

فصل پنجم طراحی تیر ستون

تیر ستونها به قطعاتی گفته می شود که علاوه بر نیروی محوری در آنها لنگر

خمش نیز وجود داشته باشد. چون تیر ستونها اکثراً قطعاتی از یک قاب صلب می باشند، لذا باید نحوه محاسبه ضریب کماتش ستون (k) بیان شود وضعیت تکیه گاهی یک ستون در یک قاب صلب نه مفصل کامل و نه گیردار کامل می باشد.

اگر فرم تغییر شکل یک ستون در یک قاب صلب بصورت یک تابع سینوسی فرض شود یک سری معادلات حاصل می شود که از حل آنها k بدست می آید.

اگر قاب مهاربندی شده باشد یعنی دارای حرکت جانبی نباشد معادله زیر حاصل می شود:

$$\frac{G_A \cdot G_B}{4} \left(\frac{\pi}{k}\right)^2 + \frac{G_A + G_B}{2} \left(1 - \frac{\pi/k}{\text{tg}(\pi/k)}\right) + \frac{\text{tg}(\pi/2k)}{\pi/2k} = 1 \quad \text{رابطه 1}$$

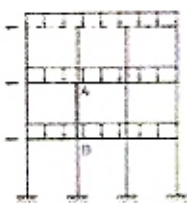
در رابطه فوق:

G_A نسبت مجموع سختی خمشی کلیه ستونهای متصل به گره صلب A به مجموع

سختی خمشی کلیه تیرهای موجود در صفحه خمش و متصل به گره صلب A بوده

و برابر است با:

$$G_A = \frac{\sum (EI/L)_A \text{ ستونها}}{\sum (EI/L)_A \text{ تیرها}}$$



G_B همان نسبت تعریف شده در G_A برای گره صلب B می باشد.

$$G_B = \frac{\sum (EI/L)_B \text{ ستونها}}{\sum (EI/L)_B \text{ تیرها}} \quad \text{پس:}$$

A و B دو انتهای ستون مورد نظر می باشند.

E مدول یانگ فولاد بوده و چون در یک سازه فولادی E همه اعضاء یکسان

می باشد بنابراین:

$$G_A = \frac{\sum (I/L)_A \text{ ستونها}}{\sum (I/L)_A \text{ تیرها}} \quad \text{و} \quad G_B = \frac{\sum (I/L)_B \text{ ستونها}}{\sum (I/L)_B \text{ تیرها}}$$

در روابط فوق I امان اینرسی مقطع عضو حول محور خمش می باشد.

باید دقت کرد که اتصال تیرها در صفحه خمشی (قاب مورد نظر) به جان ستون می باشد یا به بال ستون. اگر تیر به جان ستون متصل شده باشد آنگاه I_y مقطع ستون و اگر تیر به بال ستون متصل شده باشد آنگاه I_x مقطع ستون وارد محاسبات می شود. چون تیرها عموماً طوری قرار می گیرند که محور خمشی آنها محور X مقطع است لذا عموماً I_x تیرها در محاسبات شرکت می کند.

پس از محاسبه G_A و G_B با جایگذاری در معادله I و با استفاده از روش آزمون و خطا مقدار k بدست می آید. در قابهای بدون حرکت جانبی $k \leq 1$ می باشد که محافظه کارانه مطابق نظر آیین نامه ایران برای ستون های این قاب ها $k=1.0$ در نظر گرفته می شود

اگر قاب دارای انتقال جانبی باشد برای محاسبه k مقدار G_A, G_B را در معادله زیر قرار داده و از آزمون و خطا استفاده می شود:

$$\frac{(G_A - G_B) \cdot (\pi/k)^2 - 36}{6 \times (G_A + G_B)} = \frac{\pi \cdot k}{1g (\pi/k)} \quad \text{رابطه II}$$

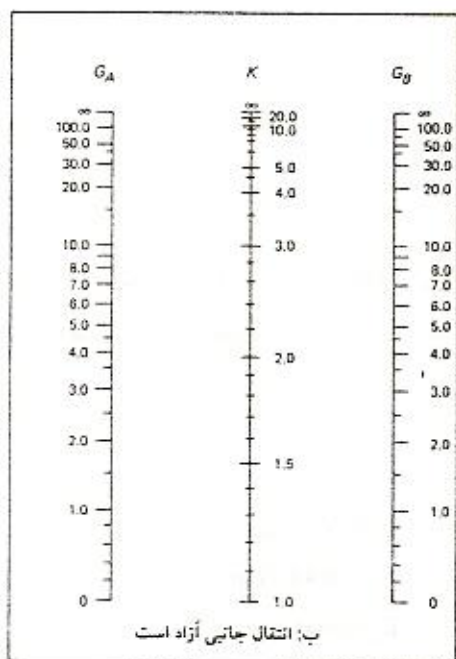
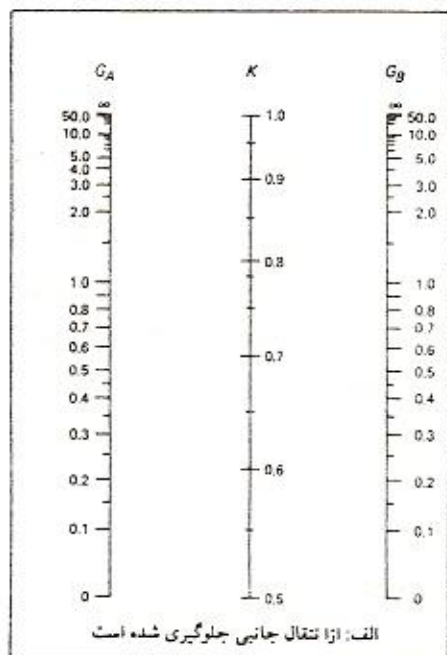
در حالتیکه قاب آزادی حرکت جانبی داشته باشد $k \geq 1$ خواهد بود.

در عمل حل معادلات I و II طولانی و وقت گیر می باشد لذا از نمودار که

بمنظور تعیین k تهیه شده است استفاده می شود. ابتدا مقادیر G_A, G_B محاسبه شده آنگاه آن مقادیر در نمودار بر روی محورهای مربوطه مشخص می شوند. دو نقطه بدست آمده را با یک خط راست بهم وصل کرده تا این خط محور k را در در یک نقطه قطع کند عدد نظیر این نقطه مقدار k را مشخص می کند

در استفاده نمودار اگر پای ستون گیردار باشد، اگر چه از نظر تئوری $G=0$ می باشد اما چون در عمل گیرداری کامل وجود ندارد در محاسبات $G=1$ منظور می شود و اگر انتهای ستون مفصلی باشد اگر چه در تئوری $G=\infty$ می باشد اما در محاسبات $G=10$ در نظر گرفته می شود.

تذکر: اگر انتهای دیگر تیر متصل به ستون بصورت مفصلی یا گیردار باشد، مقدار



$$K = \frac{3G_A G_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_A G_B + 2(G_A + G_B) + 1.28}$$

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_A G_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}}$$

- نمودار تعیین ضریب طول مؤثر در قابها

شکل کمانش ستون به وسیله خط چین نشان داده شده است	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر تنویک K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0*
مقادیر توصیه شده برای طراس	0.65	0.80	1.0	1.2	2.10	2.0
شرایط انتهایی						
		انتقال گیردار چرخش آزاد	انتقال گیردار چرخش آزاد	انتقال آزاد چرخش گیردار	انتقال آزاد چرخش آزاد	انتقال آزاد چرخش آزاد

ضریب طول مؤثر چند ستون متعارف

سختی خمشی آن تیر $(\frac{I}{L})$ برای محاسبه مقادیر G_A و G_B در ضرائب زیر ضرب می شود.

(I) از انتقال جانبی دو انتهای ستون جلوگیری شده است:

$1.5 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر مفصلی است

$2 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر گیردار است

(II) انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است:

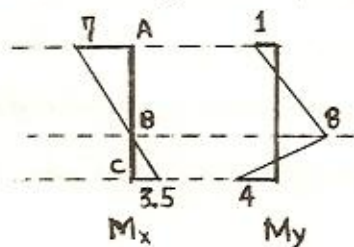
$0.5 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر مفصلی است

برای کنترل یک تیر ستون که تحت خمشی دو محوره می باشد عموماً دو تا مقطع از آن کنترل می شود:

1- مقطعی که در آن M_x ماکزیمم است.

2- مقطعی که در آن M_y ماکزیمم است.

البته با توجه به قضاوت مهندسی ممکن است لازم شود مقاطع دیگری نیز کنترل



شود مثلاً اگر برای یک ستون دیاگرامهای

لنگر بفرض بصورت مقابل باشد هر سه

مقطع A, B, C باید کنترل شود، اگر چه

M_x ماکزیمم در مقطع A و M_y ماکزیمم

در مقطع B می باشد اما با توجه به مقادیر زیر مقطع C نیز باید کنترل شود:

مقطع A	$\begin{cases} M_x = 7 \\ M_y = 1 \end{cases}$	مقطع B	$\begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 8 \end{cases}$	مقطع C	$\begin{cases} M_x = 3.5 \\ M_y = 4 \end{cases}$
--------	--	--------	--	--------	--

برای کنترل هر مقطع مقادیر نیروهای داخلی (M_y, M_x, P) مربوط به همان مقطع

در محاسبات بکار برده می شود.

بطور خلاصه مراحل زیر برای کنترل یک مقطع از تیر ستون تحت خمشی دو محوره

انجام می شود:

1- مقادیر k_x و k_y با توجه به توضیحات قبلی محاسبه می شود.

2- ضرائب لاغری ستون از روابط $\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{\lambda_x}$ و $\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{\lambda_y}$ محاسبه می شود.

3- λ_{max} از بین دو آفوق انتخاب شده و با مراجعه به جداول مربوطه و یا با استفاده

از فرمولهای گفته شده مقدار تنش مجاز محوری ستون (F_n) تعیین می شود.

4- مقدار تنش فشاری محوری از رابطه $f_n = \frac{P}{A}$ محاسبه می شود. A سطح مقطع ستون می باشد.

5- مقادیر تنشهای خمشی موجود از روابط زیر بدست می آید.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$$

W_x و W_y اساس مقطع حول محورهای x و y می باشد.

6- مقادیر تنشهای مجاز خمشی تیر ستون حول محورهای x و y مقطع (F_{by}, F_{bx})

براساس روشهای گفته شده در فصول اول و دوم محاسبه می شوند.

- در محاسبه تنش مجاز خمشی برای تیر ستونها $C_b = 1$ منظور شود.

همانگونه که قبلاً بیان شده در اعضای با مقطع قوطی تنش مجاز خمشی نسبت به

هر دو محور قوی و ضعیف مقطع بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$F_{bx} = F_{by} = 0.66 F_y \quad \text{در مقاطع فشرده}$$

$$F_{bx} = F_{by} = 0.6 F_y \quad \text{در مقاطع غیر فشرده}$$

شرایط مقطع فشرده و غیر فشرده برای مقاطع قوطی در بند 10-1-2-3 مقررات

ملی ساختمانی ایران آمده است.

7- مقدار $\frac{f_n}{F_n}$ را محاسبه کرده اگر $\frac{f_n}{F_n} \leq 0.15$ باشد در اینصورت کنترل مقطع

بصورت زیر می باشد.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

اگر $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد مراحل زیر باید ادامه پیدا کند.

8- در صورتیکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد روابط کنترل کننده بصورت زیر می باشد:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{cx})} + \frac{C_{my} \cdot f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{cy})} \leq 1 \quad (\text{ب})$$

C_m : ضریبی است که به وضعیت قاب و بارهای جانبی وارده بستگی داشته و بصورت زیر محاسبه می شود:

(I) اگر قاب بدون بادبندی باشد یعنی انتقال جانبی آن آزاد باشد و بار جانبی وارد به میان ستون وجود نداشته باشد آنگاه: $C_m = 0.85$

(II) در قابهایی که از دوران انتهای ستون جلوگیری شده (قابهای صلب) و قاب آزادی انتقال جانبی نداشته باشد و بار جانبی به میان ستون وارد نشود C_m از رابطه زیر بدست می آید:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

در این رابطه $\frac{M_1}{M_2}$ نسبت لنگر کوچکتر به لنگر بزرگتر دو انتهای آزاد ستون بوده و مثبت است اگر عضو انحنای مضاعف داشته باشد و منفی است اگر عضو انحنای ساده داشته باشد.

(III) در قابهای بدون حرکت جانبی که بار جانبی به میان ستون (بین دو انتهای ستون) وارد شده باشد برای قابهای صلب $C_m = 0.85$ و برای قابهای مفصلی $C_m = 1$ می باشد.

F_e^- : تنش مجاز اولر بوده و از روابط زیر بدست می آید:

$$F_{ex} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2}$$

$$F_{ey} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2}$$

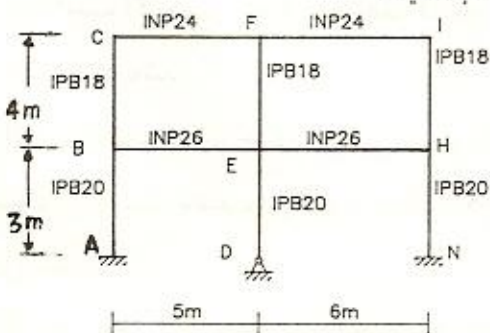
تذکر 1: در کتاب مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده است که: در معادله (ب) وقتی بارگذاری جانبی بین تکیه گاهها موجود است باید f_{bx} و f_{by} را براساس لنگر بین تکیه گاهی محاسبه کرد و در رابطه (الف) آنها را براساس لنگر تکیه گاهی. در صورتیکه بارگذاری جانبی نداشته باشیم، تنشهای ذکر شده براساس بیشینه لنگر محاسبه می شوند.

در این مورد آئین نامه AISC توضیح نداده و تفکیکی قائل نشده است لذا در مسائلی که در این کتاب دارای شرایط مذکور می باشند در جهت اطمینان از آئین نامه AISC تبعیت شده و بیشینه تنشها در روابط به کار برده شده است.

تذکر 2: هنگامی که سازه تحت بارهای ناشی از زلزله یا باد محاسبه می شود در طراحی قطعات می توان مقادیر تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} ، F_y ، $0.6F_y$ ، F_{ex} ، F_{ey} را 33% افزایش داد.

مساله

در قاب صلب زیر که فاقد مهار بندی جانبی می باشد تیرها به بال ستونها متصل شده اند. ضریب کماتش ستونها را محاسبه کنید.



(حل)

در محاسبات، I_x تیرها بکار می رود و چون تیرها به بال ستونها متصل شده اند پس I_x ستونها نیز در محاسبات شرکت می کنند. با مراجعه به جدول پروفیلها مقادیر زیر بدست می آید:

$$I_x \text{ INP24} = 4250 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ IPB18} = 3830 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ INP26} = 5740 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ IPB20} = 5700 \text{ cm}^4$$

برای محاسبه k باید از نمودرگراف مربوط به قابهای دارای آزادی انتقال جانبی استفاده کرد.

محاسبه k_x ستون AB:

$$\begin{cases} G_A = 1 \text{ چون } A \text{ گیردار می باشد} \\ G_B = \frac{\sum I/L \text{ ستونها}}{\sum I/L \text{ تیر}} = \frac{5700/300 + 3830/400}{5740/500} = 2.49 \end{cases} \Rightarrow k_{AB} = 1.5$$

ستون BC:

$$G_B = 2.49 \text{ و } G_C = \frac{3830/400}{4250/500} = 1.13 \Rightarrow k_{BC} = 1.54$$

ستون DE:

$$\begin{cases} G_D = 10 \text{ چون } D \text{ مفصل می باشد} \\ G_E = \frac{5700/300 + 3830/400}{5740/500 + 5740/600} = 1.36 \end{cases} \Rightarrow k_{DE} = 1.98$$

ستون EF:

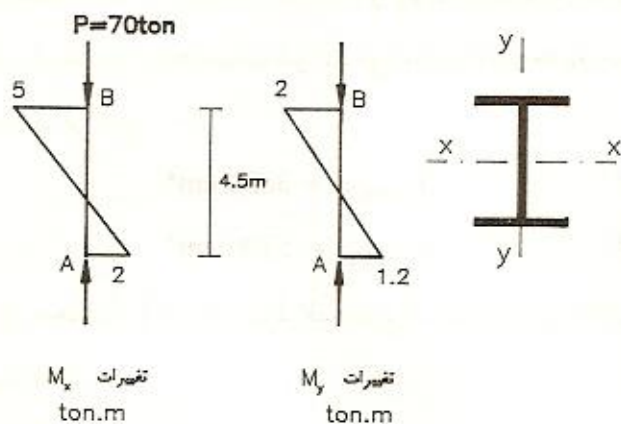
$$\begin{cases} G_E = 1.36 \\ G_F = \frac{3830/400}{4250/500 + 4250/600} = 0.61 \end{cases} \Rightarrow k_{EF} = 1.32$$

به همین ترتیب $k_{NH} = 1.52$ و $k_{IH} = 1.6$ بدست می آید.

مساله

ستون AB یکی از اجزاء قاب خمشی است که دارای مهار جانبی می باشد. اگر

$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و $k_x = 0.9$ و $k_y = 0.75$ باشد، آن را با مقطع IPB طرح دهید.



(حل)

در این ستون کنترل مقطع B کافیست چون در مقطع B هم M_x و هم M_y ماکزیمم می باشد. ابتدا باید مقطعی برای ستون تخمین زده شود. فرض می شود تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد پس:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{70 \times 10^3}{1000} = 70 \text{ cm}^2$$

با توجه به اینکه ستون تحت لنگر خمشی نیز می باشد با IPB24 با $A = 106 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{0.9 \times 450}{10.3} = 39.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{0.75 \times 450}{6.08} = 55.5$$

$$\lambda_{\max} = 55.5 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1199 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{106} = 660.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5 \times 10^5}{938} = 533 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{327} = 612 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

تعیین تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 24 = 312 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 24 / 24 \times 1.7} = 3173 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{660.4}{1199} = 0.55 > 0.15$$

چون $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ است پس دوتا رابطه کنترلی وجود خواهد داشت:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{660.4}{1440} + \frac{533}{1440} + \frac{612}{1800} = 1.17 > 1 \text{ N.G}$$

IPB24 ضعیف بوده و کنترل رابطه دوم موردی ندارد.

نیمرخ IPB26 انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.9 \times 450}{11.2} = 36.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.75 \times 450}{6.58} = 51.3$$

$$\lambda_{\max} = 51.3 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1223.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{118} = 593.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5 \times 10^5}{1150} = 435 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{395} = 506.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{593.2}{1223.5} = 0.48 > 0.15$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{593.2}{1440} + \frac{435}{1440} + \frac{506.3}{1800} = 0.995 < 1 \quad \text{o.k}$$

برای کنترل رابطه دوم پارامترهای زیر باید محاسبه شود:

محاسبه C_{mx} و C_{my} :

چون قاب فضائی صلب بوده و در هر دو جهت فاقد آزادی انتقال جانبی است و

همچنین بر میان ستون بار جانبی وارد نشده است پس:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{2}{5} = 0.44 > 0.4 \Rightarrow C_{mx} = 0.44$$

$$C_{my} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{1.2}{2} = 0.36 < 0.4 \Rightarrow C_{my} = 0.4$$

باید توجه داشت که در روابط فوق مقدار $\frac{M_1^2}{M_2}$ مثبت می باشد چون دیاگرام لنگرها

دارای نقطه عطف بوده و در واقع ستون انحناء مضاعف دارد.

محاسبه تنشهای مجاز اولر:

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{36.2^2} = 8013 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{51.3^2} = 3990 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} + \frac{C_{my} \cdot f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{ey})} \leq 1$$

$$\frac{593.2}{1223.5} + \frac{0.44 \times 435}{1440(1 - 593.2/8013)} + \frac{0.4 \times 506.3}{1800(1 - 593.2/3990)} = 0.76 < 1 \quad \text{o.k}$$

با توجه به نتایج کنترل روابط الف و ب نیمرخ IPB26 مناسب می باشد.

مساله

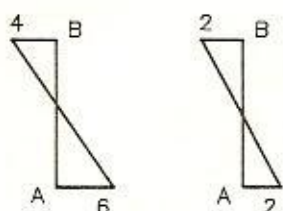
ستون AB از یک نیمرخ IPB40 تشکیل شده است. این ستون یکی از اجزاء

قاب فضائی خمشی است که بدون مهار جانبی است. اگر $k_x = k_y = 1.6$ باشد، در

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ را محاسبه نمایید. } (P_a)$$

الف) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم باشد.

ب) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم همراه با بار زلزله باشد.



M_x (ton.m) M_y (ton.m)

(حل)

الف) فرض اولیه این است که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد در اینصورت دوتا رابطه کنترلی وجود دارد هر کدام نیروی کمتری را نتیجه دهد جواب مسأله است. با توجه به دیاگرام لنگرها مقطع A تعیین کننده می باشد پس :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \times 10^5}{2880} = 208.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{721} = 277.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز :

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L = 600$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1}{600 \times 40 / (30 \times 2.4)} = 2520$$

$$F_{b2} > 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{208.3}{1440} + \frac{277.4}{1800} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 1010 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{198} \leq 1010 \Rightarrow P \leq 199980 \text{ kg} \Rightarrow P \leq 199.98 \text{ ton (I)}$$

کنترل رابطه دوم:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} + \frac{C_{my} f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{ey})} \leq 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1.6 \times 600}{17.1} = 56.1$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1.6 \times 600}{7.4} = 129.7$$

$$\lambda_{\max} = 129.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 625 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

با توجه به اینکه قاب فضائی در هر دو جهت x و y آزادی انتقال جانبی دارد و بار

جانبی به میان ستون وارد نمی شود پس: $C_{mx} = C_{my} = 0.85$

محاسبه تنشهای مجاز اولر:

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{56.1^2} = 3336.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{129.7^2} = 624.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

از محاسبات قبلی مقادیر زیر بدست آمده بود:

$$f_{bx} = 208.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = 277.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } F_{by} = 0.75F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{P}{198}$$

$$\frac{P}{198 \times 625} + \frac{0.85 \times 208.3}{1440(1 - P/(198 \times 3336.3))} + \frac{0.85 \times 277.4}{1800(1 - P/(198 \times 624.2))} \leq 1$$

$$\frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/660587.4} + \frac{0.131}{1 - P/123591.6} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 69600 \text{ kg} \Rightarrow P \leq 69.6 \text{ ton (II)}$$

با مقایسه دو نتیجه I و II بار مجاز ستون $P_a = 69.6 \text{ ton}$ می باشد.

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{69.6 \times 10^3}{198} = 351.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل فرض اولیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351.5}{625} = 0.56 > 0.15$$

پس فرض اولیه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ درست می باشد.

(ب)

با توجه به اینکه در این حالت سازه تحت بار زلزله می باشد پس تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} و F_e به اندازه 33% افزایش داده می شوند و رابطه دوم که تعیین کننده می باشد بصورت زیر درمی آید:

$$\frac{P}{1.33 \times 123750} + \frac{0.123}{1.33 \times (1 - p / (1.33 \times 660587.4))} + \frac{0.131}{1.33 \times (1 - p / (1.33 \times 123591.6))} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/878581.2} + \frac{0.131}{1 - P/164376.8} \leq 1.33 \Rightarrow P \leq 103500 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow P \leq 103.5 \text{ ton}$$

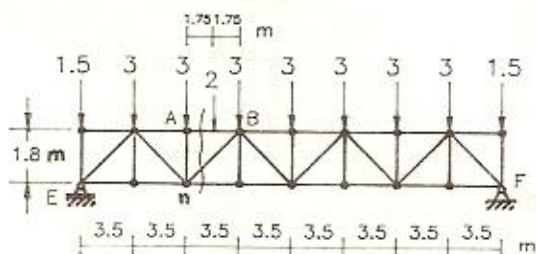
پس جواب قسمت (ب) ، $P_a = 103.5 \text{ ton}$ می باشد.

مساله

در خرپای زیر قطعه AB را با دوناودانی متصل بهم با جوش سرتاسری طراحی

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ کنید.}$$

ton



(حل)

ابتدا خرپا تحلیل شده و نیروی محوری قطعه AB محاسبه می شود:

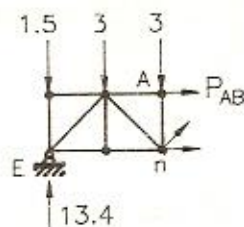
$$\Sigma M_F = 0$$

$$\Rightarrow 28R_E = 1.5 \times 28 + 3 \times (24.5 + 21 + 17.5 + 14 + 10.5 + 7 + 3.5) + 2 \times 19.25$$

$$\Rightarrow R_E = 13.375 \text{ ton} \approx 13.4 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_n = 0 \Rightarrow P_{AB} \times 1.8 + 13.4 \times 7 = 1.5 \times 7 + 3 \times 3.5$$

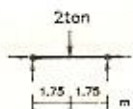
$$\Rightarrow P_{AB} = -40.5 \text{ ton}$$



بنابراین بر قطعه AB نیروی فشاری $P=40.5 \text{ ton}$ وارد می شود.

مقدار لنگر خمشی ماکزیمم وارد بر قطعه برابر است با:

$$M = \frac{2 \times 3.5}{4} = 1.75 \text{ ton.m}$$



تنش مجاز محوری قطعه $F_a = 1100 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ فرض می شود:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{40.3 \times 10^3}{1100} = 37 \text{ cm}^2$$

سهم هر ناودانی $A \geq \frac{37}{2} = 18.5 \text{ cm}^2$ می باشد و چون علاوه بر نیروی محوری،

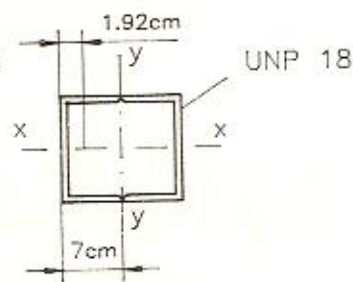
لنگر خمشی نیز وجود دارد دو [18] با $A=28 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می شود:

$$I_y = 2 \times [114 + 28 \times (7 - 1.92)^2] = 1673 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1673}{2 \times 28}} = 5.47 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 350}{6.95} = 50.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 350}{5.47} = 64$$



$$\lambda_{\max} = 64 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1147 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5 \times 10^3}{2 \times 28} = 723 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75 \times 10^5}{2 \times 150} = 583.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{723}{1147} = 0.63 > 0.15$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

چون مقطع به شکل قوطی بوده و ویژگیهای آن در شرایط مندرج در بند

10-1-2-3 الف کتاب مقررات ملی ساختمان ایران صدق می کند بنابراین:

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{723}{1440} + \frac{583.3}{1584} = 0.87 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

چون سازه بصورت قاب مفصلی و با مهاربندی بوده و در بین قطعه بار جانبی وارد

شده است بنابراین $C_{mx} = 1$ می باشد.

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{50.4^2} = 4134 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{723}{1147} + \frac{1 \times 583.3}{1584(1 - 723/4134)} = 1.08 > 1 \quad \text{N.G}$$

بنابراین 20 UNP انتخاب و کنترل می شود:

$$I_y = 2 \times [148 + 32.2 \times (7.5 - 2.01)^2] = 2237 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2237}{2 \times 32.2}} = 5.9 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 350}{7.7} = 45.5$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 350}{5.9} = 59.3$$

$$\lambda_{\max} = 59.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1176 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5 \times 10^3}{2 \times 32.2} = 629 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{629}{1176} = 0.53 > 0.15$$

با توجه به محاسبات قبلی رابطه اول جوابگو بوده و کنترل رابطه دوم کافی می باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} \leq 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{45.5^2} = 5072 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75 \times 10^5}{2 \times 191} = 458 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

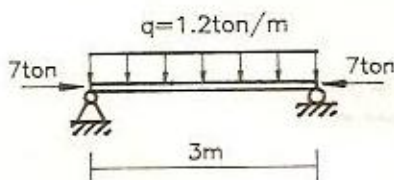
$$\frac{629}{1176} + \frac{1 \times 458}{1584(1 - 629/5072)} = 0.86 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین 20 UNP مناسب می باشد.

مسأله

مناسب بودن تیرستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB16 می باشد بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل)

محاسبه تنش مجاز محوری ستون:

$$\lambda_{\max} = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{1 \times 300}{4.05} = 74 \Rightarrow F_a = 1081 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7 \times 10^3}{54.3} = 129 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{تنش محوری موجود برابر است با:}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{129}{1081} = 0.12 < 0.15$$

بنابراین رابطه کنترل کننده بصورت زیر می باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

$$M_x = 0 \Rightarrow f_{bx} = 0$$

$$M_y = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.2 \times 3^2}{8} = 1.35 \text{ ton.m}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35 \times 10^5}{111} = 1216 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{129}{1081} + \frac{1216}{1800} = 0.8 < 1 \quad \text{o.k}$$

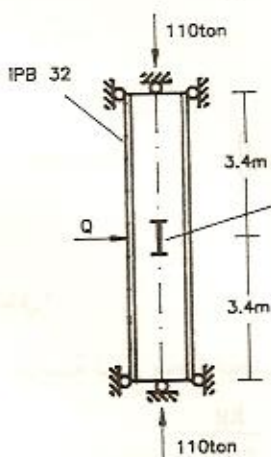
بنابراین نیمرخ IPB16 مناسب می باشد.

مسأله

مقدار بار مجاز Q وارد بر وسط تیر ستون زیر را بدست آورید. فرض کنید که تیر-

ستون در هر دو جهت دوسر مفصلی بوده و یک تکیه گاه جانبی برای جهت ضعیف

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ خمش در وسط ستون قرار دارد.}$$



نقطه بتوان مهار جانبی برای خمش حول محور ضعیف در نظر گرفته شود

(حل)

محاسبه تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 680}{13.8} = 49.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 340}{7.57} = 44.9$$

$$\lambda_{\max} = 49.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1235 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{110 \times 10^3}{161} = 683.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{683.2}{1235} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن Q

جواب مسأله می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{QL}{4W_x} = \frac{Q \times 680}{4 \times 1930} = 8.808 \times 10^{-2} Q$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{0}{W_y} = 0$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 > L_b = 340$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d \cdot F_y}{A_f}} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{32}{30 \times 2.05} \times 2400} = 1121 > L_b = 340$$

بنابراین اتکاء جانبی برقرار است و چون مقطع فشرده می باشد پس

$$F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ است.}$$

رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1 \Rightarrow \frac{683.2}{0.6 \times 2400} + \frac{8.808 \times 10^{-2} Q}{1584} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 9451 \text{ kg}$$

رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{cx} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{49.3^2} = 4320 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{cx})} \leq 1 \Rightarrow \frac{683.2}{1235} + \frac{1 \times 8.808 \times 10^{-2} Q}{1584(1 - 683.2 / 4320)} \leq 1$$

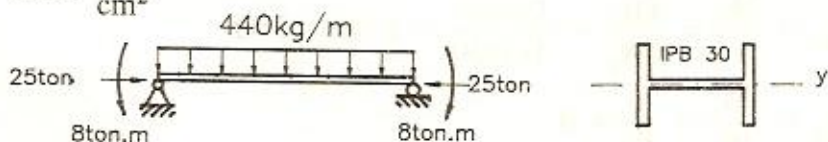
$$\Rightarrow Q \leq 6764 \text{ kg}$$

بنابراین حداکثر بار مجاز $Q = 6.76 \text{ ton}$ می باشد.

مسئله

مناسب بودن تیر ستون زیر راکه از نوع نیمرخ IPB30 می باشد، بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل)

$$\lambda_{\max} = \lambda_y = \frac{kL}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.58} = 59.4 \Rightarrow F_a = 1176 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{25 \times 10^3}{149} = 167.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{167.8}{1176} = 0.14 < 0.15$$

$$f_{bx} = 0, \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{8 \times 10^5}{571} = 1401 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

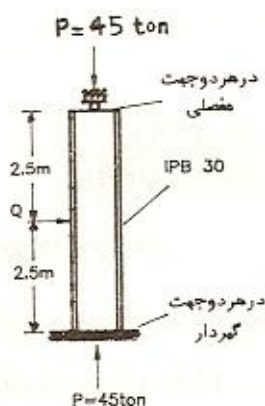
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{167.8}{1176} + \frac{1401}{1800} = 0.92 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB30 مناسب می باشد.

مسأله

در تیر ستون زیر که عضوی از یک قاب مهاربندی شده است حداکثر Q مجاز را

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ بدست آورید.}$$



(حل)

$$\lambda_{\max} = \lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.8 \times 500}{7.58} = 52.8 \Rightarrow F_a = 1215 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45 \times 10^3}{149} = 302 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{302}{1215} = 0.25 > 0.15$$

پس دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن Q جواب مسأله است.

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{3QL}{16} = \frac{3Q \times 500}{16} = 93.75Q$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{93.75Q}{1680} = 5.58 \times 10^{-2} Q$$

رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{302}{1440} + \frac{5.58 \times 10^{-2} Q}{1440} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 20394 \text{ kg}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8 \times 500}{13} = 30.77$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{30.77^2} = 11090 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

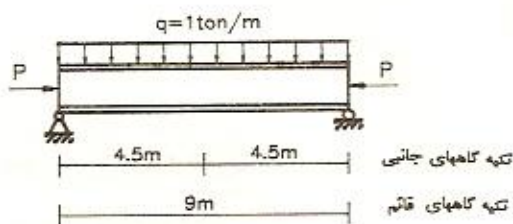
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{ex})} \leq 1 \Rightarrow \frac{302}{1215} + \frac{1 \times 5.58 \times 10^{-2} Q}{1440(1 - 302 / 11090)} \leq 1$$

$$\Rightarrow Q \leq 18864$$

بنابراین حداکثر مقدار مجاز $Q = 18.86 \text{ ton}$ می باشد.

مسئله

حداکثر بار محوری مجاز P را که بر تیرستون زیر با نیمرخ IPB30 وارد می شود بدست آورید در حالیکه در دو انتها و وسط آن تکیه گاه جانبی وجود دارد.



$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (الف)}$$

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (ب)}$$

(حل)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1 \times 9^2}{8} = 10.125 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{10.125 \times 10^5}{1680} = 603 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{13} = 69.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.58} = 59.4$$

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (الف)}$$

$$\lambda_{\max} = 69.2 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1113 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

چون مقدار P مجهول می باشد ابتدا فرض می شود که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد پس دو رابطه کنترل کننده وجود دارد هر کدام P کوچکتری را نتیجه دهد آن P جواب مسأله خواهد بود.

رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 30 / (30 \times 19)} = 3547 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{1440} + \frac{603}{1440} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 837 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{149} \leq 837 \Rightarrow P \leq 124713 \text{ kg}$$

رابطه دوم:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} \leq 1$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{69.2^2} = 2193 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{1113} + \frac{1 \times 603}{1440(1-f_a/2193)} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 506.5 \Rightarrow \frac{P}{A} \leq 506.5$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \leq 506.5 \Rightarrow P \leq 75468 \text{ kg}$$

کنترل فرض اولیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{505}{1113} = 0.45 > 0.15$$

بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار مجاز $P=75.46$ ton می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

$$\lambda_{\max} = 69.2 \Rightarrow F_a = 1505 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

با فرض اینکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد دو رابطه کنترل کننده وجود خواهد داشت :

رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = \frac{635}{\sqrt{F_y}} b_f = \frac{635}{\sqrt{3600}} \times 30 = 317.5 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = 3547 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6 \times 3600} + \frac{603}{2160} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 1557 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{P}{A} \leq 1557$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \leq 1557 \Rightarrow P \leq 231993 \text{ kg}$$

رابطه دوم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{\max} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ax})} \leq 1 \Rightarrow \frac{f_a}{1505} + \frac{1 \times 603}{2160(1-f_a/2193)} \leq 1$$

$$\Rightarrow f_a \leq 827 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{P}{149} \leq 827 \Rightarrow P \leq 123223 \text{ kg}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{827}{1505} = 0.55 > 0.15$$

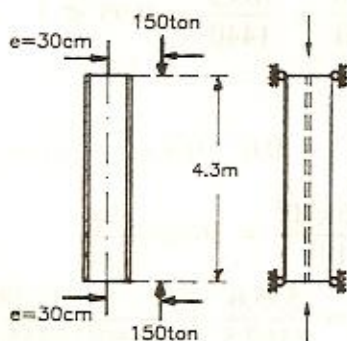
بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار محوری مجاز وارد بر تیر ستون

$P=123.2$ ton می باشد.

تذکر: استفاده از روابط اول و دوم ذکر شده، برای حالتیکه $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ باشد نیز درست می باشد یعنی کنترل تیر ستون با روابط اول و دوم در هر دو حالت $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ و $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ صادق می باشد. اما در حالت $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ برای ساده تر کردن حل مسأله می توان فقط از رابطه کنترل کننده $\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$ استفاده کرد.

مسأله.

تیر ستون زیر را که عضوی از یک قاب مهاربندی شده بوده و تحت بار محوری $P = 150 \text{ ton}$ می باشد با نیمرخ IPB طرح دهید. این نیرو با خروج از مرکزیت $e = 30 \text{ cm}$ حول محور x مقطع لنگر خمشی ایجاد می کند. طول مؤثر ستون در $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ کمانش را برابر با ارتفاع ستون در نظر بگیرید.



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{150 \times 10^3}{1000} = 150 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{IPB30, } A = 149 \text{ cm}^2$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$M_x = 150 \times 0.3 = 45 \text{ ton.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{45 \times 10^5}{1440} = 3125 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPB 45, } W_x = 3550 \text{ cm}^3$$

IPB60 با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم وجود دارند نیمرخ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 430}{25.2} = 17$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 430}{7.08} = 60.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{150 \times 10^3}{270} = 555.6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{555.6}{1167.5} = 0.47 > 0.15$$

کنترل رابطه اول:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{45 \times 10^5}{5700} = 789.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{555.6}{1440} + \frac{789.5}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(- \frac{45}{45} \right) = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{17^2} = 36332 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{ex})} = \frac{555.6}{1167.5} + \frac{1 \times 789.5}{1440(1 - 555.6 / 36332)} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ IPB60 جواب مسأله است.

مسأله

تیر ستونی را با نیمرخ IPB طرح دهید که بر آن نیروی محوری فشاری $P=80 \text{ ton}$ و لنگر خمشی ثابت $M_x = 30 \text{ ton.m}$ وارد می شود. طول آن $L=4.5 \text{ m}$ بوده و طول مؤثر آن در کماتش برابر طول ستون می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

(حل)

(الف) با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80 \times 10^3}{1000} = 80 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ فرض شود آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{0.6 \times 2400} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی وجود دارد پس نیمرخ IPB45 با

$$W_x = 3550 \text{ cm}^3, A = 218 \text{ cm}^2$$

انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 450}{19.1} = 23.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.33} = 61.4 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1163.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80 \times 10^3}{218} = 367 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{367}{1163.5} = 0.31 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{3550} = 845 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L d / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 45 / (30 \times 2.6)} = 3236 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{367}{1440} + \frac{845}{1440} = 0.84 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

چون لنگر خمشی در طول تیرستون ثابت می باشد پس:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{23.6^2} = 18852 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{367}{1163.5} + \frac{1 \times 845}{1440(1-367/18852)} = 0.91 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB45 مناسب می باشد.

ب) با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80 \times 10^3}{1500} = 53.3 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{2160} = 1389 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می شود نیمرخ

IPB34 با $A=171 \text{ cm}^2$ و $W_x=2160 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 450}{14.6} = 30.8$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.53} = 59.8 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1627 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80 \times 10^3}{171} = 468 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{468}{1627} = 0.28 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{2160} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{468}{0.6 \times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.86 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{30.8^2} = 11068 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F'_{ex})} = \frac{468}{1627} + \frac{1 \times 1389}{2160(1 - 468/11068)} = 0.96 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB34 مناسب می باشد.

مسأله

اگر در تیر ستون مسأله 12.6 و $P = 55 \text{ ton}$ و $q = 3 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ باشد آن را با نیمرخ IPB

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب}) \quad F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

(حل)

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{55 \times 10^3}{1000} = 55 \text{ cm}^2$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{3 \times 9^2}{8} = 30.375 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{1440} = 2109 \text{ cm}^3$$

با توجه به مقادیر فوق نیمرخ IPB40 با $A = 198 \text{ cm}^2$ و $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب

و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.4} = 60.8$$

$$\lambda_{\max} = 60.8 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55 \times 10^3}{198} = 278 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{278}{1167} = 0.24 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375 \times 10^5}{2880} = 1055 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{278}{0.6 \times 2400} + \frac{1055}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{52.6^2} = 3795 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{278}{1167} + \frac{1 \times 1055}{1440(1 - 278/3795)} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{2160} = 1406 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می شود نیمرخ

IPB32 با $W_x = 1930 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می گردد:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{13.8} = 65.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.57} = 59.4$$

$$\lambda_{\max} = 65.2 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1558.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55 \times 10^3}{161} = 342 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{342}{1558.5} = 0.22 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375 \times 10^5}{1930} = 1574 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{342}{0.6 \times 3600} + \frac{1574}{2160} = 0.89 < 1 \text{ o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{65.2^2} = 2470 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

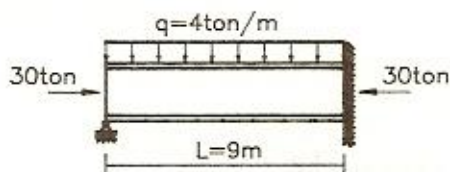
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{342}{1558.5} + \frac{1 \times 1574}{2160(1-342/2470)} = 1.06 > 1 \text{ N.G}$$

نیمرخ IPB32 ضعیف می باشد و با توجه به نتایج فوق نیمرخ IPB34 جوابگو بوده و نیاز به محاسبه و کنترل نمی باشد پس جواب مسأله نیمرخ IPB34 است.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که تیر ستون دارای تکیه گاه

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ جانبی پیوسته می باشد.}$$



(حل)

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و مقدار آن برابر است با:

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4 \times 9^2}{8} = 40.5 \text{ ton.m}$$

چون مقطع فشرده بوده و تیرستون اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی آن

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ می باشد.}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40.5 \times 10^5}{1584} = 2557 \text{ cm}^3$$

نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8 \times 900}{17.1} = 42.1$$

چون تیرستون اتکاء جانبی دارد پس کمانش حول x تعیین کننده می باشد:

$$\lambda = 42.1 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1274 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{198} = 152 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{152}{1274} = 0.12 < 0.15$$

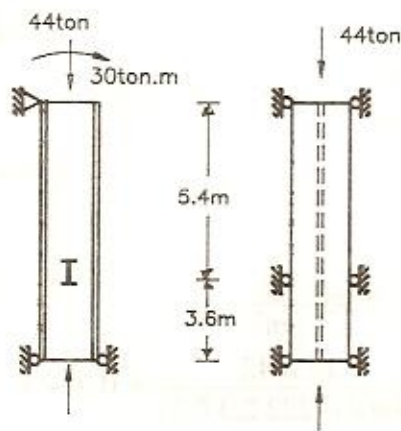
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40.5 \times 10^5}{2880} = 1406 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{152}{1274} + \frac{1406}{1584} = 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{1440} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری هم وجود دارد نیمرخ IPB40 با

$W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 540}{7.4} = 73$$

$$\lambda_{\max} = 73 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1088 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{44 \times 10^3}{198} = 222.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{222.2}{1088} = 0.2 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{2880} = 1042 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{222.2}{1440} + \frac{1042}{1440} = 0.88 < 1 \quad \text{o.k.}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{52.6^2} = 3795 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{222.2}{1088} + \frac{1 \times 1042}{1440(1 - 222.2/3795)} = 0.97 < 1 \quad \text{o.k.}$$

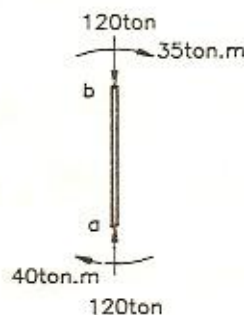
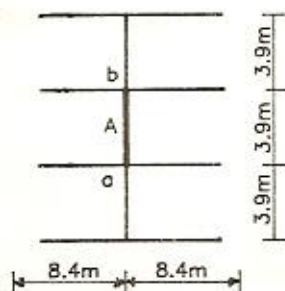
بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسأله

ستون A در شکل زیر عضوی از یک قاب مهاربندی نشده است. آن را با نیمرخ IPB

طرح دهید. کلیه تیرهای قاب از نوع نیمرخ IPE60 هستند. ستونها مشابه ستون A

بوده و خمش ستون حول محور x مقطع می باشد. $F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{2160} = 1852 \text{ cm}^3$$

با توجه به بزرگ بودن نیروی محوری وارده نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$

انتخاب و کنترل می شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{2 \times 57680/390}{2 \times 92080/840} = 1.35 \Rightarrow k_x = 1.42$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.42 \times 390}{17.1} = 32.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 390}{7.4} = 52.7$$

$$\lambda_{\max} = 52.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1714 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{120 \times 10^3}{198} = 606 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{606}{1714} = 0.35 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40 \times 10^5}{2880} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 0.6 \times 3600 = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{606}{0.6 \times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.92 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 0.85$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{32.4^2} = 10002 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{606}{1714} + \frac{0.85 \times 1382}{2160(1 - 606/10002)} = 0.94 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

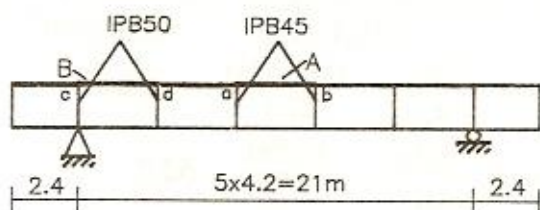
مسئله

در خرابای ویرندیل (قاب صلب) زیر دو عضو A و B را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که بین قاب مذکور و یک قاب مشابه دیگر بموازات آن و در مجاوزت آن بادیندی ساده وجود دارد.

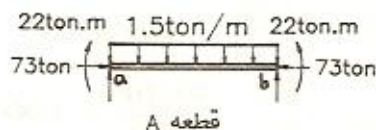
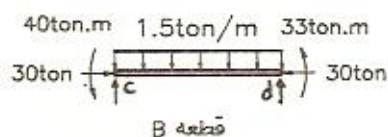
$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

به غیر از A و B کلیه اعضاء

فوقانی از نوع نیمرخ IPB60 می باشند.



فاصل مھارھای جانبی اعضاء 1.2m می باشد



(حل)

طراحی قطعه A:

لنگر ماکزیمم در وسط قطعه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{qL^2}{8} + 22 = \frac{1.5 \times 4.2^2}{8} + 22 = 25.3 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه برابر $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{25.3 \times 10^5}{1584} = 1597.2 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری نیز وجود دارد نیمرخ
 IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{(I_x/L)_{\text{IPB60}} + (I_x/L)_{\text{IPB40}}}{(I_x/L)_{\text{IPB45}}}$$

$$= \frac{(171000/4.2) + (57680/4.2)}{(79890/3.75)} = 2.6$$

$$\Rightarrow k_x = 1.72 \text{ نمودار قاب با آزادی انتقال جانبی}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.72 \times 420}{17.1} = 42.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{\max} = 42.2 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1273.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{73 \times 10^3}{198} = 369 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{369}{1273.5} = 0.29 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{25.3 \times 10^5}{2880} = 878 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 > L_b = 120$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \cdot F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{40}{30 \times 2.4} \times 2400} = 1050 > L_b$$

بنابراین اتکاء جانبی قطعه برقرار بوده و چون مقطع فشرده می باشد تنش مجاز
 خمشی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ است.
 کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{369}{1440} + \frac{878}{1584} = 0.81 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{42.2^2} = 5896 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

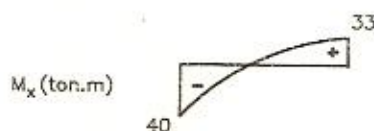
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{369}{1273.5} + \frac{1 \times 878}{1584(1-369/5896)} = 0.88 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

طراحی قطعه B :

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی در این قطعه

بصورت مقابل می باشد.



با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{1440} = 2778 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری وارد بر قطعه کوچک می باشد نیمرخ IPB40 با W_x

2880 cm^3 انتخاب و کنترل می شود :

$$G_c = \frac{(I_x/L)IPB60 + (I_x/L)IPB40}{(I_x/L)IPB50} = \frac{(171000/2.4) + (57680/4.2)}{(107200/3.75)} = 3$$

$$G_d = \frac{(I_x/L)IPB40 + (I_x/L)IPB60}{(I_x/L)IPB50} = \frac{(57680/4.2) + (171000/2.4)}{(107200/3.75)} = 1.9$$

با استفاده از نمودار مربوط به قابهای با آزادی انتقال جانبی بدست می آید :

$$k_x = 1.7$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1.7 \times 420}{17.1} = 42$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{\max} = 42 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1275 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{198} = 151.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{151.5}{1275} = 0.12 < 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40 \times 10^5}{2880} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L < L_1, L_2 \text{ و مقطع فشرده بوده} \Rightarrow F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

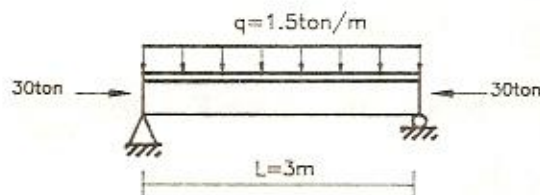
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{151.5}{1275} + \frac{1389}{1584} = 0.99 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ سپری که از نصف شده نیمرخ نوع IPB تشکیل شده باشد

طرح دهید. تیر ستون در دو انتها دارای تکیه گاه جانبی است. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



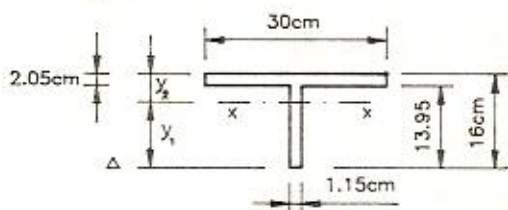
(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری تیر ستون $F_a = 800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{30 \times 10^3}{800} = 37.5 \text{ cm}^2$$

با توجه به اینکه علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز بر مقطع وارد می شود نیم

شده نیمرخ IPB32 انتخاب و کنترل می شود:



تعیین محلّ تار خنثی مقطع :

$$S_A = 30 \times 2.05 \times \left(16 - \frac{2.05}{2}\right) + 1.15 \times 13.95 \times \frac{13.95}{2} = \left(\frac{161}{2}\right) \times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 12.8 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 3.2 \text{ cm}$$

محاسبهٔ ممان اینرسی مقطع حول محور X:

$$I_x = \frac{30 \times 2.05^3}{12} + 30 \times 2.05 \times \left(3.2 - \frac{2.05}{2}\right)^2 + \frac{1.15 \times 13.95^3}{12} + 1.15 \times 13.95 \times \left(12.8 - \frac{13.95}{2}\right)^2 \Rightarrow I_x = 1117 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\left(\frac{I_x}{A}\right)} = \sqrt{\left(\frac{1117}{161/2}\right)} = 3.72 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 300}{3.72} = 80.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1035 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{161/2} = 373 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.5 \times 3^2}{8} = 1.69 \text{ ton.m}$$

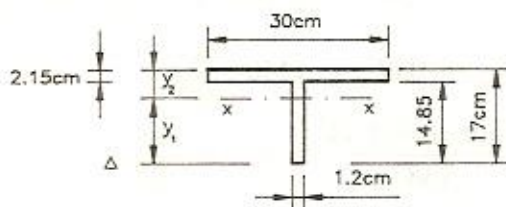
کنترل بال کششی :

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -373 + \frac{1.69 \times 10^5 \times 12.8}{1117} = 1564 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} > F_{bt} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{N.G.}$$

بنابراین سپری ناشی از نیم شدن نیمرخ IPB32 ضعیف می باشد.

نیم شده نیمرخ IPB34 کنترل می شود :



$$S_A = 30 \times 2.15 \times \left(17 - \frac{2.15}{2}\right) + 14.85 \times 1.2 \times \frac{14.85}{2} = \left(\frac{171}{2}\right) \times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 13.56 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 17 - 13.56 = 3.44 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{30 \times 2.15^3}{12} + 2.15 \times 30 \times \left(3.44 - \frac{2.15}{2}\right)^2 + \frac{1.2 \times 14.85^3}{12} + 1.2 \times 14.85 \times \left(13.56 - \frac{14.85}{2}\right)^2 = 1383 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{1383}{171/2}} = 4.02 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 300}{4.02} = 74.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1077 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{171/2} = 351 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل بال کششی :

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -351 + \frac{1.69 \times 10^5 \times 13.56}{1383} = 1306 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k}$$

کنترل بال فشاری :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351}{1077} = 0.32 > 0.15$$

چون نیمرخ سپری است و $L < L_1$ و L_2 می باشد پس :

$$F_{bc} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x \cdot y_2}{I_x} = \frac{1.69 \times 10^5 \times 3.44}{1383} = 420.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bc}} \leq 1$$

$$\frac{351}{1440} + \frac{420.4}{1440} = 0.54 < 1 \quad \text{o.k}$$

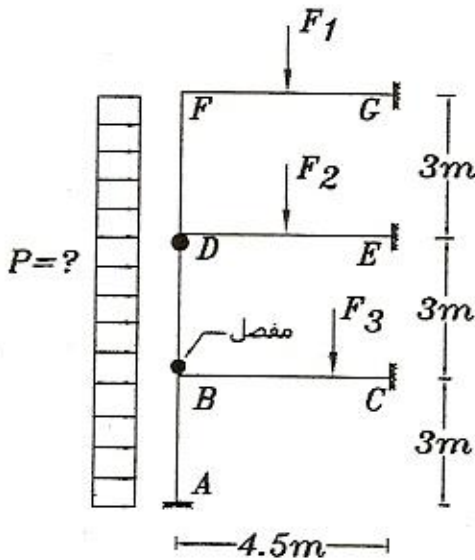
کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1 \text{ و } F_{cx} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{74.6^2} = 1887 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bc}(1 - f_a/F_{cx})} = \frac{351}{1077} + \frac{1 \times 420.4}{1440(1 - 351/1887)} = 0.69 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین سپری ایجاد شده از نیم شدن نیمرخ IPB34 جواب مسأله می باشد.

نمونه مسائل امتحانی



نیروی فشاری عضو BD از قاب

شکل، 30ton محاسبه شده است. اگر مقطع

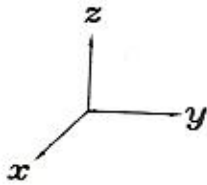
عضو BD متشکل از دو عدد نبشی L80×8

باشد و این پروفیل‌ها به بهترین نحو به یکدیگر

متصل شده باشند. (بدون بست) در این صورت،

آیا عضو BD می‌تواند بار گسترده P را تحمل

کند؟ (در این صورت مقدار این نیروی مجاز چقدر است؟)

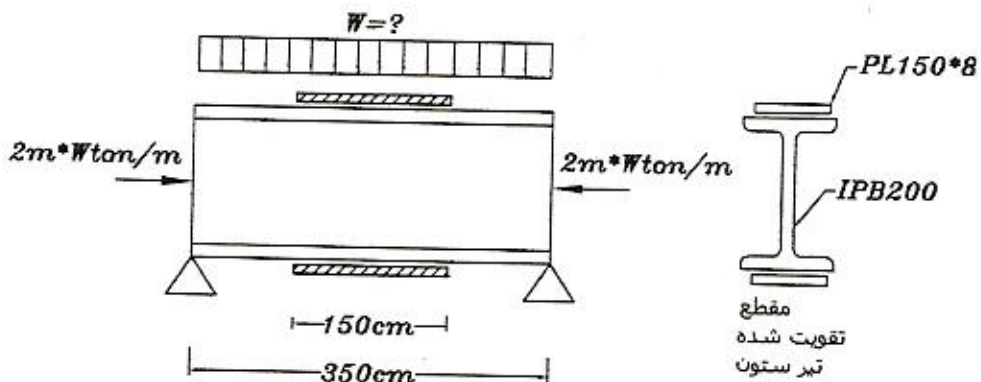


$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

بار گسترده مجازی که می‌توان به تیر ستون با مقطع شکل وارد کرد، چقدر است؟ (ضرایب K

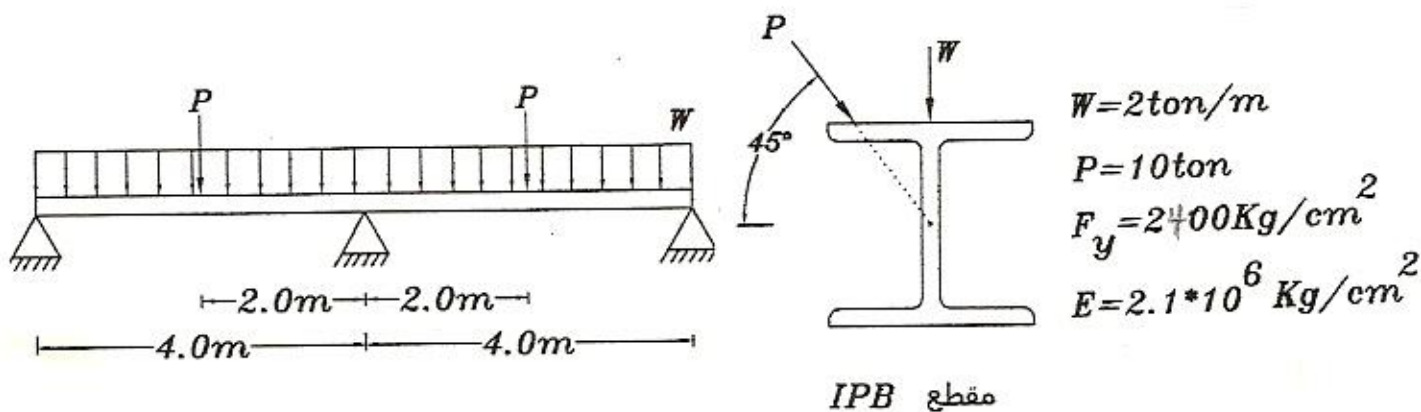
و C_m و C_b برابر واحد فرض می‌شود.)



$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

مقطعی از IPB انتخاب نمایید که بتواند بارهای شکل را تحمل کند. این تیر در طول خود دارای اتکای جانبی است.

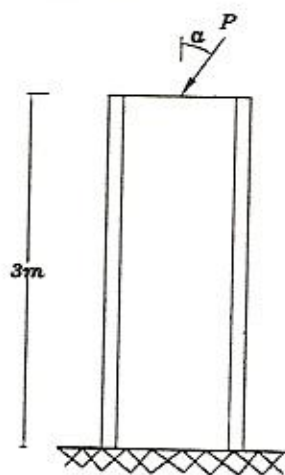
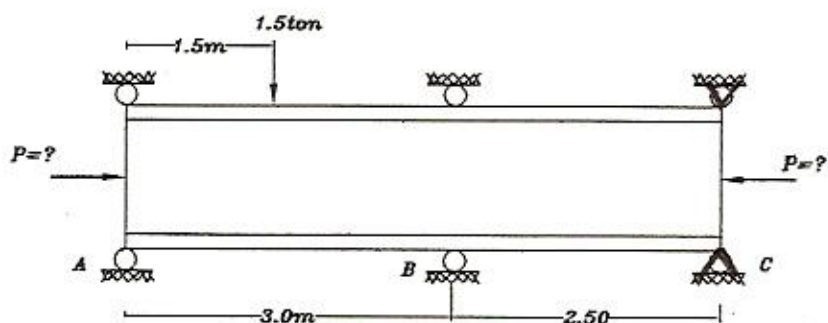


حداکثر نیروی فشاری مجاز یک عدد پروفیل IPB200، با شرایط زیر، مطابق آیین‌نامه چقدر

می‌باشد؟ شرایط ستون:

الف- فولاد مصرفی دارای $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ و $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ است.

ب- در تکیه‌گاه میانی هیچ گونه اتکائی نسبت به محور ضعیف موجود نمی‌باشد.



$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$
 $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

مقطع تیر ستون شکل یک عدد پروفیل IPB

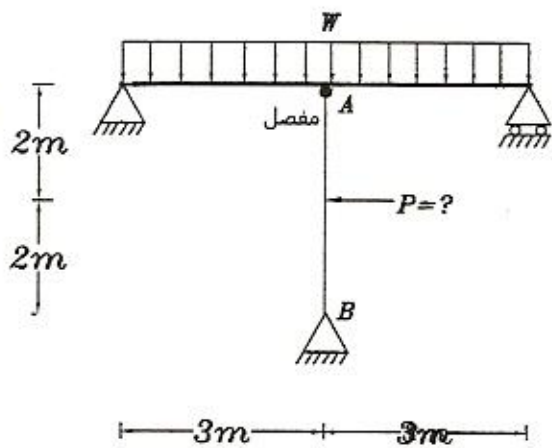
می‌باشد، که در طول خود دارای اتکای جانبی

است. مقادیر حداکثر و حداقل نیروی فشاری

(P_{\min}, P_{\max}) و هم چنین نیروی فشاری

$P = \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2}$ تحت چه زوایه‌ای به وجود می‌آید

و مقادیر آنها چقدر است؟



مقطع تیر ستون AB از یک عدد پروفیل

IPB240 تشکیل شده است. اگر نیروی

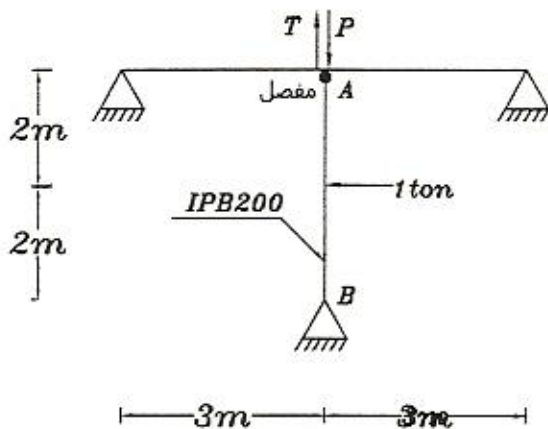
فشاری وارده بر این تیر ستون 20ton

باشد. در این صورت مقدار مجاز نیروی P

چقدر است؟ $F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$

$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$K_x = K_y = 1$



نسبت نیروی کششی مجاز به نیروی

فشاری مجاز برای تیر ستونی با مقطع

IPB200 تحت شرایط زیر چقدر است؟

$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$

$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$K_x = K_y = 1$

$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$

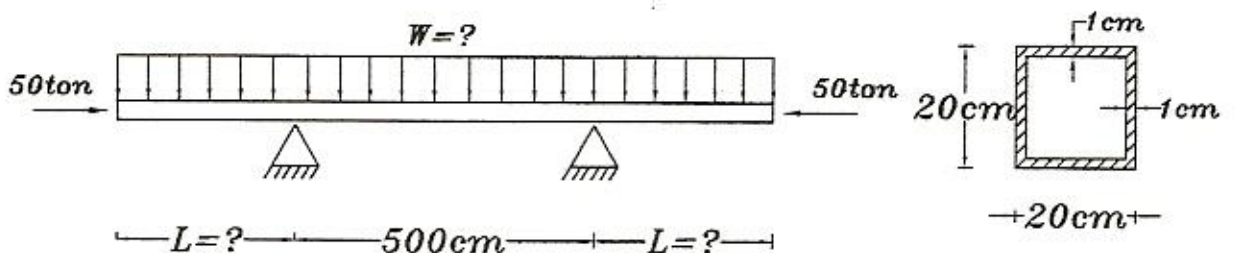
$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$L_b = 0$ طول غیر مهاري

برای تیر ستون شکل، حداکثر بار

گسترده مجاز W بر اساس طول بهینه ،

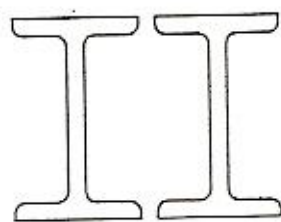
چقدر است؟



مقاطع تیر ستونی شکل را برای نیروهای داده شده زیر کنترل کنید و کفایت مقاطع را تعیین کنید.

مشخصات فولاد مصرفی: $E=2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$; $F_y=2400 \text{ Kg/cm}^2$

شماره بارگذاری	$P(\text{ton})$	$M_{x\text{bot}}$ (ton-m)	$M_{x\text{top}}$ (ton-m)	$M_{y\text{bot}}$ (ton-m)	$M_{y\text{top}}$ (ton-m)
1	63	3	2.5	1.25	1
2	71	2.5	2.25	1	0.75
3	50	3.75	3.25	1.75	1.25
4	31	1	0.75	2.25	2
5	20	1.25	1	3.5	3.25

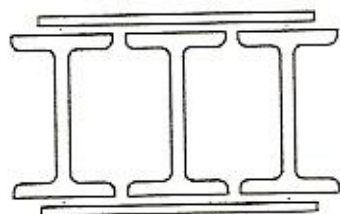


2IPE240

$$L_x=400\text{cm} \quad K_x=1.35 \quad C_{mx}=0.85$$

$$L_y=200\text{cm} \quad K_y=1.35 \quad C_{my}=0.85$$

جواب: (مقطع ضعیف است) $Check_{max} = 1.35$



3IPE180+2PL200*10

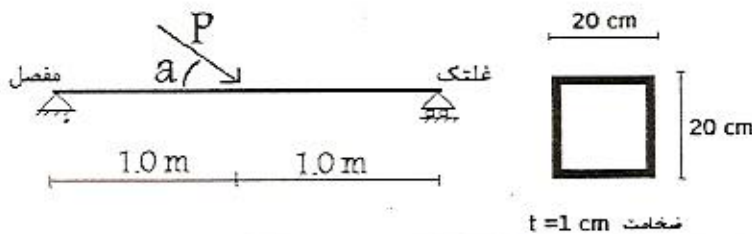
$$L_x=300\text{cm} \quad K_x=1.20 \quad C_{mx}=0.85$$

$$L_y=300\text{cm} \quad K_y=1.30 \quad C_{my}=0.85$$

جواب: (مقطع مناسب و اقتصادی است) $Check_{max} = 0.98$

مقادیر حداکثر و حداقل نیروی P (P_{min} و P_{max}) برای تیر ستون شکل چقدر است؟ اگر نیروی

تحت زاویه a به تیر ستون وارد شود در این صورت زاویه a چقدر است؟
$$P = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$$



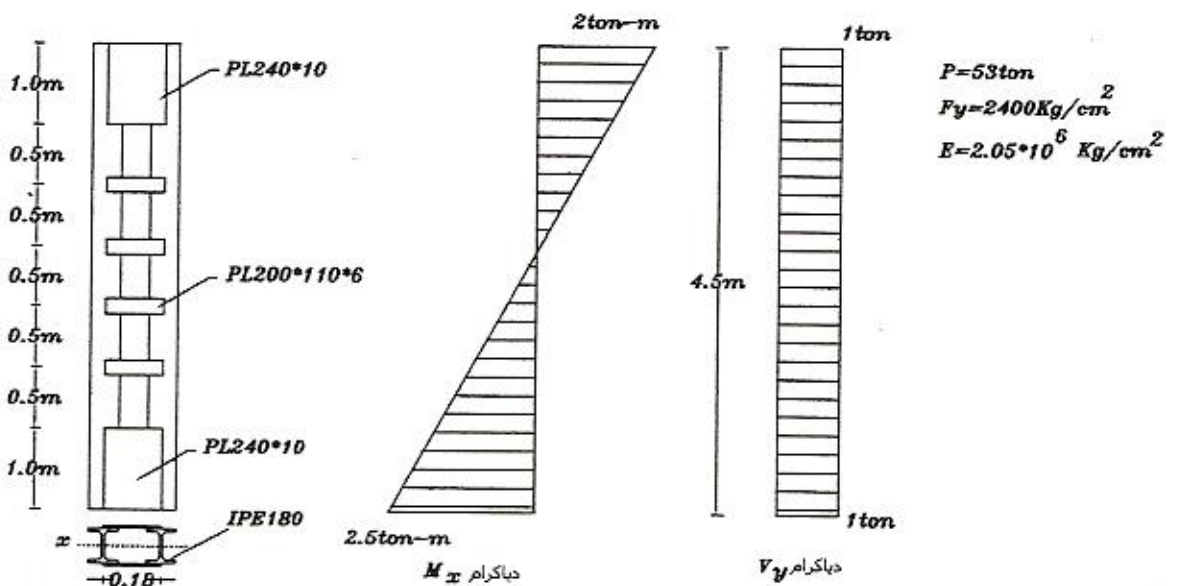
$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

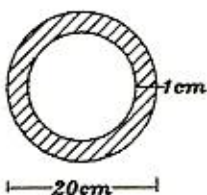
$$L_b = 2.0 \text{ m}$$

دیگرام‌های لنگر خمشی و نیروی برشی برای تیر ستون شکل، مطابق زیر داده شده است.

حداکثر تنش‌های ایجاد شده در مقطع اصلی ستون و هم چنین در بست‌های افقی چقدر است؟



یک تیر ستون، با مقطع لوله‌ای که در فواصل سه متری دارای اتکای جانبی است و \bar{m} مهاربندی شده می‌باشد، تحت اثر نیروی فشاری 10ton قرار گرفته است. در این صورت حداکثر لنگر خمشی مجاز برای این تیر ستون چقدر است؟

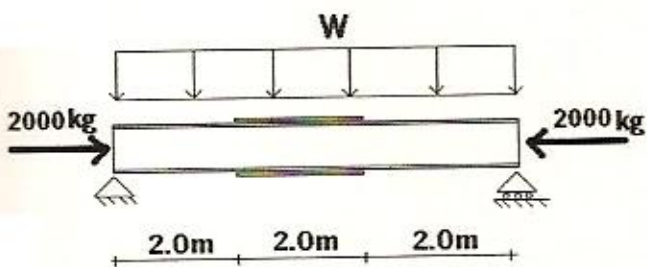


$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

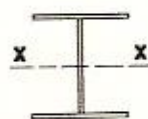
$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$K_x = K_y = 1.5$$

حداکثر بارگسترده مجازی که می توان به تیر ستون شکل زیر وارد کرد چقدر است؟

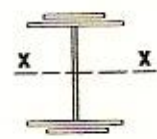


$E=2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ $F_b=1440 \text{ kg/cm}^2$
 $F_y=2400 \text{ kg/cm}^2$



IPB 240

مقطع بدون تقویت



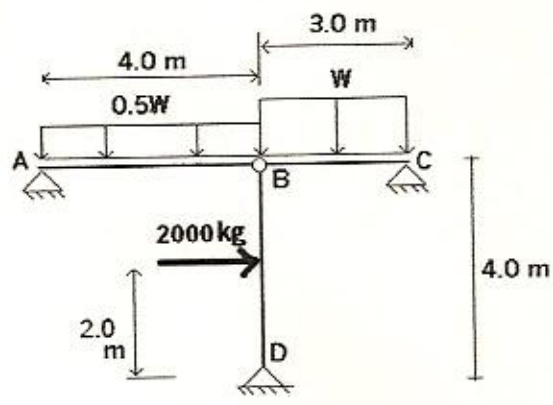
IPB 240
+2PL200*10

مقطع با تقویت

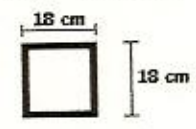
IPB 240 :

$A=106 \text{ cm}^2$ $r_x=10.30 \text{ cm}$ $r_y=6.06 \text{ cm}$ $s_x=938 \text{ cm}^3$
 $t_w=1 \text{ cm}$ $d=24 \text{ cm}$ $b_f=24 \text{ cm}$ $t_f=1.7 \text{ cm}$

حداکثر بارگسترده مجازی W برای سازه شکل زیر چقدر است؟



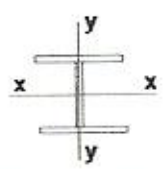
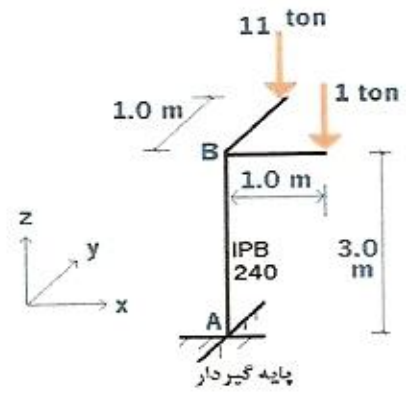
$F_b=1440 \text{ kg/cm}^2$ تنش مجاز خمشی
 $F_y=2400 \text{ kg/cm}^2$ تنش تسلیم
 $E=2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ضریب الاستیسیته



(شخامت 0.6 cm)

مقطع کلیه اعضا

بارهای وارد بر تیر ستون AB مطابق شکل زیر داده شده است. تقریباً چند درصد از ظرفیت مجاز این تیر ستون استفاده شده است؟



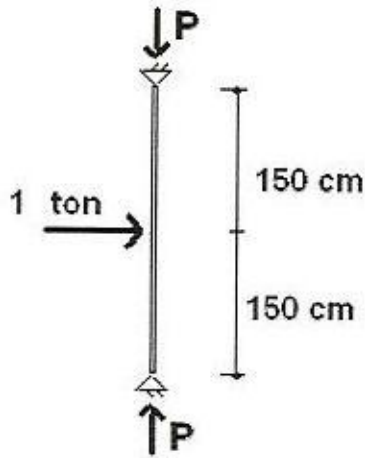
مقطع تیر ستون AB

IPB 240 :

$A=106 \text{ cm}^2$ $r_x=10.30 \text{ cm}$ $r_y=6.06 \text{ cm}$ $s_x=938 \text{ cm}^3$
 $s_y=327 \text{ cm}^3$ $d=24 \text{ cm}$ $b_f=24 \text{ cm}$ $t_f=1.7 \text{ cm}$

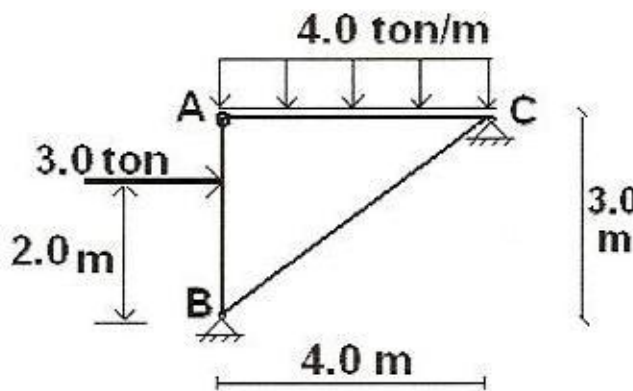
$F_{bx} = 1440 \text{ kg/cm}^2$ تنش های مجاز
 $F_{by} = 1800 \text{ kg/cm}^2$ خمشی

یک ورق به مساحت چهل سانتیمتر مربع (ابعاد $40 \times 1 \text{ cm}$) و طول ۳ متر مورد نظر است طرح برش این ورق را به صورتی ارائه دهید که بتوان از اتصال ورق های برش خورده به یک مقطع عضو تیر ستون رسید که بیشترین نیروی مجاز فشاری را بتواند تحمل کند در این صورت مقدار این نیروی مجاز فشاری چقدر است؟



$$\begin{aligned}
 &F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{فولاد مصرفی} \\
 &E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\
 &L_y = 100 \text{ cm} \quad \text{طول عرضی نسبت به محور ضعیف} \\
 &L_x = 300 \text{ cm} \quad \text{طول عرضی نسبت به محور قوی} \\
 &\text{توضیح اینکه خمش حول محور قوی اتفاق می افتد}
 \end{aligned}$$

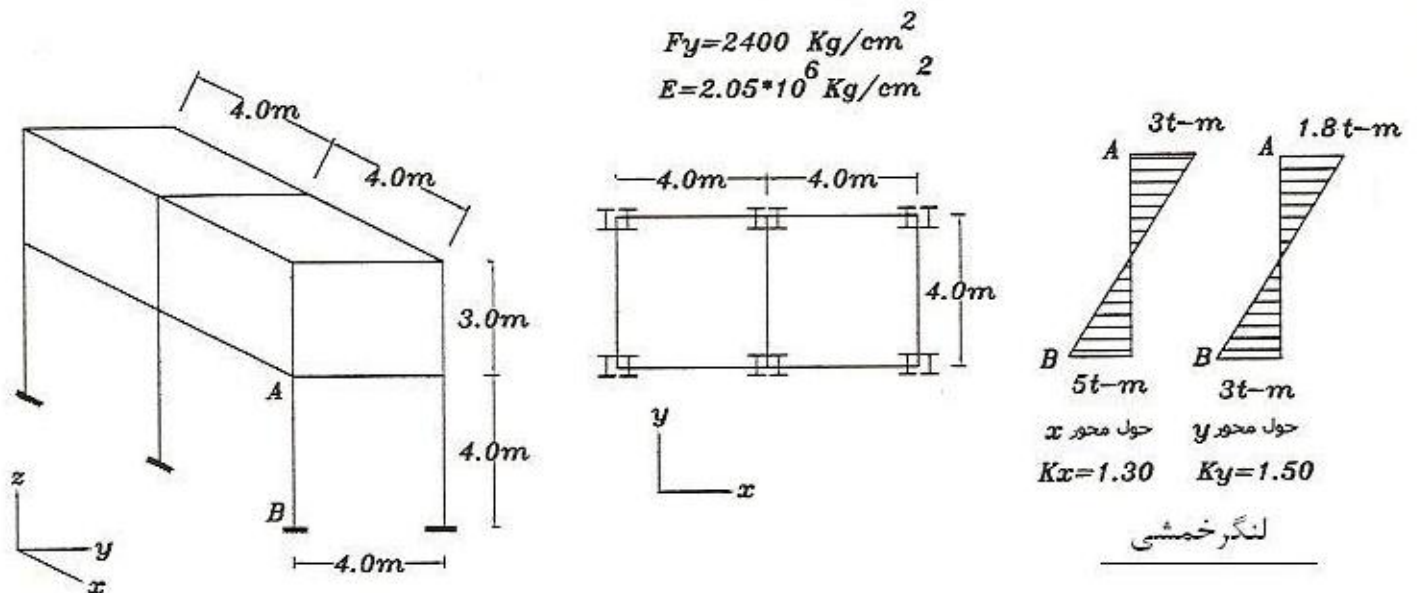
مقطع تیر ستون AB را از دو پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



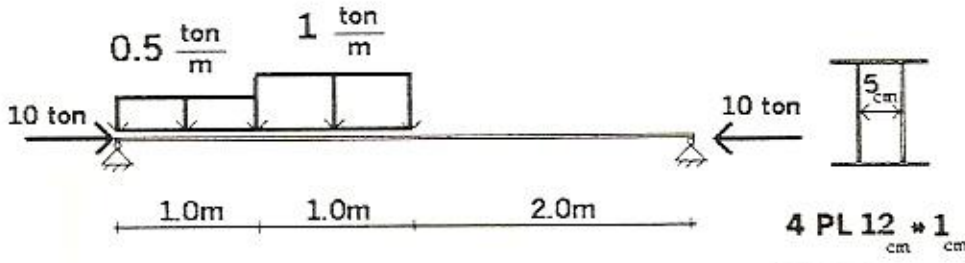
$$\begin{aligned}
 &F_Y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\
 &E = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\
 &L_b = 3.0 \text{ m} \quad \text{طول غیر مهارى} \\
 &\text{II} \quad \text{مقطع تیر ستون}
 \end{aligned}$$

با فرض این که نیروی فشاری ستون AB برابر 50ton باشد. در این صورت مطلوبست طرح

ستون از دو عدد پروفیل IPE به هم چسبیده، با توجه به مشخصات زیر:

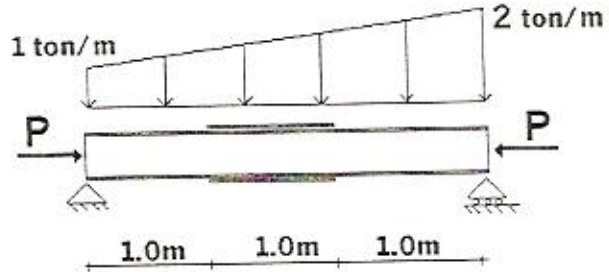


روابط اصلی تیرستون هارا برای المان شکل زیر کنترل نمایید



تنش مجاز خمشی $F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2$
 تنش تسلیم $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$
 $L_b = 200 \text{ cm}$

حداکثر نیروی مجازی که می توان به تیرستون شکل زیر وارد کرد چقدر است؟



$K_x = 1.0$ $K_y = 1.0$ $L_b = 0$
 $F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2$
 $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$

IPB 240 :
 $A = 106 \text{ cm}^2$ $r_x = 10.30 \text{ cm}$ $r_y = 6.06 \text{ cm}$ $S_x = 938 \text{ cm}^3$
 $t_w = 1 \text{ cm}$ $d = 24 \text{ cm}$ $b_f = 24 \text{ cm}$ $t_f = 1.7 \text{ cm}$

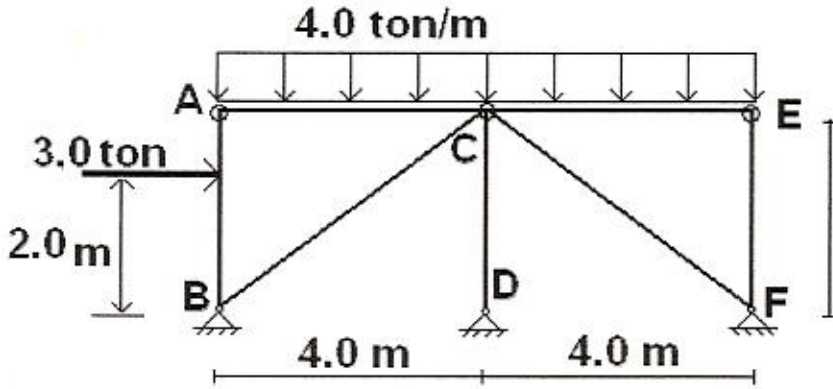


IPB 240
 مقطع بدون تقویت



IPB 240
 + 2PL 200*10 mm
 مقطع با تقویت

مقطع تیرستون AB راز سه پرروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
 $E = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
 $L_b = 3.0 \text{ m}$ طول غیر مهاری
 مقطع تیرستون III