

که نیروهای برشی V باید در سطوح بریده شده اثر کند. در این مثال از معادله تعادل میله در امتداد افق نتیجه می‌شود که $V = P/2$. این نیروهای برشی در روی سطح مقطع های mn و pq تنش های برشی تولید می کنند که به تنش های برشی موسوم می باشد. تنش های برشی غالباً با حرف τ نشان داده می شود. توزیع دقیق تنش های برشی را نمی توان به آسانی تعیین نمود، ولی با تقسیم نمودن نیروی برشی کل V بر مساحت سطح مقطع A که بر آن اثر می کند می توان مقدار متوسطی برای آن بدست آورد.

$$\tau_{av} = \frac{V}{A} \quad (4-1)$$

مساحت A در مثال شکل ۱ - ۴ مساحت سطح مقطع پیچ می باشد. طرح پیچها و پرچها و قطعات دیگر که تحت برش مستقیم قرار دارند معمولاً بر اساس معادله فوق و تنش مجاز متوسط W صورت می گیرد. اگر تنش مجاز کششی مصالح مصرفی σ_W باشد تنش مجاز برشی همان مصالح معمولاً در حدود $0.5\sigma_W$ نا می باشد. همانطوری که در فصل های بعد خواهیم دید، تنش های برشی در میله هایی که تحت بار گذاری کششی یا خمشی هستند نیز به طور غیر مستقیم ایجاد می شود.

در فصل های قبل ما با تنش هایی سروکار داشتیم که بطور عمودی بر سطوحی که بر آنها وارد می شدند عمل می کردند و از این رو این تنش ها غالباً تنش های عمودی نامیده می شوند. از طرف دیگر تنش های برشی همیشه بطور مماسی بر سطح عمل می کنند، از این رو به آنها تنش های مماسی نیز می گویند. در هر دو حالت تنش ها معرف شدت نیرو، یعنی نیرو در واحد سطح، هستند و فرق اساسی بین آنها در جهت تنش می باشد. برای اینکه تغییر شکل های ایجاد شده بوسیله تنش برشی را تجسم کنیم، عنصر مکعبی کوچکی از ماده را در نظر می گیریم (شکل ۱ - ۲a) و فرض می کنیم که تحت تنش برشی τ که روی سطح فوچانی آن توزیع شده قرار گرفته باشد. اگر تنش های متعادل را در امتداد افق تعادل برقرار شود. بعلاوه تنش های برشی در بالا (از m) تحتانی آن اثر کند تا در امتداد افق تعادل برقرار شود. بعلاوه تنش های برشی در بالا و پایین تولید لنگری می کنند که باید با لنگر تنش های برشی که در جدارهای قائم اثر می کند موازنگردد. اگر عنصر مزبور قرار است تعادل استاتیکی داشته باشد، تنش ها در سطوح قائم نیز باید برابر τ باشد. بنابراین به طور کلی می توان نتیجه گرفت که الف - تنش های برشی که روی عنصری از ماده عمل می کنند همواره به صورت دو جفت متساوی و با جهت مخالف اثر می کنند.

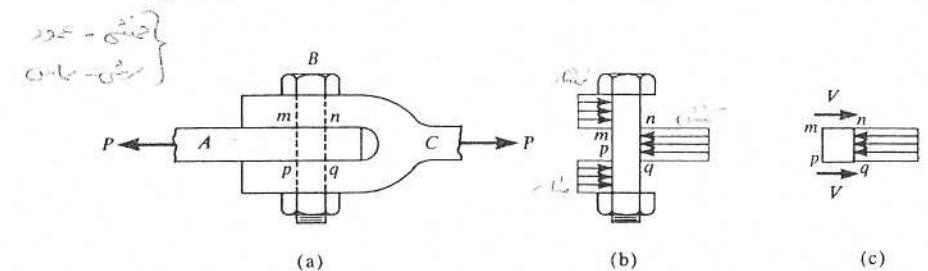
سال ۱۳۹۷

فصل چهارم

تنش های برشی مستقیم و اتصالات با پرج و جوش

۱ - ۴ تنش برشی و کرنش برشی

به عنوان یک مثال عملی در جایی که تنش های برشی وجود دارد اتصال شکل ۱ - ۴ را در نظر می گیریم. اتصال مزبور شامل میله A ، رکابک C و پیچ B می باشد. پیچ B از درون سوراخ هایی در میله و رکابک عبور می کند. میله و رکابک در اثر نیروهای کششی P جدار پیچ را تحت فشار قرار می دهند و در آن تنش هایی موسوم به تنش های تکیه گاهی ایجاد می کنند (شکل ۱ - ۱b). شکل ۱ - ۱c نشان می دهد که پیچ در مقاطع mn و pq تعایل به بریده شدن یا برش دارد. اگر ما نمودار جسم آزاد قسمت mn پیچ را رسم کنیم (شکل ۱ - ۱c) واضح است



شکل ۱ - ۴

۲۰۵

تنش تسلیم در کشش σ_y می‌باشد.

اگر ماده یک ناحیه ارتجاعی خطی داشته باشد، منحنی تنش - کرنش برشی یک خط مستقیم خواهد بود و تنش برشی و کرنش برشی با یکدیگر مستقیماً متناسب می‌باشند. بنابراین معادله زیر برای قانون هوک در برش بدست می‌آید:

$$\tau = G \gamma \quad (4-2)$$

در این رابطه G ضریب ارتجاعی برشی مصالح می‌باشد. مقادیر نمونه G برای چند نوع مصالح در جدول ۱-۱ داده شده است. ساده‌ترین راه برای ایجاد برش خالص به نکته، وسیله پیچش یک لوله استوانه‌ای تو خالی می‌باشد که بعداً در فصل پیچش مورد بحث قرار خواهد گرفت و معمولاً G از چنین آزمایش پیچشی بدست می‌آید. همچنین باید توجه نمود که ضرائب ارتجاعی در کشش (E) و برش (G) مستقل از یکدیگر نیستند و رابطه‌ای بین آنها وجود دارد که در فصل بعد نشان داده خواهد شد.

۴-۲ مسائل حل شده

مسئله ۴-۱

در اتصال پیچی شکل ۱-۱ a نیروی P برابر 30 kN و قطر پیچ برابر $r = 5 \text{ mm}$ است. مقدار متوسط تنش برشی را در روی سطوح p و q حساب کنید.

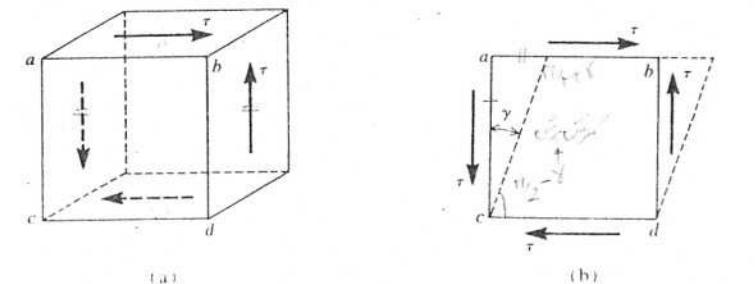
$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{P}{2A} = \frac{30000}{2\pi(5)^2} = 191 \text{ MPa} \quad \text{حل:}$$

مسئله ۴-۲

در شکل ۳-۴ نیروی P تغایل به بریدن بلوك متوقف کننده در امتداد صفحه a-a دارد. اگر $P = 30 \text{ kN}$ باشد تنش برشی متوسط را در صفحه a-a پیدا کنید.

حل: فقط مؤلفه افقی P در ایجاد برش مذکور مؤثر است. مقدار مؤلفه

۲۰۴



شکل ۲-۴ تنش برشی و کرنش برشی

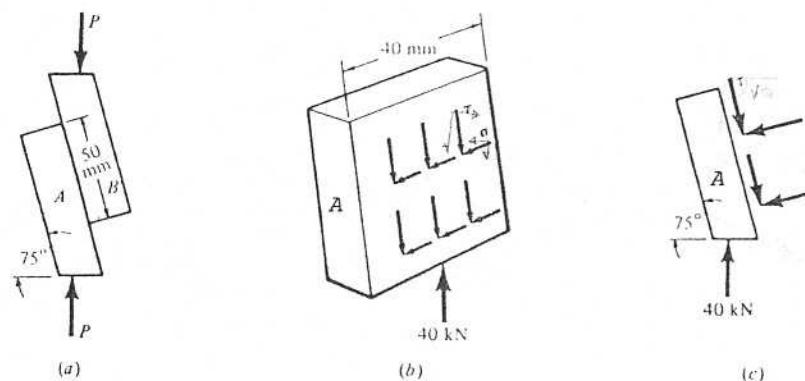
ب - تنش‌های برشی همواره در سطوح عمود بر یکدیگر وجود دارند. نظر تنش‌های برشی در دو سطح عمود بر هم همواره مقدار مساوی دارند و جهتشان طوری است که هر دو تنش یا به خط تقاطع دو سطح نزدیک و یا از آن دور می‌شوند. حالت تنش عنصری از ماده مانند شکل ۲-۴ که تنها تحت اثر تنش‌های برشی می‌باشد موسوم به برش خالص است. برش خالص با تفصیل بیشتری در فصل پنجم بحث خواهد شد.

ا) در شکل ۲-۴ تغییر شکل عنصری از ماده در برش خالص در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. این شکل وجه abcd جلوی عنصر مکعبی را نشان می‌دهد. چون روی عنصر مذکور تنش‌های طول اضلاع ab، ac، cd و bd تغییر نخواهد کرد، در عوض تنش‌های برشی باعث خواهد شد که مربع abcd به شکل یک لوزی که با خطوط منقطع در شکل ۲-۴ نشان داده شده است در آید. زاویه گوشه C که قبلاً $\pi/2$ بود حالا به $\pi/2 - \gamma$ کاهش یافته است (γ زاویه کوچکی است که در شکل ۲-۴ b مشخص شده است). در همان حال زاویه گوشه a به $\pi/2 + \gamma$ افزایش یافته است.

زاویه γ مقایسه برای اندازه گیری تغییر شکل ناشی از تنش برشی می‌باشد و به کرنش برشی موسوم است. در شکل ۲-۴ مشاهده می‌شود که کرنش برشی γ برابر مقدار لغزش افقی لبه فوقاً عنصر مذکور نسبت به لبه تحتانی آن تقسیم بر ارتفاع عنصر می‌باشد. با آزمایش ماده در برش خالص و اندازه گیری کرنش برشی بر حسب تابعی از تنش برشی می‌توان منحنی تنش - کرنش برشی را به طور تجربی بدست آورد. چنین منحنی‌ای شبیه منحنی نظیر برای حالت کشش ماده مذکور خواهد بود و از روی آن می‌توان حد تناوب، نقطه تسلیم و تنش نهایی در برش را تعریف نمود. تجربه نشان می‌دهد که برای فلزات شکل پذیر از جمله فولاد سازه‌ای تنش تسلیم در برش γ برابر ۰.۵ تا ۰.۶ نا

۲۰۷

می‌گیرد از بلوک‌های مایل مانند شکل ۴-۵a استفاده می‌شود. عرض بلوک‌های A و B که با چسب به یکدیگر متصل شده‌اند در جهت عمود بر صفحه شکل 40 mm می‌باشد. اگر نیروی قائم 40 kN برای ایجاد گسیختگی در محل اتصال لازم باشد مقاومت نهایی برشی چسب را حساب کنید.



شکل ۴-۵

حل: تعادل بلوک تحتانی A را در نظر می‌گیریم. اثر بلوک B در روی بلوک A شامل تنشهای عمودی و برشی می‌باشد که در شکل‌های ۴-۵b و ۴-۵c نشان داده شده است. معادله تعادل بلوک A در امتداد افق (شکل ۴-۵c) به نشان داده شده است. معادله تعادل بلوک A در امتداد افق (شکل ۴-۵c) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tau(50)(40)\cos 75^\circ = \sigma(50)(40)\cos 15^\circ : \quad \sigma = 0.269\tau$$

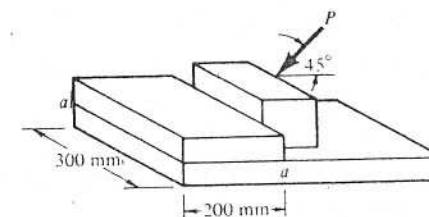
معادله تعادل بلوک A در امتداد قائم عبارتست از

$$40000 - \tau(50)(40)\sin 75^\circ - \sigma(50)(40)\sin 15^\circ = 0$$

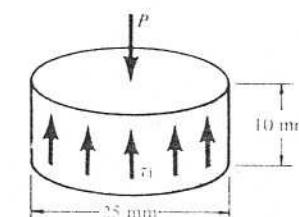
از جایگزینی $\sigma = 0.269\tau$ در معادله فوق τ بدست می‌آید:

مسئله ۴-۵

۲۰۶



شکل ۴-۳



شکل ۴-۴

مزبور 30 $\cos 45^\circ = 21.3$ kN می‌باشد. بنابراین تنش برشی متوسط برابر است با

$$\tau = \frac{P \cos 45^\circ}{A} = \frac{21.3 \times 10^3}{300 \times 200} = 0.35 \text{ MPa}$$

مسئله ۴-۳

فولاد سازه‌ای با کربن کم دارای مقاومت نهایی برشی تقریباً 300 MPa می‌باشد. نیروی لازم برای ایجاد سوراخی به قطر 25 mm در صفحه‌ای فولادی به ضخامت 10 mm را حساب کنید.

حل: فرض می‌کنیم تنش برشی در روی سطح استوانه‌ای به قطر 25 mm و ضخامت 10 mm مطابق شکل ۴-۴ به طور یکنواخت توزیع شده باشد. از معادله تعادل در امتداد قائم نیروی لازم برای ایجاد سوراخ مزبور به دست می‌آید.

$$P = \tau A = \pi(25)(10)(300 \times 10^6 \times 10^{-6}) = 235000 \text{ N}$$

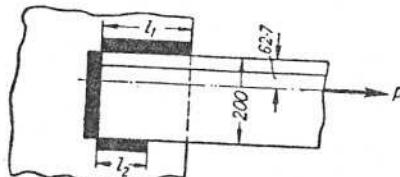
(ارتفاع * نیای آنده) پساحت استوانه

مسئله ۴-۴

در صنایع چوب بعضی مواقع برای تعیین مقاومت برشی اتصالاتی که با چسب صورت

۲۰۹

۱۲ را مجاز به کنید.



شکل ۷ - ۴

حل : با توجه به اینکه گلوی جوش تقریباً برابر $t \sin 45^\circ = 0.7 t$ می باشد طول کل جوش لازم بر اساس مقاومت برشی برابر است با (ضخامت نبیشی = t)

$$l = \frac{P}{0.7 t \tau_w} = \frac{40000}{0.7 \times 1.6 \times 800} = 44.7 \text{ cm}$$

طول جوش انتهای نبیشی برابر 20 cm است. بنابراین طول باقی مانده که مجموع طول های l_1 و l_2 می باشد برابر 24.7 cm است.

طول های l_1 و l_2 باید چنان انتخاب شود که برآیند تنش های برشی در روی تمام طول جوش در صفحه محور نبیشی قرار بگیرد. محور نبیشی در فاصله 6.27 cm از لبه فوقانی آن قرار دارد (شکل ۷ - ۴). بنابراین معادله زیر نتیجه می شود :

$$6.27 l_1 + \frac{6.27^2}{2} = \frac{13.73^2}{2} + 13.73 l_2$$

همچنین

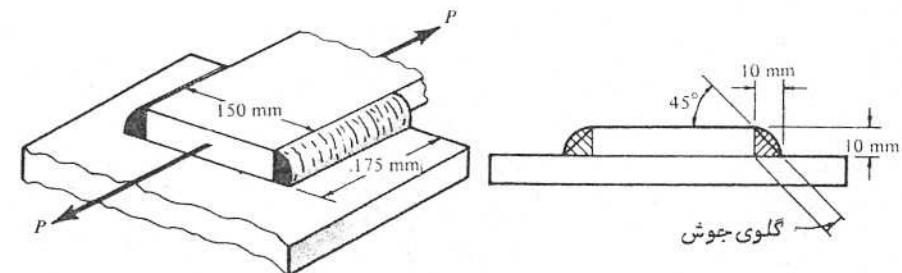
$$l_1 + l_2 = 24.7$$

از حل دو معادله فوق نتیجه می شود :

مسئله ۷ - ۴

۲۰۸

یک نوع متداول جوش برای اتصال دو صفحه به یکدیگر جوش گوشه (شکل ۶ - ۴) می باشد. این نوع جوش می تواند برش و همچنین کشش، فشار و خمش را تحمل کند. برای دو صفحه شکل ۶ - ۴ مقدار مجاز نیروی کششی P را بر اساس تنش برشی مجاز 80 MPa تعیین کنید. فقط تنش های برشی را در جوش در نظر بگیرید. نیروهای P در وسط فاصله بین دو جوش وارد شده اند.



شکل ۶ - ۴

حل : کوچکترین بعد جوش موسوم به گلوی جوش می باشد که در این مسئله برابر $10 \sin 45^\circ = 7.07 \text{ mm}$ است. سطح موئثر جوش که در مقابل برش مقاومت می کند برابر است با حاصل ضرب طول جوش در اندازه گلوی جوش. بنابراین سطح موئثر هر یک از دو جوش برابر $175(7.07) = 1237 \text{ mm}^2$ می باشد. مقدار مجاز نیروی کششی در این صورت برابر است با

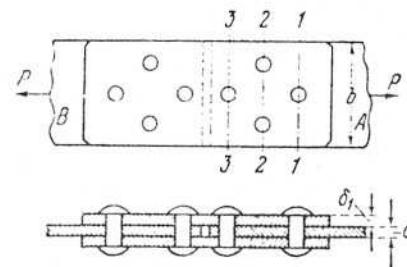
$$P_w = (80 \times 10^6)(10^{-6})(2)(1237) = 198000 \text{ N}$$

$$\text{نیروی کششی} \times \text{طریق} = f_t =$$

مسئله ۶ - ۴

یک نیروی کششی 40 t به طور مرکزی به یک نبیشی 200 mm × 150 mm × 16 mm وارد شده است (شکل ۶ - ۴). نبیشی مطابق شکل به یک صفحه جوش گوشه ای داده شده است. برای اینکه طول های l_1 و l_2 کاهش یابند انتهای نبیشی نیز به صفحه جوش داده شده است. تنش مجاز برشی جوش 800 Kg/cm^2 می باشد. طول های l_1 و

۲۱۱



شکل ۹ - ۴

در دو مقطع هر یک از پرجها نیروی برشی P/i وجود دارد. بنابراین تنش برشی در پرجها برابر است با

$$\tau = \frac{P}{(2i) \frac{\pi}{4} (d^2)} = \frac{8000}{2 \times 4 \times 0.785 \times 1.6^2} = 500 \text{ Kg/cm}^2$$

ب - محاسبه تنش در تسممهای ۱-۱: در مقطع ۱-۱ تمام نیروی P بوسیله تسممه منتقل می‌شود. این مقطع بوسیله یک پرج ضعیف شده است و مساحت سطح مقطع تسمم در مقطع مذبور برابر است، با

$$A_{1-1} = \delta(b-d) = 1(15 - 1.6) = 13.4 \text{ cm}^2$$

تنش کششی در مقطع ۱-۱ برابر است با

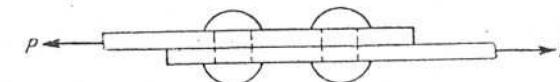
$$\sigma_{1-1} = \frac{P}{A_{1-1}} = \frac{8000}{13.4} = 597 \text{ Kg/cm}^2$$

در مقطع ۲-۲ نیروی منتقل شده توسط تسمم فقط $\frac{3}{4} P$ است زیرا نیروی $\frac{P}{4}$ بوسیله پرج اول حمل و به توسط صفحه‌های فوقانی و تحتانی و پرج‌های سمت چپ اتصال به تسمم B منتقل شده است. مقطع ۲-۲ بوسیله دو پرج ضعیف شده است، در نتیجه مساحت سطح مقطع آن برابر است با

$$A_{2-2} = \delta(b-2d) = 1(15 - 2 \times 1.6) = 11.8 \text{ cm}^2$$

۲۱۰

تعداد پرج‌های لازم به قطر 20mm را برای اتصال دو صفحه به ضخامت‌های 8 و 10 میلیمتر پیدا کنید (شکل ۴-۸). نیروی کششی P در محل اتصال برابر 20 است. تنش‌های مجاز برشی و فشاری به ترتیب 2000 Kg/cm^2 و 3200 Kg/cm^2 می‌باشد.



شکل ۴ - ۸

حل: بر اساس مقاومت برشی پرج تعداد پرج‌های لازم برابر است با (قطر پرج = d)

$$n \geq \frac{P}{(\frac{\pi d^2}{4}) \tau_w} = \frac{20000}{\pi \times \frac{2^2}{4} \times 1400} = 4.53 \# 5$$

بر اساس مقاومت فشاری پرج تعداد پرج‌های لازم برابر است با (ضخامت صفحه = t)

$$n \geq \frac{P}{td\sigma_w} = \frac{20000}{0.8 \times 2 \times 3200} = 3.9 \# 4$$

بنابراین برای اتصال مذبور حداقل پنج پرج لازم است.

مسئله ۴ - ۸

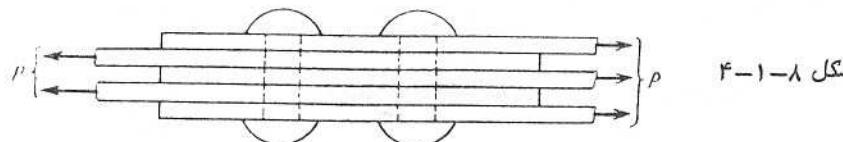
دو تسمم فولادی A و B به ضخامت $b=150 \text{ mm}$ و عرض $\delta=10 \text{ mm}$ بوسیله دو صفحه مطابق شکل ۹ - ۴ به یکدیگر پرج شده‌اند. قطر پرج‌ها $d=16 \text{ mm}$ ، ضخامت صفحات اتصال $t_1=6 \text{ mm}$ و عرض آنها برابر با عرض تسممهای 150 mm می‌باشد. اگر بارکشی P برابر 8 تن باشد تنش‌ها را در پرج‌ها و تسممهای حساب کنید.

حل:

الف - محاسبه تنش در پرج‌ها: در هر طرف اتصال چهار پرج ($i=4$) وجود دارد.

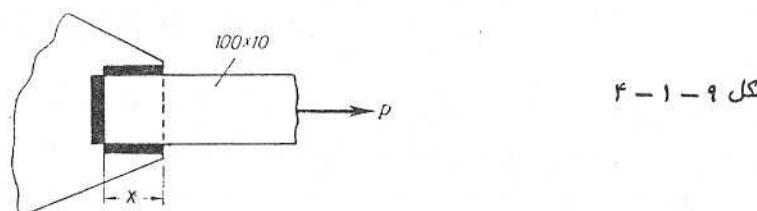
۲۱۵

مسئله ۴-۱-۸ دو صفحه هریک به ضخامت 10 mm به سه صفحه هریک به ضخامت 8 mm به توسط پرج‌های به قطر 20 mm مطابق شکل ۴-۱-۸ متصل شده‌اند. اتصال مزبور تحت اثر نیروی کشی $t = 28\text{ t}$ می‌باشد. اگر تنش‌های مجاز برشی و فشاری به ترتیب 2800 Kg/cm^2 و 1000 Kg/cm^2 باشند تعداد پرج‌های لازم را تعیین کنید.



شکل ۴-۱-۸

مسئله ۴-۱-۹ حداقل طول x را که برای جوش دادن در صفحه فولادی شکل ۴-۱-۹ لازم است تعیین کنید. تنش کششی در صفحه 1400 Kg/cm^2 و تنش برشی مجاز جوش برابر 800 Kg/cm^2 می‌باشد.



شکل ۴-۱-۹

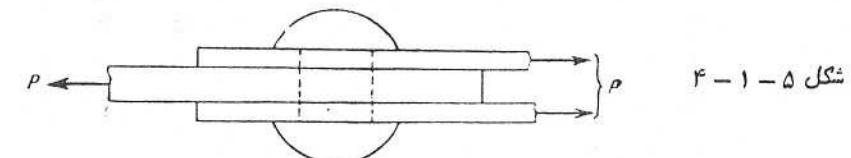
۴-۴ جواب‌های مسائل حل نشده

- | | | | |
|---------------------------|---------|----------------------|----------------------------|
| 2.5 MPa | : ۴-۱-۲ | 50 Kg/cm^2 | : ۴-۱-۱ |
| $\tau = 0.24 \text{ MPa}$ | : ۴-۱-۴ | $\tau = 0.707 P/ab$ | : ۴-۱-۳ |
| ۷: ۴-۱-۶ | | ۴-۱-۵ | : چهار عدد |
| ۸: ۴-۱-۸ | | ۴-۱-۷ | : هشت پرج در هر نیمه اتصال |
| | | ۷.5 cm | : ۴-۱-۹ |

۲۱۴

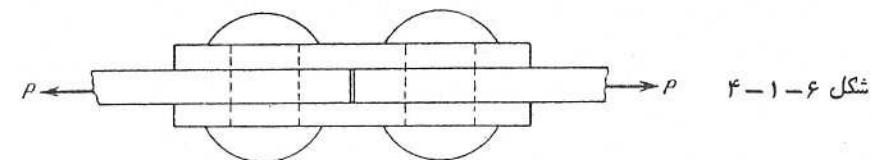
یکواخت بارگذاری شده است، ولی در تمام طول لبه تحتانیش تکیه گاه ندارد (شکل ۴-۱-۴) . اگر بارگذاری در بالای استوانه برابر 4 MN باشد و 30 mm متر از لبه تحتانی آن بدون تکیه گاه باشد، تنش برشی متوسط را در روی هر یک از مقاطع a-a و b-b پیدا کنید. استوانه از بتن به ضخامت 200 mm و ارتفاع 10 m ساخته شده است.

مسئله ۴-۱-۵ تعداد پرج‌های لازم به قطر 20 mm را برای اتصال دو صفحه به ضخامت 5 mm به صفحه سومی به ضخامت 12 mm (شکل ۴-۱-۵) پیدا کنید. نیروی کششی P در روی اتصال برابر 18 t و تنش‌های مجاز برشی و فشاری به ترتیب 2800 Kg/cm^2 و 1000 Kg/cm^2 می‌باشند.



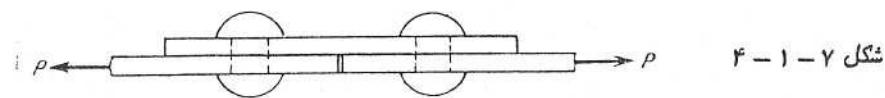
شکل ۴-۱-۵

مسئله ۴-۱-۶ تعداد پرج‌های لازم به قطر 17 mm را برای اتصال دو صفحه به کمک عدد تسمه مطابق شکل ۴-۱-۶ پیدا کنید. نیروی کششی P برابر 30 t است. ضخامت هر یک از صفحه‌ها برابر 10 mm و ضخامت تسمه‌ها برابر 6 mm است. تنش‌های مجاز برشی و فشاری به ترتیب 1000 Kg/cm^2 و 2800 Kg/cm^2 می‌باشد.



شکل ۴-۱-۶

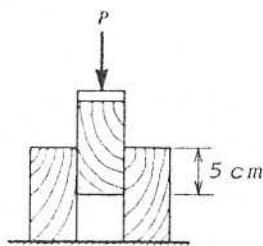
مسئله ۴-۱-۷ دو صفحه به توسط یک تسمه مطابق شکل ۷-۱-۴ به یکدیگر پرج شده‌اند. ضخامت صفحه‌ها و تسمه برابر 10 mm است. اگر تنش‌های مجاز برشی و فشاری به ترتیب 1400 Kg/cm^2 و 3200 Kg/cm^2 باشند تعداد پرج‌های لازم به قطر 17 mm را تعیین کنید. نیروی P در محل اتصال برابر 24 t می‌باشد.



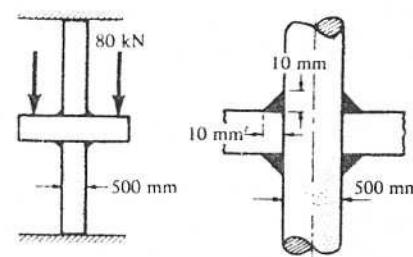
شکل ۷-۱-۴

۲۱۲

مسئله ۱-۱-۴ سه قطعه چوب مطابق شکل ۱-۱-۴ با چسب به یکدیگر متصل شده‌اند. قطعات چوب سطح مقطع یکسان دارند و طولشان در جهت عمود بر صفحه تصویر ۲۰ cm می‌باشد. اگر بار P برابر ۱۰۰۰۰ Kg باشد تنش برشی متوسط در محل اتصال قطعات چقدر است؟



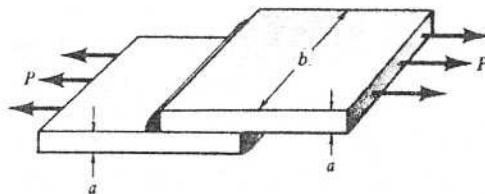
شکل ۱-۱-۴



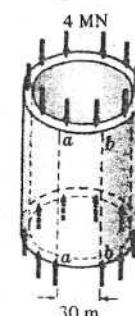
شکل ۱-۲

مسئله ۲-۱-۴ در شکل ۲-۱-۴ ۸۰ kN بار کل به صورت متقارن و شعاعی وارد می‌آید. تکیه گاه مرکزی، ستونی به قطر ۵۰۰ mm می‌باشد. بالکن در دو سطح فوقانی و تحتانی به ستون جوش شده و طول اضلاع جوش گوشه ۱۰ mm است. تنش برشی متوسطی را که بین ستون و بالکن وجود دارد حساب کنید.

مسئله ۳-۱-۴ دو صفحه با ضخامت یکسان در شکل ۳-۱-۴ بوسیله دنوار جوش گوشه به یکدیگر متصل شده‌اند. تنش برشی حداقل را در جوش‌ها تعیین کنید.



شکل ۳-۱-۴



شکل ۴-۱

مسئله ۴-۱-۴ استوانه قائم جدار نازکی به قطر ۴۰ m در طول لبه فوقانیش بطور

۲۱۲

تنش کششی در تسممه در مقطع ۲-۲ برابر است با

$$\sigma_{2-2} = \frac{\frac{3}{4}P}{A_{2-2}} = \frac{\frac{3}{4} \times 8000}{11.8} = 508 \text{ Kg/cm}^2$$

تنش در مقطع ۲-۲ ۱۵ درصد کمتر از تنش در مقطع ۱-۱ است. در مقطع ۳-۳ نیروی منتقل شده به تسممه B برابر $\frac{3}{4}P = \frac{1}{4}P$ است. مساحت سطح مقطع در مقطع ۳-۳ برابر مساحت سطح مقطع در مقطع ۱-۱ است.

$$A_{3-3} = A_{1-1} = 13.4 \text{ cm}^2$$

تنش کششی در این مقطع برابر است با

$$\sigma_{3-3} = \frac{\frac{P}{4}}{A_{3-3}} = \frac{\frac{8000}{4}}{13.4} = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

این تنش ۷۵٪ کمتر از تنش در مقطع ۱-۱ می‌باشد. حال تنش تکیه گاهی در تسممه را در اثر فشار وارد بوسیله پرج حساب می‌کنیم. مساحت تکیه گاهی تسممه در هر پرج برابر است با

$$A_b = \delta d = 1 \times 1.6 = 1.6 \text{ cm}^2$$

فشاری که بوسیله یک پرج بر تسممه وارد می‌شود برابر $\frac{P}{4}$ می‌باشد. بنابراین تنش تکیه گاهی برابر است با

$$\sigma_b = \frac{\frac{P}{4}}{A_b} = \frac{\frac{8000}{4}}{1.6} = 1250 \text{ Kg/cm}^2$$

۴-۳ مسائل حل نشده