فصل سوم

رفتار غیر ارتجاعی و تحلیل خمیری سازه‌های کششی و فشاری

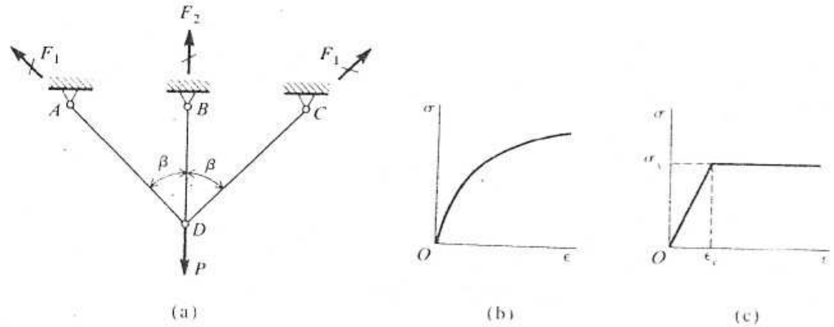
۱ – ۳ رفتار غیر خطی

در فصل‌های قبل همواره فرض بر این بود که مصالح سازه از قانون هـوک پیروی می‌کند . حال بیاییم رفتار سازه‌ها در کشش و فشار را وقتی تنش از حد تناسب‌تجاوز می‌کند بررسی کنیم . فرض می‌کنیم منحنی‌تنش–کرنش برای مصالح سازه معلوم باشد .

اگر سازه به طور استاتیکی معین یا ایزو استاتیک باشد ، نیروهای محوری را می‌توان بدون مطالعه خواص مصالح از معادلات تعادل بدست آورد . سپس با داشتن‌نیروها می‌توان تنش‌ها را در هر نقطه سازه محاسبه نمود . بالاخره با استفاده از نمودار تنش – کرنش ، کرنش در هر نقطه و از روی آن تغییر طول هر عضو بدست می‌آید . این روش حل برای سازه‌های ایزو استاتیک کاملا" آسان است (مسئله ۱–۳رادر این فصل ببینید) .

تحلیل در یک سازه هیپر استاتیک بسیار پیچیده تر می‌شود زیرا نیروها را نمی‌توان بدون یافتن تغییر مکان‌ها پیدا کرد و خود تغییر مکان‌ها بستگی به نیروها و رابطه تنش–کرنش دارند . برای چنین سازه‌هایی روش آزمون و خطا یا روش تقریبات متوالی را می‌توان بکار برد . برای نشان دادن یکی از روش‌های تحلیل ،دوباره خر پای سه میله‌ای و متقارن شکل a ۱ – ۳ را در نظر می‌گیریم ولی در اینجا فرض می‌کنیم مصالح خر پا دارای منحنی تنش – کرنش شکل b ۱ – ۳ باشد .

تحلیل خر پای مزبور را با انتخاب یک تغییر مکان قائم فرضی و آزمایشی δ در مفصل D شروع می‌کنیم . سپس با رسم نمودار ویلیو برای مفصل D اضافه طول‌های سه



شکل ۱ـ۳ خرپای هیپراستاتیک با منحنی‌های تنش ـ کرنش غیرخطی

میله را بدست می‌آوریم . این محاسبه ما را مطمئن می‌سازد که شرط سازگاری تغییر مکان‌ها در مفصل D بر قرار می‌باشد . قدم بعدی بررسی تعادل نیروها در مفصل D میباشد . کرنش‌های میله‌ها از روی ازدیاد طول آنها بدست می‌آید و سپس تنش‌ها را میتوان از روی منحنی تنش ـ کرنش بدست آورد . با دانستن تنش‌ها می‌توانیم نیروها را در میله‌ها حساب و تعادل مفصل D را کنترل کنیم . اگر مقدار درست δ در ابتدا انتخاب شده باشد مشاهده خواهیم کرد که تعادل مفصل D بر قرار می‌باشد . در غیر این صورت درخواهیم یافت که نیروها در تعادل نیستند و بنابراین باید مقدار آزمایشی جدیدی برای δ انتخاب و عمل بالا را تکرار نمود . با تکرار این عمل سرانجام مقداری از δ را خواهیم یافت که هر دو معادله تعادل و سازگاری تغییر مکان‌ها را در مفصل D قانع کنـد . در این صورت نیروهای نظیر در میله‌ها مقادیر صحیح خواهند بود .

روش دیگری برای حل مسئله فوق وجود دارد که در آن ما ابتدا یک مقدار آزمایشی برای نیروی F_2 میله قائم انتخاب می‌کنیم . سپس با استفاده از معادلات تعادل نیروها در مفصل D می‌توان نیروها را در میله‌های مایل حساب نمود . پس از آن تنش‌ها در میله‌ها معین می‌شود و از روی تنش‌ها و منحنی تنش ـ کرنش، کرنش‌ها و اضافه طول‌ها به دست می‌آیند . سرانجام از نمودار ویلیو در مفصل D می‌توان بررسی نمود که آیا تغییر طول‌های میله‌ها با یکدیگر سازگار هستند یا نه . اگر تغییر طول‌ها سازگار هستند در این صورت مقدار آزمایشی F_2 مقدار صحیح بوده و تحلیل کامل است ، در غیر این صورت باید مقدار آزمایشی جدیدی برای F_2 انتخاب نمود و عملیات بالا را تکرار کرد تا هم معادله تعادل و هم معادله سازگاری تغییر مکان‌ها قانع شوند .

با تحلیل نمودن خرپای هیپر استاتیک شکل a ۱ ـ ۳ به طریق مذکور در فوق

می‌توان تغییر شکل‌های خرپا و نیروها در اعضاء آن را برای هر مقدار معین بار P بـه دست آورد . بدین ترتیب می‌توانیم تصویر کاملی از رفتار خرپا همچنانکه بار از صفر تا یک مقدار ماکزیمم افزایش می‌یابد به دست آوریم .

۲ ـ ۳ تحلیل خمیری

بعضی از مصالح (بخصوص فولاد سازه‌ای) یک ناحیه ارتجاعی خطی در منحنی تنش ـ کرنش دارند که بعد از آن ناحیه تسلیم قابل ملاحظه‌ای وجود دارد . منحنی‌تنش ـ کرنش برای چنین مصالحی را همانطور که در شکل c ۱ ـ ۳ مشاهده می‌شود می‌توان با تقریب خوب بوسیله دو خط مستقیم به صورت ایده‌آل در آورد . فرض می‌شود که ماده تا نقطه تسلیم از قانون هـوک پیروی کند و بعد از آن تحت تنش ثابت تغییر شکل نا محدود دهد و به اصطلاح تسلیم شود . تنش و کرنش در نقطه تسلیم به ترتیب با σ_y و ε_y نشان داده می‌شود . ماده‌ای که بدون افزایش تنش تسلیم می‌شود به نام ماده کاملا" خمیری خوانده می‌شود . البته منحنی تنش ـ کرنش فولاد به علت خاصیت سخت شوندگی سرانجام شیب پیدا می‌کند (همانطور که در بخش ۳ ـ ۱ بحث شد) ولی‌موقعی که سخت شوندگی فولاد شروع می‌شود تغییر شکل‌های خیلی زیادی رخ داده و سازه دیگر قابل استفاده نخواهد بود . از این رو استفاده از منحنی ایده‌آل شکل c ۱ ـ ۳ برای تحلیل سازه‌های فولادی در ناحیه‌خمیری به صورت روش متداول در آمده است .

برای فولاد، منحنی شکل c ۱ ـ ۳ هم برای کشش و هم برای فشار بکار می‌رود . ماده‌ای که منحنی تنش ـ کرنش آن مانند شکل مزبور باشد (یعنی ماده‌ای که منحنی تنش ـ کرنش آن دارای یک ناحیه ارتجاعی خطی می‌باشد که پس از آن ناحیه کاملا" خمیری وجود دارد) به نام ماده ارتجاعی ـ خمیری موسوم می‌باشد . تحلیلی‌که‌براساس فرضیات فوق صورت گیرد تحلیل خمیری یا تحلیل حدی نامیده می‌شود .

روش تحلیل خمیری را می‌توان با مطالعه مجدد خرپای سه میله‌ای متقارن شکل a ۱ ـ ۳ شرح داد. با افزایش تدریجی بار P نیروهای میله‌ها نیز اضافه می‌گردد و تا زمانی که تنش ها کمتر از تنش تسلیم σ_y هستند نیروهای داخلی میله‌ها را می‌توان به وسیله یک تحلیل ارتجاعی بدست آورد (مثال ۲ ـ ۲ را ببینید) . با افزایش نیروی P زمانی می‌رسد که تنش در میله وسطی که دارای نیروی بیشتری‌نسبت‌به‌میله‌های کناری می‌باشد (با فرض اینکه مساحت سطح مقطع همه میله‌ها یکسان باشد) به حد تنش تسلیم σ_y می‌رسد . این زمانی‌اتفاق می‌افتد که نیروی داخلی میله وسط ، F_2 ، برابر

$\sigma_y A$ گردد (A مساحت سطح مقطع هر یک از میله‌ها می‌باشد) . با افزایش بیشتر بار P نیروهای میله‌های مایل نیز افزایش می‌یابند ، ولی نیروی F_2 ثابت باقی می ماند زیرا میله وسط به حالت خمیری در آمده است . سرانجام میله‌های مایل نیز به حالت خمیری در خواهند آمد ، در این موقع سازه دیگر نمی‌تواند هیچ بار اضافی را تحمل کند و میله‌ها تحت یک مقدار ثابت (و حداکثر) بار افزایش طول پیدا می‌کنند . این بار موسوم به بار نهایی P_u می‌باشد .

پدیده فوق در شکل ۲ ـ ۳ به وسیله یک منحنی بار ـ تغییر شکل برای خرپای شکل ۱ ـ ۳ a نشان داده شده است . در روی محور قائم بار P و در روی محور افقی تغییر مکان δ اتصال D خرپا برده شده است . از O تا A هر سه میله به حالت ارتجاعی هستند و نیروهای میله‌ها از مثال ۲ ـ ۲ بخش ۲ ـ ۲ عبارتند از

$$F_1 = \frac{P\cos^2\beta}{1+2\cos^3\beta} \quad ; \quad F_2 = \frac{P}{1+2\cos^3\beta}$$

در نقطه A میله وسط تسلیم می‌شود و مقدار نظیر بار P بار تسلیم P_y خوانده می‌شود . اگر در معادله بالا به جای F_2 مقدار $\sigma_y A$ را قرار دهیم بار تسلیم به دست می‌آید .

$$P_y = \sigma_y A\,(1+2\cos^3\beta)$$

از A تا B نیروی میله وسط برابر $\sigma_y A$ باقی می‌ماند و نیروهای میله‌های مایل از معادله تعادل اتصال D (معادله 2-9) بدست می‌آیند .

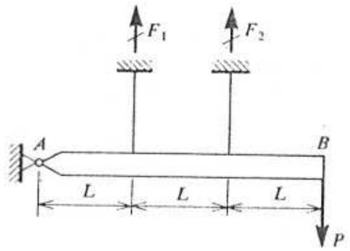
$$F_1 = \frac{P-\sigma_y A}{2\cos\beta}$$

در نقطه B میله‌های مایل نیز تسلیم می‌شوند ، بنابراین $F_1=\sigma_y A$ و از معادله تعادل اتصال D بار نهایی P_u بدست می‌آید .

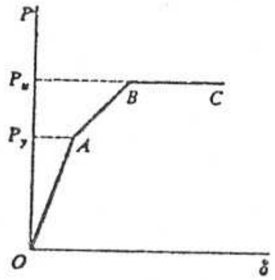
$$P_u = \sigma_y A\,(1+2\cos\beta)$$

از B تا C سازه تحت بار ثابت P_u به تغییر شکل ادامه می‌دهد .

همانطوریکه قبلا" ذکر شد سرانجام پدیده سخت شوندگی کرنش رخ خواهد داد و در آن موقع سازه قادر خواهد بود بار بیشتری را تحمل کند ، ولی بوجود آمدن تغییر



شکل ۳ ـ ۳



شکل ۲ ـ ۳ منحنی بار ـ تغییر شکل خرپای شکل ۱ ـ ۳ a

شکل‌های زیاد عملا" به معنای شکست سازه می‌باشد . از این جهت محاسبه بار نهایی P_u برای مهندسین سازه اهمیت زیادی دارد .

مثال ۱ ـ ۳

بار تسلیم P_y و بار نهایی P_u را برای سازه شکل ۳ ـ ۳ محاسبه کنید . میله افقی AB صلب می‌باشد و دو سیم قائم از یک نوع مصالح ارتجاعی ـ خمیری ساخته شده‌اند . با بکار بردن ضریب بار 1.85 بار مجاز P_w را نیز حساب کنید . فرض کنید هر دو سیم مساحت سطح مقطع یکسان A داشته باشند .

حل : با نوشتن معادله تعادل لنگری میله AB حول نقطه A رابطه‌ای بین نیروهای F_1 و F_2 در سیم‌ها بدست می‌آید .

$$F_1 + 2F_2 = 3P \qquad (3-1)$$

این معادله برای تمام مقادیر P از صفر تا بار نهایی P_u صادق است . همچنین از شکل ۳ ـ ۳ واضح است که افزایش طول سیم سمت راست همواره دو برابر افزایش طول سیم سمت چپ می‌باشد . بنابراین

$$\delta_2 = 2\delta_1$$

در شرایط ارتجاعی اگر به جای افزایش طولها بر حسب نیروها قرار دهیم نتیجه می‌شود

$$F_2 = 2F_1$$

بنابراین با افزایش تدریجی بار P ابتدا نیروی F_2 به مقدار تسلیم $\sigma_y A$ می‌رسد . در این موقع F_1 برابر $\sigma_y A/2$ می‌باشد و مقدار نظیر بار P که همان بار

تسلیم P_y است از معادله 3-1 بدست می‌آید .

$$P_y = \frac{5\sigma_y A}{6}$$

موقعی که بار P به حد بار نهایی P_u می‌رسد هر دو نیروی F_1 و F_2 برابر $\sigma_y A$ می‌گردند . در این صورت از معادله 3-1 نتیجه می‌شود

$$P_u = \sigma_y A$$

بار مجاز P_w با تقسیم نمودن بار نهایی بر ضریب بار بدست می‌آید .

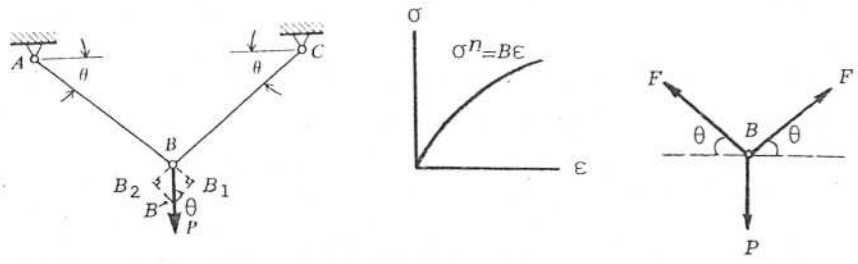
$$P_w = \frac{P_u}{\text{ضریب بار}} = \frac{\sigma_y A}{1.85}$$

از این مثال مشاهده می‌شود که تعیین کردن بار نهایی P_u برای یک سازه‌هیپراستاتیک ممکن است خیلی آسان تر از یک تحلیل ارتجاعی باشد .

۳ــ۳ مسائل حل شده

مسئله ۱ــ۳

خرپای شکل a ۴ــ۳ از ماده‌ای با رابطه تنش ــ کرنش $\sigma^n = B\varepsilon$ تشکیل شده است (n و B مقادیر ثابتی هستند) . برای تغییر مکان δ_B مفصل B معادله‌ای بر حسب A مساحت مقطع میله‌ها ، L طول میله‌ها ، θ ، B و n بدست آورید .



(a) (b) (c)

شکل ۴ــ۳

حــل : فرض کنید F نیروی داخلی میله‌های AB و BC باشد که به علت تقارن با یکدیگر مساوی هستند . از معادله تعادل مفصل B در امتداد قائم (شکل c ۴ــ۳) نتیجه می‌شود :

$$2F\sin\theta - P = 0 \quad : \quad F = \frac{P}{2\sin\theta}$$

تنش در هر میله برابر است با

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{P}{2A\sin\theta}$$

تغییر شکل نسبی یا کرنش در هر یک از میله‌ها از رابطه تنش ــ کرنش و رابطه فوق‌بدست می‌آید .

$$\varepsilon = \frac{\sigma^n}{B} = \frac{1}{B}\left(\frac{P}{2A\sin\theta}\right)^n$$

بنابراین ازدیاد طول هر یک از میله‌ها برابر است با

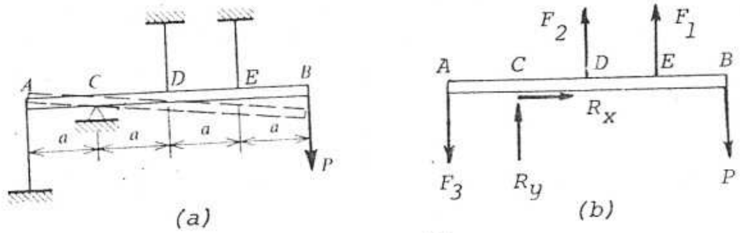
$$\overline{BB_1} = \overline{BB_2} = \varepsilon L = \frac{L}{B}\left(\frac{P}{2A\sin\theta}\right)^n$$

با توجه به نمودار ویلیو برای مفصل B (شکل a ۴ــ۳) تغییر مکان δ_B مفصل B مساویست با

$$\delta_B = \frac{\overline{BB_1}}{\sin\theta} = \frac{L}{B\sin\theta}\left(\frac{P}{2A\sin\theta}\right)^n$$

مسئله ۲ــ۳

میله صلب AB در شکل a ۵ــ۳ روی تکیه گاه C به صورت اهرم تکیه دارد و بار P را در انتهای B حمل می‌کند . ۳ سیم مشابه که از ماده‌ای ارتجاعی‌ــخمیری ساخته شده‌اند میله مزبور را نگه می‌دارند . بار تسلیم P_y و بار نهایی P_u را با فرض اینکه همه سیم‌ها سطح مقطع یکسان A داشته باشند پیدا کنید .



شکل ۵ — ۳

حـل : از تعادل لنگرها حول نقطه C معادله‌ای بین نیروهای کششی سیم‌ها به دست می‌آید (شکل b ۵ — ۳) .

$$\Sigma M_C = aF_3 + aF_2 + 2aF_1 - 3aP = 0$$

$$F_3 + F_2 + 2F_1 = 3P \qquad (1)$$

سازه مزبور دو درجه هیپر استاتیک است ، بنابراین به دو معادله اضافی نیاز می‌باشد که از شرایط سازگاری تغییر مکان ها بدست می‌آیند . شرایط سازگاری تغییر مکان‌ها با توجه به شکل تغییر مکان یافته میله صلب AB (شکل a ۵ — ۳) به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\delta_D = \delta_A = \frac{1}{2}\delta_E \qquad (2)$$

در این رابطه δ_D ، δ_A و δ_E به ترتیب ازدیاد طول سیم‌ها در نقاط D ، A و E می‌باشند . معادله 2 بر حسب نیروهای کششی سیم‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$\frac{F_2L}{AE} = \frac{F_3L}{AE} = \frac{1}{2}\frac{F_1L}{AE}$$

در این رابطه AE صلبیت محوری سیم‌ها و L طول آنها می باشد. از این رابطه نتیجه می‌شود

$$F_2 = F_3 = \frac{1}{2}F_1 \qquad (3)$$

از حل معادلات 1 و 3 نیروهای سیم‌ها بدست می‌آید .

$$F_1 = P \quad ; \quad F_2 = F_3 = \frac{1}{2}P$$

چون F_1 از سایر نیروها بیشتر است ابتدا در سیم متصل به نقطه E تنش به‌حدتنش تسلیم σ_y می‌رسد . بنابراین بار تسلیم باری است که در این سیم تنش تسلیم ایجاد کند .

$$P_y = A\sigma_y$$

وقتی که بار P به حد بار نهایی P_u می‌رسد تنش در دو سیم دیگر نیز به حد تنش تسلیم می‌رسد و میله صلب سقوط خواهد کرد . در این حالت $F_1 = F_2 = F_3 = A\sigma_y$ و با جایگزینی این‌مقادیر در معادله تعادل (معادله 1) بار نهایی P_u بدست‌میآید .

$$A\sigma_y + A\sigma_y + 2A\sigma_y = 3P_u \quad : \quad P_u = \frac{4}{3}A\sigma_y$$

مسئله ۳ — ۳

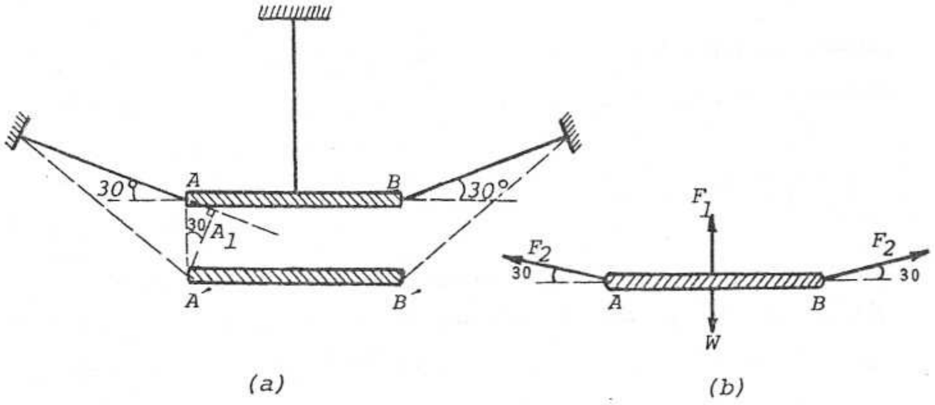
میله صلب AB (شکل a ۶ — ۳) به وزن W بوسیله سه کابل نگهداشته‌شده است . جنس کابل ها یکسان و طول آنها برابر L و مساحت سطح مقطع آنها برابر A می‌باشد . مطلوب است :

الف — نیروهای وارد در هر یک از کابل‌ها با فرض اینکه تنش در هیچ یک از کابل‌ها از تنش تسلیم σ_y تجاوز نکند .

ب — اگر منحنی تنش ـ کرنش (σ-ε) برای فولاد مصرف شده در کابل‌ها رابصورت ارتجاعی ـ خمیری فرض کنیم بار تسلیم W_y و بار نهایی W_u را برای سازه مذکور حساب کنید .

حـل :

الف — از معادله تعادل میله صلب AB در امتداد قائم نتیجه می شود (به علت



شکل ۶ — ۳

تقارن ، نیروهای داخلی کابل‌های کناری یکسان می‌باشند)

$$F_1 + 2F_2\cos 60^\circ = W \quad : \quad F_1 + F_2 = W \qquad (1)$$

اگر ازدیاد طول کابل وسط را δ_1 و ازدیاد طول کابل‌های کناری را δ_2 بنامیم ازتصویر تغییر شکل یافته سازه (شکل a ۶ – ۳) خواهیم داشت

$$AA_1 = \delta_2 \quad ; \quad AA' = \delta_1$$

$$\delta_2 = \delta_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2}\delta_1$$

معادله فوق را بر حسب نیروهای داخلی کابل‌ها بیان می‌کنیم .

$$\frac{F_2L}{AE} = \frac{1}{2}\frac{F_1L}{AE} \quad : \quad F_2 = \frac{1}{2}F_1 \qquad (2)$$

از حل معادلات 1 و 2 نیروهای کابل ها بدست می‌آید .

$$F_1 = \frac{2}{3}W \quad ; \quad F_2 = \frac{1}{3}W$$

ب – نیرو در کابل وسط بیشتر از نیرو در کابل‌های کناری می‌باشد ، بنابراین ابتدا در این کابل تنش به حد تنش تسلیم می‌رسد و بار تسلیم W_y از رابطه زیربدست‌می‌آید :

$$F_1 = A\sigma_y = \frac{2}{3}W_y \quad : \quad W_y = 1.5A\sigma_y$$

موقعی که بار W به حد بار نهایی W_u می‌رسد تنش در کابل‌های کناری نیز به‌حدتنش تسلیم می‌رسد . در این صورت $F_1 = F_2 = A\sigma_y$ و با قرار دادن این مقادیردرمعادله تعادل،بار نهایی W_u بدست می‌آید .

$$A\sigma_y + A\sigma_y = W_u \quad : \quad W_u = 2A\sigma_y$$

مسئله ۴ – ۳

خرپای شکل a ۷ – ۳ که از چهار میله فولادی با سطح مقطع A و ضریب ارتجاعی E تشکیل شده است بار P را در مفصل A تحمل می کند . طول میله‌های AB و AC برابر L و طول میله‌های AE و AD برابر L / 2 می‌باشد وازوزن میله‌ها صرف نظر می‌شود .

الف – مطلوب است نیروهای داخلی میله‌های فوق بر حسب P ، L ، A و E با فرض اینکه تنش در هیچ یک از میله‌ها از حد تسلیم تجاوز نکند .

ب – اگر منحنی تنش – کرنش برای فولاد مصرف شده را به صورت ارتجاعی – خمیری فرض کنیم که برای آن ضریب ارتجاعی E و تنش تسلیم σ_y باشد ، بار تسلیم P_y و بار نهایی P_u را برای خرپای مذکور حساب کنید . مساحت سطح مقطع هر یک از میله‌ها $6.5\ cm^2$ می‌باشد .

پ – وقتی که بار P برابر P_y می‌شود تنش در هر یک از میله‌ها چقدر است ؟

حل :

الف – به علت تقارن نیروی داخلی میله‌های AD و AE برابر می‌باشد که‌آن را x فرض می‌کنیم . همین طور نیروی داخلی میله‌های AB و AC نیز یکسان می باشد که آن را y فرض می‌کنیم . از معادله تعادل مفصل A در امتداد قائم نتیجه‌میشود (شکل b ۷ – ۳)

$$2x\cos 45^\circ + 2y\cos 45^\circ = P$$

$$x + y = \frac{P}{\sqrt{2}} \qquad (1)$$

اگر تغییر مکان مفصل A را δ بنامیم ازدیاد یا کاهش طول میله ها به صورت زیر حساب می‌شود :

AE و AD ازدیاد طول میله‌های $= \delta\cos 45^\circ = \frac{xL}{2AE}$

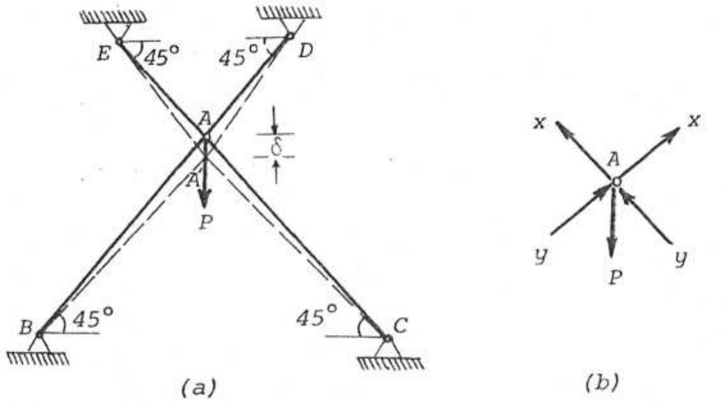
AC و AB کاهش طول میله‌های $= \delta\cos 45^\circ = \frac{yL}{AE}$

از تساوی دو معادله فوق نتیجه می‌شود

$$\frac{xL}{2AE} = \frac{yL}{AE} \quad : \quad x = 2y \qquad (2)$$

از حل معادلات 1 و 2 نیروهای داخلی میله‌ها بدست می‌آید .

$$x = \frac{2P}{3\sqrt{2}} \quad ; \quad y = \frac{P}{3\sqrt{2}}$$



(a) (b)

شکل ۷ — ۳

ب — چون x بزرگتر از y می‌باشد تنش ابتدا در میله‌های AD و AE به حد تسلیم می‌رسد و بار تسلیم از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$x = A\sigma_y = \frac{2P_y}{3\sqrt{2}} \quad : \quad P_y = \frac{3\sqrt{2}}{2}A\sigma_y$$

وقتی بار P به حد نهایی P_u می‌رسد تنش در میله‌های تحتانی نیز به حدتسلیم می‌رسد . بنابراین $x = y = A\sigma_y$. با قرار دادن این مقادیر در معادله تعادل 1 بار P_u بدست می‌آید .

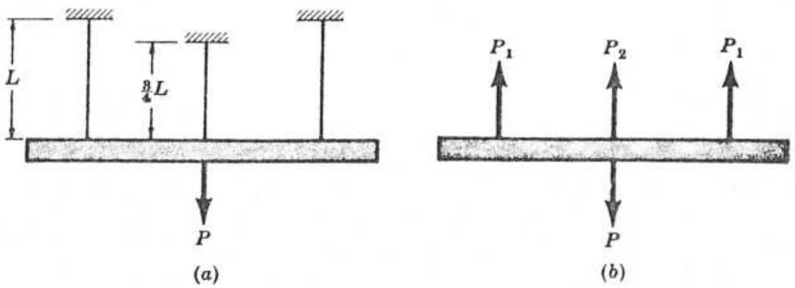
$$A\sigma_y + A\sigma_y = \frac{P_u}{\sqrt{2}} \quad : \quad P_u = 2\sqrt{2}A\sigma_y$$

پ — وقتی که بار P برابر P_y می‌شود تنش در میله‌های AE و AD برابر σ_y می‌گردد . تنش در میله‌های AB و AC با استفاده از معادله 2 به دست می‌آید .

$$\text{تنش در میله‌های AB و AC} = \frac{y}{A} = \frac{x}{2A} = \frac{A\sigma_y}{2A} = \frac{1}{2}\sigma_y$$

مسئله ۵ — ۳

در شکل a ۸ — ۳ یک میله افقی صلب بوسیله سه میله قائم با مساحت سطح‌مقطع A و ضریب ارتجاعی E آویزان می‌باشد . میله‌های خارجی به طول L و به فواصل مساوی از میله میانی قرار گرفته‌اند . با استفاده از تحلیل خمیری مقدار تسلیم و نهایی بار P را حساب کنید . تنش تسلیم میله‌ها را σ_y فرض کنید .



(a) (b)

شکل ۸ — ۳

حل : معادله تعادل میله صلب با توجه به شکل b ۸ — ۳ به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$2P_1 + P_2 = P \qquad (1)$$

چون‌میله افقی صلب است و به علت تقارن ،اضافه طول هر یک از میله‌های خارجی باید برابر با اضافه طول میله میانی باشد . بنابراین

$$\frac{P_1 L}{AE} = \frac{P_2\left(\frac{3L}{4}\right)}{AE} \quad : \quad P_1 = \frac{3}{4}P_2 \qquad (2)$$

بنابراین ابتدا تنش در میله میانی به حد تسلیم می‌رسد و $P_2 = A\sigma_y$ و $P_1 = \frac{3}{4}A\sigma_y$. از جایگزینی این مقادیر در معادله 1 بار تسلیم P_y بدست می‌آید .

$$P_y = 2\left(\frac{3}{4}A\sigma_y\right) + A\sigma_y = \frac{5}{2}A\sigma_y$$

اگر بار P از P_y بیشتر شود اضافه بار بوسیله دو میله خارجی تحمل می گردد . در این حالت می‌توان گفت که میله صلب فقط بوسیله دو میله خارجی حمل می‌شود و دروسط آن نیروی ثابت $A\sigma_y$ وارد می‌شود . موقعی که تنش در میله‌های کناری‌نیزبه‌حد تسلیم

می‌رسد $P_1 = A\sigma_y$ و بار نهایی برابر می‌شود با (از معادله تعادل 1)

$$P_u = 2A\sigma_y + A\sigma_y = 3A\sigma_y$$

باید توجه نمود که معادله سازگاری تغییر مکان‌ها، معادله 2، را نمی‌توان برای تعیین کردن بار نهایی استفاده نمود زیرا معادله مزبور فقط برای رفتار ارتجاعی خطی صادق است.

مسئله ۶ – ۳

فرض کنید خرپای سه میله‌ای شکل a ۱ – ۳ باید برای بار $P = 200\ \text{kN}$ طرح گردد. زاویه β را برابر $45°$ و تنش تسلیم مصالح را $250\ \text{MPa}$ اختیار کنید. برای دو حالت زیر وزن لازم میله‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید:

الف – طرح خرپا بر اساس رسیدن تنش حداکثر به تنش تسلیم صورت می‌گیرد.

ب – طرح خرپا بر اساس تحلیل خمیری و بار نهایی صورت می‌گیرد.

حل:

الف – بر اساس تحلیل ارتجاعی مثال ۲ – ۲ (بخش ۲ – ۲) بیشترین نیرو در میله قائم و برابر است با

$$F_2 = \frac{P}{1+2\cos^3\beta} = \frac{2P}{2+\sqrt{2}} = 117\ \text{kN}$$

موقعی که تنش در میله قائم به حد تسلیم می‌رسد $F_2 = A\sigma_y$. بنابراین سطح مقطع لازم میله‌ها برابر است با

$$A = \frac{F_2}{\sigma_y} = \frac{117000}{250} = 468\ \text{mm}^2$$

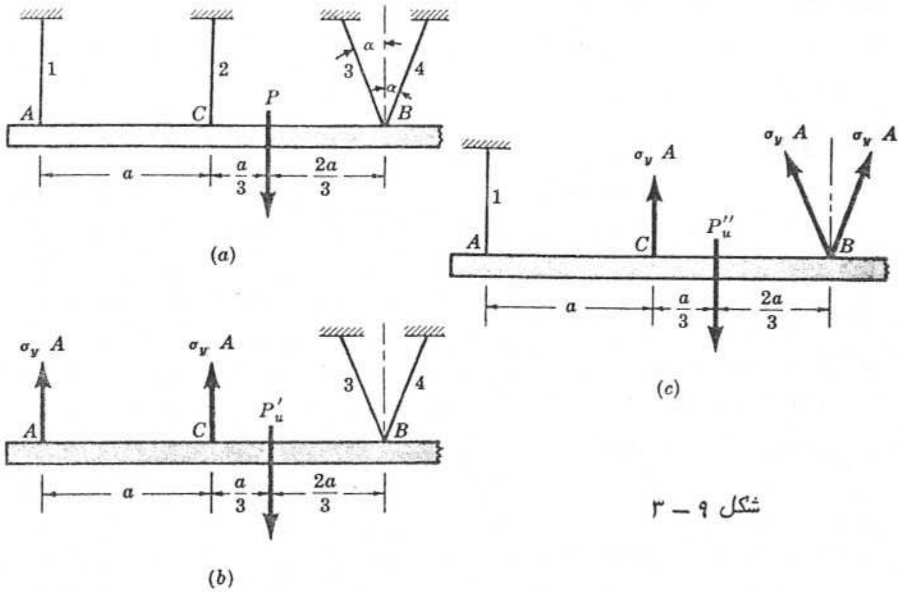
ب – اگر نتیجه تحلیل خمیری بخش ۲ – ۳ بکار رود مساحت سطح مقطع میله‌ها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$A = \frac{P_u}{\sigma_y(1+2\cos\beta)} = \frac{200000}{250[1+2(0.707)]} = 331\ \text{mm}^2$$

بنابراین اگر خرپای مزبور بر اساس روش بار نهایی حل گردد درمساحت سطح مقطع میله‌ها 29 در صد صرفه جویی می‌شود. در وزن میله‌ها نیز همین قدر صرفه جویی می‌گردد.

مسئله ۷ – ۳

دستگاه شکل a ۹ – ۳ شامل عضو افقی صلب AB و چهار میله می‌باشد. میله‌ها سطح مقطع مشابه دارند و از یک نوع مصالح ساخته شده‌اند. بار نهایی P_u را که می‌توان بر دستگاه وارد نمود حساب کنید.



شکل ۹ – ۳

حل: بار نهایی باری است که تحت آن دستگاه فرو خواهد ریخت. چون عضو AB صلب می‌باشد فرو ریختن دستگاه به صورت دوران جسم صلب AB حول نقطه A یا B صورت می‌گیرد. به علت نزدیکی بار P به میله 2 در موقع فرو ریختن دستگاه تنش در میله 2 به حد تسلیم می‌رسد، از این رو لازم نیست دوران AB را حول نقطه C در نظر بگیریم. لازم است بار نهایی نظیر دو امکان مزبور (دوران حول A یا B) را تعیین کنیم، کوچکترین این مقادیر بار نهایی دستگاه خواهد بود.

ابتدا فرض می‌کنیم تنش در میله‌های 1 و 2 به حد تسلیم برسد. دراین صورت اثر آنها را می‌توانیم با دو نیروی ثابت $\sigma_y A$ مانند شکل b ۹ – ۳ نشان دهیم. تنش در میله‌های 3 و 4 هنوز در حد ارتجاعی می‌باشد و مقدار این تنش‌ها نامعلوم است. اما لازم نیست نیروها را در میله‌های 3 و 4 تعیین کنیم، چون بار نهایی P'_u را می‌توان با مساوی صفر قرار دادن مجموع جبری لنگرها حول نقطه B به دست آورد.

$$P'_u \left(\frac{2a}{3}\right) - \sigma_y A\,(a) - \sigma_y A\,(2a) = 0 \quad : \quad P'_u = 4.5\,\sigma_y A$$

حال فرض می‌کنیم تنش در میله‌های 2 ، 3 و 4 مطابق شکل ۳–۹c به حد تسلیم برسد . در این حالت تنش در میله 1 هنوز در حد ارتجاعی می‌باشد . با لنگر گرفتن حول نقطه A خواهیم داشت

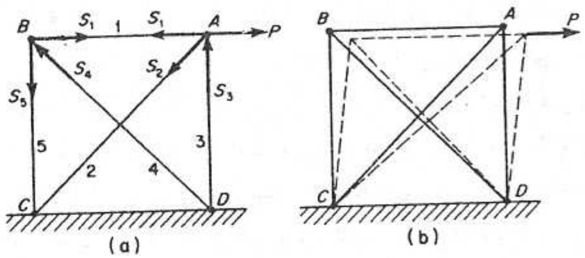
$$(\sigma_y A\cos\alpha)4a + \sigma_y Aa - P''_u\left(\frac{4a}{3}\right) = 0$$

$$P''_u = \frac{3}{4}\,\sigma_y A\,(1+4\cos\alpha)$$

با مقایسه P'_u و P''_u نتیجه می‌شود که برای تمام مقادیر α مقدار P''_u کوچکترین دو بار مذکور است و بنابراین P''_u همان بار نهایی می‌باشد . موقعی که بار وارده به این مقدار می‌رسد دستگاه به صورت یک مکانیسم شکست درخواهد آمد و میله صلب حول نقطه A دوران خواهد کرد . حتی موقعی که دستگاه به صورت مکانیسم شکست درمی‌آید میله 1 با تمام ظرفیت خود کار نمی‌کند .

مسئله ۸ – ۳

خرپای شکل ۳ – ۱۰ a دارای ۵ عضو با مساحت سطح مقطع A و جنس یکسان می‌باشد و در مفصل A آن بار افقی P وارد شده است . بار نهایی P_u را حساب کنید . تنش تسلیم مصالح میله‌ها را σ_y فرض کنید .



شکل ۳ – ۱۰

حـل : خرپای مزبور یک درجه هیپر استاتیک می‌باشد ، ولی در اینجا مانیروهای داخلی خرپا را حساب نمی‌کنیم . با افزایش تدریجی بار خارجی P نیروهای محوری

میله‌ها بطور ارتجاعی افزایش می‌یابد تا اینکه بار P به حد بار تسلیم P_y می‌رسد . تحت بار P_y تنش در یکی از میله‌ها به حد تنش تسلیم می‌رسد . با افزایش بیشتر بار P خرپا به صورت یک سازه ایزواستاتیک عمل می‌کند تا اینکه تنش در یک میله دوم نیز به حد تنش تسلیم می‌رسد . موقعی که دو تا از میله‌ها تسلیم می‌شوند خرپا از حالت تعادل خارج شده و تمایل به فرو ریختن پیدا می‌کند .

برای اینکه پیدا کنیم تنش ابتدا در کدامیک از دو میله به تنش تسلیم می‌رسد شرایط تعادل اتصالات A و B را در نظر می‌گیریم . مشاهده می‌کنیم که درهمه‌حالات باید روابط زیر بین نیروها بر قرار باشد :

$$S_1 = S_5 = \frac{S_4}{\sqrt{2}} \quad ; \quad S_3 = \frac{S_2}{\sqrt{2}} \qquad (1)$$

بنابراین با توجه به اینکه مساحت سطح مقطع همه میله‌ها یکسان می‌باشد واضح است که اعضای‌قطری 2 و 4 اولین دو میله‌ای هستند که تنش در آنها به تنش تسلیم می‌رسد (تنش نمی‌تواند ابتدا در دو میله S_4 و S_5 یا S_4 و S_1 به تنش تسلیم برسد زیرا در این صورت معادلات تعادل 1 بر قرار نخواهند بود) . موقعی که این اتفاق می‌افتد خرپا می‌تواند مانند شکل ۳ – ۱۰ b فرو بریزد .

از معادله تعادل مفصل A در امتداد افق نتیجه می‌شود

$$P = S_1 + \frac{S_2}{\sqrt{2}} \qquad (2)$$

به جای S_1 از معادله 1 بر حسب S_4 در معادله 2 قرار می‌دهیم .

$$P = \frac{S_4 + S_2}{\sqrt{2}}$$

اگر در رابطه فوق $S_4 = S_2 = \sigma_y A$ قرار دهیم بار نهایی P_u بدست می‌آید .

$$P_u = \frac{2\,\sigma_y A}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,\sigma_y A$$

چنانکه از این مسئله مشاهده می‌شود در بسیاری از موارد روش تحلیل خمیری نسبت به روش ارتجاعی خطی به محاسبات کمتری احتیاج دارد .

مسئله ۹ – ۳

بار مجاز سازه مسئله ۷ – ۲ (شکل ۱۸ – ۲) را بر مبنای تحلیل خمیری حساب کنید . تنش تسلیم میله‌ها $\sigma_y = 2400 \ Kg/cm^2$ می‌باشد . ضریب بار (ضریب اطمینان در مقابل بار نهایی) را 1.5 فرض کنید .

حل : مطابق مسئله ۷ – ۲ بین تنش‌های میله‌ها در حد ارتجاعی نا مساوی زیر وجود دارد :

$$\sigma_3 > \sigma_1 > \sigma_2$$

بنابراین سازه وقتی فرو می‌ریزد که تنش در میله‌های 1 و 3 به حد تنش تسلیم برسد . معادلات تعادل زیر بین نیروهای میله‌ها وجود دارد :

$$2N_1 \sin\beta_1 = 2N_2 \sin\beta_2$$

$$2N_2 \sin\beta_2 + 2N_3 \sin\beta_3 = P$$

N_2 را بین دو معادله فوق حذف می‌کنیم .

$$2N_1 \sin\beta_1 + 2N_3 \sin\beta_3 = P$$

اگر در رابطه فوق به جای N_1 و N_3 به ترتیب مقادیر $\sigma_y A_1$ و $\sigma_y A_3$ راقرار دهیم بار نهایی بدست می‌آید .

$$P_u = 2(2400)(12\times\frac{\sqrt{2}}{2} + 16\times\frac{1}{2}) = 79125 \ Kg$$

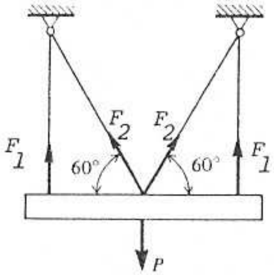
بنابراین بار مجاز برابر است با

$$P_w = \frac{P_u}{\text{ضریب بار}} = \frac{79125}{1.5} = 52750 \ Kg = 52.75 \ t$$

مسئله ۱۰ – ۳

بار P بوسیله بلوک صلبی تحمل می‌شود (شکل ۱۱ – ۳) که بوسیله چهار

سیم به طور متقارن آویزان است . هر سیم مساحت سطح مقطع A دارد و از ماده ارتجاعی – خمیری ساخته شده است . بار نهایی P_u را حساب کنید .



شکل ۱۱ – ۳

حل : به علت تقارن نیروهای سیم‌های قائم با یکدیگر و نیروهای سیم‌های مایل نیز با یکدیگر مساوی می‌باشند (شکل ۱۱ – ۳) . بین نیروهای سیم‌ها معادله تعادل زیر بر قرار است :

$$2F_1 + 2F_2 \cos 30° = P$$

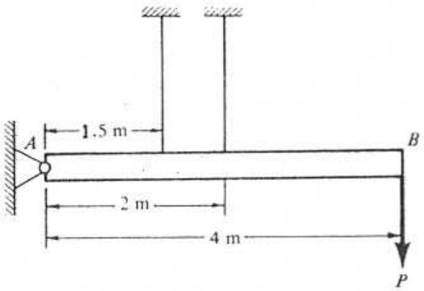
بنابراین دستگاه وقتی فرو می‌ریزد که F_1 و F_2 هر دو برابر $A\sigma_y$ گردند .

$$P_u = 2A\sigma_y + A\sigma_y\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})A\sigma_y = 3.73 A\sigma_y$$

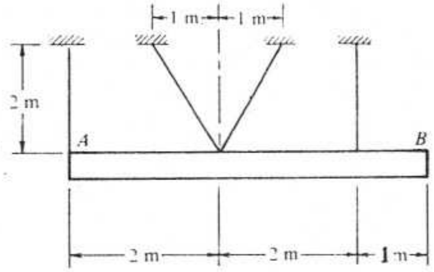
۴ – ۳ مسائل حل نشده

مسئله ۱ – ۱ – ۳ اضافه طول یک میله قائم را که از انتهای فوقانیش آویزان است در اثر وزن خودش تعیین کنید . رابطه بین تنش و کرنش مصالح میله به صورت $\sigma^n = B\varepsilon$ می‌باشد که در آن B و n مقادیر ثابتی هستند (δ را بر حسب طول L میله ، وزن واحد حجم γ مصالح ، B و n بیان کنید) .

مسئله ۱ – ۲ – ۳ میله صلب شکل ۱ – ۲ – ۳ بوسیله دو میله قائم و تکیه گاه مفصلی A نگهداشته شده است . اگرتنش تسلیم فولاد در میله‌ها برابر 400 MPa ومساحت سطح مقطع هر یک از میله‌ها $100 \ mm^2$ باشد بار نهایی P_u را حساب کنید .



شکل ۳ — ۲ — ۱

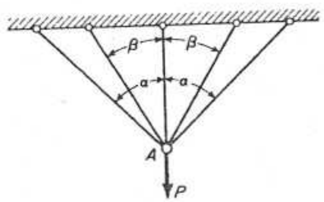


شکل ۳ — ۲ — ۲

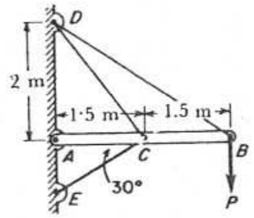
مسئله ۳ — ۲ — ۲ میله صلب AB در شکل ۲ — ۲ — ۳ بوسیله چهار میله با مقطع دایره و قطر 50 mm نگهداشته می‌شود. تنش تسلیم میله‌ها 300 MPa می‌باشد. با استفاده از تحلیل خمیری حداکثر وزن میله AB را تعیین کنید. فرض کنید وزن میله بطور یکنواخت در طول آن توزیع شده باشد.

مسئله ۳ — ۲ — ۳ بار قائم P بوسیله ۵ سیم فولادی که به طور متقارن مطابق شکل ۳ — ۲ — ۳ به یکدیگر متصل شده‌اند حمل می‌گردد. هر یک از میله‌ها دارای مساحت‌سطح مقطع $A = 0.65 \text{ cm}^2$ می‌باشد. اگر تنش تسلیم $\sigma_y = 3000 \text{ Kg/cm}^2$ و زوایای α و β به ترتیب برابر $45°$ و $30°$ باشند بار نهایی P_u را تعیین کنید.

مسئله ۳ — ۲ — ۴ میله افقی صلب AB در نقطه A به دیوار قائمی مفصل شده و بوسیله دو کابل فولادی BD و CD و ستون EC مطابق شکل ۴ — ۲ — ۳ نگهداشته



شکل ۳ — ۲ — ۳



شکل ۳ — ۲ — ۴

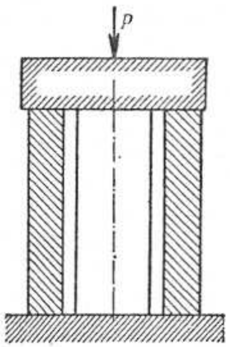
می‌شود. هر یک از کابل‌ها دارای مساحت سطح مقطع 0.65 cm^2 و تنش تسلیم $\sigma_y = 3000 \text{Kg/cm}^2$ می‌باشد. مقاومت‌فشاری‌ستون EC درمقابل‌کمانش $Q = 1500 \text{Kg}$ می‌باشد. بار نهایی P_u را برای دستگاه مزبور حساب کنید.

مسئله ۵ — ۲ — ۳ تا ۱۲ — ۲ — ۳ برای سازه‌های شکل‌های ۲۳ — ۳ — ۲ تا ۳۰–۳–۲ بر مبنای تحلیل خمیری بار مجاز P را تعیین کنید. تنش تسلیم مصالح میله ها را $\sigma_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$ و ضریب بار را برابر 1.5 فرض کنید.

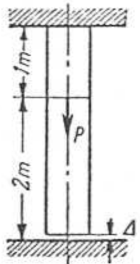
مسئله ۱۳ — ۲ — ۳ میله فولادی قائمی که در دو انتها گیر دار می‌باشد تحت نیروی محوری متمرکز رو به پایین P قرار دارد. مساحت سطح مقطع میله $A = 200 \text{ cm}^2$ و طول آن $L = 5 \text{ m}$ است. اگر تنش تسلیم مصالح میله $\sigma_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$ باشد برای ضریب باری برابر 2 بار مجاز P_w را بر اساس تحلیل خمیری پیدا کنید.

مسئله ۱۴ — ۲ — ۳ بار P بوسیله دال صلبی به استوانه فولادی تو پری با مساحت سطح مقطع 15 cm^2 و استوانه مسی تو خالی با مساحت سطح مقطع 20 cm^2 منتقل می‌شود (شکل ۱۴ — ۲ — ۳). مقدار بار را در استوانه‌های فولادی و مسی در لحظه‌ای‌که تنش در هر دو استوانه به حد تنش تسلیم می‌رسد پیدا کنید. تنش تسلیم فولاد 2400 Kg/cm^2 و تنش تسلیم مس 1800 Kg/cm^2 می‌باشد.

مسئله ۱۵ — ۲ — ۳ میله‌ای با مساحت سطح مقطع $A = 100 \text{ cm}^2$ در انتهای فوقانی



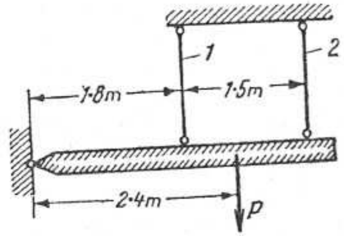
شکل ۱۴ — ۲ — ۳



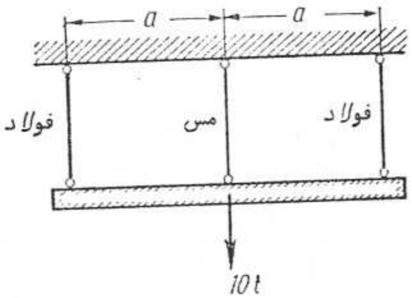
شکل ۱۵ — ۲ — ۳

گیر دار و مطابق شکل ۱۵ – ۲ – ۳ بارگذاری شده است. قبل از بارگذاری بین انتهای تحتانی میله و صفحه صلب تحتانی فاصله $\Delta = 0.02\ mm$ وجود دارد. اگر تنش‌تسلیم $\sigma_y = 1500\ Kg/cm^2$ و ضریب بار 1.5 باشد مقدار مجاز بار P را بر اساس تحلیل خمیری پیدا کنید.

مسئله ۱۶ – ۲ – ۳ میله صلب شکل ۱۶ – ۲ – ۳ بوسیله دو میله آویزان می باشد. مساحت سطح مقطع میله 1 برابر $10\ cm^2$ و مساحت سطح مقطع میله 2 برابر $15\ cm^2$ می‌باشد. تنشهای تسلیم مصالح میله 1 و 2 به ترتیب $2600\ Kg/cm^2$ و $1500 Kg/cm^2$ می‌باشد. اگر ضریب بار 2 باشد مقدار مجاز بار P را براساس تحلیل خمیری بدست آورید.



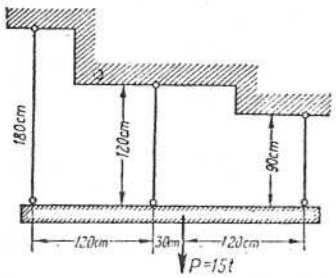
شکل ۱۶ – ۲ – ۳



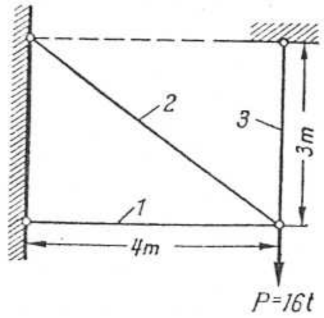
شکل ۱۷ – ۲ – ۳

مسئله ۱۷ – ۲ – ۳ میله صلب شکل ۱۷ – ۲ – ۳ بوسیله سه میله آویزان می باشد. میله‌های خارجی از فولاد با سطح مقطع یکسان و میله میانی از مس با سطح مقطع 1.5 برابر سطح مقطع میله‌های فولادی می‌باشد. با فرض اینکه تنشهای تسلیم فولاد و مس به ترتیب $2400\ Kg/cm^2$ و $1800\ Kg/cm^2$ و ضریب بار برابر 1.5 باشد مساحت سطح مقطع لازم هر یک از میله‌ها را بر اساس روش بار نهایی تعیین کنید.

مسئله ۱۸ – ۲ – ۳ در شکل ۱۸ – ۲ – ۳ سه میله‌ای که میله افقی صلب را نگهداشته‌اند از فولاد با تنش تسلیم $2400\ Kg/cm^2$ ساخته شده‌اند و همگی مساحت سطح مقطع یکسان دارند. اگر ضریب بار برابر 1.5 باشد مساحت سطح مقطع لازم میله‌ها را بر اساس روش بار نهایی حساب کنید.



شکل ۱۸ – ۲ – ۳



شکل ۱۹ – ۲ – ۳

مسئله ۱۹ – ۲ – ۳ در سازه شکل ۱۹ – ۲ – ۳ میله 1 از آلومینیوم با تنش تسلیم $1600\ Kg/cm^2$، میله 2 از مس با تنش تسلیم $1200\ Kg/cm^2$ و میله 3 از فولاد با تنش تسلیم $2400\ Kg/cm^2$ ساخته شده‌اند. مساحت های سطح مقطع میله‌های 1 و 2 برابر ولی مساحت سطح مقطع میله 3 نصف مساحت سطح مقطع میله 1 می‌باشد. با استفاده از روش بار نهایی و با انتخاب ضریب باری برابر 2 مساحت سطح مقطع لازم برای هر یک از میله‌ها را حساب کنید.

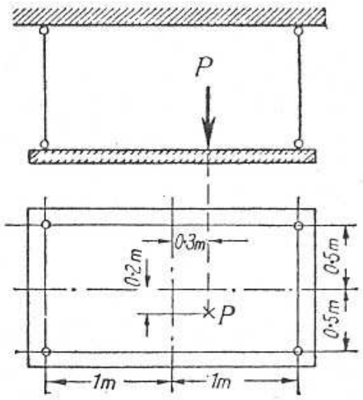
مسئله ۲۰ – ۲ – ۳ مساحت سطح مقطع بتن در یک‌ستون‌بتن‌مسلح‌کوتاه‌برابر $645\ cm^2$ می‌باشد. در ستون چهار میله گرد طولی به طور متقارن بکار رفته است. مساحت سطح مقطع هر یک از میله گردها $10\ cm^2$ است. تنش تسلیم بتن $120\ Kg/cm^2$ و تنش تسلیم فولاد میله گردها $2100\ Kg/cm^2$ می‌باشد. با فرض اینکه ضریب بار برابر 1.5 باشد بار مجاز ستون مزبور را بر اساس روش بار نهایی حساب کنید.

مسئله ۲۱ – ۲ – ۳ ستونی با مقطع مربع و از بتن مسلح باید برای بار محوری 100 t طرح گردد. در ستون چهار میله فولادی بکار می‌رود که مجموع مساحت‌های‌سطح‌مقطع‌آنها 1 % مساحت سطح مقطع ستون می‌باشد. تنش تسلیم بتن $120\ Kg/cm^2$ و تنش تسلیم فولاد $2400\ Kg/cm^2$ است. با فرض اینکه ضریب بار برابر 2 باشداندازه اضلاع مقطع ستون و قطر میله‌ها را حساب کنید.

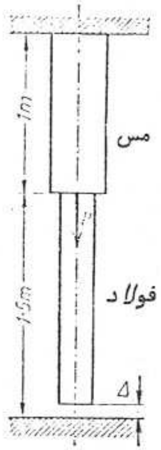
مسئله ۲۲ – ۲ – ۳ دال مستطیلی صلبی بوسیله چهار میله با سطح مقطع، طول وجنس یکسان در چهار گوشه آن آویزان می‌باشد (شکل ۲۲ – ۲ – ۳). مساحت سطح مقطع هر

یک از میله‌ها برابر $4\ cm^2$ و تنش تسلیم مصالح آنها برابر $2400\ Kg/cm^2$ می‌باشد . با فرض اینکه ضریب بار برابر 2 باشد مقدار مجاز بار P را بر اساس روش بار نهایی حساب کنید .

مسئله ۲۳ــ۲ــ۳ میله شکل ۲۳ــ۲ــ۳ در انتهای فوقانی گیر دار و تحت بار P مطابق شکل می‌باشد . قبل از بار گذاری بین انتهای تحتانی و تکیه گاه صلب فاصله $\Delta = 0.05\ mm$ وجود دارد . مساحت سطح مقطع قسمت فوقانی میله که ازمس‌میباشد برابر $150\ cm^2$ و مساحت سطح مقطع قسمت تحتانی میله که از فولاد می‌باشد برابر $50\ cm^2$ است . تنش‌های تسلیم مس و فولاد به ترتیب برابر $1500\ Kg/cm^2$ و $2100\ Kg/cm^2$ می‌باشد . ضریب بار برابر 1.5 فرض می‌شود . مقدار مجاز بار P را بر اساس روش بار نهایی حساب کنید .



شکل ۲۲ــ۲ــ۳



شکل ۲۳ــ۲ــ۳

۳ــ۵ جواب‌های مسائل حل نشده

۳ــ۱ــ۱ : $\delta = \dfrac{\gamma^{n} L^{n+1}}{B(n+1)}$

۳ــ۲ــ۱ :	31.5 kN	۳ــ۲ــ۳ :	$P_u = 8100\ Kg$
۳ــ۲ــ۲ :	1.79 MN	۳ــ۲ــ۵ :	27.5 t
۳ــ۲ــ۴ :	$P_u = 2242\ Kg$	۳ــ۲ــ۷ :	11.53 t
۳ــ۲ــ۶ :	14.3 t	۳ــ۲ــ۹ :	6.4 t
۳ــ۲ــ۸ :	8.74 t	۳ــ۲ــ۱۱ :	2.8 t
۳ــ۲ــ۱۰ :	82 kN	۳ــ۲ــ۱۳ :	480 t
۳ــ۲ــ۱۲ :	32 kN	۳ــ۲ــ۱۵ :	200 t
۳ــ۲ــ۱۴ :	$P_s = P_c = 36\ t$	۳ــ۲ــ۱۷ :	سطح‌مقطع میله‌های‌فولادی = $2\ cm^2$
۳ــ۲ــ۱۶ :	25.2 t	۳ــ۲ــ۱۹ :	$A_1 = A_2 = 2A_3 = 16.66\ cm^2$
۳ــ۲ــ۱۸ :	$3.61\ cm^2$	۳ــ۲ــ۲۱ :	$a = 37\ cm\ ;\ d = 21\ mm$
۳ــ۲ــ۲۰ :	107.6 t	۳ــ۲ــ۲۳ :	220 t
۳ــ۲ــ۲۲ :	18.3 t		