

### تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در تحلیل مدارهای الکتریکی:

تبدیل لاپلاس: اگر تابع پیوسته قطعه‌ای در فاصله صفر تا بینهایت باشد (فرض بر این است که  $P(t)$  قبل از صفر صفر است) و از مرتبه نمایی باشد در آن صورت تبدیل لاپلاس آن به فرم

$$F(s) \triangleq \int_0^{\infty} P(t) e^{-st} dt$$

زیر قابل محاسبه است

تابع  $P(t)$  را از مرتبه نمایی نامند در صورتی که یک مقدار مثبت  $\sigma > 0$  وجود داشته باشد به طوری

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |P(t)| e^{-\sigma t} = 0$$

نکته ۱: این شرط، شرط کافی است.

نکته ۲: این شرط بسیار ضعیف تر از شرط دیریکله در تبدیل فوری است.

مثال: تابع  $P(t) = e^{kt}$  شرط دیریکله را ندارد ولی شرط داشتن تبدیل لاپلاس را دارد. مثلاً

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{kt} \cdot e^{-\sigma t} = 0 \quad \text{به ازای } \sigma = 5$$

نتیجه: تعداد زیادی از توابع هستند که برای آنها نمی توان تبدیل فوری تعریف کرد ولی تبدیل

لاپلاس دارند. به همین دلیل تبدیل لاپلاس ابزاری قویتر در تحلیل مسائل مهندسی است از جمله

حل مدارهای الکتریکی است. دلیل دیگر این است که تبدیل لاپلاس در تحلیل مسائلی که شرط

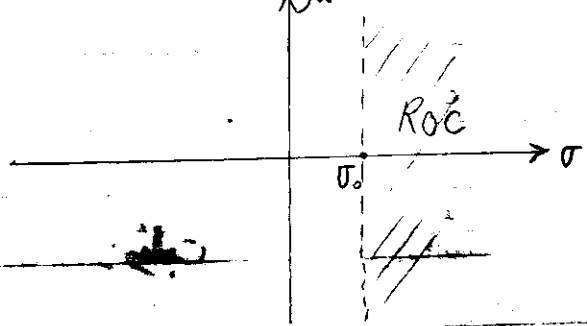
اولیه دارند کار است در صورتی که تبدیل فوری چنین قدرتی ندارد.

ناحیه همگرایی [ROC] = Region of Convergence

اگر  $\sigma_0$  کوچکترین مقداری باشد که به ازاء آن شرط  $\lim_{t \rightarrow \infty} |f(t)| e^{-\sigma_0 t}$  برقرار باشد در

آن صورت ناحیه‌ای در صفحه  $s$  که شرط زیر را ارضا کند ناحیه همگرایی نامند:

$Re\{s\} > \sigma_0$



نکته: ناحیه ROC در حین محاسبه انتگرال لاپلاس تعیین می‌شود.

$f(t) = e^{-rt}$

مثال =

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-rt} \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+r)t} dt = \frac{1}{-(r+s)} e^{-(r+s)t} \Big|_0^{\infty}$$
  
$$= \frac{1}{-(r+s)} e^{-[(r+\sigma)+j\omega]t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{-(r+s)} e^{-(r+\sigma)t} \cdot e^{-j\omega t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{r+s}$$

به شرط اینکه  $Re\{s\} > -r$  یا  $\sigma+r > 0$

$f(t) = 1$

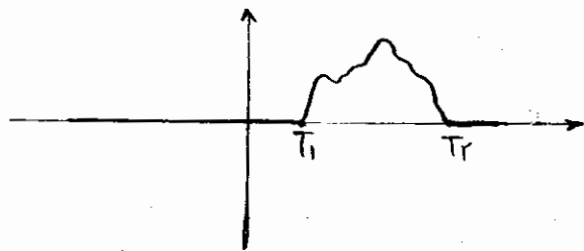
مثال =

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{-1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s}$$
 به شرط اینکه  $Re\{s\} > 0$

چند نکته:

۱- ROC همیشه به صورت نوارهایی موازی محور  $\omega$  است.

نمونه ۲- اگر تابع محدود باشد، ROC آن به صورت  $\text{Re}\{s\} > \sigma$  تمام صفحه  $s$  است.



$$f(t) = \delta(t)$$

۳- ناحیه همگرایی تابع ضرب کل صفحه  $s$  است.

$$F(s) = \int_0^{+\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1$$

جدول تبدیل لاپلاس:

$f(t)$	$F(s)$	ROC
$\delta(t)$	1	تمام صفحه $s$
1	$\frac{1}{s}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	"
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$\text{Re}\{s\} > -a$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	"
$\sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
$\cos \omega_0 t$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	"
$e^{-at} \sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > -a$
$e^{-at} \cos \omega_0 t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	"
$e^{-at} [a_1 \cos \omega_0 t + \frac{a_0 - a a_1}{\omega_0} \sin \omega_0 t]$	$\frac{a_1 s + a_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	"

خواص تبدیل لاپلاس:

$f(t)$	$F(s)$
$f_1(t)$	$F_1(s)$
$f_2(t)$	$F_2(s)$
$f(t) = a f_1(t) + b f_2(t)$	$F(s) = a F_1(s) + b F_2(s)$
$f(t-a) \cdot u(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
$e^{-at} \cdot f(t)$	$F(s+a)$
$f(at)$	$\frac{1}{ a } F\left(\frac{s}{a}\right)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0)$
$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
$-t f(t)$	$dF(s)/ds$
$f(t)/t$	$\int_s^\infty F(u) du$
$d^n f(t)/dt^n$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^\infty \int_0^\infty f(\tau) d\tau$	$F(s)/s^n$
$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \longleftrightarrow \frac{F(s)}{s} + \frac{f(0^-)}{s}, f(0^-) = \int_{-\infty}^0 f(\tau) d\tau$

مثال برای قضیه مقدار اولیه و مقدار نهایی:

$f(t) = e^{-at} \cos \omega t$

$f(0^+) = 1, f(\infty) = 0, F(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2} = 1$

$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2} = 0$

$$f(t) = \frac{1}{j\pi} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} ds$$

عکس تبدیل لاپلاس:

$F(s)$  عموماً کسری گویا از  $s$  است.

$$F(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n}$$

راه کوتاه‌ترین این است که کسر را تجزیه کنیم و از جدول استفاده کنیم. اولین قدم در راه تجزیه کسر

محاسبه ریشه‌های مخرج است.

$$F(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)\dots(s+\alpha_n)}$$

حالت الف: ریشه‌ها حقیقی و مجزا هستند.

$$\rightarrow F(s) = \frac{A_1}{s+\alpha_1} + \frac{A_2}{s+\alpha_2} + \dots + \frac{A_n}{s+\alpha_n}$$

$$, f(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} + \dots + A_n e^{-\alpha_n t}$$

$$, A_i = (s+\alpha_i) F(s) \Big|_{s=-\alpha_i} \quad ; \quad A_i = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{\frac{d}{ds} [a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n]} \Big|_{s=-\alpha_i}$$

حالت ب: ریشه مزدوج داشته باشیم

$$F(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{(s+2)(s^2+1s+2)} \quad , \quad s_{1,2} = -1 \pm j$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{A_1}{s+2} + \frac{A_2}{s+1+j} + \frac{A_3}{s+1-j}$$

$$A_1 = \frac{(s-1)(s+2)}{s^2+1s+2} \Big|_{s=-2} = 1/8$$

$$A_2 = \frac{(s-1)(s+2)}{(s+2)(s+1-j)} \Big|_{s=-1-j} = \frac{\sqrt{2}}{2} \angle 45^\circ$$

$$A_3 = \frac{(s-1)(s+2)}{(s+2)(s+1+j)} \Big|_{s=-1+j} = \frac{\sqrt{2}}{2} \angle -45^\circ$$

$$\begin{aligned} \rightarrow f(t) &= j\Lambda e^{-rt} + \frac{\sqrt{r}}{r} e^{j\Lambda r^*} \cdot e^{-(1+j)t} + \frac{\sqrt{r}}{r} e^{-j\Lambda r^*} \cdot e^{-(1-j)t} \\ &= j\Lambda e^{-rt} + \frac{\sqrt{r}}{r} e^{-t} \left[ e^{-j(t-\Lambda r^*)} + e^{+j(t-\Lambda r^*)} \right] \\ &= j\Lambda e^{-rt} + \sqrt{r} \cos(t-\Lambda r^*) e^{-t} \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{j\Lambda}{s+r} + \frac{\frac{1}{\omega} s - \frac{y}{\omega}}{s^2 + rs + r} = \frac{j\Lambda}{s+r} + \frac{\frac{1}{\omega} s - \frac{y}{\omega}}{(s+1)^2 + 1}$$

$\omega_0=1$   
 $\alpha=1$   
 $\alpha_0=-\frac{y}{\omega}$   
 $\alpha_1=\frac{1}{\omega}$

راه دوم =

$$= j\Lambda e^{-rt} + \frac{1}{\omega} e^{-t} [\cos t - \frac{y}{\omega} \sin t]$$

حالت ج: ریشه تکراری داشته باشیم:

$$F(s) = \frac{1}{s^w(s+1)}$$

$$F(s) = \frac{A_1}{s+\alpha_1} + \frac{A_2}{(s+\alpha_1)^2} + \dots + \frac{A_P}{(s+\alpha_1)^P} + \frac{A_{P+1}}{s+\alpha_2} + \dots$$

در محاسبه ریشه های غیر تکراری مثل حالت الف عمل می کنیم.

$$A_i (1 \leq i \leq P) = \frac{1}{(P-i)!} \cdot \frac{d^{P-i}}{ds^{P-i}} (s+\alpha_1)^P F(s) \Big|_{s=-\alpha_1}$$

در مثال بالا:

$$F(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s^3} + \frac{A_4}{s+1}$$

$$A_4 = \frac{1}{s^3} \Big|_{s=-1} = -1$$

$$A_3 = \frac{1}{s+1} \Big|_{s=0} = 1$$

$$A_2 = \frac{1}{(3-2)!} \frac{d}{ds} \left[ \frac{1}{s+1} \right] \Big|_{s=0} = \frac{-1}{(s+1)^2} \Big|_{s=0} = -1$$

$$A_1 = \frac{1}{(3-1)!} \frac{d^2}{ds^2} \left[ \frac{1}{s+1} \right] \Big|_{s=0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{(s+1)^3} = 1$$

### کاربرد تبدیل لاپلاس در تحلیل مدارهای الکتریکی :

تحلیل مدارهای الکتریکی ← حل معادله دیفرانسیل . تبدیل لاپلاس ابزار خوبی است در حل معادلات

دیفرانسیل و در نتیجه تحلیل مدارهای الکتریکی.

در مقایسه تبدیل لاپلاس (یک طرفه) و تبدیل فوریه در تحلیل مدارهای الکتریکی

۱- تبدیل لاپلاس توابع زیادی را شامل می شود.

۲- تبدیل لاپلاس به خوبی از حل مسائل با شرایط اولیه برمی آید.

۳- تحلیل مدارها ← حالتی که منبع از  $t=0$  - تعریف شده است.

حالتی که منبع از صفر به بعد تعریف شده است.

### الگوریتم کار:

الف - روش کلی :

۱- معادلات دیفرانسیل مربوط به مدار را می نویسیم. (KVL, KCL)

۲- از طرفین معادلات تبدیل لاپلاس می گیریم.

$$\left. \begin{matrix} i(t) \\ v(t) \end{matrix} \right\} F(t) \longleftrightarrow F(s)$$

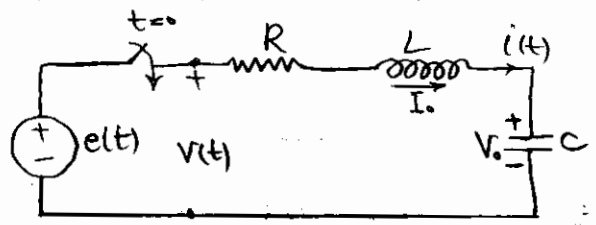
$$\frac{dF(t)}{dt} \longleftrightarrow sF(s) - F(0)$$

$$\int_{-\infty}^t F(t) dt \longleftrightarrow \frac{F(s)}{s} + \frac{F(0)}{s} \quad , \quad F(0) = \int_{-\infty}^0 F(t) dt$$

۳- متغیر دلخواه را در حوزه لاپلاس محاسبه کنیم.

۴- عکس تبدیل لاپلاس را بگیریم.

مثال =



$$v(t) = e(t) \cdot u(t)$$

$$V(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

$$V(s) = R I(s) + L [s I(s) - I_0] + \frac{1}{Cs} I(s) + \frac{V_0}{s}$$

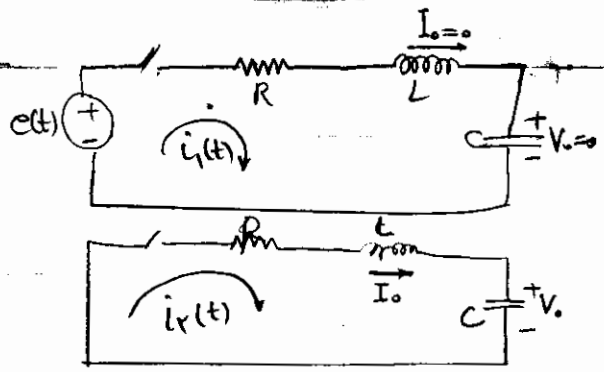
$$\rightarrow I(s) = \frac{V(s)}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} + \frac{LI_0 - \frac{V_0}{s}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}}$$

نکته مهم : تبدیل لاپلاس مسئله جواب خصوصی و جواب همگنی را یکباره بهم می دهد.

- ۱- جواب خصوصی
  - ۲- جواب همگنی
  - ۳- پیدا کردن ضرایب با استفاده از شرایط اولیه.
- در حل معادلات دیفرانسیل در حوزه زمان

تبدیل لاپلاس همه این مراحل را در دل خود دارد.

در مثال قبل



$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

پایه حالت صفر  
از اولی  
پایه خصوصی صفر  
از شرایط اولیه



در مثال قبل اگر:  $R=4\Omega$  ,  $L=1\text{ H}$  ,  $C=10\mu\text{F}$  ,  $e(t)=4\text{ v}$   
 $V_0=1\text{ v}$  ,  $I_0=5\text{ A}$

پاسخ حالت صفر، پاسخ ورودی صفر و پاسخ کامل را پیدا کنید؟

$$\text{پاسخ حالت صفر} = \frac{\frac{4}{s}}{4 + s + \frac{10}{s}} = \frac{4}{s^2 + 4s + 10} = \frac{4}{(s+2)^2 + 4}$$

$$\rightarrow i_1(t) = e^{-2t} \sin 2t$$

$$I_r(s) = \frac{5 - \frac{1}{s}}{4 + s + \frac{10}{s}} = \frac{5s - 1}{s^2 + 4s + 10} = \frac{5(s+2) - 4(4)}{(s+2)^2 + 4} = 5 \frac{s+2}{(s+2)^2 + 4} + 4 \frac{4}{(s+2)^2 + 4}$$

$$\rightarrow i_r(t) = 5e^{-2t} \cos 2t - 4e^{-2t} \sin 2t$$

$$\rightarrow i(t) = i_1(t) + i_r(t) = 5e^{-2t} \cos 2t - 4e^{-2t} \sin 2t$$

۱- (۳)

با روش عملیاتی:

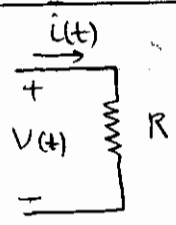
۱- به جای منابع تبدیل لاپلاس آنها را به جای سلف و خازن و مقاومت نیز معادل آنها را در حوزه S

جایگزین می کنیم.

۲- معادلات مربوط را در حوزه S می نویسیم.  $(k_v, k_c)$

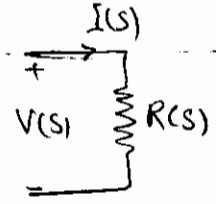
۳- متغیر را خواه رابطه به می کنیم ۴- عکس تبدیل لاپلاس می کنیم.

توضیح قدم ۱ =

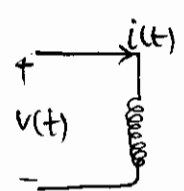


$$v(t) = R \cdot i(t)$$

مقاومت:



$$V(s) = R \cdot I(s)$$

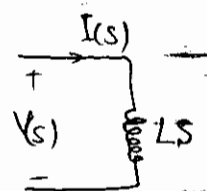
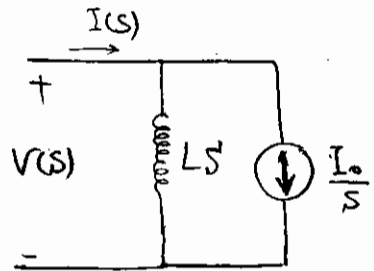
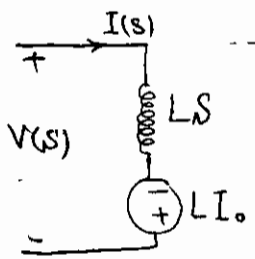


$$v(t) = L \frac{di}{dt}$$

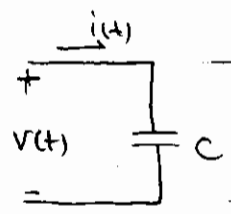
سلف:

$$V(s) = L [s I(s) - I_0]$$

$$V(s) = L s I(s) - L I_0$$



اگر شرط اولیه نداشته باشیم:  $I_0 = 0$

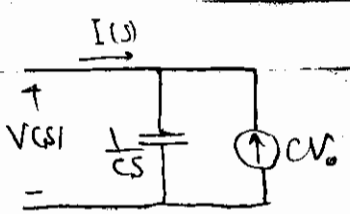


$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

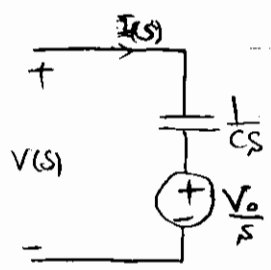
خازن:  $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$

$$I(s) = C [s V(s) - V_0]$$

$$I(s) = C s V(s) - C V_0$$



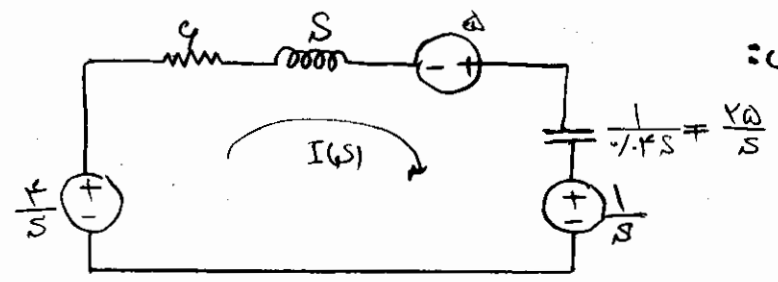
$$V(s) = \frac{1}{C s} I(s) + \frac{V_0}{s}$$



نکته: اگر بخواهیم مسئله را از روش KVL حل کنیم بهترین است از معادله‌های ولتاژی سلف و خازن

و اگر بخواهیم از روش KCL حل کنیم بهترین است از معادله‌های جریانی سلف و خازن استفاده کنیم.

حل مثال قبل باستخدام الزين روش:

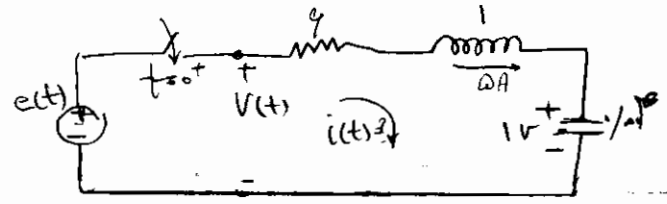


$$I(s) = \frac{\frac{4}{s} + \Delta}{4 + S + \frac{1}{s}} = \frac{\Delta S + 4}{S^2 + 4S + 1} = \frac{\Delta(S+2) - 2\Delta}{(S+2)^2 + 1}$$

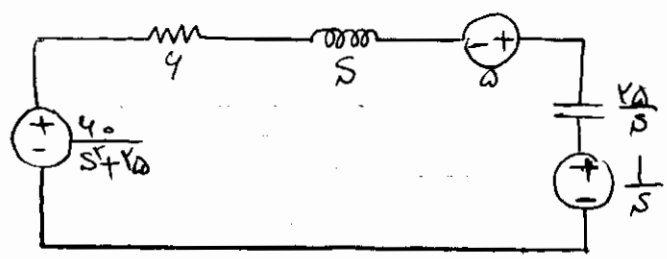
$$\rightarrow i(t) = \Delta e^{-2t} \cos t + e^{-2t} \sin t$$

سؤال: همان مثال قبلی است و غنی که

$$e(t) = 12 \sin t$$



$$V(t) = 12 \sin t \cdot u(t) \leftrightarrow V(s) = \frac{40}{S^2 + 1}$$



$$I(s) = \frac{\frac{40}{S^2 + 1}}{4 + S + \frac{1}{s}} + \frac{\Delta - \frac{1}{s}}{4 + S + \frac{1}{s}}$$

$\frac{40}{S^2 + 1}$  ← منبع ولتاژ  $e(t)$   
 $\Delta - \frac{1}{s}$  ← منبع جریان  $i(t)$

$$i(t) = \Delta e^{-2t} \cos t - e^{-2t} \sin t$$

$$I(s) = \frac{40 \cdot S}{(S^2 + 1)(S^2 + 4S + 1)} = \frac{-10}{(S+2)^2 + 1} + \frac{10}{S^2 + 1}$$

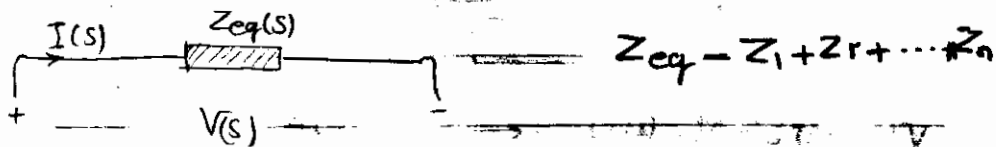
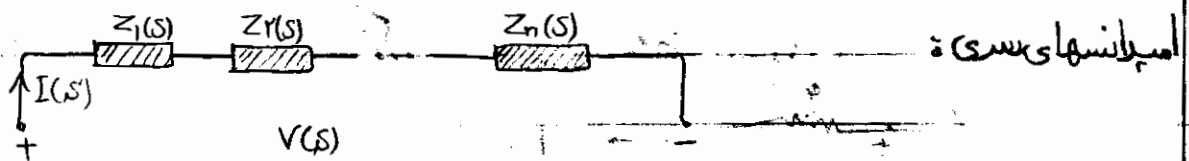
$$i(t) = -10e^{-2t} \sin t + 10 \sin t$$

$$i(t) = \underbrace{\Delta e^{-\alpha t} \cos \omega t}_{\text{جواب همگن}} - \underbrace{4.5 e^{-\alpha t} \sin \omega t}_{\text{جواب مجزوی}} + 2 \sin \omega t$$

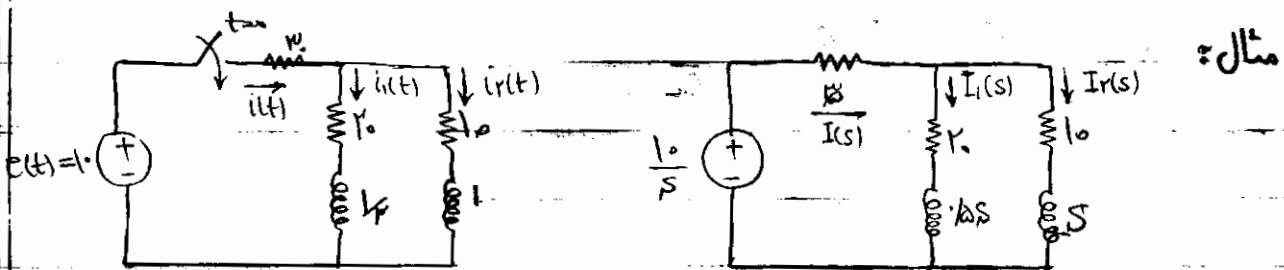
نکته: اگر شرط اولیه سلف و خازن صفر باشد و یا اینکه اثر آنها را به صورت منبع ولتاژ و یا جریان در

نظر گرفته باشیم همان قوانینی که در بحث مقاومت‌های سری و موازی برقرار بود در امپدانس‌های

مختلف نیز برقرار است.



$$Y_{eq} = Y_1 + Y_r + \dots + Y_n$$



$$I(s) = \frac{10/s}{w_0 + \frac{(10 + 1/s)(10 + s)}{w_0 + 1/s}} = \frac{w_0 s + 100}{s(s^2 + 13w_0 s + 2200)} = \frac{w_0 s + 100}{s(s + 20)(s + 110)}$$

$$= \frac{A_1}{s} + \frac{A_r}{s + 20} + \frac{A_r}{s + 110}$$

05

$$\rightarrow i(t) = A_1 + A_2 e^{-rt} + A_3 e^{-11t}$$

$$I_1(s) = I(s) \cdot \frac{10+s}{K_1 + 1/2s}$$

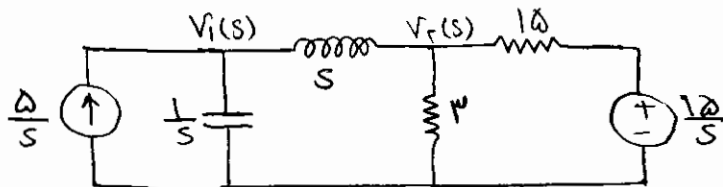
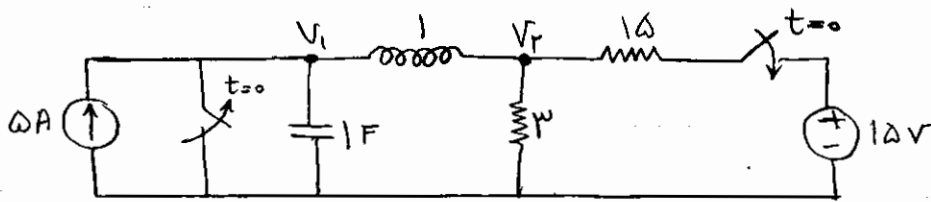
$$\rightarrow i_1(t) =$$

$$I_r(s) = I(s) \cdot \frac{r_0 + 1/2s}{K_1 + 1/2s}$$

$$\rightarrow i_r(t) =$$

چند مثال دیگر از کاربرد تبدیل لاپلاس در تحلیل مدارهای الکتریکی:

مثال ۲:



$$\begin{cases} \frac{\Delta}{s} = \frac{V_1(s)}{\frac{1}{s}} + \frac{V_1 - V_2}{s} \\ 0 = \frac{V_2 - 15/s}{1\Omega} + \frac{V_2}{3\Omega} + \frac{V_2 - V_1}{s} \end{cases}$$

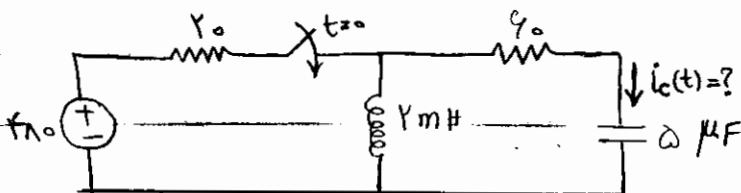
$$\begin{cases} (s^2 + 1)V_1 - V_2 = \Delta \\ (4s + 15)V_2 - 15V_1 = 15 \end{cases}$$

$$V_1 = \frac{\Delta(s+3)}{s(s+2)(s+15)}$$

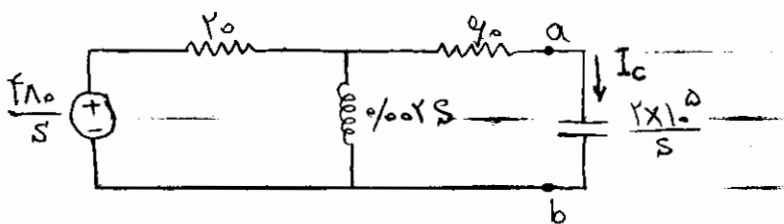
$$V_2 = \frac{21\Delta(s^2+4)}{s(s+2)(s+15)}$$

$$V_1 = \left[ 15 - \frac{\Delta}{4} e^{-2t} + \frac{\Delta}{4} e^{-15t} \right] u(t)$$

$$V_2 = \left[ 15 - \frac{15\Delta}{4} e^{-2t} + \frac{2\Delta}{4} e^{-15t} \right] u(t)$$



مثال ۳:

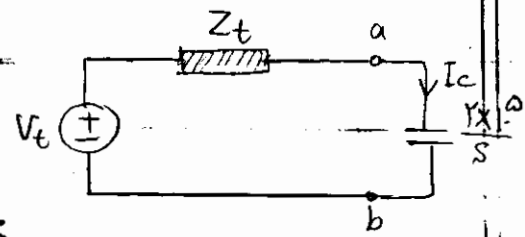


مسئله را به این شکل حل می‌کنیم ابتدا معادل تونج را از دو نقطه a و b محاسبه نموده و سپس

جریان  $I_c$  را بیابیم.

$$\rightarrow V_t = \frac{F \Lambda_0 \cdot 10^{-3} S}{Y_0 + 10^{-3} S} = \frac{F \Lambda_0}{S + 10^{-3}}$$

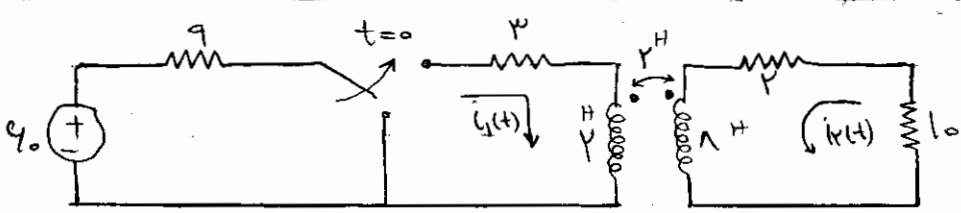
$$Z_t = 40 + \frac{Y_0 \times 10^{-3} S}{Y_0 + 10^{-3} S} = \frac{\Lambda_0 [S + 7500]}{S + 10^{-3}}$$



$$\rightarrow I_c(s) = \frac{\frac{F \Lambda_0}{S + 10^{-3}}}{\frac{\Lambda_0 (S + 7500)}{S + 10^{-3}} + \frac{Y_0 \times 10^{-3}}{S}} = \frac{4S}{S^2 + 10000S + 750000}$$

$$= \frac{4S}{(S + 5000)^2} = \frac{-30000}{(S + 5000)^2} + \frac{4}{S + 5000}$$

$$\rightarrow I_c(t) = -30000 t e^{-5000t} + 4 e^{-5000t}$$

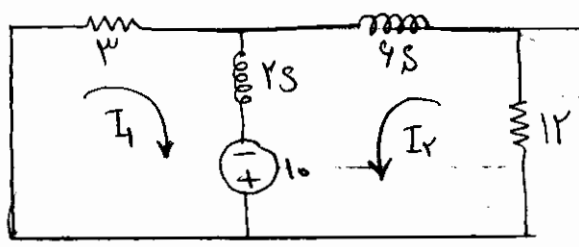
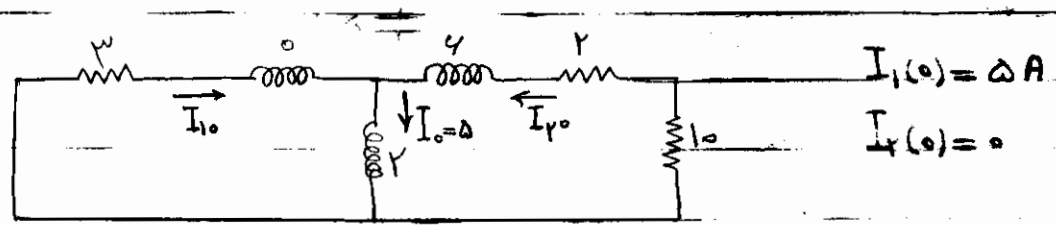


مثال ۳:

راه‌های مختلف برای تحلیل مدار:

۱- نوشتن معادلات در حوزه زمان و سپس استفاده از تبدیل لاپلاس در حل معادلات

۲- استفاده از مدارهای هم‌دراز بین بردن تزویج مغناطیسی.



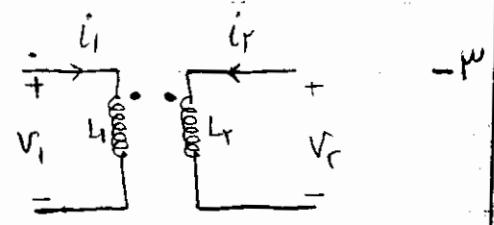
$$\begin{cases} (\psi + \gamma S) I_1 + \gamma S I_r = 10 \\ \gamma S I_1 + (\psi + \lambda S) I_r = 10 \end{cases}$$

$$\rightarrow I_r = \frac{\gamma \Delta}{(S+1)(S+\psi)}$$

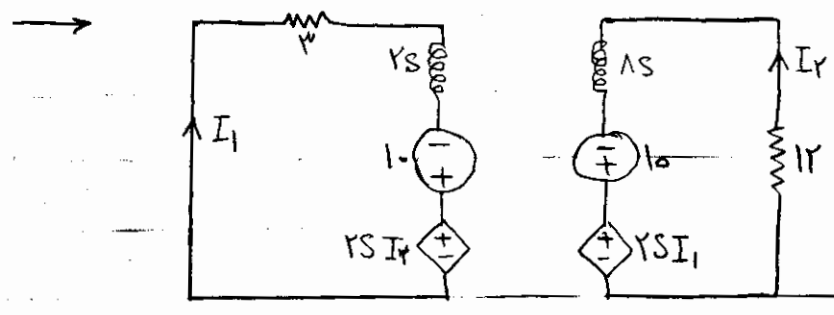
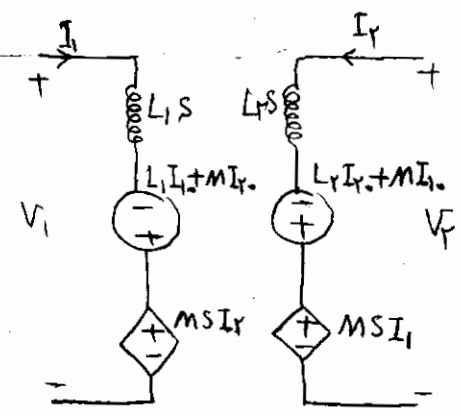
$$\rightarrow i_r(S) = \frac{1/\gamma \Delta}{S+1} \rightarrow \frac{1/\gamma \Delta}{S+\psi}$$

$$\rightarrow i_r(t) = 1/\gamma \Delta [e^{-t} - e^{-\psi t}] u(t)$$

$$\begin{cases} V_1 = L_1(SI_1 - I_{10}) + M(SI_r - I_{r0}) \\ V_r = L_r(SI_r - I_{r0}) + M(SI_1 - I_{10}) \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_1 = L_1 S I_1 - (L I_{10} + M I_{r0}) + M S I_r \\ V_r = \end{cases}$$



تابع ضربه در مدله:

۱- منبع تحریک کننده (شامل) تابع ضربه است. در حالت قابل بررسی است:

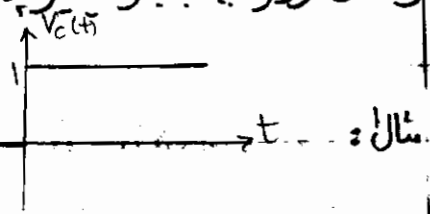
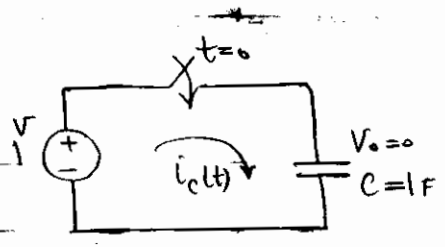
۲- منبع شامل تابع ضربه نیست ولی تابع ضربه در کلیدزنی ایجاد می شود



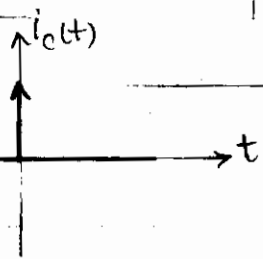
ابتدا حالت دوم را بررسی می کنیم:

مواقعی که این حالت بوجود می آید که سلف به اجبار جریان خود را تغییر پلمای بدهد و خازن

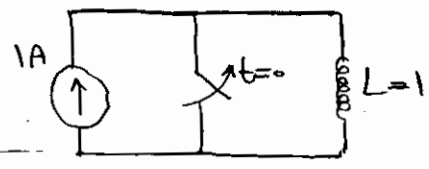
ولتاژ خود را به اجبار تغییر پلمای دهد.



$$i_c(t) = C \frac{dV_c}{dt} = \delta(t)$$

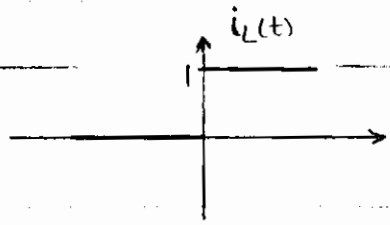


مثال:

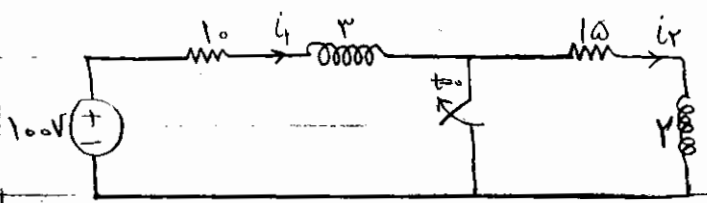


$$V_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$V_L(t) = \delta(t)$$

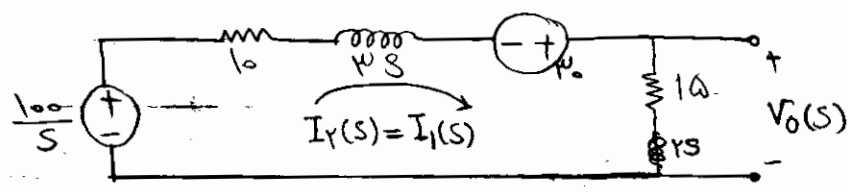


مثال:



$$I_1(0) = 10$$

$$I_2(0) = 0$$



استفاده از تبدیل لاپلاس این مزیت مهم را دارد که اتفاق افتادن تابع ضربه را به خوبی پیش بینی

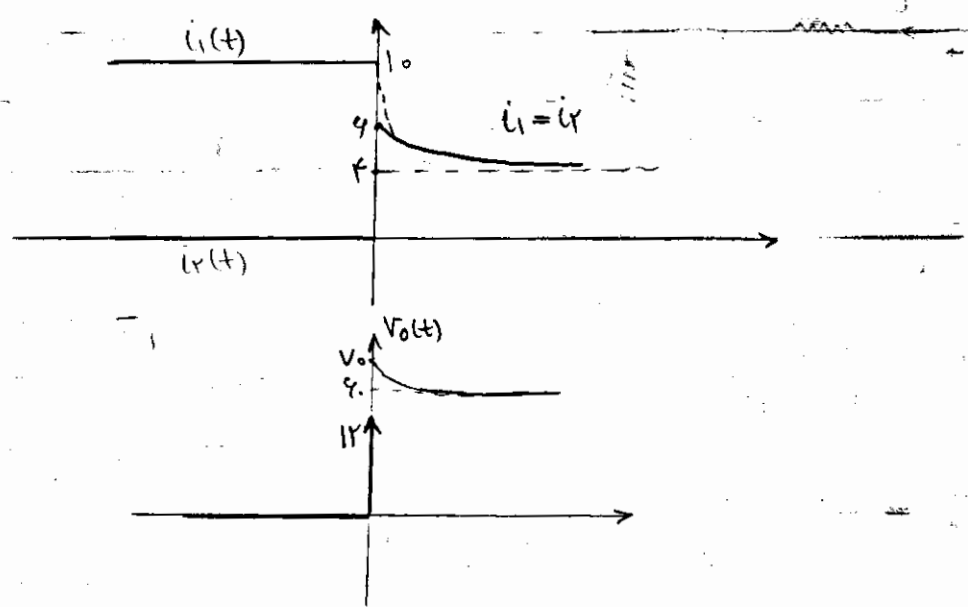
و محاسبه می کند.

$$\rightarrow V_0(s) = \frac{10 + 2s}{2s + 1} \left[ \frac{100}{s} + 40 \right]$$

$$\rightarrow V_0 = \frac{12(s + 1/2)}{s + 1/2} + \frac{40(s + 1/2)}{s(s + 1/2)} = 12 + \frac{40}{s} + \frac{10}{s + 1/2}$$

$$\rightarrow V_0(t) = 12\delta(t) + [40 + 10e^{-at}] u(t)$$

$$\rightarrow i_1(t) = i_r(t) = (4 + 1e^{-at}) u(t)$$



در حالت ۱ ممکن است منبع شامل تابع ضرب باشد :

