابطه زیر بدست می آید:

$$N_{P(\min)} = \frac{2k}{\left(1 + \frac{2N_G}{N_P}\right) \sin^2 \varphi} \left[ \frac{N_G}{N_P} + \sqrt{\left(\frac{N_G}{N_P}\right)^2 \left[1 + 2\frac{N_G}{N_P}\right] \sin^2 \varphi} \right]$$

K=1 برای دندانه های بلند

K=2 برای دندانه های کوتاه

بطور مثال برای  $\frac{N_G}{N_P} = 4$ ،  $\varphi = 20^\circ$  و  $k = 1$  (دندانه بلند) داریم:

$$N_{P(\min)} = 15.4 \equiv 16 \text{ teeth}$$

\* همچنین بزرگترین تعداد دندانه های چرخدنده ای (Gear) که بدون تداخل بتواند با پینیون با  $N_P$  دندانه درگیر شود از رابطه زیر بدست می آید.

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \varphi_t - 4K^2 \cos^2 \psi}{4K \cos \psi - 2N_P \sin^2 \varphi_t}$$

$$N_G = \frac{N_P^2 \cdot \sin^2 \varphi - 4k^2}{4k - 2N_P \cdot \sin^2 \varphi} \quad (\text{for } \psi=0)$$

بطور مثال برای پینیون با  $N_P = 13$  دندانه، زاویه فشار  $\varphi = 20^\circ$  و  $k = 1$  (دندانه بلند) داریم:

$$N_G = 16.45 \equiv 16 \text{ teeth} \quad (\text{حداکثر تعداد دندانه چرخدنده})$$

\* جدول زیر حداکثر تعداد دندانه های Gear که بدون تداخل بتواند با پینیون با  $N_P$  دندانه

درگیر شود را برای  $\varphi = 20^\circ$  و دندانه های بلند ( $K=1$ ) ارائه می دهد. (مطابق رابطه زیر)

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{3 \sin^2 \varphi_t} \left( 1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi_t} \right)$$

جدول: تعداد حداکثر دندانه های چرخنده ( $N_G$ ) برای عدم وجود تداخل - بر اساس آخرین ویرایش کتاب شیگلی (برای  $\phi = 20^\circ$  و دندانه های بلند)

$\psi = 35$	$\psi = 30$	$\psi = 25$	$\psi = 20$	$\psi = 15$	$\psi = 10$	$\psi = 5$ درجه	$\psi = 0$ چرخنده ساده	حداقل تعداد دندانه پینیون $N_p$
۱۲	-							۸
۳۴	۱۲	-						۹
$\infty$	۲۶	۱۲	-					۱۰
$\infty$	۹۳	۲۳	۱۳	-	-			۱۱
	$\infty$	۵۷	۲۴	۱۶	۱۲	-	-	۱۲
	$\infty$	۱۳۸۵	۵۰	۲۷	۲۰	۱۷	۱۶	۱۳
		$\infty$	۲۰۷	۵۳	۳۴	۲۷	۲۶	۱۴
			$\infty$	۱۸۱	۶۹	۴۹	۴۱	۱۵
				$\infty$	۲۸۷	۱۲۱	۱۰۱	۱۶
						$\infty$	۱۳۰۹	۱۷
							$\infty$	۱۸

جدول: تعداد حداکثر دندانه های چرخنده ( $N_G$ ) برای عدم وجود تداخل - بر اساس آخرین ویرایش کتاب شیگلی، (برای  $\phi = 25^\circ$  و دندانه های بلند)

$\psi = 35$	$\psi = 30$	$\psi = 25$	$\psi = 20$	$\psi = 15$	$\psi = 10$	$\psi = 5$	$\psi = 0$ چرخنده ساده درجه	حداقل تعداد دندانه پینیون $N_p$
	$\infty$	۳۶	۱۵	۹	۷	۶	۶	۸
		$\infty$	۶۲	۲۵	۱۷	۱۷	۱۳	۹
			$\infty$	۱۸۱	۵۲	۳۶	۳۲	۱۰
				$\infty$	$\infty$	۶۸۵	۲۴۹	۱۱
						$\infty$	$\infty$	۱۲
							$\infty$	۱۳
							$\infty$	۱۴

همچنین در چرخ دنده های هلیکال، در یک نسبت مشخص  $\frac{N_G}{N_P}$  کمترین تعداد دندانه برای پینیون برابر است با :

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m) \sin^2 \phi_t} \left[ m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \sin^2 \phi_t} \right]$$

و بزرگترین تعداد دندانه های چرخ دنده Gear که بدون تداخل با پینیون درگیر شود برابر است با:

$$N_G = \frac{N_P^2 \sin^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \sin^2 \phi_t} \quad \cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

به عنوان مثال برای پینیونی با ۹ دندانه و زاویه فشار ۲۰ و زاویه هلیکال ۳۰ درجه و با یادآوری اینکه زاویه فشار مماسی ۲۲.۸ درجه است داریم:

$$N_G = \frac{9^2 \sin^2 22.80^\circ - 4(1)^2 \cos^2 30^\circ}{4(1) \cos 30^\circ - 2(9) \sin^2 22.80^\circ} = 12.02 = 12$$

توجه: بر اساس کتاب قدیم شیگلی (برای چرخدنده های استاندارد با دندانه های بلند) داریم:

$\phi$ (درجه)	تعداد می نیمم دندانه های چرخدنده پینیون $N_p/\text{min}$
14.5	24 (منسوخ شده)
20	18
25	12

تکلیف: جدول فوق را برای زوایای فشار ۲۲.۵ و ۲۵ درجه برای دو حالت دندانه بلند و دندانه کوتاه استخراج کنید.

#### \* اندازه های استاندارد چرخدنده ها

در جدول (۱-۱۳) کتاب اندازه استاندارد چرخدنده ها آمده است.

معمولاً از زاویه فشار  $20^\circ$  به طور گسترده ای در صنعت استفاده و زاویه فشار  $25^\circ$  و  $22.5^\circ$  نیز هنگامی استفاده می گردد که قصد ساخت پینیونی با کمترین تعداد دندانه را داشته باشیم. همچنین زاویه فشار  $14.5^\circ$  در ساخت چرخدنده های قدیمی تر مورد استفاده قرار می گرفته است که در حاضر منسوخ شده است.

جدول ۱۳-۱ کتاب شیگلی: اندازه استاندارد چرخنده‌ها

Tooth System	Pressure Angle $\phi$ , deg	Addendum $a$	Dedendum $b$
Full depth	20	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$
			$1.35/P_d$ or $1.35m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$
			$1.35/P_d$ or $1.35m$
25	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$	
		$1.35/P_d$ or $1.35m$	
Stub	20	$0.8/P_d$ or $0.8m$	$1/P_d$ or $1m$

همچنین مدولهای استاندارد بر اساس جدول (۱۳-۱) کتاب به صورت زیر است:

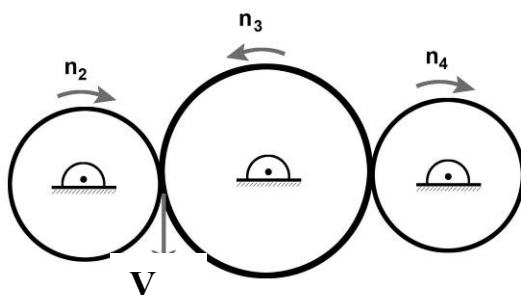
الف) مدولهای رایج «اولویت اول»

$$m=1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50$$

ب) مدولهای رایج «اولویت دوم»

$$m=1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45$$

### ۳-۶- چرخنده هرزگرد



مجموعه چرخنده مقابل را در نظر بگیرید:

$N_i$ : تعداد دندانه‌های چرخنده ام

$n_i$ : سرعت دورانی چرخنده ام (rpm)

$\omega_i$ : سرعت دورانی چرخنده ام (rad/sec)

سرعت خط گام  $V = V_2 = V_3$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{2} \omega_2 = \frac{d_3}{2} \omega_3 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{d_3}{d_2} = \frac{N_3}{N_2} = \frac{n_2}{n_3}$$

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{N_3}{N_2}, \quad \frac{n_3}{n_4} = \frac{N_4}{N_3} \Rightarrow \frac{n_2}{n_4} = \frac{N_4}{N_2}$$

پس مشاهده می شود چرخنده شماره ۳ (چرخنده هرزگرد)، چرخنده‌ای است که تعداد دندانه‌ها

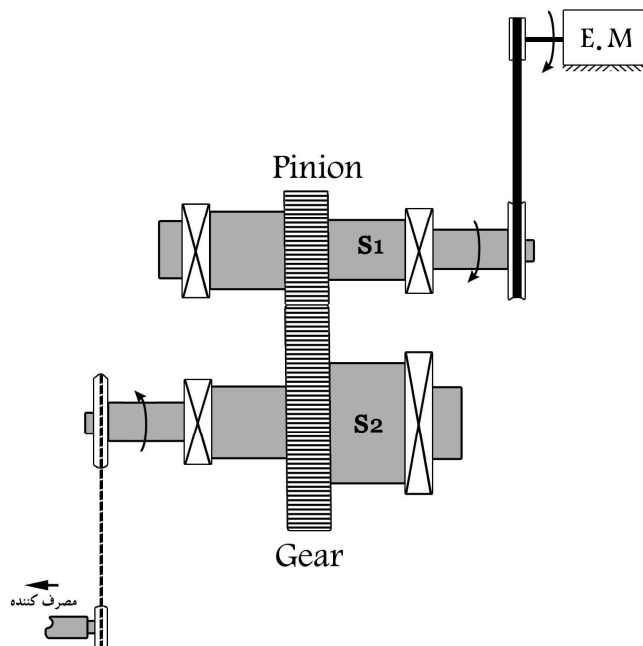
و قطر آن تاثیری در نسبت دور خروجی به ورودی ندارد و فقط جهت دوران را تغییر می دهد.

با توجه به اینکه چرخنده هرزگرد یک بار به عنوان راننده و یک بار به عنوان رانده شده می باشد،

لذا تنش مضاعفی روی دندانه های آن اعمال می شود و به همین دلیل معمولاً باید جنس

مقاوم تری داشته باشد.

### ۳-۷- تحلیل نیرویی دو چرخدنده درگیر ساده



برای تحلیل نیرویی دو چرخدنده درگیر ساده بایستی سه مرحله زیر طی شود.

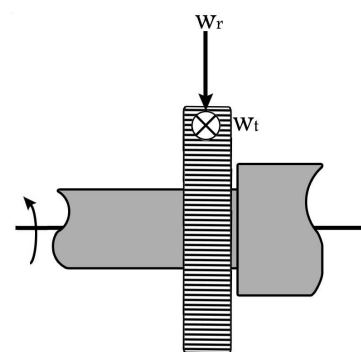
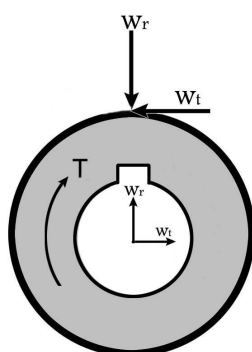
#### گام اول: تشخیص چرخدنده راننده و رانده شده

از روی جهت دوران شافت و الکتروموتور می توانیم چرخدنده راننده و رانده شده و جهت دوران آن را تشخیص دهیم جهت دوران در شکل نشان داده شده است و چرخدنده Gear رانده شده و چرخ دنده Pinion راننده است .

#### گام دوم: رسم دیاگرام آزاد چرخدنده راننده شده

جهت مولفه های نیرو به نحوی تعیین می شود که راستای نیروی کل عمود بر دندان چرخدنده باشد و موجب چرخش آن در جهت دوران چرخدنده گردد.

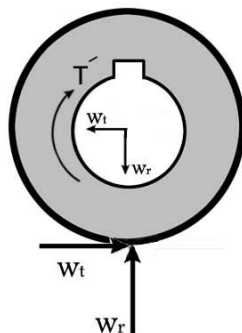
$W_r$  : نیروی شعاعی است که همیشه عمود بر چرخدنده و به طرف مرکز چرخدنده رانده شده می باشد و نیروی  $W_t$  مماسی می باشد که همیشه در جهت دوران چرخدنده رانده شده و مماس بر آن است.



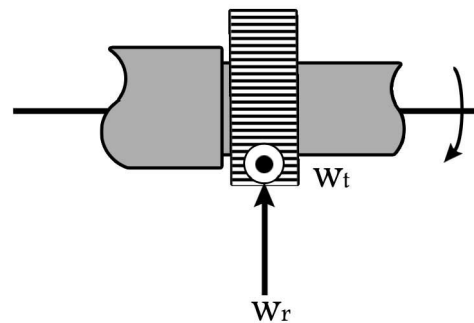
دیاگرام آزاد چرخدنده Gear

## گام سوم: رسم دیاگرام آزاد چرخنده راننده

برای رسم دیاگرام آزاد چرخنده راننده از اصل عمل و عکس العمل استفاده می گردد بدین ترتیب راستای مولفه ها نیروی اعمالی به دندانه های چرخنده راننده دقیقا در جهت عکس راستای مولفه های اعمال شده به دندانه های چرخنده رانده شده خواهد بود. (مطابق شکل)

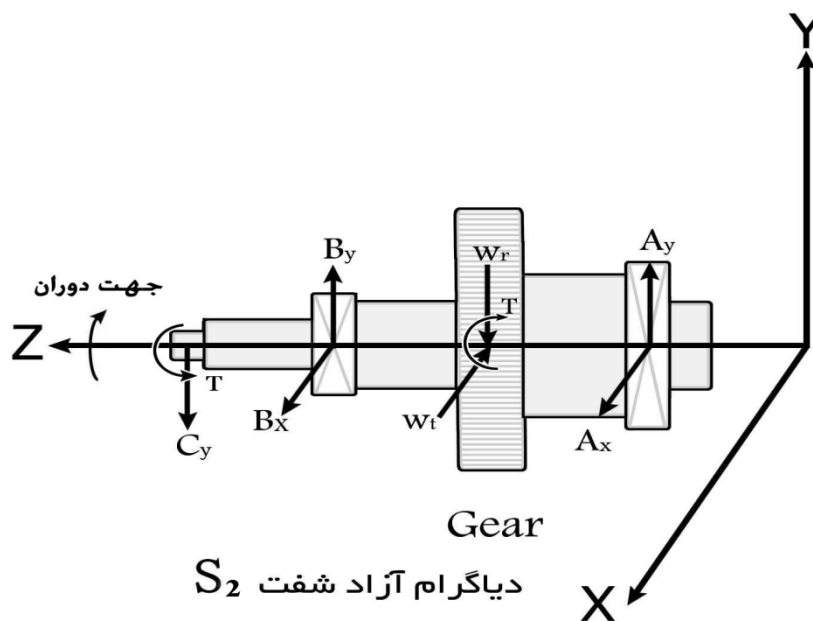


دید از چپ



دیاگرام آزاد چرخنده Pinion

- همچنین با انتقال نیروهای وارد شده به دندانه چرخنده ها به روی شافت های هر یک از آنها می توان دیاگرام آزاد نیروی شافت ها را نیز رسم نمود بطور مثال دیاگرام آزاد شافت چرخنده رانده شده بصورت زیر است :

دیاگرام آزاد شافت  $S_2$

\* روابط مورد نیاز در سیستم اینچی:

$$T = \frac{d}{2} W_t \quad H = T\omega = (W_t d/2) \omega \quad V = \pi dn/12 \quad W_t = 33\,000 \frac{H}{V}$$

V = pitch-line velocity, ft/min

d = gear diameter, in

n = gear speed, rev/min

 $W_t$  = transmitted load, lbf

H = power, hp

V = pitch-line velocity, ft/min

\* روابط مورد نیاز در سیستم SI :

$$W_t = \frac{60\,000H}{\pi dn}$$

 $W_t$  = transmitted load, kN

H = power, kW

d = gear diameter, mm

n = speed, rev/min

### ۳-۸ - چرخنده‌های هلیکال (مارپیچی) (Helical Gear)



در چرخنده‌های ساده تماس بین دندانه‌ها به صورت یک خط در سرتاسر دندانه می‌باشد، این تماس در ابتدا تولید تنش تماسی بالایی می‌کند و لذا در سرعت‌های بالا باعث ایجاد سر و صدا در سیستم چرخنده می‌گردد ولی در چرخنده‌های هلیکال تماس اولیه یک نقطه است که به تدریج به یک خط در سر تا سر دندانه تبدیل می‌شود. این تماس تدریجی باعث کاهش سر و صدا به خصوص در سرعت‌های بالا می‌گردد و در نتیجه موجب یک انتقال آرام بار از یک دندانه به دندانه دیگری می‌گردد. به همین دلیل چرخنده‌های هلیکال توانایی انتقال بارهای سنگین در سرعت‌های بالا را دارا می‌باشند.

در چرخنده‌های هلیکال نیرو دارای سه مولفه می‌باشد و در نتیجه یاتاقانهای روی شافت دارای هر دو نوع بار شعاعی و محوری می‌باشند.

❖ هنگامی که بار محوری زیاد باشد ممکن است از یک چرخنده هلیکال دو تایی (دنده

جناقی) استفاده گردد. چرخنده‌های هلیکال به صورت راستگرد ( $\psi > 0$ ) و یا

چپگرد ( $\psi < 0$ ) هستند.





$$P_n = P_t \cdot \cos \psi \Rightarrow P_t = \frac{P_n}{\cos \psi}$$

$$P_x = \frac{P_t}{\tan \psi}$$

$$m_n = m \cdot \cos \psi$$

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

$$\phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$$

که در آن

$m$  : مدول و یا مدول مماسی ( $m_t$ )

$m_n$  : مدول عمودی (نرمال)

$\phi_n$  : زاویه فشار عمودی ← معمولاً ۲۰ درجه است.

$\phi_t$  : زاویه فشار مماسی

کلیه اندازه‌های دندانه‌ها را می‌بایست بر حسب مدول عمودی  $m_n$  «که همان مدولهای استاندارد هستند» محاسبه نمود و عموماً زاویه فشار عمودی  $\phi_n$  برابر است با:

$$\phi_n = 20^\circ \text{ یا } 25^\circ \text{ یا } 22.5$$

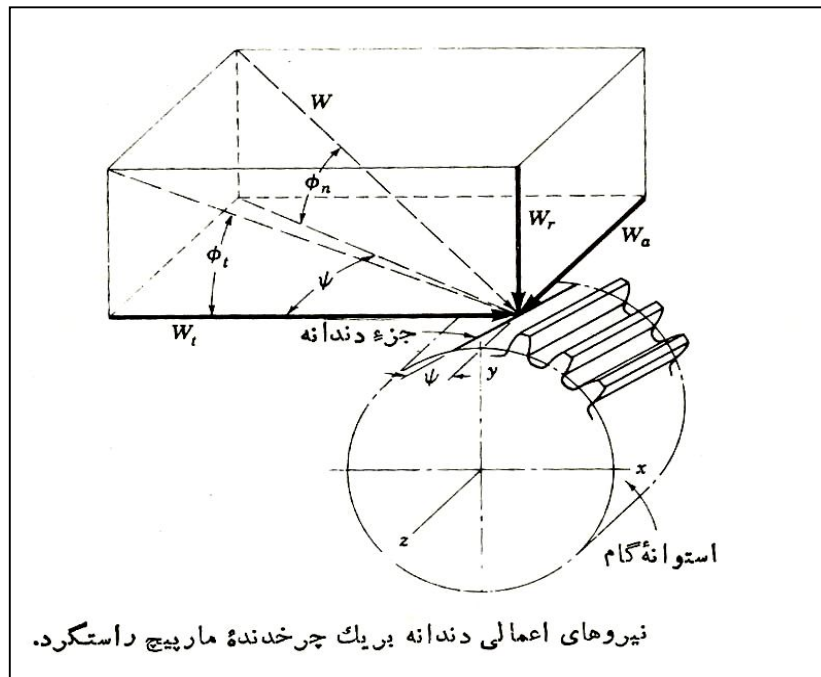
استاندارد خاصی برای مقدار زاویه هلیکس  $\psi$  وجود ندارد و مقدار آن می‌تواند بین صفر تا چهل و پنج درجه متغیر باشد ولی معمولاً مقادیر زیر بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$0 \leq \psi \leq 5 =$$

(جمع جبری)  $\psi_1 + \psi_2 =$  زاویه بین دو شافت را نشان می‌دهد.

چرخنده هلیکال راستگرد دارای زاویه هلیکس مثبت و چرخنده هلیکال چپگرد دارای زاویه هلیکس منفی میباشد.

## ۳-۹- نیروهای وارد به دندانه های یک چرخدنده هلیکال



که در آن

W: نیروی کل وارده بر دندانه چرخدنده هلیکال (عمود بر دندانه)

$$W_r = W \cdot \sin(\phi_n)$$

$$W_t = W \cdot \cos(\phi_n) \cdot \cos(\psi)$$

$$W_a = W \cdot \cos(\phi_n) \cdot \sin(\psi)$$

W<sub>r</sub>: مولفه شعاعی نیروW<sub>t</sub>: مولفه مماسی نیروW<sub>a</sub>: مولفه محوری نیروبرای محاسبه مولفه های نیرو بر حسب W<sub>t</sub> داریم:

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

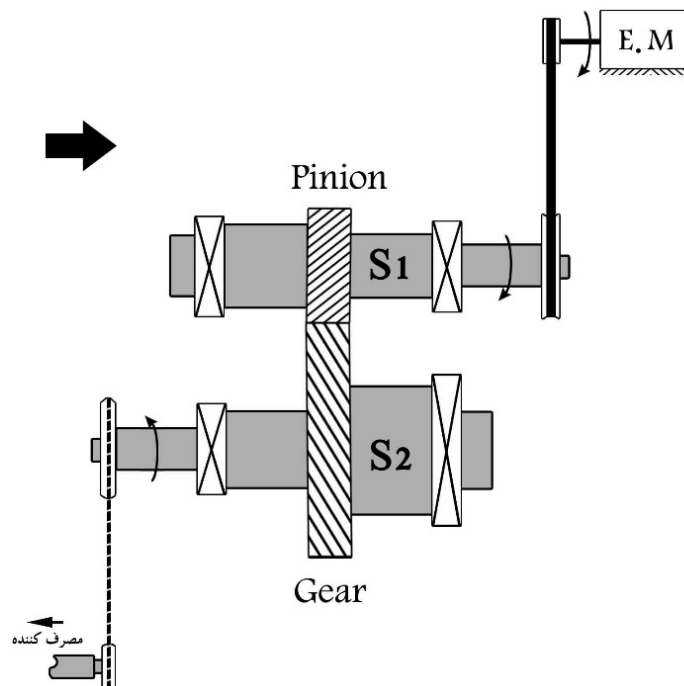
$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

$$W_t = \frac{H}{V} \quad , \quad V = \frac{\pi d n}{60} \quad , \quad \tan(\phi_t) = \frac{\tan(\phi_n)}{\cos(\psi)}$$

n: سرعت دورانی شافت (rpm)

H: توان بر حسب وات

## ۳-۱۰- تحلیل نیرویی دو چرخدنده درگیر هلیکال با محور های موازی



برای تحلیل نیرویی دو چرخدنده درگیر هلیکال همانند چرخدنده ساده بایستی سه مرحله زیر طی شود.

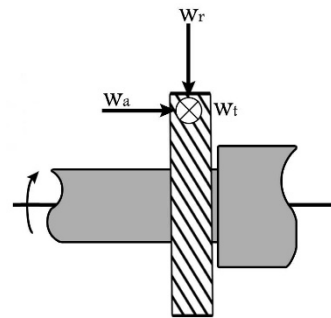
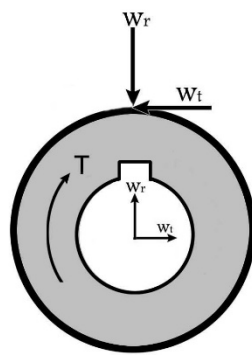
## گام اول: تشخیص چرخدنده راننده و رانده شده و تعیین جهت دوران آنها

از روی جهت دوران شافت و الکتروموتور می توانیم چرخدنده راننده و رانده شده و جهت دوران آن را تشخیص دهیم جهت دوران در شکل نشان داده شده است و چرخدنده Gear رانده شده و چرخ دنده Pinion راننده است .

## گام دوم : رسم دیاگرام آزاد چرخدنده رانده شده

جهت مولفه های نیرو به نحوی تعیین می شود که راستای نیروی کل عمود بر دندان چرخدنده باشد و موجب چرخش آن در جهت دوران چرخدنده گردد.

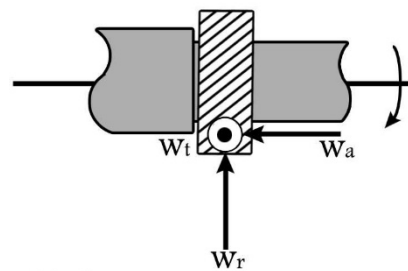
$W_r$  : نیروی شعاعی است که همیشه عمود بر چرخدنده و به طرف مرکز چرخدنده می باشد و نیروی  $W_t$  مماسی می باشد که برای چرخدنده رانده شده همواره در جهت دوران چرخدنده و مماس بر آن میباشد همچنین راستای  $W_a$  نیز با توجه به راستای دندانها و راستای نیروی  $W$  بدست می آید.



دیاگرام آزاد چرخنده رانده شده Gear

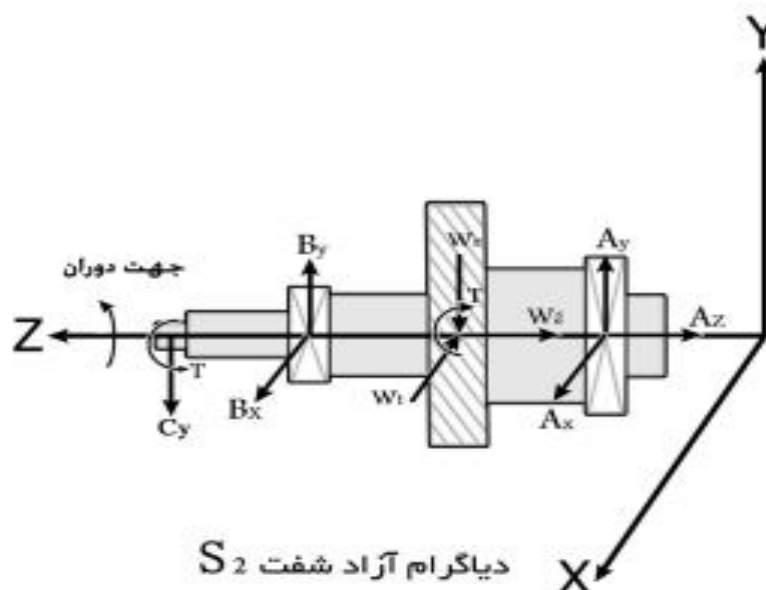
## گام سوم: رسم دیاگرام آزاد چرخنده راننده

برای رسم دیاگرام آزاد چرخنده راننده از اصل عمل و عکس العمل استفاده می گردد بدین ترتیب راستای مولفه ها نیروی اعمالی به دندانه های چرخنده راننده دقیقا در جهت عکس راستای مولفه های اعمال شده به دندانه های چرخنده رانده شده خواهد بود. (مطابق شکل)



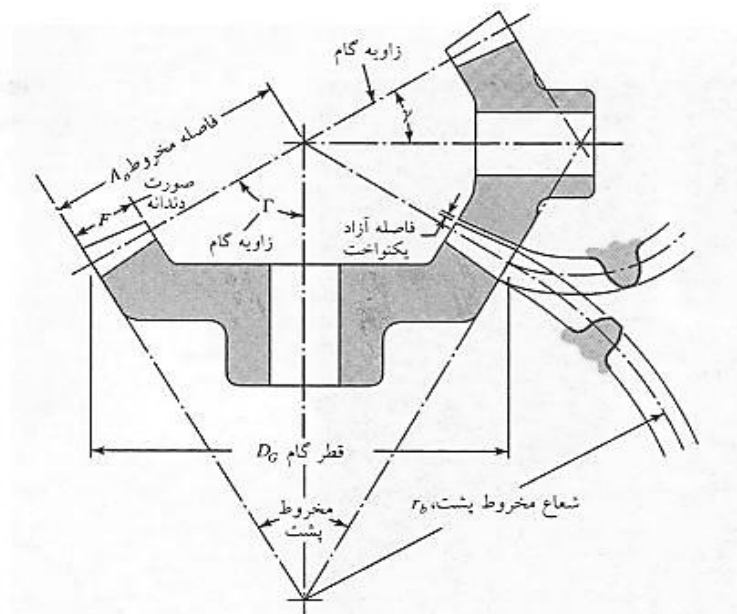
دیاگرام آزاد چرخنده راننده Pinion

- همچنین با انتقال نیروهای وارد شده به دندانه چرخنده ها به روی شافتهای هریک از آنها می توان دیاگرام آزاد نیروی شافت ها را نیز رسم نمود بطور مثال دیاگرام آزاد شافت چرخنده رانده شده بصورت زیر است:



## ۳-۱۱- چرخ دنده های مخروطی:

چرخ دنده های مخروطی برای انتقال حرکت بین دو شافت متقاطع به کار می روند. چرخ دنده های مخروطی معمولاً برای زاویه ۹۰ درجه شافت به کار می روند اما می توان برای کار در هر زاویه دلخواهی از آنها استفاده کرد.



روابط حاکم بر چرخ دنده مخروطی:

$$N' = \frac{2\pi r_b}{p} \quad \tan \gamma = \frac{N_P}{N_G} \quad \tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

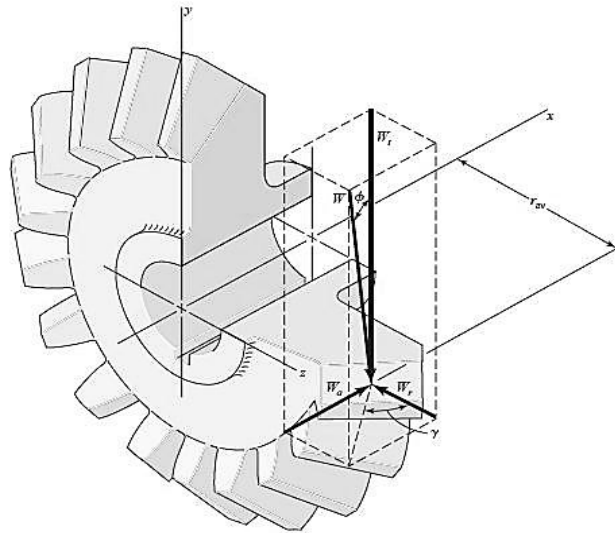
که در آنها  $N'$  تعداد دندانه های مجازی و  $p$  گام دایره ای اندازه گیری شده در لبه بزرگ دندانه ها است. زاویه گام پینیون  $\gamma$  و گیر  $\Gamma$  نیز در شکل بالا نشان داده شده است.

## ۳-۱۲- تحلیل نیرو های وارد به چرخ دنده های مخروطی

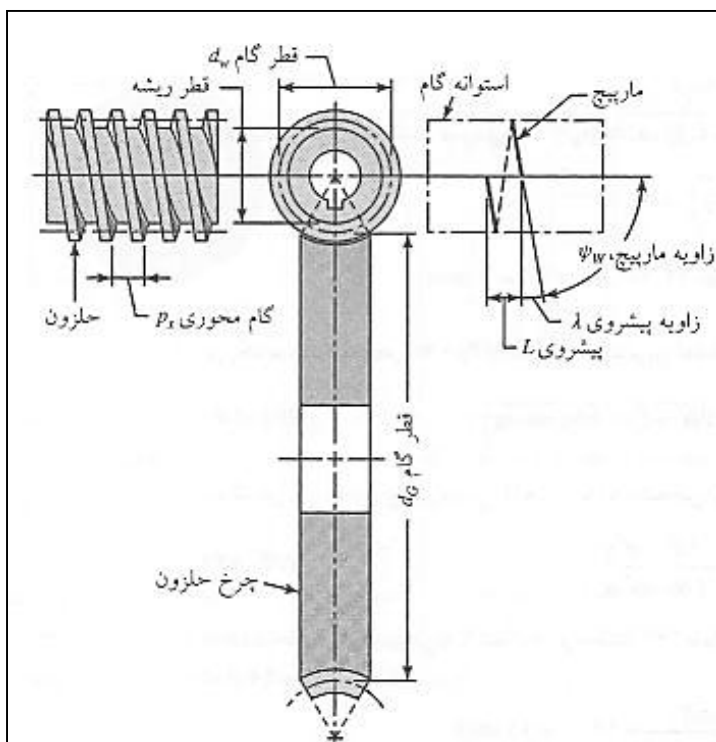
در تعیین نیرو های وارد به چرخ دنده های مخروطی معمولاً فرض می شود که تمام نیرو ها به شکل متمرکز به وسط دندانه وارد می شوند. اما در عمل برآیند نیرو ها به نقطه ای بین وسط دندانه و لبه بزرگ آن اثر می کند، اما از آنجا که خطای این فرض اندک است برای راحتی تحلیل آن را به کار می برند. لذا برای تحلیل چرخ دنده های مخروطی از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma \quad W_t = \frac{T}{r_{av}}$$

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \gamma$$



### ۱۳-۳- چرخ دنده های حلزونی



$$d_G = \frac{N_G P_t}{\pi} \quad L = p_x N_W$$

$$\frac{C^{0.875}}{3.0} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.7}$$

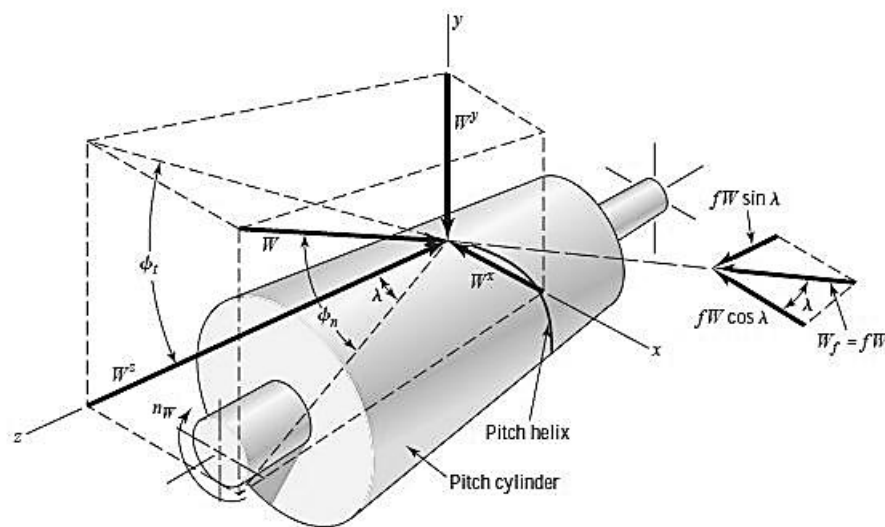
$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w}$$

در روابط فوق، C فاصله مراکز دو چرخ دنده است و L طول پیشروی، و لاندا زاویه پیشروی است.

## ۳-۱۴- تحلیل نیرویی چرخ دنده حلزونی

همانطوری که در شکل مشخص است اگر از نیروی اصطکاک صرف نظر کنیم تنها نیروی وارد توسط چرخ دنده نیروی  $W$  خواهد بود که دارای سه مولفه متعامد در جهت  $x, y, z$  می باشد. با توجه به شکل روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} W^x &= W \cos \phi_n \sin \lambda & W_{Wt} &= -W_{Ga} = W^x \\ W^y &= W \sin \phi_n & W_{Wr} &= -W_{Gr} = W^y \\ W^z &= W \cos \phi_n \cos \lambda & W_{Wa} &= -W_{Gt} = W^z \end{aligned}$$



با توجه به این که حرکت نسبی بین دندانه های حلزون و چرخ حلزون لغزشی خالص است پس اصطکاک نقش مهمی در عملکرد این نوع چرخ دنده ها دارد. در اینجا با در نظر گرفتن ضریب اصطکاک  $f$  دسته دیگری از معادلات را به دست خواهیم آورد با توجه به اینکه نیروی  $W$  که عمود بر نیمرخ دندانه حلزون وارد میشود موجب نیروی اصطکاک  $fW$  می گردد، لذا داریم:

$$\begin{aligned} W^x &= W(\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda) \\ W^y &= W \sin \phi_n \\ W^z &= W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda) \end{aligned}$$

$$W_f = fW = \frac{fW_{Gt}}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} \quad W_{Wt} = W_{Gt} \frac{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda}$$

$$\eta = \frac{W_{Wt}(\text{without friction})}{W_{Wt}(\text{with friction})}$$

راندمان:

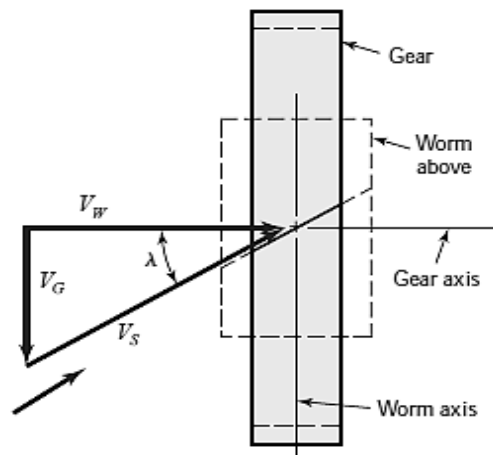


جدول ۶-۱۳ کتاب: مقدار راندمان بر حسب زاویه هلیکس

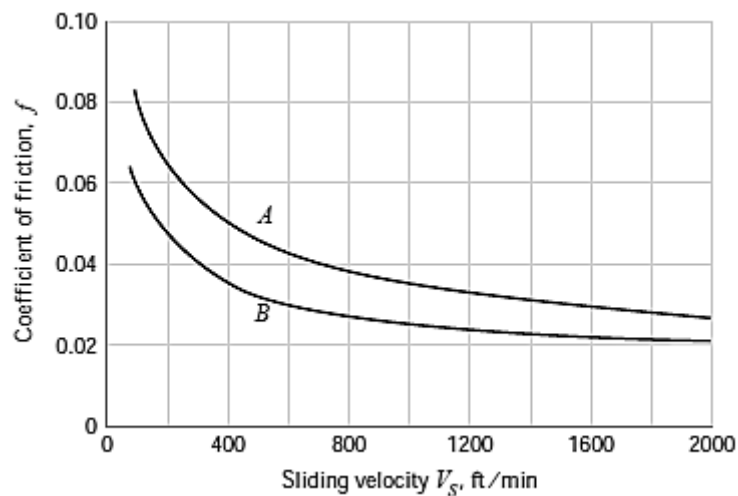
Helix Angle $\psi$ , deg	Efficiency $\eta$ , %
1.0	25.2
2.5	45.7
5.0	62.0
7.5	71.3
10.0	76.6
15.0	82.7
20.0	85.9
30.0	89.1

مولفه های سرعت و روابط مخصوص به آن نیز با توجه به روابط زیر و نمودار زیر تعیین می شود:

$$V_S = \frac{V_W}{\cos \lambda}$$



(شکل ۱۳-۴۱ کتاب)



(شکل ۱۳-۴۲ کتاب)

## فصل چهارم:

# تحلیل تنش و طراحی چرخنده

- چرخنده ساده
- چرخنده هلیکال

## ۴-۱- تحلیل تنش در دندانه‌ها

مکانیزم‌های شکست در دندانه‌های یک چرخدنده عبارتند از:

- ۱- گسیختگی استاتیکی حاصل از تنش خمشی
- ۲- گسیختگی خستگی حاصل از تنش خمشی
- ۳- گسیختگی خستگی سطح ناشی از تنش تماسی یا هرتز

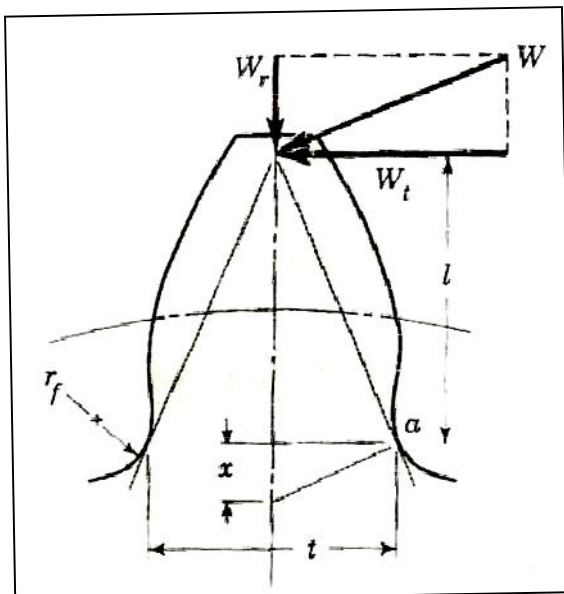
## ۴-۲- معادله تنش خمشی در پای دندانه

معادلات لوئیس با فرضیات زیر استخراج می‌شود: (The Lewis Bending Equation)

- ۱- تمام بار به نوک دندانه اعمال می‌گردد.
- ۲- از نیروی  $W_r$  صرف نظر می‌شود که این فرض یک فرض محافظه کارانه است زیرا اصولاً  $W_r$  باعث ایجاد تنش فشاری می‌گردد که در نتیجه مقدار تنش کششی حاصل از خمش را کم می‌نماید.

۳- فرض می‌شود که تمام بار توسط یک دندانه تحمل می‌گردد. در حالیکه در حالت واقعی

بیش از یک دندانه درگیر می‌باشد.



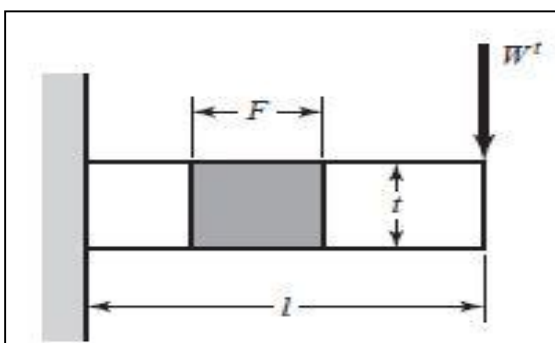
$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W^t l}{Ft^2}$$

با ساده سازی معادله فوق را می‌توان به صورت زیر

نوشت :

$$\sigma = \frac{W^t}{Fpy}$$

$$p = \pi m \quad y = 2x/3p$$



معادله فوق معادله اصلی لوئیس است و  $y$  فاکتور شکل لوئیس نامیده می‌شود.

معادله لوئیس را می توان به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$\sigma = \frac{W_t}{FmY}$$

که در آن:

$$Y = \pi y$$

$W_t$ : نیروی مماسی (N)

F: پهنای رویه دندانه (mm)

m: مدول چرخنده (mm)

Y: ضریب شکل لوئیس که از جدول (۲-۱۴) کتاب خوانده می شود.

برای به دست آوردن Y از جدول زیر (جدول ۲-۱۴) کتاب شیگلی استفاده می کنیم:

جدول (۲-۱۴) کتاب: ضریب شکل لوئیس برای زاویه فشار ۲۰ درجه و دندانه تمام عمق

تعداد دندانه ها	Y	تعداد دندانه ها	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485

ضریب شکل لوئیس بر اساس کتاب قدیم شیگلی

مقادیر ضریب شکل لوئیس Y

تعداد دندانه	$\phi = 20^\circ$ $a = 0.8m^*$ $b = m$	$\phi = 20^\circ$ $a = m$ $b = 1.25m$	$\phi = 25^\circ$ $a = m$ $b = 1.25m$	$\phi = 25^\circ$ $a = m$ $b = 1.35m^{**}$
	12	0.335	0.229	0.276
13	0.348	0.243	0.292	0.271
14	0.359	0.255	0.307	0.287
15	0.370	0.266	0.320	0.301
16	0.379	0.276	0.331	0.313
17	0.387	0.285	0.342	0.325
18	0.395	0.293	0.352	0.335
19	0.401	0.300	0.360	0.345
20	0.407	0.307	0.369	0.354
21	0.413	0.314	0.376	0.362
22	0.418	0.319	0.383	0.370
24	0.428	0.330	0.396	0.384
26	0.436	0.339	0.407	0.396
28	0.442	0.347	0.416	0.407
30	0.449	0.355	0.425	0.416
34	0.459	0.367	0.439	0.433
38	0.467	0.377	0.451	0.446
45	0.478	0.390	0.467	0.465
50	0.484	0.398	0.476	0.475
60	0.493	0.410	0.490	0.491
75	0.503	0.422	0.505	0.508
100	0.513	0.435	0.520	0.526
150	0.523	0.449	0.536	0.545
300	0.533	0.463	0.553	0.565
شانه ای	0.544	0.478	0.571	0.587

\* دندانه های کوتاه

\*\* قوس بزرگ

## ۴-۳- اثرهای دینامیکی، یا ضریب سرعت (Dynamic Effects)

هنگامی که دو چرخدنده درگیر با سرعت بالا می چرخند اثر های دینامیکی وجود خواهد داشت، برای لحاظ کردن اثرهای دینامیکی در سیستم SI، مطابق استاندارد آگما داریم:

AGMA (American Gear Manufactures Association)

$$K_v = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad (\text{cast iron, cast profile})$$

$$K_v = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad (\text{cut or milled profile})$$

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad (\text{hobbed or shaped profile})$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{V}}{5.56}} \quad (\text{shaved or ground profile})$$

V: سرعت خط گام چرخدنده (m/s)،  $K_v$ : ضریب سرعت

معادلات فوق را در سیستم اینچی می توان به صورت زیر نوشت:

$$K_v = \frac{50 + \sqrt{V}}{50} \quad (\text{hobbed or shaped profile})$$

$$K_v = \frac{600 + V}{600} \quad (\text{cast iron, cast profile})$$

$$K_v = \frac{1200 + V}{1200} \quad (\text{cut or milled profile})$$

که در آن سرعت بر حسب ft/min می باشد.

درضمن هرگاه چرخدنده ها دارای دندانه های پرداخت شده و یا سنگ زده شده بسیار دقیقی باشند و همچنین بار دینامیکی قابل ملاحظه ای وجود نداشته باشد، آگما ضریب سرعت  $K_v$  را برابر با یک در نظر می گیرد.

پس با در نظر گرفتن ضریب سرعت خواهیم داشت:

$$\sigma = \frac{K_v W_t}{F m Y} \quad (*)$$

که در آن پهنای دندانه F و مدول m هر دو بر حسب میلی متر می باشند.

در طراحی چرخدنده های ساده معمولاً محدوده پهنای چرخدنده به صورت زیر می باشد:

اگر پهنای دندانه بیشتر از  $5\pi m$  باشد، بار در رویه دندانه به طور یکنواخت توزیع نمی شود و هنگامی که پهنای رویه کمتر از سه برابر گام دایره ای باشد «کمتر از  $3\pi m$ » برای حمل بار بیشتر به ازای واحد پهنای رویه، چرخدنده بزرگتری لازم است.

معادله (\*) برای محاسبه تقریبی و آغازین تنش خمشی در پای دندانه های چرخدنده به کار برده می شود.

### طراحی یک چرخنده ساده در حالت بار استاتیکی

روش مستقیم و تقریبی: در این حالت باید مراحل زیر را طی نمود:

(۱) ابتدا تعداد حداقل دندانه های هر یک از چرخنده ها بر اساس استاندارد و نسبت تبدیل تعیین می شود.

(۲) از بین مدوله های استاندارد یک مدول اولیه برای چرخنده در نظر گرفته می شود.

(۳) قطر دایره گام بر حسب متر محاسبه می شود.  $d = (m * N) * 10^{-3}$  [m]

(۴) سرعت خط گام بر حسب متر بر ثانیه (m/s) محاسبه می شود.

$$V = \frac{\pi d n}{60} \quad n: \text{سرعت دورانی بر حسب (rpm)}$$

(۵) محاسبه مقدار بار  $W_t$

$$W_t = \frac{H}{V} \quad H: \text{توان منتقل شده بر حسب وات}$$

(۶) ضریب سرعت محاسبه می شود.

$$K_V = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad (\text{Cast iron, Cast profile})$$

و یا

$$K_V = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad (\text{Cut or milled profile})$$

$V$ : سرعت خط گام چرخنده (m/s)

(۷) پهنای رویه چرخنده محاسبه می شود.

$\sigma_p$ : تنش خمشی مجاز بر حسب (Mpa) ، SF: ضریب اطمینان

$$F = \frac{K_V \cdot W_t}{m \cdot Y \cdot \sigma_p}, \quad \sigma_p = \frac{S_y}{SF}$$

که در آن

$W_t$ : نیروی مماسی (N)

$F$ : پهنای رویه دندانه (mm)

$m$ : مدول چرخنده (mm)

$Y$ : ضریب شکل لوئیس برای زاویه فشار ۲۰ درجه و دندانه تمام عمق از جدول (۱۴-۲) کتاب خوانده

می شود.

(۸) مقدار پهنای حداقل و حداکثر رویه (بر حسب mm) محاسبه می شود. یعنی:

$$F_{\min} = 3P = 3\pi m$$

$$F_{\max} = 5P = 5\pi m$$

(۹) در صورتیکه پهنای رویه ( $F$ ) محاسبه شده در گام ۷ در محدوده فوق قرار نداشته باشد، محاسبات با

انتخاب جدیدی برای مقدار مدول  $m$  از بین مقادیر استاندارد تکرار می شود.

همانطوری که ملاحظه می‌گردد طراحی و تعیین اندازه‌های یک چرخنده بایستی با استفاده از روش سعی و خطا محاسبه شود. چرا که پارامترها به طور مستقیم یا غیرمستقیم به مدول وابسته می‌باشند.

### مثال ۱:

یک جفت چرخنده کاهنده با نسبت تبدیل 4 به 1 برای موتور 75 کیلوواتی که سرعت آن 1120(rpm) است مورد استفاده قرار می‌گیرد چرخنده‌ها از نوع تمام عمق و با زاویه فشار 20 درجه می‌باشند و همچنین از فولاد آلیاژی B540N40 با  $S_y=580(Mpa)$  و  $S_{ut}=800(Mpa)$  جهت ساخت چرخنده‌ها استفاده شده است، با احتساب ضریب اطمینان ۴، اندازه تقریبی چرخنده‌های مورد نیاز را تخمین بزنید.

$$\varphi = 20^\circ \rightarrow N_p \Big|_{\min} = 18 \text{ دندانه} \quad \rightarrow N_G = 18 \times \frac{4}{1} = 72 \text{ دندانه}$$

$$\sigma_p = \frac{S_y}{n} = \frac{580 Mpa}{4} = 145 \text{ Mpa} \text{ تنش مجاز}$$

### مراحل طراحی:

(۱) انتخاب مدول استاندارد (m) ← (فرض میلیمتر m=5)

(۲) محاسبه قطر دایره گام بر حسب متر

$$d = (m * N) * 10^{-3} [m] \quad \Rightarrow \quad d = (5 * 18) * 10^{-3} [m]$$

$$V = \frac{\pi dn}{60} = \frac{\pi(0.09m)(1120rpm)}{60} = 5.28 \text{ (m/Sec)} \quad \text{(۳) محاسبه سرعت خط گام:}$$

$$W_t = \frac{H}{V} = \frac{75(KW)}{5.28 m/S} = 14.21 \text{ (KN)} \quad \text{(۴) محاسبه مقدار نیروی مماسی } W_t:$$

(۵) ضریب سرعت:

$$V = 5.28 [m/Sec] \quad \Rightarrow \quad K_V = \frac{3.05 + V}{3.05} = \frac{3.05 + 5.28}{3.05} = 2.73 \text{ (Cast iron, Cast profile)}$$

(۶) محاسبه پهنای رویه چرخنده:

$$\sigma_p = \frac{580}{4} = 145, \quad Y = 0.309$$

$$\Rightarrow F = \frac{2.73 * 14.21 * 10^3}{5 * 0.309 * 145} = 194.73 \text{ (mm)}$$

(۷) محاسبه حداکثر و حداقل پهنای رویه:

$$F_{\min} = 3p = 3\pi m = 46.2(mm), \quad F_{\max} = 5p = 5\pi m = 78.5(mm)$$

به همین ترتیب برای مدولهای استاندارد ۶ و ۷ و ۸ میلیمتر، مقدار پهنای رویه چرخنده را محاسبه

می‌کنیم.

لازم به ذکر است چون (F) بدست آمده به ازای مدول (m=5) در بازه  $3p \leq F \leq 5P$  نیست یعنی بیشتر از  $F_{\max} = 5P$  است پس باید مقدار مدول را افزایش دهیم چون مدول با پهنا رابطه عکس دارد. خلاصه محاسبات در جدول زیر آمده است:

مدول m (mm)	5	6	7	8
d (متر)	0.09	0.108	0.126	0.144
V (متر بر ثانیه)	5.28	6.33	7.4	8.44
$W_t$ (KN)	14.21	11.84	10.15	8.88
$K_v$	2.73	3.07	3.42	3.76
F (mm)	194.73	134.75	110.13	92.31
$F_{\min}=3p$ (mm)	46.2	55.5	65.8	74.0
$F_{\max}=5p$ (mm)	78.5	94.2	109.96	125.7

نتایج جدول فوق نشان می دهد که مدول  $m = 8$  (mm) یک انتخاب ارجح است (از بین مدول های استاندارد الویت اول). در این حالت می توان مقدار پهنای رویه را به اندازه 93 mm انتخاب نمود.

**مثال ۲:** یک چرخدنده ساده با گام قطری  $P_d = 8 \frac{\text{teeth}}{\text{in}}$  و پهنای  $F = 1 \frac{1}{2} \text{ in}$  ، ۱۶ دندانه و با زاویه فشار ۲۰ درجه و دندانه های تمام عمق (Full Depth) وجود دارد. جنس چرخدنده AISI1020 Hot Rolled می باشد. ضریب اطمینان را ۳ در نظر بگیرید و دور 1200rpm است. مقدار حداکثر توان خروجی چرخدنده را محاسبه کنید.

**حل:** از جدول A-20 مقدار  $S_{ut}=55\text{kpsi}$  و  $S_y=30\text{kpsi}$  به دست می آوریم و داریم:

$$d = \frac{N}{p_d} = \frac{16}{8} = 2 \text{ in}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12} = \frac{\pi (2) 1200}{12} = 628 \text{ ft/min}$$

ضریب سرعت از معادله زیر به دست می آید

$$K_v = \frac{1200 + V}{1200} = \frac{1200 + 628}{1200} = 1.52$$

از جدول ۱۴-۲ ضریب شکل را  $Y=0.296$  به دست می آوریم

$$W^t = \frac{F Y \sigma_{\text{all}}}{K_v P} = \frac{1.5(0.296)10\,000}{1.52(8)} = 365 \text{ lbf}$$

توان انتقالی برابر است با :

$$hp = \frac{W^t V}{33\,000} = \frac{365(628)}{33\,000} = 6.95 \text{ hp}$$



لازم به توضیح است که مقدار فوق یک تخمین تقریبی است. همچنین علت تقسیم سرعت بر عدد ۱۲ تبدیل اینچ به فوت می باشد.

**مثال ۳:** در مثال قبل مقدار توان قابل حمل توسط چرخنده ها را بر اساس خستگی خمشی در پای دندانه محاسبه کنید.

حل: داریم:  $S'_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e$  و همچنین می دانیم که

$$S'_e = 0.5 S_{ut} = 0.5(55) = 27.5 \text{ kpsi}$$

با این فرض که سطح ماشین کاری شده است و از جدول ۳ از فصل ۶ داریم:

$$a=2.7, b=-0.265$$

با توجه به معلومات بالا ضریب پرداخت سطح را به دست می آوریم:

$$k_a = a S_{ut}^b = 2.70(55)^{-0.265} = 0.934$$

برای محاسبه ضریب اندازه به ضخامت دندانه نیاز است، پس با فرض Full Depth برای به دست آوردن طول دندانه داریم:  $L = m + 1.25m$  در نتیجه داریم:

$$l = \frac{1}{P} + \frac{1.25}{P} = \frac{1}{8} + \frac{1.25}{8} = 0.281 \text{ in}$$

$$x = \frac{3Y}{2P} = \frac{3(0.296)}{2(8)} = 0.0555 \text{ in}$$

$$t = (4lx)^{1/2} = [4(0.281)(0.0555)]^{1/2} = 0.250 \text{ in}$$

پس قطر معادل یک دندانه با مقطع مستطیل شکل از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} = 0.808(Ft)^{1/2} = 0.808[1.5(0.250)]^{1/2} = 0.495 \text{ in}$$

توجه داشته باشید که در کتاب قدیم شیگیلی داشتیم:  $d_e = \pi m = 0.293 \text{ in}$

بنابراین ضریب اندازه به دست می آید:

$$k_b = \left(\frac{d_e}{0.30}\right)^{-0.107} = \left(\frac{0.495}{0.30}\right)^{-0.107} = 0.948$$

با فرض قابلیت اعتماد ۵۰ درصد داریم  $k_e = 1$  و فاکتور دما و فاکتور بار را نیز  $k_c = 1, k_d = 1$  در نظر می گیریم. چرخنده تحت خمشی یک طرفه قرار دارد و داریم:  $\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma}{2}$ ، پس بر اساس معیار گودمن داریم:

$$\frac{S_a}{S'_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

$$S_a = \frac{S'_e S_{ut}}{S'_e + S_{ut}}$$

و  $S_a = S_m$  که نتیجه می دهد:

همچنین می دانیم که  $S_a = \frac{\sigma}{2}$  بنابراین داریم:

$$\sigma = \frac{2S'_e S_{ut}}{0.5S_{ut} + S_{ut}} = \frac{2S'_e}{0.5 + 1} = 1.33S'_e$$

$$k_f = \sigma/S'_e = 1.33S'_e/S'_e = 1.33 \quad \text{بر اساس معیار گودمن داریم:}$$

و بر اساس معیار خستگی گربر داریم:

$$\frac{S_a}{S'_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

$$S_a = \frac{S_{ut}^2}{2S'_e} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4S_{ut}^2}{S_{ut}^2}}\right) \quad S_a = \sigma/2, S_{ut} = S'_e/0.5$$

$$\sigma = \frac{S'_e}{0.5^2} \left[-1 + \sqrt{1 + 4(0.5)^2}\right] = 1.66S'_e$$

$$k_f = \sigma/S'_e = 1.66$$

در اینجا از معیار خستگی گربر استفاده می کنیم و داریم:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \\ = 0.934(0.948)(1)(1)(1)1.66(27.5) = 40.4 \text{ kpsi}$$

برای محاسبه حداکثر تنش خمشی در پای دندان بایستی ضریب تمرکز تنش  $K_f$  را در پای دندان محاسبه کنیم، برای زاویه فشار ۲۰ درجه و دندان تمام عمق شعاع ریشه دندان به صورت زیر به دست می آید:

$$r_f = \frac{0.300}{P} = \frac{0.300}{8} = 0.0375 \text{ in}$$

$$\frac{r}{d} = \frac{r_f}{t} = \frac{0.0375}{0.250} = 0.15 \quad \text{از شکل A-15-6 داریم:}$$

$$K_f = 1.68 \quad \text{داریم،} \quad \frac{D}{d} = \infty \rightarrow \frac{D}{d} = 3 \quad \text{که نتیجه می شود:}$$

از شکل 6-20 داریم:  $q = 0.62$  که نتیجه می دهد:

$$K_f = 1 + (0.62)(1.68 - 1) = 1.42$$

پس تنش خمشی حداکثر در پای دندان از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\sigma_{\max} = K_f \sigma_{\text{all}} = \frac{S_e}{n_d} \quad \sigma_{\text{all}} = \frac{S_e}{K_f n_d} = \frac{40.4}{1.42(3)} = 9.5 \text{ kpsi}$$

$$W^t = \frac{FY\sigma_{\text{all}}}{K_v P} = \frac{1.5(0.296)9\ 500}{1.52(8)} = 347 \text{ lbf} \quad \text{و در بار منتقل شده:}$$

$$hp = \frac{W^t V}{33\ 000} = \frac{347(628)}{33\ 000} = 6.6 \text{ hp} \quad \text{توان انتقالی نیز به صورت مقابل به دست می آید:}$$

لازم به تاکید مجدد است که مقدار فوق یک مقدار تخمین زده شده اولیه می باشد.

**توضیح:** برای محاسبه مقدار ضریب تمرکز تنش می توان از رابطه زیر که توسط mitchiner و mabic ارائه شده است نیز استفاده نمود:

$$K_f = H + \left(\frac{t}{r}\right)^L \left(\frac{t}{l}\right)^M$$

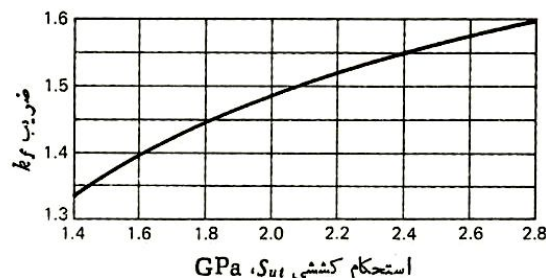
$$H = 0.34 - 0.458\ 366\ 2\phi \quad \text{که در آن:} \quad r = \frac{(b - r_f)^2}{(d/2) + b - r_f}$$

$$L = 0.316 - 0.458\ 366\ 2\phi$$

$$M = 0.290 + 0.458\ 366\ 2\phi$$

و  $\phi$  زاویه فشار،  $r_f$  شعاع فیلت ریشه،  $d$  قطر دایره گام می باشد و  $b = \text{dedendum}$  می باشد.

**توجه:** محدوده مقدار ضریب  $K_f$  به صورت زیر است: ( $1.33 < K_f < 1.6$ ) (مطابق شکل زیر از کتاب قدیم شیگلی)



برای خمشی یکطرفه دندانه های چرخنده از  $k_f = 1.33$  برای مقدارهای  $S_{ut}$  کمتر از 1.4 Gpa استفاده نمایید.

## ۴-۴- شکست خستگی سطح در دندانه

برای این منظور از تئوری هرتز (فصل سوم کتاب) استفاده می کنیم. تنش فشاری سطح (تنش هرتزی) از رابطه زیر (برای دو چرخ دنده درگیر ساده) از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\sigma_c^2 = \frac{W^t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2)/E_1] + [(1 - \nu_2^2)/E_2]}$$

$$r_1 = \frac{d_P \sin \phi}{2} \quad r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2} \quad \text{که در آن:}$$

$d_p$ : قطر دایره گام پینیون

$d_g$ : قطر دایره گام گیر

$\phi$ : زاویه فشار

$C_p$ : ضریب الاستیک که توسط آگما تعریف شده است.

$\nu$ : ضریب پواسون

$E$ : مدول یانگ

$W_t$ : موافه مماسی نیرو

آگما ضریب الاستیک  $C_p$  را به صورت زیر تعریف می کند

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

پس با در نظر گرفتن فاکتور سرعت ( اثرهای دینامیکی) خواهیم داشت:

$$\sigma_c = -C_p \left[ \frac{K_v W^t}{F \cos \phi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$

استحکام دوام سطح (Surface Endurance Strength) برای چدن (Cast Iron) از رابطه زیر تقریب

$$S_C = 0.32 H_B \text{ kpsi} \quad \text{زده می شود. که در آن } H_B \text{ سختی بر حسب برینل است.}$$

یا میتوانیم برای سایر مواد بر حسب کتاب قدیم شیگلی از رابطه زیر نیز استفاده کنیم:

$$S_C = 2.76 H_B - 70 \text{ Mpa}$$

و ضریب اطمینان نیز برابر است با:

$$n = \frac{S_C^2}{\sigma_c^2}$$

مثال ۴- فرض کنید چرخدنده پینیون مثالهای یک و دو با یک چرخدنده gear با ۵۰ دندانه از جنس AISI NO.50 cast iron درگیر است. همچنین فرض کنید بار مماسی 380lbf باشد. ضریب اطمینان را در حالت شکست خستگی سطح محاسبه کنید.  
حل: از جدول A-5 بر اساس جنس چرخدنده داریم:

$$E_p=30 \text{ Mpsi} \quad E_G=1405 \text{ Mpsi}$$

$$V_p=0.292 \quad V_G=0.211$$

سپس به محاسبه ضریب الاستیک می پردازیم:

$$C_p = \left\{ \frac{1}{\pi \left[ \frac{1 - (0.292)^2}{30(10^6)} + \frac{1 - (0.211)^2}{14.5(10^6)} \right]} \right\}^{1/2} = 1817$$

$$d_G = 50/8 = 6.25 \text{ in} \quad \text{از مثال قبل داریم } d_p = 2 \text{ in} \quad \text{پس داریم:}$$

$$r_1 = \frac{2 \sin 20^\circ}{2} = 0.342 \text{ in} \quad r_2 = \frac{6.25 \sin 20^\circ}{2} = 1.069 \text{ in}$$

$$F = 1.5 \text{ in} \quad K_v = 1.52 \quad \phi = 20^\circ$$

$$\sigma_C = -1817 \left[ \frac{1.52(380)}{1.5 \cos 20^\circ} \left( \frac{1}{0.342} + \frac{1}{1.069} \right) \right]^{1/2} = -72 \,400 \text{ psi}$$

استحکام حد دوام خستگی از رابطه مقابل (برای چدن) محاسبه می شود.  $S_C = 0.32 H_B$  kpsi  
از جدول A-24 برای ASTM NO.20 cast iron داریم :  $H_B = 262$

$$S_C = 0.32(262) = 83.8 \text{ kpsi.}$$

$$\text{توجه: } \text{Kpsi} \times 6.29 = \text{Mpa}$$

با توجه به رابطه  $\sigma_C$  بر حسب بار مماسی مشاهده می شود رابطه تنش تماسی با مقدار بار مماسی خطی نیست پس ضریب اطمینان از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$n = \frac{\text{loss-of-function load}}{\text{imposed load}} = \frac{S_C^2}{\sigma_C^2} = \left( \frac{83.8}{72.4} \right)^2 = 1.34$$

توجه: در محاسبه تنش  $\sigma_C$  بار مماسی در زیر رادیکال قرار دارد لذا با توجه به اینکه ضریب اطمینان در صفحه ۷۴۷ کتاب فارسی بایستی در مقدار بار ضرب شود پس محاسبه ضریب اطمینان به صورت فوق خواهد بود.

## ۴-۵- تنش خستگی در چرخنده های هلیکال (Fatigue Stress of Helical Gear)

برای محاسبه تنش خستگی خمشی در پای دندانه و تنش تماسی هرگز در یک چرخنده هلیکال می توان از روابط تقریبی زیر استفاده نمود (صحت آنها را بررسی کنید).

$$\sigma = \frac{K_v W_t}{F m_t Y} \quad , \quad \sigma_c = -C_p \left[ \frac{C_v W_t}{F \cos \phi_t} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

که در آن  $m_t$  مدول مماسی،  $\phi_t$  زاویه فشار مماسی،  $F$  پهنای چرخنده و  $C_v$  ضریب سرعت می باشد.

$$r_1 = \frac{d_p}{2} \sin \phi_t \quad , \quad r_2 = \frac{d_g}{2} \sin \phi_t$$

$$C_v = K_v = \left[ \frac{78}{78 + \sqrt{200V}} \right]^{\frac{-1}{2}}$$

برای شروع طراحی در چرخنده هلیکال  $K_v = \frac{1}{0.85} = 1.18$  و  $F \approx 10m_n$  و  $m_t = \frac{m_n}{\cos \psi}$  و

$$\tan \phi_t = \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \quad \text{در نظر می گیریم.}$$

توجه: روابط ارائه شده فوق کاربرد آموزشی دارد و برای طراحی واقعی بایستی از روابط آگما استفاده کرد.

## ۴-۶- معادلات تنش آگما (AGMA Stress Equation)

استاندارد آگما برای محاسبه تنش خمشی و تنش تماسی معادلات زیر را پیشنهاد کرده است.

$$\sigma = \begin{cases} W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J} & \text{(U.S. customary units)} \\ W^t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} & \text{(SI units)} \end{cases}$$

$W_t$ : بار مماسی بر حسب lbf ،  $k_0$ : فاکتور اضافه بار،  $K_v$ : فاکتور دینامیکی

$K_s$ : فاکتور اندازه،  $P_d$ : گام عرضی،  $F$ : ضخامت چرخنده in ،  $b$ : ضخامت چرخنده mm

$K_m$  ( $K_H$ ): فاکتور توزیع بار

$K_B$ : فاکتور ضخامت دیواره،  $J$  ( $Y_J$ ): فاکتور هندسی برای استحکام خمشی (که شامل فاکتور تمرکز

تنش شعاع فیلر ریشه دندانه نیز می باشد)

$m_t$ : مدول عرضی (مماسی)

تنش تماسی (مقاومت در مقابل کنده شدن سطح دندان) از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\sigma_c = \begin{cases} C_P \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_P F} \frac{C_f}{I}} & \text{(U.S. customary units)} \\ Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_I}} & \text{(SI units)} \end{cases}$$

$$(Z_E)C_P : \text{ضریب الاستیک } \left( \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right), \sqrt{\frac{\text{lbf}}{\text{in}^2}}$$

$(Z_R)C_f$ : فاکتور شرایط سطح،

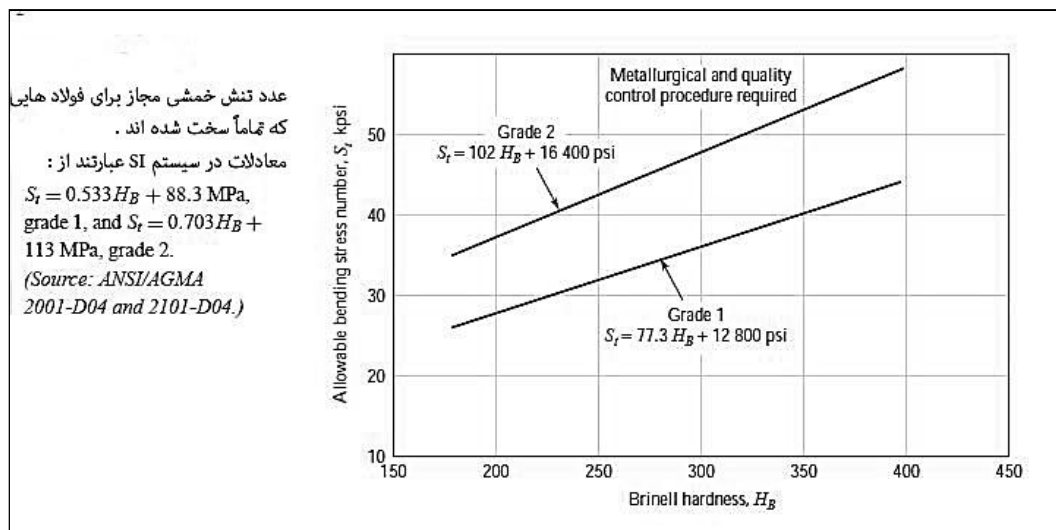
$d_p$ : قطر دایره گام پینیون (mm) in

$(Z_I)I$ : فاکتور هندسی برای مقاومت در مقابل کندگی سطح

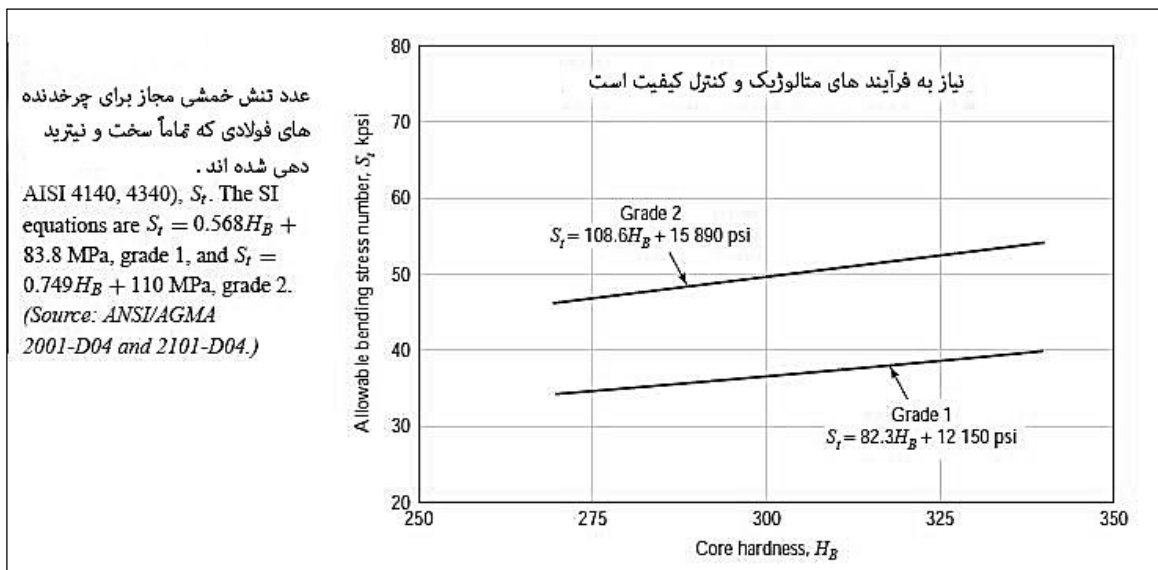
#### ۴-۷- معادلات استحکام آگما (AGMA Strength Equations)

آگما از تنش های مجاز چرخنده  $S_{at}$  و  $S_{ac}$  استفاده می کند.

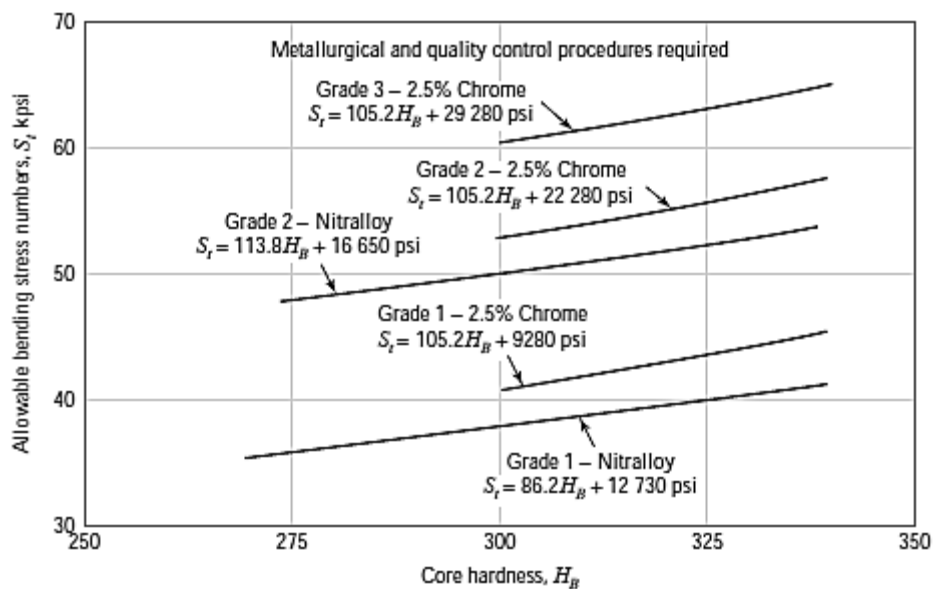
تنش خمشی (contact stresses) چرخنده که با  $S_t$  نمایش داده می شود از شکلها و جداول زیر استخراج می شود.



شکل (۱۴-۲ کتاب): تنش خمشی (contact stresses) چرخنده



شکل (۱۴-۳ کتاب): تنش خمشی (contact stress) چرخنده



شکل (۱۴-۴ کتاب): تنش خمشی (contact stress) چرخنده



جدول (۱۴-۳ کتاب): تنش خمشی (contact stress) چرخنده

Material Designation	Heat Treatment	Minimum Surface Hardness <sup>1</sup>	Allowable Bending Stress Number $S_t$ , <sup>2</sup> psi		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel <sup>3</sup>	Through-hardened Flame <sup>4</sup> or induction hardened <sup>4</sup> with type A pattern <sup>5</sup>	See Fig. 14-2 See Table 8*	See Fig. 14-2 45 000	See Fig. 14-2 55 000	—
		See Table 8*	22 000	22 000	—
	Flame <sup>4</sup> or induction hardened <sup>4</sup> with type B pattern <sup>5</sup>	See Table 8*	22 000	22 000	—
	Carburized and hardened	See Table 9*	55 000	65 000 or 70 000 <sup>6</sup>	75 000
Nitralloy 135M, Nitralloy N, and 2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided <sup>4,7</sup>	Nitrided <sup>4,7</sup> (through-hardened steels)	83.5 HR15N	See Fig. 14-3	See Fig. 14-3
		87.5 HR15N	See Fig. 14-4	See Fig. 14-4	See Fig. 14-4

جدول (۱۴-۴ کتاب): تنش خمشی (contact stress) چرخنده

Material	Material Designation <sup>1</sup>	Heat Treatment	Typical Minimum Surface Hardness <sup>2</sup>	Allowable Bending Stress Number, $S_t$ , <sup>3</sup> psi
ASTM A48 gray cast iron	Class 20	As cast	—	5000
	Class 30	As cast	174 HB	8500
	Class 40	As cast	201 HB	13 000
ASTM A536 ductile (nodular) Iron	Grade 60-40-18	Annealed	140 HB	22 000-33 000
	Grade 80-55-06	Quenched and tempered	179 HB	22 000-33 000
	Grade 100-70-03	Quenched and tempered	229 HB	27 000-40 000
	Grade 120-90-02	Quenched and tempered	269 HB	31 000-44 000
Bronze		Sand cast	Minimum tensile strength 40 000 psi	5700
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 90 000 psi	23 600

تنش تماسی مجاز از رابطه زیر محاسبه می شود .

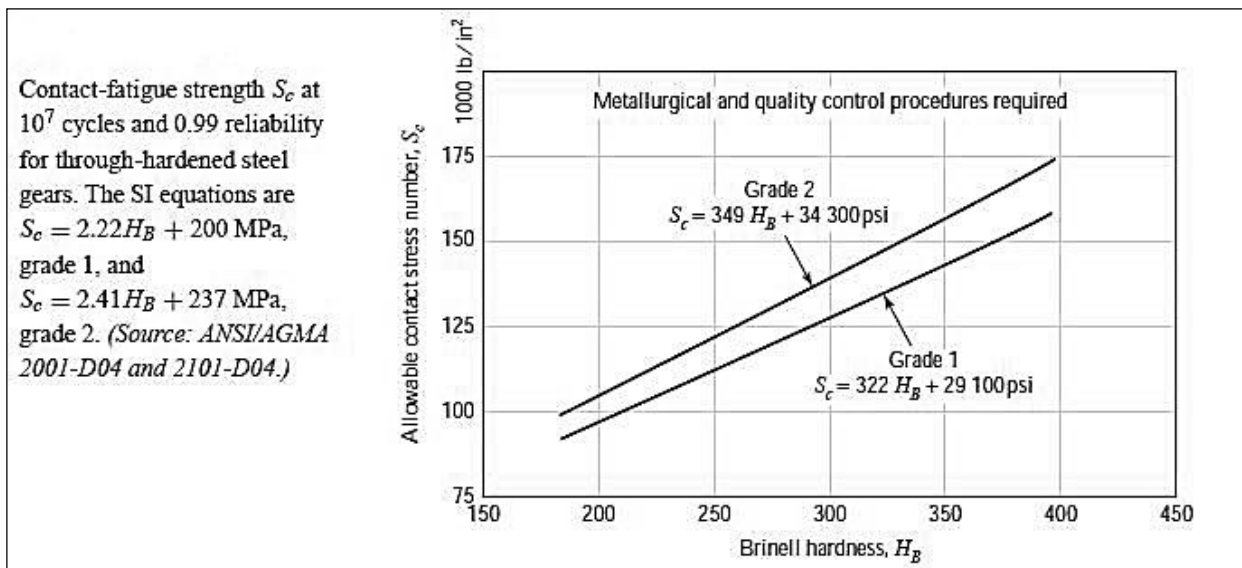
$$\sigma_{c,all} = \begin{cases} \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R} & \text{(U.S. customary units)} \\ \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} & \text{(SI units)} \end{cases}$$

که در آن  $S_c$  تنش تماسی مجاز  $(N/mm^2)$  lbf/in<sup>2</sup>،  $Z_n$  فاکتور عمر چرخه،  $C_H$  فاکتور ضریب

سختی برای مقاومت در مقابل کندگی سطح دندانه،  $K_T$  فاکتور دما،  $Y_\theta$  فاکتور قابلیت

اعتماد،  $S_H$  فاکتور ایمنی آگما است.

مقدار  $S_c$  از شکل ها و جداول زیر به دست خواهد آمد.



شکل (۱۴-۵ کتاب): خواندن مقدار  $S_c$

جدول (۱۴-۵ کتاب): خواندن مقدار  $S_c$

Steel	Temperature Before Nitriding, °F	Nitriding, °F	Hardness, Rockwell C Scale	
			Case	Core
Nitralloy 135*	1150	975	62-65	30-35
Nitralloy 135M	1150	975	62-65	32-36
Nitralloy N	1000	975	62-65	40-44
AISI 4340	1100	975	48-53	27-35
AISI 4140	1100	975	49-54	27-35
31 Cr Mo V 9	1100	975	58-62	27-33

جدول (۱۴-۶ کتاب): ???

Material Designation	Heat Treatment	Minimum Surface Hardness <sup>1</sup>	Allowable Contact Stress Number, <sup>2</sup> $S_c$ , psi		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel <sup>3</sup>	Through hardened <sup>4</sup>	See Fig. 14-5	See Fig. 14-5	See Fig. 14-5	—
	Flame <sup>5</sup> or induction hardened <sup>5</sup>	50 HRC	170 000	190 000	—
		54 HRC	175 000	195 000	—
	Carburized and hardened <sup>5</sup>	See Table 9 <sup>4</sup>	180 000	225 000	275 000
2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided <sup>5</sup>	83.5 HR15N	150 000	163 000	175 000
		84.5 HR15N	155 000	168 000	180 000
		87.5 HR15N	155 000	172 000	189 000
Nitralloy 135M	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	170 000	183 000	195 000
Nitralloy N	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	172 000	188 000	205 000
2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	176 000	196 000	216 000

جدول (۷-۱۴) کتاب: ؟؟؟

Material	Material Designation <sup>1</sup>	Heat Treatment	Typical Minimum Surface Hardness <sup>2</sup>	Allowable Contact Stress Number, <sup>3</sup> $S_{cr}$ psi
ASTMA48 gray cast iron	Class 20	As cast	—	50 000–60 000
	Class 30	As cast	174 HB	65 000–75 000
	Class 40	As cast	201 HB	75 000–85 000
ASTMA536 ductile (nodular) iron	Grade 60–40–18	Annealed	140 HB	77 000–92 000
		Quenched and tempered	179 HB	77 000–92 000
	Grade 100–70–03	Quenched and tempered	229 HB	92 000–112 000
	Grade 120–90–02	Quenched and tempered	269 HB	103 000–126 000
Bronze	—	Sand cast	Minimum tensile strength 40 000 psi	30 000
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 90 000 psi	65 000

- آگما برای خمش دو طرفه دندانه ها (همانند دندانه های چرخدنده هرزگرد) پیشنهاد می کند که مقدار  $K_e=1.43$  در نظر بگیرید مشاهده می شود که:

Goodman Failure Locus  $1.33 < 1.43 < 1.66$  Gerber Failure Locus

#### ۴-۸- محاسبه فاکتورهای هندسی I و J ( $Y_J$ و $Z_I$ )

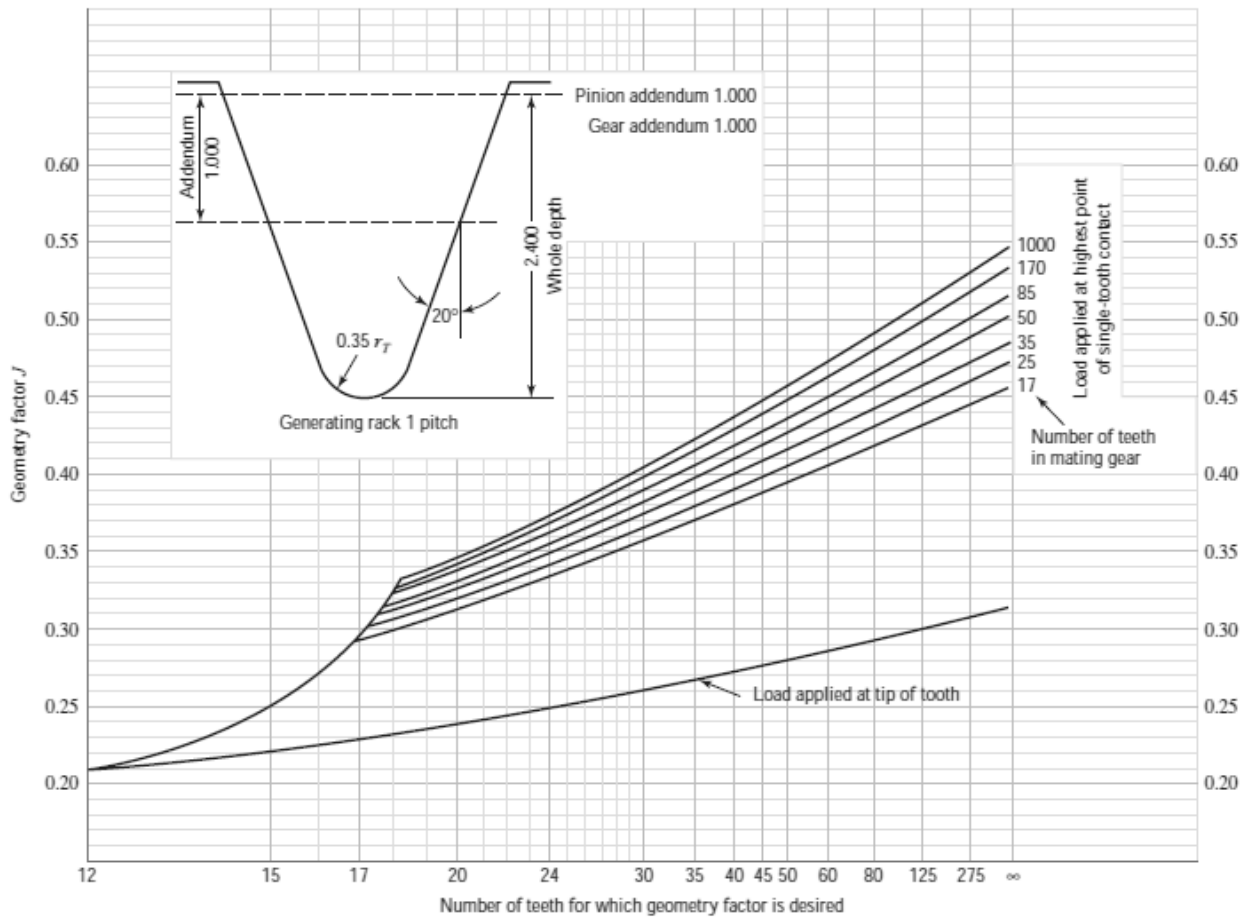
مقادیر I و J بر حسب نسبت تماس رویه  $m_F$  محاسبه می شود.  $m_F = \frac{F}{P_x}$  که در آن F پهنای رویه دندانه و  $P_x$  گام محوری است. برای چرخدنده های ساده مقدار  $m_F = 0$  می باشد.

#### ۴-۹- محاسبه فاکتور هندسی استحکام خمشی J ( $Y_J$ )

در این حالت آگما مقدار J را از اصلاح ضریب شکل لوئیس به دست می آورد.  $J = \frac{Y}{K_f m_N}$  که در آن  $K_f$  فاکتور تصحیح تنش آگما است.

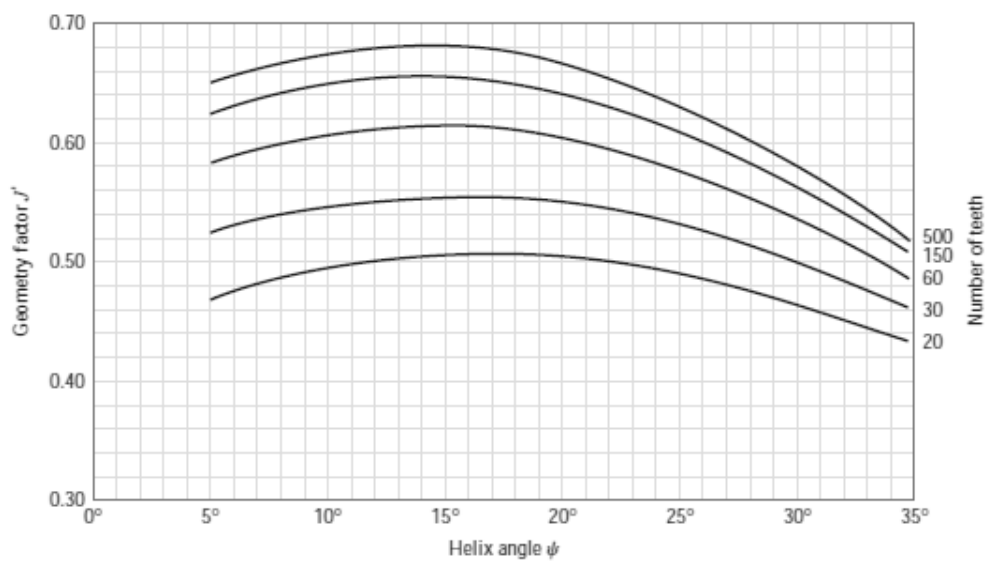
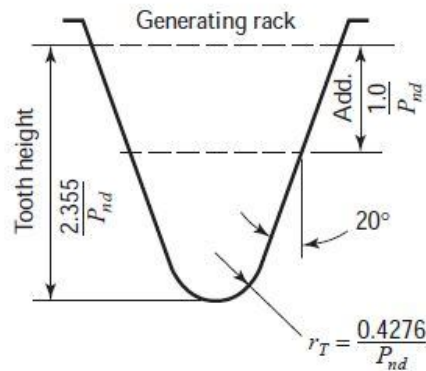
برای چرخدنده های ساده  $m_n=1$  و برای چرخدنده های هلیکال  $P_N = P_n \cos \phi_n$ ,  $m_n = \frac{P_N}{0.95Z}$  است.  $P_N$ : گام دایره ای نرمال (Normal base pitch)

از شکل زیر برای محاسبه فاکتور J برای چرخدنده ساده با زاویه فشار ۲۰ درجه و دندانه های تمام عمق استفاده می شود.

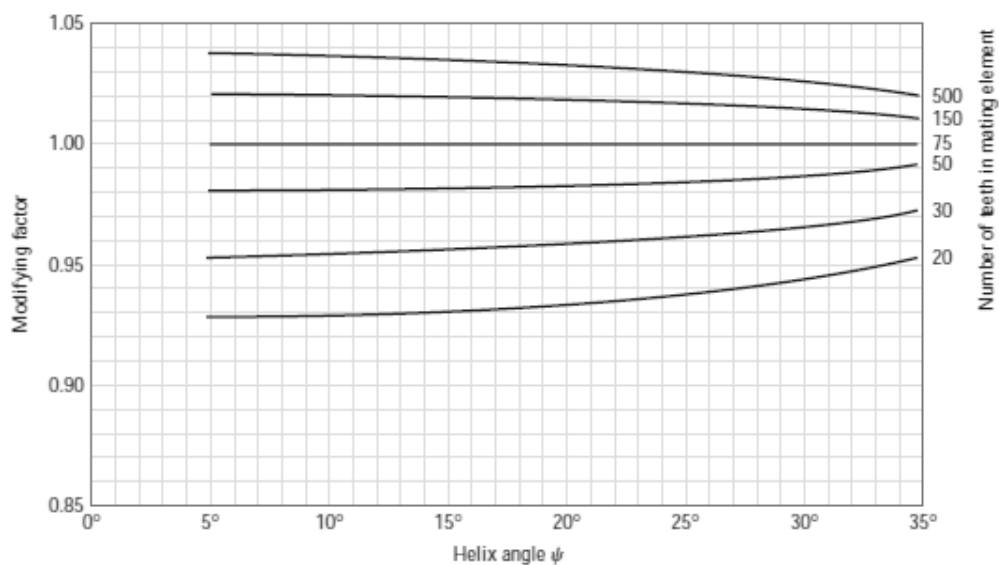


شکل ۱۴-۶ کتاب: محاسبه فاکتور  $J$  برای چرخدنده ساده با زاویه فشار  $20^\circ$  درجه و دندانه های تمام عمق

از شکل های زیر نیز برای چرخدنده های هلیکال با زاویه فشار نرمال ۲۰ درجه و  $m_f = 2$  یا بیشتر استفاده می شود.



شکل ۷-۱۴ کتاب: محاسبه فاکتور J برای چرخدنده هلیکال با زاویه فشار نرمال ۲۰ درجه و  $m_f = 2$  یا بیشتر



شکل ۸-۱۴ کتاب: محاسبه فاکتور J برای چرخدنده هلیکال با زاویه فشار نرمال ۲۰ درجه و  $m_f = 2$  یا بیشتر

همچنین برای سایر چرخدنده ها نیز از استاندارد آگما استفاده می شود.

#### ۴-۱۰- فاکتور هندسی استحکام سطح I ( $Z_I$ )

فاکتور I، فاکتور هندسی مقاومت در مقابل کنده شدن سطح دندانه در آگما نامیده می شود. داریم:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\sin \phi_t} \left( \frac{1}{d_P} + \frac{1}{d_G} \right)$$

که در آن  $\phi_t$  زاویه فشار عرضی است که جایگزین  $\phi$  شده است.

$$m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P} \quad \text{با تعریف سرعت } m_G \text{ داریم:}$$

پس داریم:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{d_P \sin \phi_t} \frac{m_G + 1}{m_G}$$

با استفاده از معادله ۱۴-۱۴ شیگلی ویرایش ۹ نتیجه می گیریم که:

$$\sigma_c = -\sigma_C = C_P \left[ \frac{K_V W^t}{d_P F} \frac{1}{\frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2} \frac{m_G}{m_G + 1}} \right]^{1/2}$$

سپس با استفاده از ضریب  $M_N$  برای هر دو چرخدنده ساده و هلیکال داریم:

$$I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{external gears} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{internal gears} \end{cases}$$

برای چرخدنده ساده  $m_N = 1$  است.

$$Z = [(r_P + a)^2 - r_{bP}^2]^{1/2} + [(r_G + a)^2 - r_{bG}^2]^{1/2} - (r_P + r_G) \sin \phi_t$$

$$r_b = r \cos \phi_t$$

$r_P$ : شعاع دایره گام پینیون،  $r_G$ : شعاع دایره گام Gear

$r_{bP}$ : شعاع دایره مبنای پینیون؛  $r_{bG}$ : شعاع دایره مبنای Gear

۴-۱۱- ضرایب الاستیک  $C_p (Z_E)$ 

مقدار  $C_p$  را می توان از رابطه ذکر شده در صفحات قبل به دست آورد یا از جدول زیر استفاده کرد:

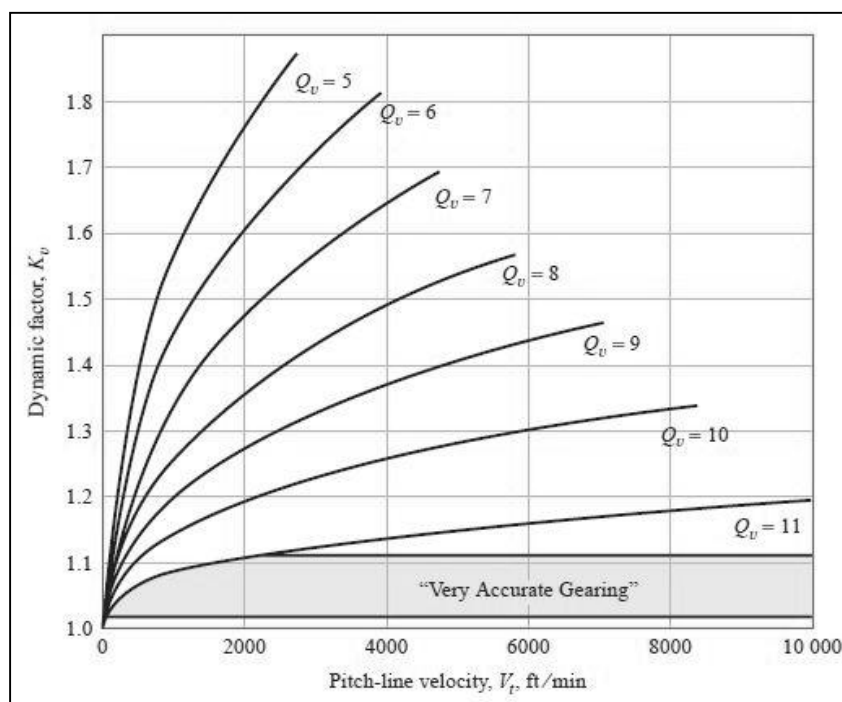
جدول ۱۴-۸ کتاب: محاسبه مقدار  $C_p$

**Table 14-8**  
Elastic Coefficient  $C_p (Z_E)$ ,  $\sqrt{\text{psi}}$  ( $\sqrt{\text{MPa}}$ ) Source: AGMA 218.01

Pinion Material	Pinion Modulus of Elasticity $E_p$ , psi (MPa) <sup>a</sup>	Gear Material and Modulus of Elasticity $E_g$ , lbf/in <sup>2</sup> (MPa) <sup>a</sup>					
		Steel $30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	Malleable Iron $25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	Nodular Iron $24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	Cast Iron $22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	Aluminum Bronze $17.5 \times 10^6$ ( $1.2 \times 10^5$ )	Tin Bronze $16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )
Steel	$30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Malleable iron	$25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Nodular iron	$24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Cast iron	$22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Aluminum bronze	$17.5 \times 10^6$ ( $1.2 \times 10^5$ )	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Tin bronze	$16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

۴-۱۲- فاکتور دینامیکی  $k_v$ 

مقدار فاکتور دینامیکی در استاندارد آگما از شکل زیر خوانده می شود.



شکل ۱۴-۹ کتاب: مقدار فاکتور دینامیکی در استاندارد آگما





۴-۱۷- فاکتور نسبت سختی  $C_H$ 

$$C_H = 1.0 + A'(m_G - 1.0)$$

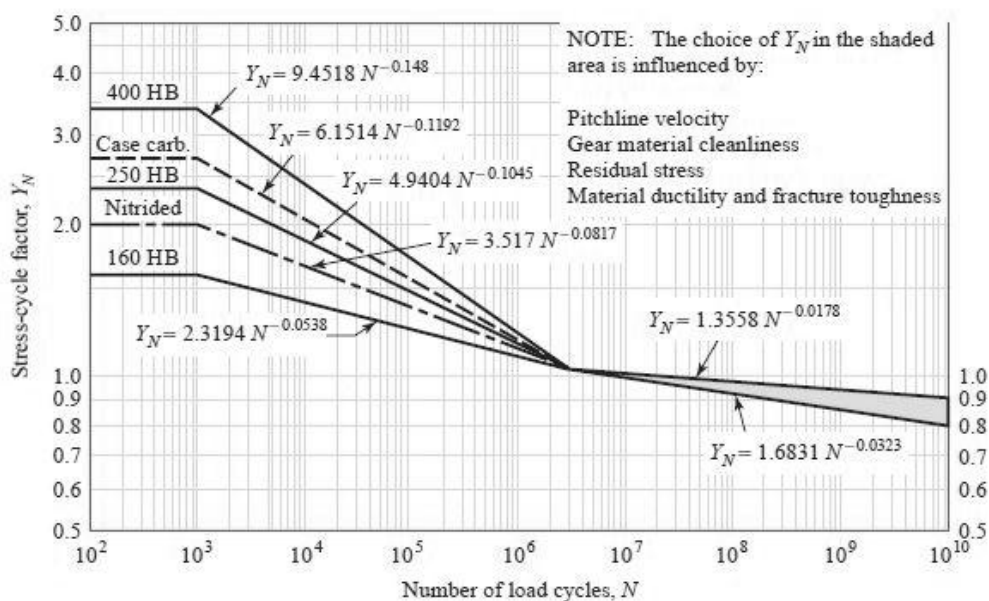
$$A' = 8.98(10^{-3}) \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8.29(10^{-3}) \quad 1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7$$

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2, \quad A' = 0$$

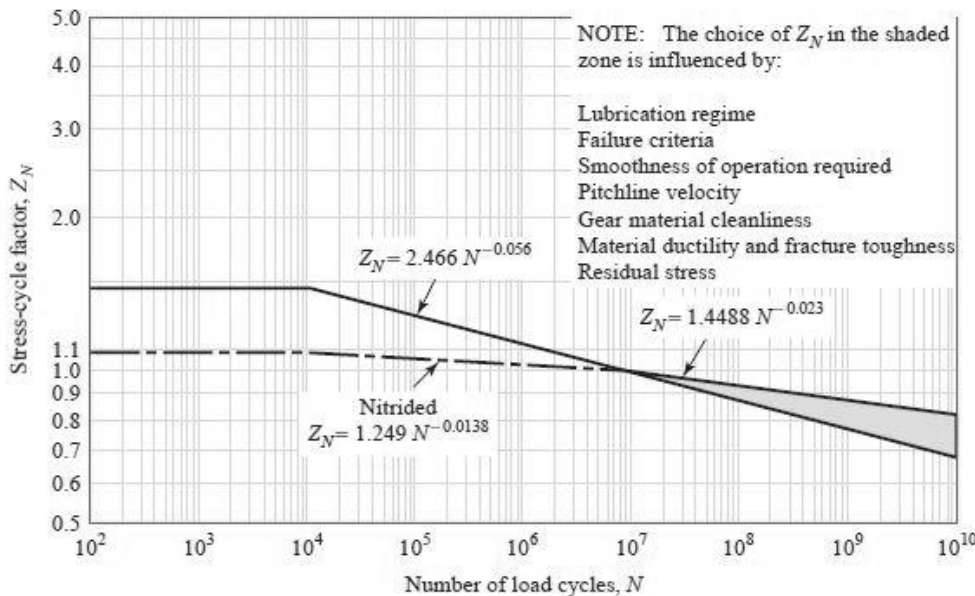
$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.7, \quad A' = 0.00698$$

۴-۱۸- فاکتور چرخه تنش  $Z_N$  و  $Y_N$ 

برای  $10^7$  دور  $Z_N$  و  $Y_N$  هر دو مساوی ۱ می باشند. از شکل های زیر برای به دست آوردن مقادیر آنها استفاده می کنیم:



شکل ۱۴-۱۴ کتاب: مقدار فاکتور چرخه تنش  $Y_N$



شکل ۱۴-۱۵ کتاب: مقدار فاکتور چرخه تنش  $Z_N$

#### ۱۹-۴- فاکتور قابلیت اعتماد $K_R$ ( $Y_Z$ )

$$K_R = \begin{cases} 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) & 0.5 < R < 0.99 \\ 0.50 - 0.109 \ln(1 - R) & 0.99 \leq R \leq 0.9999 \end{cases}$$

همچنین میتوان مقدار فاکتور قابلیت اعتماد را از جدول زیر به دست آورد:

جدول (۱۴-۱۰ کتاب): مقدار فاکتور قابلیت اعتماد

Reliability	$K_R$ ( $Y_Z$ )
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

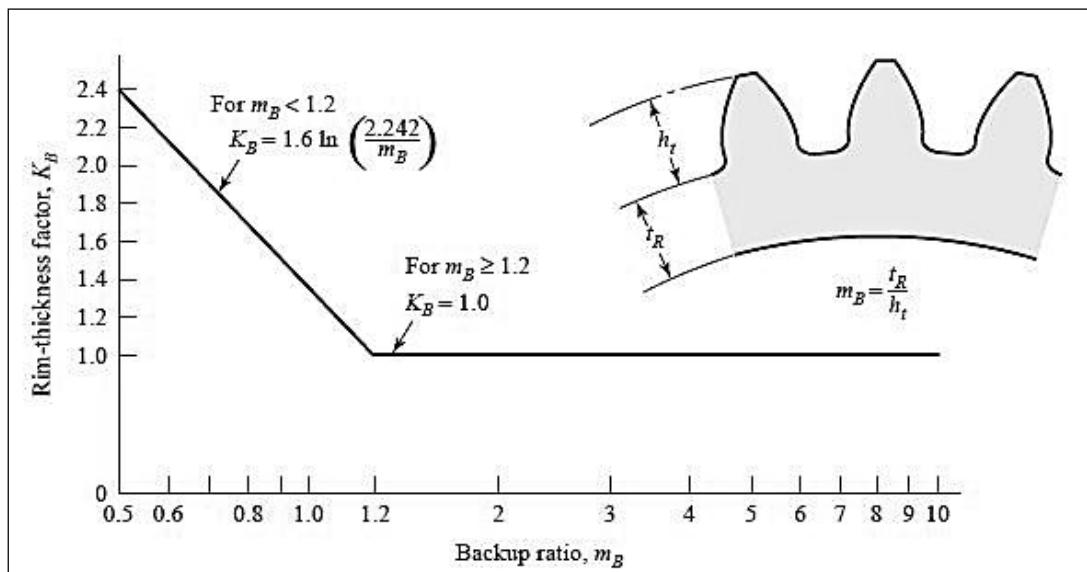
#### ۲۰-۴- فاکتور دما $K_T$ ( $Y_\square$ )

برای دماهای کمتر از ۲۵۰ درجه فارانهایت یا ۱۲۰ درجه سانتیگراد این فاکتور برابر یک می باشد.

#### ۲۱-۴- فاکتور ضخامت دیواره $K_B$

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad K_B = \begin{cases} 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} & m_B < 1.2 \\ 1 & m_B \geq 1.2 \end{cases}$$

همچنین مقدار فاکتور ضخامت دیواره را می توان از شکل زیر به دست آورد.



شکل ۱۴-۱۶ کتاب: مقدار فاکتور ضخامت دیواره  $K_B$

#### ۲۲-۴- فاکتورهای ایمنی $S_H$ و $S_F$

استانداردهای ANSI/AGMA2001-D04 و 2101-D4 فاکتور ایمنی  $S_F$  را در مقابل شکست خمشی و فاکتور ایمنی  $S_H$  را در مقابل شکست خستگی سطح تعریف می کنند.

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} = \frac{\text{fully corrected bending strength}}{\text{bending stress}}$$

که در آن  $\sigma$  از معادله ۱۴-۱۵ کتاب شیگلی ویرایش ۹ به دست می آید.

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} = \frac{\text{fully corrected contact strength}}{\text{contact stress}}$$

که در آن  $\sigma_c$  از معادله ۱۴-۱۶ کتاب شیگلی ویرایش ۹ به دست می آید.

$$S_H = \left( \frac{\text{fully corrected contact strength}}{\text{contact stress imposed}} \right)^2$$

## ۴-۲۳- آنالیز چرخنده ها (Gear Analysis)

## ANSI/AGMA 2001-D04 ساده های چرخنده های

برای آنالیز چرخنده با استفاده از استاندارد آگما از روابط زیر استفاده می کنیم.

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}, \quad V = \frac{\pi d N}{12}, \quad W^t = \frac{33000H}{V}$$

برای تنش خمشی در چرخنده داریم:

$$\sigma = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J}$$

که در آن  $K_o$  از جدولی که در زیر آمده به دست می آید.

$K_v$  از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$K_v = \begin{cases} \left( \frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B & V \text{ in ft/min} \\ \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B & V \text{ in m/s} \end{cases}$$

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3}$$

و  $K_B$ ،  $K_m$ ،  $K_s$  مطابق آنچه که در صفحات قبل نیز گفته شده بود محاسبه می گردند.

جدول: مقدار فاکتور اضافه بار  $K_o$ 

جدول ضریب اضافه بار (فرا بار)،  $K_o$

ماشین متحرک			
منبع توان	یکنواخت	یکنواخت	ضربه متوسط
یکنواخت	1.00	1.25	1.75
ضربه سبک	1.25	1.50	2.00
ضربه متوسط	1.50	1.75	2.25

معادله استحکام دوام خمشی چرخنده:

$$\sigma_{all} = \frac{S_t Y_N}{S_F K_T K_R}, \quad K_T = 1, \quad \text{اگر } T < 250^\circ\text{F} \text{ باشد.}$$

$S_F$  نیز ضریب اطمینان خمشی است که از معادله زیر به دست می آید.

$$S_F = \frac{S_t Y_N / K_T K_R}{\sigma}$$

برای مشخص کردن اینکه تهدید از ناحیه شکست خمشی است یا سایشی،  $S_F$  را با توان دوم  $S_H$  مقایسه کنید. برای چرخنده های تاج دار  $S_F$  را با توان سه  $S_H$  مقایسه نمایید.

#### ۴-۲۳-۲- سایش چرخنده های ساده ANSI/AGMA 2001-D04

$$d_p = \frac{N_p}{P_d} \quad , \quad V = \frac{\pi d N}{12} \quad , \quad W^t = \frac{33000H}{V}$$

معادله تنش تماسی چرخنده به صورت زیر می باشد.

$$\sigma_c = C_p (W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I})^{1/2}$$

که در آن ضریب اضافه بار (فرابار)  $K_o$  از جدول ذکر شده در صفحات قبل به دست می آید.

همچنین معادله استحکام دوام تماسی چرخنده به صورت زیر می باشد.

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_C Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

ضریب اطمینان سایشی  $S_H$  نیز از رابطه زیر به دست می آید.

$$S_H = \frac{S_C Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

برای مشخص کردن اینکه تهدید از ناحیه شکست خمشی است یا سایشی،  $S_F$  را با توان دوم  $S_H$  مقایسه کنید. برای چرخنده های تاج دار  $S_F$  را با توان سه  $S_H$  مقایسه نمایید.

## ۴-۲۴- خلاصه روابط برای طراحی چرخنده ساده

$$T = \frac{d}{2} W_t, \quad V = \frac{d}{2} \omega = \frac{\pi d n}{12} : n = rpm, d = inch, \quad V = \frac{ft}{Min}$$

$$m_n = m, \quad d = m_n \cdot N \times 10^{-3} \Rightarrow W_t = \frac{2T}{m_n N} \times 10^3 \quad (1)$$

در سیستم اینچی داریم:  $W_t = lbf, V = \frac{ft}{Min}, H = hp, W_t = 33000 \frac{H}{V}$

در سیستم SI نیز داریم:  $W_t = KN, n = rpm, d = mm, H = Kw, W_t = \frac{6000H}{\pi d n}$

برای به دست آوردن توان بر حسب اسب بخار داریم:  $hp = \frac{W_t \times V}{33000}$

\* برای حالت خستگی خمشی داریم:

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{F m_t} \frac{K_H K_B}{J} \quad (2), \quad m_t = \frac{m_n}{\cos \psi} \Rightarrow \text{for } \psi = 0 \text{ (چرخنده ساده)} \Rightarrow m_t = m_n$$

$$\sigma = \frac{2 K_o K_v K_s K_H K_B T}{Y_J F m_t^2 N} \times 10^3 \quad (3)$$

همچنین برای تنش خمشی مجاز داریم:  $\sigma_{all} = \frac{S_t Y_n}{S_F Y_\theta Y_z}$  (4) که در آن  $S_t$  تنش خمشی مجاز می باشد.

مهمترین نکته در طراحی چرخنده های به دست آوردن مدول می باشد زیرا با به دست آوردن آن سایر پارامترهای مورد نیاز طراحی به دست خواهد آمد پس می توان گفت:

$$3\pi m = 3P \leq F \leq 5P = 5\pi m \Rightarrow 9m \leq F \leq 15m$$

حال فرض می کنیم که  $F = xm$  که از این فرض نتیجه می گیریم:  $9 \leq x \leq 15$

برای شروع طراحی معمولاً  $X$  را ۱۰ فرض می کنیم، با استفاده از روابط (۳) و (۴) داریم:

$$S_t = \frac{2 K_o K_v K_s K_H K_B S_F Y_\theta Y_z \cdot T \times 10^3}{Y_J m_t^2 Y_N N \cdot F}$$

حال با توجه به فرض های بالا ( $F = xm$ ) داریم:

$$S_t = \frac{2 K_o K_v K_s K_H K_B S_F Y_\theta Y_z \cdot T \times 10^3}{Y_J m_t^3 Y_N N \cdot x}$$

در نهایت مدول مورد نیاز ناشی از تنش خمشی مجاز می شود:

$$m_n^3 = \frac{2 S_F T K_o K_v K_s K_H K_B Y_\theta Y_z \times 10^3}{S_t Y_N x N J} \quad (\text{الف})$$

توجه کنید که برای ضریب اندازه (Ks) نیز داریم:

$$K_s = \frac{1}{K_b} = 1.192 \left( \frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0.0535} \Rightarrow \begin{cases} F = xm \\ p = \pi m \end{cases} \Rightarrow K_s = 1.192 \left( \frac{x\sqrt{Y}}{\pi} \right)^{0.0535}$$

مشاهده شد که هم  $p$  و هم  $F$  بر حسب مدول می توان نوشت و چون مدول ها در صورت و مخرج حذف می شود رابط  $K_s$  بر حسب مدول نمی باشد و باید طبق فرض  $x=10$  و  $Y$  را از جدول (۱۴-۲) کتاب به دست آورد همچنین می توان  $x\sqrt{Y}$  را حدس زد و در مراحل بعد این حدس را اصلاح کرد.

\* برای بررسی تنش تماسی در چرخدنده ساده داریم:

$$W_t = \frac{2T}{m_n N} \times 10^3$$

برای خستگی سطح داریم:

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{w_t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_p b Z_I}} \quad (1)$$

با توجه به رابطه تنش تماسی مجاز:

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c Z_N Z_W}{S_H Y_\theta Y_Z} \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲) تنش تماسی مجاز می شود:

$$S_c = \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{Z_N Z_W} \sqrt{\frac{2 K_o K_v K_s K_H Z_R T \times 10^3}{m_n N d_p b Z_I}}$$

از آنجایی که  $b = F = x m_n$  و  $d = m_n N$  است داریم:

$$S_c = \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{Z_N Z_W} \sqrt{\frac{2 K_o K_v K_s K_H Z_R T \times 10^3}{m_n^3 N^2 x Z_I}}$$

پس برای مدول نرمال ناشی از تنش تماسی مجاز داریم :

$$m_n^3 = 2 \left( \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{S_c Z_N Z_W} \right)^2 \times \frac{K_o K_v K_s K_H Z_R T \times 10^3}{N^2 x Z_I} \quad (ب)$$

پس به طور کلی برای یک چرخدنده ساده گیر یا پینیون داریم:

الف) برای خستگی خمشی:

$$m_n^3 = \frac{2 S_F T K_o K_v K_s K_H K_B Y_\theta Y_Z \times 10^3}{S_t Y_N x N J}$$

ب) برای خستگی سطح:

$$m_n^3 = 2 \left( \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{S_c Z_N Z_W} \right)^2 \times \frac{K_o K_v K_s K_H Z_R T \times 10^3}{N^2 x Z_I}$$

$W_t$ : بار منتقل شده مماسی بر حسب نیوتن

$m_t$ : مدول مماسی

$K_o$ : ضریب اضافه بار و یا فرابار

I یا  $(Z_I)$ : ضریب شکل هندسی

$K_v$ : ضریب دینامیکی

$d_p$ : قطر گام پینیون

$K_s$ : ضریب اندازه

$Z_E$ : ضریب الاستیک

$K_B$ : ضریب ضخامت طوقه

$Z_R$ : ضریب شرایط سطح

$S_H$ : ضریب اطمینان

$S_t$ : استحکام خمشی AGMA

$Z_N$ : ضریب سیکل تنش

$Y_N$ : ضریب سیکل تنش

$Y_Z$ : ضریب قابلیت اعتماد

$Y_\square$ : ضریب دما

F یا (b): پهنای خالص صورت دندانه عضو باریکتر

$S_F$ : ضریب اطمینان

$K_m$  یا  $K_H$ : ضریب توزیع بار

$S_c$ : استحکام دوام سطح AGMA

$Z_w$ :



## ۴-۲۵- خلاصه روابط برای چرخنده های هلیکال

$$W_t = \frac{T}{(d/2)}, \quad d = m_t \cdot N \times 10^{-3} \Rightarrow W_t = \frac{2T}{m_t \cdot N \times 10^{-3}}$$

$$m = m_t = \frac{m_n}{\cos\psi}$$

همچنین می دانیم که  $9m_n \leq F \leq 15m_n$  و با فرض  $F = xm_n$  خواهیم داشت:  $9 \leq x \leq 15$

برای حالت خستگی خمشی داریم:

$$S_F = \frac{m_n^3 S_t Y_N x N J \times 10^{-3}}{2TK_o K_v K_s K_H K_B Y_\theta Y_Z \cos\psi^3}$$

و برای حالت خستگی سطح داریم:

$$S_H = \frac{S_C Z_N Z_W}{Z_E Y_\theta Y_Z} \sqrt{\frac{m_n N d_w b Z_I \times 10^{-3}}{2K_o K_v K_s K_H Z_R T \cos\psi}}$$

حال روابط فوق را بر حسب مدول به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$m_n^3 = \frac{2S_F T K_o K_v K_s K_H K_B Y_\theta Y_Z \cos\psi^3 \times 10^3}{S_t Y_N x N J}$$

$$m_n^3 = 2 \left( \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{S_C Z_N Z_W} \right)^2 \times \frac{K_o K_v K_s K_H Z_R T \cos\psi^3 \times 10^3}{N^2 x Z_I}$$

توجه: در روابط بالا بعضی از ضرایب برحسب F یا  $xm_n$  می باشند که یا باید حدس زده شوند یا با محاسبه به صورت تابعی از  $m_n$  به دست آیند و در روابط جایگذاری گردند که به دلیل حجم زیاد و پیچیدگی از این کار صرف نظر کرده ایم اما در حل مسئله طراحی باید این کار را انجام داد.

## ۴-۲۶- فرض های اولیه برای شروع طراحی در چرخنده های هلیکال

برای طراحی چرخنده ها در سیستم SI، فرض اولیه،  $K_v$  را بین 1.2 و 1.8 باید در نظر گرفت که به عنوان حدس اولیه  $K_v = 1.8$  در نظر گرفته می شود. ???  
همچنین برای شروع طراحی  $I = 0.2$  و  $X = 10$  در نظر گرفته می شوند.

مثال ۵: یک گیربکس با نسبت تبدیل ۴ به ۱، توان ۶ کیلو وات را انتقال می دهد. به منظور کوچک کردن اندازه چرخدنده ها از ماده نیترو آلوی 135m درجه یک استفاده شده است ، دور ورودی به گیربکس 1440rpm است و همچنین جنس گیر از فولاد با مشخصات  $s_{ut}=550 \text{ mpa}$  و  $s_y=385 \text{ mpa}$  و جنس پینیون از فولاد با مشخصات  $s_{ut}=826 \text{ Mpa}$  و  $s_y=578 \text{ Mpa}$  می باشد. همچنین قابلیت اعتماد در  $10^9$  دور چرخش پینیون برابر ۹۵ درصد است. چرخدنده ها ابتدا عملیات حرارتی و سپس نیتروژن دهی شده اند و همچنین چرخدنده ها با کیفیت  $Q_v = 6$  می باشند. بدین منظور مطلوب است: الف) طراحی چرخدنده ساده، ب) طراحی چرخدنده هلیکال برای حل مسئله زاویه فشار را ۲۰ درجه و زاویه هلیکس را ۱۵ درجه در نظر بگیرید، همچنین ضریب اطمینان طرح را ۲ در نظر بگیرید.

حل:

$$\phi_n = 20^\circ \Rightarrow Q_v = 6 \Rightarrow \text{چرخدنده کیفیت ها } N_p = 18, \text{ حداقل تعداد دندانه پینیون}$$

با فرض  $m_B \geq \frac{1}{2}$  از معادله ۱۴-۴۰ کتاب شیگلی ویرایش ۹ داریم  $K_B=1$  و از جدول صفحه ۶۴۴ کتاب شیگلی که در صفحات قبل ذکر شده بود  $K_0=1$  در نظر میگیریم.

$$\text{از جدول ۱۴-۲ برای ضریب شکل داریم: } Y_G=0.432 \text{ و } Y_p=0.309$$

برای حالت بار وارده به بالاترین نقطه یک تماس تک دندانه ای از شکل ۱۴-۶ داریم:

$$J_p = 0.32 \text{ و } J_G = 0.415$$

$$T_p = \frac{6000}{1440 \left(\frac{2\pi}{60}\right)} = 39.8(N.m), T_G = 3 \times T_p = 119.4(N.m)$$

با توجه به اینکه هنوز مقدار سرعت خط گام معلوم نیست لذا برای شروع طراحی مقدار  $K_V=1.8$  در نظر می گیریم.

برای محاسبه ضریب قابلیت اعتماد در سیستم SI، با توجه به قابلیت اعتماد ۹۵ درصد ( $R=95\%$ ) داریم:

$$Y_z = 0.685 - 0.0759 \ln(1 - R)$$

$$Y_z = 0.658 - 0.0759 \ln(1-0.095) = 0.885$$

محاسبه ضریب سیکل تنش:

$$N=10^9 \text{ تعداد سیکل بارگذاری، از شکل ۱۴-۱۴ داریم:}$$

$$(Y_N)_P = 1.3558(10^9)^{-0.0178} = 0.938$$

$$(Y_N)_G = 1.3558\left(\frac{10^9}{4}\right)^{-0.0178} = 0.961$$

همچنین ضریب عمر تنش یک طرفه مقاومت تماسی، از شکل ۱۴-۱۵ داریم:

$$(Z_N)_P = 1.4488(10^9)^{-0.023} = 0.9$$

$$(Z_N)_G = 1.4488\left(\frac{10^9}{4}\right)^{-0.023} = 0.929$$

محاسبه ضریب اندازه  $K_s$  برای چرخنده پینیون و گیر:

$$K_s = 1.192\left(\frac{F\sqrt{Y}}{P}\right)^{0.0535} = 1.192\left(\frac{4P\sqrt{Y}}{P}\right)^{0.0535}$$

$$P = \frac{1}{m}, F = 10m \Rightarrow K_s = 1.192(10m^2\sqrt{Y})^{0.0535}$$

$$K_{sG} = 1.192m^{0.107}(1.096) = 1.4m^{0.107}, K_{sP} = 1.3m^{0.107}$$

توجه: مقدار  $Y$  از جدول ۱۴-۲ کتاب برای پینیون با تعداد دندانه ۱۸ عدد ( $Y_{N=18}=0.309$ ) خوانده می شود.

محاسبه ضریب توزیع بار  $K_m$  یا  $K_H$ :

از معادله ۱۴-۳۱ برای دندانه های بدون تاج  $C_{me}=1$  و از معادله ۱۴-۳۳ داریم  $C_{pm} = 1$  و

همچنین از معادله ۱۴-۳۵ داریم  $C_e = 1$

از شکل ۱۴-۱۱ برای چرخنده ها با پوشش تجاری و با توجه به اینکه پهنای چرخنده معلوم نیست با توجه به شکل ۱۴-۱۱ کتاب برای چرخنده های تجاری مقدار  $C_{ma} = 0.4$  در نظر گرفته و از معادله ۱۴-۳۲،  $C_{pf}=1$  به دست می آید.

$$K_m = C_{mf} = 1 + C_{me}(C_{pf} + C_{ma}C_e) = 2.4$$

مقدار  $I$  را برای ابتدای کار ۰.۲ در نظر میگیریم. همچنین ضریب دما را ۱ در نظر می گیریم  $K_t=1$

محاسبه  $S_t$ : از جدول ۱۴-۵ برای سختی نیترو آلوی ۱۳۵m برابر C32-36 راکول است یا بین

۳۰۲-۳۲۵ برینل با انتخاب سختی ۳۲۰ برینل از نمودار ۱۴-۴ داریم: برای موادی که نیتريد دهی

$$S_t = 0.784H_B + 114.81 = 360.69 \text{ mpa} \text{ : برای درجه یک:}$$

محاسبه  $S_c$ : از جدول ۱۴-۶ برای نیترو آلوی ۱۳۵M:

$$S_c = 170000 \text{ psi} = 1186.32 \text{ Mpa}$$

همچنین داریم:  $Z_R=1$

با توجه به شکل ۱۴-۱۲ چون سختی چرخنده گیر و پینیون مانند یکدیگر فرض می شود، داریم:

از جدول ۸-۱۴ برای چرخنده های فولادی داریم:  $Z_E=191 \text{ Mpa}$

بررسی حالت خستگی خمشی:

در حالت خستگی خمشی برای گیر:  $S_F=n_d$

$$m^3 = \frac{2n_d \cdot T_G \cdot K_O \cdot K_V \cdot K_S \cdot K_H \cdot K_B \cdot Y_\theta \cdot Y_Z \cdot 10^3}{S_t \cdot Y_N \cdot x \cdot J \cdot N}$$

$$m^3 = \frac{2 \times 2 \times 119.4 \times 1 \times 1.4 \times m_t^{0.107} \times 2.4 \times 1 \times 1 \times 0.88 \times 10^3}{360.69 \times 0.961 \times 10 \times 0.415 \times 72}$$

$$\Rightarrow m^{2.893} = 13.44 \Rightarrow m = 2.42$$

برای حالت خستگی سطح پینیون داریم:  $S_H = n_d = 2$

$$m^3 = 2 \left( \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{S_C Z_N Z_W} \right)^2 \times \frac{K_O K_V K_S K_H Z_R T \times 10^3}{N^2 x Z_I}$$

$$m^3 = 2 \left( \frac{2 \times 191 \times 1 \times 0.885}{1186.32 \times 0.9 \times 1} \right)^2 \times \frac{1 \times 1.6 \times 1.3 m^{0.107} \times 2.4 \times 1 \times 39.8 \times 10^3}{18^2 \times 0.2 \times 10}$$

$$m^{2.893} = 61.4 \Rightarrow m = 4.13$$

پس پینیون از لحاظ خستگی سطح بحرانی تر است.

با توجه به مدول های استاندارد می توان مدول های ۵ و ۴.۵ و ۴ را انتخاب کرد. در این مسئله

مدول را ۴.۵ در نظر میگیریم. برای محاسبه پهنای اولیه چرخنده داریم:

$$m = 4.5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow F = 10(4.5) = 45 \text{ mm}$$

حال بایستی مقدار ضریب اطمینان با محاسبه مقادیر دقیق پارامترها مجددا بررسی شود. برای

بررسی ضریب اطمینان خستگی سطح پینیون داریم:

محاسبه مقدار دقیق  $K_m$  یا  $K_H$ :

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B = 1.87, \quad B = 0.825, \quad A = 59.77$$

$$V = \frac{\pi d n}{60} = \frac{3.14 \times 0.31 \times 1440}{60} = 23.47$$

$$K_H = 1.46$$

$$S_H^{-2} = 2 \left( \frac{Z_E Y_\theta Y_Z}{S_C Z_N Z_W} \right)^2 \frac{K_O K_V K_S K_H Z_R T \cdot 10^3}{N^2 x Z_I \cdot m_t^3}$$

$$S_H^{-2} = 2 \left( \frac{1910 \times 1 \times 0.885}{1186.32 \times 0.9 \times 1} \right)^2 \frac{1 \times 1.87 \times 1.52 \times 1.46 \times 1 \times 39.8 \times 10^3}{1.8^2 \times 0.2 \times 10 \times 4.5^3}$$

قابل قبول  $\Rightarrow$  ضریب اطمینان  $S_H^{-2} = 2.6 > 2$

پس مشاهده شد که ضریب اطمینان چرخنده طراحی شده اندکی بیشتر از ۲ می باشد و لذا قابل قبول است در غیر این صورت بایستی کلیه مراحل طراحی را با سعی و خطا برای رسیدن به ضریب اطمینان مورد نظر تکرار کرد. پس مشخصات کلی چرخنده ساده طراحی شده به شرح زیر است:

$$m = 4.5\text{mm}, a = m = 4.5\text{mm}, b = 1.25m = 5.625\text{mm}$$

$$d_p = mN_p = 81\text{mm}, F = 10m = 45\text{mm}, C = \frac{d_p + d_G}{2} = 202.5\text{mm}$$

### ب) طراحی چرخنده هلیکال

بطور معمول در چرخنده‌های هلیکال ضعف روی خستگی سطح پینیون می باشد ولی به هر حال توصیه می شود که همانند قبل خستگی خمشی و خستگی سطح هر یک از چرخنده‌ها مورد بررسی قرار گیرد و چرخنده ضعیف تر مشخص گردد. در این مسئله چون مشاهده گردید که خستگی سطح پینیون بحرانی تر است لذا خستگی سطح پینیون مورد بررسی قرار می گیرد.

$$\phi = 20 \Rightarrow N_p = 18 \Rightarrow N_G = 72, \psi = 15^\circ, I = 0.2$$

بررسی چرخنده هلیکال از لحاظ خستگی سطح برای چرخنده پینیون:

$$m_n^3 = 2 \left( \frac{S_H Z_E Y_\theta Y_Z}{S_C Z_N Z_W} \right)^2 \times \frac{K_o K_v K_s K_H Z_R T \cos \psi^3 \times 10^3}{N^2 x Z_I}$$

$$m_n^3 = 2 \left( \frac{2 \times 191 \times 1 \times 0.885}{1186.32 \times 0.9 \times 1} \right)^2 \times \frac{1 \times 1.6 \times 1.3 \times m_n^{0.107} \times 2.4 \times 1 \times 39.8 \times 0.9 \times 10^3}{18^2 \times 0.2 \times 10}$$

$$m_n^{2.893} = 55.89 \Rightarrow m_n = 4.007 \Rightarrow m_n x = 11.77 \Rightarrow x = 12, F = x \cdot m_n = 48\text{mm}$$

حال ضریب اطمینان را برای حالت  $m_n = 2.5\text{mm}$  و  $F = 48\text{mm}$  بررسی می کنیم:

$$\phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = 20.65^\circ, d_p = m N_p = \frac{m_n N_p}{\cos \psi} = 74.5\text{mm}$$

$$r_p = 37.26, \quad a = m_n = 4, \quad r_{bp} = r_p \cos \phi_t = 35.01, \quad d_G = 298, \quad r_G = 149,$$

$$r_{BG} = 140.01$$

$$Z = \sqrt{(37.26 + 4)^2 - (35.01)^2} + \sqrt{(149 + 4)^2 - (140.01)^2} - (149 + 37.26) \sin 20.65$$

$$= 17.8$$

$$I = \frac{\sin \phi_t \cdot \cos \phi_t}{\left( \frac{2 \Pi m_n \cos \phi_n}{0.95 Z} \right)} \times \frac{\left( \frac{N_G}{N_p} \right)}{\left( \frac{N_G}{N_p} + 1 \right)} = 0.18, \quad V = \frac{\pi d n}{60} = \frac{3.14 \times 74.5 \times 1440}{60} = \frac{5.6\text{m}}{\text{s}}$$

$$B = 0.825, \quad A = 59.77, \quad K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B = 1.44$$

$$S_H^{-2} = 2 \left( \frac{Z_E Y_\theta Y_Z}{S_C Z_N Z_W} \right)^2 \frac{K_o K_v K_s K_H Z_R T \cdot \cos \psi^3 \cdot 10^3}{N^2 x Z_I \cdot m_t^3}$$

$$S_H^{-2} = 2 \left( \frac{191 \times 1 \times 0.885}{1186.32 \times 0.9 \times 1} \right)^2 \frac{1 \times 1.44 \times 1.5 \times 1.78 \times 1 \times 39.8 \times 0.9 \times 10^3}{18^2 \cdot 0.18 \times 124^3}$$

$$S_H = 2.54 > n_d = 2 \Rightarrow \text{قابل قبول}$$

#### ۴-۲۷- نمونه سوال امتحانی

یک جفت چرخدنده ساده با مدول ۵ میلی متر، پهنای ۵۵ میلی متر،  $N_p=19$  و  $N_G=57$  دندانه در جعبه دنده شکل مقابل به کار گرفته شده است. دور ورودی به جعبه دنده 1500 rpm است. جنس چرخدنده ها AISI 1050 Hot Rolled است.

حداکثر توان قابل انتقال توسط جعبه دنده را برای دو حالت گسیختگی خستگی حاصل از تنش خمشی در پای دندانه و گسیختگی خستگی ناشی از تنش تماسی بر حسب اسب بخار محاسبه کنید. برای پوسته جعبه دنده طرح مناسب را با در نظر گرفتن کلیه تمهیدات مهندسی لازم ارائه نمایید.

$$\text{from table A - 20 for AISI 1050 HR} \Rightarrow \begin{cases} S_u = 620(90) \\ S_y = 340(49.5) \\ H_B = 179 \end{cases}$$

$$\text{from table A - 5 For Steel} \Rightarrow \begin{cases} E = 207 \text{ Gpa} = 30 \text{ Mpsi} \\ \nu = 0.292 \end{cases}$$

$$m = \frac{d}{N} \Rightarrow 5 = \frac{d_p}{N_p} \Rightarrow d_p = 95 \text{ mm} \approx 3.74 \text{ inch}, m = 5 \text{ mm} = 0.2 \text{ inch}, 5 = \frac{d_G}{N_G} \Rightarrow d_G = 285 \text{ mm} = 11.22 \text{ inch}$$

خستگی ناشی از تنش خمشی در پای دندانه:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e, S'_e = 0.5 S_{ut} = 0.5(90) = 45 \text{ kpsi}$$

$$\text{سطح ماشین کاری} \Rightarrow \text{from table 6 - 3} \Rightarrow a = 2.7, b = -0.265 \Rightarrow K_a = a S_{ut}^b = 0.819$$

$$\text{for full depth Gear : } L = m + 1.25m = 0.2 + 1.25(0.2) = 0.45 \text{ inch}$$

$$x = \frac{3Y}{2P_d}, \text{ from table 14 - 2} \Rightarrow \text{for } N_p = 19 \Rightarrow y = 0.314, P_d = \frac{1}{m} = \frac{1}{0.2} = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{3(0.314)}{2 \times 5} = 0.0942$$

$$t = (4Lx)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4 \times 0.45 \times 0.0942} = 0.41 \text{ inch}, F = 55 \text{ mm} \approx 2.165 \text{ inch}$$

$$\text{WWW.MOCHANDESIGN.COM} \Rightarrow \frac{1}{2} = 0.808(2.165 \times 0.41)^{\frac{1}{2}} = 0.761 \text{ inch}$$

$$K_b = \left(\frac{d}{0.3}\right)^{-0.107} = \frac{0.761^{-0.107}}{0.3} = 0.9, \text{ for bending } K_c = 1,$$

For Normal Temp  $K_d = 1$ , For 90% Reliability  $K_e = 0.897$  (Table 6 – 5)

برای محاسبه ضریب اثرات دیگر  $K_f$  با توجه به معیار خستگی گریز برای حالت تنش یک طرفه دندانه خواهیم داشت:

$$K_f = 1.66 \Rightarrow S_e = (0.819)(0.9)(1)(1)(0.897)(1.66)(45) = 49.4 \text{ kpsi}$$

$$\phi_n = 20^\circ, \text{ Full Depth} \Rightarrow \text{Root fillet radius } r_f = \frac{0.3}{P_d} = 0.06 \text{ inch}$$

$$\text{From Fig. A - 15 - 6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{r}{d} = \frac{r_f}{t} = \frac{0.06}{0.41} = 0.14 \\ \frac{D}{d} = \infty \approx 3 \end{cases} \Rightarrow K_t = 1.7$$

$$\text{From Fig. 6 - 20} \Rightarrow q = 0.82 \Rightarrow K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.82(1.7 - 1) = 1.574$$

$$\begin{cases} \sigma_{max} = K_f \sigma = \frac{K_f K_v w_t}{F m y} \\ \sigma_{max} = \frac{S_e}{n_d} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_e}{n_d} = \frac{K_f K_v w_t}{F m y}$$

$$\text{for cut or milled profile: } K_v = \frac{1200 + v}{v}, v = \frac{n \pi d}{12} = 1500 \times 3.74 \times \frac{\pi}{12} = 1468.7 \frac{ft}{min}$$

$$\Rightarrow K_v = \frac{1200 + 1468.7}{1468.7} = 2.22$$

$$\Rightarrow \frac{49.4 \times 10^3}{2.5} = \frac{1.574 \times 2.22 w_t}{2.165 \times 0.2 \times 0.314} \Rightarrow w_t = 768.86 \text{ lbf}$$

$$\Rightarrow H = \frac{w_t v}{33000} = \frac{768.86 \times 1468.7}{33000} = 34.2 \text{ hp}$$

خستگی ناشی از تنش تماسی:

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} = 2284.67$$

$$r_1 = \frac{d_p \sin \phi}{2} = \frac{3.74 \sin \phi}{2} = 0.64, r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2} = \frac{11.22 \sin \phi}{2} = 1.92$$

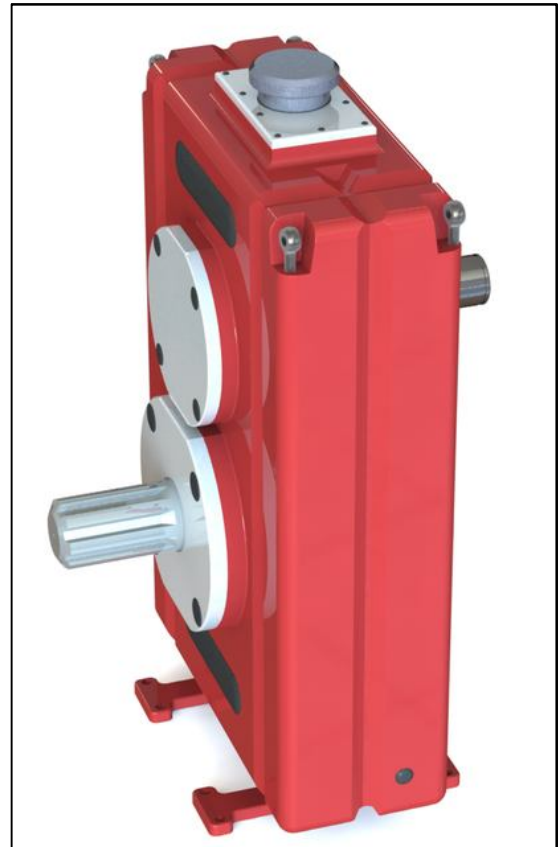
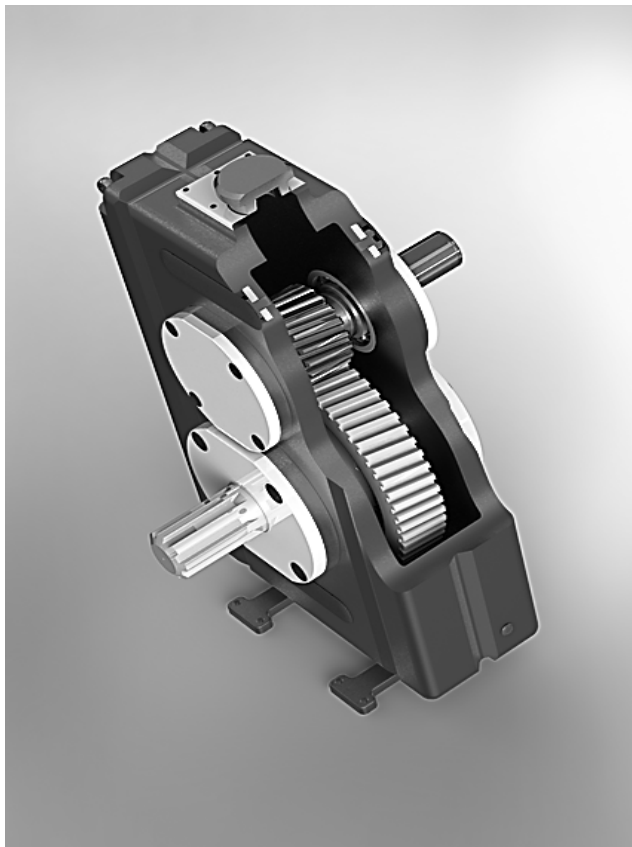
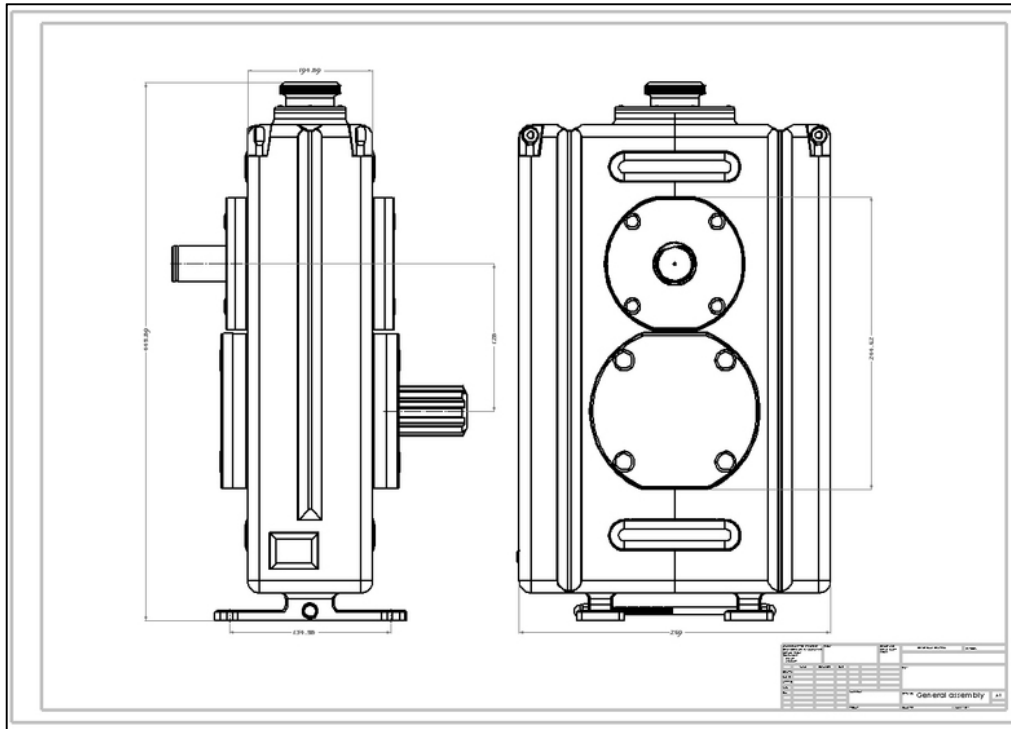
$$\sigma_c = -C_p \left[ \frac{K_v w_t}{F \cos \phi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -2284.67 \left[ \frac{2.22 w_t}{2.165 \cos 20} \left( \frac{1}{0.64} + \frac{1}{1.92} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S_c = 2.76 H_B - 70 (\text{mpa}) = 2.76(179) - 70 = 424.04 \text{ mpa} = 61.5 \text{ kpsi}$$

$$\Rightarrow n_d = \frac{S_c^2}{\sigma_c^2} \Rightarrow 2.5 = \frac{61.5^2}{\sigma_c^2} \Rightarrow \sigma_c = -38.9 \text{ kpsi} \Rightarrow w_t = 127.52 \text{ lb}$$

$$\Rightarrow H = \frac{127.52 \times 1468.7}{33000} = 5.67 \text{ hp}$$

در شکل های زیر نیز طراحی برای پوسته چرخدنده مشاهده می کنید که محل پیچ ها و یاتاقان ها و محور و محل ورود روغن در آن نشان داده شده است.





تمرین: 

یک گیربکس با نسبت تبدیل 15 به 4، توان 17kw را انتقال می دهد. دور ورودی به گیربکس  $n_i=1500$  rpm می باشد و همچنین جنس Gear از فولاد با مشخصات ( $S_{ut}=650$  Mpa و  $S_y=480$  Mpa) و جنس پینیون از فولاد با مشخصات ( $S_{ut}=856$  Mpa و  $S_y=590$  Mpa) می باشد.

بدین منظور مطلوب است:

الف) طراحی چرخنده ساده

ب) طراحی چرخنده هلیکال

برای حل مسئله زاویه فشار را  $20^\circ$ ، زاویه هلیکس را  $\psi = 30^\circ$  و قابلیت آبرکاری «سختی سطح چرخنده» این دو فولاد را تا 440 BHN در نظر بگیرید. همچنین ضریب اطمینان طرح را ۳ در نظر بگیرید.

**توجه:** خلاصه روابط طراحی برای چرخنده های ساده و هلیکال بر اساس کتاب قدیم شیگلی و یک نمونه مسئله حل شده بر اساس آن نیز در ضمیمه ۴ همین جزوه آمده است.

## فصل پنجم:

# طراحی المانهای انعطاف پذیر انتقال قدرت

- تسمه
- زنجیر
- کابل

## ۵-۱- اجزای مکانیکی انتقال قدرت انعطاف پذیر

### تسمه، زنجیر، و کابل

از اجزای مکانیکی انعطاف پذیر همانند تسمه‌ها، زنجیرها، کابلها برای مکانهایی که فاصله بین دو محور نسبتاً زیاد است استفاده می‌کنیم.

اجزای مکانیکی انعطاف پذیر تا حدود زیادی بارهای شوکی را جذب می‌نمایند و در نتیجه ارتعاش سیستم را مستهلک می‌کنند لذا در جاهایی که مصرف کننده دارای بارهای شوکی است بهترین انتخاب استفاده از المانهای انعطاف پذیر جهت انتقال قدرت می‌باشد.

انتخاب اجزای مکانیکی انعطاف پذیر باعث کاهش قیمت تمام شده ماشین می‌گردد و لذا این یک فاکتور مهم برای انتخاب آنها است.

تسمه‌ها بر خلاف کابلها و چرخ زنجیرها دارای سر و صدای کمتری هستند.

در سرعتهای نسبتاً بالا، استفاده از تسمه توصیه می‌شود و معمولاً تسمه نمی‌تواند در سرعتهای پایین توان را به خوبی انتقال دهد، چرا که لغزش ایجاد می‌شود ولی زنجیرها برای سرعتهای بالا توصیه نمی‌شوند. چون در سرعتهای بالا دانه‌های زنجیر از روی چرخ زنجیر بلند می‌شود و زنجیر گسسته می‌شود ولی در سرعتهای پایین زنجیر یک انتخاب مناسب است.

لازم به ذکر است که گاهی اوقات تسمه‌ها در سرعتهای پایین و زنجیرها در سرعتهای بالا استفاده می‌گردد. مثل استفاده از تسمه در ماشینهای کشاورزی و استفاده از زنجیر در خودرو به علت وجود روغن و timing بودن آن.

## ۵-۲- تسمه‌ها (Belts)

### انواع تسمه‌ها

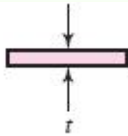
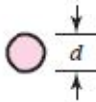
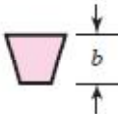
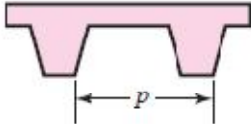
- ۱- تسمه های تخت (Flat Belts)
- ۲- تسمه های گرد (Round Belts)
- ۳- تسمه های V شکل (V- Belts)
- ۴- تسمه های تایمینگ یا دندانه دار (Timing Belts)
- ۵- تسمه های تخت فلزی (Flat Metal Belts)

تسمه‌های تخت معمولاً برای حمل بار و گاهی اوقات برای انتقال توان مورد استفاده قرار می‌گیرند.

ولی تسمه‌های V شکل معمولا برای انتقال قدرت به کار می‌روند. اما گاهی اوقات در حالت های خاص نیز از تسمه‌های V شکل برای انتقال قطعات استفاده می‌شوند.

- جنس تسمه‌ها معمولا از چرم، پلی آمید (Polyamide)، یورتان (Urethane)، لاستیک، کتان، و یا الیاف مصنوعی و یا الیاف خاصی همانند برزنت می‌باشد.
- محرک های با تسمه های تخت دارای راندمان حدود ۹۸ درصد می باشند که این راندمان با راندمان چرخنده ها تقریبا برابر است ولی راندمان تسمه های V شکل در محدوده ۷۰ الی ۹۶ درصد قرار دارد.
- تسمه ای تخت سرو صدا و نویز بسیار اندکی تولید می کنند و ارتعاشات پیشگی بیشتری را نسبت به تسمه های V شکل و چرخنده ها جذب می کنند.

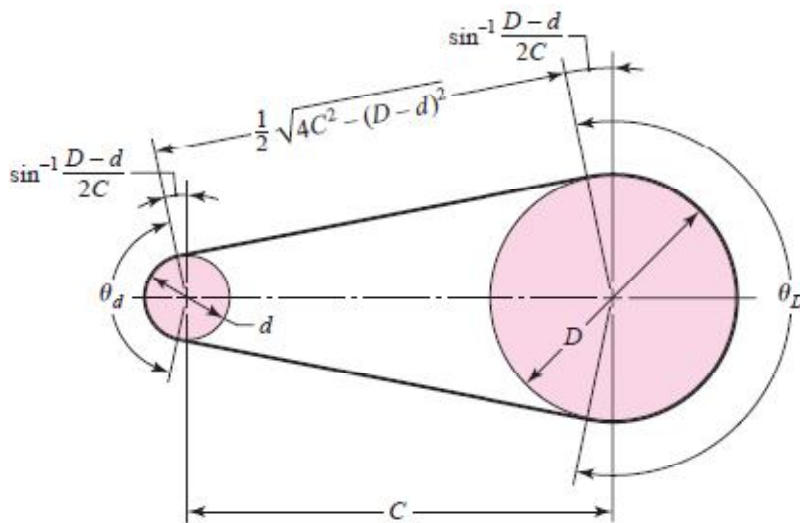
شکل (۱۷-۱) مشخصات تسمه ها

Belt Type	Figure	Joint	Size Range	Center Distance
Flat		Yes	$t = \begin{cases} 0.03 \text{ to } 0.20 \text{ in} \\ 0.75 \text{ to } 5 \text{ mm} \end{cases}$	No upper limit
Round		Yes	$d = \frac{1}{8} \text{ to } \frac{3}{4} \text{ in}$	No upper limit
V		None	$b = \begin{cases} 0.31 \text{ to } 0.91 \text{ in} \\ 8 \text{ to } 19 \text{ mm} \end{cases}$	Limited
Timing		None	$p = 2 \text{ mm and up}$	Limited

توجه: به علت خیز در شافت باید از تعداد محدودی تسمه V شکل در انتهای یک شافت استفاده نمود. توصیه می‌شود که بیش از ۵ عدد تسمه V شکل روی یک پولی استفاده نگردد. هر چند که گاهی اوقات این مسئله رعایت نمی‌شود.

## تسمه های تخت و گرد

دو نوع آرایش تسمه (آرایش باز و ضربدری) در شکل زیر آمده است

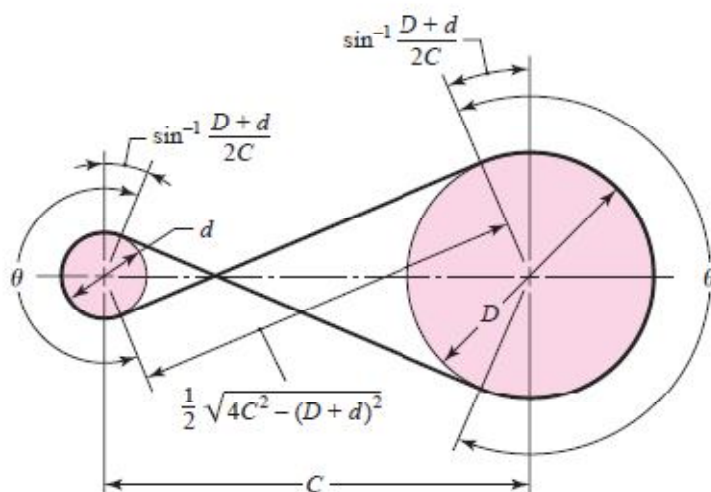


(a)

$$\theta_d = \pi - 2 \sin^{-1} \frac{D-d}{2C}$$

$$\theta_D = \pi + 2 \sin^{-1} \frac{D-d}{2C}$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D-d)^2} + \frac{1}{2}(D\theta_D + d\theta_d)$$



(b)

$$\theta = \pi + 2 \sin^{-1} \frac{D+d}{2C}$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D+d)^2} + \frac{1}{2}(D+d)\theta$$

توجه: تسمه های تخت و گرد می توانند برای محورهای متنافر نیز بکار گرفته شوند.

$F_1$ : کشش سفت تسمه

$F_2$ : کشش شل تسمه

$$\theta_D = \pi + 2\alpha$$

$$\Rightarrow \theta_L > \theta_s$$

$$\theta_d = \pi - 2\alpha$$

در آرایش باز همواره بحران ( از لحاظ لغزش تسمه روی پولی) روی پولی کوچکتر است. چرا که در آن  $\theta_d$  دارای مقدار کمتری از  $\theta_D$  است.

پیشنهاد می شود که نحوه چرخش پولی کوچک به نحوی باشد که کشش سفت در سمت پایین و کشش شل تسمه در سمت بالا قرار گیرد (چرا؟)

برای آرایش باز تسمه تخت داریم:

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{D-d}{2c}\right)$$

$$\theta_D = \pi + 2\alpha$$

$$\theta_d = \pi - 2\alpha$$

$L_p$ : طول تسمه (Belt length)

$$L_p = \frac{(\theta_L D + \theta_s d)}{2} + 2C \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L_p = \sqrt{4C^2 - (D-d)^2} + \frac{1}{2}(D\theta_L + d\theta_s)$$

$$L = [4C^2 - (D-d)^2]^{1/2} + \frac{1}{2}(D\theta_D + d\theta_d) \quad (17-2)$$

همچنین طول تسمه برای آرایش ضربدری تسمه به صورت زیر است:

$$L = [4C^2 - (D+d)^2]^{1/2} + \frac{1}{2}(D+d)\theta \quad (17-4)$$

### نکات طراحی:

- ۱) تسمه می‌تواند روی هر زاویه‌ای از شافت قرار گیرد ولی بهتر است روی شافتهای موازی قرار گیرد.
- ۲) معمولاً بهتر است که کشش سفت تسمه روی قسمت پایین بیافتد تا شکم دادن تسمه در قسمت بالای آن باعث افزایش زوایای تماس  $\theta_d$  و  $\theta_D$  گردد.
- ۳) تسمه سفت کن را بایستی روی بخش شل تسمه و حتی المقدور نزدیک به  $\theta_d$  قرار داد. (چرا؟)

### ۳-۵- آنالیز نیرویی تسمه‌های تخت و گرد

رابطه زیر برای محاسبه کشش تسمه تخت و یا گرد در آستانه لغزش است (اثبات در کتاب آمده است):

$$\frac{F_1 - mr^2\omega^2}{F_2 - mr^2\omega^2} = \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(f\phi) \quad (17-7)$$

Equation (17-7) is called the *belting equation*,

$$F_1 - F_2 = (F_1 - F_c) \frac{\exp(f\phi) - 1}{\exp(f\phi)} \quad (17-8)$$

$$F_c = mr^2\omega^2$$

که در آن:

$f$ : ضریب اصطکاک بین تسمه و پولی (  $0.3 < f < 0.9$  )

$\phi$ : حداقل زاویه تماس بین پولی و تسمه است. (  $\theta_d$  )

$F_1$ : کشش سفت تسمه

$F_2$ : کشش شل تسمه

$F_c$ : نیروی ناشی از گریزمرکز

برای محاسبه  $F_c$  برای پولی با قطر  $d$  و سرعت دورانی  $n$  بر حسب دور بر دقیقه داریم:

$$V = \pi dn/12 \quad \text{ft/min}$$

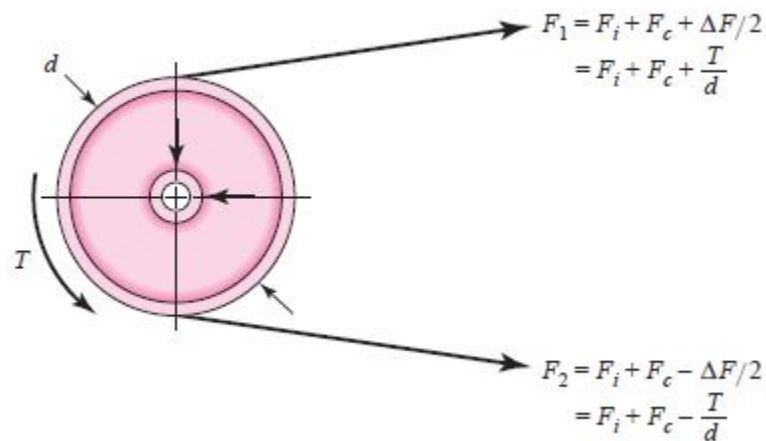
$$F_c = \frac{w}{g} \left( \frac{V}{60} \right)^2 = \frac{w}{32.17} \left( \frac{V}{60} \right)^2$$

که در آن

$w = 12\gamma bt$  lbf/ft where  $b$  and  $t$  are in inches

weight density  $\gamma$  in lbf/in<sup>3</sup>

دیگرام آزاد پولی در شکل زیر آمده است:



$$F_1 = F_i + F_c + \Delta F/2 = F_i + F_c + T/d$$

$$F_2 = F_i + F_c - \Delta F/2 = F_i + F_c - T/d$$

$F_i$  = initial tension

$F_c$  = hoop tension due to centrifugal force

$\Delta F/2$  = tension due to the transmitted torque  $T$

$d$  = diameter of the pulley

پس داریم:

$$F_1 - F_2 = \frac{2T}{d}$$

$$F_1 + F_2 = 2F_i + 2F_c$$

پس از رابطه بالا خواهیم داشت:

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c$$

پس با ترکیب روابط فوق خواهیم داشت:

$$F_i = \frac{T \exp(f\phi) + 1}{d \exp(f\phi) - 1}$$

(17-9)

که در آن

$F_i$ : کشش اولیه در تسمه

$d$ : قطر چرخ تسمه

$T$ : گشتاور وارد بر چرخ تسمه

رابطه بالا نشان می دهد که اگر کشش اولیه در تسمه صفر باشد هیچ گشتاوری منتقل نمی شود.



همچنین به راحتی می توان نشان داد که:

$$F_1 = F_c + F_i \frac{2 \exp(f\phi)}{\exp(f\phi) + 1} \quad (17-10)$$

$$F_2 = F_c + F_i \frac{2}{\exp(f\phi) + 1} \quad (17-11)$$

همچنین توان منتقل شده توسط تسمه (بر حسب اسب بخار) را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$H = \frac{(F_1 - F_2)V}{33\,000}$$

که در آن  $F$  بر حسب پوند نیرو و  $V$  بر حسب فوت بر دقیقه است (رابطه فوق را اثبات کنید).

همچنین در سیستم SI داریم:

$$H = (F_1 - F_2)V \quad (۲)$$

که در آن

$H$ : توان منتقل شده (وات)

$V$ : سرعت خطی حرکت تسمه (متر بر ثانیه)

$F_1$  و  $F_2$ : نیرو در بخش سفت و شل تسمه بر حسب نیوتن

توجه: معمولاً برای سرعت تسمه بیش از 35 ft/sec نیروی گریز از مرکز  $F_c$  را در روابط در نظر می گیرند.

سازندگان معمولاً حداکثر نیروی کششی مجاز  $F_a$  و یا تنش مجاز  $\sigma_{all}$  در تسمه را در کاتالوگ ارائه می دهند. همچنین عمر تسمه نیز بر حسب سال بیان می شود.

$$(F_1)_a = b F_a C_p C_v \quad (17-12)$$

$(F_1)_a$  = allowable largest tension, lbf

$b$  = belt width, in

$F_a$  = manufacturer's allowed tension, lbf/in

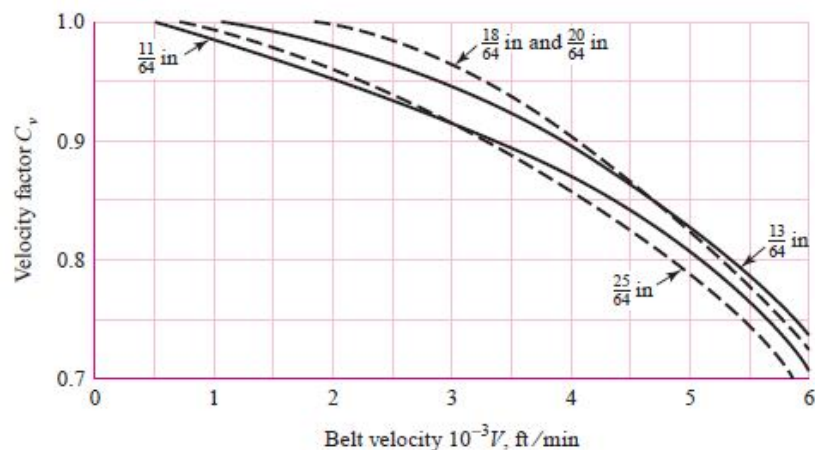
$C_p$  = pulley correction factor (Table 17-4)

$C_v$  = velocity correction factor

مقادیر داده شده در جدول ۲-۱۷ برای سرعت تسمه ۶۰۰ فوت بر دقیقه است و لذا برای سرعت های بالاتر باید از ضریب اصلاح  $C_v$  استفاده کرد. مقدار  $C_v$  برای تسمه های پولی آمید و یورتان یک است و برای تسمه های چرمی مقدار آن در شکل (9-17) آمده است.

**Figure 17-9**

Velocity correction factor  $C_v$  for leather belts for various thicknesses. (Data source: Machinery's Handbook, 20th ed., Industrial Press, New York, 1976, p. 1047.)



همچنین توان طراحی بر حسب توانی مورد نیاز از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$H_d = H_{nom} K_s n_d$$

که در آن  $K_s$  ضریب کاربرد (ضریب سرویس، جدول ۱۷-۱۵ را ببینید) و  $n_d$  ضریب اطمینان و  $H_{nom}$  توان نامی طرح است.

مراحل محاسبات برای تسمه تخت به صورت زیر است:

The steps in analyzing a flat-belt drive can include (see Ex. 17-1)

- 1 Find  $\exp(f\phi)$  from belt-drive geometry and friction
- 2 From belt geometry and speed find  $F_c$
- 3 From  $T = 63\,025 H_{nom} K_s n_d / n$  find necessary torque
- 4 From torque  $T$  find the necessary  $(F_1)_a - F_2 = 2T/d$
- 5 From Tables 17-2 and 17-4, and Eq. (17-12) determine  $(F_1)_a$ .
- 6 Find  $F_2$  from  $(F_1)_a - [(F_1)_a - F_2]$
- 7 From Eq. (i) find the necessary initial tension  $F_i$
- 8 Check the friction development,  $f' < f$ . Use Eq. (17-7) solved for  $f'$ :

$$f' = \frac{1}{\phi} \ln \frac{(F_1)_a - F_c}{F_2 - F_c}$$

- 9 Find the factor of safety from  $n_{fs} = H_a / (H_{nom} K_s)$

نکته ها:

- ۱- حداقل قطر پولی در جداول (17-2) و (17-3) آمده است.
- ۲- کشش مجاز برخی از تسمه های تخت بر حسب پوند نیرو بر اینچ (بر پهنای  $w$  واحد تسمه) در سرعت ۶۰۰ فوت بر دقیقه در جدول (17-2) آمده است.

\* مثال های (17-1) و (17-2) مطالعه شوند.

\* تسمه های تخت فلزی (Flat Metal Belts) از کتاب مطالعه شود.

**Table 17-2**Properties of Some Flat- and Round-Belt Materials. (Diameter =  $d$ , thickness =  $t$ , width =  $w$ )

Material	Specification	Size, in	Minimum Pulley Diameter, in	Allowable Tension per Unit Width at 600 ft/min, lbf/in	Specific Weight, lbf/in <sup>3</sup>	Coefficient of Friction
Leather	1 ply	$t = \frac{11}{64}$	3	30	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{13}{64}$	$3\frac{1}{2}$	33	0.035–0.045	0.4
	2 ply	$t = \frac{18}{64}$	$4\frac{1}{2}$	41	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{20}{64}$	6 <sup>a</sup>	50	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{23}{64}$	9 <sup>a</sup>	60	0.035–0.045	0.4
Polyamide <sup>b</sup>	F-0 <sup>c</sup>	$t = 0.03$	0.60	10	0.035	0.5
	F-1 <sup>c</sup>	$t = 0.05$	1.0	35	0.035	0.5
	F-2 <sup>c</sup>	$t = 0.07$	2.4	60	0.051	0.5
	A-2 <sup>c</sup>	$t = 0.11$	2.4	60	0.037	0.8
	A-3 <sup>c</sup>	$t = 0.13$	4.3	100	0.042	0.8
	A-4 <sup>c</sup>	$t = 0.20$	9.5	175	0.039	0.8
	A-5 <sup>c</sup>	$t = 0.25$	13.5	275	0.039	0.8
Urethane <sup>d</sup>	$w = 0.50$	$t = 0.062$	See	5.2 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	$w = 0.75$	$t = 0.078$	Table	9.8 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	$w = 1.25$	$t = 0.090$	17–3	18.9 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	Round	$d = \frac{1}{4}$	See	8.3 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{3}{8}$	Table	18.6 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{1}{2}$	17–3	33.0 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{3}{4}$		74.3 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7

<sup>a</sup>Add 2 in to pulley size for belts 8 in wide or more.<sup>b</sup>Source: Habasit Engineering Manual, Habasit Belting, Inc., Chamblee (Atlanta), Ga.<sup>c</sup>Friction cover of acrylonitrile-butadiene rubber on both sides.<sup>d</sup>Source: Eagle Belting Co., Des Plaines, Ill.<sup>e</sup>At 6% elongation; 12% is maximum allowable value.**Table 17-3****Minimum Pulley Sizes for Flat and Round****Urethane Belts** (Listed are the pulley diameters in inches).

Source: Eagle Belting Co., Des Plaines, Ill.

Belt Style	Belt Size, in	Ratio of Pulley Speed to Belt Length, rev/(ft · min)		
		Up to 250	250 to 499	500 to 1000
Flat	$0.50 \times 0.062$	0.38	0.44	0.50
	$0.75 \times 0.078$	0.50	0.63	0.75
	$1.25 \times 0.090$	0.50	0.63	0.75
Round	$\frac{1}{4}$	1.50	1.75	2.00
	$\frac{3}{8}$	2.25	2.62	3.00
	$\frac{1}{2}$	3.00	3.50	4.00
	$\frac{3}{4}$	5.00	6.00	7.00

Table 17-4

Pulley Correction Factor  $C_p$  for Flat Belts\*

Material	Small-Pulley Diameter, in					
	1.6 to 4	4.5 to 8	9 to 12.5	14, 16	18 to 31.5	Over 31.5
Leather	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Polyamide, F-0	0.95	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
F-1	0.70	0.92	0.95	1.0	1.0	1.0
F-2	0.73	0.86	0.96	1.0	1.0	1.0
A-2	0.73	0.86	0.96	1.0	1.0	1.0
A-3	—	0.70	0.87	0.94	0.96	1.0
A-4	—	—	0.71	0.80	0.85	0.92
A-5	—	—	—	0.72	0.77	0.91

\*Average values of  $C_p$  for the given ranges were approximated from curves in the *Habasit Engineering Manual*, Habasit Belting, Inc., Chamblee (Atlanta), Ga.

Table 17-5

Crown Height and ISO Pulley Diameters for Flat Belts\*

ISO Pulley Diameter, in	Crown Height, in	ISO Pulley Diameter, in	Crown Height, in	
			$w \leq 10$ in	$w > 10$ in
1.6, 2, 2.5	0.012	12.5, 14	0.03	0.03
2.8, 3.15	0.012	12.5, 14	0.04	0.04
3.55, 4, 4.5	0.012	22.4, 25, 28	0.05	0.05
5, 5.6	0.016	31.5, 35.5	0.05	0.06
6.3, 7.1	0.020	40	0.05	0.06
8, 9	0.024	45, 50, 56	0.06	0.08
10, 11.2	0.030	63, 71, 80	0.07	0.10

\*Crown should be rounded, not angled; maximum roughness is  $R_a = AA \text{ } 63 \text{ } \mu\text{in}$ .

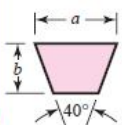
### ۵-۴ - تسمه های V شکل (V - Belt)

- مقطع و طول تسمه های V شکل به صورت جداولی در استانداردها و یا کاتالوگ سازندگان آمده است و سازندگان نیز کاتالوگ های خود را جهت انتخاب و طراحی تسمه های V شکل به مشتری ارائه می نمایند که معمولا در این کاتالوگ ها رهنمودهایی برای نحوه انتخاب بهینه تسمه وجود دارد.
- مقطع و طول تسمه های V شکل توسط استاندارد ANSI و یا ISO داده شده است.
- شماره گذاری این نوع تسمه ها در سیستم اینچی با حروف الفبای لاتین است و در سیستم متریک از اعداد برای شماره گذاری آنها استفاده می شود

جداول (17-9) و (17-10) کتاب اندازه ها و درجه بندی های مقطع های تسمه V شکل پر طاقت مرسوم در سیستم اینچی را می دهد.

**Table 17-9**

Standard V-Belt Sections



Belt Section	Width $a$ , in	Thickness $b$ , in	Minimum Sheave Diameter, in	hp Range, One or More Belts
A	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{32}$	3.0	$\frac{1}{4}$ -10
B	$\frac{21}{32}$	$\frac{7}{16}$	5.4	1-25
C	$\frac{7}{8}$	$\frac{17}{32}$	9.0	15-100
D	$1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	13.0	50-250
E	$1\frac{1}{2}$	1	21.6	100 and up

**Table 17-10**

Inside Circumferences of Standard V Belts

Section	Circumference, in
A	26, 31, 33, 35, 38, 42, 46, 48, 51, 53, 55, 57, 60, 62, 64, 66, 68, 71, 75, 78, 80, 85, 90, 96, 105, 112, 120, 128
B	35, 38, 42, 46, 48, 51, 53, 55, 57, 60, 62, 64, 65, 66, 68, 71, 75, 78, 79, 81, 83, 85, 90, 93, 97, 100, 103, 105, 112, 120, 128, 131, 136, 144, 158, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300
C	51, 60, 68, 75, 81, 85, 90, 96, 105, 112, 120, 128, 136, 144, 158, 162, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420
D	120, 128, 144, 158, 162, 173, 180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 480, 540, 600, 660
E	180, 195, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 480, 540, 600, 660

**Table 17-11**

Length Conversion Dimensions (Add the listed quantity to the inside circumference to obtain the pitch length in inches).

Belt section	A	B	C	D	E
Quantity to be added	1.3	1.8	2.9	3.3	4.5

- به طور مثال مفهوم B75 آن است که مقطع تسمه از نوع B و طول داخلی آن ۷۵ اینچ و طول گامی آن ۷۶.۸ است. (با استفاده از جداول 17-9 الی 17-11)

همچنین طول گام تسمه‌های V شکل را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد.

The pitch length  $L_p$  and the center-to-center distance  $C$  are

$$L_p = 2C + \pi(D + d)/2 + (D - d)^2/(4C) \quad (17-16a)$$

$$C = 0.25 \left\{ \left[ L_p - \frac{\pi}{2}(D + d) \right] + \sqrt{\left[ L_p - \frac{\pi}{2}(D + d) \right]^2 - 2(D - d)^2} \right\} \quad (17-16b)$$

where

$D$  = pitch diameter of the large sheave

$d$  = pitch diameter of the small sheave

که در آن:

$C$ : فاصله مرکزی پولی‌ها (چرخ تسمه‌ها)

$D$ : قطر گام چرخ تسمه بزرگ

$d$ : قطر گام چرخ تسمه کوچک

$L_p$ : طول گام موثر تسمه

برخلاف تسمه‌های تخت، استفاده از تسمه‌های V شکل در فاصله‌های مرکزی طولانی توصیه نمی‌شود. زیرا ارتعاش بیش از حد طرف شل تسمه عمر آن را کوتاه خواهد نمود.

به طور کلی توصیه می‌شود فاصله مرکزی تسمه V شکل در محدوده ذیل باشد.

$$D < C < 3(d+D)$$

برای شروع طراحی معمولاً از  $C=2D$  شروع می‌کنیم.

معمولا نرخ توان انتقالی توسط تسمه توسط سازنده ارایه می شود ولی با این حال جدول (12-17) کتاب این مقدار را برای تسمه های استاندارد ارایه می کند.

Table 17-12

Horsepower Ratings of Standard V Belts

Belt Section	Sheave Pitch Diameter, in	Belt Speed, ft/min				
		1000	2000	3000	4000	5000
A	2.6	0.47	0.62	0.53	0.15	
	3.0	0.66	1.01	1.12	0.93	0.38
	3.4	0.81	1.31	1.57	1.53	1.12
	3.8	0.93	1.55	1.92	2.00	1.71
	4.2	1.03	1.74	2.20	2.38	2.19
	4.6	1.11	1.89	2.44	2.69	2.58
	5.0 and up	1.17	2.03	2.64	2.96	2.89
B	4.2	1.07	1.58	1.68	1.26	0.22
	4.6	1.27	1.99	2.29	2.08	1.24
	5.0	1.44	2.33	2.80	2.76	2.10
	5.4	1.59	2.62	3.24	3.34	2.82
	5.8	1.72	2.87	3.61	3.85	3.45
	6.2	1.82	3.09	3.94	4.28	4.00
	6.6 and up	1.92	3.29	4.23	4.67	4.48
C	6.0	1.84	2.66	2.72	1.87	
	7.0	2.48	3.94	4.64	4.44	3.12
	8.0	2.96	4.90	6.09	6.36	5.52
	9.0	3.34	5.65	7.21	7.86	7.39
	10.0	3.64	6.25	8.11	9.06	8.89
	11.0	3.88	6.74	8.84	10.0	10.1
	12.0 and up	4.09	7.15	9.46	10.9	11.1
D	10.0	4.14	6.13	6.55	5.09	1.35
	11.0	5.00	7.83	9.11	8.50	5.62
	12.0	5.71	9.26	11.2	11.4	9.18
	13.0	6.31	10.5	13.0	13.8	12.2
	14.0	6.82	11.5	14.6	15.8	14.8
	15.0	7.27	12.4	15.9	17.6	17.0
	16.0 and up	7.66	13.2	17.1	19.2	19.0
E	16.0	8.68	14.0	17.5	18.1	15.3
	18.0	9.92	16.7	21.2	23.0	21.5
	20.0	10.9	18.7	24.2	26.9	26.4
	22.0	11.7	20.3	26.6	30.2	30.5
	24.0	12.4	21.6	28.6	32.9	33.8
	26.0	13.0	22.8	30.3	35.1	36.7
	28.0 and up	13.4	23.7	31.8	37.1	39.1

مقادیر توان انتقالی جدول فوق با رابطه زیر اصلاح می شود.

$$H_a = K_1 K_2 H_{tab}$$

Where

$H_a$  = allowable power, per belt

$K_1$  = angle-of-wrap correction factor, Table 17-13

$K_2$  = belt length correction factor, Table 17-14

The allowable power can be near to  $H_{tab}$ , depending upon circumstances.

The Gates Rubber Company declares its effective coefficient of friction to be 0.5123 for grooves. Thus

$$\frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(0.5123\phi) \quad (17-18)$$

The design power is given by

$$H_d = H_{nom} K_s n_d \quad (17-19)$$

where

$H_{nom}$  is the nominal power,

$K_s$  is the service factor given in Table 17-15, (ضریب کاربری تسمه)

$n_d$  is the design factor.

**Table 17-15**

Suggested Service Factors  $K_s$  for V-Belt Drives

	Source of Power	
	Driven Machinery	Normal Torque Characteristic
Uniform	1.0 to 1.2	1.1 to 1.3
Light shock	1.1 to 1.3	1.2 to 1.4
Medium shock	1.2 to 1.4	1.4 to 1.6
Heavy shock	1.3 to 1.5	1.5 to 1.8

تعداد تسمه‌های V شکل مورد نیاز از رابطه زیر به دست می آید.

$$N_b = \frac{\text{قدرت طراحی } (H_d)}{\text{قدرت واقعی/مجاز هر تسمه } (H_a)} = \text{تعداد تسمه‌های مورد نیاز } (N_b)$$

$$N_b \geq \frac{H_d}{H_a} \quad N_b = 1, 2, 3, \dots \quad (17-20)$$

برای تسمه‌های V شکل نیروی گریز از مرکز از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$F_c = K_c \left( \frac{V}{1000} \right)^2 \quad (17-21)$$

که در آن  $K_c$  از جدول (17-16) بدست می آید:



Table 17-16

Some V-Belt Parameters\*

Belt Section	$K_b$	$K_c$
A	220	0.561
B	576	0.965
C	1 600	1.716
D	5 680	3.498
E	10 850	5.041
3V	230	0.425
5V	1098	1.217
8V	4830	3.288

\*Data courtesy of Gates Rubber Co., Denver, Colo.

میزان توان منتقل شده توسط تسمه از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\Delta F = \frac{63\,025 H_d / N_b}{n(d/2)} \quad (17-22)$$

$$\Delta F = F_1 - F_2,$$

همچنین داریم:

$$F_1 = F_c + \frac{\Delta F \exp(f\phi)}{\exp(f\phi) - 1} \quad (17-23)$$

$$F_2 = F_1 - \Delta F \quad (17-24)$$

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c \quad (17-25)$$

ضریب اطمینان طراحی از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$n_{fs} = \frac{H_a N_b}{H_{nom} K_s} \quad (17-26)$$

همچنین مدت زمان عمر تسمه V شکل بر حسب ساعت را می توان از رابطه های زیر محاسبه کرد:

$$t = \frac{N_P L_P}{720V} \quad (17-28)$$

که در آن

$$N_P = \left[ \left( \frac{K}{T_1} \right)^{-b} + \left( \frac{K}{T_2} \right)^{-b} \right]^{-1} \quad (17-27)$$

$$T_1 = F_1 + (F_b)_1 = F_1 + \frac{K_b}{d}$$

$$T_2 = F_1 + (F_b)_2 = F_1 + \frac{K_b}{D}$$

مقدار ضریب  $K_b$  در جدول (17-16) و ضرایب  $K$  و  $b$  در جدول (17-16) آمده است. همانطور که از جدول مشاهده می شود، مقدار ضریب  $b$  حدود ۱۱ می باشد.

اگر  $N_P > 10^9$  آنگاه  $N_P = 10^9$  در نظر گرفته شود.

If  $N_P > 10^9$ , report that  $N_P = 10^9$  and  $t > N_P L_P / (720V)$  without placing confidence in numerical values beyond the validity interval. See the statement about  $N_P$  and  $t$  near the conclusion of Ex. 17-4.

\* مثال (17-4) مطالعه شوند.

The analysis of a V-belt drive can consist of the following steps:

- Find  $V$ ,  $L_P$ ,  $C$ ,  $\phi$ , and  $\exp(0.5123\phi)$
- Find  $H_d$ ,  $H_a$ , and  $N_b$  from  $H_d/H_a$  and round up
- Find  $F_c$ ,  $\Delta F$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ , and  $F_i$ , and  $n_{fs}$
- Find belt life in number of passes, or hours, if possible

### ۵-۵- روند طراحی و انتخاب تسمه های V شکل

- ۱- از جدول (۱۷-۱۲) نوع تسمه انتخاب می شود و با توجه به آن تعداد ردیف های تسمه و همچنین حداقل قطر گام پولی کوچک  $d$  مشخص می گردد.
- ۲- با توجه به نسبت تبدیل مورد نیاز، قطر گام پولی بزرگتر  $D$  مشخص می شود.
- ۳- با فرض اولیه  $C=2D$  مقدار طول گام اولیه تسمه محاسبه می گردد.
- ۴- با استفاده از جداول استاندارد (۱۷-۱۰) و (۱۷-۱۱)، طول تسمه تصحیح شده و طول استاندارد انتخاب می شود.
- ۵- حال با استفاده از طول استاندارد تسمه، مقدار صحیح فاصله مراکز دو پولی مجدداً محاسبه می شود.

## ۵-۶ - تسمه های تایمینگ (Timing Belts)

Figure 17-15

Timing-belt drive showing portions of the pulley and belt. Note that the pitch diameter of the pulley is greater than the diametral distance across the top lands of the teeth.

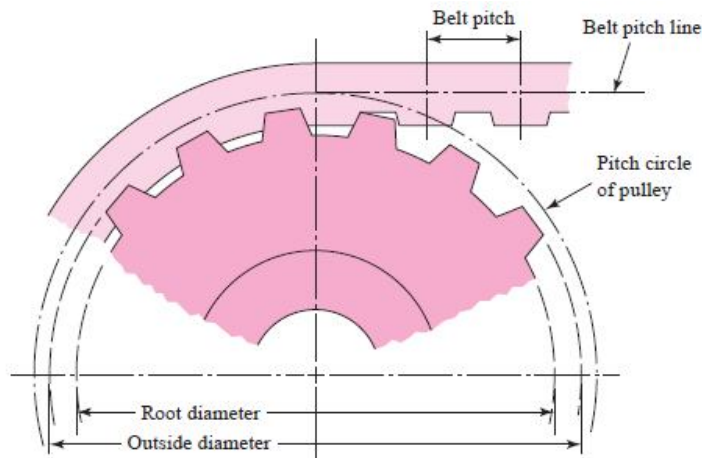


Table 17-18

Standard Pitches  
of Timing Belts

Service	Designation	Pitch $p$ , in
Extra light	XL	$\frac{1}{5}$
Light	L	$\frac{3}{8}$
Heavy	H	$\frac{1}{2}$
Extra heavy	XH	$\frac{7}{8}$
Double extra heavy	XXH	$1\frac{1}{4}$

- Standard pitch lengths are available in sizes from 6 to 180 in. Pulleys come in sizes from 0.60 in pitch diameter up to 35.8 in and with groove numbers from 10 to 120.

نکته های طراحی برای تسمه های تایمینگ استاندارد:

- گام قطر پولی های استاندارد تسمه تایمینگ در محدوده زیر است:

$$d = 0.6 \text{ to } 35.8 \text{ in}$$

- تعداد دندانه های پولی های استاندارد تسمه تایمینگ، معمولا در محدوده زیر است:

$$N = 10 \text{ to } 120 \text{ teeth}$$

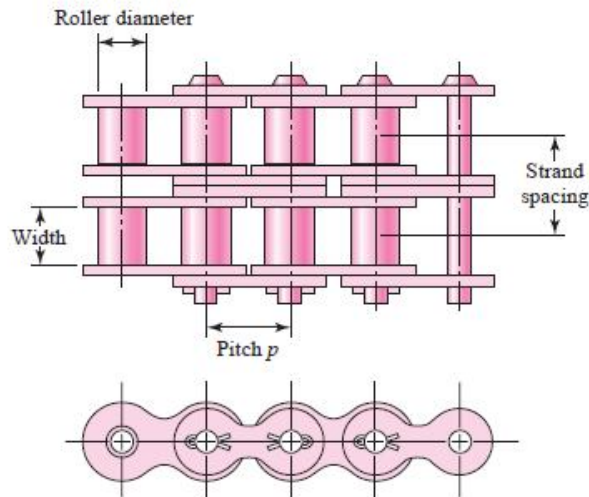
- طول گام تسمه تایمینگ استاندارد در محدوده زیر است:

$$L_p = 6 \text{ to } 180 \text{ in}$$



**Figure 17-16**

Portion of a double-strand roller chain.



با توجه به شکل داریم:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{(P/2)}{(D/2)} \Rightarrow D = \frac{P}{\sin(\frac{\gamma}{2})}$$

$$\gamma = \frac{360}{N}$$

$$\Rightarrow D = \frac{P}{\sin\left(\frac{180^\circ}{N}\right)}$$

از رابطه فوق می توان قطر چرخ زنجیر را یافت.

همچنین سرعت حرکت زنجیر بر حسب (m/sec) برابر است با:

$$V = \frac{\pi D n}{60} = \frac{NPn}{60}$$

که در آن

N: تعداد دندانه های چرخ زنجیر

P: گام زنجیر (متر)

n: سرعت زاویه ای چرخ زنجیر (rpm)

همچنین سرعت زنجیر بر حسب فوت بر دقیقه از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$V = \frac{NPn}{12}$$

where

N = number of sprocket teeth

p = chain pitch, in

n = sprocket speed, rev/min

The maximum exit velocity of the chain is

$$v_{\max} = \frac{\pi D n}{12} = \frac{\pi n p}{12 \sin(\gamma/2)} \quad (b)$$

where Eq. (a) has been substituted for the pitch diameter  $D$ . The minimum exit velocity occurs at a diameter  $d$ , smaller than  $D$ . Using the geometry of Fig. 17-17, we find

$$d = D \cos \frac{\gamma}{2} \quad (c)$$

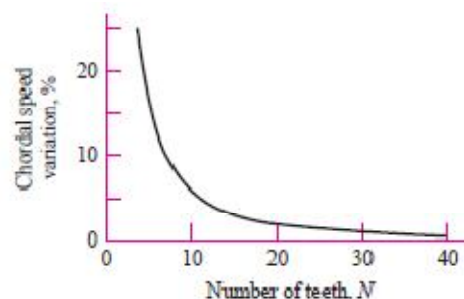
Thus the minimum exit velocity is

$$v_{\min} = \frac{\pi d n}{12} = \frac{\pi n p \cos(\gamma/2)}{12 \sin(\gamma/2)} \quad (d)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{V} = \frac{\pi}{N} \left[ \frac{1}{\sin(180^\circ/N)} - \frac{1}{\tan(180^\circ/N)} \right] \quad (17-31)$$

This is called the *chordal speed variation* and is plotted in Fig. 17-18.

Figure 17-18



#### نکته های طراحی برای زنجیرهای غلتکی:

- زنجیرهای غلتکی تا ۸ ردیفه نیز ساخته می شوند هر چند که کاربرد زنجیرهای ۱ تا ۴ ردیفه متداول تر هستند.
- استفاده از چرخ زنجیر راننده با حداقل ۱۷ دندانه متداول تر است. با این اوضاع برای فضای کمتر از چرخ زنجیرهای کمتر از ۱۷ دندانه نیز استفاده می شود.
- با این وجود اگر چرخ زنجیر ۱۹ یا ۲۱ دندانه داشته باشد، عمر مورد انتظار بیشتر و صدا زنجیر کمتر خواهد بود.
- چرخ زنجیرهای راننده شده با بیشتر از ۱۲۰ دندانه معمول نیست.
- معمولاً بهترین نسبت تبدیل ماکزیمم ۱ به ۶ است.
- ابعاد زنجیرهای غلتکی بر اساس استاندارد آمریکایی ANSI در جدول (17-19) آمده است.
- طول زنجیر بایستی بر حسب گام تعیین شود. همچنین ترجیح داده می شود که تعداد گامهای زنجیر زوج باشد در غیر اینصورت به یک رابط نیاز است. تا دو سر آن در هم جفت شود.
- در طراحی ها ترجیح داده می شود که از تعداد دندانه های فرد برای چرخ زنجیر استفاده شود.

Table 17-19

Dimensions of American Standard Roller

Chains—Single Strand

Source: Compiled from ANSI B29.1-1975.

ANSI Chain Number	Pitch, In (mm)	Width, In (mm)	Minimum Tensile Strength, lbf (N)	Average Weight, lbf/ft (N/m)	Roller Diameter, In (mm)	Multiple-Strand Spacing, In (mm)
25	0.250 (6.35)	0.125 (3.18)	780 (3 470)	0.09 (1.31)	0.130 (3.30)	0.252 (6.40)
35	0.375 (9.52)	0.188 (4.76)	1 760 (7 830)	0.21 (3.06)	0.200 (5.08)	0.399 (10.13)
41	0.500 (12.70)	0.25 (6.35)	1 500 (6 670)	0.25 (3.65)	0.306 (7.77)	— —
40	0.500 (12.70)	0.312 (7.94)	3 130 (13 920)	0.42 (6.13)	0.312 (7.92)	0.566 (14.38)
50	0.625 (15.88)	0.375 (9.52)	4 880 (21 700)	0.69 (10.1)	0.400 (10.16)	0.713 (18.11)
60	0.750 (19.05)	0.500 (12.7)	7 030 (31 300)	1.00 (14.6)	0.469 (11.91)	0.897 (22.78)
80	1.000 (25.40)	0.625 (15.88)	12 500 (55 600)	1.71 (25.0)	0.625 (15.87)	1.153 (29.29)
100	1.250 (31.75)	0.750 (19.05)	19 500 (86 700)	2.58 (37.7)	0.750 (19.05)	1.409 (35.76)
120	1.500 (38.10)	1.000 (25.40)	28 000 (124 500)	3.87 (56.5)	0.875 (22.22)	1.789 (45.44)
140	1.750 (44.45)	1.000 (25.40)	38 000 (169 000)	4.95 (72.2)	1.000 (25.40)	1.924 (48.87)
160	2.000 (50.80)	1.250 (31.75)	50 000 (222 000)	6.61 (96.5)	1.125 (28.57)	2.305 (58.55)
180	2.250 (57.15)	1.406 (35.71)	63 000 (280 000)	9.06 (132.2)	1.406 (35.71)	2.592 (65.84)
200	2.500 (63.50)	1.500 (38.10)	78 000 (347 000)	10.96 (159.9)	1.562 (39.67)	2.817 (71.55)
240	3.00 (76.20)	1.875 (47.63)	112 000 (498 000)	16.4 (235)	1.875 (47.62)	3.458 (87.83)

ظرفیت توان قابل انتقال برحسب سرعت‌های مختلف چرخ زنجیر در جداول (۱۷-۲۰) برای چرخ زنجیرهای تک ردیفه با راننده ۱۷ دندانه‌ای آمده است. (نوع روغنکاری پیشنهادی نیز در این جدول آمده است) لازم به ذکر است که ظرفیت‌های ارایه شده بر اساس موارد زیر می باشد:

The capacities of chains are based on the following:

- 15 000 h at full load
- Single strand
- ANSI proportions
- Service factor of unity
- 100 pitches in length
- Recommended lubrication
- Elongation maximum of 3 percent
- Horizontal shafts
- Two 17-tooth sprockets

به همین دلیل نیاز به یک سری ضرایب اصلاح دارند که در جداول (۱۷-۲۲) و (۱۷-۲۳) آمده است.





جدول (۱۷-۲۱) تعداد دندانه های چرخ زنجیرهای در دسترس را برای زنجیرهای غلتکی تک ردیفه ارایه می کند.

Table 17-21

Single-Strand Sprocket Tooth Counts Available from One Supplier\*

No.	Available Sprocket Tooth Counts
25	8-30, 32, 34, 35, 36, 40, 42, 45, 48, 54, 60, 64, 65, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
35	4-45, 48, 52, 54, 60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
41	6-60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
40	8-60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
50	8-60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
60	8-60, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
80	8-60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 78, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
100	8-60, 64, 65, 67, 68, 70, 72, 74, 76, 80, 84, 90, 95, 96, 102, 112, 120
120	9-45, 46, 48, 50, 52, 54, 55, 57, 60, 64, 65, 67, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 90, 96, 102, 112, 120
140	9-28, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 42, 43, 45, 48, 54, 60, 64, 65, 68, 70, 72, 76, 80, 84, 96
160	8-30, 32-36, 38, 40, 45, 46, 50, 52, 53, 54, 56, 57, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 70, 72, 73, 80, 84, 96
180	13-25, 28, 35, 39, 40, 45, 54, 60
200	9-30, 32, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 44, 45, 48, 50, 51, 54, 56, 58, 59, 60, 63, 64, 65, 68, 70, 72
240	9-30, 32, 35, 36, 40, 44, 45, 48, 52, 54, 60

\*Morse Chain Company, Ithaca, NY, Type B hub sprockets.

مقدار توان انتقال یافته ارائه شده در جدول (۱۷-۲۰) با اعمال ضریب تصحیح دندانه  $K_1$  (جدول ۱۷-۲۲) و ضریب چند ردیفه  $K_2$  (جدول ۱۷-۲۳) اصلاح می شود. پس داریم:

$$H_a = K_1 K_2 H_{tab} \quad (17-37)$$

Where

 $H_a$  = allowable power $K_1$  = correction factor for tooth number (Table 17-22) $K_2$  = strand correction (Table 17-23) $H_{tab}$ : توان ارائه شده برای زنجیر یک ردیفه با چرخ زنجیر ۱۷ دندانه در جدول (۱۷-۲۰) $K_1$ : ضریب تصحیح تعداد دندانه ها از جدول (۱۷-۲۲) $K_2$ : ضریب تصحیح چند ردیفه، جدول (۱۷-۲۳)همچنین مقدار توان طراحی  $H_d$  منتقل شده بر حسب اسب بخار از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$H_d = H_{nom} K_s n_d \quad (17-38)$$

که در آن

 $H_d$  = The horsepower that must be transmitted $K_s$ : ضریب کاربردی بار، جدول (۱۷-۱۵)، ضریب کاربردی بار  $K_s$  برای محسوب نمودن تغییر منابع

راننده و رانده شده مورد استفاده قرار می گیرد.

 $n_d$ : ضریب اطمینان طراحی

Table 17-22

Tooth Correction  
Factors,  $K_1$ 

Number of Teeth on Driving Sprocket	$K_1$ Pre-extreme Horsepower	$K_1$ Post-extreme Horsepower
11	0.62	0.52
12	0.69	0.59
13	0.75	0.67
14	0.81	0.75
15	0.87	0.83
16	0.94	0.91
17	1.00	1.00
18	1.06	1.09
19	1.13	1.18
20	1.19	1.28
$N$	$(N_1/17)^{1.08}$	$(N_1/17)^{1.5}$

Table 17-23

Multiple-Strand  
Factors,  $K_2$ 

Number of Strands	$K_2$
1	1.0
2	1.7
3	2.5
4	3.3
5	3.9
6	4.6
8	6.0

جدول (۱۷-۲۳) - یا به جدول (۱۷-۱۵) مراجعه شود

ضریبهای کاربردی بار $K_s$			
منبع راننده			
دستگاه رانده شده	موتور درونسوز با راننده هیدرولیکی	موتور یا توربین الکتریکی	موتور درونسوز با راننده مکانیکی
آرام	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۲
شوک متوسط	۱۰۲	۱۰۳	۱۰۴
شوک سنگین	۱۰۴	۱۰۵	۱۰۷

طول تقریبی زنجیر را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$L_p = \frac{L}{P} = \frac{2C}{P} + \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 \left(\frac{C}{P}\right)}$$

که در آن:

L: طول زنجیر

P: گام زنجیر

C: فاصله مرکزی (توصیه می شود  $30P \leq C \leq 50P$  در هر صورت  $C \leq 80P$  و  $C > \frac{1}{2}(D+d)$ )

$N_1$ : تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر کوچک (در صورت امکان فرد)

$N_2$ : تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر بزرگ (در صورت امکان زوج)

همچنین داریم:

$$C = \frac{P}{4} \left[ -A + \sqrt{A^2 - 8 \left( \frac{N_2 - N_1}{2\pi} \right)^2} \right] \quad (17-35)$$

که در آن

$$A = \frac{N_1 + N_2}{2} - \frac{L}{P} \quad (17-36)$$

**توجه:** زنجیرهای غلتک‌دار را باید به طور مناسب روانکاری نمود تا عمر طولانی‌تری داشته باشند بدین منظور استفاده از روغنهای آلی سبک و متوسط توصیه می‌شود. استفاده از گریس به علت ویسکوزیته بالا و عدم نفوذ به داخل فاصله‌های زنجیر توصیه نمی‌شود.

- مثال (۵-۱۷) کتاب مطالعه شود (این مثال در ادامه نیز آمده است).

**EXAMPLE 17-5** Select drive components for a 2:1 reduction, 90-hp input at 300 rev/min, moderate shock, an abnormally long 18-hour day, poor lubrication, cold temperatures, dirty surroundings, short drive  $C/p = 25$ .

**Solution** *Function:*  $H_{\text{nom}} = 90 \text{ hp}$ ,  $n_1 = 300 \text{ rev/min}$ ,  $C/p = 25$ ,  $K_s = 1.3$   
*Design factor:*  $n_d = 1.5$

*Sprocket teeth:*  $N_1 = 17 \text{ teeth}$ ,  $N_2 = 34 \text{ teeth}$ ,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 1, 1.7, 2.5, 3.3$   
*Chain number of strands:*

$$H_{\text{tab}} = \frac{n_d K_s H_{\text{nom}}}{K_1 K_2} = \frac{1.5(1.3)90}{(1)K_2} = \frac{176}{K_2}$$

Form a table:

Number of Strands	176/K <sub>2</sub> (Table 17-23)	Chain Number (Table 17-19)	Lubrication Type
1	176/1 = 176	200	C
2	176/1.7 = 104	160	C
3	176/2.5 = 70.4	140	B
4	176/3.3 = 53.3	140	B

**Decision** 3 strands of number 140 chain ( $H_{\text{tab}}$  is 72.4 hp).  
*Number of pitches in the chain:*

$$\begin{aligned} \frac{L}{p} &= \frac{2C}{p} + \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 C/p} \\ &= 2(25) + \frac{17 + 34}{2} + \frac{(34 - 17)^2}{4\pi^2(25)} = 75.79 \text{ pitches} \end{aligned}$$

**Decision** Use 76 pitches. Then  $L/p = 76$ .  
*Identify the center-to-center distance:* From Eqs. (17-35) and (17-36),

$$\begin{aligned} A &= \frac{N_1 + N_2}{2} - \frac{L}{p} = \frac{17 + 34}{2} - 76 = -50.5 \\ C &= \frac{p}{4} \left[ -A + \sqrt{A^2 - 8 \left( \frac{N_2 - N_1}{2\pi} \right)^2} \right] \\ &= \frac{p}{4} \left[ 50.5 + \sqrt{50.5^2 - 8 \left( \frac{34 - 17}{2\pi} \right)^2} \right] = 25.104p \end{aligned}$$

For a 140 chain,  $p = 1.75 \text{ in}$ . Thus,

$$C = 25.104p = 25.104(1.75) = 43.93 \text{ in}$$

*Lubrication:* Type B

*Comment:* This is operating on the pre-extreme portion of the power, so durability estimates other than 15 000 h are not available. Given the poor operating conditions, life will be much shorter.

پس بطور خلاصه مشخصات فنی طرح به شرح زیر است:

$N_1 = 17$ ,  $N_2 = 34 \text{ teeth}$

Roller Chain Number: 140 , Number of Strands= 3 , Lubrication Type= B

$L_p = L/P = 76$  ,  $C = 4393 \text{ in}$

WWW.MOHANDES.ORG

### ۵-۸- کابل های فلزی (Wire Rope)

یکی از اقتصادی ترین روشها برای انتقال قدرت در فاصله های طولانی تر و توانهای نسبتاً بالا استفاده از کابلها می باشد. سرعت 25 m/sec نسبتاً مناسب برای کسب بیشترین بازده از این نوع سیستم می باشد.

**Figure 17-19**

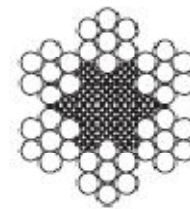
Types of wire rope; both lays are available in either right or left hand.



(a) Regular lay



(b) Lang lay



(c) Section of  
6 x 7 rope

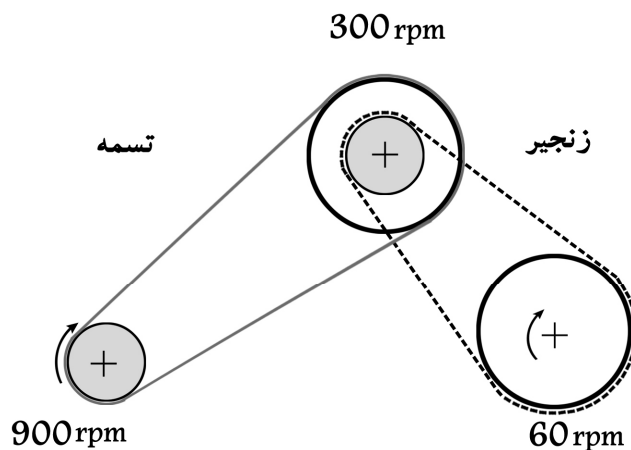
- کابل های فلزی از کتاب (ص ۹۱۶ کتاب لاتین شیگلی) مطالعه شود.

مثال: 

یک دستگاه با موتور دیزل تک سیلندر با قدرت ۱۲ اسب بخار و دور ۹۰۰ rpm به حرکت در می‌آید. دور ابتدا توسط تسمه به  $\frac{1}{3}$  کاهش یافته و سپس توسط زنجیر با کاهش دور  $\frac{1}{5}$  به مصرف کننده منتقل می‌شود. ضریب اطمینان طرح را ۱.۵ در نظر بگیرید در ضمن محدودیت بازار ایجاب می‌نماید که از تسمه با مقطع ۱۶C استفاده گردد.

الف) مشخصه‌های فنی تسمه یا تسمه‌های مورد نیاز به همراه پولی آن را محاسبه کنید.

ب) زنجیر و چرخ زنجیر مورد نیاز را محاسبه نمایید.



$$H = 12 * 746 * 1.5 = 13428 \text{ w}$$

$$\rightarrow H = 13.5 \text{ Kw}$$

## الف) طراحی تسمه و چرخ تسمه

طبق جدول ۱۷-۲ و با توجه به قید مسئله (استفاده از تسمه با مقطع ۱۶C) مشاهده می‌شود که نیاز به دو عدد تسمه V شکل با مقطع ۱۶C می‌باشد.

طبق همان جدول حداقل قطر پولی تسمه ۱۴۰ mm است. لذا  $d = 140 \text{ (mm)}$  انتخاب می‌کنیم.

$$D = 3 * 140 = 420 \text{ mm} \quad \text{قطر چرخ تسمه بزرگتر}$$

$$D < C < 3 (D+d)$$

$$C = 2D \quad \text{فرض برای شروع طراحی}$$

$$C = 2 (420) = 840 \text{ (mm)}$$

برای محاسبه طول گام تسمه‌های V شکل داریم:

$$L_p = 2C + 1.57(D+d) + \frac{(D-d)^2}{4C}$$

$$\rightarrow L_p = 2582.5 \text{ mm}$$

از جدول ۳-۱۷ کتاب مقدار  $L_p$  را به صورت استاندارد انتخاب می‌کنیم. طولهای استاندارد در جدول (۳-۱۷) کتاب داده شده است.

$$L_p = 2500 \text{ mm} \quad (\text{انتخاب از جدول ۳-۱۷ کتاب})$$

اکنون با استفاده از طول استاندارد،  $C$  جدید را حساب می‌کنیم

$$2500 = 2C + 1.57(140 + 420) + \frac{(420 - 140)^2}{4C}$$

$$\rightarrow C = 798 \text{ (mm)}$$

پس مشخصات تسمه‌ها به صورت زیر است:

دو عدد تسمه  $V$  شکل با مقطع  $16C$

$$L_p = 2500 \text{ (mm)}$$

$$C = 798 \text{ (mm)}$$

$$d = 140 \text{ (mm)}$$

$$D = 420 \text{ (mm)}$$

(ب) طراحی زنجیر و چرخ زنجیر

$$N_1 = 17$$

$$N_2 = 17 * 5 = 85$$

$$H = 12 * 746 * 1.5 \approx 13.5 \text{ Kw}$$

$H_r$ : توان انتقالی توسط هر زنجیر

$$H_r = \frac{K_s}{K_1 K_2} H$$

از جدول (۸-۱۷) کتاب داریم:

$$K_1 = 1 \quad (\text{ضریب تصحیح دندانه با ۱۷ دندانه}):$$

از جدول (۹-۱۷)، با فرض تک ردیفه بودن زنجیر داریم:

$$K_2 = 1$$

از جدول (۱۰-۱۷) داریم: ( $K_s$ )

(با در نظر گرفتن مصرف آرام در دستگاه مصرف کننده و موتور درون سوز با راننده مکانیکی)  $K_s = 1.2$

$$\rightarrow H_r = 16.2 \text{ Kw}$$

انتخاب زنجیر غلتک دار با گام بزرگ A100 } از جدول (۷-۱۷)  
 $n_1 = 300 \text{ rpm}$   
 $H_r = 16.2 \text{ Kw}$

از جدول (۴-۱۷) برای A100  $P = 31.75 \text{ (mm)}$  ← گام

$$d = \frac{P}{\sin\left(\frac{180}{N_1}\right)} = 172.79 \text{ (mm)} \quad \text{قطر چرخ زنجیر کوچک:}$$

$$D = \frac{P}{\sin\left(\frac{180}{N_2}\right)} = 859.23 \text{ (mm)} \quad \text{قطر چرخ زنجیر بزرگ:}$$

با فرض  $C = 1000 \text{ mm}$  (با توجه به فضای در دسترس و توصیه  $30P \leq C \leq 50P$ ) داریم:

$$L_p = \frac{L}{P} = \frac{2C}{P} + \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 \left(\frac{C}{P}\right)} \quad \text{طول تقریبی زنجیر:}$$

$$L_p = \frac{L}{P} = 117.71 \Rightarrow \frac{L}{P} = 118$$

حال با مقدار  $\frac{L}{P} = 118$  می توان مقدار واقعی فاصله بین مراکز شافتها را محاسبه نمود.

**مشخصات زنجیر:**

زنجیر تک ردیفه با گام بزرگ A100

$$N_1 = 17$$

$$N_2 = 85$$

$$d = 172.79 \text{ mm}$$

$$D = 859.23 \text{ mm}$$

$$\frac{L}{P} = 118$$

$$C = ???$$



## تمرین:

یک دستگاه با موتور دیزل تک سیلندر با قدرت 24 اسب بخار و دور 700 rpm به حرکت در می‌آید. دور ابتدا توسط تسمه V شکل به  $\frac{1}{5}$  کاهش یافته و سپس توسط زنجیر غلتکی با کاهش دور  $\frac{2}{7}$  به مصرف کننده منتقل می‌شود. ضریب اطمینان طرح را 1.8 در نظر بگیرید در ضمن محدودیت بازار ایجاب می‌نماید که از تسمه V شکل با مقطع C و از زنجیر غلتک دار استفاده شود.

الف) مشخصه‌های فنی تسمه یا تسمه‌های مورد نیاز به همراه پولی آن را محاسبه کنید.

ب) مشخصه‌های فنی زنجیر/ها و چرخ زنجیر مورد نیاز را محاسبه نمایید.

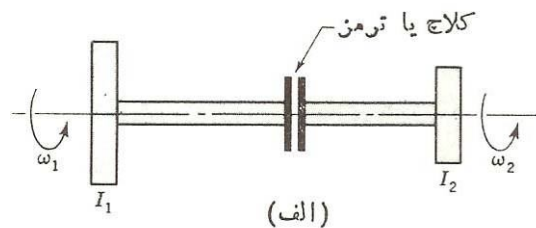
## فصل ششم:

کلاچ، ترمز، کوپلینگ

و چرخ لنگر

## ۶-۱- کلاچها، ترمزها، کوپلینگ ها و چرخ لنگرها (Clutches, Brakes, Couplings, and Flywheels)

به طور کلی کلاچ و ترمز هر دو برای از بین بردن سرعت نسبی دورانی بین دو عضو ماشین به کار می‌روند.



معمولاً برای بررسی عملکرد این المان ها باید موارد زیر را در نظر گرفت:

- نیروی عمل کننده مورد نیاز
- گشتاور منتقل شده
- انرژی تلف شده
- افزایش دما

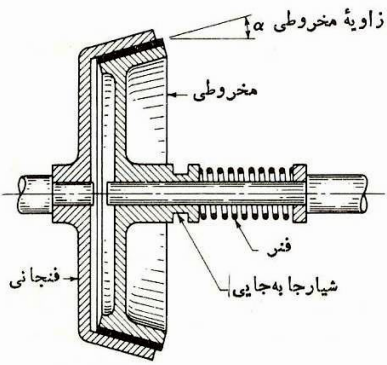
## ۶-۲- انواع کلاچها و ترمزها

- ۱- انواع اصطکاکی (Friction Types)
- ۲- انواع مغناطیسی (Magnetic Types)
- ۳- انواع هیدرولیکی

همچنین انواع کلاچها و ترمزها اصطکاکی به شرح زیر می باشند:

- انواع دیسکی یا محوری (Disk or axial types)
- انواع مخروطی (Cone types)
- انواع طوقه ای یا کاسه ای با کفشک از درون باز شو
- انواع طوقه ای یا کاسه ای با کفشک از برون باز شو
- انواع نواری یا تسمه ای (Band types)
- انواع متفرقه دیگر (Miscellaneous types)

۳-۶- ترمز مخروطی



کلاچ مخروطی. این نقشه کمی خارج از مقیاس است.

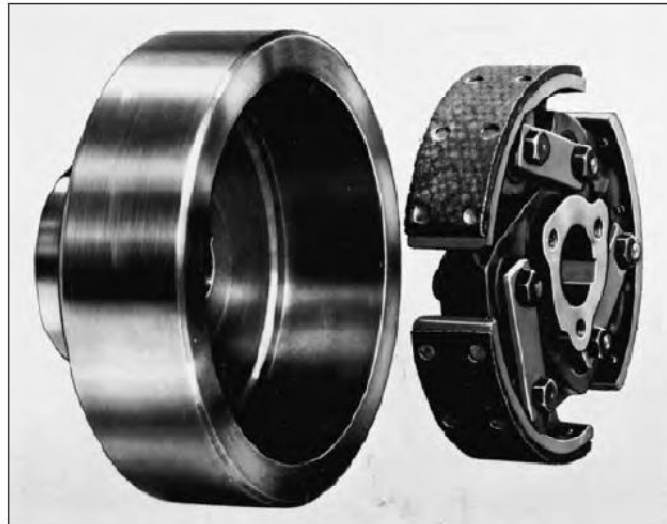
- اگر زاویه  $\alpha$  بین ۱۰ الی ۱۵ درجه باشد کلاچ و یا ترمز مخروطی نتیجه بهتری خواهد داشت.

۴-۶- ترمز کفشکی

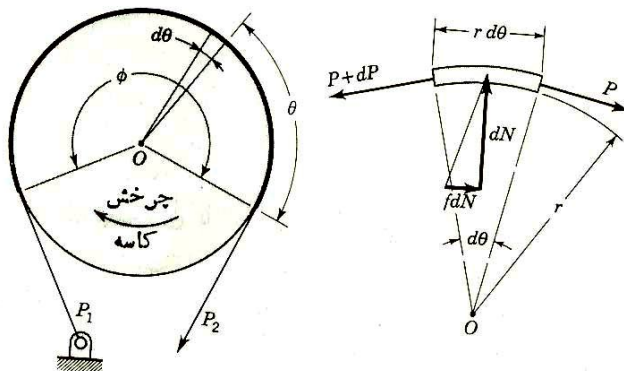


**Figure 16-3**

An internal expanding centrifugal-acting rim clutch.  
(Courtesy of the Hilliard Corporation.)



۵-۶- ترمز نواری (Band Brake)



نیروهای وارد بر ترمز.

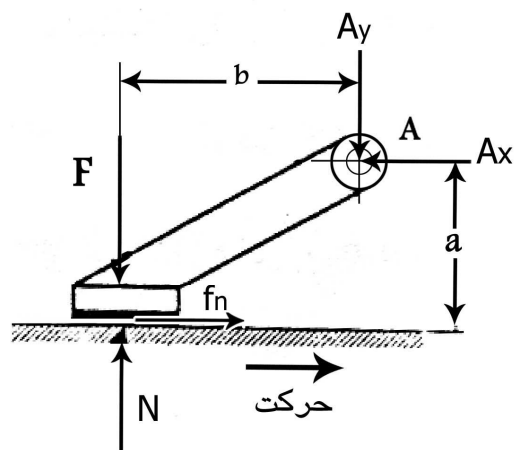
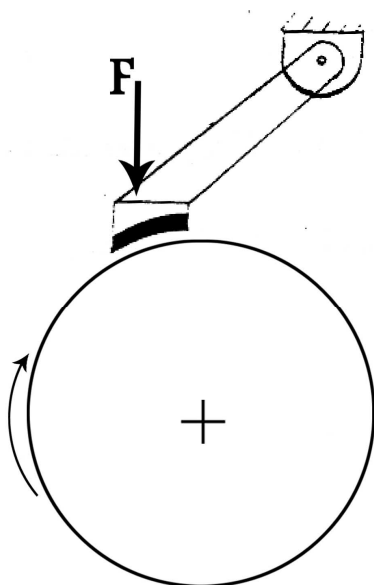
## ۶-۶- تحلیل استاتیکی یک ترمز یا کلاچ ساده



به طور کلی مراحل زیر را بایستی برای تحلیل انواع ترمزها و کلاچهای اصطکاکی طی کرد:

- ۱- مدلسازی، و تعیین توزیع فشار روی سطوح اصطکاکی
- ۲- پیدا نمودن رابطه‌ای میان فشار ماکزیمم و فشار در هر المان
- ۳- به کار بردن شرایط تعادل استاتیکی برای یافتن:
  - الف) نیرو یا گشتاور محرک ترمز
  - ب) نیروهای عکس العمل در تکیه‌گاه‌ها

## مثال) تحلیل یک ترمز ساده برای چرخ ویلچر



دیاگرام آزاد ترمز

F: نیروی محرک ترمز

N: نیروی عمودی

A: سطح لنت ترمز

P: فشار یکنواخت در سطح لنت ترمز (فرض)

$$N = P \cdot A$$

$$\sum M_o = 0$$

$$F \cdot b + f \cdot N \cdot a - N \cdot b = 0$$

$$F = \frac{Nb - fNa}{b} = \frac{N(b - fa)}{b}$$

$$F = \frac{P \cdot A(b - fa)}{b}$$

نیروی ترمز F حتی الامکان باید کم باشد تا برای ترمز گرفتن نیروی کمتری نیاز شود.

### ۶-۷- خود قفلی یا شرط خود قفلی سیستم

شرط خود قفلی (*self-locking phenomenon*) برای ترمز ساده تشریح شده در مثال فوق به صورت زیر است.

$$b - f \cdot a = 0$$

$$b = f \cdot a$$

به عبارت دیگر شرایطی که باعث می شود نیروی محرک ترمز صفر گردد را شرط خود قفلی گویند. شرط خود قفلی همواره مطلوب نیست ولی بایستی به نحوی از آن استفاده نمود که با اعمال نیروی کمی عمل ترمز کردن انجام شود، ولی پس از برداشتن نیروی  $F$  ترمز رها می شود.

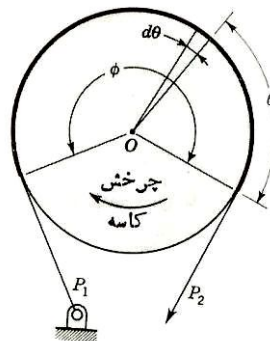
پس بهتر است که حالت زیر را برای پارامترهای  $b$  و  $a$  در ترمز ساده فوق داشته باشیم.

$$B = f \cdot a$$

$$f = 0.75 \text{ تا } 0.85$$

### ۶-۸- ترمزهای نواری (تسمه‌ای) (Band-Type Clutches and Brakes)

همواره  $P_1 > P_2$  است.



$$\frac{P_1}{P_2} = e^{f\phi}$$

$$T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2}$$

که در آن

$f$ : ضریب اصطکاک تسمه با درام ترمز

$\phi$ : زاویه تماس تسمه با درام ترمز (برحسب رادیان)

$T$ : گشتاور پیچشی ترمز

$D$ : قطر کاسه یا محور ترمز (Drum Brake)

$P_1$ : کشش در سمت سفت تسمه

$P_2$ : کشش در سمت شل تسمه

اثبات می شود که فشار با کشش در نوار متناسب است. لذا ماکزیمم فشار  $P_a$  در لبه تسمه و در جاییکه کشش تسمه  $P_1$  است حاصل می شود. پس مقدار  $P_a$  ماکزیمم فشار برابر است با:

$$P_a = \frac{2P_1}{b \cdot D}$$

که در آن:

$b$ : پهنای تسمه

$P_a$ : فشار ماکزیمم

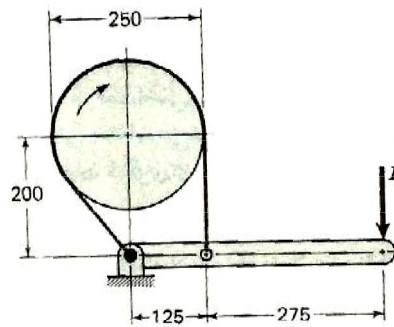
## مثال

ترمزی که در شکل نشان داده شده است دارای ضریب اصطکاک  $f=0.3$  می باشد و با نیروی  $F=400$  (N) کار می کند. اگر عرض نوار  $b$  برابر  $b=50$  (mm) باشد، کشش در دو سر نوار «تسمه» و همچنین گشتاور ترمز کنندگی چقدر است.

$$f=0.3$$

$$F=400 \text{ (N)}$$

$$b=50 \text{ (mm)}$$



اندازه ها به میلیمترند.

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow F(275 + \frac{250}{2}) = (\frac{250}{2})P_2$$

$$\Rightarrow P_2 = 1280(N)$$

$$\phi = \pi + \theta = \pi + \sin^{-1}\left(\frac{125}{200}\right) = 3.82 \text{ (rad)}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{f\phi} \Rightarrow P_1 = (1280) e^{(0.3)(3.82)}$$

$$\Rightarrow P_1 = 4022.77(N)$$

$$T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2} = 342.8(N.M)$$

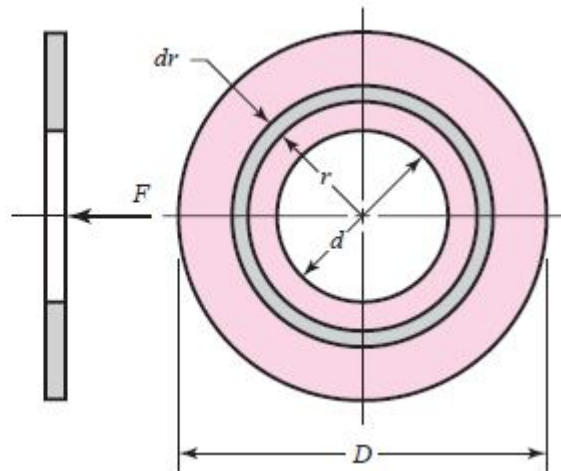
فشار ماکزیمم ایجاد شده در تسمه

$$P_a = \frac{2P_1}{bD} = \frac{2 * 4022.77}{(50)(250)} = 0.64(Mpa)$$

- کلاچ های دیسکی محوری (Frictional-Contact Axial Clutches) از کتاب مطالعه شوند. (صفحه ۸۴۵ فایل پی دی اف کتاب)
- این کلاچ های محوری بر دو پایه ساییش یکنواخت (Uniform Wear) و فشار یکنواخت (Uniform Pressure) تحلیل می شوند.

**Figure 16-16**

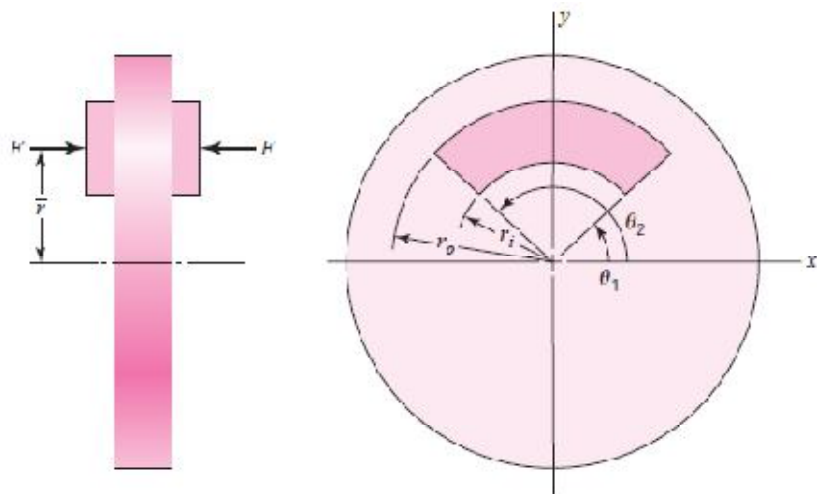
Disk friction member.



- ترمزهای دیسکی (Disk Brakes) از کتاب مطالعه شوند. (صفحه ۸۴۹ فایل پی دی اف کتاب)

**Figure 16-19**

Geometry of contact area of an annular-pad segment of a caliper brake.





- کلاچ ها و ترمزهای مخروطی (Cone Clutches and Brakes) از کتاب مطالعه شوند. (صفحه ۸۵۳ فایل پی دی اف کتاب)

Figure 16-21

Cross section of a cone clutch.

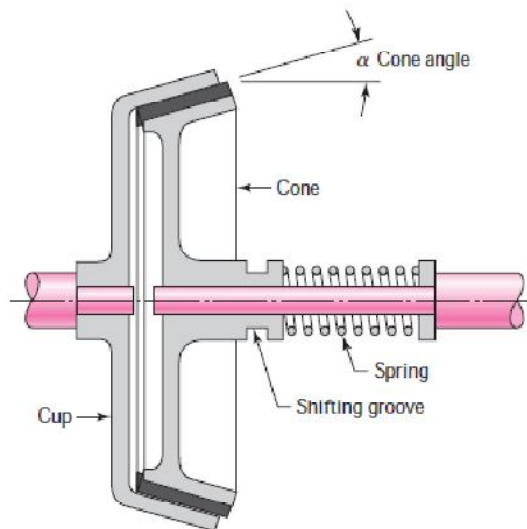
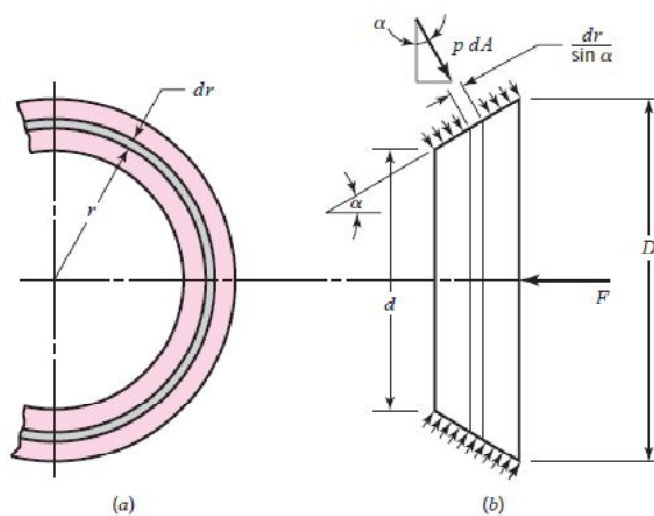


Figure 16-22

Contact area of a cone clutch.

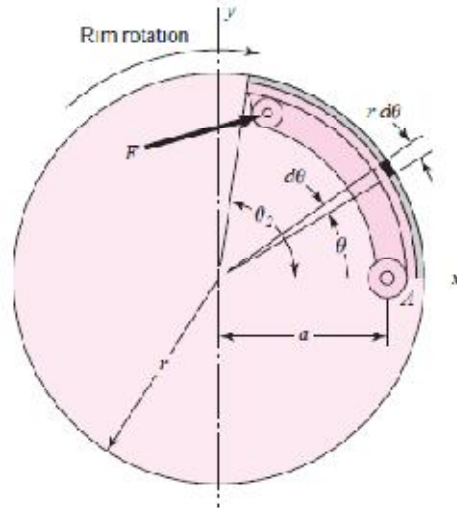


- اگر زاویه  $\alpha$  بین ۱۰ الی ۱۵ درجه باشد کلاچ و یا ترمز مخروطی نتیجه بهتری خواهد داشت.

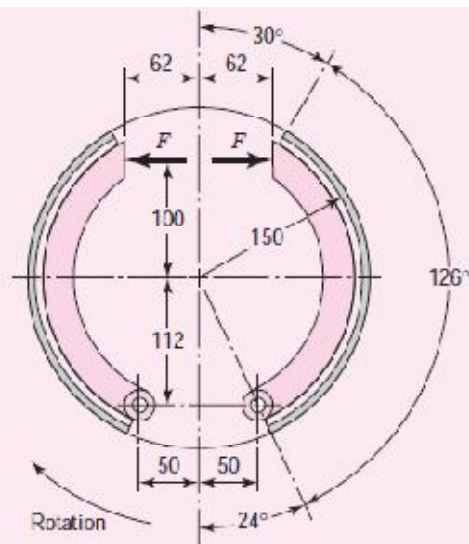
- ترمزهای کفشکی (Internal or External Expanding Rim Clutches and Brakes) از کتاب مطالعه شوند. (صفحه ۸۴۰ فایل پی دی اف کتاب)

**Figure 16-4**

Internal friction shoe geometry.

**Figure 16-8**

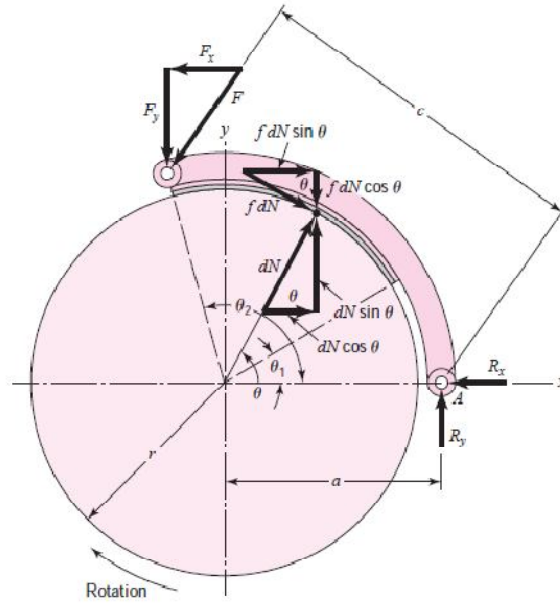
Brake with internal expanding shoes; dimensions in millimeters.



- کفشکی کوتاه، زاویه تماس بین ترمز و درام کمتر از ۴۵ درجه است (Short-Shoe, **Dram/Drum** Brake)
- کفشکی بلند (Long-Shoe, **Dram** Brake)

**Figure 16-11**

Notation of external contracting shoes.



## ضمیمه ۱ - نمونه سوالات امتحان (کتاب باز)

توجه: مسایل زیر بر اساس روابط و جداول کتاب قدیم شیگلی حل شده اند.

مسئله ۱ (امتحان پایان ترم مورخ ۸۵/۳/۲۷)

یک گیربکس، 55 kw را انتقال می دهد، دور ورودی به گیربکس 2500 rpm و دور خروجی از آن 550 rpm می باشد. جنس پینیون از فولاد با  $s_{ut} = 850\text{Mpa}$  ،  $s_y = 670\text{Mpa}$  و جنس چرخنده از چدن چکش خوار با  $s_{ut} = 700\text{Mpa}$  ،  $s_y = 600\text{Mpa}$  می باشد و قابلیت سخت کاری سطحی هر یک از آنها 460BHN است.

برای گیربکس فوق الذکر کلیه مشخصات اولیه ساخت چرخنده های ساده را براساس حداقل حجم ممکن محاسبه نمایید. زاویه فشار را 20 درجه، ضریب اطمینان طرح را 3.8 ، قابلیت اعتماد را 99 % و برای منبع قدرت شوک متوسط و برای مصرف کننده نیز شوک متوسط در نظر بگیرید.

حل (با استفاده از کتاب شیگلی قدیم):

داده های مسأله:

$$p = 55\text{kw}$$

$$n_i = 2500\text{rpm}$$

$$n_o = 550\text{rpm}$$

$$\text{جنس پینیون} \begin{cases} S_{ut} = 850\text{Mpa} \\ S_y = 670\text{Mpa} \end{cases} \quad \text{چدن چکش خوار} \quad \text{جنس Gear} \begin{cases} S_{ut} = 700\text{Mpa} \\ S_y = 600\text{Mpa} \end{cases}$$

$$460\text{BHN}$$

چرخنده های سالم با حداقل حجم

$$\phi_n = 20^\circ$$

دارای شوک متوسط  $\rightarrow$  منبع قدرت و S.F. = 3.8

دارای شوک متوسط  $\rightarrow$  مصرف کننده و R = 99%

$$\frac{n_i}{n_o} = \frac{2500}{550} = \frac{50}{11}$$

$$\phi_n = 20^\circ \rightarrow N_p |_{\min} = 18 \xrightarrow{\text{با توجه به نسبت}} N_p = 22 \quad \square$$

$$\square \rightarrow N_G = 22 * \frac{50}{11} = 100$$

$$J_{G=100/22} \approx 0.445 \quad \square \quad \text{و} \quad J_{p=22/100} = 0.38 \rightarrow \text{ج (۱۳-۴) کتاب شیگلی}$$

$$J_p * (S_{ut})_p = 0.38 * 850 = 323$$

$$J_G * (S_{ut})_G = 0.445 * 700 = 311.5$$

$$\rightarrow J_p (S_{ut})_p > J_G (S_{ut})_G$$

پس چرخنده Gear از لحاظ خستگی خمشی ضعیف تر است و پینیون از لحاظ خستگی سطح بحرانی تر است:

$$\text{ش (۱۳-۲۵) کتاب شیگلی} \xrightarrow[k_f=0.9]{S_{ut}=700\text{Mpa}} k_a = 0.72 \quad \square$$

$$\text{ج (۱۳-۸)} \xrightarrow{R=99\%} k_c = 0.814 \quad \square$$

$$k_d = k_e = 1$$

$$\text{ش (۱۳-۲۶)} \xrightarrow{S_{ut}=700\text{Mpa}} k_f = 1.33$$

$$\rightarrow S_e = (0.72)(0.9)(0.814)(1)(1)(1.33)(0.5 * 700) = 245.5\text{Mpa} \quad \square$$

$$I = \frac{\text{Sin}\phi \cdot \text{Cos}\phi}{2} * \frac{\left(\frac{50}{11}\right)}{\left(\frac{50}{11}\right) + 1} = 0.1317$$

$$\text{ج (۱۳-۱۱)} \rightarrow C_p = 181 \text{ (فولاد + چدن چکش خوار)} \text{ (Mpa)}^{\frac{1}{2}} \quad \square$$

$$T_p = \frac{55 * 10^3}{2500 * \frac{2\pi}{60}} = 210.1\text{N.m}$$

$$T_G = T_p * \left(\frac{50}{11}\right) = 954.93\text{N.m} \approx 955\text{N.m}$$

$$\text{ج (۱۳-۹)} \rightarrow k_o = 1.75 \text{ (شوک متوسط / متوسط)}$$

$$\text{ج (۱۳-۱۰)} \rightarrow k_m = 1.6 \text{ (انتخاب) فرض}$$

$$n_G = (1.75)(1.6)(3.8) = 10.64 \text{ فرض}$$

$$k_v = 0.5 \text{ فرض اولیه}$$

$$X = 10 \text{ فرض اولیه}$$

$$J_G = J_{100/22} = 0.445 \text{ (از جدول ۱۳-۸) تقریبی}$$

$$S'_{es} = 2.76\text{HB} - 70 \approx 1200\text{Mpa}$$

$$\rightarrow S_{es} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} S'_{es}$$

$$\text{ج (۱۳-۱۲)} \xrightarrow{R=99\%} C_R = 1.0$$

$$\text{ج (۱۳-۱۲)} \rightarrow C_L = 1.0 \text{ و } C_T = 1.0 (T < 120^\circ\text{C})$$

$$C_H = 1.0 \text{ (برای چرخنده های ساده)}$$

$$\rightarrow S_{es} = \frac{1 * 1}{1 * 1} S'_{es} = 1200\text{Mpa} \quad \square$$

برای حالت خستگی سطح پینیون داریم:

$$m^3 = \left(\frac{C_p}{S_{es}}\right)^2 \frac{2T_p n_G * 10^3}{x N_p^2 k_v I} = \left(\frac{181}{1200}\right)^2 \frac{(2)(210.1)(10.64)(10^3)}{(10)(22)^2(0.5)(0.1317)} = 319.15$$

→  $m = 6.83\text{mm}$  خستگی سطح پینیون

برای حالت خستگی خمشی Gear داریم (لازم به توضیح است که هر چرخنده‌ای که دارای  $J.S_{ut}$  کمتری باشد از لحاظ خستگی خمشی بحرانی‌تر است):

$$m^3 = \frac{2T n_G * 10^3}{x N J k_v S_e} = \frac{(2)(955)(10.64)(10^3)}{(10)(100)(0.445)(0.5)(245.5)} = 372.04$$

→  $m = 7.2\text{mm}$  خستگی خمشی Gear

لذا مشاهده می‌شود که در کل چرخنده Gear از لحاظ خستگی خمشی بحرانی‌تر است و مدول استاندارد 7 می‌تواند جواب باشد حال بایستی ضریب اطمینان مجدداً چک شود. خلاصه نتایج اولیه:

$$N_p = 22$$

$$N_G = 110$$

$$m = 7 \text{ جواب} \rightarrow F = 11 * 7 = 77(\text{mm})$$

$$d_p = m N_p = 154$$

$$d_G = m N_G = 700$$

$$a = m = 7\text{mm}$$

$$c.d = 427\text{mm}$$

(توضیح: در این مسئله مدول چرخنده‌ها برابر هفت میلیمتر در نظر گرفته شد لذا برای رسیدن به ضریب اطمینان مورد نظر مسئله مقدار X از حالت بحرانی خستگی خمشی Gear برابر ۱۱ بدست می‌آید.)

حال بایستی با توجه به مقادیر فوق مجدداً ضریب اطمینان چرخنده‌ها بررسی شود. (ادامه کار به عهده دانشجو).

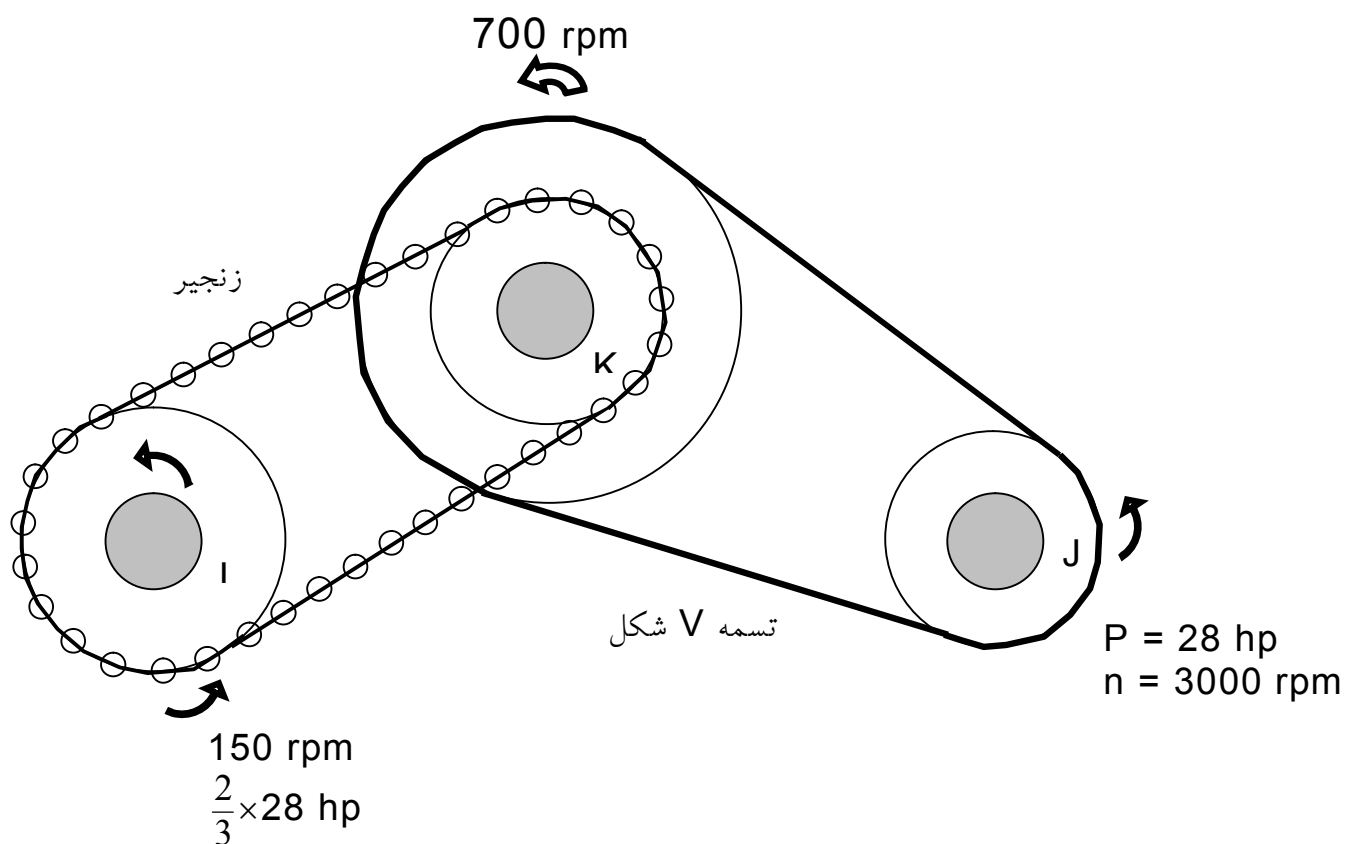
## مسئله ۲ (امتحان پایان ترم، مورخ ۱۳۸۵/۳/۲۷)

شکل زیر، انتقال قدرت از یک موتور دیزل با مشخصات  $P = 28 \text{ hp}$  و  $n = 3000 \text{ rpm}$  را توسط سیستم تسمه و زنجیر نشان می‌دهد. قدرت از طریق پولی روی شافت L و به کمک تسمه/های V شکل به شافت K که سرعتی معادل  $700 \text{ rpm}$  دارد منتقل می‌گردد. در اینجا  $\frac{1}{3}$  توان از انتهای محور به مصرف کننده اول منتقل می‌شود و بقیه آن به کمک زنجیر/ها به شافت L با سرعت دورانی  $150 \text{ rpm}$  انتقال یافته و به مصرف کننده دوم می‌رسد. مطلوب است:

الف- محاسبه تعداد و مشخصه‌های فنی تسمه(های) مورد نیاز با مقطع 32C و طرح پولی‌های مربوطه (۲۰ نمره).

ب- طراحی و انتخاب زنجیر(های) مناسب با گام متوسط (ISO نوع A) و طرح چرخ زنجیرهای مربوطه (۲۵ نمره).

ضریب اطمینان طرح را 2.3 و برای مصرف کننده شوک سنگین در نظر بگیرید.



حل :

الف- طراحی تسمه V شکل با مقطع C 32 :

$$P = 28\text{hp}$$

$$S.F = 2.3$$

$$\rightarrow H = 28\text{hp} * 746 * 2.3 = 48042.4\text{w} \approx 48\text{kw} \quad \square$$

$$\rightarrow \text{از ج (۲-۱۷) For 32C}$$

$$32\text{ C} = 1.3 - 39\text{kw} \text{ توان قابل انتقال توسط هر تسمه V شکل با مقطع } 32\text{ C}$$

$$\rightarrow \text{تعداد تسمه های مورد نیاز} = \frac{48}{39} = 1.23$$

$$\square \text{ عدد } 2 = \text{تعداد تسمه های مورد نیاز با مقطع } 32\text{ C}$$

$$\square \text{ انتخاب } d = 357\text{mm} \rightarrow d_{\min} = 355\text{mm}$$

$$\rightarrow D = 357 * \frac{30}{7} = 1530\text{mm} \quad \square$$

$$D < C < 3(D + d) \rightarrow C \approx 2D = 3060\text{mm}$$

$$\square \rightarrow L_p = 2C + 1.57(D + d) + \frac{(D - d)^2}{4C} = 9195\text{mm}$$

$$\rightarrow L_p = 8850 \text{ یا } 9240\text{mm} \text{ از ج (۳-۱۷)}$$

$$C = \checkmark \text{ واقعی} \rightarrow \text{انتخاب طول استاندارد برای تسمه با مقطع } 32\text{ C}$$

مشخصات تسمه V شکل با مقطع C 32 :

تسمه V شکل با مقطع C 32

عدد 2 = تعداد

$$L_p = 8850\text{mm} \text{ یا } 6180\text{mm}$$

$$d = 357\text{mm} \text{ و } D = 1530\text{mm}$$

$$C = \quad \text{mm}$$

ب- طراحی زنجیر با گام متوسط (ISO نوع A) :

$$\square \text{ توان انتقال یافته توسط زنجیر} = 48 * \frac{2}{3} = 32\text{kw}$$

$$\square \text{ نسبت تبدیل} = \frac{700}{150} = \frac{14}{3}$$

$$\square \text{ انتخاب } N_1 = 15 \text{ یا } 18 \rightarrow N_2 = 18 * \frac{14}{3} = 84$$

H<sub>r</sub> : توان انتقالی توسط هر زنجیر

$$H_r = \frac{k_s}{k_1 k_2} H$$



(با فرض استفاده از زنجیر تک ردیفه)  $k_2 = 1 \rightarrow$  ج (۹-۱۷)  
 (دیزل + شوک سنگین در مصرف کننده)  $k_s = 1.7 \rightarrow$  ج (۱۰-۱۷)  

$$\rightarrow H_r = \frac{1.7}{(1.05)(1)} * 32 = 51.81(\text{kw})$$

با توجه به جدول (۶-۱۷) مشاهده می شود که با توان فوق نمی توان زنجیر تک ردیفه با گام متوسط نوع A انتخاب نمود حال زنجیر چهار ردیفه را در نظر می گیریم: (برای حالت های دو و سه ردیفه نیز جوابی حاصل نمی شود)

فرض چهار ردیفه  
 ج (۹-۱۷)  $\rightarrow k_2 = 3.3$   

$$\rightarrow H_r = \frac{1.7}{(1.05)(3.3)} * 32 = 15.7(\text{kw})$$
  
 (زنجیر چهار ردیفه با گام متوسط) ISO A80  $\rightarrow$  از ج (۶-۱۷)

ج (۸-۱۷)  $\xrightarrow{A80} p = 25.40\text{mm} \square$   

$$d = \frac{p}{\sin(\frac{180}{N})} = \frac{25.40}{\sin(\frac{180}{18})} = 146.273\text{mm} \square$$
  

$$D = \frac{25.40}{\sin(\frac{180}{84})} = 679.3\text{mm} \square$$
  

$$\frac{L}{p} = \frac{2C}{p} + \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{2\pi^2(\frac{C}{p})} \xrightarrow{C=700\text{mm}} \text{با فرض}$$
  

$$\frac{L}{p} = 114.1 \rightarrow \frac{L}{p} = 116 \text{ انتخاب زوج } \square$$

مشخصات زنجیر:

ISO type A80

زنجیر چهار ردیفه

$$N_1 = 18$$

$$N_2 = 84$$

$$d = 146.273\text{mm}$$

$$D = 679.3\text{mm}$$

$$\frac{L}{p} = 116(\text{for } C = 700\text{mm})$$

$$p$$

$$C = \checkmark$$

## مسئله ۳ (امتحان پایان ترم مورخ ۸۵/۳/۲۷)

در صورت امکان بالبرینگ شیار عمیق تک ردیفه ساده‌ای (DGBB) برای شرایط ذیل انتخاب نمایید.

بار شعاعی (N) 8000، بار محوری (N) 5500 و سرعت دورانی محور (rpm) 1500 می‌باشد و همچنین حداقل قطر نشیمن گاه یاتاقان (قطر محور) 75 میلی‌متر برآورد شده است و نوع ماشین ایجاب می‌کند که حداقل عمر مفید مطلوب یاتاقان 70000 ساعت باشد. در ضمن حداقل بار شعاعی مورد نیاز برای یاتاقان، ضریب اطمینان استاتیکی و نوع روغن مناسب برای یاتاقان را تعیین نمایید. برای محاسبات، ضریب قابلیت اعتماد را  $R = 94\%$ ، سطح آلودگی (Concentration level) را برای روغن ناچیز (یعنی Slight Contamination) و دمای کارکرد یاتاقان را  $T = 70^\circ C$  در نظر بگیرید. در صورتی که انتخاب یاتاقان از کاتالوگ SKF ممکن نباشد دلیل و پیشنهادهای خود را (حداقل سه پیشنهاد) جهت یک طراحی و انتخاب مناسب ارائه نمایید.

حل : طراحی و انتخاب یاتاقان DGBB ،

داده‌های مسأله :

$$F_r = 8000(N) \text{ و } F_a = 5500(N)$$

$$n = 1500\text{rpm} \text{ و } d = 75(\text{mm})$$

$$\text{ساعت } = 70000 \text{ عمر مفید مورد نیاز}$$

$$R = 94\% \text{ و } T = 70^\circ C \text{ و } \text{Slight Cont.}$$

با توجه به مقدار بار شعاعی نسبتاً بالا، انتخاب اول از جدول SKF برای  $d = 75\text{mm}$  را یاتاقان شماره 6415 در نظر می‌گیریم.

$$\text{انتخاب SKF از کاتالوگ} \longrightarrow 6415(\text{DGBB}) \left\{ \begin{array}{l} d = 75\text{mm} \\ D = 190\text{mm} \\ C = 153\text{KN} \\ C_0 = 114\text{KN} \\ p_u = 4.15\text{KN} \\ K_r = 0.035 \\ f_a = 12 \end{array} \right.$$

$$f_0 \frac{F_a}{C_0} = (12) \frac{5.5}{114} = 0.579 \xrightarrow[\text{SKF}]{\text{Table 4}} \left\{ \begin{array}{l} e \approx 0.247 \\ X = 0.56 \\ Y \approx 1.79 \approx 1.8 \end{array} \right.$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{5500}{8000} = 0.688 > e \rightarrow p = XF_r + YF_a$$

$$\rightarrow p = (0.56)(8000) + (1.8)(5500) = 14.38 \text{KN}$$

$$L_{10} = \left(\frac{C}{p}\right)^3 = \left(\frac{153}{14.38}\right)^3 = 1204.5 \text{ میلیون دور}$$

$$\rightarrow L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10} = 13383 \text{ ساعت}$$

$$d_m = \frac{D+d}{2} = 132.5(\text{mm})$$

$$\text{SKF} \rightarrow \eta_c = 0.6 \text{ جدول } \epsilon \text{ کاتالوگ}$$

$$\text{SKF} \rightarrow v_1 = 8 \text{ نمودار } \delta \text{ کاتالوگ}$$

$$\text{SKF} \rightarrow \begin{cases} v = 22 \\ \text{ISOVG22} \end{cases} \text{ نوع روغن نمودار } \epsilon \text{ کاتالوگ}$$

$$\left. \begin{aligned} k = \frac{v}{v_1} = 2.75 \\ \eta_c \frac{p_u}{p} = 0.173 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{نمودار } \epsilon \text{ ص } 54 \\ \text{SKF کاتالوگ} \end{array} \rightarrow a_{SKF} \approx 15$$

$$\text{SKF} \rightarrow a_1 = 0.72 \text{ از جدول صفحه } 53, R=94\%$$

$$L_{nm} = a_1 a_{SKF} \left(\frac{C}{p}\right)^2$$

$$\rightarrow L_{6m} = (0.72)(15) \left(\frac{153}{14.38}\right)^3 = 13008.33 \text{ میلیون دور}$$

$$\rightarrow L_{6mh} = L_{6m} \frac{10^6}{60n} = 144536.95 \text{ ساعت} > 70000 \text{ ساعت}$$

مشاهده می شود که یاتاقان DGBB به شماره 6415 از کاتالوگ SKF برای منظور فوق مناسب است برای اطمینان بیشتر می توان یاتاقانی ضعیف تر از آن به شماره 6315\* را نیز مورد بررسی قرار داد. (به عهده دانشجو)

$$p_0 = 0.6F_r + 0.5F_a$$

$$p_0 = \max(F_r, 0.6F_r + 0.5F_a) = \max(8000, 7550)$$

$$\rightarrow p_0 = 8000(\text{N})$$

$$S_0 = \frac{C_0}{p_0} \rightarrow S_0 = \frac{C_0}{p_0} = 14.25 \text{ Ok (Acc. To table 10 page 77)}$$

$$F_{rm} = k_r \left(\frac{v_1 n}{1000}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{d_m}{100}\right)^2 = 0.322 \text{ KN می نیمم بار شعاعی}$$

## ضمیمه ۲ - نمونه سؤالات امتحان (کتاب بسته)

- ۱- عمر پایه (Basic Life) و همچنین ظرفیت دینامیکی یاتاقان را تعریف نمایید.
- ۲- مفهوم عمل مزدوج در یک جفت چرخدنده چیست.
- ۳- موارد کاربرد تسمه و زنجیر چیست (حداقل دو مثال برای کاربرد هر یک ارائه نمایید).
- ۴- چهار نوع از انواع یاتاقانهای لغزشی (انواع روانکاری) را بیان نمایید و برای هر یک از آنها حداقل دو مثال ارائه نمایید.
- ۵- مفهوم خود قفلی برای یک ترمز چیست؟ و چه استفاده‌ای از آن برای طراحی ترمز می‌شود. همچنین دلایل برتری ترمز و یا کلاچ نوع مخروطی نسبت به ترمز و یا کلاچ نوع دیسکی را بیان نمایید.
- ۶- یک گیربکس کاهنده (با نسبت کاهش دور  $\frac{2}{19}$ ) در دو مرحله دور ورودی به گیربکس را کاهش می‌دهد به عبارت دیگر این گیربکس دارای سه شافت و چهار چرخدنده است که یک شافت ورودی و یک شافت خروجی دارد. نسبت کاهش دور در هر مرحله را به نحوی محاسبه نمایید تا گیربکس کمترین حجم ممکن را داشته باشد. در این حالت تعداد دندانه‌های هر یک از چهار چرخدنده را تعیین نموده و شکل شماتیک گیربکس را رسم نمایید.
- ۷- مفهوم طراحی چیست؟
- ۸- انواع یاتاقانهای غلتشی را نام ببرید و مزایا و معایب هر یک را بیان نمایید.
- ۹- ظرفیت دینامیکی و استاتیکی یک یاتاقان غلتشی را تعریف نمایید.
- ۱۰- پارامترهای مؤثر روی عمر یاتاقانهای غلتشی را نام ببرید.
- ۱۱- انواع مهم چرخدنده‌ها را نام برده و ویژگیهای هر طبقه نسبت به دیگری را بیان نمایید.
- ۱۲- مدول، گام قطری و گام دایره‌ای را تعریف نمایید.
- ۱۳- تفاوت بین لقی شعاعی و Backlash چیست؟
- ۱۴- مفهوم نسبت درگیری و تداخل چیست؟
- ۱۵- حداقل تعداد دندانه‌های یک چرخدنده استاندارد به چه پارامترهایی وابسته است؟
- ۱۶- چرخدنده راستگرد و چپگرد چیست؟ و چرخدنده دنده جنالی (Double helical) به چه دلیل مورد استفاده قرار می‌گیرد؟
- ۱۷- ویژگی‌های چرخدنده‌های حلزونی چیست؟
- ۱۸- انواع تسمه‌ها را نام ببرید و ویژگیهای هر یک را بیان نمایید.
- ۱۹- انواع ترمزها و کلاچ‌ها را نام ببرید.
- ۲۰- انواع ترمزهای نوع اصطکاکی را بیان نمایید (به همراه مثال)

### ضمیمه ۳ - نمونه مسایل حل شده توسط دانشجویان

(حل مسایل توسط آقای علی طاطاوی نژاد)

توجه: در صورت مشاهده هرگونه اشکال در حل مسایل زیر، لطفاً به اینجانب اطلاع دهید تا نسبت به اصلاح آن اقدام شود

#### تمرین فصل ۲: طراحی چرخدنده

از یک گیر بکس با نسبت تبدیل ۱۵ به ۴ می خواهیم توان ۱۷ KW را انتقال دهیم. دور ورودی به گیر بکس  $n_i = 1500 \text{ rpm}$  می باشد و همچنین جنس Gear از فولاد با مشخصات  $(S_y = 480 \text{ MPa}, S_{ut} = 650 \text{ MPa})$  و جنس Pinion از فولاد با مشخصات  $(S_y = 590 \text{ MPa}, S_{ut} = 856 \text{ MPa})$  می باشد.

الف) طراحی چرخ دنده ی ساده

ب) طراحی چرخ دنده ی هلیکال

برای حل مسئله زاویه ی فشار را  $20^\circ$  و قابلیت آبرکاری (سختی سطح چرخ دنده) این دو فولاد را تا ۴۳۰ BHN در نظر بگیرید. همچنین ضریب اطمینان طرح را ۳ در نظر بگیرید.

حل:

الف) طراحی چرخدنده ساده

$$\phi_n = 20^\circ$$

$$N_p = 20 \rightarrow N_G = 75$$

برای Gear :

$$S_e' = \frac{1}{2} S_{ut} = 325 \text{ MPa}$$

$$K_a = 0.73, K_b = 0.9, K_c = K_d = K_e = 1, K_f = 1.33$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S_e' = 283.988 \text{ MPa}$$

$$J_G = 0.426249$$

برای Pinion :

$$S_e' = 428 \text{ MPa}$$

$$K_a = 0.69, K_b = 0.799284, K_c = K_e = K_d = 1, K_f = 1.33$$

$$S_e = 313.939 \text{ MPa}$$

$$T_p = \frac{H}{n_i \left(\frac{2\pi}{60}\right)} = 108.225 \text{ N.m} \rightarrow T_G = 405.844 \text{ N.m}$$

$$K_o = 1.25, K_m = 1.6$$

برای خستگی خمشی:

فرضیات:

$$n_G = K_o \cdot K_m \cdot n = 6$$

$$K_v = 0.5, x = 10$$

$$m^3 = \frac{2T n_G 10^3}{X N J K_v S_e}$$

برای Pinion :

$$m^3 = 113.886 \rightarrow m = 4.84714 \text{ mm}$$

برای Gear :

$$m^3 = 107.287 \rightarrow m = 4.7517 \text{ mm}$$

برای خستگی سطح Pinion داریم:

$$C_p = 191 \text{ MPa}^{\frac{1}{2}}$$

$$S_c = 2.76 \times 730 - 70 = 1116.8 \text{ MPa}$$

$$C_T = C_H = C_L = 1, C_r = 0.8, S_H = \frac{C_L \times C_H}{C_T \times C_R} \times S_c = \frac{1116.8}{0.8} = 1396$$

$$I = \frac{\sin \phi_n \cos \phi_n}{2} \times \frac{\frac{N_G}{N_p}}{\frac{N_G}{N_p} + 1} = 0.126866$$

$$m^3 = 95.8141 \rightarrow m = 4.5759 \text{ mm}$$

پس حالت بحرانی در خستگی خمشی برای Pinion اتفاق می افتد.

مدول های زیر برای طراحی مناسب به نظر می آیند:

$$m \Rightarrow 4, 4.5, 5 \text{ مدول استاندارد}$$

مدول  $m=4.5$  انتخاب می شود.

$$m=4.5_{mm} \rightarrow d_p = 90_{mm}, d_G = 337.5_{mm}$$

$$V = \frac{\pi d_p n_i}{60} = 7.06858 m/s, K_v = \frac{6}{6+v} = 0.459116$$

$$\left. \begin{matrix} K_v \\ m \end{matrix} \right\} \Rightarrow m^3 = \frac{2T N_G \cdot 10^3}{X N J K_v S_e} \Rightarrow X = 13.9431 \rightarrow X = 14$$

$$F = 4.5 \times x = 63_{mm}$$

$$\left. \begin{matrix} x = 14 \\ m^3 = 4.5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow m^3 = \frac{2T N_G \cdot 10^3}{X N J K_v S_e} \Rightarrow n_G = 6.17162$$

$$n = \frac{n_G}{k_o \times k_m} = 3.08581 \text{ OK}$$

پس مشخصات چرخدنده های طراحی شده به شرح زیر است.

$$m=4.5_{mm}$$

$$a = m = 4.5_{mm}$$

$$b = 1.25m = 5.625_{mm}$$

$$d_p = m N_P = 90_{mm}, d_{OP} = 99_{mm}$$

$$d_G = m N_G = 337.5_{mm}, d_{OG} = 346.5_{mm}$$

$$F = 14 \times m = 63_{mm}$$

$$C.D = \frac{d_p + d_G}{2} = 213.75_{mm}$$

(ب) طراحی چرخدنده هلیکال

$$\phi_n = 20^\circ \rightarrow N_P = 20 \rightarrow N_G = 75$$

با انتخاب  $\psi = 15^\circ$  داریم:

برای Gear :

$$J_G = 0.5425$$

$$S_e = 283.988 \text{ MPa}$$

$$T_G = 405.844$$

برای Pinion :

$$J_P = 0.46$$

$$S_e = 313.939 \text{ MPa}$$

$$T_P = 108.225 \text{ N.m}$$

فرضیات:

$$K_V = 0.85, I = 0.2, X = 10$$

$$K_O = 1.25, K_m = 1.5 \Rightarrow n_G = K_O \cdot K_m \cdot n = 5.625$$

مدول خمشی Gear :

$$m_n^3 = 43.373 \rightarrow m_n = 3.5135_{mm}$$

مدول خمشی Pinion :

$$m_n^3 = 46.2717 \rightarrow m_n = 3.59009_{mm}$$

برای خستگی سطح Pinion :

$$C_P = 191_{MPa^{1/2}}, S_e = 1116.8_{MPa}$$

$$C_T = C_L = C_H = 1, C_R = 0.8, S_{es} = 1396_{MPa}$$

$$m^3 = 31.2719 \rightarrow m = 3.15054_{mm}$$

بنابراین خستگی خمشی Pinion بحرانی می باشد.

انتخاب مدول استاندارد:

$$m = 3.5_{mm}$$

$$d_P = \frac{m_n \cdot N_P}{\cos \psi} = 72.4693_{mm}$$

$$V = \frac{\pi d_P n_i}{60} = 5.69173_{m/s} \rightarrow K_V = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{200V}}} = 0.835496$$

$$m_n^3 = \frac{2 \times T \cdot n_G \cdot \cos^2 \psi \times 10^3}{X \cdot N \cdot K_V \cdot J} \Rightarrow X = 10.9796 \rightarrow X = 11$$

$$F = m_n \times X = 38.5_{mm}$$

$$\left. \begin{array}{l} X = 11 \\ m_n = 3.5 \end{array} \right\} \rightarrow m_n^3 = \frac{2 \times T \cdot n_G \cdot \cos^2 \psi \times 10^3}{X \cdot N \cdot K_V \cdot J} \rightarrow n_G = 5.63546$$

$$n = \frac{n_G}{C_O \cdot C_m} \rightarrow n = 3.00558 \quad OK$$

پس مشخصات چرخدنده های طراحی شده به شرح زیر خواهد بود.

$$m_n = 3.5_{mm}, a = m_n = 3.5_{mm}, b = 1.25m = 4.375_{mm}$$

$$d_P = \frac{m_n \cdot N_P}{\cos \psi} = 72.4693_{mm}, d_{OP} = 79.4693_{mm}$$



$$d_G = \frac{m_n \cdot N_G}{\cos \psi} = 271.76_{mm}, d_{OG} = 278.76_{mm}$$

$$F = m_n \times X = 38.5_{mm}, C.D = \frac{d_P + d_G}{2} = 172.15_{mm}$$

### تمرین فصل ۳: طراحی تسمه و زنجیر

یک دستگاه با موتور دیزل تک سیلندر با قدرت ۲۴ اسب بخار و دور ۷۰۰ rpm به حرکت در می آید. دور در ابتدا توسط تسمه به  $\frac{1}{5}$  کاهش یافته و سپس توسط زنجیر با کاهش دور  $\frac{2}{7}$  به مصرف کننده منتقل می شود. ضریب اطمینان طرح را ۲ در نظر بگیرید. در ضمن محدودیت بازار ایجاب می نماید که از تسمه با مقطع 22C استفاده گردد.

الف) مشخصه های فنی تسمه یا تسمه های مورد نیاز به همراه پولی آن را محاسبه کنید.

ب) زنجیر و چرخ زنجیر مورد نیاز را محاسبه نماید.

حل:

الف) طراحی تسمه:

$$22C \rightarrow d = 224_{mm} \rightarrow D = 1120_{mm}$$

$$n = 2 \rightarrow H = 24 \times 746 \times 2 = 35808_W$$

۳ عدد تسمه ی 22C مورد نیاز است.

$$C = 2D = 2240_{mm} \rightarrow L_P = 6679.68_{mm}$$

$$\text{طول استاندارد برای تسمه} \Rightarrow L_P = 6920_{mm} \quad C = \begin{pmatrix} 42.4773_{mm} \\ 2362.48_{mm} \end{pmatrix} \quad \text{OK}$$

پس مشخصات تسمه های V شکل به شرح زیر می باشد:

۳ عدد تسمه V شکل با مقطع 22C

$$L_P = 6920_{mm}$$

$$C = 2362.48_{mm}$$

$$d = 224_{mm}$$

$$D = 1120_{mm}$$

ب) طراحی زنجیر:

$$H = 35808_v$$

$$N_1 = 18 \rightarrow N_2 = 18 \times \frac{7}{2} = 63$$

برای مصرف آرام در موتور درونسوز با راننده مکانیکی:

$$K_s = 1.2$$

برای ۱۸ دندانه

$$K_1 = 1.05$$

برای دو ردیف دندانه

$$K_2 = 1.7$$

$$H_r = \frac{H \times K_s}{K_1 \times K_2} = 24.0726_{kw}$$

با توجه به جدول از دو ردیف زنجیر ISO A140 با گام بزرگ استفاده می شود.

$$ISO A140 \rightarrow P = 44.45 \rightarrow d = \frac{P}{\sin(\frac{180}{N_1})} = 225.977_{mm}$$

$$D = \frac{P}{\sin(\frac{180}{N_2})} = 891.749_{mm}$$

$$30P \leq C \leq 50P \rightarrow 1333.5 \leq C \leq 2222.5$$

فرض :

$$\Rightarrow C = 1500_{mm}$$

$$L_p = \frac{L}{P} = 109.512 \Rightarrow \frac{L}{P} = 110 \Rightarrow C = \begin{cases} 33.5339 \\ 1511.1 \end{cases} \text{ OK}$$

پس مشخصات زنجیرها به شرح زیر است:

زنجیر دو ردیفه با گام بزرگ ISO A140

$$N_1 = 18, N_2 = 63, d = 225.977_{mm}, D = 891.749_{mm}$$

$$\frac{L}{P} = 110, C = 1511.1_{mm}$$

## ضمیمه ۴ - خلاصه روابط طراحی برای چرخنده‌ها بر اساس کتاب قدیم شیگی

خلاصه روابط برای طراحی چرخنده‌های ساده

$$W_t = \frac{T}{(d/2)}, \quad d = mN * 10^{-3} \quad (\text{m})$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{2T}{mN} * 10^{+3} \quad (1)$$

برای حالت خستگی خمشی داریم:

$$\sigma = \frac{W_t}{k_v F m J} \quad (2) \quad n_G = \frac{S_e}{\sigma} \quad (3)$$

از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$S_e = \frac{2T n_G * 10^3}{m^2 N F K_v J}$$

همچنین داریم:

$$3\pi m = 3P \leq F \leq 5P = 5\pi m$$

$$\Rightarrow 9m \leq F \leq 15m$$

$$\text{If } F = xm \Rightarrow 9 \leq x \leq 15$$

معمولاً از  $x=10$  برای طراحی شروع می‌کنیم

بنابراین برای حالت خستگی خمشی و خستگی سطح داریم:

برای خستگی خمشی

$$\Rightarrow S_e = \frac{2T n_G * 10^3}{m^3 N x K_v J}$$

برای خستگی سطح

$$\Rightarrow S_{es} = C_p \sqrt{\frac{2T n_G * 10^3}{x N^2 K_v I m^3}}$$

روابط فوق برای هر دو چرخنده پینیون و گیر معتبر است. همچنین روابط فوق را می‌توان بر حسب مدول بصورت زیر بازنویسی نمود:

$$\Rightarrow m^3 = \frac{2T n_G * 10^3}{x N J K_v S_e} \quad \text{خستگی خمشی}$$

$$\Rightarrow m^3 = \left( \frac{C_p}{S_{es}} \right)^2 \frac{2T n_G * 10^3}{x N^2 k_v I} \quad \text{خستگی سطح}$$

که در آن:

$S_e$ : حد دوام خستگی خمشی

$S_{es}$ : حد دوام خستگی سطح

$$S_{es} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S'_{es} \quad , \quad S'_{es} = 2.76HB - 70 \text{ (Mpa)}$$

T: گشتاور پیچشی چرخنده

$n_G = k_o k_m n$  (مقدار ضریب  $K_o$  از جدول کتاب استخراج می شود و مقدار ضریب  $K_m$  با توجه به جدول برای

شروع طراحی فرض می شود.)

m: مدول چرخنده

N: تعداد دندانهای چرخنده

x: ضریب بی بعد  $9 \leq x \leq 15$  (در شروع طراحی  $x=10$  فرض می شود)

$K_v$ : ضریب دینامیکی اعمال سرعت (در شروع طراحی  $K_v=0.5$  فرض می شود)

J: ضریب هندسی آگما در خمش

I: ضریب هندسی آگما در خستگی سطح

$C_p$ : ضریب کشسان

**نکته:** بطور کلی از روابط فوق می توان مقدار اولیه مدول را در چهار حالت خستگی خمشی و خستگی سطح

برای پینیون و خستگی خمشی و خستگی سطح برای Gear محاسبه نمود. هر حالتی که مقدار مدول

بزرگتری را حاصل نماید بحرانی تر است ولی برای کاهش حجم محاسبات باید دانست که در خستگی

سطح همواره پینیون بحرانی تر می باشد همچنین در خستگی خمشی با توجه به روابط فوق مشاهده

می گردد هر چرخنده ای که دارای مقدار  $J*S_e$  و یا به عبارت دیگر  $J*S_{ut}$  کمتری باشد، بحرانی تر است.

برای جنس یکسان برای هر دو چرخنده با توجه به اینکه  $J_p < J_g$  می باشد پس پینیون از لحاظ خستگی

خمشی نیز بحرانی تر است (به همین دلیل معمولا جنس پینیون را قوی تر انتخاب می کنند).

### خلاصه روابط طراحی برای چرخنده‌های هلیکال

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \frac{T}{\left(\frac{d}{2}\right)} \\ d &= m_t N * 10^{-3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_t = \frac{2T}{m_t N * 10^{-3}}$$

$$m = m_t = \frac{m_n}{\cos \psi}$$

$$9m_n \leq F \leq 15m_n$$

$$F = xm_n, \quad 9 \leq x \leq 15$$

پس در حالت خستگی خمشی داریم

$$S_e = \frac{2Tn_G \cos^2 \psi * 10^3}{K_v x m_n^3 J N} \quad \text{خستگی خمشی}$$

$$S_{es} = C_P \sqrt{\frac{2T.n_G.Cos^2\psi * 10^3}{x.N^2.k_v.I.m_n^3}} \quad \text{خستگی سطح}$$

روابط فوق را می توان بر حسب مدول بصورت زیر بازنویسی نمود:

$$\Rightarrow m_n^3 = \frac{2Tn_G \cos^2 \psi * 10^3}{K_v x J N S_e} \quad \text{برای خستگی خمشی}$$

$$\Rightarrow m_n^3 = \left(\frac{C_P}{S_{es}}\right)^2 \frac{2T.n_G.Cos^2\psi}{x.N^2.K_v.I} * 10^3 \quad \text{برای خستگی سطح}$$

$m_n$  بایستی از مدولهای استاندارد باشد.

بطور معمول در دو چرخنده درگیر هلیکال، در حالت خستگی سطح، پینیون بحرانی تر می باشد و همچنین در حالت خستگی خمشی، هر چرخنده ای که دارای مقدار  $J * S_e$  و یا به عبارت دیگر  $J * S_{ut}$  کمتری باشد، بحرانی تر است.

#### • فرضهای اولیه برای شروع طراحی در چرخنده های هلیکال:

$$K_v = 0.8 \sim 0.9 = 0.85$$

$$I = 0.2$$

$$x = 10$$

$$n_G = C_o C_m n = K_o K_m n$$



مثال: یک گیربکس با نسبت تبدیل 3 به 1، توان 6kw را انتقال می دهد. دور ورودی به گیربکس  $n_i=1440 \text{ rpm}$  می باشد و همچنین جنس Gear از فولاد با مشخصات ( $S_{ut}=550 \text{ Mpa}$  و  $S_y=385 \text{ Mpa}$ ) و جنس پینیون از فولاد با مشخصات ( $S_{ut}=826 \text{ Mpa}$  و  $S_y=578 \text{ Mpa}$ ) می باشد. بدین منظور مطلوب است:

الف) طراحی چرخنده ساده

ب) طراحی چرخنده هلیکال

برای حل مسئله زاویه فشار را  $20^\circ$  و قابلیت آبرکاری «سختی سطح چرخنده» این دو فولاد را تا 400 BHN و  $\psi = 15^\circ$  در نظر بگیرید. همچنین ضریب اطمینان طرح را ۲ در نظر بگیرید.

حل:

الف) طراحی چرخنده ساده

$$\phi_n = 20^\circ \rightarrow \text{حداقل دندانه} = 18 = N_p$$

$$N_G = 3 * 18 = 54$$

باتوجه به اینکه  $J_G (S_{ut})_G < J_P (S_{ut})_P$  است لذا با مشاهده روابط طراحی ملاحظه می گردد که چرخنده گیر ضعیف تر و به عبارت دیگر بحرانی تر از لحاظ خستگی خمشی می باشد. همچنین از لحاظ خستگی سطح پینیون بحرانی است.

$$m^3 = \frac{2Tn_G * 10^3}{xNJK_v S_e} \quad \text{خستگی خمشی}$$

$$m^3 = \left( \frac{C_p}{S_{es}} \right)^2 \frac{2Tn_G * 10^3}{xN^2 K_v I} \quad \text{خستگی سطح}$$

حال کلیه پارامترهای مورد نیاز برای روابط فوق را محاسبه می کنیم:

$$K_a = 0.78 \quad (\text{شکل } ۱۳-۲۵)$$

$$K_b = 0.9$$

فرض می کنیم:

$$K_c = K_d = K_e = 1$$

$$K_f = 1.33$$

از نمودار (۱۳-۲۶) با توجه به  $S_{ut}$  داریم:

$$\Rightarrow S_e = 0.78 * 0.9 * 1.33 (0.5 * 550) = 256.8 (\text{Mpa})$$

برای چرخنده Gear

$$T_p = \frac{6000}{1440 \left( \frac{2\pi}{60} \right)} = 39.8 (\text{N.m})$$

$$T_G = 3 * T_p = 119.4 (\text{N.m})$$

مقدار ضریب  $K_0$  از جدول ۹-۱۳ کتاب استخراج می شود و مقدار ضریب  $K_m$  با توجه به جدول ۱۰-۱۳ برای شروع طراحی 1.6 فرض می شود.

$$n_G = K_o K_m n = (1.25)(1.6)(2) \square 4$$

$$K_v = 0.5 \quad \text{فرض}$$

$$x=10 \quad \text{فرض}$$

$$J_G = J_{54} = 0.413 \quad (\text{از جدول})$$

در حالت خستگی خمشی برای Gear داریم:

$$m^3 = \frac{2Tn_G * 10^3}{xNJK_v S_e}$$

$$\Rightarrow m^3 = \frac{2(119.4)(4)(10^3)}{10 * 54 * 0.413 * 0.5 * 256.8}$$

$$\Rightarrow m = 3.2(mm) \quad \text{برای حالت خستگی خمشی Gear}$$

$$S'_{es} = 2.76HB - 70 = 1034Mpa$$

$$S_{es} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S'_{es} = 1034Mpa$$

$$C_L = C_H = C_T = C_R = 1$$

$$I = \frac{\sin \phi \cdot \cos \phi}{2} * \frac{\left(\frac{N_G}{N_P}\right)}{\left(\frac{N_G}{N_P}\right) + 1} = 0.12$$

$$C_p = 191(MPa)^{\frac{1}{2}}$$

برای حالت خستگی سطح پینیون داریم:

$$m^3 = \left(\frac{191}{1034}\right)^2 \frac{2(39.8)(4)(10^3)}{10 * 18^2 * 0.5 * 0.12}$$

$$m=3.8 (mm)$$

پس پینیون از لحاظ خستگی سطح بحرانی تر است.

پس با توجه به مدولهای استاندارد می توان مدولهای 3، 3.5 و 4 را انتخاب نمایید.

در این مسئله  $m=3.5$  و  $N_p=18$  انتخاب شده است. در این حالت با توجه به بحرانی ترین حالت (یعنی

خستگی سطح پینیون) مقدار ضریب  $x$  را برای دست یافتن به ضریب اطمینان مورد نظر  $n=2$  محاسبه

نموده و سپس مقدار پهنای اولیه چرخنده را برآورد می نماییم:

$$m = 3.5 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow F = 13(3.5) = 45.5(\text{mm})$$

حال بایستی مقدار ضریب اطمینان را چک نمود.

$$K_V = \frac{6}{6+V} = \frac{6}{6 + \frac{\pi d n}{60}} = 0.558$$

پس برای حالت خستگی سطح پینیون (بحرانی ترین حالت) داریم:

$$\Rightarrow n_G|_P = 4.58$$

$$K_O = 1.25, K_m = 1.6$$

$$\Rightarrow n = \frac{n_G}{K_O k_m} = \frac{4.58}{1.25 \times 1.6} > 2 \quad \text{ok}$$

همچنین به دلیل اینکه  $k_b = 0.942 > 0.9$  است اطمینان حاصل می‌کنیم که نیازی به چک مجدد آن نیست.

پس به طور خلاصه مشخصات چرخنده‌های ساده

$$m = 3.5(\text{mm})$$

$$a = m = 3.5(\text{mm})$$

$$b = 1.25m = 4.374(\text{mm})$$

$$d_P = mN_P = 63(\text{mm}) \quad d_{o|P} = 70(\text{mm})$$

$$d_{o|G} = 196(\text{mm})$$

$$F = 13m = 45.5(\text{mm})$$

$$Cd = \frac{d_P + d_G}{2} = 133$$

توجه: برای تصمیم گیری و یافتن پاسخ بهتر می‌توان کلیه حالت‌های ممکن را مطابق جدول زیر در نظر گرفت:

m (mm)	N <sub>P</sub>	x	N <sub>G</sub>	حجم چرخنده پینیون (mm <sup>3</sup> )	Cd (mm)
3	18	20.7	54	175583.6	108
	19	18.6	57	173942.3	114
	20	16.8	60	172428.2	120
3.5	18	13.0	54	175104.5	126
	19	11.7	57	173747.5	133
4	18	10.6	54	213125.6	150

در جدول فوق بدلیل اینکه پینیون در حالت خستگی سطح بحرانی است پس مقدار x در جدول فوق را برای

خستگی سطح pinion بصورت محاسبه می‌شود.



$$x = \frac{2T * n_G * 10^3}{m^3 * N^2 * k_v * I} \left( \frac{C_p}{S_{es}} \right)^2$$

مقدار cd از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$d_p = m(N_p) \quad d_G = m(N_G)$$

$$cd = \frac{m(N_p) + m(N_G)}{2} = \frac{m(N_G + N_p)}{2}$$

حجم ماده خام چرخنده نیز می تواند از روابط زیر محاسبه شود.

$$d_0 = d + 2a$$

$$= mN + 2m = m(N + 2)$$

$$\text{حجم ماده خام چرخنده} = V = \frac{\pi d_o^2}{4} * F = \frac{\pi [m(N + 2)]^2}{4} * (xm)$$

هر کدام از پاسخها که مقدار پهنای رویه آن در محدوده مجاز و دارای حجم کمتر و یا cd کمتری باشد می تواند به عنوان جواب انتخاب شود. از جدول فوق مشاهده می شود که حالت  $m=3.5$  و  $N_p=18$  دارای  $x$  در محدوده مناسب و همچنین دارای کمترین cd می باشد.

### ب) طراحی چرخنده هلیکال

بطور معمول در چرخنده های هلیکال ضعف روی خستگی سطح پینیون می باشد ولی به هر حال توصیه می شود که همانند قبل خستگی خمشی و خستگی سطح هر یک از چرخنده ها مورد بررسی قرار گیرد و چرخنده ضعیف تر مشخص گردد. در این مسئله چون مشاهده گردید که خستگی سطح پینیون بحرانی تر است لذا خستگی سطح پینیون مورد بررسی قرار می گیرد.

$$\phi = 20^\circ \Rightarrow N_p = 18 \Rightarrow N_G = 3 * 18 = 54$$

$$\psi = 15^\circ$$

$$0.8 \leq K_v \leq 0.9 \rightarrow K_v = 0.85 \quad \text{فرض}$$

$$I = 0.2 \quad \text{فرض}$$

$$n_G = C_o C_m n = K_o K_m n = (1.25)(1.6)(2) \rightarrow n_G \approx 4$$

$$x = 10 \quad (\text{فرض اولیه})$$

$$m_n^3 = \frac{2TN_G \cos^2 \psi}{xNJK_v S_e} * 10^3 \quad \text{خستگی خمشی}$$

$$m_n^3 = \left( \frac{C_p}{S_e} \right)^2 \frac{Tn_G \cos^2 \psi}{xN^2 K_v I} * 10^3 \quad \text{خستگی سطحی}$$

بر اساس خستگی سطح پینیون داریم:

$$m_n^3 = \left( \frac{191}{1034} \right)^2 \frac{2 * 39.8 * 4 * \cos^2(15)}{10 * 18^2 * 0.85 * 0.2} * 10^3$$

$$m_n = 2.64 \text{ (mm)}$$

→  $m_n = 2.5 \text{ (mm)}$  انتخاب مدول استاندارد

$$\rightarrow x = 11.77 \rightarrow x = 12$$

$$\rightarrow F = x \cdot m_n = 30 \text{ (mm)}$$

حال ضریب اطمینان را برای حالت  $m_n = 2.5 \text{ (mm)}$  و  $F = 30 \text{ (mm)}$  چک می‌نماییم:

$$\phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) = 20.65^\circ$$

$$d_p = m N_p = \frac{m_n N_p}{\cos \psi} = 46.59 \text{ (mm)}$$

$$r_p = 23.3 \text{ (mm)} \quad r_{bp} = r_p \cdot \cos \phi_t = 21.8 \text{ (mm)}$$

$$a = m_n = 2.5 \text{ (mm)}$$

$$d_G = 139.77 \text{ (mm)} \quad r_G = 69.88 \text{ (mm)}$$

$$r_{bG} = 65.4 \text{ (mm)}$$

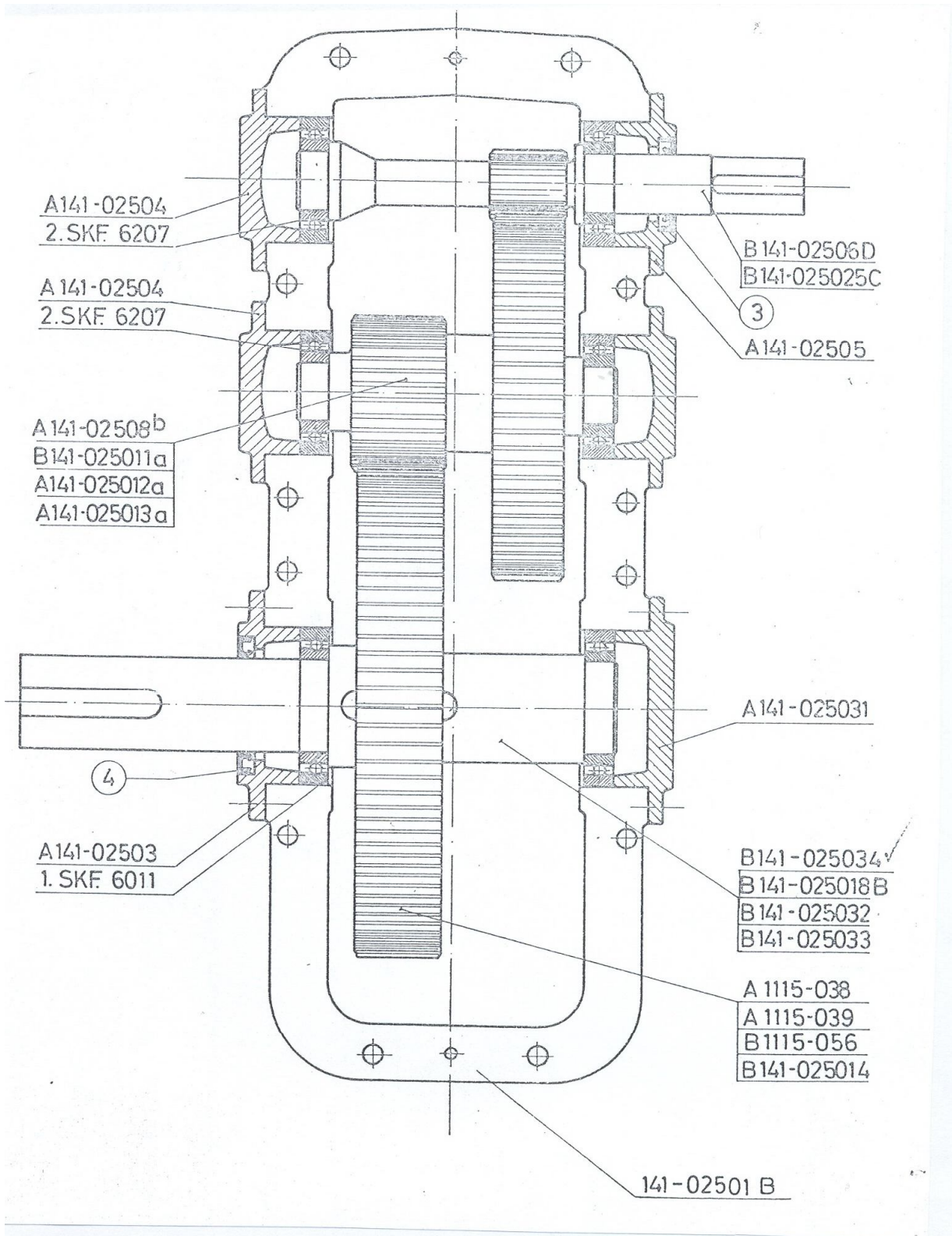
$$\Rightarrow Z = \sqrt{(23.3 + 2.5)^2 - 21.8^2} + \sqrt{(69.88 + 2.5)^2 - 65.4^2} - (23.3 + 69.88) \sin(20.65) = 11.94 \text{ (mm)}$$

$$I = \frac{\sin \phi_t \cdot \cos \phi_t}{\left( 2 \frac{\pi m_n \cos \phi_n}{0.95 Z} \right)} * \frac{\left( \frac{N_G}{N_p} \right)}{\left( \frac{N_G}{N_p} + 1 \right)} = 0.19$$

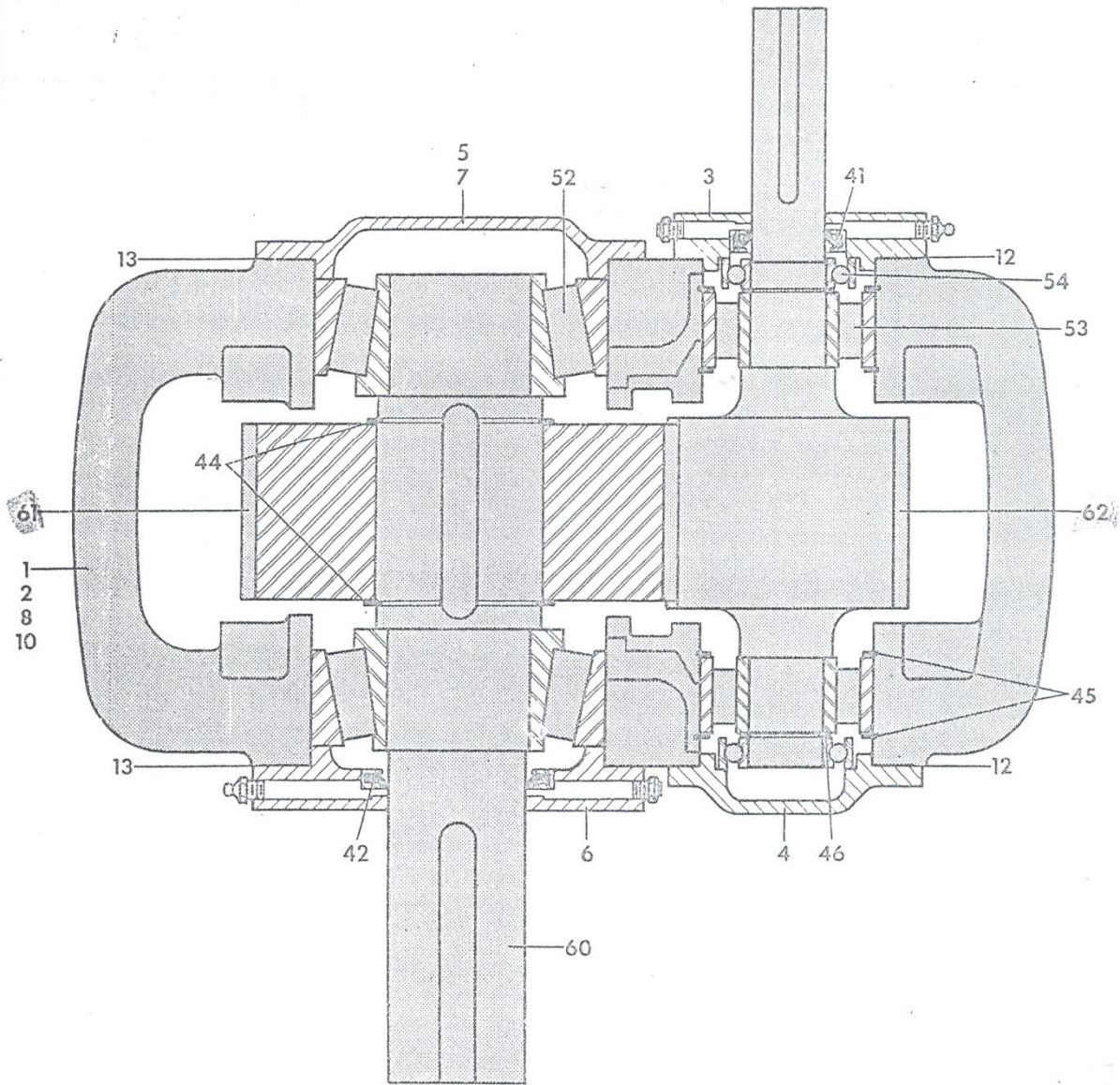
$$k_v = C_v = \left[ \frac{78}{78 + (200V)^{1/2}} \right]^{1/2} = 0.864$$

$$\rightarrow n_G = 3.96 \quad \rightarrow \quad n = \frac{3.96}{C_0 \cdot C_m} = \frac{3.96}{1.25 * 1.5} = 2.11 > 2 \quad \text{OK}$$

## ضمیمه ۵ - نمونه هایی از جعبه دنده

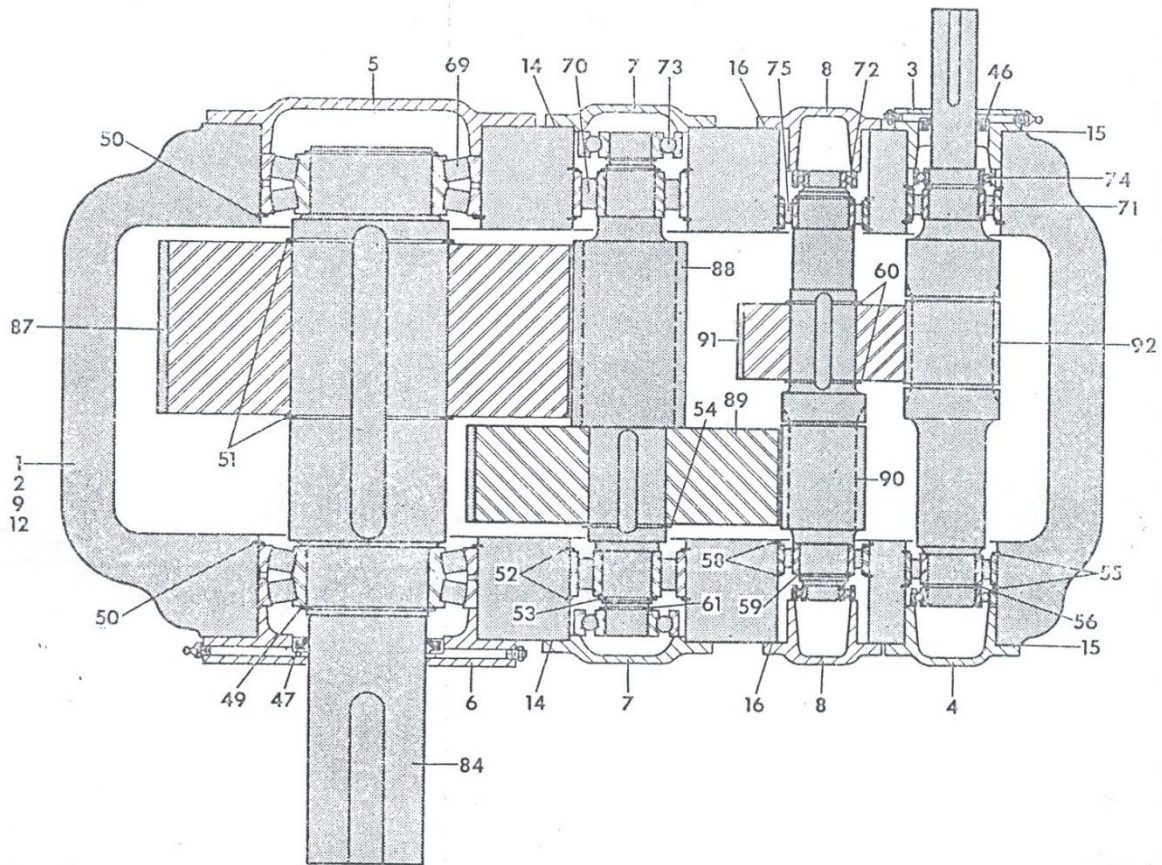


نمای برش یک جعبه دنده دو محوره با چرخ دنده های ساده



نمای برش یک جعبه دنده دو محوره با چرخ دنده‌های مارپیچ

□



نمای برش یک جعبه دنده سه محوره با چرخ دنده‌های مارپیچ

پایان