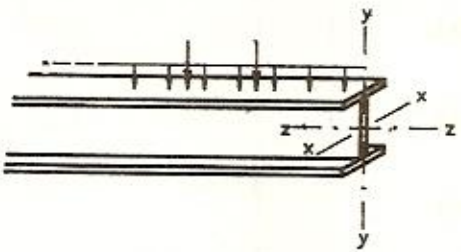
فصل چهارم

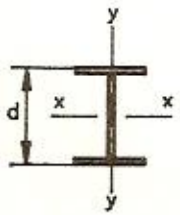
طراحی اعضا خمشی

اعضای خمشی با اتکاء جانبی

اگر قطعه‌ای منشور مستقیم را که یک بعد آن از دو بعد دیگرش خیلی بزرگتر باشد در نظر بگیریم آن را تیر با مقطع ثابت یا به اختصار تیر می‌نامیم. اگر تیری تحت بارگذاری عرضی قرار گیرد در داخل آن تنشهای قائم خمشی و تنشهای مماسی برشی ایجاد می‌گردد.



شکل مقابل یک مدل ایده آل شده ریاضی برای محاسبات خواهد بود. بارها در صفحه yz برروی میان تار تیر قرار دارند. اگر تیر تحت بار را در مقطعی که لنگر خمشی در آن ماکزیمم است بررسی کنیم با توجه به آنکه تنش تسلیم فولاد درکشش و فشار یکسان است از روابط مقاومت مصالح داریم :



$$f_{bxmax} = \frac{M_{xmax}.d/2}{I_x} = \frac{M_{xmax}}{\frac{I_x}{d/2}}$$

f_{bxmax} تنش خمشی ماکزیمم موجود در مقطع و

I_x ممان اینرسی مقطع حول محور x می‌باشد. مقدار $\frac{I_x}{d/2}$ را مدول مقطع یا اساس مقطع حول محور x نامیده و آن را با W_x نشان می‌دهند. پس :

$$f_{bxmax} = \frac{M_{x\ max}}{W_x}$$

یا به اختصار :
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$$

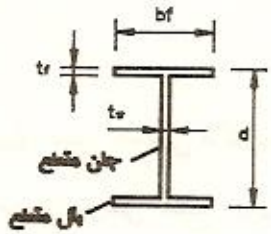
مقادیر W_x در جداول پروفیلهای نورد شده برحسب واحد cm^3 درج شده است. در طراحی تیر باید حداکثر تنش موجود را به یک تنش مجاز که از تنش تسلیم فولاد کمتر است محدود نمائیم یعنی باید یک ضریب اطمینان را در طراحی در نظر بگیریم :
$$\text{ضریب اطمینان} = \frac{\text{تنش خرابی}}{\text{تنش مجاز}} > 1$$

این رابطه نشان می‌دهد هرکجا لازم باشد اطمینان را بیشتر کنیم ـ در شرایط تنش خرابی یکسان ـ باید تنش مجاز کوچکتری انتخاب شود. تنش مجاز خمشی را با F_b نشان داده و در طراحی تیرها باید $f_{bmax} \leq F_b$ باشد.

تعیین تنش مجاز خمشی :

مقدار تنش مجاز بستگی به حد تسلیم فولاد مصرفی، ویژگیهای مقطع و نحوهٔ اجرای تیر دارد هر چه تیر از جنس قوی‌تر بوده و دارای اتکاء بیشتری باشد تنش خرابی بزرگتر می‌شود، در نتیجه، تنش مجاز را می‌توان بالاتر برده و عدد بزرگتری را انتخاب کرد.

مقررات ملّی ساختمانی ایران مقاطع فولادی



را به سه دسته تقسیم می‌کند:

1 ـ مقاطع فشرده ؛

2 ـ مقاطع غیرفشرده؛

3 ـ مقاطع با عناصر لاغر ؛

به مقطعی فشرده گفته می‌شود که در آن تناسبات ابعاد بگونه‌ای است که خطر خرابی موضعی وجود ندارد. شرایط مقطع فشرده در خمش بصورت زیر می‌باشد:

1 ـ اتصال جانها به بالها پیوسته بوده و بریده بریده نباشد.

2 ـ در قسمت فشاری $\frac{b}{t_f} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

(F_y : حد تسلیم (تنش تسلیم) فولاد می‌باشد.)

در مقاطع I شکل : $b = \frac{b_f}{2}$

3 ـ جان مقطع بصورتی باشد که $\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

اگر در تیر نیروی محوری فشاری P نیز وجود داشته باشد، تنش محوری $f_a = \frac{P}{A}$ می‌باشد (A مساحت مقطع است که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm^2 آمده است.) در اینصورت :

اگر $\frac{f_a}{F_y} \leq 0.16$: $\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}} (1 - 3.74 \times \frac{f_a}{F_y})$

اگر $\frac{f_a}{F_y} > 0.16$: $\frac{d}{t_w} \leq \frac{2155}{\sqrt{F_y}}$

شرط سوّم برای آنستکه ورقهای نازک جان تحت فشار کمانه نکند.

در صورت تأمین سه شرط فوق مقطع فشرده گفته می‌شود.

اتکاء جانبی :

در یک تیر با مقطع متقارن نسبت به محور خمش که تحت بار جانبی قرار گرفته است در نیمی از مقطع تنشهای فشاری و در نیم دیگر تنشهای کششی ایجاد می‌شود. اگر تیر دارای تکیه‌گاههای جانبی کافی در قسمت فشاری نباشد ممکن است قبل از رسیدن به حد تسلیم در آن کمانش ایجاد شود. برای درک این موضوع یک خط کش پلاستیکی را در نظر بگیرد که توسط دستها به آن فشار وارد شود.

اگر خط کش از کناره‌هایش به چیزی متکی نباشد

با اعمال یک نیروی کوچک، قبل از له شدن (به حد تسلیم رسیدن) کمانه زده و شکسته می‌شود. این کمانه زدن در تیرها خرابی محسوب شده و باید از آن جلوگیری کرد.

برای اینکه یک تیر اتکاء جانبی داشته باشد باید بزرگترین فاصله بین تکیه‌گاههای جانبی آن (L_b) از هر دو مقدار L_1 و L_2 که بصورت زیر محاسبه می‌شوند کوچکتر باشد.

$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} \quad , \quad L_2 = \frac{14\times10^5}{(\frac{d}{A_f}) \cdot F_y}$$

b_f : عرض بال فشاری مقطع

F_y : حدّ تسلیم فولاد

d : ارتفاع مقطع

A_f : مساحت مقطع بال فشاری $(A_f = b_f . t_f)$

اگر $L_b \leq (L_1, L_2)$ باشد آنگاه تیر اتکاء جانبی دارد.

● اگر تیری هم دارای مقطع فشرده بوده و هم دارای اتکاء جانبی باشد و مقطع آن نسبت به محور ضعیف خود متقارن باشد آنگاه طبق مقررات ملّی ساختمانی ایران تنش مجاز خمشی آن حول محور قوی خمش (محورx مقطع) برابر است با : $F_{bx} = 0.66F_y$

در این حالت ضریب اطمینان در حدود 1.5 انتخاب شده است.

توجه : تنش مجاز خمشی تیر حول محور ضعیف مقطع، در مقاطع با بال فشرده که دو محور تقارن در مقطع دارند $F_{by} = 0.75F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

● در تیری که اتکاء جانبی داشته $(L_b \leq L_1, L_2)$ ولی شرایط مقطع فشرده برقرار نباشد در صورتیکه شرایط زیر برقرار باشد تنش مجاز خمشی آن $F_{bx}=0.6F_y$ می‌باشد. به مقاطعی که فشرده نبوده اما دو شرط زیر در مورد آنها صادق است مقاطع غیر فشرده گویند.

1 - $\frac{b}{t_f} \leq \frac{795}{\sqrt{F_y}}$ در مقاطع I : $b=\frac{b_f}{2}$ و در مقاطع UNP : $b=b_f$

برای سایر مقاطع در بند ۱۰-۱-۱-۹ کتاب مقررات ملی ساختمانی ایران نحوهٔ تعیین مقدار b آمده است.

2 - $\frac{h}{t_w} \leq \frac{6370}{\sqrt{F_{bx}}}$ h : ارتفاع خالص جان است $h = d-2t_f$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر می‌باشد.

توجه : در مقاطع غیر فشرده $F_{by} = 0.6\ F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

تذکر 1 ـ تکیه‌گاههای جانبی بگونه‌ای هستند که بال فشاری تیر را اتکاء می‌دهند بنابراین قراردادن تکیه‌گاهی در قسمت کششی تیر نمی‌تواند کمکی به اتکای جانبی تیر بنماید.

تذکر 2 ـ مسائل مربوط به طراحی، با آزمون و خطا حل می‌شوند. یعنی در ابتدا بعضی پارامترها حدس زده شده و مسأله حل می‌شود سپس صحت آن حدسها بررسی می‌شود. در صورت عدم صحت، با مقادیر جدیدی مسأله حل می‌گردد و این کار ادامه پیدا می‌کند تا موقعیکه به جواب مطلوب برسیم.

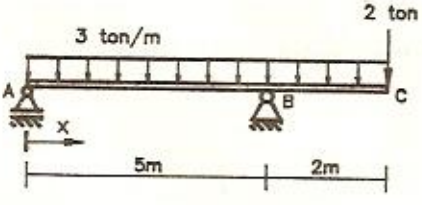
تذکر 3 ـ براساس بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران در اعضای با مقطع قوطی، تنش مجاز خمشی نسبت به هر دو محور قوی و ضعیف بصورت زیر محاسبه می‌شود :

در مقاطع فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.66\, F_y$

در مقاطع غیرفشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.6\, F_y$

شرایط مقاطع فشرده و غیر فشرده در مقاطع قوطی شکل در بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده است.

مساله تیر زیر دارای تکیه‌گاههای جانبی بفواصل 1m از همدیگر می‌باشد آن را با مقطع IPE طرح دهید. در انتهای کنسول و در تکیه‌گاه‌ها نیز تکیه‌گاه جانبی وجود دارد.



$$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$$

حل)

ابتدا باید تیر را تحلیل کرده و لنگر ماکزیمم محاسبه شود.

$$\Sigma M_A=0 \Rightarrow 5R_B=\frac{3\times7\times7}{2}+2\times7 \Rightarrow R_B=17.5 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_B=0 \Rightarrow 5R_A=\frac{3\times5\times5}{2}-2\times2-3\times2\times1 \Rightarrow R_A=5.5 \text{ ton}$$

برای دهانه AB $(0<x<5)$ داریم :

$$M_x=5.5x-\frac{3x^2}{2} \Rightarrow M'_x=V=\frac{dM}{dx}=5.5-3x=0 \Rightarrow x=1.83 \text{ m}<5 \quad \text{o.k.}$$

$$M^+_{max}=5.5\times1.83-\frac{3\times1.83^2}{2}=5.04 \text{ ton.m}$$

برای فاصله B تا C لنگر ماکزیمم منفی بوده و در نقطهٔ B می‌باشد :

$$M^-_{max}=-2\times2-3\times2\times1=-10 \text{ ton.m}$$

پس لنگر طراحی برابر است با : $M_{max}=10 \text{ ton.m}$

با توجه به صورت مسأله حدس زده می‌شود که مقطع فشرده و تیر با اتکاء جانبی باشد لذا تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.66F_y=0.66\times2400=1584 \frac{kg}{cm^2}$ درنظر گرفته می‌شود :

$$f_{bmax}=\frac{M_{max}}{W_x}\le F_{bx} \Rightarrow \text{لازم } W_x\ge\frac{M_{max}}{F_{bx}}=\frac{10\times10^5}{1584} \Rightarrow W_x\ge631.3 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها نیمرخ IPE 33 با $W_x=713 \text{ cm}^3$ انتخاب می‌شود.

حال باید صحت یا عدم صحت حدس اولیه در مورد تنش مجاز خمشی تیر بررسی شود:

IPE 33

d	$=33$	cm
b_f	$=16$	cm
t_f	$=1.15$	cm
t_w	$=0.75$	cm

کنترل فشرده بودن مقطع :

1ـ چون پروفیل نورد شده می‌باشد لذا شرط پیوستگی بال به جان برقرار است

2ـ $\frac{b}{t_f} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{16}{2\times1.15} = 6.95 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = \frac{545}{\sqrt{2400}} = 11.12$ o.k.

3ـ $\frac{d}{t_w} = \frac{33}{0.75} = 44 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = \frac{5365}{\sqrt{2400}} = 109.5$ o.k.

پس مقطع فشرده می‌باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می‌شود : $L_b = 1m = 100\ cm$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times16}{\sqrt{2400}} = 12.962\times16 = 207 > L_b=100$$

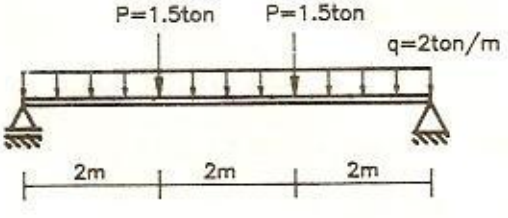
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{33}{16\times1.15}\times 2400} = 325 > L_b=100$$

چون $L_b < (L_1 , L_2)$ پس تیردارای اتکاء جانبی نیز می‌باشد.

پس حدس اولیه درست بوده و تنش مجاز خمشی همان $F_{bx}=0.66F_y$ بوده و لذا نیمرخ محاسبه شده یعنی IPE33 جواب مسأله است.

مساله

تیر زیر راکه دارای تکیه‌گاههای جانبی به فواصل 1.5 متر می‌باشد با نیمرخ INP طرح دهید.



$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

با توجه به اینکه طول تیر $L=6\ m$ است داریم :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} + \frac{PL}{3} = \frac{2\times 6^2}{8} + \frac{1.5\times 6}{3} = 12 \text{ ton.m}$$

با فرض فشرده بودن مقطع و داشتن اتکای جانبی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{12\times 10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلهای INP، نیمرخ INP32 با $W_x = 782 \text{ cm}^3$ انتخاب می‌شود.

INP 32

$d = 32$	cm
$b_f = 13.1$	cm
$t_f = 1.73$	cm
$t_w = 1.15$	cm

کنترل فشرده بودن مقطع :

1 ـ چون مقطع نورد شده می‌باشد پیوستگی جان و بال برقرار است.

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{13.1}{2\times 1.73} = 3.79 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12 \quad \text{o.k.} \qquad \text{ـ2}$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{32}{1.15} = 27.8 < \frac{5365}{\sqrt{Fy}} = 109.5 \quad \text{o.k.} \qquad \text{ـ3}$$

پس مقطع فشرده می‌باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می‌شود : $L_b = 150\text{cm}$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times 13.1}{\sqrt{2400}} = 169.8 > L_b = 150$$

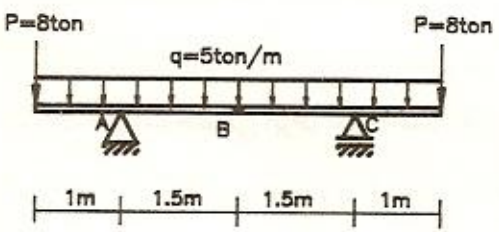
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{32}{13.1\times1.73}\times 2400} = 413 > L_b = 150$$

بنابراین تیردارای اتکاء جانبی نیز می‌باشد و فرض اولیهٔ تنش مجاز خمشی $F_{bx}=1584\ \frac{kg}{cm^2}$ درست بوده و نیمرخ INP32 مناسب است.

توجه : تمامی مقاطع نورد شده موجود بگونه‌ای ساخته می‌شوند که شرایط فشرده بودن را دارا هستند. یعنی ابعاد مقطع را طوری انتخاب کرده‌اند که مقطع فشرده باشد لذا عملاً می‌توان آنها را بدون کنترل، فشرده در نظر گرفت.

مساله

تیر زیر فقط در نقاط C,B,A دارای تکیه گاه جانبی می‌باشد آن را با نیمرخ IPE طرح دهید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

چون تیر نورد شده می‌باشد پس مقطع آن فشرده است. با فرض آنکه تیر دارای اتکاء جانبی نیز باشد تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66\ F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ انتخاب می‌شود.

محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم:

$$R_A = R_C = 8 + \frac{5\times5}{2} = 20.5\ ton$$

$$M_B = -8\times 2.5 - \frac{5\times2.5^2}{2} + 20.5\times 1.5 = -4.875\ ton.m$$

$$M_A = M_c = -8\times1 - 5\times 1\times0.5 = -10.5\ ton.m$$

پس لنگر طراحی $M_{max} = 10.5\ ton.m$ می‌باشد.

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{F_{bx}} = \frac{10.5\times10^5}{1584} = 663\ cm^3$$

پس IPE33 با $W_x=713\ cm^3$ انتخاب می‌شود :

IPE 33

d	$= 33$	cm
b_f	$= 16$	cm
t_f	$= 1.15$	cm

اتکاء جانبی تیر بصورت زیر کنترل می‌شود :

نکته : آ.مگردیچیان در کتاب طرح و محاسبه ساختمان‌های فلزی بیان می‌کند که : «در مورد تیرهای کنسول، که انتهای بیرونی آنها (نوک آزاد تیر) در مقابل دوران و انتقال نگهداری نشده باشد، باید طول L را دو برابر طول کنسول منظور نمود.» یعنی، اگر در انتهای یک کنسول تکیه‌گاه جانبی وجود نداشته باشد در کنترل اتکاء جانبی دو برابر طول آن در محاسبات منظور می‌گردد. البته در بند ۱۰-۱-۲-۱ (پ) مقررات ملی ساختمانی ایران آمده است که : «برای تیر طره‌ای که فقط در محاذات تکیه‌گاه به طور جانبی نگهداری شده باشد، می‌توان L را برابر طول طره در نظر گرفت.». در این کتاب توصیه آ.مگردیچیان در طراحی کنسولها و یا تیرهای کنسول‌دار بکار گرفته شده است. پس طول L_b در این مسأله $AB=BC=1.5\ m$ نخواهد بود بلکه مقدار بزرگتر دو برابر طول کنسول $L_b=2\times1 = 2\ m$ می‌باشد.

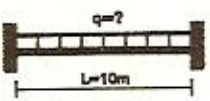
$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times16}{\sqrt{2400}} = 207 > L_b = 200$$

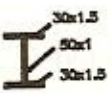
$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{33}{16\times1.15}\times 2400} = 325 > L_b = 200$$

پس اتکاء جانبی نیز برقرار است و فرض $F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ صحیح بوده و نیمرخ IPE33 مناسب می‌باشد.

مساله

مقطع تیر دو سرگیردار زیر نشان داده شده است . اگر تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد حداکثر شدت بار مجاز q را بدست آورید. پیوستگی جان و بال برقرار است. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$





حل)

ابتدا تنش مجاز خمشی تیر محاسبه می‌شود؛

کنترل فشرده بودن مقطع :

1 ـ پیوستگی جان و بال با توجه به اطلاعات مسأله برقرار است.

2ـ $\frac{b_f}{2t_f} = \frac{30}{2\times1.5} = 10 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12$ o.k.

3ـ $\frac{d}{t_w} = \frac{53}{1} = 53 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = 109.5$ o.k.

پس مقطع فشرده می‌باشد و چون تیر تکیه‌گاه جانبی پیوسته دارد پس اتکاء جانبی دارد و تنش مجاز خمشی تیر برابر است با : $F_{bx} = 0.66\ F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$

محاسبهٔ اساس مقطع : $I_x = \frac{30\times53^3}{12} - \frac{29\times50^3}{12} = 70109\ cm^4$

$W_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{70109}{53/2} = 2645.62\ cm^3$

محاسبهٔ لنگر مقاوم‌تیر :

$M_R = W_x.F_{bx} = 2645.62 \times 1584 = 4190662\ kg.cm = 41.9\ ton.m$

از طرفی از تحلیل تیر لنگر ماکزیمم $M_{max}=\frac{qL^2}{12}$ بدست می آید:

$$M_{max} \le M_R \Rightarrow \frac{qL^2}{12} \le 41.9 \Rightarrow \frac{q\times 10^2}{12} \le 41.9 \Rightarrow q \le 5.02 \frac{ton}{m}$$

تعدیل لنگرها

در تیرهایی که تحت بارهای ثقلی بوده و دارای مقطع فشرده و اتکاء جانبی هستند و فولاد آنها از شکل پذیری کافی برخوردار می‌باشد در شرایطی که دارای اتصال صلب با ستونها بوده و یا بصورت تیر سرتاسری می‌باشند اگر لنگر ماکزیمم، لنگر منفی در محل اتصال و یا تکیه‌گاه باشد بعلت پدیده باز توزیع لنگر می‌توان لنگرهای تعدیل یافته را در محاسبات بکار برد.

باز توزیع لنگر یعنی وقتی فولاد در محل اتصال تحت اثر لنگر خمشی به حدّتسلیم می‌رسد از آن پس با افزایش بار، لنگر سایر مقاطع تیر که به حدّ تسلیم نرسیده است بالا رفته و تیر همچنان پایدار و مقاوم می‌باشد تا زمانیکه حداقل سه مقطع از تیر به حدّ تسلیم برسد در اینحالت تیر خراب می‌شود پس تیر بار بیشتری را تحمل می‌کند. مقررات ملی ساختمانی ایران بیان می‌کند که : «اعضایی که شرایط مقطع فشرده با نگهداری جانبی را دارند و در تکیه گاه مانند تیر سرتاسری ادامه می‌یابند، یا با اتصال صلب به ستون متصل‌اند و به صورت عضوی از قاب صلب کار می‌کنند، در حالتی که لنگر حداکثر در محل تکیه گاه به وجود آید، می‌توان آنها را برای تحمل $\frac{9}{10}$ لنگر منفی مربوط به بارهای قائم محاسبه کرد مشروط بر اینکه در چنین عضوی لنگر مثبت میان دهانه را به مقدار ۱۰ درصد میانگین لنگرهای منفی دوسر، افزایش داد. مطلب یاد شده برای تیرهای طره‌ای صادق نیست.» روابط مربوط به تعدیل لنگر با توجه به اشکال نشان داده شده بصورت زیر می‌باشد:

$$|M_A| \geq |M_B| \quad \Rightarrow \quad M_1 = 0.9M_A$$
$$|M_A| > |M_c| \quad \Rightarrow \quad M_2 = M_c + \frac{1}{10}\left(\frac{|M_A + M_B|}{2}\right)$$

تیر باید یا با M_A و یا با ماکزیمم مقدار بین (M_2, M_1) طراحی شود. در حالت دوّم تعدیل لنگر اعمال شده است.

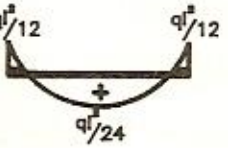
مساله

در مسأله قبلی مقدار q مجاز را در صورتیکه از تعدیل لنگر استفاده شود، بدست آورید.

حل)

چون مقطع فشرده بوده و تیر دارای اتکاء جانبی می‌باشد پس می‌توان از تعدیل لنگر استفاده کرد.

⇒ آنالیز الاستیک



مقدار لنگر ماکزیمم منفی تعدیل یافته برابر است با :

$$M_1 = 0.9 \times \frac{qL^2}{12} = 0.9 \times \frac{q \times 10^2}{12} = 7.5q$$

مقدار لنگر مثبت ماکزیمم میان دهانه پس از تعدیل برابر است با :

$$M_2 = \frac{qL^2}{24} + \frac{1}{10}\left(\frac{qL^2/12 + qL^2/12}{2}\right) = \frac{q \times 10^2}{24} + \frac{1}{10}\left(\frac{q \times 10^2}{12}\right) = 5q$$

بنابراین چون $M_1 > M_2$ می‌باشد لنگر طراحی $M_1 = 7.5q$ است.

با توجه به حل مسأله 7، لنگر مقاوم مقطع $M_R = 41.9$ ton.m می‌باشد پس :

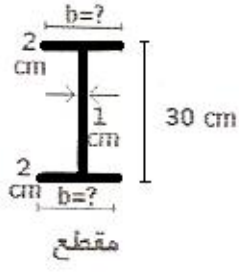
$M \leq M_R \Rightarrow 7.5q \leq 41.9 \Rightarrow q \leq 5.58 \ \text{ton/m}$

مشاهده می‌شود که اعمال تعدیل لنگر باعث افزایش بار مجاز شده است. یعنی آئین‌نامه، مقاومت تیر در برابر لنگر منفی ماکزیمم را بیشتر از آنچه که با روش الاستیک بدست می‌آید، بحساب آورده است.

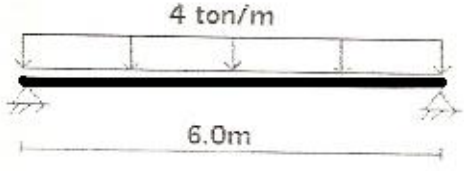
نمونه سؤال امتحانی

در صورتی که تیر شکل زیر به طور کامل دارای اتکا جانبی باشد عرض ورق بال بر اساس فقط معیار خمش چقدر است؟

تنش مجاز خمشی $F_b=1400 \ kg/cm2$



مقطع

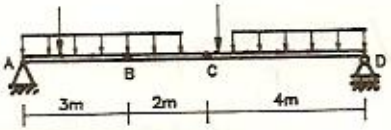


اعضای خمشی بدون اتکاء جانبی

اگر فواصل تکیه‌گاههای جانبی در تیر بگونه‌ای باشد که $L_b > L_1$ یا $L_b > L_2$ گردد، در اینصورت تیر اتکاء جانبی نداشته و نمی‌توان از تنش مجاز $F_{bx}=0.66F_y$ استفاده کرد. چون تیر در اینحالت در معرض خطر کمانش جانبی قرار داشته و در نتیجه تنش خرابی کوچکتر می‌شود لذا جهت تأمین ضریب اطمینان کافی لازم است تنش مجاز کوچکتری تعیین شود.

L_b بزرگترین فاصله بین دو تکیه‌گاه جانبی در تیر می‌باشد و $L_1=\frac{635\ b_f}{\sqrt{F_y}}$ و $L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}\times F_y}$ است. برای بررسی تیرهای بدون اتکاء جانبی از تئوری کمانش استفاده می‌شود. در عمل برای طراحی تیر بدون اتکاء جانبی مقررات ملّی ساختمانی ایران روال زیر را برای مقاطع فشرده و یا غیر فشرده بیان می‌کند. کلیه

قطعات میان هر دو تکیه گاه جانبی مجاور را باید بررسی کرد. مثلاً در تیر زیر که در نقاط A و B و C و D تکیه گاه جانبی

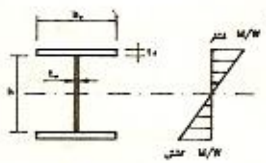


دارد باید قطعات ABC و CD بررسی شود. هر قطعه‌ای که تنش مجاز کوچکتری را نتیجه دهد آن مقدار بعنوان تنش مجاز خمشی تیر در نظر گرفته می‌شود.

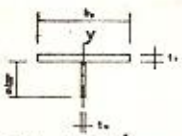
برای هر قطعه دو تنش مجاز F_{b1} و F_{b2} محاسبه شده هر کدام **بزرگتر** باشد بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه در نظر گرفته می‌شود مشروط به اینکه از مقدار $0.6F_y$ بزرگتر نباشد در غیر اینصورت مقدار $0.6F_y$ بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه محسوب می‌شود. با کنترل کلیه قطعات، کوچکترین تنش مجاز بین آنها بعنوان تنش مجاز خمشی تیر بکار برده می‌شود.

محاسبه F_{b1}:

قطعه‌ای را که بین دو تکیه گاه جانبی قرار دارد در نظر گرفته و قسمتی از مقطع آن را که شامل مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ منطقه فشاری جان می‌باشد جدا کرده و شعاع ژیراسیون این قسمت حول محور y (محوری که از میان جان می‌گذرد) محاسبه می‌شود. مثلاً اگر مقطع تیر در آن قطعه بصورت زیر باشد:



برای محاسبهٔ F_{b1}، قسمت زیر در نظر گرفته می‌شود:



شعاع ژیراسیون این قسمت را حول محور y محاسبه کرده و اگر طول قطعه L باشد ضریب لاغری قطعه (λ) از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$r_T = r_y = \sqrt{\left(\frac{I_y}{A_T}\right)} \qquad \text{و} \qquad \lambda = \frac{L}{r_T}$$

مقدار λ با دو مقدار λ_1 و λ_2 مقایسه شده و بر اساس آن F_{b1} محاسبه می‌شود :

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times 10^5 C_b}{F_y}\right)} \quad و \quad \lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360\times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5}\ \lambda_1$$

سه حالت وجود دارد:

I) اگر $\lambda < \lambda_1$ باشد اثر لاغری ناچیز بوده و تنش مجاز خمشی قطعه فقط به حد تسلیم فولاد بستگی داشته و داریم : $F_{b1} = 0.6F_y$

II) اگر $\lambda_1 \le \lambda < \lambda_2$ باشد در اینصورت هم حد تسلیم و هم لاغری موثر می‌باشند.

$$F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 . F_y}{1075\times 10^5 C_b}\right] . F_y \le 0.6\ F_y$$

III) اگر $\lambda \ge \lambda_2$ باشد فقط لاغری تعیین کننده است و داریم :

$$F_{b1} = \frac{120\times 10^5 C_b}{\lambda^2} \le 0.6\ F_y$$

محاسبهٔ F_{b2} :

بطور کلی برای تمام مقادیر λ داریم :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{\frac{Ld}{A_f}} \le 0.6 F_y$$

C_b : ضریب خمش

L : طول قطعه بین دو تکیه گاه جانبی

A_f : مساحت بال فشاری

d : ارتفاع مقطع می‌باشد.

بطور خلاصه در تیرهایی با مقطع فشرده یا غیر فشرده که در آنها $L_b > L_1$ یا $L_b > L_2$ باشد برای هر قطعه :

$$F_{bx} = \min\left\{0.6\ F_y \ ,\ \text{Max}\ \{F_{b1}\ ,\ F_{b2}\}\right\}$$

F_{bx} برای قطعات مختلف در طول تیر محاسبه شده هرکدام کوچکتر باشد بعنوان تنش مجاز تیر در نظر گرفته می‌شود.

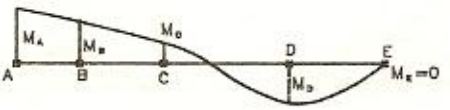
تعیین C_b:

C_b ضریبی است که مربوط به تغییرات لنگر در طول آزاد بال است و از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$C_b = 1.75 + 1.05\frac{M_1}{M_2} + 0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \quad \text{و} \quad 1 \leq C_b \leq 2.3$$

M_1 و M_2 مقادیر لنگرهای دو انتهای قطعه مورد نظر است و $|M_2| \geq |M_1|$.

به تیر زیر که در نقاط D,C,B,A تکیه گاه جانبی داشته و دیاگرام لنگر آن نشان داده شده است، توجه کنید:



برای قطعات این تیر تعیین علامت $\frac{M_1}{M_2}$ بصورت زیر است:

برای قطعهٔ AB: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_B}{M_A} < 0$

برای قطعهٔ BC: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_B} < 0$

برای قطعهٔ CD: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_D} > 0$

برای قطعهٔ DE: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_E}{M_D} = 0$

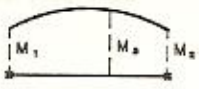
به حالات زیر نیز توجه کنید:

1ـ اگر در قطعه مورد نظر و در منحنی الاستیک آن فقط یک انحناء بوجود آید یعنی بصورت ⌒ باشد مثلاً در کنسول مقابل وضعیت کمانش جانبی بحرانی بوده و $\frac{M_1}{M_2} < 0$ است.

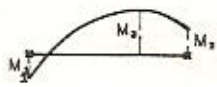
2ـ اگر در قطعه میان دو تکیه گاه جانبی نقطهٔ عطفی وجود داشته باشد یعنی دیاگرام

لنگر خمشی تغییر علامت دهد کمانش جانبی خطر کمتری داشته و $\frac{M_1}{M_2}>0$ است مشروط به اینکه بصورت حالت 3 نباشد.

3 ـ اگر در قطعه‌ای دیاگرام لنگر خمشی بصورتی باشد که در نقطه‌ای مابین دو تکیه‌گاه جانبی قدرمطلق لنگر خمشی از قدرمطلق هر دو لنگر خمشی انتهای قطعه بزرگتر باشد در اینصورت قطعه مستعد کمانش جانبی بوده و $C_b=1$ است. به شکل‌های زیر توجه شود:



$M_3>M_1$
$M_3>M_2$
$\Rightarrow C_b=1$



$|M_3|>|M_1|$
$M_3>M_2$
$\Rightarrow C_b=1$

$C_b=1$

$C_b=1$ بحرانی‌ترین حالت بوده و حداکثر مقدار C_b به 2.3 محدود می‌شود.

تذکر 1 ـ در محاسبهٔ F_{b1} برای تسریع در محاسبات در مقاطع نورد شده می‌توان از رابطهٔ $r_T=1.2r_y$ استفاده کرد که r_y شعاع ژیراسیون کل مقطع حول y می‌باشد که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm آمده است. شعاع ژیراسیون را با i نیز نشان می‌دهند.

تذکر 2 ـ برای مقاطع I شکل نورد شده موجود اکثراً $F_{b2}>F_{b1}$ می‌باشد پس در محاسبات اکثراً F_{b2} تعیین کننده است . بعضی مواقع ممکن است در نیمرخهای بزرگ مقدار F_{b1} بزرگتر از F_{b2} گردد امّا اختلاف بین آنها ناچیز بوده بطوریکه از نظر طراحی می‌توان F_{b2} را ملاک محاسبه قرار داد.

تذکر 3 ـ شرط استفاده از رابطهٔ F_{b2} آنستکه بال فشاری پرو سرتاسری بوده و شکل مقطع آن تقریباً مستطیل باشد و مساحت آن کمتر از سطح مقطع بال کششی نباشد. این شروط در مقاطع I و ⌐ شکل برقرار است.

تذکر 4 ـ برای مقاطع ناودانی که نسبت به محور قوی خود تحت خمش قرار

می‌گیرند، تنش مجاز فقط از رابطهٔ F_{b2} تعیین می‌شود.

تذکر 5 ـ برای اعضای خمشی با مقطع فشرده و یا غیر فشرده که طول آزاد و نگهداری نشده آنها در منطقه فشاری (L_b) بیش از مقدار L_1 یا L_2 باشد، تنش کششی مجاز در خمش $0.6F_y$ است.

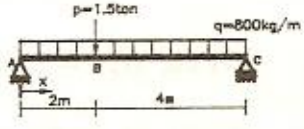
مساله

تیر زیر را در سه حالت با مقطع INP و مقطع IPE طرح دهید. $Fy=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

الف) تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد.

ب) تیر فقط در نقاط C,B,A تکیه گاه جانبی داشته باشد.

ج) تیر فقط در نقاط A و C تکیه گاه جانبی داشته باشد.



حل)

ابتدا تیر تحلیل می‌شود :

$$R_A = \frac{0.8\times6}{2} + \frac{1.5\times4}{6} = 3.4\ \text{ton}$$

AB فاصله $0<x<2$: $M=3.4x - \frac{0.8x^2}{2} \Rightarrow M'=3.4-0.8x=0$

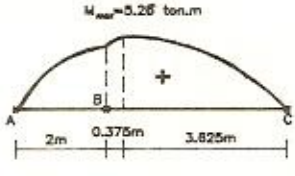
$\Rightarrow x=4.25\ m > 2$ N.G.

BC فاصله $2<x<6$: $M=3.4x - \frac{0.8x^2}{2} -1.5(x-2)$

$\Rightarrow M'=3.4-0.8x-1.5=0 \Rightarrow x=2.375\ m>2\ m$ o.k

$M_{max}= 3.4\times2.375 - \frac{0.8\times2.375^2}{2} -1.5(2.375-2) \Rightarrow M_{max}=5.26\ \text{ton.m}$

دیاگرام تغییرات لنگر بصورت زیر می‌باشد :



الف)

چون مقطع نورد شده است پس فشرده می‌باشد. در اینحالت بخاطر تکیه گاه جانبی پیوسته، اتکاء جانبی برقرار است. پس : $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1584} = 332\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

با توجه به جدول پروفیلهای فولادی مقاطع INP24 با $W_x=354\ cm^3$ و IPE27 با $W_x=429\ cm^3$ جواب مسأله می‌باشد .

ب)

در اینحالت تیر دارای دو قطعه AB و BC می‌باشد. ابتدا بعنوان حدس اولیه تنش مجاز خمشی تیر $F_{bx}=1400 \frac{kg}{cm^2}$ فرض می‌شود.

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1400} = 376\ cm^3 \Rightarrow \begin{cases} \text{INP26, } W_x=442\ cm^3 \\ \text{IPE27, } W_x=429\ cm^3 \end{cases} \quad \text{لازم}$$

برای هر دونیمرخ $L_1<L_b=400$ بوده پس اتکاء جانبی ندارند. در قطعه AB، $L=2$ و $C_b=1.75$ و در قطعهٔ BC ، $L=4m$ و $C_b=1$ می‌باشد پس بدیهی است قطعه BC در این تیر که طول بزرگتر و C_b کوچکتر دارد تعیین کننده است. توضیح آنکه در قطعهٔ BC لنگر ماکزیمم در بین دو انتهای قطعه وجود دارد یعنی این لنگر از لنگرهای دو سر قطعه BC بزرگتر می‌باشد پس $C_b=1$ می‌شود.

کنترل INP26 :

INP26

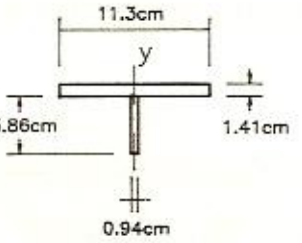
$d = 26$	cm
$h = d-2t_f = 23.18$	cm
$b_f = 11.3$	cm
$t_f = 1.41$	cm
$t_w = 0.94$	cm

$$L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 11.3}{\sqrt{2400}} = 146.5 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

باید مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ جان فشاری بررسی شود :



$h = 23.18 \text{ cm} \Rightarrow \frac{h}{2} = 11.59 \text{ cm}$ کلّ جان فشاری

$\Rightarrow (\frac{1}{3} \text{ جان فشاری}) = \frac{11.59}{3} = 3.86 \text{ cm}$

$$I_y = \frac{1.41 \times 11.3^3}{12} + \frac{3.86 \times 0.94^3}{12} = 169.8 \text{ cm}^4$$

$$A_T = 11.3 \times 1.41 + 0.94 \times 3.86 = 19.56 \text{ cm}^2$$

$$r_T = r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A_T})} = \sqrt{(\frac{169.8}{19.56})} = 2.946 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{2.946} = 135.8$$

اگر از رابطه $r_T = 1.2 r_y$ استفاده شود: $r_T = 1.2 \times 2.32 = 2.784$ cm پس

$\lambda = \frac{400}{2.784} = 143.7$. چون λ بزرگتری بدست می‌آید پس استفاده از $r_T = 1.2 r_y$ بنفع اطمینان است.

$$\lambda_1 = \sqrt{(\frac{72 \times 10^5 C_b}{Fy})} = \sqrt{(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400})} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\, \lambda_1 = \sqrt{5} \times 55 = 122$$

چون $\lambda > \lambda_2$ است بنابراین :

$$F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 \times C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{135.8^2} = 650.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b1} = 650.7 \frac{kg}{cm^2} < 0.6Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{\frac{Ld}{A_f}} = \frac{840000\times1}{\frac{400\times26}{11.3\times1.41}} = 1287 \frac{kg}{cm^2}$$

$$< 0.6Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} \Rightarrow F_{bx} = 1287 \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا F_{b2} تعیین کننده است.

با مشخص شدن شماره نیمرخ و تنش مجاز واقعی، تیر بصورت زیر کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{442} = 1190 \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1287 \frac{kg}{cm^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین تیر آهن INP 26 مناسب است.

کنترل IPE27 :

IPE 27

d	27	cm
b_f	13.5	cm
t_f	1.02	cm
t_w	0.66	cm
r_y	3.02	cm

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times13.5}{\sqrt{2400}} = 175 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1} :

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.02 = 3.624 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{3.624} = 110.4$$

$$\lambda_1<\lambda<\lambda_2 \Rightarrow F_{b1}=[\frac{2}{3}-\frac{\lambda^2 F_y}{1075\times10^5 C_b}]\times F_y=[\frac{2}{3}-\frac{110.4^2\times2400}{1075\times10^5\times1}]\times2400$$

$$\Rightarrow F_{b1} = 947\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{400\times27/(13.5\times1.02)} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده است.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{429} = 1226\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 1071\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE27 ضعیف می‌باشد.

نیمرخ IPE30 با $W_x = 557\ Cm^3$ کنترل می‌شود.

$$L_1 = \frac{635\times b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times15}{\sqrt{2400}} = 194 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.35 = 4.02\ cm$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{4.02} = 99.5$$

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = [\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075\times10^5 C_b}]\ F_y$$

$$F_{b1} = [\frac{2}{3} - \frac{99.5^2\times2400}{1075\times10^5\times1}]\times2400 = 1069.5\frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{400\times30/(15\times1.07)} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{557} = 944\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1123.5\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس تیر آهن IPE30 جواب مسأله می‌باشد.

ج)

در این حالت در A و C تکیه گاه جانبی وجود دارد و با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $C_b=1$ بوده و کل تیر بعنوان قطعه مورد نظر می‌باشد. بافرض $F_{bx}=1100\ \frac{kg}{cm^2}$ اساس مقطع لازم برابر است با:

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26\times10^5}{1100} = 478\ cm^3 \Rightarrow \begin{cases} INP28, W_x = 542\ cm^3 \\ IPE30, W_x = 557\ cm^3 \end{cases}$$

کنترل INP28:

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}}\ b_f \simeq 13b_f = 13\times11.9 = 154.7 < L_b = 600$$

پس تیراتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times2.45 = 2.94\ cm \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{2.94} = 204.08$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{204.08^2} = 288\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b1} = 288\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times28/(11.9\times1.52)} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که برای این نیمرخ نیز F_{b2} با اختلاف زیادی نسبت به F_{b1} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{542} = 970\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 904.4\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

پس INP28 ضعیف می‌باشد.

نیمرخ INP30 با $W_x = 653\ \frac{kg}{cm^2}$ کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{653} = 806\ \frac{kg}{cm^2} < 904.4\ \frac{kg}{cm^2}\quad \text{o.k.}$$

چون تنش مجاز خمشی INP30 قطعاً از تنش مجاز خمشی INP28 بزرگتر است با توجه به مقدار تنش ماکزیمم موجود، INP30 جواب مسأله می‌باشد.

کنترل IPE30:

$$L_1 = 13b_f = 13\times15 = 195 < L_b = 600$$

پس تیر انکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times3.35 = 4.02\ cm \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{4.02} = 149.3$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{149.3^2} = 538.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b1} = 538.3\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times30/(15\times1.07)} = 749\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$< 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 749\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود برای این نیمرخ نیز F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{557} = 944\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 749\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE30 ضعیف است.

نیمرخ IPE33 با $W_x = 713\ cm^3$ کنترل می‌شود :

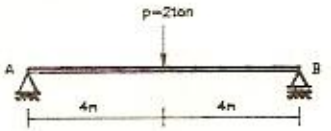
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26\times10^5}{713} = 738\ \frac{kg}{cm^2} < 749\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

چون تنش مجاز خمشی IPE33 قطعاً از تنش مجاز خمشی IPE30 یعنی $749\frac{kg}{cm^2}$ بزرگتر می‌باشد با توجه به مقادیر فوق IPE33 جواب مسأله است .

توجه : چون محاسبهٔ F_{b2} آسانتر می‌باشد بهتر است اول F_{b2} محاسبه شود. اگر F_{b2} بزرگتر از $0.6F_y$ گردد در آنصورت نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ خواهد بود.

مساله

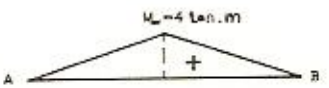
تیر زیر را که در نقاط A و B دارای تکیه‌گاه جانبی است با مقطع IPE طرح دهید. $F_y=2400\ kg/cm^2$



حل)

لنگر ماکزیمم در زیر بار منفرد بوده و برابر است با :

$$M_{max} = \frac{PL}{4} = \frac{2\times8}{4} = 4\ ton.m$$



دیاگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می‌باشد.

با فرض $F_{bx}= 1400\ \frac{kg}{cm^2}$ اساس مقطع لازم برابر می‌شود با :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{1400} = 286\ cm^3 \Rightarrow IPE\ 24\ ,\ W_x = 324\ cm^3$$

کنترل نیمرخ IP24 :

IPE24

d = 24		cm
b_f= 12		cm
t_f =0.98		cm
r_y = 2.69		cm

$$L_{-t} = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}}\ b_f \simeq 13 b_f = 13\times12 = 156 < L_b = 800$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times24/(12\times0.98)} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2} < 0.6\ Fy = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2\, r_y = 1.2 \times 2.69 = 3.228\ \text{cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{3.228} = 248$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5 c_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\times1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360\times10^5 c_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5}\,\lambda_1 = 122$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5\, C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{248^2} = 195\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 514.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

لازم $W = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{514.5} = 777\ cm^3 > W_{x\ IPE24} = 324$ N.G.

پس IPE 24 ضعیف می‌باشد.

با توجه به $W = 777\ cm^3$ لازم نیمرخ IPE33 با $W_x = 713\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$L_1 = 13b_f = 13\times16 = 208 < L_b = 800 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times33/(16\times1.15)} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6\, F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2\times3.55 = 4.26\ \text{cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.26} = 188$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{188^2} = 340\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

مشاهده می‌شود که برای این نیمرخ F_{b2} تعیین کننده می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4\times10^5}{713} = 561\frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 585\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس IPE33 مناسب می‌باشد.

مساله

مسأله قبل را در حالتی که در دو انتها و در وسط تیر تکیه‌گاه جانبی وجود داشته باشد حل کنید.

حل)

با فرض اینکه $F_{bx} = 1400\ \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4\times10^5}{1400} = 286\ cm^3 \Rightarrow IPE24\ ,\ W_x = 324\ cm^3$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times12 = 156 < L_b = 400$$

با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $\frac{M_1}{M_2} = 0$ بوده پس $C_b = 1.75$ می‌باشد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times24/(12\times0.98)} = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 1800\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

بنابراین نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی تیر

$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

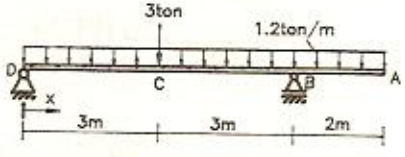
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4\times10^5}{324} = 1235\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k.}$$

پس IPE24 مناسب است.

مقایسه نتایج مسأله‌قبل‌و این مسأله اهمیت تکیه گاههای جانبی را درکاهش شماره نیمرخها نشان می‌دهد لذا باید سعی شود تا آنجاکه ممکن است برای تیرها تکیه‌گاههای جانبی کافی قرار داده شود.

مساله

تیر زیر فقط در نقاط D,C,B تکیه‌گاه جانبی دارد. آن را با مقطع INP طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرام تغییرات لنگر خمشی رسم می‌شود :

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 6R_D = 3\times3 + 1.2\times6\times3 - 1.2\times2\times1 \Rightarrow R_D = 4.7 \text{ ton}$$

$$0<x<3 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} \Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x = 0 \Rightarrow x = 3.9m > 3 \quad \text{N.G.}$$

$$3<x<6 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} - 3(x-3)$$

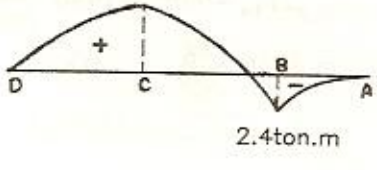
$$\Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1.4m < 3 \quad \text{N.G.}$$

با توجه به نتایج فوق مشخص می‌شود که لنگر ماکزیمم در دهانه DB در زیر بار منفرد می‌باشد.

$$M^+_{max} = 4.7\times3 - \frac{1.2\times3^2}{2} = 8.7 \text{ ton.m}$$

$$M^-_{max} = M_B = -1.2\times2\times1 = -2.4 \text{ ton.m}$$

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی بصورت زیر می‌باشد :



با فرض $F_{bx} = 1400 \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

لازم $W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{8.7\times10^5}{1400} = 621\ cm^3 \Rightarrow INP\ 30,\ W_x = 653\ cm^3$

کنترل نیمرخ INP30:

چون درنقطه A انتهای کنسول تکیه گاه جانبی وجود ندارد پس $L_b=2\times2=4m$ می‌باشد.

$L_1 = 13b_f = 13\times12.5=162.5 < L_b=400 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد

در قطعات DC, AB چون $\frac{M_1}{M_2}=0$ است پس $C_b=1.75$ می‌باشد. در قطعه CB با توجه به دیاگرام لنگر داریم:

$$C_b=1.75+1.05\ \frac{M_1}{M_2} + 0.3\ (\frac{M_1}{M_2})^2$$

$$C_b = 1.75+1.05\times\frac{2.4}{8.7} + 0.3\ (\frac{2.4}{8.7})^2 = 2.06<2.3 \Rightarrow C_b=2.06$$

چون طول مؤثر قطعهٔ AB، $L_b=4\ m$ و ضریب خمشی آن $C_b=1.75$ می‌باشد در مقایسه با قطعات دیگر بحرانی‌ترین قطعه است. در واقع اگر درکلیه قطعات تیری با مقطع ثابت F_{b2} تعیین کننده باشد (نه F_{b1}) هر قطعه‌ای که پارامتر $\frac{L}{C_b}$ آن بزرگتر باشد تعیین کننده بوده و F_{b2} آن قطعه ـ اگر از $0.6F_y$ کوچکتر باشد ـ بعنوان تنش مجاز تیر در نظر گرفته می‌شود.

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times30/(12.5\times1.62)} = 2480\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 2480\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

پس نیازی به محاسبهٔ F_{b1} نبوده و تنش مجازخمشی تیر $F_{bx}=0.6F_y=1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$f_{bx}=\frac{M_x}{W_x} = \frac{8.7\times10^5}{653} = 1332\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad o.k.$$

پس تیرآهن INP30 جواب مسأله است.

مسأله

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی را با بکار بردن $C_b=1$ و $C_b=2.3$ برای نیمرخهای زیر رسم کرده و محدوده مجاز طراحی را مشخص کنید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

الف) نیمرخ IPB20 ب) نیمرخ IPE20

حل)

با توجه به مطالب فصول اوّل و دوّم دو پارامتر $L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}}$ و $L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y}$ را با طول مهاربندی نشده (فاصله آزاد بین دو تکیه‌گاه جانبی) مقایسه کرده اگر $L\leq(L_1,L_2)$ باشد با توجه به اینکه مقاطع نورد شده فوق فشرده می‌باشند تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y$ خواهد بود. اگر $L>(L_1 یا L_2)$ باشد آنگاه :

$$F_{bx} = \min \{ 0.6F_y, \text{Max} (F_{b1},F_{b2}) \}$$

چون در مقاطع فوق تناسبات مقطع بگونه‌ای می‌باشد که $F_{b2}>F_{b1}$ بدست می‌آید

لذا :

$F_{bx} = \min\{0.6F_y, F_{b2}\}$ خواهد بود. بنابراین مقدار F_{b2} برای طولهای مختلف محاسبه شده و برای طولهایی که به ازاء آنها $F_{b2} \geq 0.6F_y$ می‌باشد تنش مجاز $F_{bx}=0.6F_y$ خواهد بود و به ازاء طولهایی که $F_{b2} < 0.6F_y$ باشد تنش مجاز مقدار $F_{bx}=F_{b2}$ خواهد بود. به این ترتیب دیاگرام تغییرات تنش مجاز F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهار نشده L بدست می‌آید. چون برای هر نیمرخ یک بار $C_b=1$ و یکبار $C_b=2.3$ درنظر گرفته می‌شود لذا برای هر نیمرخ دو نمودار حاصل شده که با توجه به آنها محدودهٔ مجاز برای طراحی مشخص می‌شود.

الف) نیمرخ IPB20 :

$$L_1=\frac{635b_f}{\sqrt{F_y}}=\frac{635\times 20}{\sqrt{2400}}=259$$

$$L_2=\frac{14\times 10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y}=\frac{14\times 10^5}{\frac{20}{20\times 1.5}\times 2400}=875$$

بنابراین به ازاء $L \leq 259$ cm تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

برای $L > 259$ cm باید F_{b2} محاسبه شود :

$C_b=1$:

$$F_{b2}=\frac{840000C_b}{Ld/A_f}=\frac{840000\times 1}{L\times 20/(20\times 1.5)}=\frac{1.26\times 10^6}{L}$$

اگر $F_{b2} \leq 0.6\ F_y$ باشد تنش مجاز $F_{bx}=0.6F_y$ است. برای بدست آوردن طول متناظر با $F_{b2}=0.6F_y$ بصورت زیر عمل می‌شود:

$$F_{b2}=0.6F_y \Rightarrow \frac{1.26\times 10^6}{L}=1440 \Rightarrow L=875 \text{ cm}$$

بنابراین داریم :

$$875\ \text{cm} \geq L > 259\ \text{cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L > 875\ \text{cm} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{1.26\times10^6}{L}$$

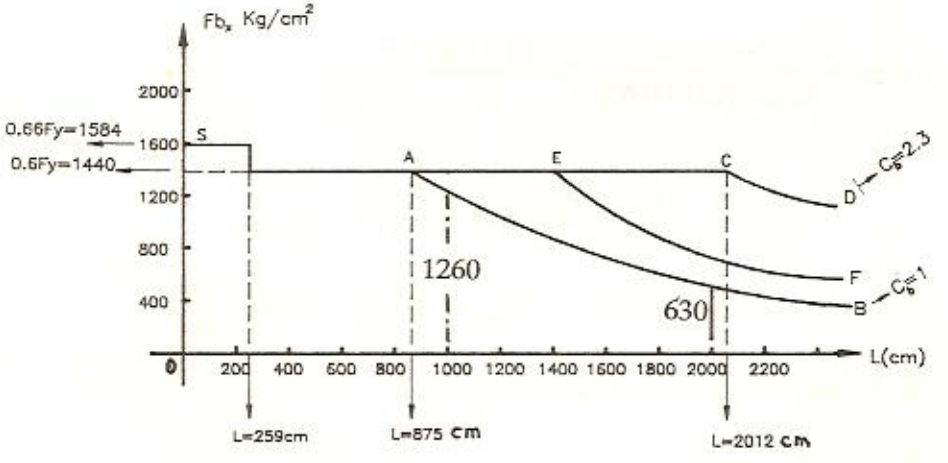
$C_b = 2.3$:

$$F_{b2} = \frac{840000\times2.3}{L\times20/(20\times1.5)} = \frac{2.898\times10^6}{L}$$

طول متناظر با $F_{b2} = 0.6F_y$ برابر است با :

$$\frac{2.898\times10^6}{L} = 1440 \Rightarrow L = 2012\ \text{cm}$$

پس دیاگرام تغییرات تنش مجاز خمشی نسبت به طول آزاد و مهاربندی نشده برای نیمرخ IPB20 بصورت زیر می‌باشد :



اگر طول مهار نشده $L \leq 875\ \text{cm}$ باشد منطقه مجاز طراحی به C_b بستگی نداشته و زیر نمودار SA می‌باشد. برای $L>875$ محدودهٔ مجاز به مقدار C_b بستگی دارد. اگر $C_b=1$ باشد محدودهٔ مجاز، زیر منحنی AB می‌باشد. اگر $1<C_b<2.3$ باشد محدودهٔ مجاز طراحی زیر منحنی متغیر AEF خواهد بود. هر قدر مقدار C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد نقطهٔ E به نقطهٔ A و منحنی EF به منحنی AB نزدیکتر خواهد

شد و هر قدر مقدار C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد نقطهٔ E به نقطهٔ C نزدیکتر خواهد شد. اگر $C_b=2.3$ باشد، محدودهٔ مجاز زیر نمودار ACD خواهد بود.

ب) نیمرخ IPE20 :

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635\times10}{\sqrt{2400}} = 130$$

$$L_2=\frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{20}{10\times0.85}\times2400} = 248$$

$$L\le130\ cm \Rightarrow F_{bx}=0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

برای $L > 130cm$ تنش مجاز به مقدار C_b بستگی دارد :

$C_b = 1$:

$$F_{b2} = \frac{840000\times1}{L\times20\ /(10\times0.85)} = \frac{3.57\times10^5}{L}$$

$$F_{b2} = 0.6F_y \Rightarrow \frac{3.57\times10^5}{L}=1440 \Rightarrow L = 248\ cm$$

$$248\ cm \ge L > 130\ cm \Rightarrow F_{bx} = 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L > 248\ cm \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{3.57\times10^5}{L}$$

$C_b = 2.3$:

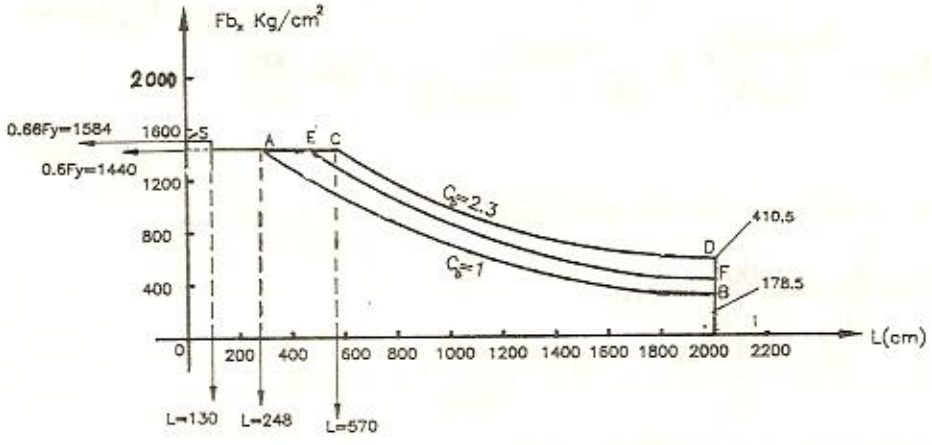
$$F_{b2} = \frac{840000\times2.3}{L\times20\ /\ (10\times0.85)} = \frac{8.211\times10^5}{L}$$

$$F_{b2}=0.6F_y \Rightarrow \frac{8.211\times10^5}{L} = 1440 \Rightarrow L = 570\ cm$$

$$570\ cm \ge L>130\ cm \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L>570\ cm \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{8.211\times10^5}{L}$$

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی L بصورت زیر بدست می‌آید :



با توجه به نمودار داریم :

برای $L \leq 248$ cm تنش‌مجاز به مقدار C_b بستگی نداشته و محدوده مجاز، زیر نمودار SA می‌باشد. برای $L > 248$ cm تنش مجاز به C_b بستگی دارد. هر چه C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد محدودهٔ مجازکه زیر منحنی متحرک EF می‌باشد به منحنی AB نزدیکتر و هر چه C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد منحنی EF به منحنی CD نزدیکتر می‌شود.

مسأله

اندازهٔ بار منفرد مجاز P وارد بر وسط تیر دو سر ساده با نیمرخ IPE50 به طول L=6m را بدست آورید. از وزن تیر صرفنظر کرده و فرض کنید تیر در تکیه‌گاهها دارای تکیه‌گاه جانبی می‌باشد. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی تیر :

ابعاد نیمرخ بگونه‌ای است که مقطع فشرده بوده و نیازی به کنترل آن نمی‌باشد.

تیر اتکاء جانبی ندارد $\Rightarrow$ $L_1 = 13b_f = 13\times20 = 260 < L_b = 600$ cm

محاسبهٔ F_{b2}:

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times50\ /(20\times1.6)} = 896\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1}:

$$r_T = 1.2r_y = 1.2\times4.31 = 5.172\ cm$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{5.172} = 116$$

$$\lambda_1 = \sqrt{(\frac{72\times10^5C_b}{F_y})} = \sqrt{(\frac{72\times10^5\times1}{2400})} = 54.8$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\,\lambda_1 = \sqrt{5}\times54.8 = 122.5$$

$$\lambda_2 > \lambda > \lambda_1 \Rightarrow F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2F_y}{1075\times10^5C_b}\right]\times F_y$$

$$= \left[\frac{2}{3} - \frac{116^2\times2400}{1075\times10^5\times1}\right]\times2400 = 879\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 896\ \frac{kg}{cm^2}$$

لنگر مقاوم مقطع برابر است با:

$$M_R = F_{bx}\times W_x = 896\times1930\times10^{-5} = 17.293\ ton.m$$

لنگر ماکزیمم موجود وارد بر مقطع برابر است با:

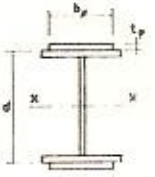
$$M_{max} = \frac{PL}{4} = \frac{P\times6}{4} = 1.5\ P$$

$$M_R \geq M_{max} \Rightarrow 17.293 \geq 1.5P \Rightarrow P \leq 11.5\ ton$$

بنابراین حداکثر بار منفرد مجاز وارد بر وسط تیر $P=11.5$ ton می‌باشد.

تقویت تیرها در برابر خمش

برای تقویت تیرها در برابر خمش،اقتصادی‌ترین و بهترین روش، تقویت بال‌های تیر می‌باشد. ممکن است هر دو بال تیر و یا فقط یکی از بالها تقویت شود. تقویت، با اتصال ورقهایی با ابعاد مناسب به بالها انجام می‌گیرد. اگر هر دو بال تیر بطور یکسان تقویت گردد تار خنثی مقطع در جای اولیه خود باقی می‌ماند. اگر هر دو بال بطور یکسان تقویت نشود و یا فقط به یک بال ورق تقویتی متصل گردد در آنصورت تار خنثی از محل اولیه خود تغییر مکان خواهد داد. اگر مقطع در دو بال بطور یکسان تقویت شود، ممان اینرسی مقطع جدید از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:



$$I_x = I_b + 2t_p.b_p\,(\frac{d}{2} + \frac{t_p}{2})^2$$

در بدست آوردن رابطه فوق از ممان اینرسی ورقها نسبت به محور خود صرفنظر شده است. مدول مقطع کل که از رابطهٔ $W=\frac{I_x}{(d/2+t_p)}$ کل، بدست می‌آید باید از مدول مقطع لازم که از رابطهٔ $W=\frac{M_{max}}{F_{bx}}$ بدست می‌آید بزرگتر باشد.

I_b : ممان اینرسی مقطع بدون ورقهای تقویتی، نسبت به محور خمش x است.

در حالت فوق که مقطع در هر دو بال بطور یکسان تقویت می‌شود برای حدس اولیه ابعاد ورق تقویتی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d}$$

که W_b مدول مقطع اولیه (مقطع بدون ورق تقویتی) می‌باشد.

در حالتیکه تیر مشکل کمانش جانبی دارد (یعنی تنش مجاز خمشی تیر بواسطه کمانش جانبی خیلی کمتر از $0.6F_y$ می‌شود) اقتصادی‌تر آنستکه فقط بال فشاری تیر تقویت شود و در بعضی مواقع لازم می‌شود که هر دو بال تقویت شود اما نه بطور مساوی بلکه بال فشاری با ورقهای بزرگتری نسبت به بال کششی تقویت می‌گردد.

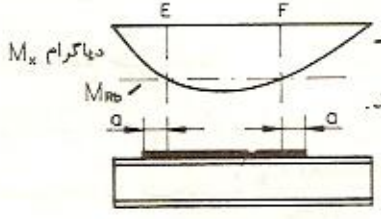
در حالتیکه فقط بال فشاری تیر بواسطه کمانش جانبی تقویت می‌گردد ابعاد ورق تقویتی را می‌توان از رابطهٔ زیر حدس زده و سپس کنترل نمود:

$$A_p = t_p.b_p = 1.2\,\frac{\text{لازم } W - W_b}{d}$$

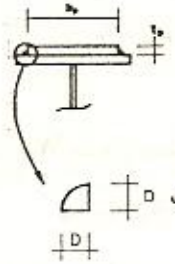
محاسبهٔ طول ورق تقویتی:

طول ورق تقویتی محدودیت داشته و لازم نیست تیر را در تمام طول آن تقویت نمود، بلکه با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر خمشی، طول تئوریک ورق تقویتی محاسبه می‌شود.

اگر $M_{Rb} = W_b.F_b$، لنگر مقاوم مقطع اولیه (بدون ورقهای تقویتی) باشد در شکل زیر، EF طول تئوریک ورق تقویتی است. طول تئوریک، محل اتصال ورق به تیر را مشخص می‌کند.



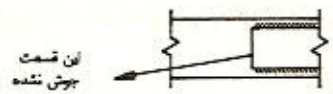
در عمل با توجه به جوش اتصال ورق تقویتی به بال، اندازهٔ طول ورق تقویتی را با توجه به روابط زیر مقداری (دوبرابر a) بزرگتر از طول تئوریک محاسبه شده در نظر می‌گیرند.



الف) اگر $D \geq \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq b_p$

ب) اگر $D < \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq 1.5 b_p$

ج) اینحالت به بُعد جوش بستگی نداشته بلکه به نحوهٔ اتصال جوشی بستگی دارد. اگر اتصال بصورت زیر باشد آنگاه :



$\Rightarrow a \geq 2b_p$

a اندازه افزایش طول ورق تقویتی در دو طرف طول تئوریک ورق است.

نحوهٔ افزایش طول ورق (a) در شکل صفحهٔ قبل نشان داده شده است. چگونگی محاسبهٔ طول ورق تقویتی در حل مسائل تشریح شده است. توجه داشته باشید که تقویت تیر همیشه اقتصادی نمی‌باشد و باید هزینه ورق و عملیات جوشکاری را نیز در نظر داشته و نباید از افزایش شماره تیرآهن نگران بود.

طبق مقررات ملی ساختمانی ایران ابعاد ورقهای تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، باید شرایط زیر را دارا باشد:

در مقاطع فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1590}{\sqrt{F_y}}$

در مقاطع غیر فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1995}{\sqrt{F_y}}$

F_y تنش تسلیم فولاد ورق تقویتی می‌باشد.

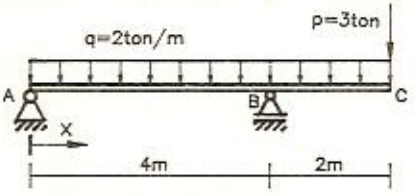
توجه: در محاسبهٔ $F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f}$ d, اندازه کل ارتفاع مقطع و A_f

مساحت کل بال فشاری می‌باشد.

پس در مقاطع تقویت شده d ارتفاع نیمرخ به اضافه ضخامت ورقهای تقویتی و A_f سطح بال فشاری نیمرخ به اضافه مساحت ورق تقویتی متصل به بال‌فشاری خواهد بود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می‌باشد مطلوبست :



الف : طراحی تیر با مقطع INP .

ب : اگر ارتفاع تیر آهن موجود 4 cm کوچکتر از ارتفاع تیرآهن لازم باشد، ابعاد تسمه‌های تقویتی متصل به بالها را بدست آورید. دو بال بطور یکسان تقویت می‌شوند. حد تسلیم فولاد تیر آهن و ورقها برابر است با $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.

حل)

تحلیل تیر :

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 2\times4\times2 = 2\times2\times1 + 3\times2 + 4R_A \Rightarrow R_A = 1.5\text{ton}$$

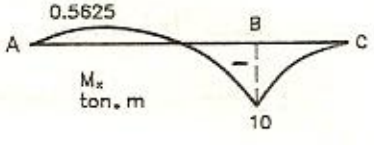
$$\uparrow \Sigma F = 0 \Rightarrow R_B = 2\times6+3-1.5 = 13.5\text{ ton}$$

AB دهانه : $M = 1.5x - \frac{2x^2}{2} \Rightarrow M' = 1.5-2x = 0 \Rightarrow x = 0.75\text{m}$

$$M_{max} = 1.5 \times 0.75 - 0.75^2 = 0.5625\text{ ton.m}$$

$$M_B = -3\times2-2\times2\times1 = -10\text{ ton.m}$$

دیاگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می‌باشد:



بنابراین لنگر طراحی $M=10\ ton.m$ است.

الف) چون نیمرخ نورد شده می‌باشد پس مقطع فشرده است و بواسطه تکیه گاه جانبی پیوسته،تیر اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی تیر برابر است با :

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{10\times10^5}{1584} = 631.3cm^3 \Rightarrow INP\ 30\ ,\ W_x = 653\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

ب) چون تیر آهن INP26 با $W_x=442cm^3$ در دسترس می باشد با توجه به اینکه $W_x=631.3\ cm^3$ لازم ، پس باید این تیر آهن تقویت شود.

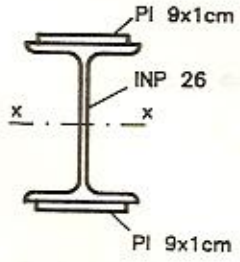
INP26	$W_b = 442$	cm^3
	$I_b = 5740$	cm^4
	$d=26$	cm

چون مشکل تیر کمانش جانبی نبوده و دو بال تیر بطور یکسان تقویت می‌شود، پس‌از رابطهٔ تخمینی زیر استفاده می‌شود :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{W_{\text{لازم}} - 0.9W_b}{d} = \frac{631.3-0.9\times442}{26} = 8.98\ cm^2$$

ورق $9\times1cm$ انتخاب و کنترل می‌شود.

شکل مقابل مقطع جدید بوده و ممان اینرسی آن برابر است با :



$$I_x = I_b + I(\text{ورقها})$$

$$I_x = 5740 + 2\times9\times1\times(\frac{26}{2}+\frac{1}{2})^2 = 9020\ cm^4$$

مدول مقطع جدید برابر است با:

$$W = \frac{9020}{(13+1)} = 644cm^3 > W_{\text{لازم}} = 631cm^3$$

پس ورق $9\times1\ cm$ مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

ابتدا طول تئوریک ورق محاسبه می‌شود :

$$M_{Rb}=W_b\times F_b = 442\times1584\times10^{-5} = 7 \text{ ton.m}$$

یعنی INP26 بدون ورق تقویتی 7 ton.m لنگر مجاز (با اطمینان کافی) را تحمل می‌کند.

$$M_{AB} = 1.5x-\frac{2x^2}{2} = 1.5x-x^2$$

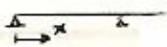
چون لنگردر نقطهٔ بحرانی B منفی است، نقطهٔ ابتدای طول تئوریک ورق از حلّ معادلهٔ درجه دوم زیر بدست می‌آید:

$$1.5x-x^2 = -7 \Rightarrow x^2-1.5x-7=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=3.5 \text{ m} \\ x_2 = -2 \text{ m} \end{cases}$$

$x_2=-2$ چون منفی است غیر قابل قبول است. و جواب $0<x_1=3.5 \text{ m}<4$ قابل قبول است.

نقطهٔ انتهای طول تئوریک ورق بصورت زیر محاسبه می‌شود :

روش اوّل)



$$M_{BC} = 1.5x - \frac{2x^2}{2} + 13.5\,(x-4) = -x^2 + 15x-54$$

$$-x^2+15x-54=-7 \Rightarrow x^2-15x+47=0 \begin{cases} x_1=10.54 \text{ m}>6\text{m} \text{ غیرقابل قبول} \\ x_2=4.46\text{m} \end{cases}$$

$4<x_2 = 4.46 \text{ m}<6$ قابل قبول است.

بنابراین طول تئوریک ورق تقویتی برابر است با :

$$L_p=4.46-3.5=0.96 \text{ m}=96 \text{ cm}$$

روش دوّم)

$$M_{CB} = -3x-\frac{2x^2}{2}=-3x-x^2$$

$$-3x-x^2=-7 \Rightarrow x^2+3x-7=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=1.54\ \text{m} & \text{قابل قبول} \\ x_2=-4.54\ \text{m} & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$L_p=6-3.5-1.54=0.96\ \text{m}=96\ \text{m}$$

محاسبهٔ طول عملی ورق تقویتی:

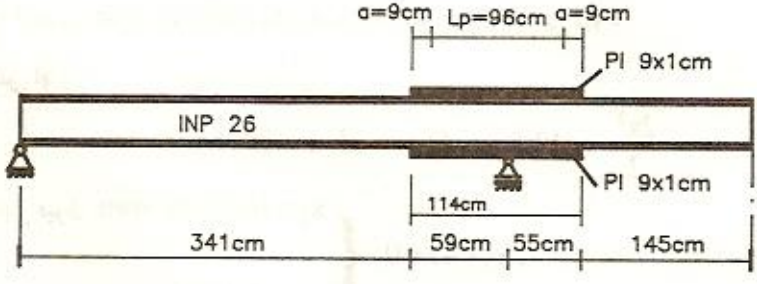
با فرض اینکه بُعد جوش اتصال ورق به بال تیر $D=0.8\ \text{cm}$ باشد افزایش طول تئوریک ورق تقویتی از هر طرف برابر خواهد بود با :

$$D=0.8\ \text{cm} > \frac{3}{4}t_p=\frac{3}{4}\times 1=0.75\ \text{cm} \Rightarrow a \geq b_p=9\ \text{cm}$$

با انتخاب $a=9\ \text{cm}$، از هر طرف $9\ \text{cm}$ به طول تئوریک ورق اضافه می‌شود بنابراین طول عملی ورق تقویتی برابر است با :

طول عملی $L=L_p+2a=96+2\times 9=114\ \text{cm}$

اتصال ورقها به تیر بصورت زیر خواهد بود:



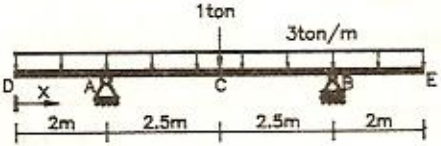
تذکر:

در تعیین ابعاد ورقها باید دقت کرد که عرض ورق (b_p) به اندازه‌ای باشد که جای کافی برای جوش ورق به بال تیر موجود باشد.

در این مسأله عرض بال INP26، $b_f=11.3\ \text{cm}$ است پس در هر طرف بال به اندازهٔ $\frac{b_f-b_p}{2}=\frac{11.3-9}{2}=1.15\ \text{cm}$ جای خالی وجود دارد. با توجه به اینکه بُعد جوش $D=0.8\ \text{cm}$ است پس جوشکاری امکان پذیر می‌باشد.

مساله

.تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می‌باشد در نظر بگیرید:



اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر ارتفاع مقطع موجود 5 سانتیمتر کوچکتر از ارتفاع مقطع مورد نیاز باشد ابعاد ورقهای تقویتی متصل به دو بال را بدست آورید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.

حل)

تحلیل تیر:

$$R_A = \frac{1}{2} + \frac{3\times9}{2} = 14\ ton$$

$$M_C = 14\times2.5-3\times4.5\times\frac{4.5}{2} = 4.625\ ton.m$$

$$M_A = M_B = -3\times2\times1 = -6\ ton.m$$

اولاً : چون تیر نورد شده و دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است پس تنش مجاز خمشی آن برابر است با :

$$F_{bx} = 0.66Fy = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{1584} = 379\ cm^3 \Rightarrow IPE27,\ W_x=429\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

ثانیاً :

چون مقطع موجود IPE22 با $W_b=252\ cm^3$ می‌باشد با توجه به اینکه W لازم در نقطهٔ C برابر است با :

$$W = \frac{4.625\times10^5}{1584} = 292\ cm^3 > W_b=252\ cm^3 \quad \text{لازم}$$

پس تیر در نقاط A و B و C نیاز به تقویت دارد که در نقاط A و B مشابه می‌باشد.

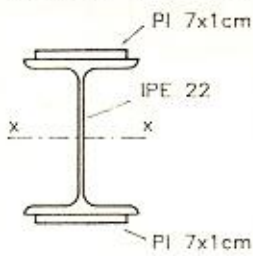
ابتدا ابعاد ورق تقویتی در نقطه A محاسبه می‌شود؛ چون هر دو بال بطور یکسان تقویت می‌شود پس :

$$A_p=t_p.b_p = \frac{W_{\text{لازم}}-0.9W_b}{d} = \frac{379-0.9\times252}{22} = 6.92\ cm^2$$

پس ورق 7×1 cm انتخاب شده و چون عرض بال IPE22، $b_f=11$ cm است پس جای مناسب برای جوشکاری اتصال ورق به بال تیر وجود دارد.

IPE22

W_b =	252	cm^3
I_b =	2770	cm^4
d=	22	cm



$$I_x = 2770 + 2\times7\times1\times(\frac{22}{2} + \frac{1}{2})^2 = 4621\ cm^4$$

$$W_x = \frac{4621}{11+1} = 385\ cm^3 > W_{\text{لازم}}=379\ cm^3$$

بنابراین ورق 7×1 cm مناسب می‌باشد.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = W_b.F_{bx} = 252\times1584\times10^{-5}=4\ ton.m$$

$$0<x<2 : \quad M_{DA} = -\frac{3x^2}{2} \Rightarrow -\frac{3x^2}{2} = -4 \Rightarrow x = \pm1.63\ m$$

$$\Rightarrow x = 1.63\ m<2\ m \quad o.k$$

$$2< x <4.5: \quad M_{AC} = 14\,(x-2) - \frac{3x^2}{2} = -1.5x^2 + 14x - 28$$

$$-1.5x^2+14x-28 = -4 \Rightarrow 1.5x^2 - 14x + 24 = 0 \begin{cases} x_1 = 7.1\text{m} > 4.5\text{m} \\ x_2 = 2.26\ \text{m} \end{cases}$$

قابل قبول

بنابراین طول تئوریک ورق برابر است با :

$$L_p = 2.26 - 1.63 = 0.63\ \text{m} = 63\ \text{cm}$$

اگر فرض شود بُعد جوش $D=0.8\text{cm}$ باشد در اینصورت :

$$D = 0.8\ \text{cm} > \frac{3}{4}t_p = \frac{3}{4} \times 1 = 0.75\ \text{cm} \Rightarrow a \geq b_p = 7\ \text{cm}$$

با انتخاب $a=7\ \text{cm}$ طول عملی ورق برابر است با : $L = 63 + 2\times 7 = 77\ \text{cm}$

پس ابعاد ورق در نقطهٔ A و B $77 \times 7 \times 1\ \text{cm}$ می‌باشد.

محاسبهٔ ابعاد ورق تقویتی در نقطهٔ C :

$$A_p = t_p.b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d} = \frac{292 - 0.9\times 252}{22} = 2.96\ \text{cm}^2$$

ورق $4\times 0.8\ \text{cm} = 3.2\ \text{cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$I_x = I_b + I_x\ (\text{ورقها}) = 2770 + 2\times 4\times 0.8 \times \left(\frac{22}{2} + \frac{0.8}{2}\right)^2 = 3601\ \text{cm}^4$$

$$W_x = \frac{3601}{11+0.8} = 305\ \text{cm}^3 > \text{لازم } W = 292\ \text{cm}^3 \qquad \text{o.k}$$

بنابراین ورق $4\times 0.8\ \text{cm}$ مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی : $M_{Rb} = W_b.F_{bx} = 4\ \text{ton.m}$

$$2<x<4.5: \quad M_{AC} = -1.5x^2 + 14x - 28 \Rightarrow -1.5x^2 + 14x - 28 = 4$$

$$1.5x^2 - 14x + 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5.33m > 4.5m & \text{غیر قابل قبول است} \\ x_2 = 4m & \text{قابل قبول است} \end{cases}$$

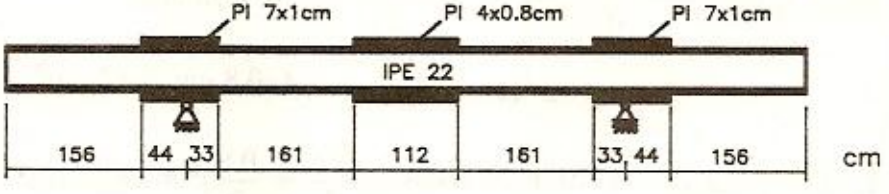
$x=4m$ محل یک انتهای طول تئوریک ورق می‌باشد. با توجه به تقارن تیر بدون محاسبه مشخص می‌شود که انتهای دیگر ورق در فاصله 4 متری نقطهٔ E قرار دارد. پس طول تئوریک ورق برابر است با :

$$L_p = 9 - 2\times 4 = 1m = 100\ cm$$

اگر بُعد جوش $D=0.5\ cm$ فرض شود $D<\frac{3}{4}\ t_p = 0.6\ cm$ می‌باشد پس $a \geq 1.5b_p = 6\ cm$ می‌گردد. با انتخاب $a=6\ cm$ طول عملی ورق تقویتی برابر می‌شود با :

$$L = L_p + 2a = 100 + 2\times 6 = 112\ cm$$

محل ورقهای تقویتی متصل به تیر بصورت زیر می‌باشد :

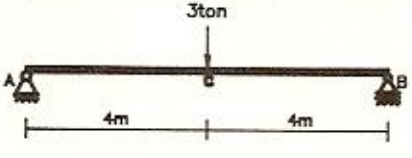


مساله

تیر زیر فقط در نقاط B,A دارای تکیه گاه جانبی است.

اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر ارتفاع تیرآهن موجود 7 cm کمتر از ارتفاع تیر آهن لازم باشد ابعاد ورق تقویتی را که فقط به بال فشاری متصل می‌شود تعیین کنید $F_y=2400\ kg/cm^2$.



حل)

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ ton}$$

$$M_{max} = M_c = 1.5 \times 4 = 6 \text{ ton.m}$$

چون طول تیر زیاد بوده و فقط در دو انتهای آن تکیه گاه جانبی وجود دارد، لذا تنش مجاز خمشی آن بعنوان حدس اولیه $F_{bx}=800 \frac{kg}{cm^2}$ در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{800} = 750 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36} , W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع IPE36 :

IPE 36

d	$= 36$	cm
b_f	$= 17$	cm
t_f	$= 1.27$	cm
r_y	$= 3.79$	cm

$L_1 = 13b_f = 13\times17 = 221 < L_b = 800 \Rightarrow$ تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبهٔ F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times36/(17\times1.27)} = 630 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ F_{b1} :

$$r_T = 1.2\, r_y = 1.2 \times 3.79 = 4.548 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.548} = 175.9$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\, C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72\times10^5\times1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5}\,\lambda_1 = \sqrt{5}\times55 = 122.4$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120\times10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120\times10^5\times1}{175.9^2} = 388 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = 630 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{904} = 664\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 630\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{N.G.}$$

نیمرخ IPE36 ضعیف بوده، نیمرخ IPE40 کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{1160} = 517\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2}=\frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times40/(18\times1.35)} = 638\ \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 517\ \frac{kg}{cm^2}\ \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPE 40 جواب مسأله می‌باشد.

ثانیاً :

چون نیمرخ موجود IPE 33 با $W_b=713\ cm^3$ است ، پس باید تقویت شود.

با توجه به اینکه مشکل تیرکمانش جانبی می‌باشد فقط بال فشاری تقویت شده و از رابطهٔ تقریبی زیر استفاده می‌گردد:

$$A_p=t_p.b_p = 1.2\times\frac{\text{لازم } W-W_b}{d}$$

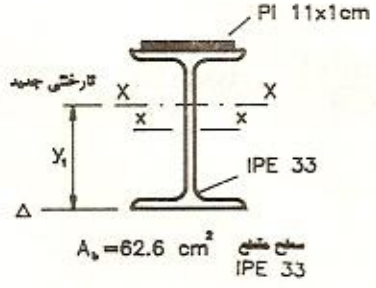
برای IPE33 تنش مجاز خمشی بصورت زیر محاسبه می‌شود :

$$F_{bx} = F_{b2} = \frac{840000\times1}{800\times 33/(16\times1.15)} = 585\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{لازم } W = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6\times10^5}{585} = 1026\ cm^3$$

$$A_p = 1.2 \times \frac{1026-713}{33} = 11.4\ cm^2$$

با توجه به اینکه عرض بال IPE 33 ، $b_f=16$ cm است ورق 11×1 cm انتخاب و کنترل می‌شود. بدیهی است که بال فشاری دراین تیربال فوقانی می‌باشد. چون فقط بال فوقانی تقویت شده پس تار خنثی به بال بالا نزدیک می‌شود.



برای تعیین محل جدید تار خنثی، نسبت به محور دلخواه Δ گشتاور استاتیک گرفته می‌شود :

$$S_\Delta = 62.6 \times \frac{33}{2} + 11\times1\times(33+\frac{1}{2}) = (62.6+11\times1)\times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 19 \text{ cm}$$

y_1 فاصله تار خنثی جدید تا محور Δ می‌باشد.

$$I_X = 11770 + 62.6\times(19-\frac{33}{2})^2 + 11\times1\times(33+\frac{1}{2}-19)^2 = 14474 \text{ cm}^4$$

لازم به توضیح است که در اینحالت تنش مجاز خمشی بال فشاری، F_{b1} یا F_{b2} (هرکدام بزرگتر باشد) است بشرطیکه از $0.6F_y$ کوچکتر باشد و تنش مجاز بال کششی $0.6F_y$ است پس هرکدام از بالهابا تنش موجود و مجاز مربوط به خود کنترل می‌شود.

بال کششی $f_{bx} = \frac{M.y_1}{I_X} = \frac{6\times10^5\times19}{14474} = 788 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ o.k

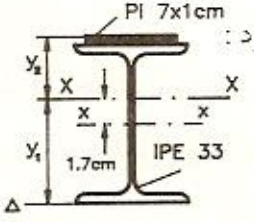
بال فشاری $f_{bx} = \frac{M\times(H-y_1)}{I_x} = \frac{6\times10^5\times(34-19)}{14474} = 622 \frac{kg}{cm^2}$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times34/(16\times1.15+11\times1)} = 907 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} < 0.6\ Fy = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} = 280 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 907 \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 622 \frac{kg}{cm^2}$$ o.k

اعداد فوق نشانگر آنستکه ورق 11×1 cm بسیار قوی می‌باشد و می‌توان ورق کوچکتری انتخاب کرد. ورق به ابعاد 7×1 cm کنترل می‌شود :



$$S_\Delta = 62.6\times\frac{33}{2} + 7\times1\times(33+\frac{1}{2}) = (62.6+7\times1)y_1$$

$$y_1 = 18.2 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 34-y_1 = 34-18.2 \Rightarrow y_2 = 15.8 \text{ cm}$$

$$I_X = 11770 + 62.6\times1.7^2 + 7\times1\times(15.8-0.5)^2 = 13589 \text{ cm}^4$$

بال کششی $f_{bx} = \frac{M.y_1}{I_X} = \frac{6\times10^5\times18.2}{13589} = 804 \frac{kg}{cm^2} < 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm^2}$ o.k

بال فشاری $f_{bx} = \frac{M.y_2}{I_X} = \frac{6\times10^5\times15.8}{13589} = 698 \frac{kg}{cm^2}$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{800\times34/(16\times1.15+7\times1)} = 784 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 784 \frac{kg}{cm^2} > f_{bx} = 698 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k}$$

بنابراین ورق 7×1 cm مناسب است.

محاسبهٔ طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = F_b.W_b = 585\times713\times10^{-5} = 4.17 \text{ ton.m}$$

$$M_{AC} = 1.5x \Rightarrow 1.5x = 4.17 \Rightarrow x = 2.78 \text{ m}$$

با توجه به تقارن تیر، انتهای دیگر طول تئوریک ورق به فاصله 2.78 m از نقطه B می‌باشد.

$$L_p = 800-2\times278 = 244 \text{ cm}$$

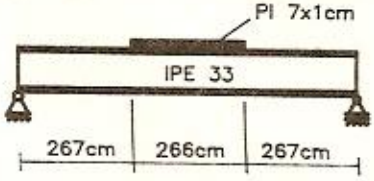
اگر بُعد جوش اتصال ورق به بال تیر D=0.6 cm باشد آنگاه :

$$D < \frac{3}{4}t_p = 0.75 \text{ cm} \Rightarrow a \geq 1.5b_p = 10.5 \text{ cm}$$

با انتخاب a=11 cm طول عملی ورق برابر می‌شود با :

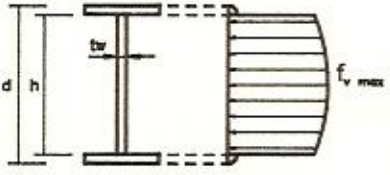
$$L = L_p + 2\times a = 244 + 2\times11 = 266 \text{ cm}$$

شکل اجرائی تیر تقویت شده بصورت مقابل می‌باشد:



بررسی معیاربرش درطراحی اعضا خمشی

در مقاومت مصالح بیان‌شده‌که تنش برشی در یک مقطع از رابطهٔ $f_v=\frac{V.Q}{I.b}$ محاسبه می‌شود. با توجه به فرمول فوق توزیع تنش برشی در مقاطع I شکل، که ضخامت جان آن نسبت به عرض بال خیلی کوچک است، بصورت زیر در می‌آید:



این توزیع تنش نشان می‌دهد که از نظر برش، جان تیر در وضعیت بحرانی بوده و برش را جان تیر تحمّل می‌کند.

برای کنترل مقاومت مقطع در برابر برش، بصورت زیر عمل می‌شود :

در صورتیکه $\frac{h}{t_w}\leq\frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، تنش مجاز برشی مقطع $F_v=0.4F_y$ در نظر گرفته می‌شود. ابعاد جان در مقاطع نورد شده به گونه‌ای است که این شرط برقرار است. اگر در مقطعی $\frac{h}{t_w}>\frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، کمانش قطری جان نیز مؤثر خواهد بود. مسائل مربوط به اینحالت در بحث تیر ورقها بیان می‌شود.

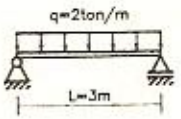
تنش ماکزیمم برشی از رابطهٔ آئین‌نامه‌ای $f_{vmax}=\frac{V_{max}}{d.t_w}$ محاسبه می‌شود. طراحی

مقطع باید به گونه‌ای باشد که رابطهٔ زیر برقرار باشد: $f_{vmax} \le F_v$

برش در تیرهایی تعیین کننده است که دهانه آن کوچک بوده و بار متمرکز بزرگی بر آن وارد شود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است. آن را با مقطع INP طرح داده و مقاومت آن را در برابر برش کنترل کنید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$.



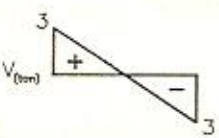
حل)

طراحی تیر از نظر خمش :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2\times3^2}{8} = 2.25\ ton.m$$

$$W_x \ge \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{2.25\times10^5}{1584} = 142\ cm^3 \Rightarrow INP18\ ,\ W_x = 161\ cm^3$$

کنترل برش :



دیاگرام تغییرات نیروی برش بصورت مقابل می‌باشد :

$$f_{Vmax} = \frac{V_{max}}{d.t_w} = \frac{3\times10^3}{18\times0.69} = 242\ \frac{kg}{cm^2}$$

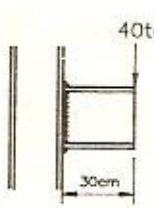
$$h=d-2t_f = 18-2\times1.04 = 15.92\ cm$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{15.92}{0.69} = 23 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = \frac{3185}{\sqrt{2400}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4F_y = 960\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{vmax} = 242\ \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960\ \frac{kg}{cm^2} \qquad o.k$$

مساله

کنسول کوتاه نشان داده شده را با مقطع IPE طرح دهید.



$$F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$$

حل)

$$M_{max} = 40\times0.3 = 12 \text{ ton.m}$$

$$W \geq \frac{M_{max}}{F_{bx}} = \frac{12\times10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36, } W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل برش :

چون مقطع نورد شده است $F_v = 0.4F_y = 960 \frac{kg}{cm^2}$

$$f_{vmax} = \frac{V_{max}}{d.t_w} = \frac{40\times10^3}{36\times0.8} = 1389 \frac{kg}{cm^2} > F_v \quad \text{N.G.}$$

کنترل IPE40 :

$$f_{vmax} = \frac{40\times10^3}{40\times0.86} = 1163 \frac{kg}{cm^2} > F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \qquad \text{N.G.}$$

کنترل IPE45 :

$$f_{vmax} = \frac{40\times10^3}{45\times0.94} = 946 \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \qquad \text{o.k.}$$

بنابراین نیمرخ IPE45 مناسب می‌باشد.

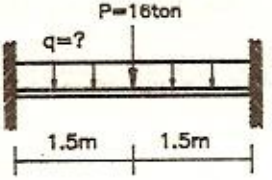
مساله

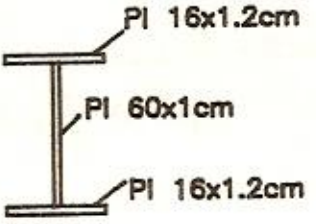
ـ مقطع تیر دو سر گیردار زیر نشان داده شده است.

اولاً : حداکثر نیروی برشی مجاز مقاوم مقطع چقدر می‌باشد.

ثانیاً : حداکثر شدت بار مجاز q را از نظر تحمل برش محاسبه کنید.

$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$





حل)

اولاً :

$$\frac{h}{t_w} = \frac{60}{1} = 60 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4\, F_y = 960 \frac{kg}{cm^2}$$

نیروی برش مقاوم $V_R = F_v.d.t_w = 960\times(60+2\times1.2)\times1 = 59904\ kg = 59.9\ ton$

ثانیاً :

نیروی برشی ماکزیمم در تیر $\frac{qL+p}{2}$ می‌باشد:

$$V_{max} \le V_R \Rightarrow \frac{3q+16}{2} \le 59.9 \Rightarrow q \le 34.6 \frac{ton}{m}$$

کنترل خیز در تیرها

هنگامیکه بر یک تیر بار وارد می‌شود، تیر تغییر شکل داده و به شکل منحنی در می‌آید، که به آن خیز تیر نیز گفته می‌شود. حداکثر مقدار خیز یک تیر بسته به مکان استفاده از آن باید به مقداری محدود گردد.

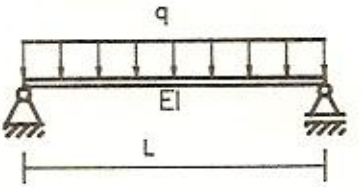
طبق مقررات ملی ساختمانی ایران تیرها و شاهتیرهایی که سقف‌های گچ‌کاری شده را تحمل می‌کنند، باید طوری محاسبه شوند که تغییر مکان ماکزیمم نظیر بار مرده و زنده از $\frac{1}{240}$ طول دهانه و تغییر مکان نظیر بار زنده از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر نشود. بعضی مواقع ممکن است خیز تیر به عددهای کوچکتری مثلاً $\frac{1}{500}$ طول دهانه محدود شود.

بنابراین روال محاسبه به اینصورت خواهد بود که با توجه به روشهای مطالعه شده در دروس مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها مقدار خیز ماکزیمم تیر محاسبه شده و با مقدار خیز مجاز مقایسه می‌شود. مقدار خیز موجود نباید از خیز مجاز تجاوز کند. در تیرهایی که در ساختمانهای معمولی مورد استفاده قرار می‌گیرند

(یعنی دهانه تیر و بار وارد بر آن در محدوده‌های متعارف می‌باشد)، اگر $d \geq \frac{L}{25}$ باشد، بجز در موارد استثنائی، مشکل خیز وجود نخواهد داشت. در رابطهٔ فوق d ارتفاع نیمرخ و L طول تیر می‌باشد.

در ساختمانهای معمولی، عموماً تیرها تحت بارگسترده یکنواخت می‌باشد و در حالتیکه دو سر مفصلی باشند خیز ماکزیمم در آنها برابر است با :

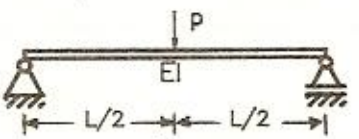
$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI}$$



که در آن :

q شدت بارگستردهٔ یکنواخت وارد بر تیر ، L طول تیر و EI سختی خمشی تیر می‌باشد.

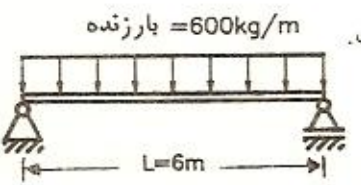
در حالتیکه بار منفرد در وسط تیر دو سر مفصل وارد شود خیز ماکزیمم تیر برابر است با : $\delta_{max} = \frac{1}{48} \cdot \frac{PL^3}{EI}$



مقدار خیز تیرها را در حالات دیگر بارگذاری و شرایط مختلف تکیه گاهی می‌توان با رجوع به روشهای مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها محاسبه نمود. خیز در طراحی تیرهایی تعیین کننده است که دارای دهانه بزرگ بوده و بار وارد بر آنها کوچک باشد.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است.



اولاً : آن را با مقطع INP طرح دهید.

ثانیاً : اگر تیر در سقف گچ کاری شده مورد استفاده قرار گیرد از نظر تغییر شکل نیز آن را کنترل کنید. $E=2\times10^6 \frac{kg}{cm^2}$ و $F_y=2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{600\times6^2}{8} = 2700 \text{ kg.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bc}} = \frac{2700\times10^2}{1584} = 170.5 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP20} , W_x=214 \text{ cm}^3$$

ثانیاً :

مقدار خیز ماکزیمم موجود برابر است با :

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(600\times10^{-2})\times600^4}{2\times10^6\times2140} = 2.37 \text{ cm}$$

چون سقف گچ کاری شده و تیر تحت بار زنده می‌باشد پس خیز مجاز $\frac{1}{360}$ طول دهانه تیر است :

$$\delta \text{ مجاز} = \frac{1}{360} \times 600 = 1.67 \text{ cm} < 2.37 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

چون خیز موجود بزرگتر از خیز مجاز است پس INP20 از نظر خیز جوابگو نمی‌باشد.

نیمرخ INP22 کنترل می‌شود :

$$\delta_{max} \text{ موجود} = \frac{5}{384} \cdot \frac{600\times10^{-2}\times600^4}{2\times10^6\times3060} = 1.65 \text{ cm} < 1.67 \text{ cm o.k.}$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

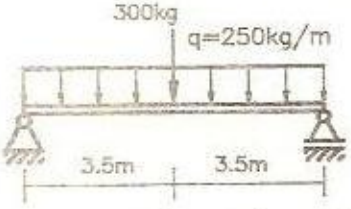
تذکّر :

در شرایطی که طول تیر زیاد بوده و بار وارده کم باشد، افزایش شماره تیر آهن غیر

اقتصادی بوده و بهتر است برای کم کردن خیز، تیر را بصورت لانه زنبوری درآورد. لانه زنبوری کردن تیر باعث افزایش ارتفاع مقطع تیر شده و در نتیجه ممان اینرسی متوسط مقطع (I_x) بزرگتر شده و مقدار خیز کاهش می‌یابد. تیرهای لانه زنبوری از نظر تحمل برش در معرض خطر می‌باشند ولی اگر شدت بار وارد بر تیر کوچک باشد مشکل برش نیز کمتر خواهد شد.

مساله

تیر زیر را با مقطع INP طرح داده و از نظر خیز کنترل نمائید. تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته بوده و خیز مجاز آن $\frac{1}{360}$ طول دهانه است. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$ و $E=2\times10^6\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$M_{max}=\frac{qL^2}{8}+\frac{PL}{4}=\frac{250\times7^2}{8}+\frac{300\times7}{4}=2056\ kg.m$$

$$W_x\geq\frac{M_x}{F_{bx}}=\frac{2056\times10^2}{1584}=130\ cm^3\Rightarrow INP\ 18\ ,\ W_x=161\ cm^3$$

کنترل خیز:

$$\delta_{مجاز}=\frac{L}{360}=\frac{1}{360}\times700=1.94\ cm$$

$$\delta_{max\ موجود}=\frac{5}{384}\cdot\frac{qL^4}{EI}+\frac{1}{48}\cdot\frac{PL^3}{EI}$$

$$=\frac{5}{384}\times\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times1450}+\frac{1}{48}\times\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times1450}=3.44\ cm$$

$$\delta_{max}=3.44\ cm>\delta_{مجاز}=1.94\ cm\quad N.G.$$

نیمرخ INP20 کنترل می‌شود:

$$\delta_{max}=\frac{5}{384}\cdot\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times2140}+\frac{1}{48}\cdot\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times2140}=2.33cm>1.94\quad N.G$$

نیمرخ INP22 کنترل می‌شود:

$$\delta_{max}=\frac{5}{384}\cdot\frac{250\times10^{-2}\times700^4}{2\times10^6\times3060}+\frac{1}{48}\cdot\frac{300\times700^3}{2\times10^6\times3060}=1.63cm<1.94\quad o.k$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

اثر سوراخ در تیرهای I شکل

بعضی مواقع در تیرها بنا به ضرورت باید سوراخ ایجاد نمود. مثلاً ممکن است برای اتصال قطعات به همدیگر لازم گردد. اگر در جان تیر سوراخ ایجاد گردد چون مدول مقطع را زیاد کاهش نمی‌دهد از نظر خمش نیاز به بررسی نبوده و از اثر سوراخ صرفنظر می‌شود ولی از نظر برش باید سطح کاهش یافته جان را در محاسبه در نظر گرفت. چون به اندازهٔ (ضخامت جان × مجموع قطر سوراخ‌ها) از سطح جان کاسته می‌شود لذا اگر V نیروی برشی در مقطع سوراخ شده ، d ارتفاع نیمرخ، ΣD مجموع قطر سوراخها و t_w ضخامت جان باشد آنگاه تنش ماکزیمم برشی موجود از رابطه زیر محاسبه خواهد شد :

$$f_v = \frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w}$$

این تنش باید از تنش مجاز برشی کوچکتر باشد.

اگر در بال تیر سوراخ ایجاد شود، مدول مقطع کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند. در ساختمانها که تحت بارهای استاتیکی می‌باشند، می‌توان از اثر سوراخهای

کوچک در بال نیز صرفنظر نمود. اگر حد تسلیم فولاد $F_y=2400\frac{kg}{cm^2}$ باشد و کمتر از 15% سطح بال سوراخ شود می‌توان از اثر سوراخ صرفنظر کرد. در صورتیکه سطح سوراخها از 15% سطح بال تجاوز کند آئین نامه اجازه می‌دهد که فقط اثر مازاد بر 15% در محاسبات اعمال گردد اما در عمل توصیه شده است که اثر کل سطح سوراخ شده، در محاسبات منظور شود و در حل مسائل این فصل نیز کل مساحت سوراخها در نظر گرفته شده است.

بطور کلی اگر رابطهٔ زیر برای یک بال برقرار باشد باید اثر سوراخها منظور گردد.

$$\frac{A_{fn}}{A_f} < \frac{F_y}{15000} + 0.69$$

که در آن :

F_y تنش تسلیم فولاد بر حسب $\frac{kg}{cm^2}$، A_f سطح مقطع $A_f=b_f\times t_f$ و A_{fn} مساحت باقیمانده بال می‌باشد یعنی مساحت بال منهای مساحت سوراخهای آن $(A_{fn}=A_f-t_f\times\Sigma D)$. توصیه شده است که مساحت سوراخها در یک بال از 25% مساحت مقطع بال بیشتر نباشد.

● اگر هر دو بال در یک مقطع از تیر بطور یکسان سوراخ شده باشند یک رابطهٔ تقریبی و عملی برای محاسبهٔ اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده بصورت زیر بیان می‌شود :

$$I_n=I-2A_h(\frac{d}{2})^2$$

$$W_n=\frac{I_n}{d/2}=\frac{I}{d/2}-A_h.d \Rightarrow W_n=W-A_h.d$$

I_n : ممان اینرسی مقطع سوراخ شده

I : ممان اینرسی مقطع قبل از سوراخ شدن

A_h : مساحت کل سوراخهای ایجاد شده در یک بال در مقطع موردنظر

$A_h = t_f \times \Sigma D$

d : ارتفاع نیمرخ

W_n: اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده

W : اساس مقطع نیمرخ قبل از سوراخ شدن

بنابراین در یک مقطع به ارتفاع d که در هر بال آن به اندازه سطح A_h سوراخ ایجاد شده است اندازه تقریبی کاهش مدول مقطع $A_h.d$ می‌باشد.

● اگر فقط در یک بال تیر سوراخ وجود داشته باشد تار خنثی به بال دیگر نزدیکتر می‌شود و نیاز به محاسبه خواهد بود اما در عمل راه حل زیر ارائه شده است:

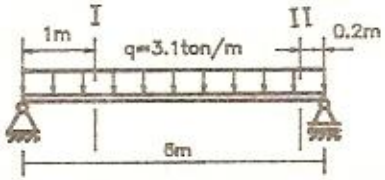
در حالتی که فقط یک بال تیر سوراخ شده است می‌توان فرض کرد که تار خنثی تغییر مکان نداده ولی بال دیگر مشابه بال سوراخ شده، دارای سوراخ می‌باشد پس می‌توان روابط قبلی را بکار برد. مثلاً مقطع که فقط در بال فوقانی دارای سوراخ است مشابه مقطع که در هر دو بال دارای سوراخ است، محاسبه می‌گردد.

اگر بر سازه‌ای بارهای دینامیکی وارد شود (مثلاً پلها) نه تنها باید اثر کوچکترین سوراخها را در نظرگرفت بلکه باید اثر تمرکز تنش در اطراف سوراخها را نیز مورد توجه قرار داد که این مورد مربوط به مبحث خستگی می‌باشد.

توجه داشته باشید که تا حد امکان باید از تعبیه سوراخهای بزرگ (جهت عبور لوله‌های گاز و آب و ...) خودداری نمود، در صورتی که لزوم آنها اجتناب ناپذیر باشد باید سعی نمود که در منطقهٔ لنگر بزرگ آنها را در جان تیر و در منطقهٔ برش بزرگ ، در بال تیر ایجاد نمود.

مساله

- تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است:



اولاً : آن را با نیمرخ IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر لازم باشد در جان تیر در مقطع شماره I به فاصله 1m از تکیه گاه دو سوراخ به قطرهای 2 و 3 سانتیمتر ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می باشد یا خیر.

ثالثاً : اگر لازم باشد در مقطع شماره II سه سوراخ یکسان به قطر 3 cm در جان تیر ایجاد شود آیا نیمرخ طرح شده جوابگو می باشد. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً :

$$M_{max}=\frac{qL^2}{8}=\frac{3.1\times6^2}{8}=13.95\ ton.m$$

$$W_x\geq\frac{M_x}{F_{bx}}=\frac{13.95\times10^5}{1584}=881\ cm^3\Rightarrow IPE\ 36\ ,\ W_x=904\ cm^3$$

$$V_{max}=\frac{3.1\times6}{2}=9.3\ ton$$

$$f_v=\frac{V}{d.t_w}=\frac{9.3\times10^3}{36\times0.8}=323\ \frac{kg}{cm^2}<F_v=0.4Fy=960\ \frac{kg}{cm^2}\ o.k$$

ثانیاً : مقدار نیروی برشی در مقطع شماره I برابر است با :

$$V_1=\frac{3.1\times6}{2}-3.1\times1=6.2\ ton$$

$$f_v=\frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w}=\frac{6.2\times10^3}{(36-(2+3))\times0.8}=250\ \frac{kg}{cm^2}<F_v=960\ \frac{kg}{cm^2}\ o.k$$

بنابراین در مقطع I می توان سوراخها را ایجاد کرد.

ثالثاً : مقدار نیروی برشی در مقطع شماره II برابر است با :

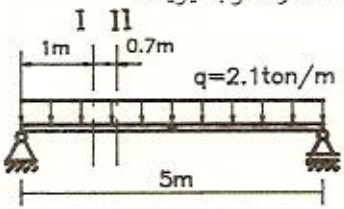
$$V_{II} = \frac{3.1\times6}{2} - 3.1\times0.2 = 8.68 \text{ ton}$$

$$f_v = \frac{V}{(d-\Sigma D)\times t_w} = \frac{8.68\times10^3}{(36-3\times3)\times0.8} = 402 \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k}$$

بنابراین در مقطع II نیز می‌توان سوراخها را ایجاد کرد.

مساله

تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است در نظر بگیرید:



اولاً : آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً : اگر لازم باشد که در مقطع شماره I در هر بال تیر دو سوراخ به قطر 1.5 cm ایجاد شود، آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می‌باشد یا خیر؟

ثالثاً : اگر لازم باشد همین سوراخها در مقطع II نیز ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می‌باشد یا خیر؟ در صورت خیر شماره تیر آهن مناسب را محاسبه کنید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

اولاً:

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2.1\times5^2}{8} = 6.56 \text{ ton.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6.56\times10^5}{1584} = 414 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE } 27 \text{ , } W_x = 429 \text{ cm}^3$$

ثانیاً :

$$A_h = 2\times1.5\times1.02 = 3.06 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 0.15\ A_f = 0.15\times13.5\times1.02 = 2.07 \text{ cm}^2 \\ < 0.25\ A_f = 0.25\times13.5\times1.02 \doteq 3.45 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

چون مساحت سوراخها بزرگتر از 15% مساحت بال است باید اثر آن را در نظر گرفت و چون کمتر از 25% سطح بال است توصیه مربوطه نیز رعایت شده است.

$$W_n = W - A_h.d = 429 - 3.06\times27 = 346\ cm^3$$

مقدار لنگر در مقطع شماره I برابر با :

$$M_I = \frac{2.1\times5}{2}\times 1 - 2.1\times1\times\frac{1}{2} = 4.2\ ton.m$$

تنش خمشی ماکزیمم در مقطع شماره I برابر است با :

$$f_{bI} = \frac{M_I}{W_n} = \frac{4.2\times10^5}{346} = 1214\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

پس این نیمرخ در مقطع شماره I جوابگو می‌باشد.

ثالثاً : مقدار لنگر در مقطع شماره II برابر است با:

$$M_{II} = \frac{2.1\times5}{2}\times 1.7 - 2.1\times1.7\times\frac{1.7}{2} = 5.89\ ton.m$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_n} = \frac{5.89\times10^5}{346} = 1702\ \frac{kg}{cm^2} > F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$ N.G.

پس نیمرخ IPE27 در مقطع شماره II جوابگو نمی‌باشد. نیمرخ IPE30 کنترل می‌شود :

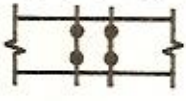
$$A_h = 2\times1.5\times1.07 = 3.21\ cm^2 > 0.15\ A_f = 0.15\times15\times1.07 = 2.4\ cm^2$$

$$W_n = W - A_h.d = 557 - 3.21\times30 = 460.7\ cm^3$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_x} = \frac{5.89\times10^5}{460.7} = 1278\ \frac{kg}{cm^2} < F_{bx} = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$ o.k

پس نیمرخ IPE30 مناسب می‌باشد.

تذکر : معمولاً افزایش شماره تیرآهن غیر اقتصادی بوده و راه حل منطقی نمی‌باشد. باید سعی شود در مقطع مقدار A_h کاهش داده شود. در صورت امکان بهترین روش برای رفع این مشکل آنستکه قطر سوراخها را در مقطع کاهش داده ولی بصورت زیر تعداد آنها را بیشتر کرده و در ردیفهای دیگری سوراخها را برروی بال تیر اجرا کرد.

مثلاً به جای از  استفاده شود.

خمش دو محوره ـ طراحی لاپه‌ها

در مقاطع تحت خمش دو محوره، اگر برآیند نیروهای وارد بر مقطع از مرکز برش بگذرد پیچش در مقطع بوجود نمی‌آید. در اینحالت مقطع وقتی جوابگو است که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

که در آن داریم :

f_{bx} : تنش ماکزیمم ناشی از لنگر خمشی حول محور x مقطع . $f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر حول محور x که براساس مطالب فصل اوّل و دوّم در مقاطع I شکل بصورت زیر محاسبه می‌شود :

$$L_b \leq L_1 , L_2 \Rightarrow \begin{cases} F_{bx} = 0.66\ F_y & \text{در مقاطع فشرده} \\ F_{bx} = 0.6\ F_y & \text{در مقاطع غیر فشرده} \end{cases}$$

درباره پارامترهای L_1 و L_2 در فصل اول توضیحات لازم داده شده است.

در مقاطع فشرده یا غیر فشرده :

$$L_b > L_1 \text{ یا } L_2 \Rightarrow F_{bx} = \min \left\{ 0.6F_y \text{ و } \text{Max}\{F_{b1}, F_{b2}\} \right\}$$

f_{by}: تنش ماکزیمم ناشی از لنگر خمشی حول y $f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$

F_{by}: تنش مجاز خمشی مقطع حول y.

در مقاطع فشرده: $F_{by} = 0.75\ F_y$

در مقاطع غیر فشرده: $F_{by} = 0.6\ F_y$

برای تخمین اولیه مقطع بصورت زیر عمل می‌شود :

فرض می‌شود $f_{bx} + f_{by} \leq F_{bx}$ آنگاه :

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq F_{bx} \Rightarrow M_x + M_y \cdot \frac{W_x}{W_y} \leq W_x \cdot F_{bx}$$

اگر $n = \frac{W_x}{W_y}$ انتخاب شود آنگاه :

$$M_x + nM_y \leq W_x \cdot F_{bx} \Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

$M_x + nM_y$ را لنگر معادل گویند.

مقدار n مختلف بوده و بستگی به نوع مقطع دارد. بعنوان تخمین اولیه مقادیر زیر را می‌توان در نظر گرفت :

در مقاطع INP	n= 8
در مقاطع IPE	n = 7
در مقاطع ناودانی (UNP)	n=6
در مقاطع IPB	n = 3

تذکر :

1 ـ در روابط فوق و روابط بعدی x محور قوی مقطع در خمش و y محور ضعیف مقطع در خمش می‌باشد.

2 ـ این روابط برای محورهای اصلی اینرسی مقطع (در اینجا y,x) صادق هستند و

در مقاطعی مانند ⌊ باید محورهای اصلی اینرسی مقطع مشخص شود.

3 ـ در مقاطع فشرده تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف $F_{by}=0.75F_y$ در نظر گرفته شده است که در مقایسه با تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقدار بزرگتری را دارد. یکی از علل این مسأله آنستکه وقتی تیری تحت خمش حول محور قوی قرار می‌گیرد خطر کمانه کردن تیر حول محور ضعیف وجود داشته و این کمانش باعث ضعف تیر می‌گردد و باید تنش مجاز را کوچکتر گرفته و در محاسبهٔ آن به کمانش جانبی‌تیر نیز توجه شود. اما در خمش تیر حول محور ضعیف خطر کمانه کردن تیر حول محور قوی وجود نداشته و نیازی به کنترل کمانش جانبی نمی‌باشد. البته دلایل دیگری نیز وجود دارد که برای اطلاع از آنها باید به کتابهای مرجع مراجعه کنید.

4 ـ با توجه به رابطهٔ لنگر معادل M_x+nM_y مشاهده می‌شود که هر واحد M_y ، n برابر شده و در واقع n برابر هر واحد M_x اثر دارد لذا در طراحی و اجرای قطعات باید تا آنجا که ممکن است تلاش نمود مقدار M_y کاهش داده شود.

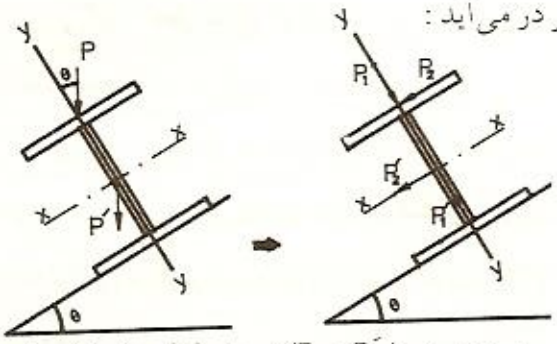
5 ـ معمولاً بارگذاری تیرها بصورتی است که بارها بر بال فوقانی تیر وارد می‌شود و در صورت وجود بارهای موازی عرض بال، برآیند بارها از مرکز برش مقطع نمی‌گذرد و در مقطع پیچش ایجاد می‌شود. چون تئوری پیچش خصوصاً برای مقاطع غیر دایره‌ای پیچیده و وقت گیر می‌باشد، از یک روش عملی در این مواقع استفاده می‌شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

طراحی لاپه‌ها:

لاپه‌ها تیرهایی می‌باشند که برروی سقفهای شیبدار مورد استفاده قرارگرفته تا پوشش سقف برروی آن قرار گیرد. پس بارهای وارد بر لاپه‌ها، وزن خود تیر به‌

اضافه بار برف و ... و وزن پوشش روی لاپه می‌باشد. لاپه یکی از انواع تیرهایی است که تحت خمش دو محوره و پیچش قرار می‌گیرد.

اگر بار ناشی از سقف P و وزن تیر P´ نامیده شود، چون مقطع تیر نسبت به سطح افق دارای زاویه θ می‌باشد، بارهای P و P´ در امتداد محورهای اصلی اینرسی مقطع تجزیه شده و بصورت زیر در می‌آید :



$$\begin{cases} P_1 = P\ \mathrm{Cos}\theta \\ P_2 = P\ \mathrm{Sin}\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} P'_1 = P'\ \mathrm{Cos}\theta \\ P'_2 = P'\ \mathrm{Sin}\theta \end{cases}$$

با دقت در شکل فوق مشاهده می‌شود که بار $(P_1+P'_1)$ ایجاد M_x می‌نماید یعنی فقط خمش حول محور x را سبب می‌شود. بار P'_2 فقط خمش حول محور y یعنی M'_y را ایجاد می‌کند. اما بار P_2، هم خمش حول محور y یعنی M_y و هم پیچش در مقطع یعنی M_z را بوجود می‌آورد.

در عمل برای طراحی اینگونه تیرها فرض می‌شود که اثر نیروهای P_1، P'_1 و P'_2 را کل مقطع تیر تحمل کرده ولی اثر نیروی P_2 را فقط بال فوقانی تیر تحمل می‌کند و این فرض اثر پیچش وارد بر مقطع را جبران می‌نماید. در مقاطعی که معمولاً بعنوان لاپه مورد استفاده قرار می‌گیرند بالهای بالا و پایین مقطع یکسان بوده و ضخامت جان در مقایسه با عرض بال کوچک می‌باشد بنابراین می‌توان نوشت :

I_y کل مقطع $= I_{yw}$ جان $+ 2I_{yf}$ بال

اگر از اثر جان صرفنظر شود : $I_y = 2I_{yf}$ کل مقطع

پس اساس مقطع کل برابر است با: $W_y = \dfrac{I_y}{b_f/2} = \dfrac{2I_{yf}}{b_f/2}$.

از طرفی اساس مقطع یکبال برابر است با : $W_{yf}=\frac{I_{yf}}{b_f/2}$

با مقایسه روابط فوق نتیجه می‌شود که : $W_{yf} = \frac{W_y}{2}$

برای تخمین اولیه مقطع لاپه در صورتیکه از وزن لاپه صرفنظر شود رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$f_{bx} + f_{by} \le F_{bx} \Rightarrow \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_{yf}} \le F_{bx} \Rightarrow M_x + \frac{M_y.W_x}{W_y/2} \le W_x.F_{bx}$$

با انتخاب $n = \frac{W_x}{W_y}$ رابطهٔ تخمینی زیر بدست می‌آید :

$$\text{لازم } W_x \ge \frac{M_x+2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطهٔ فوق M_x لنگر ناشی از P_1 و M_y لنگر ناشی از P_2 می‌باشد و ظاهر شدن ضریب 2 (در عبارت 2n) بخاطر اثر پیچش است. دربارهٔ مقادیر تخمینی عدد n نیز قبلاً توضیح داده شده است.

در صورتیکه در مقطع M_y' (بدون اثر پیچش) نیز وجود داشته باشد رابطهٔ تقریبی فوق بصورت زیر در می‌آید: (در لاپه‌ها معمولاً چنین اثری فقط در اثر وزن تیر (P_2') بوجود می‌آید.)

$$W_x \ge \frac{M_x+nM_y'+2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطهٔ فوق M_x لنگر ناشی از بار (P_1+P_1') و M_y' ناشی از بار P_2' و M_y ناشی از بار P_2 می‌باشد.

پس از آنکه نیمرخی برای لاپه تخمین زده شد باید آن را کنترل نمود. برای اینکار باید دو مقطع کنترل شود، یکی مقطعی از لاپه که در آن M_x ماکزیمم است و دیگری مقطعی که M_y ماکزیمم است.

کنترل مقطع لاپه :

مقطعی جوابگو می‌باشد که در آن رابطهٔ $\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$ برقرار باشد.

f_{bx} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول x:

$$f_{bx}=\frac{M_x}{W_x}$$

f_{by} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول y:

$$f_{by}=\frac{M_y}{W_y/2} + \frac{M'_y}{W_y} = \frac{2M_y+M'_y}{W_y}$$

M_x لنگر ناشی از بار $(P_1+P'_1)$ ، My لنگر ناشی از بار P_2 و $M\acute{y}$ لنگر ناشی از بار P'_2 می‌باشد . W_x و W_y اساس مقطع کل مقطع حول محورهای x و y است.

در صورتیکه در تخمین اولیه، وزن تیر را مقداری فرض کرده و M'_y براساس آن محاسبه شده باشد، درکنترل نهایی می‌توان f_{by} را از رابطهٔ زیر بدست آورد:

$$f_{by} = \frac{2M_y+M'_y\times(G/p')}{W_y}$$

در رابطهٔ فوق G وزن واقعی لاپه و p' وزن فرض شده لاپه است.

F_{bx} و F_{by} نیز تنشهای مجاز خمشی می‌باشند....

بنابراین بطور خلاصه روال طراحی لاپه‌ها بترتیب زیر می‌باشد:

1 ـ بار وارد به هر لاپه را محاسبه و وزن تیر را هم حدس زده، تصاویر آنها بر امتداد محورهای اصلی اینرسی مقطع بدست می‌آید.

2 ـ تیر را تحلیل کرده مقادیر M_x، M_y و M'_y محاسبه می‌شود.

برای محاسبهٔ M_x بار $P_1+P'_1$، برای محاسبهٔ M_y بار P_2 و برای محاسبه M'_y بار P'_2 به تیر اعمال می‌شود.

3 ـ از رابطهٔ زیر W_x لازم و از روی آن شماره تیر آهن لازم تخمین زده می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y + 2nM_y}{F_{bx} = 0.6F_y}$$

4 ـ کنترل مقطع :

پس از تخمین نیمرخ لازم ، برای کنترل آن مقادیر f_{bx} ، f_{by} ، F_{bx} و F_{by} را بگونه‌ای که قبلاً شرح داده شد محاسبه کرده و باید رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

تذکر : 1 ـ در طراحی لاپه پیشنهاد می‌شود که مقدار تنش مجاز در خمش حول محور قوی مقطع (F_{bx}) بزرگتر از $0.6F_y$ منظور نشود.

2 ـ تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف مقطع را در مقاطع ناودانی و Z $0.6\ F_y$ در نظر بگیرید.

3 ـ با توجه به رابطهٔ تخمینی مشاهده می‌شود که اثر یک واحد M_y ، $2n$ برابر اثر یک واحد M_x است پس تا آنجا که ممکن است باید M_y را کوچکتر نمود.

برای این کار چندین راه وجود دارد:

راه اول : کوچک کردن زاویه θ ، در اینصورت مقدار P_2 کم می‌شود. یعنی یک راه کاهش شیب سقف می‌باشد. البته این کاهش محدودیت دارد.

راه دوم : استفاده از مقاطعی که $n=\frac{W_x}{W_y}$ کوچکتری دارند.

راه سوم : استفاده از میل مهار که بهترین و منطقی‌ترین روش می‌باشد.

میل مهارها عبارتند از قطعاتی که لاپه‌ها را به هم وصل کرده و در خمش حول y مقطع مانند تکیه‌گاه عمل می‌کنند در نتیجه طول تیر را به قطعات کوچکتری تقسیم کرده و M_y موجود کاهش می‌یابد. میل مهارها عموماً با میلگرد (آرماتور) طرح داده می‌شوند.

طراحی میل مهار :

لاپه در خمش حول y مقطع در نظر گرفته شده و تحت بار (P_2+P_2') تحلیل می‌شود. در اینحالت نیروی فشاری در تکیه گاه‌ها که از لحاظ اندازه همان نیروی کششی موجود در میل مهارها می‌باشد، بدست می آید این نیرو، نیروی کششی میل مهارهای ردیف آخر در پایین سطح شیبدار است (نیروی F) . برای محاسبهٔ بزرگترین نیرو در میل مهار، نیروی بدست آمده فوق را در تعداد لاپه‌ها ضرب کرده تا نیروی F_1 بدست آید. بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار $F'=\frac{F_1}{\cos\theta}$ می‌باشد. به اشکال نشان داده شده توجه کنید.

مساحت لازم برای میل مهار از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y}$$

تذکر :

1 ـ در عمل لاپه‌ها را با فواصل مساوی در کنار همدیگر قرار می‌دهند بنابراین سهم بار وارد بر هر کدام از آنها تقریباً برابر می‌باشد .

2 ـ اتصال تیرهای لاپه به تیرهای اصلی سقف شیبدار بصورت دو سر مفصلی در نظر گرفته می‌شود.(در این کتاب)

3 ـ اتصال میل مهارها به جان لاپه‌ها پیچ و مهره می‌باشد.

4 ـ نیروی F' محاسبه شده برای طراحی میل مهار، بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار فوقانی می‌باشد و در عمل چون میلگردهای کوچکی بدست می‌آید، همه میل ـ

مهارها یکسان طراحی می‌شوند. بدیهی است به میل مهارهای ردیفهای پایین‌تر نیروی کمتری وارد می‌شود.

5 ـ در تحلیل لاپه‌ها در خمش حول y، میل مهارها نقش تکیه گاه را دارند و در تحلیل لاپه‌ها در خمش حول x میل مهارها نقش تکیه گاه جانبی را ایفا می‌کنند.

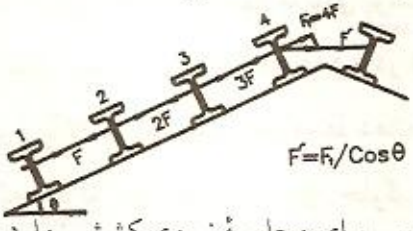
6 ـ تنش مجاز قطعات کششی $F_t=0.6F_y$ می‌باشد. از طرفی میل مهارها نیز قطعات کششی می‌باشند ولی چون در میل مهارها جهت اتصال پیچی، رزوه ایجاد می‌شود، سطح مؤثر میلگرد کاهش می‌یابد. فرض می‌شود مساحت کاهش یافته 0.7 مساحت میلگرد باشد بنابراین :

$$\frac{F'}{0.7A} \le 0.6\,F_y \Rightarrow \frac{F'}{A} \le 0.42F_y \Rightarrow \quad A \ge \frac{F'}{0.42F_y}$$

بدین ترتیب تنش مجاز کششی در میل مهارها $F_t=0.42\ Fy$ در نظر گرفته می‌شود.

پس اگر حد تسلیم فولاد میل مهار $F_y=2400\frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه $F_t\simeq 1000\frac{kg}{cm^2}$ خواهد شد.

7 ـ در محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهارهای ردیفهای بالاتر، میل مهارها را برروی یک راستا در نظر می‌گیرند اگر چه در عمل در یک راستا نباشند.



8 ـ یک راه سریع و تقریبی برای محاسبهٔ نیروی کششی وارد بر میل مهار استفاده از سطح بارگیر میل مهار می‌باشد.

به این ترتیب که تصاویر نیروهای وارد بر لاپه به موازات سطح شیبدار محاسبه شده و از حاصلضرب این نیروها در کل سطح بارگیر یک ردیف میل مهار، ماکزیمم نیروی کششی وارد بر میل مهار بدست آمده و میل مهار برای این نیرو

طراحی می‌شود. با این روش اکثراً نیروی کششی کوچکتری بدست آمده، پس قطر کوچکتری را برای میل مهار نتیجه داده و ضریب اطمینان کاهش می‌یابد. اگر چه این روش تقریبی بوده و تا حدودی به زیان اطمینان می‌باشد، اما چون میل مهار یک قطعه اصلی نبوده و از طرفی سرعت محاسبه نیز زیادتر می‌شود، بنابراین مورد قبول واقع شده است.

چند توصیه:

1 ـ توصیه می‌شود برای شیبهای بزرگتر از $\frac{1}{4}$ ($\theta > 14^\circ$) از میل مهار استفاده شود.

2 ـ توصیه می‌شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سبک (ورقهای موجدار آلومینیومی یا فولادی) در لاپه‌های بطول بیشتر از 6 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه‌های با طول کمتر از 6 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.

3 ـ توصیه می‌شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سنگین (سفالی یا بتنی) در لاپه‌های با طول بیشتر از 4.2 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه‌های با طول کمتر از 4.2 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.

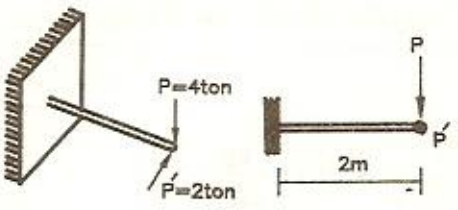
4 ـ توصیه می‌شود که حدّاقل قطر میل مهار برای جلوگیری از آسیب دیدگیهای حین اجراء ورزوه کاری $\Phi_{min}=16$ mm باشد.

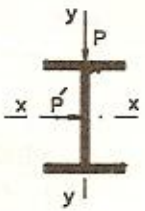
مساله

تیر طره‌ای زیر را با مقاطع زیر طرح دهید: $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

الف ـ مقطع INP.

ب ـ مقطع IPB.





حل)

در این تیر M_x ماکزیمم و M_y ماکزیمم، هر دو در انتهای گیردار تیر قرار دارند. پس کنترل آن مقطع کافی می‌باشد:

$$|M_x| = 4\times2 = 8 \text{ ton.m}$$

$$|M_y| = 2\times2 = 4 \text{ ton.m}$$

الف) با توجه به اینکه در مقطع پیچش بوجود نمی‌آید، برای تخمین اولیه مقطع از رابطهٔ زیر استفاده می‌شد:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

چون مقطع از نوع INP می‌باشد $n=8$ در نظر گرفته می‌شود و با فرض $F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ داریم :

$$W_x \geq \frac{(8+8\times4)\times10^5}{1440} = 2778 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، INP50 با $W_x = 2750 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{2750} = 291 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{268} = 1493 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنشهای مجاز :

با توجه به اینکه مقطع نورد شده می‌باشد پس فشرده است.

$$L_1 = 13b_f = 13\times18.5 = 240.5 < L_b = 2\times200 = 400$$

چون انتهای کنسول تکیه‌گاه جانبی ندارد، دو برابر طول آن در محاسبات منظور می‌شود.

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times50/(18.5\times2.7)} = 3671\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 3671\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

بنابراین تنش مجاز خمشی تیر حول x، $F_{bx}=0.6\ F_y=1440\ \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$F_{by} = 0.75F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{291}{1440} + \frac{1493}{1800} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ INP50 جواب مسأله است.

در صورت لزوم با توجه به قضاوت مهندس طراح، می‌توان تیر را در تکیه‌گاه تقویت کرد و یا نیمرخ قویتری پیشنهاد نمود.

ب) چون مقطع از نوع IPB است برای تخمین مقطع n=3 در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{(8+3\times4)\times10^5}{1440} = 1389\ cm^3 \Rightarrow IPB28\ ,\ W_x = 1380\ cm^3$$

کنترل مقطع :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{1380} = 580\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{471} = 849\ \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times28 = 364 < L_b = 400$$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{400\times28/(28\times1.8)} = 6615\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = 6615\ \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{580}{1440} + \frac{849}{1800} = 0.87 < 1$$

این مقطع غیر اقتصادی بنظر می‌رسد بنابراین IPB26 کنترل می‌شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8\times10^5}{1150} = 696\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4\times10^5}{395} = 1013\ \frac{kg}{cm^2}$$

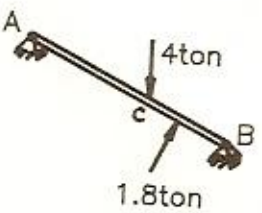
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{696}{1440} + \frac{1013}{1800} = 1.05 > 1 \qquad \text{N.G.}$$

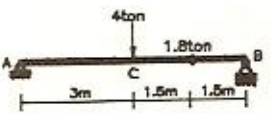
IPB26 ضعیف بوده، پس IPB28 جواب مسأله می‌باشد.

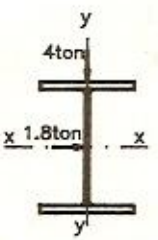
مساله

تیر زیر در نقاط C,B,A تکیه‌گاه جانبی دارد، آن را با مقطع IPE طرح دهید.

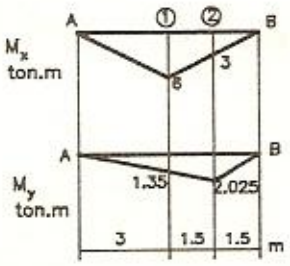
$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$.







حل)



ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرامهای تغییرات لنگرهای خمشی حول محور x و حول محور y مقطع رسم می‌شود. توجه داشته باشید که تکیه گاه جانبی برای بال فشاری در نقطهٔ C، بعلت ضعیف بودن نمی‌تواند بعنوان تکیه گاه قائم جهت y محسوب شود. برای هر دو جهت خمش، تیر دو سرمفصلی در نظر گرفته می‌شود.

پس از رسم نمودارها، مشاهده می‌شود که باید دو مقطع از تیر کنترل گردد.

مقطع 1 :

لنگرهای خمشی وارد بر این مقطع برابرند با : $M_x = 6$ ton.m

$M_y = 1.35$ ton.m

چون مقطع از نوع IPE می‌باشد، $n=7$ منظور شده و مقطع اولیه بصورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}} = \frac{(6+7\times1.35)\times10^5}{0.6\times2400} = 1073 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{IPE40} \ , \ W_x = 1160 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{1160} = 517.3 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35\times10^5}{146} = 925 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times18 = 234 < L_b = 300$$

$$F_{b2} = \frac{840000 \ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.75}{300\times40/(18\times1.35)} = 2977 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6\, F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\, F_y = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{517.3}{1440} + \frac{925}{1800} = 0.87 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل مقطع 2:

در این مقطع لنگرهای خمشی وارده برابرند با :

$$M_x = 3 \text{ ton.m} \quad \text{و} \quad M_y = 2.025 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{3\times10^5}{1160} = 259 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2.025\times10^5}{146} = 1387 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{259}{1440} + \frac{1387}{1800} = 0.95 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین مقطع IPE 40 مناسب می‌باشد.

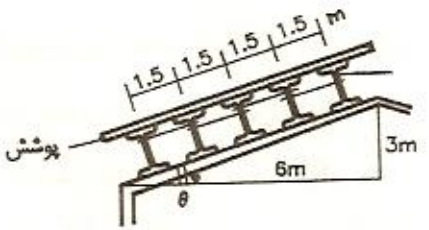
مساله

در سازه مقابل مطلوبست :

الف ـ طراحی لاپه‌ها با مقطع INP.

ب ـ طراحی میل مهارها.

ج ـ طراحی لاپه‌ها با مقطع ناودانی.



طول لاپه‌ها 8 m بوده و در فواصل 2 متری دارای میل مهار می‌باشد.

وزن پوشش + وزن برف = بار وارده $= 225+25=250 \frac{kg}{m^2}$

حل)

ابتدا بار وارد بر هر لاپه محاسبه می‌شود، چون سهم هر لاپه 1.5m از پوشش می‌باشد پس :

$$P = 250 \times 1.5 = 375 \frac{kg}{m}$$

با فرض آنکه وزن لاپه $P'=30 \frac{kg}{m}$ باشد تصاویر بارهای P و P' بر محورهای اصلی اینرسی مقطع بصورت زیر بدست می‌آید:

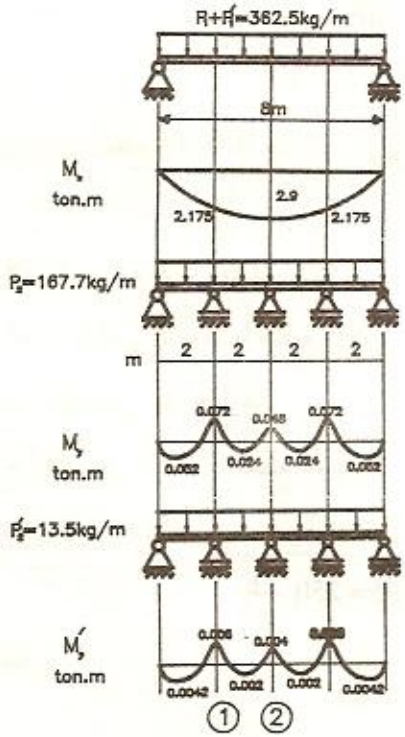
$$tg\,\theta = \frac{3}{6} = 0.5 \Rightarrow Sin\,\theta = 0.447\,,\ Cos\theta = 0.894$$

$$P_1 = P\,Cos\theta = 375 \times 0.894 = 335.5 \frac{kg}{m}$$

$$P_2 = P\,Sin\theta = 375 \times 0.447 = 167.7 \frac{kg}{m}$$

$$P_1' = P'Cos\theta = 30 \times 0.894 = 27 \frac{kg}{m}$$

$$P_2' = P'Sin\theta = 30 \times 0.447 = 13.5 \frac{kg}{m}$$



برای محاسبهٔ M_x بار (P_1+P_1') بصورت گسترده یکنواخت برروی تیر قرار داده می‌شود. در این جهت تیر دارای تکیه‌گاههای جانبی بفواصل 2m از همدیگر می‌باشد. برای محاسبهٔ M_y بار P_2 برروی تیر قرار داده می‌شود. در این جهت میل مهارها نقش تکیه گاه قائم را دارند. برای محاسبهٔ M'_y بار P'_2 بر تیر اعمال می‌شود. در اینحالت نیز میل مهارها نقش تکیه‌گاه قائم را دارند.

پس از تحلیل تیر دیاگرامهای

تغییرات لنگرهای خمشی بدست می‌آید. با توجه به دیاگرامها مشاهده می‌شود که لاپه را در دو مقطع باید کنترل کرد. یکی مقطعی است که در آن M_x ماکزیمم است یعنی مقطع 1 و دیگری مقطعی است که در آن M_y ماکزیمم است یعنی مقطع 2.

الف) بررسی در مقطع 1:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با :

$$M_x = 2.9 \text{ ton.m} \quad , \quad M_y = 0.048 \text{ ton.m} \quad , \quad M'_y = 0.004 \text{ ton.m}$$

برای تخمین مقطع چون نیمرخ از نوع INP می‌باشد، $n=8$ در نظر گرفته می‌شود :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9+8\times0.004+2\times8\times0.048)\times10^5}{1440} = 257\text{cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، نیمرخ INP22 با $W_x=278\text{cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

در اینجا از اصلاح P' در محاسبهٔ f_{bx} بعلت ناچیز بودن اختلاف وزن واقعی و وزن فرض شده خودداری می‌شود.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9\times10^5}{278} = 1044 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P'}{W_y} = \frac{(2\times0.048+0.004\times31.1/30)\times10^5}{33.1} = 303 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times9.8 = 127.4 < L_b = 200$$

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{2.175}{2.9} = -0.75$$

$$\Rightarrow C_b = 1.75 + 1.05\times(-0.75) + 0.3\times(-0.75)^2 = 1.13 < 2.3$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.13}{200\times22/(9.8\times1.22)} = 2579 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6\,F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\,F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1044}{1440} + \frac{303}{1800} = 0.89 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل در مقطع 2:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با:

$M_x = 2.175$ ton.m و $M_y = 0.072$ ton.m و $M'_y = 0.006$ ton.m

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175\times10^5}{278} = 783\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P'}{W_y} = \frac{(2\times0.072 + 0.006\times31.1/30)\times10^5}{33.1} = 454\ \frac{kg}{cm^2}$$

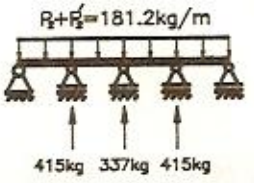
$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{783}{1440} + \frac{454}{1800} = 0.8 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ INP22 مناسب می‌باشد.

ب)

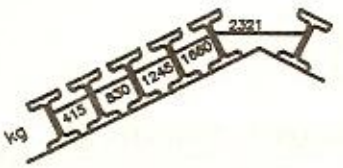
برای محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهارها بار $(P_2+P'_2)$ بر تیر اعمال شده و عکس‌العمل تکیه گاهها محاسبه می‌شود.



نتایج بصورت مقابل می‌باشد.

از اصلاح P'_2 صرفنظر شده است.

بزرگترین نیرو در میل مهارهای ردیف پایین $F=415$ kg می‌باشد چون تعداد لایه‌ها



5 عدد می‌باشد پس :

$$F_1 = 5F = 5 \times 415 = 2075 \text{ kg}$$

$$F' = \frac{F_1}{\text{Cos}\theta} = \frac{2075}{0.894} = 2321 \text{ kg}$$

طراحی میل مهار :

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y} = \frac{2321}{1000} = 2.32 \text{ cm}^2$$

پس میلگرد $\Phi 18mm$ با $A = 2.54 cm^2$ مناسب می‌باشد.

محاسبهٔ نیروی وارد بر میل مهار با روش دوّم :

وزن برف $225 \frac{kg}{m^2}$ ، وزن پوشش $25 \frac{kg}{m^2}$ ، وزن لاپه $20 \frac{kg}{m^2}$

$\text{Cos}\theta = 0.894$

$\text{Sin}\theta = 0.447$

بافرض اینکه عرض پوشش (در امتداد شیب) 7.5 متر باشد داریم :

سطح بارگیر میل مهار × تصویر بار در امتداد شیب = نیروی وارد بر میل مهار

$$= [(225+25+20) \times \text{Sin}\theta] \times [\frac{8}{4} \times 7.5] = 1810 \text{ kg}$$

معمولاً با همین نیرو میل مهار طراحی می‌شود. اما باید توجه داشت که این نیرو مشابه نیروی F_1 می‌باشد پس اگر مانند نیروی F_1 برخورد شود میل مهار باید نیروی $\frac{1810}{\text{Cos}\theta} = 2025 \text{ kg}$ تحمل کند.

ج) چون مقطع ناودانی می‌باشد، برای تخمین ، $n=6$ در نظر گرفته می‌شود.

بررسی در مقطع 1 :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9 + 6 \times 0.004 + 2 \times 6 \times 0.048) \times 10^5}{1440} = 243 \text{cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، UNP22 با $W_x = 245 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9\times10^5}{245} = 1184\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G / P'}{W_y} = \frac{(2\times0.048 + 0.004\times29.4/30)\times10^5}{33.6} = 298\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000\ C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1.13}{200\times22/(8\times1.25)} = 2157\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440\frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 0.6\ F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1184}{1440} + \frac{298}{1440} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، قابل قبول می‌باشد.

کنترل در مقطع 2:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175\times10^5}{245} = 888\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{(2\times0.072 + 0.006\times29.4/30)\times10^5}{33.6} = 446\ \frac{kg}{cm^2}$$

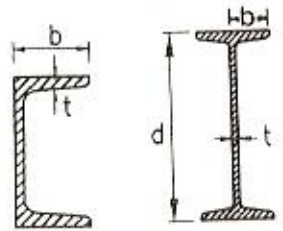
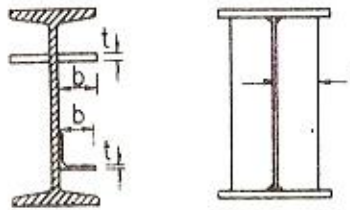
$$F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

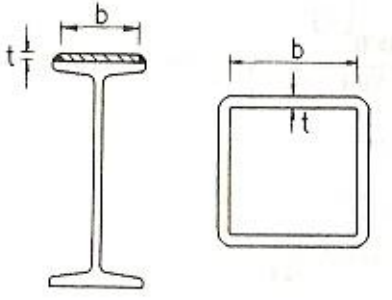
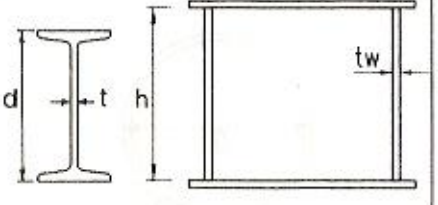
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{888}{1440} + \frac{446}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

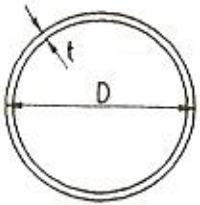
بنابراین ناودانی 22 مناسب می‌باشد.

تنش های مجاز خمشی و برشی

- تعیین محدودیتهای پهنای آزاد به‌ضخامت در عناصر فشاری تیرها:

عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
بالهای تیر نوردشده I و ناودانی در خمش		b/t	$\frac{545}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{795}{\sqrt{Fy}}$
بالهای تیر مرکب I (با اتصال جوش) در خمش		b/t	$\frac{545}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{795}{\sqrt{Fy/K_c^\circ}}$
تسمه‌ها یا نبشیها که به‌طور برجسته بر تیر قرار می‌گیرند. قطعات تقویتی در تیرهای مرکب.		b/t	کاربرد ندارد	$\frac{795}{\sqrt{Fy}}$

عضو تحت تنش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع نشرده	مقاطع غیرفشرده
ورقهای تقویتی روی بال‌تیر بادوخط اتصال در دولبهٔ موازی، بالها مقطع قوطی شکل با ضخامت ثابت جدار در خمش		b/t	$\frac{1590}{\sqrt{Fy}}$	$\frac{1995}{\sqrt{Fy}}$
جان قطعات تحت‌اثر فشار حاصل‌از خمش		$\frac{d}{t}$	$\frac{5365}{\sqrt{Fy}}$	
		$\frac{h}{t_w}$		$\frac{6370^*}{\sqrt{F_b}}$

عضو تحت خمش		پهنا	حداکثر نسبت پهنای آزاد به‌ضخامت	
توضیح	شکل	به‌ضخامت	مقاطع فشرده	مقاطع غیرفشرده
مقاطع دایره‌ای توخالی تحت خمش		$\frac{D}{t}$	$\frac{232\times10^3}{Fy}$	

در این جدول:

Fy= حد جاری شدن فولاد مصرفی $\frac{kg}{cm^2}$

F_b= تنش مجاز در خمش $\frac{kg}{cm^2}$

D= قطر خارجی لوله می‌باشد

اگر $\frac{h}{t} > 70$ باشد $K_C = \frac{4.05}{\left(\frac{h}{t}\right)^{0.46}}$ و در غیر این صورت $K_C=1$.

* پیشنهاد می‌شود به‌جای رابطهٔ مذکور، از رابطهٔ زیر که اثر نیروی محوری نیز در آن مخلوط شده استفاده شود:

$$\frac{6370}{\sqrt{F_b}}\left(1-1.25\frac{fa}{Fy}\right)$$

تعیین تنش مجاز خمشی

پارامترهای ابعادی مقطع I:

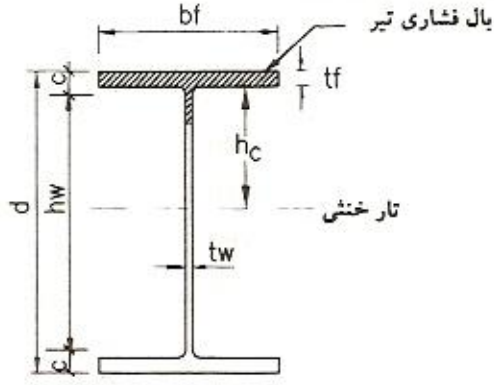
b_f= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

t_f= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

t_w= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

d= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است (cm)

h_w= در شکل ۱ به‌نمایش در آمده است d−2c (cm)



شکل ۱

c= فاصلهٔ انتهای گردی اتصال بال به‌جان در نیمرخهای نوردشده، یا انتهای ساق جوش در نیمرخهای ساخته شده از وجه خارجی بال (cm)

h_c= ارتفاع بخش فشاری جان تیر (cm)

L_b= طول آزاد (فاقد مهار جانبی) بال فشاری تیر (cm)

K_c= ضریب اصلاحی

A_f= مساحت بال فشاری تیر $b_f \times t_f = (cm^2)$

F_y= تنش جاری شدن فولاد تیر (kg/cm^2)

r_T= شعاع ژیراسیون بخش هاشورخورده شکل ۱ (نیمرخ سپری) که شامل بال فشاری تیر و

$\frac{1}{3}$ جان تخت تحت فشار می‌گردد، حول محوری که عمود بر بال از مرکز صفحهٔ جان می‌گذرد.

$$r_T = \left(\frac{t_f b_f^3 / 12}{b_f \times t_f + \frac{1}{3} h_c t_w} \right)^{\frac{1}{2}} \simeq 1.2 r_y$$

F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_1 = تنش مجاز خمشی ناشی از مقاومت ستونی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bc} = تنش مجاز خمشی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bt} = تنش مجاز خمشی بال کششی (kg/cm^2)

C_b = ضریب تغییرات لنگر خمشی (مقدار محافظه‌کارانهٔ این ضریب ۱ می‌باشد و نحوهٔ تعیین مقدار دقیق آن در بند ۱۰ ـ ۱ ـ ۲ ـ ۱ آیین‌نامه معرفی شده است.)

پارامترهای ابعادی مقطع ناودانی:

b_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

t_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

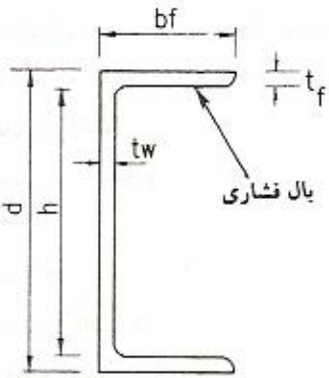
t_w = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

d = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

h = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. $d-2t_f$

L = طول مهارنشده، (بدون تکیه‌گاه جانبی) بال فشاری (cm)

A_f = سطح مقطع بال فشاری $b_f \times t_f$ (cm^2)



F_b= تنش مجاز خمشی حول محور قوی (kg/cm^2)

C_b= ضریب تغییرات لنگر خمشی

پارامترهای ابعادی مقطع جعبه‌ای:

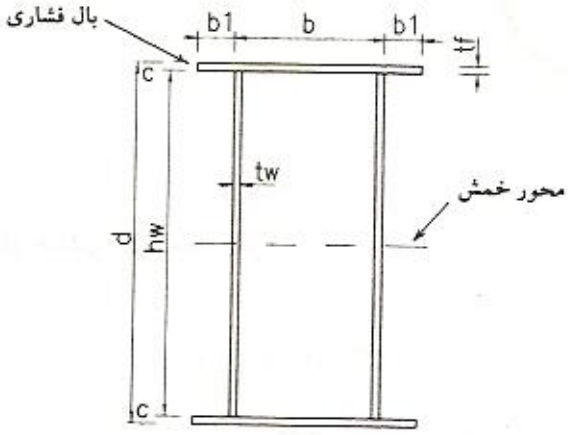
b= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_f= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

d= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_w= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

h_w= در شکل زیر معرفی شده است. (cm)



c= فاصلهٔ انتهای ساق‌جوش از وجه خارجی بال (cm)

f_a= تنش فشاری وارد بر مقطع در اثر نیروی محوری (kg/cm^2)

L_b= طول آزاد (بدون مهار جانبی) بال فشاری (cm)

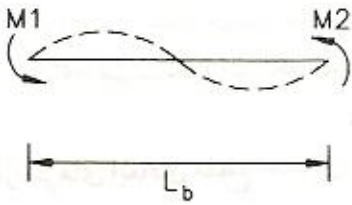
F_b= تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

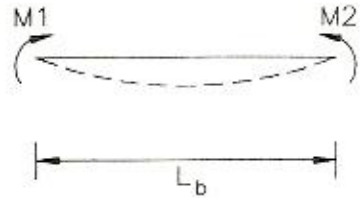
F_y= تنش جاری شدن فولاد عضو (kg/cm^2)

M_1= لنگر کوچکتر مربوط به‌یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

M_2= لنگر بزرگتر مربوط به‌یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

علامت $\frac{M_1}{M_2}$ در صورتی‌که انحنای دوبل در عضو ایجاد نمایند مثبت و در صورت ایجاد انحنای تک در مقطع منفی است.





پارامترهای ابعادی مقطع لوله‌ای:

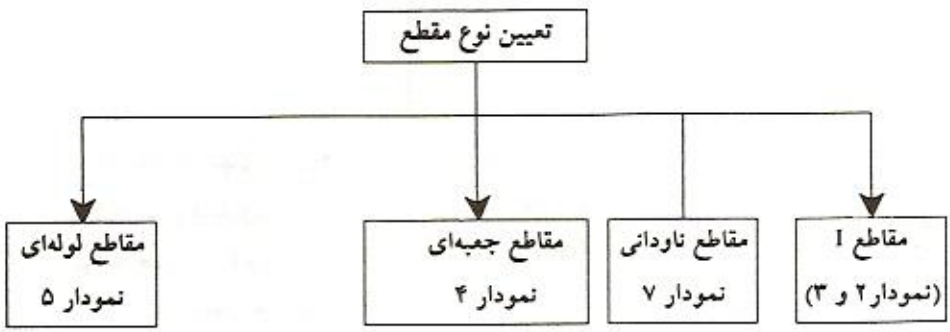
D = قطر خارجی لوله (cm)

t = ضخامت ورق لوله (cm)

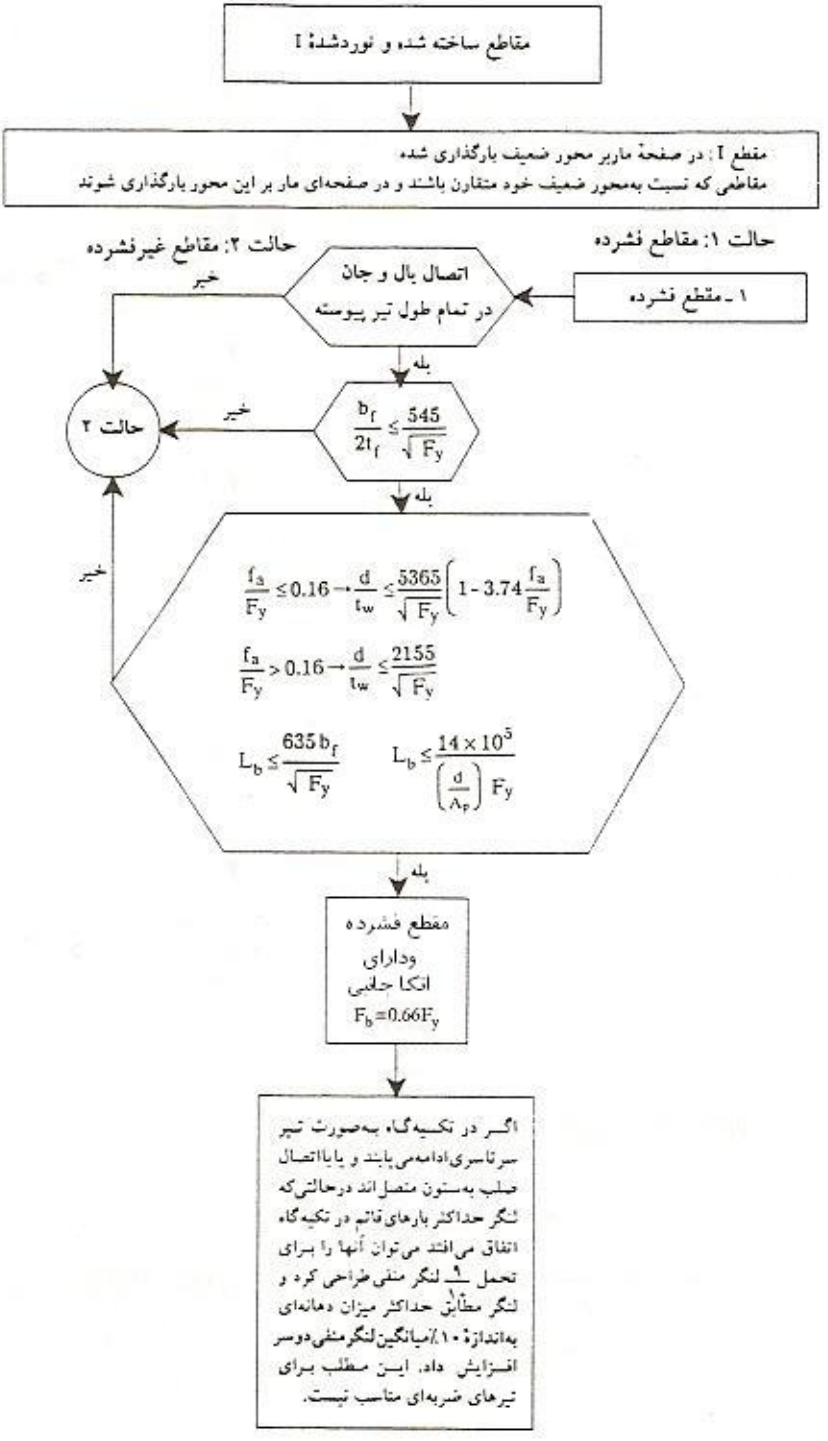
F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_y = تنش جاری شدن فولاد لوله (kg/cm^2)

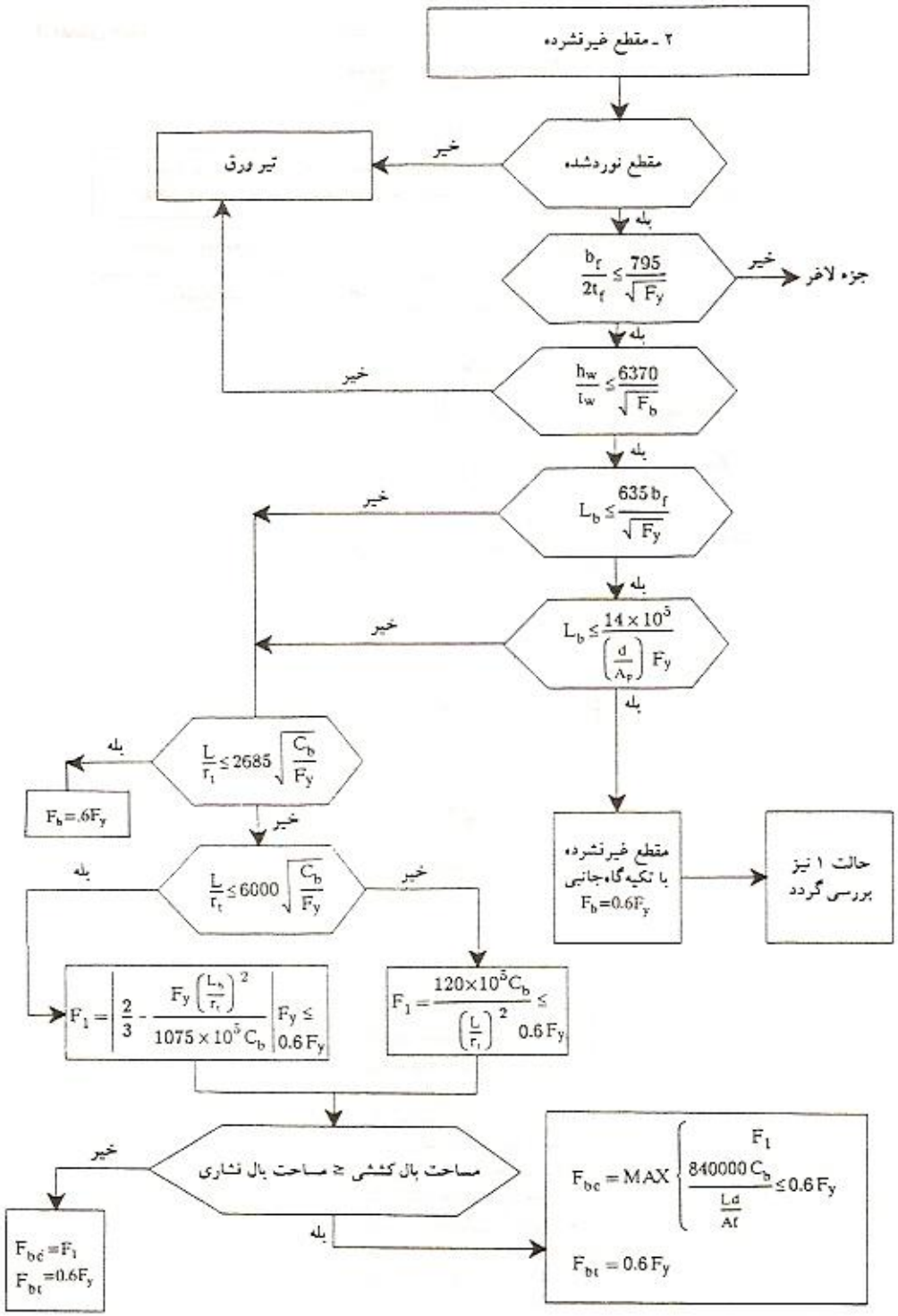
تعیین تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقطع:



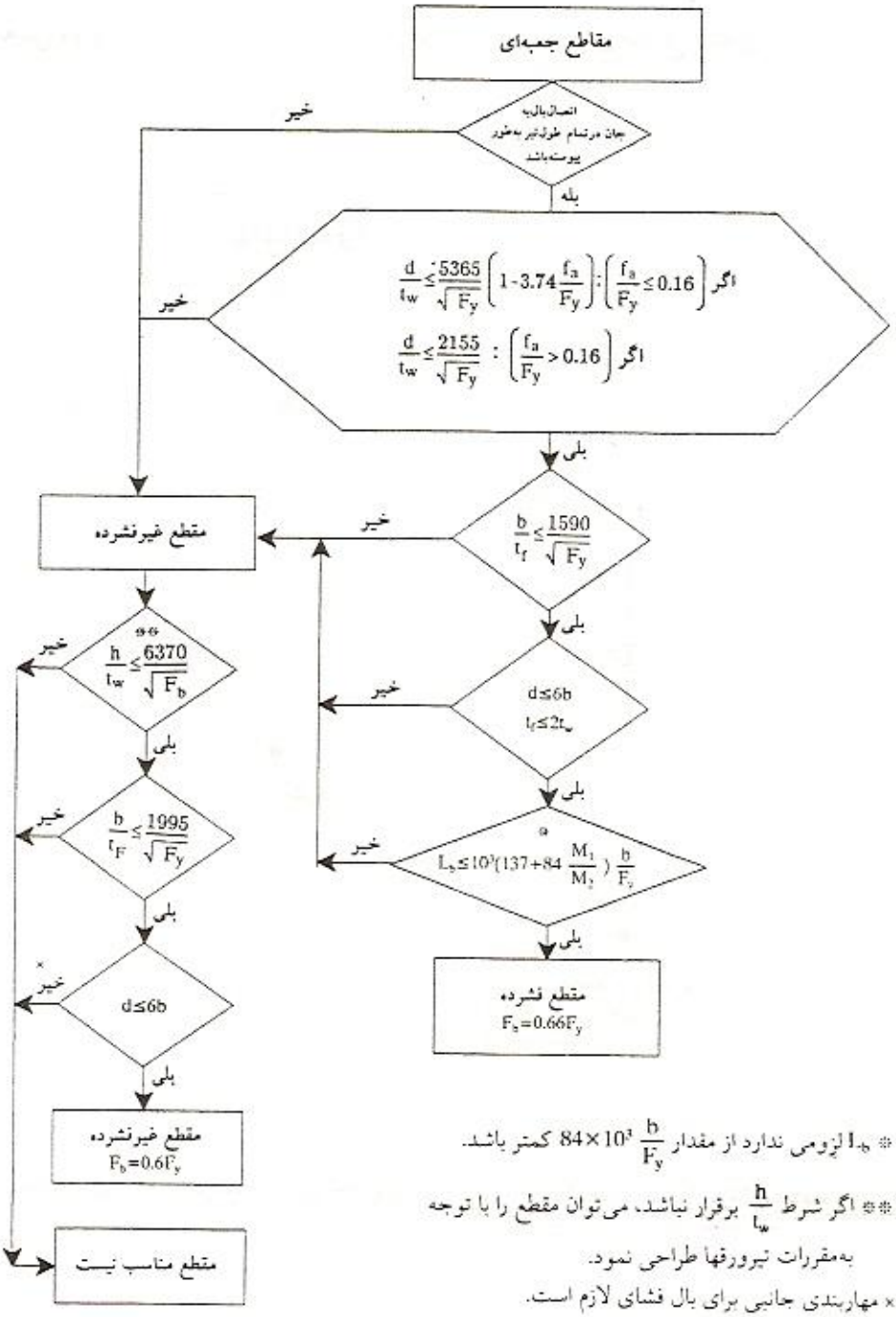
نمودار ۱ ـ راهنمای تعیین تنش مجاز خمشی



نمودار ۲ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع I (فشرده)



نمودار ۳ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع I (غیرفشرده)



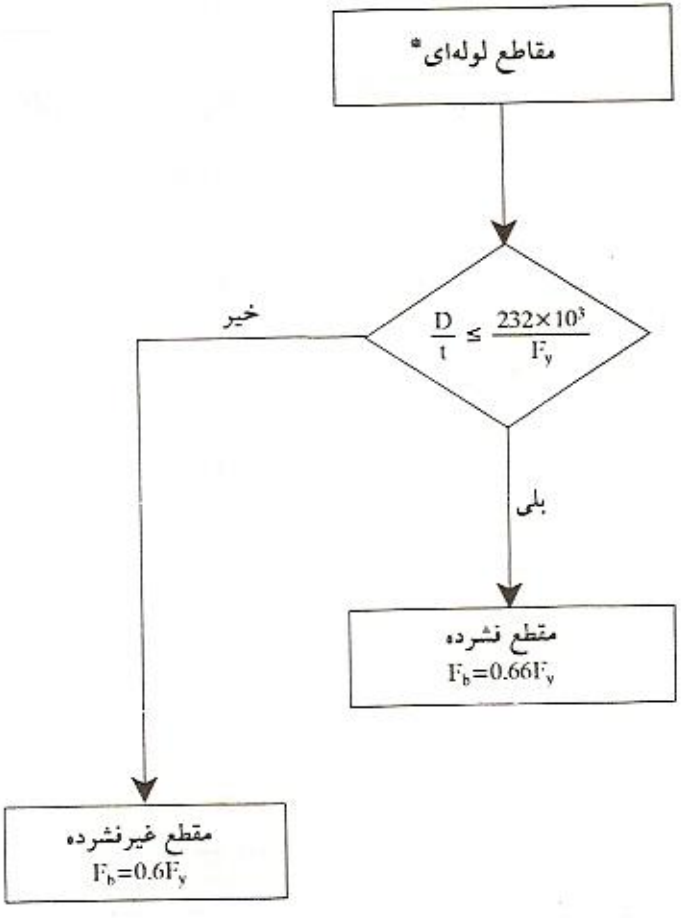
* L_b لزومی ندارد از مقدار $84\times10^3\frac{b}{F_y}$ کمتر باشد.

** اگر شرط $\frac{h}{t_w}$ برقرار نباشد، می‌توان مقطع را با توجه به‌مقررات تیرورقها طراحی نمود.

× مهاربندی جانبی برای بال فشای لازم است.

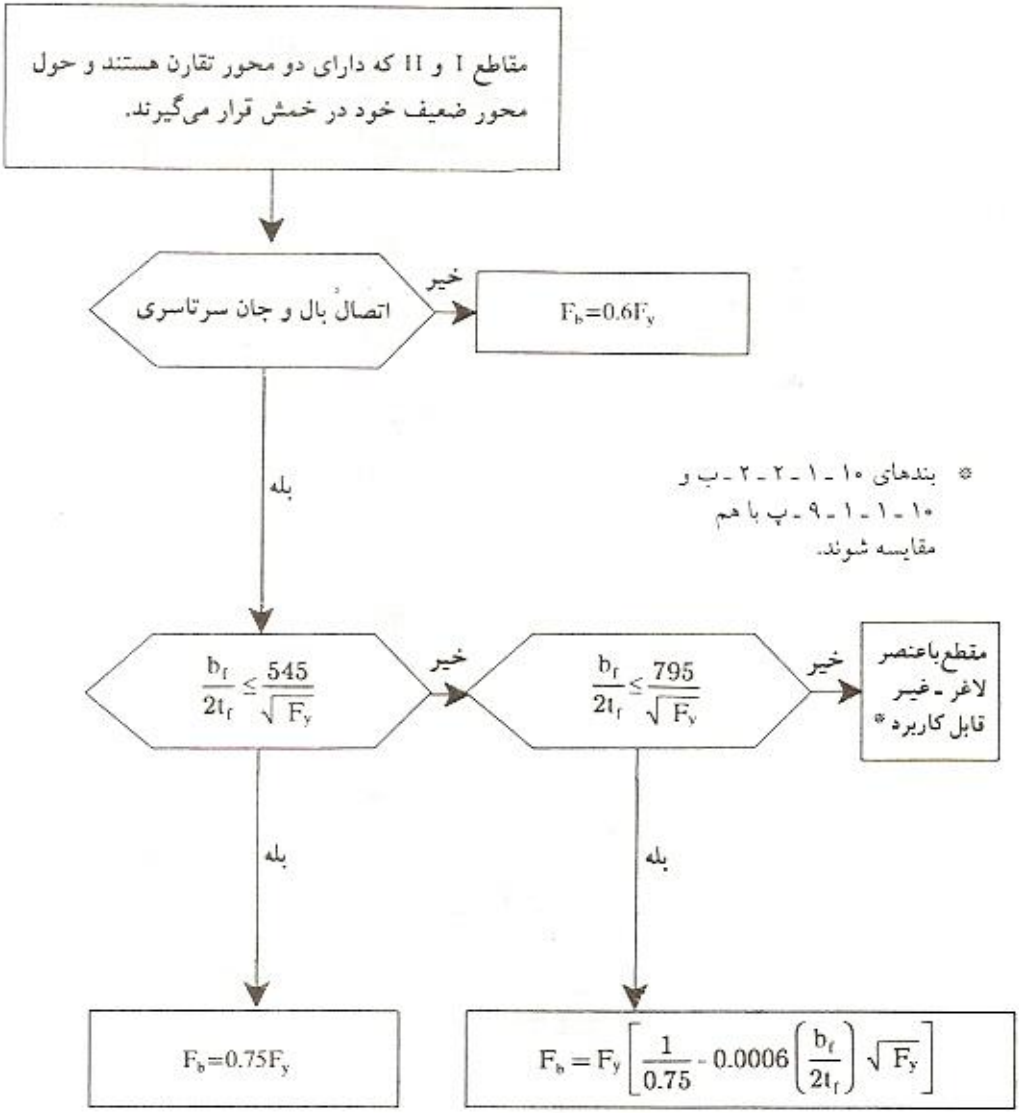
نمودار ۴ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع جمبه‌ای

تعیین مقاومت مجاز خمشی حول محور قوی یا ضعیف برای مقاطع لوله‌ای:

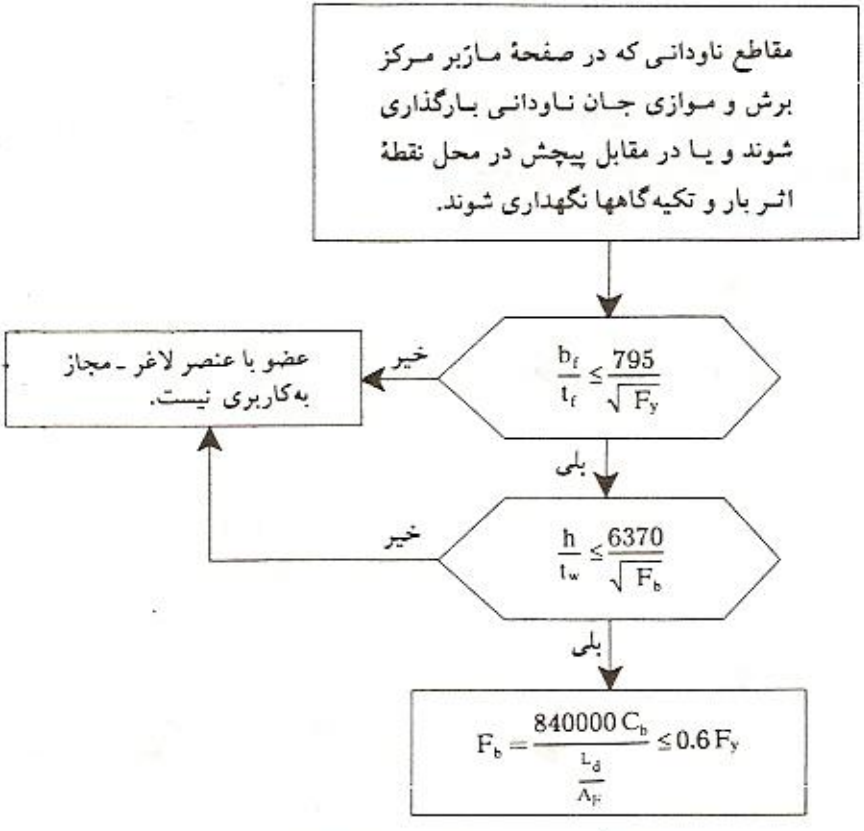


* مقاطع لوله‌ای که در این نمودار تنش مجاز برای انها معرفی شده باید بدون درز و یا دارای درز جوش شده سرتاسری باشند.

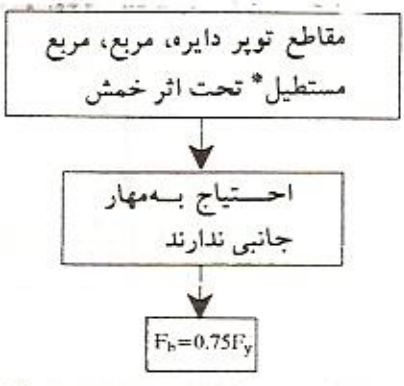
نمودار ۵ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع لوله‌ای



نمودار ۶ ـ تنش مجاز مقاطع I حول محور ضعیف



نمودار ۷ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع ناودانی

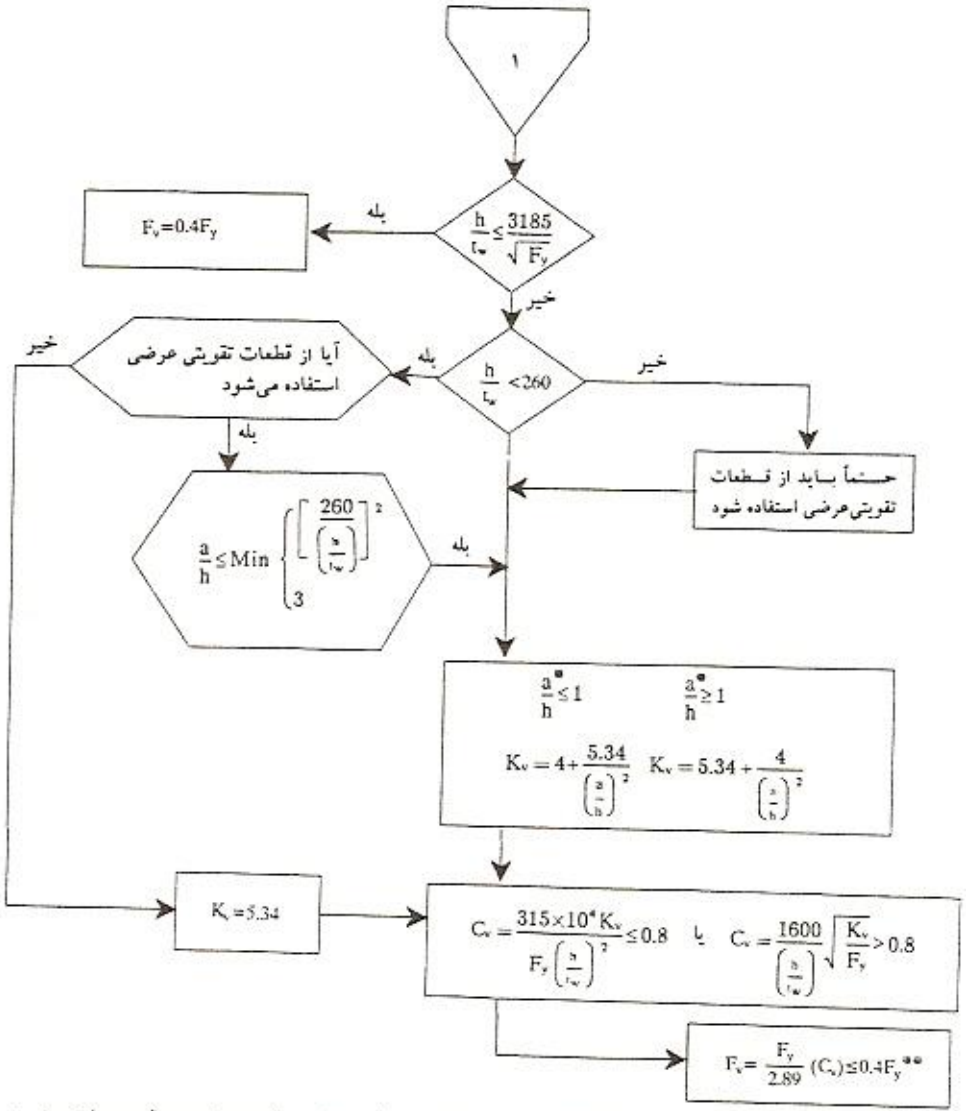


* ابعاد مربع مستطیل نباید به‌شکلی باشد که مقطع شکل ورق پیدا کند، اگر نه امکان کمانش ورقها از تنش مجاز حول محور قوی می‌کاهد ولی در هر صورت تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف همان مقدار توصیه شده در بالاست.

نمودار ۸ ـ تنش مجاز خمشی مقاطع توپر

تنش مجاز برشی در تیرها:

بخش ۱۰ ـ ۱ ـ ۲ ـ ۴، تنش برشی مجاز:



* در صورتی‌که فاصلهٔ سخت‌کننده‌ها (a) متغیر باشد تنش مجاز محاسبه شده تنها مربوط به‌همان چشمه جان که عرض آن a است می‌گردد و باید با تنش برشی حداکثر همان چشمه مقایسه شود.

** می‌توان به‌جای استفاده از این رابطه از نمودار ۱۱ استفاده کرد.

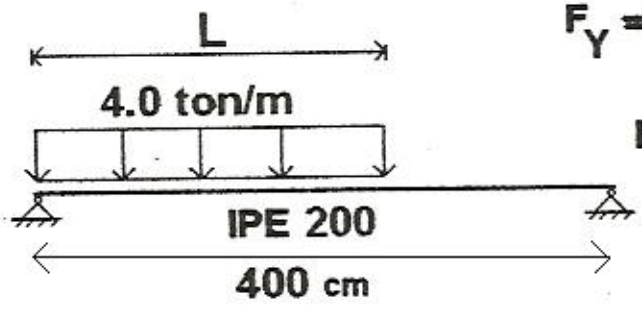
نمودار ۹ ـ تنش مجاز برشی تیرها

نمونه مسائل امتحانی

تیرزیر بابارگذاری نشان داده شده در شکل مورد نظراست دراین صورت :

الف)حداکثر طول مجاز L براساس معیارخمش چقدراست؟

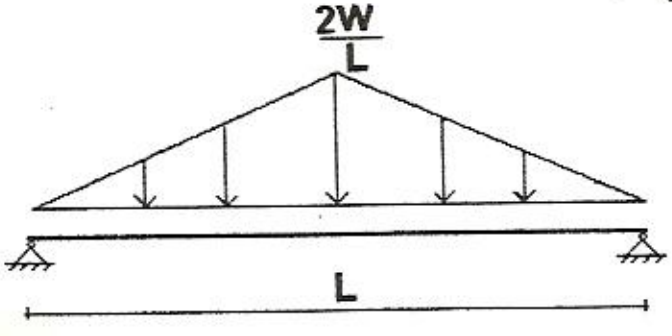
ب) اگرطول بارگذاری روی تیرسه متر ($L = 300\ cm$) گرددراین صورت محدوده تقویت وسطح مقطع صفحات تقویت رابراساس معیارخمش تعیین کنید



$F_Y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ $L_b = 100\ cm$ طول غیر مهاری

IPE 200 : $d=20\ cm$, $b_f=10\ cm$, $t_w=0.56\ cm$
$t_f=0.85\ cm$, $I_x=1940\ cm4$, $I_y=142\ cm4$
$A=28.5\ cm2$, $S_x=194\ cm3$

درتیرشکل زیر حداقل مقدارمجاز $\frac{d}{L}$ چقدراست؟



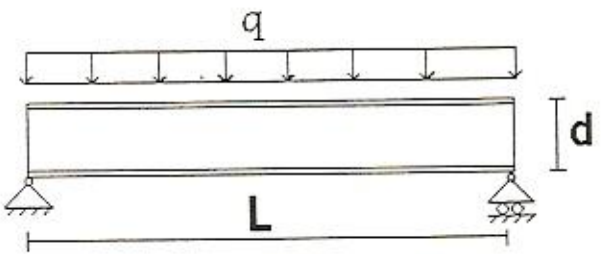
تنش مجاز خمشی $F_b = 1400 \frac{kg}{cm^2}$

تغییرمکان مجاز $\triangle_{\text{مجاز}} = \frac{L}{360}$

d : عمق تیر

$\triangle_{max} = \frac{WL^3}{60EI}$

درتیرفولادی شکل زیرتنش مجازخمشی برابر 1400 kg/cm2 است وحداکثرتغییر مکان مجاز به L/240 محدود می گردد. در این صورت حد اکثر نسبت L/d چقدراست؟

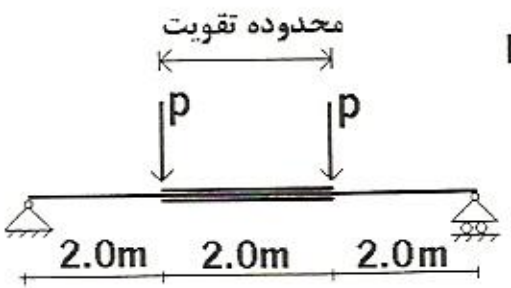


مشخصات فولاد مصرفی

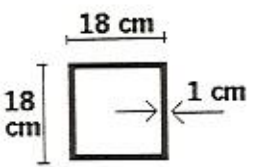
$E=2.10*10^{6}$ kg/cm2

$F_y=2400$ kg/cm2

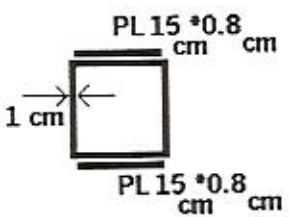
حداکثر نیروی مجاز P براساس معیار خمش چقدراست ؟



تنش مجاز خمشی $F_b=1400$ kg/cm2



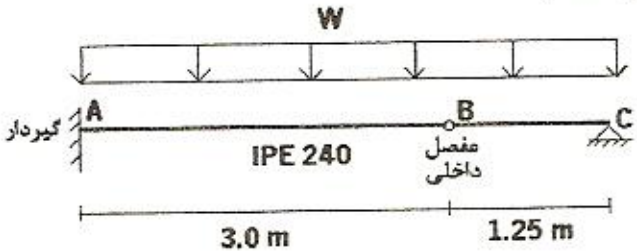
مقطع خمشی بدون تقویت



مقطع خمشی با تقویت

بار گسترده مجاز عضو خمشی شکل بر اساس معیار خمش و برش چقدراست ؟

(این تیر فقط در نقاط A , B , C دارای اتکا جانبی است .)

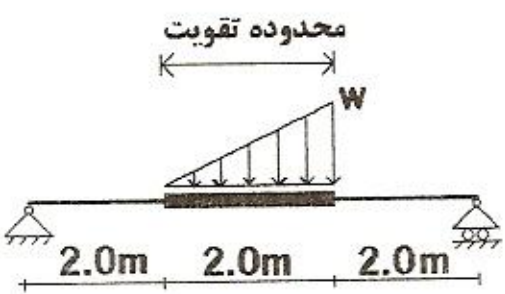


مشخصات فولاد مصرفی

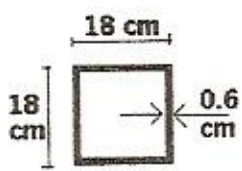
$E = 2.10\ 10^6\ kg/cm^2$

$F_y = 2400\ kg/cm^2$

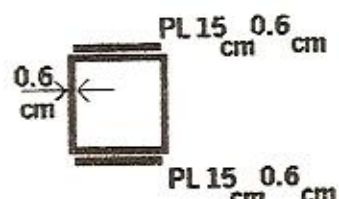
حداکثربار گسترده مجاز W براساس معیار خمش چقدراست ؟



تنش مجاز خمشی $F_b = 1400\ kg/cm2$

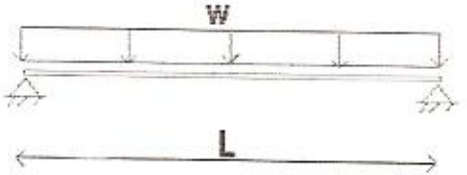


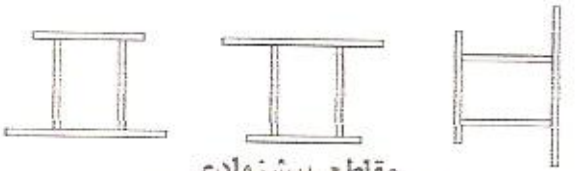
مقطع خمشی بدون تقویت



مقطع خمشی با تقویت

برای تیرشکل کدام یک ازمقاطع زیر ازلحاظ باربری مناسب تر است علت را توضیح دهید.

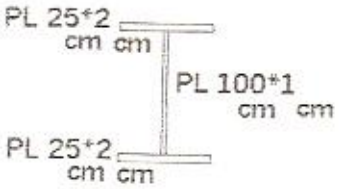




مقاطع پیشنهادی

(مقاطع دارای اجزا یکسان هستند)

حداکثر نیروی برشی مجازی که میتواند تیری با مقطع شکل زیرتحمل کند چقدر است؟



تنش تسلیم فولاد $F_y=2400kg/cm2$