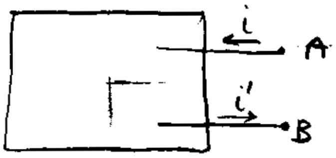
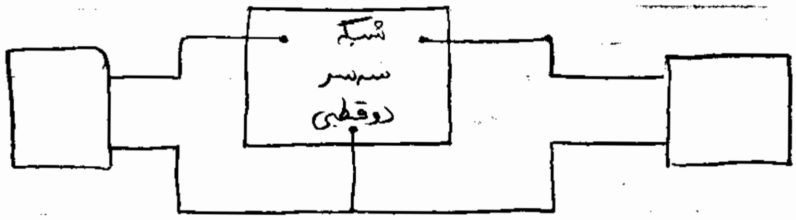
دوقطبی: یادآوری بحث معادل تونن

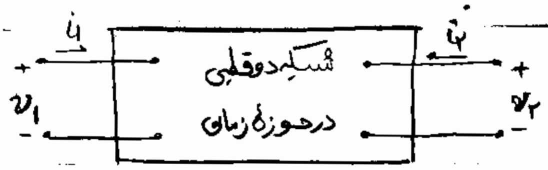


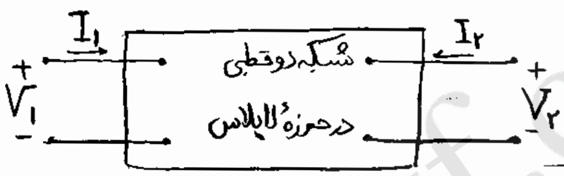
$i = i'$

نکته: شبکهٔ دوقطبی ممکن است از مدار سه سر ناشی شود.



بحث ما در فصل دوقطبی ها روی مداری به شکل زیر است





در تحلیل مدارهای دوقطبی دو متغیر را مستقل و دو متغیر را وابسته در نظر می گیرند.

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

مدل امپدانسی

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

مدل ادمیتانسی

به طور کلی به دو مدل بالا، مدل ایمیتانسی گویند.

مدلهای انتقالی:

مدل a:

$$\begin{cases} V_1 = a_{11} \cdot V_2 - a_{12} I_2 \\ I_1 = a_{21} \cdot V_2 - a_{22} I_2 \end{cases}$$

مدل b:

$$\begin{cases} V_2 = b_{11} V_1 - b_{12} I_1 \\ I_2 = b_{21} V_1 - b_{22} I_1 \end{cases}$$

مدلهای هیبرید:

$$\begin{cases} I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{cases}$$

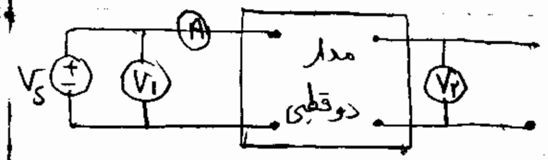
$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

نحوهٔ محاسبهٔ ضرائب :

۱ـ ضرائب مدل امپدانسی

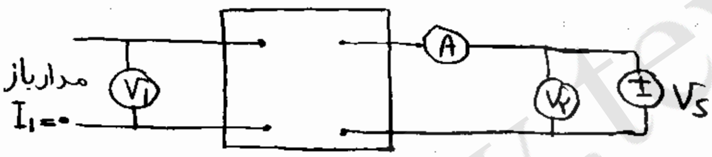
الف : راه آزمایش : برای محاسبهٔ پارامترهای مدل امپدانسی دو آزمایش به شکل زیر لازم است

الف ۱ :



$$Z_{11}=\frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} \quad , \quad Z_{21}=\frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

الف ۲ :



$$Z_{12}=\frac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1=0} \quad , \quad Z_{22}=\frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$

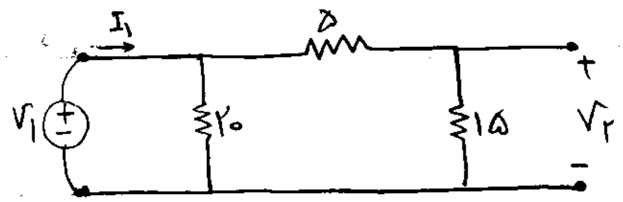
ب : راه محاسبه : با استفاده از روابط بالا می‌توانیم به جای آزمایش از محاسبه استفاده کنیم :

۲ـ ضرائب مدل ادمیتانسی

$$Y_{11}=\frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0} \quad , \quad Y_{21}=\frac{I_2}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$

$$Y_{12}=\frac{I_1}{V_2}\Big|_{V_1=0} \quad , \quad Y_{22}=\frac{I_2}{V_2}\Big|_{V_1=0}$$

مثال : پارامترهای مدل امپدانسی دوقطبی زیر را محاسبه کنید



$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} = 10 \quad , \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0} = 7.5$$

$$Z_{12} = 7.5 \quad , \quad Z_{22} = \frac{15 \times 25}{15+25} = 9.375$$

تبدیل پارامترها به یکدیگر:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow V_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & Y_{12} \\ I_2 & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{22}I_1 - Y_{12}I_2}{\underbrace{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}_{\Delta Y}}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y} I_1 + \left(\frac{-Y_{12}}{\Delta Y}\right) I_2 \\ V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \end{cases} \longrightarrow Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y} \quad , \quad Z_{12} = \frac{-Y_{12}}{\Delta Y}$$

مثال ۲: وقتی طرف دوم باز است محاسبات زیر را انجام شده است:

$$V_1 = 150 \cos 4000t \quad , \quad V_2 = 100 \cos(4000t + 15^\circ)$$

$$i_1 = 25 \cos(4000t - 45^\circ) \quad , \quad i_2 = 0$$

حال طرف دوم را اتصال کوتاه کردیم:

$$V_1 = 10 \cos 4000t \quad , \quad V_2 = 0$$

$$i_1 = 1.5 \cos(4000t + 30^\circ) \quad , \quad i_2 = 0.25 (4000t + 15^\circ)$$

در آزمایش $I_2=0$ داریم :

$$\begin{cases} V_1 = 150\angle 0 \\ I_1 = 25\angle -45^\circ \\ V_2 = 100\angle 15 \end{cases}$$

در آزمایش $V_2=0$ داریم :

$$\begin{cases} V_1 = 30\angle 0 \\ I_1 = 1.5\angle 30 \\ I_2 = 0.25\angle 150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = a_{11}V_2 - a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}V_2 - a_{22}I_2 \end{cases} \longrightarrow \quad a_{11} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad a_{12} = \frac{-V_1}{I_2}\Big|_{V_2=0} \quad a_{21} = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad a_{22} = \frac{-I_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$$

$$\longrightarrow a_{11} = \frac{150\angle 0}{100\angle 15} = 1.5\angle -15 \quad , \quad a_{21} = \frac{25\angle -45^\circ}{100\angle 15} = 0.25\angle -60^\circ$$

$$a_{12} = 120\angle 30 \quad , \quad a_{22} = 6\angle 60^\circ$$

اگر صورت مساله پارامترهای h را خواسته باشد با استفاده از جدول داریم :

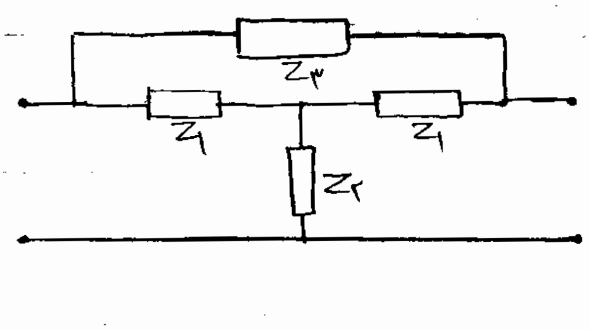
$$h_{11} = \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad , \quad h_{12} = \frac{\Delta a}{a_{22}} \quad , \quad h_{21} = \frac{-1}{a_{22}} \quad , \quad h_{22} = \frac{a_{21}}{a_{22}}$$

در مدارهای هم‌پاسخ داریم :

$$\begin{cases} Z_{12} = Z_{21} \\ Y_{12} = Y_{21} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{12} = -h_{21} \\ g_{12} = -g_{21} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta a = 1 \\ \Delta b = 1 \end{cases}$$

مدارهای متقارن :



علاوه بر روابط مدارهای هم پاسخ :

$$\begin{cases} z_{11} = z_{22} \\ y_{11} = y_{22} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{11} = a_{22} \\ b_{11} = b_{22} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta h = 1 \\ \Delta g = 1 \end{cases}$$

دوقطبی ها ← بخش اول : تعریف و نحوهٔ محاسبهٔ پارامترها و تبدیل آنها به یکدیگر

← بخش دوم : استفاده از پارامترها در مدار ← تحلیل مدارهای واسطهٔ دوقطبی

← اتصال دوقطبی ها.

تحلیل مدارهای واسطهٔ دوقطبی :

$$\begin{cases} V_1 = V_g - Z_g I_1 \\ V_2 = -Z_L \cdot I_2 \end{cases} , \quad \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

براساس این ۴ معادله هر مجهولی قابل محاسبه است . پارامترهایی معمولاً مد نظر هستند:

۱- امپدانس ورودی $\frac{V_1}{I_1}$ ۲- I_2 ۳- بهرهٔ جریان $\frac{I_2}{I_1}$

۴- بهرهٔ ولتاژ $\frac{V_2}{V_1}$ ۵- بهرهٔ ولتاژ $\frac{V_2}{V_g}$ ۶- معادل تونن از دید سرهای دوم

مدل امپدانسی بالا می تواند با هر کدام از مدلهای اشاره شدهٔ دوقطبی : مدل y ، مدل h ، مدل g

مدل a ، مدل b جایگزین شود.

مثال : محاسبهٔ امپدانس ورودی Z_{in} براساس مدل امپدانسی.

$$\rightarrow -Z_L \cdot I_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \longrightarrow -Z_{21}I_1 = (Z_L+Z_{22})I_2$$

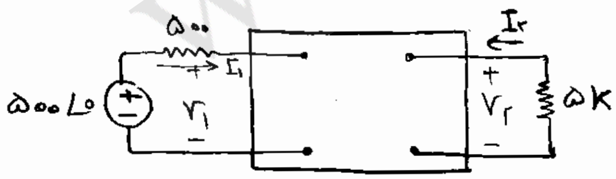
$$\longrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z_L+Z_{22}}$$

$$V_1 = Z_{11}I_1 - \frac{Z_{21}Z_{12}I_1}{Z_L+Z_{22}} \longrightarrow Z_{in}=\frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_L+Z_{22}}$$

$$\xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} I_2 = \frac{-Z_{21}\cdot V_g}{(Z_{11}+Z_g)(Z_{22}+Z_L)-Z_{12}Z_{21}}$$

$$, \frac{V_2}{V_1}=\frac{Z_{21}Z_L}{Z_{11}Z_L+\Delta Z} \quad , \quad \Delta Z = Z_{11}Z_{22}-Z_{21}Z_{12}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Z_{21}Z_L}{(Z_{11}+Z_g)(Z_{22}+Z_L)-Z_{12}Z_{21}} \quad , \quad \begin{cases} V_t = \dfrac{Z_{21}}{Z_{11}+Z_g}V_g \\ Z_t = Z_{22} - \dfrac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{11}+Z_g} \end{cases}$$



مثال : $b_{11}=-20 \quad b_{12}=-3000$

$b_{21}=-0.002 \quad b_{22}=-0.2$

الف - محاسبهٔ V_2 ب - توان مصرفی در بار $5K\Omega$ ج - به جای بارچه امپدانسی بگذاریم تا حداکثر توان منتقل شود

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = 500\angle 0 - 500 I_1 \\ V_2 = -5000 I_2 \end{cases} , \begin{cases} V_2 = -20V_1 + 3000 I_1 \\ I_2 = -0.002V_1 + 0.2 I_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_g} = \frac{\Delta b \cdot Z_L}{b_{12}+b_{11}Z_g+b_{22}Z_L+b_{21}Z_gZ_L}$$

$$\Delta b = b_{11}b_{22}-b_{21}\cdot b_{12} = -2 \longrightarrow \frac{V_2}{V_g} = \frac{10}{19}$$

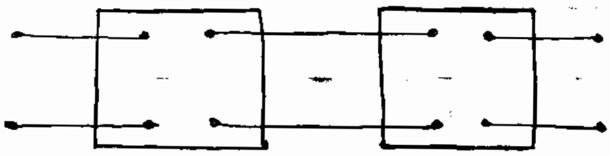
$$\longrightarrow V_2 = \frac{10}{19}\times 500\angle 0 = 263.16$$

$$\text{توان تحویلی به } 5^{K\Omega} = \frac{|۲۴۳٫۱۶|^{۲}}{۲\times ۵۰۰۰} = ۶٫۹۳ \quad \text{وات}$$

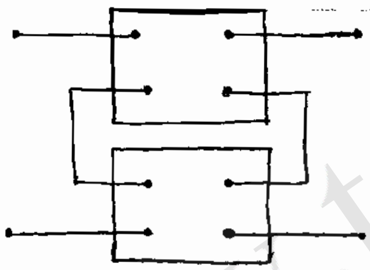
$$Z_t = \frac{b_{11} Z_g + b_{12}}{b_{21} Z_g + b_{22}} = ۱۰۸۳۳٫۳۳$$

$$Z_L \ (\text{برای انتقال بیشترین توان}) = ۱۰۸۳۳٫۳۳$$

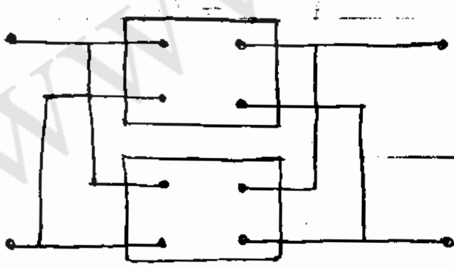
اتصال دوقطبی‌ها:



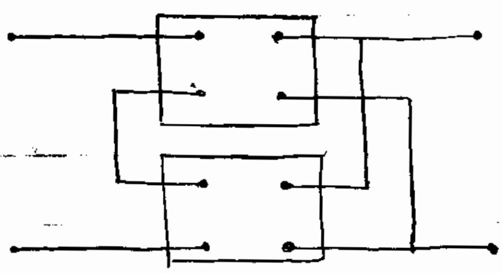
الف: اتصال زنجیره‌ای
(پارامتر a)



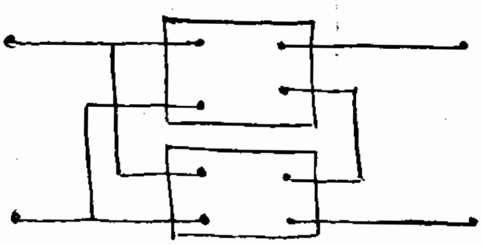
ب: اتصال متوالی
(پارامتر z)



ج: اتصال موازی:
(پارامتر y)



د: اتصال متوالی-موازی
(پارامتر h)



ه: اتصال موازی-متوالی
(پارامتر g)

مدل زنجیره‌ای:

$$\begin{cases} V_1' = a_{11}' V_2' - a_{12}' I_2' \\ I_1' = a_{21}' V_2' - a_{22}' I_2' \end{cases} , \quad \begin{cases} V_1'' = a_{11}'' V_2'' - a_{12}'' I_2'' \\ I_1'' = a_{21}'' V_2'' - a_{22}'' I_2'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = a_{11} V_2 - a_{12} I_2 \\ I_1 = a_{21} V_2 - a_{22} I_2 \end{cases} , \quad \begin{matrix} V_1 = V_1' \\ I_1 = I_1' \end{matrix} , \quad \begin{matrix} V_2 = V_2'' \\ I_2 = I_2'' \end{matrix} , \quad \begin{matrix} V_2' = V_1'' \\ I_2' = -I_1'' \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}' & -a_{12}' \\ a_{21}' & -a_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}' & a_{12}' \\ a_{21}' & a_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2' \\ -I_2' \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}' & a_{12}' \\ a_{21}' & a_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}'' & -a_{12}'' \\ a_{21}'' & -a_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{a_{11}' a_{11}'' + a_{12}' a_{21}''}^{a_{11}} & \overbrace{-(a_{11}' a_{12}'' + a_{12}' a_{22}'')}^{a_{12}} \\ \underbrace{a_{21}' a_{11}'' + a_{22}' a_{21}''}_{a_{21}} & \underbrace{-(a_{21}' a_{12}'' + a_{22}' a_{22}'')}_{a_{22}} \end{bmatrix}$$

اتصال متوالی:

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & Z_{12}' \\ Z_{21}' & Z_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}'' & Z_{12}'' \\ Z_{21}'' & Z_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' + V_1'' \\ V_2' + V_2'' \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' + Z_{11}'' & Z_{12}' + Z_{12}'' \\ Z_{21}' + Z_{21}'' & Z_{22}' + Z_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

اتصال موازی:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}' + Y_{11}'' & Y_{12}' + Y_{12}'' \\ Y_{21}' + Y_{21}'' & Y_{22}' + Y_{22}'' \end{bmatrix}$$

تمرین: پارامترهای اتصال موازی متوالی و متوالی موازی را محاسبه کنید.
دوقطبی معادل

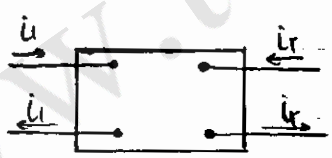
نکته مهم: در اتصال دوقطبی ها در هر کدام از حالتهای فوق باید مواظب باشیم که رابطهٔ دوقطبی های استفاده شده به هم نخورد.

دوقطبی (ادامهٔ بحث):

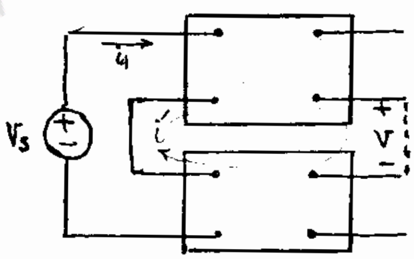
مطالب باقیمانده ۱- شرط اتصال دوقطبی ها ۲- معادلات دوقطبی ها وقتی در داخل منبع مستقل داریم ۳- مدارهای معادل ۴- دوقطبی غیرخطی.

۱- شرط اتصال دوقطبی ها: درصورتی می توانیم دو دوقطبی را به شکل (متوالی - موازی - متوالی، موازی - موازی، متوالی) متصل کنیم که هر کدام از دوقطبی ها، دوقطبی باقی بماند.

یادآوری:



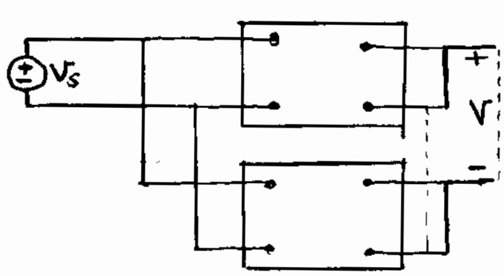
مثال:



$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

اگر $V \neq 0$ باشد دوقطبی های بالا قابل اتصال به صورت متوالی و موازی متوالی نیستند.

مثال:



$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$

۳- اگر $V \neq 0$ باشد قطب دوم را نمی‌توانیم به شکل موازی وصل کنیم.

۲- اگر در دوقطبی منبع مستقل داشته باشیم:

درحالت قبل (وقتی منبع مستقل نداشتیم):

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases} \quad , \quad Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} \quad , \quad \dots$$

ولی وقتی منبع مستقل داشته باشیم مدل امپدانسی به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + V_{1oc} \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + V_{2oc} \end{cases} \quad , \quad V_{1oc} = V_1\Big|_{\substack{I_1=0 \\ I_2=0}} \quad , \quad V_{2oc} = V_2\Big|_{\substack{I_1=0 \\ I_2=0}}$$

$$, \quad Z_{11} = \frac{V_1 - V_{1oc}}{I_1}\Big|_{I_2=0} \quad \text{یا} \quad Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

تمام منابع داخلی غیرفعال هستند.

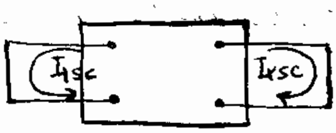
مدل ادمیتانسی

الف: وقتی منبع مستقل درون دوقطبی نداریم:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

ب: وقتی منبع مستقل درون دوقطبی داشته باشیم:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 - I_{1sc} \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 - I_{2sc} \end{cases} \quad , \quad I_{1sc} = I_1\Big|_{\substack{V_1=0 \\ V_2=0}} \quad , \quad I_{2sc} = I_2\Big|_{\substack{V_1=0 \\ V_2=0}}$$



$$, \quad Y_{11} = \frac{I_1 + I_{1sc}}{V_1}\Big|_{V_2=0} \quad \text{یا} \quad Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$

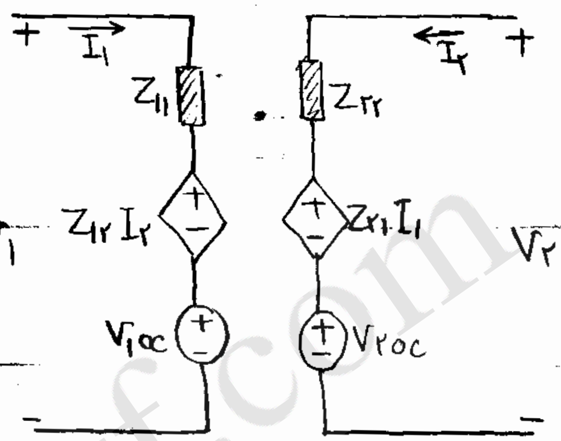
و تمام منابع داخلی غیرفعال هستند.

تمرین: روابط ما بقی پارامترهای مدل امپدانسی را و ادمیتانسی را و همچنین کلیه پارامترهای مدل‌های h، g، a، b را وقتی منبع مستقل داریم را بنویسید.

۳- مدار معادل برای مدلهای مختلف:

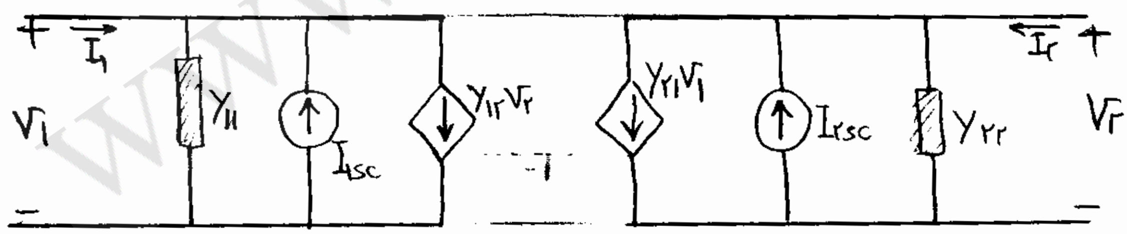
مثال ۱:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + V_{1oc} \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + V_{2oc} \end{cases}$$



مثال ۲:

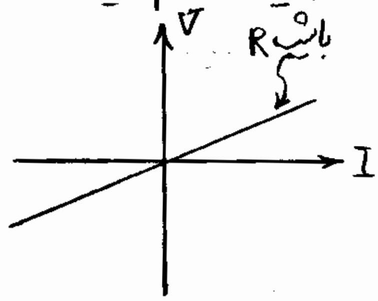
$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + I_{1sc} \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + I_{2sc} \end{cases}$$



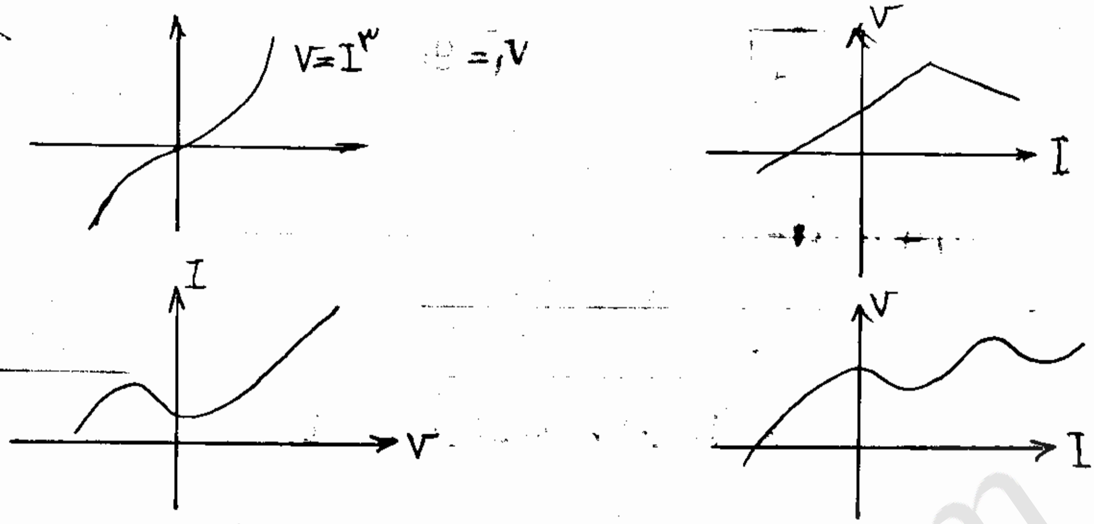
تمرین: مدارهای معادل را برای مدلهای h، g و a، b وقتی منبع مستقل داریم را رسم کنید.

قبل از پرداختن به دوقطبی های غیرخطی ابتدا مدارهای غیرخطی (اهمی) را بررسی می‌کنیم.

مقاومت خطی: در مقاومت خطی رابطه ولتاژ و جریان به فرم زیر است: $V = R \cdot i$



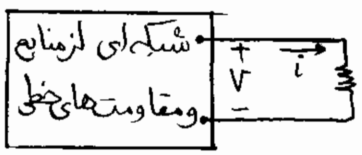
چند مثال از مقاومت غیرخطی:



مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان

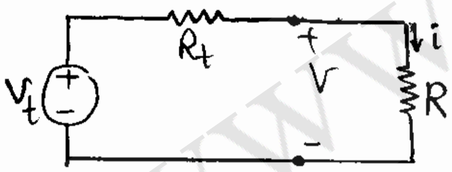
مقاومت غیرخطی کنترل شده با ولتاژ

اگر فقط یک عنصر غیرخطی داشته باشیم:



$$V=g(i)$$

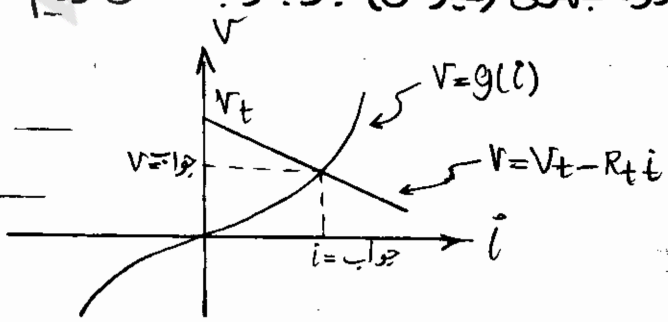
روش کار: ابتدا معادل تونن را از دو سر مقاومت غیرخطی محاسبه می کنیم.



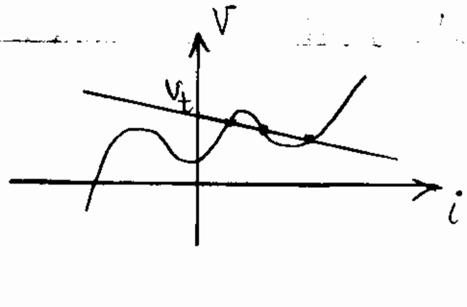
$$\begin{cases} V=V_t-R_t i \\ V=g(i) \end{cases}$$

وسپس با حل دستگاه دو معادله دو مجهولی (غیرخطی) جواب را بدست می آوریم:

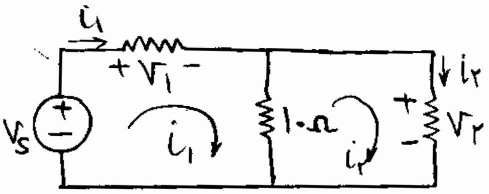
روش کار از طریق ترسیم:



نکته: ممکن است در این حالت به چند جواب برسیم



اگر در مدار چند عنصر غیرخطی داشته باشیم:



$$V_1 = g_1(i_1)$$
$$V_2 = g_2(i_2)$$

$$\begin{cases} V_S = g_1(i_1) + 10(i_1 - i_2) \\ 0 = 10(i_2 - i_1) + g_2(i_2) \end{cases}$$

در این حالت با نوشتن معادلات (KVL و یا KCL) به یک دستگاه معادلات غیرخطی می‌رسیم که این

دستگاه معادلات از روش عددی (کامپیوتر) قابل حل هستند.

روش نیوتن-رافسون برای حل یک دستگاه n معادله n مجهولی غیرخطی:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \qquad \underline{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad , \quad F = \begin{bmatrix} f_1(\underline{X}) \\ f_2(\underline{X}) \\ \vdots \\ f_n(\underline{X}) \end{bmatrix}$$

الگوریتم:

۰- ابتدا یک حدس اولیه می‌زنیم $\underline{X}^0$

۱- در تکرار K ام داریم: $F^K = F(\underline{X}^{K-1})$

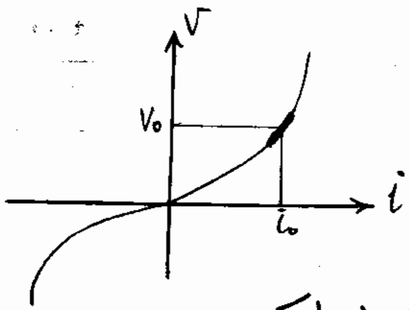
۲- ماتریس ژاکوبین را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$J^K = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & & \cdots & \end{bmatrix} \right|_{\underline{X} = \underline{X}^{K-1}}$$

۳- $\underline{X}^k = \underline{X}^{k-1} - (J_k)^{-1} F_k$

۴- اگر $\|X^k - X^{k-1}\| < \varepsilon$ توقف می‌کنیم در غیر این صورت به ۱ برمی‌گردیم.

خطی کردن:



فرضیات لازم برای اینکه بتوانیم رابطه‌ای غیرخطی را خطی کنیم:

۱- مدار عموماً حول یک نقطهٔ خاص (نقطهٔ کار) کار می‌کند.

۲- تغییرات حول نقطهٔ کار کم است یا: $|i_0 - i_1|$ کوچک است.

$V = g(i) \quad , \quad V_0 = g(i_0)$

$$\longrightarrow V = g(i_0) + (i - i_0)\frac{dg}{di}\Big|_{i=i_0} + \underbrace{\cancel{(i-i_0)^2 \frac{d^2g}{di^2}\Big|_{i=i_0} + \cdots}}_{\text{برای تغییرات کوچک، صرف‌نظر می‌کنیم.}}$$

$$\longrightarrow \underbrace{V - V_0}_{\Delta V} = \underbrace{(i - i_0)}_{\Delta i} . R \quad , \quad R = \frac{dg}{di}\Big|_{i=i_0}$$

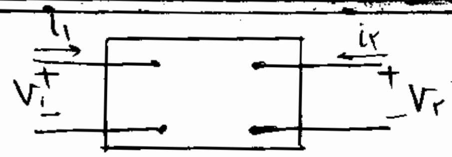
$$\longrightarrow \Delta V = R . \Delta i$$

مثال: مقاومت غیرخطی مقابل را با یک مقاومت خطی حول نقطهٔ $i_0 = 0$ خطی کنید. $V = \sin(i)$

$\Delta V = R \Delta i \longrightarrow R = \cos i\big|_{i=0} = 1 \longrightarrow$

1Ω

دوقطبی غیرخطی:



$$\begin{cases} V_1 = f_1(i_1 , i_2) \\ V_2 = f_2(i_1 , i_2) \end{cases}$$

مثال $\begin{cases} V_1 = i_1^2 + e^{i_2} \\ V_2 = i_1^3 + i_2 \end{cases}$

عموماً در تحلیل مدارهایی که شامل دوقطبی غیرخطی هستند از تکنیک خطی سازی استفاده می‌شود.

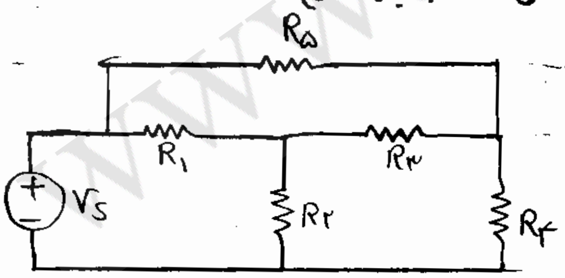
$$\begin{cases} \Delta V_1 = Z_{11} \Delta i_1 + Z_{12} \Delta i_2 \\ \Delta V_2 = Z_{21} \Delta i_1 + Z_{22} \Delta i_2 \end{cases} \quad , \quad Z_{11} = \left.\frac{\partial f_1}{\partial i_1}\right|_{i_1 = i_{10}}$$

$$Z_{12} = \left.\frac{\partial f_1}{\partial i_2}\right|_{i_2 = i_{20}}$$

$$Z_{21} = \left.\frac{\partial f_2}{\partial i_1}\right|_{i_2 = i_{10}}$$

$$Z_{22} = \left.\frac{\partial f_2}{\partial i_2}\right|_{i_1 = i_{20}}$$

چند قضیه در مورد مدارهای صرفاً اهمی (فصل ۱۸ کتاب چیه دار):



$R_i > 0$

توان کل مصرفی مدار $P_t = \sum_{k=1}^{b} R_k \cdot j_k^2 = [j_1 \ j_2 \ \cdots \ j_b] \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ \vdots \\ j_b \end{bmatrix}$

$$= \underline{J}^T \cdot R_b \cdot \underline{J}$$

قضیه: توان کل مصرفی در یک مدار صرفاً اهمی پسیو:

$$P_t = \underline{I}^T . R . \underline{I} \quad , \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_l \end{bmatrix} \quad , \quad R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots \\ R_{21} & \ddots & \\ & & R_{ll} \end{bmatrix}$$

و R_{ii} : جمع مقاومتهای حلقهٔ iام R_{ij} : ± مقاومتهای مشترک حلقهٔ iام و jام

قضیه ۲: اگر $P_t = I^T R I$ را نسبت به I حداقل کنیم مقدار I که P_t را حداقل می‌کند همان جواب مسئله است.

قضیه ۳: اگر مداری شامل مقاومت داشته باشیم که فقط با منبع ولتاژ V_s تغذیه شوند حال اگر ولتاژی را به دلخواه بین دو گره انتخاب کنیم در آن صورت: $|V| \leq |V_s|$

قضیه ۴: اگر مداری شامل مقاومت داشته باشیم که فقط با منبع جریان J_s تغذیه می‌شود حال اگر جریان شاخهٔ kام را J_k بنامیم $|J_k| \leq |J_s|$

آنالیز حساسیت در مدارهای الکتریکی:

در مدارهای الکتریکی مثل بسیاری از سیستم‌های دیگر تغییراتی در پارامترها وجود دارد:

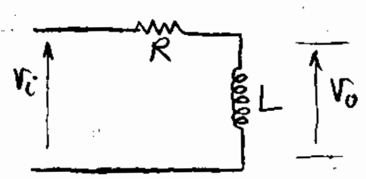
عامل تغییرات: ۱- خطای ساخت در تولید ۲- شرایط محیطی ۳- کارکرد

آنالیز حساسیت: تابع تبدیل یک سیستم چه مقدار نسبت به تغییرات یک پارامتر خاص (K) حساس است؟

$$S_K^G = ?$$

مثال:

$$G(s) = \frac{LS}{R+LS}$$



$$S_R^G = ?$$