.....

1 مبانی مدارهای الکتریکی

.....

در این فصل مفاهیم پایه در تحلیل مدارهای الکتریکی آموزش داده می شود. مفاهیم ولتاژ، جریان، توان، قوانین KVL و KCL و قضایای تونن ـ نورتن.

برای تحلیل یک مدار الکتریکی از روش های مختلفی می توان استفاده کرد ولی سوال این است که کدام تحلیل سریع تر به جواب می رسد؟ این سوال همواره در این فصل در ذهن دانشجویان جولان می دهد و دانشجو نمی داند که آیا از روش تحلیل مش استفاده کند و یا تحلیل گره را اجرا نماید.

جواب این است: روش سوم که روش ترکیبی از دو روش مش و گره می باشد. در این روش هم از KCL و هم از KVL استفاده می کنیم و با کمترین معادلات به جواب می رسیم.

www.bazarghodrat.ir 09111522193

بخش اول: روش تحلیل مداری ترکیب (مش ـ گره)

گام اول:

با توجه به قانون KCL و یا قانون اهم جریان کلیه شاخه های مدار را بر حسب جریان های عددی یا پارامتری نشان داده شده در شکل مسأله به دست می آوریم.

گام دوم:

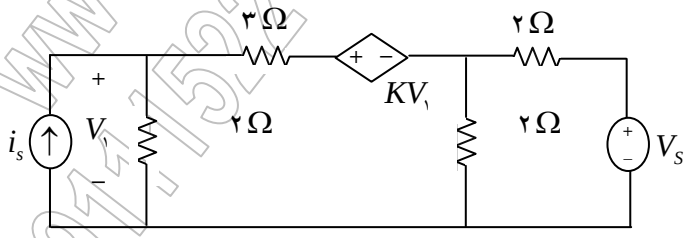
در حلقه های مدار قانون KVL را اجرا می کنیم.

گام سوم:

در گره هایی که در گام اول KCL در آن زده نشده است، KCL اجرا می کنیم و به عنوان رابطه کمکی در کنار رابطه به دست آمده از گام دوم قرار می دهیم و به کمک این روابط مجهول مسأله را به دست می آوریم.

1 (کارشناسی ارشد برق سراسری 90)

در مدار زیر به ازای چه مقدار K ولتاژ V_1 ناشی از i_s برابر نصف مقدار i_s خواهد شد؟



1) $\frac{1}{2}$

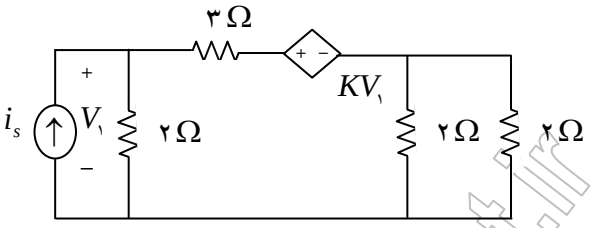
2) 1

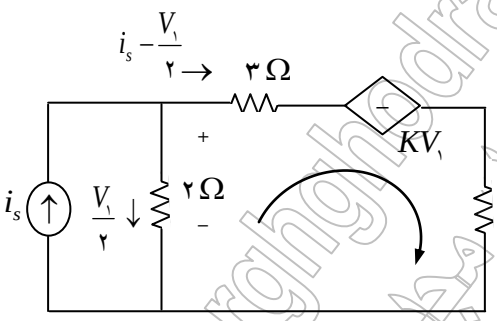
3) −5

4) هیچ مقدار K

جواب: با توجه به اینکه در صورت مسأله گفته شده است، ولتاژ V_1 ناشی از جریان منبع مستقل i_s را به دست آوریم پس منبع مستقل V_s را اتصال کوتاه می نمائیم. در

شاخه مقاومت 2 اهمی با استفاده از قانون اهم جریان شاخه به صورت پارامتری به دست می آید. پس در حلقه موجود KVL می زنیم و به جواب می رسیم.





$$\begin{cases} -V_1 + 3(i_s - \frac{V_1}{2}) + KV_1 + 1(i_s - \frac{V_1}{2}) = 0 \\ V_1 = \frac{1}{2} i_s \end{cases}$$

با حل دستگاه معادلات حاصل خواهیم داشت $K = -5$ و **گزینه سوم** جواب خواهد بود.

مزیت استفاده از روش تحلیل ترکیبی مش و گره این است که در این روش هیچ پارامتری غیر از پارامترهای داده شده در صورت مسأله در نوشتن معادلات دخیل نمی باشند. بنابراین معادلات مدار مینیمم می گردد و با کمترین زمان به جواب خواهیم رسید.

www.barghdarat.ir 09111522193 مهندس کریمیان

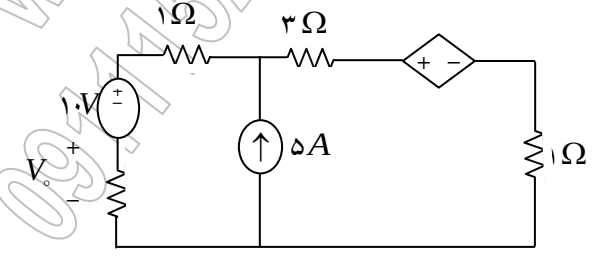
بخش دوم:

بعد از آنکه به روش تحلیل ترکیبی مسلط شدید آنگاه می توانید از این روش در حل کلیه مسایل این فصل استفاده کنید و دیگر دچار سردرگمی در انتخاب روش تحلیل نیستید. مسایل دیگر این بخش به قضایای تونن، نورتن و توان اختصاص دارد که همه آنها به کمک روش ترکیبی بسیار سریع و آسان به جواب مطلوب خواهد رسید. از جمله نکاتی که در این فصل باید مورد توجه باشد موارد زیر است:

نکته 1: همواره می توان به جای یک منبع ولتاژ و یا جریان از یک مقاومت استفاده کرد به طوری که با جایگزینی مقاومت به جای منبع ولتاژ و جریان، ولتاژ گره های مدار و جریان شاخه های مدار هیچ تغییری نکند. مقدار این مقاومت برابر ولتاژ دو سر منبع تقسیم بر جریان عبوری از منبع می باشد. باید توجه کنید که جریان مورد نظر جریانی است که از سر پلارتیه مثبت منبع به سر پلارتیه منفی منبع جریان دارد.

2 (کارشناسی ارشد برق سراسری 90)

در مدار شکل زیر منبع جریان 5 آمپری را با چه عنصری می توان جایگزین نمود به گونه ای که جریان و ولتاژ شاخه ها هیچ تغییری نکند؟



1) مقاومت 2 اهمی

2) منبع ولتاژ 5 ولتی

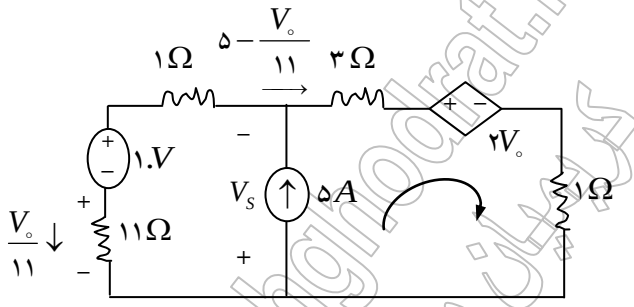
3) مقاومت 6 اهمی

4) منبع ولتاژ 15 ولتی

با توجه به نکته گفته شده باید ولتاژ دو سر منبع جریان را بر مقدار جریان آن تقسیم نماییم تا مقدار مقاومت جایگزین به دست آید، باید توجه شود که جریان درون عنصر

باید از پلاریته مثبت به سمت پلاریته منفی باشد.

با اجرای روش تحلیل ترکیبی در شاخه سمت چپ مطابق قانون اهم جریان مقاومت 1 اهمی به صورت پارامتری به دست می آید و سپس با زدن KCL در گره بالای مدار جریان شاخه سمت راست نیز به دست می آید و در نتیجه تمام شاخه های مدار جریانشان معلوم می گردد و با زدن دو KVL در دو حلقه مدار به جواب می رسیم.



$$\begin{cases} -V_\circ - ۱۰ - ۱(\frac{V_\circ}{11}) + V_S = \circ \\ +V_S + ۳(۵ - \frac{V_\circ}{11}) + ۲V_\circ + ۱(۵ - \frac{V_\circ}{11}) = \circ \end{cases}$$

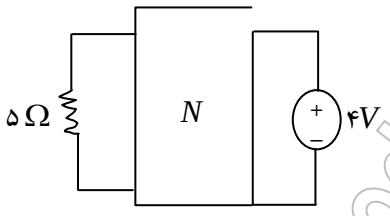
با حل دو معادله دو مجهول بالا به جواب $V_S = ۱۰V$ می رسیم. بنابراین با گذاشتن یک مقاومت به اندازه $R = \frac{۱۰}{۵} = ۲\Omega$ جواب مسأله حاصل می شود و گزینه اول جواب درست می باشد.

نکته 2: در یک مدار مقاومتی با افزایش یا کاهش منبع مستقل میزان توان دریافتی مقاومت ها به یک اندازه افزایش یا کاهش می یابد. یعنی درصد توان جذب شده توسط یک مقاومت‌مستقل،از اندازه منبع ولتاژ است‌و صرفاً به اندازه آن مقاومت واندازه مقاومت های دیگر بستگی دارد.

www.barghoroat.ir 09111522193

(کارشناسی ارشد برق سراسری 88) **3**

مدار داده شده در شکل زیر مقاومتی، خطی و تغییر ناپذیر با زمان است. 80 درصد توان متوسط منبع توسط N جذب می شود. اندازه منبع ولتاژ ثابت را چندبرابر کنیم تا 30 درصد توان آن به مقاومت 5Ω برسد؟



1) $\frac{۳}{۲}$ **برابر**

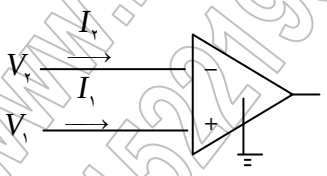
2) $\frac{۹}{۴}$ **برابر**

3) درصد توان جذب شده فقط به مقدار مقاومت بستگی دارد.

4) درصد توان جذب شده به مقدار مقاومت و N بستگی دارد.

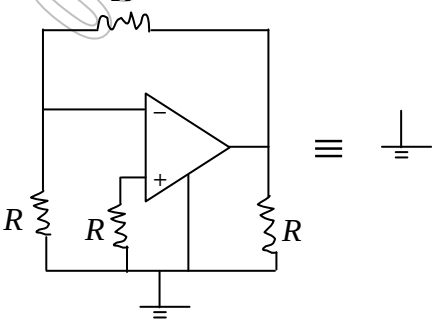
جواب: مطابق نکته ای که گفته شد **گزینه 4** جواب می باشد.

نکته 3: op – amp در مدارهای الکتریکی همواره به فرم ایده آل است و روابط op – amp ایده آل باید به خاطر سپرده شود.



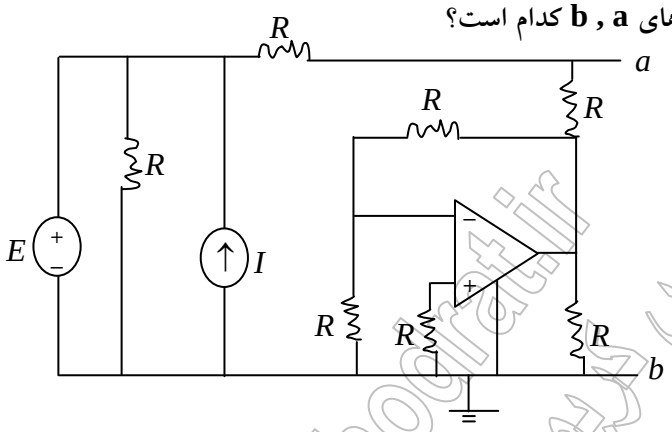
$$\begin{cases} I_۱ = I_۲ = ۰ \\ V_۱ = V_۲ \end{cases}$$

تذکر: شکل op – amp زیر معادل اتصال زمین برای بقیه مدار می باشد.



www.bargmodrat.ir
مهندس کریمیان 09115221935

مدار معادل تونن از سرهای a , b کدام است؟



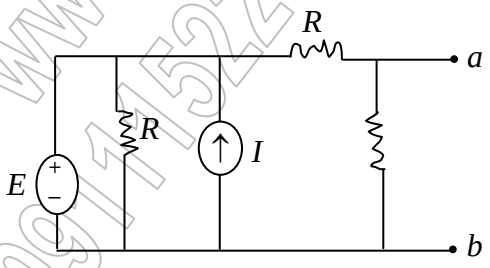
1) $V_{th} = E + RI \qquad R_{th} = \frac{۲}{۳}R$

2) $V_{th} = \frac{E + RI}{۲} \qquad R_{th} = \frac{۱۰}{۱۱}R$

3) $V_{th} = \frac{E}{۲} \qquad R_{th} = \frac{R}{۲}$

4) $V_{th} = E \qquad R_{th} = R$

جواب: مطابق نکته ذکر شده شکل op – amp داده شده معادل اتصال زمین برای مـدار الکتریکی می باشد.



واضح است که در مدار معادل به دست آمده **گزینه سوم** جواب صحیح است.

$$\begin{cases} R_{th} = R \parallel R = \frac{R}{۲} \\ V_{th} = E\frac{R}{R+R} = \frac{E}{۲} \end{cases}$$

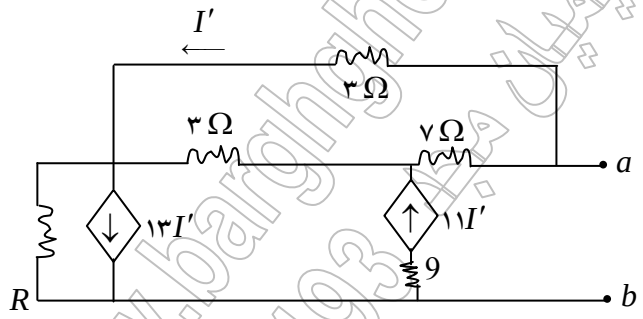
www.barghgostar.ir
مهندس برقگستر
09111522193

بخش سوم:

به عنوان یک روش تستی در مسایلی که جواب به صورت پارامتری داده شده است و وجود پارامتر در درون مدار، حل مدار را دشوار و یا طولانی می نماید می توانیم به جای پارامتر مورد نظر از یک عدد دلخواه استفاده نماییم تا محاسبات ریاضی مدار با سرعت بیشتری انجام شود.

5 (کارشناسی ارشد برق سراسری 85)

مقاومت معادل بین دو سر A , B مدار داده شده در شکل زیر کدام است؟



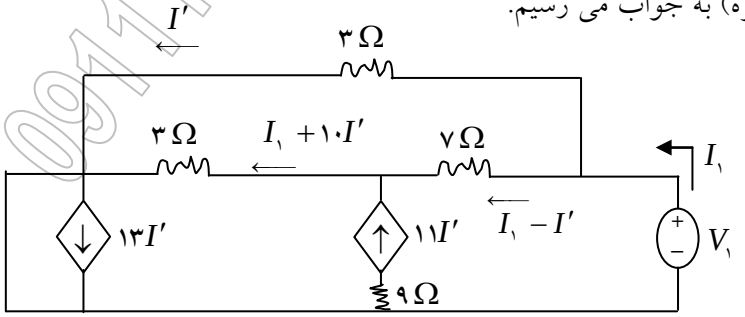
1) R + 3/2

2) 2R – 1/5

3) 1/4R + 3

4) 2/4R + 2

مطابق نکته بیان شده هر چهار گزینه شامل پارامتر R می باشند. R = ۰ را در نظر می گیریم. به این ترتیب شاخه مقاومتی R اتصال کوتاه می گردد. پس با روش تحلیل ترکیبی (مش گره) به جواب می رسیم.



$$\begin{cases} -V_1 + 7(I_1 - I') + 3(I_1 + 10I') = 0 \\ 3I' - 3(I_1 + 10I') - 7(I_1 - I') = 0 \end{cases}$$

با حل معادله و حذف پارامتر I' بین دو معادله بالا به دست می آید:

$$R_{th} = \frac{V_1}{I_1} = -1/5$$

بنابراین با توجه به جایگذاری $R = 0$ در چهار گزینه، **گزینه دوم** به عنوان جواب صحیح می باشد.

www.barghodrat.ir 09111522193 مهندس کریمیان مجد

.....

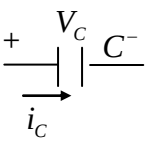
2 مبانی مدارهای مرتبه اول

.....

در این فصل عناصر خازن و سلف نیز به مدارات فصل قبل اضافه می شوند. تحلیل گذرا مطلب تازه ای است که در این فصل با آن آشنا می شویم. مداری که دارای یک سلف و یا یک خازن باشد یک مدار مرتبه اول است، به این معنا که معادله دیفرانسیل حاکم بر مدار یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول است. حالت گذاری مدار به میزان چهار برابر ثابت زمانی طول می کشد و بعد از گذشت حالت گذرا مدار به حالت ماندگار می رسد. در حالت ماندگار جریان خازن و ولتاژ سلف برابر صفر می باشد.

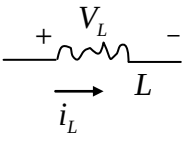
www.barghbargard.ir 09111522193 مهندس برق برگرد

بخش اول: (آشنایی با خازن و سلف)



$$i_C = C\frac{dV_C}{dt}$$

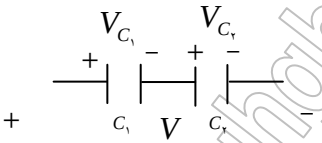
$$V_C = \frac{1}{C}\int i_C dt$$



$$V_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int V_L dt$$

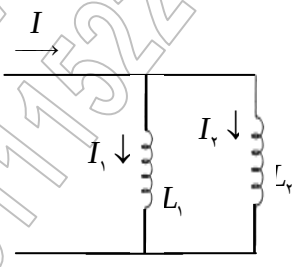
قانون تقسیم ولتاژی در خازن ها:



$$V_{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}V$$

$$V_{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}V$$

قانون تقسیم جریانی در سلف ها:



$$I_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2}I$$

$$I_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2}I$$

قانون پیوستگی ولتاژ در خازن ها: $V_C(0^-) = V_C(0^+)$

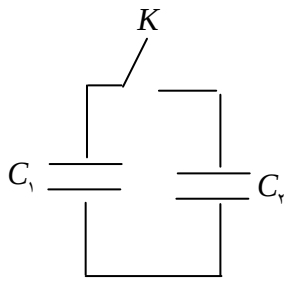
قانون پیوستگی جریان در سلف ها: $i_L(0^-) = i_L(0^+)$

www.barghhodrat.ir 09111522193 مهندس برقهدرت مبد

نکته 1: موارد نقض قانون پیوستگی ولتاژ خازن ها و قانون پیوستگی جریان سلفها:

1) در صورتی که در مدار منابع مستقل ضربه وجود داشته باشد.

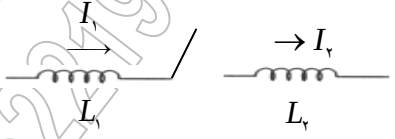
2) در صورتی که دو خازن که ولتاژ نابرابر دارند را مجبور کنیم که توسط یک کلید با هم موازی شوند.



$$V(\circ^+) = \frac{C_1 V_1(\circ^-) \pm C_2 V_2(\circ^-)}{C_1 + C_2}$$

علامت مثبت در صورت کسر برای هنگامی است که دو بخش همنام خازن ها به یکدیگر متصل شوند و علامت منفی مربوط به حالتیست که دو بخش ناهمنام خازن ها به یکدیگر متصل شوند.

3) در صورتی که دو سلف را که دارای جریان نابرابر می باشند توسط یک کلید سری کنیم.



$$I_L(\circ^+) = \frac{L_1 I_1(\circ^-) \pm L_2 I_2(\circ^-)}{L_1 + L_2}$$

از علامت مثبت هنگامی استفاده می شود که جهت جریان دو سلف قبل از کلید زنی هم جهت باشد و از علامت منفی هنگامی استفاده می شود که جهت جریان دو سلف قبل از کلیدزنی مخالف هم باشد.

www.barghodrat.ir 09111522193 برق قدرت

بخش دوم: مفاهیم کلیدزنی

لحظه کلیدزنی در مدار معادل $t = \circ$ می باشد. مفاهیم زیر برای حل تستهای این فصل بسیار کاربردی هستند.

لحظه صفر منفی $t = \circ^-$

در این لحظه هنوز فرآیند کلیدزنی انجام نشده است. برای تحلیل مدار در این لحظه خازن های مدار را مدار باز و سلف ها را اتصال کوتاه در نظر می گیریم و با تحلیل مدار حاصل، جریان سلف و ولتاژ خازن مدار به دست می آوریم. توجه شود که مقادیر پارامترهای دیگر مدار در این حالت برای ادامه مسأله بی فایده است چرا که بعد از کلیدزنی همه پارامترها غیر از جریان سلف و ولتاژ خازن تغییر می کند.

لحظه صفر مثبت: $t = \circ^+$

در این لحظه کلیدزنی در مدار انجام شده است. مقدار جریان سلف و ولتاژ خازن در این لحظه همان مقادیر صفر منفی می باشد (قانون پیوستگی) معمولاً برای حل مدار در این لحظه یک مدار معادل لحظه ای رسم می شود. در این مدار معادل به جای سلف از منبع جریان و به جای خازن از منبع ولتاژ استفاده می کنیم.

لحظه بی نهایت: $t \to +\infty$

در این حالت که البته بعد از کلیدزنی و پس از طی شدن حالت گذاری مدار است، مدار به حالت ماندگار رسیده یعنی جریان خازن مدار صفر و ولتاژ سلف نیز برابر صفر می باشد.

www.barghboard.ir 09115221993

تحلیل ثابت زمانی

در مدارهای خازنی مقاومتی ثابت زمان برابر $\tau = R_{th}C$ و در مدارهای سلفی مقاومتی ثابت زمانی برابر $\tau = \frac{L}{R_{th}}$ می باشد. R_{th} مقدار مقاومت تونن دیده شده از دو سر خازن یا سلف مدار می باشد.

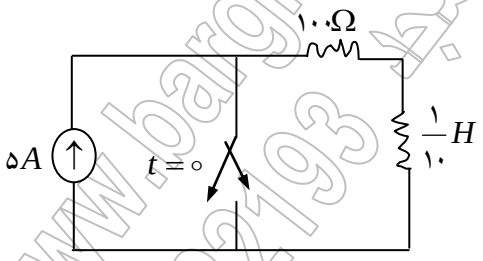
www.barghodrat.ir 09111522193 برق قدرت

بخش سوم: (روشهای حل تست)

از مهمترین روش های حل تست در این فصل استفاده از مفاهیم کلیدزنی در چهار گزینه است. به این معنا که در صورتی که در چهار گزینه به جای t عدد صفر را قرار دهیم مقدار لحظه صفر هر گزینه به دست می آید. سپس به سراغ مدار می رویم و بر روی مدار تحلیل لحظه صفر را مطابق آنچه بیان شد اجرا می کنیم و مقدار لحظه صفر مثبت پارامتر را بر روی مدار پیدا می کنیم و سپس این مقدار را با چهار مقدار به دست آمده از چهار گزینه مقایسه می کنیم. با هر گزینه که برابر باشد جواب درست همان است.

6 (کارشناسی ارشد ابزار دقیق سراسری 89)

در مدار شکل زیر کلید S در لحظه $t=0$ بسته می شود. جریان $i(t)$ بر حسب آمپر برای $t \geq 0$ کدام است؟



1) ۵

2) $5e^{-100t}$

3) $5(1-e^{-100t})$

4) $5(1+e^{-100t})$

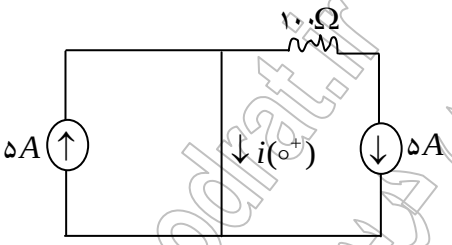
حل: مطابق روش حل تستی، مدار را در لحظه $t=0^+$ تحلیل می کنیم. چنانکه می دانیم مقدار جریان سلف به علت پیوستگی برابر لحظه صفر منفی است. بنابراین لازم است مدار را در گام اول در لحظه $t=0^-$ تحلیل کنیم.

www.barghoonat.ir 09111522193

$i_L(\circ^-) = ۵A$

به علت پیوستگی جریان سلف $i_L(\circ^+) = i_L(\circ^-) = ۵A$ در لحظه $t = \circ^+$ می توانیم مدار معادل لحظه ای را رسم کنیم.

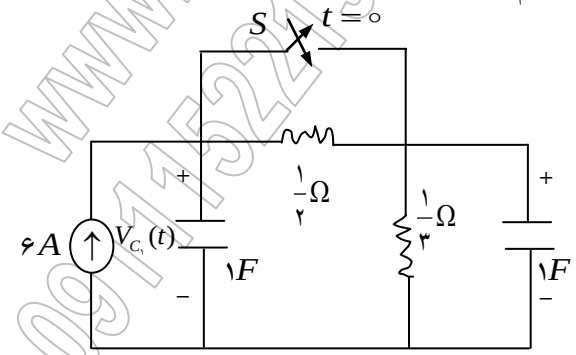
حال به سراغ چهار گزینه می رویم و به جای t عدد صفر را قرار می دهیم. در گزینه سوم جواب برابر صفر می شود. بنابراین جواب درست **گزینه سوم** است.



$kcl: ۵ = i(\circ^+) + ۵ \quad \Rightarrow \quad i(\circ^+) = \circ$

7 (کارشناسی ارشد ابزار دقیق سراسری 88)

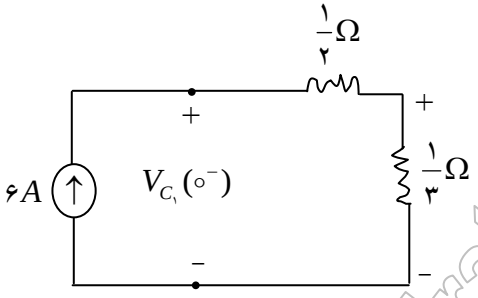
در مدار شکل مقابل کلید S برای مدت طولانی باز بوده و در $t = \circ$ بسته می شود. ولتاژ خروجی $V_\circ(t)$ برای $t > \circ$ کدام است؟



1) $۲ - ۱/۵e^{-۱/۵t}$
2) $۲ + ۱/۵e^{-۱/۵t}$
3) $۳ - ۰/۵e^{-۱/۵t}$
4) $۳ + ۰/۵e^{-۱/۵t}$

www.barghnodrat.ir 09115221935

جواب: ابتدا تحلیل لحظه 0^+ را انجام می دهیم. برای این منظور لازم است که ولتاژهای دو خازن را قبل از کلیدزنی داشته باشیم. مدار معادل قبل از کلیدزنی به صورت زیر است:



$$V_{C_1}(0^-) = 6(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}) = 5V$$

$$V_{C_2}(0^-) = 2V$$

بعد از کلیدزنی دو خازن که دارای ولتاژ نابرابر هستند مجبور می شوند که موازی شوند. یعنی ولتاژشان برابر گردد.

در این حالت قانون پیوستگی ولتاژ در خازن ها نقض می گردد و ولتاژ بعد از کلیدزنی از فرمول زیر به دست می آید:

$$V_0(0^+) = \frac{C_1V_{C_1}(0^-) + C_2V_{C_2}(0^-)}{C_1 + C_2}$$

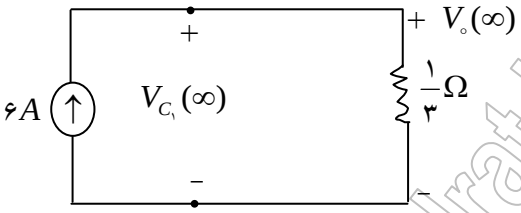
$$V_0(0^-) = \frac{(1\times5)+(1\times2)}{1+1} = \frac{V}{2} = 3/5V$$

سپس به سراغ گزینه ها می رویم و به جای t عدد صفر را قرار می دهیم. **در گزینه های (2) و (3) به عدد 3/5 می رسیم. بنابراین هر کدام از این دو گزینه می تواند درست باشد.**

www.barghshodrat.ir 09115221935 مهندس کریمیان نیک

تحلیل بی نهایت

برای تشخیص این که کدامیک از گزینه های (2) و (3) درست است از تحلیل بی نهایت استفاده می کنیم. مدار معادل در لحظه $t=\infty$ به صورت زیر است:



$$V_0(\infty)=6\times\frac{1}{3}=2V$$

با جایگذاری $t=\infty$ در گزینه های دوم و سوم می بینیم که جواب گزینه دوم برابر عدد 2 می شود. پس گزینه درست همان می باشد.

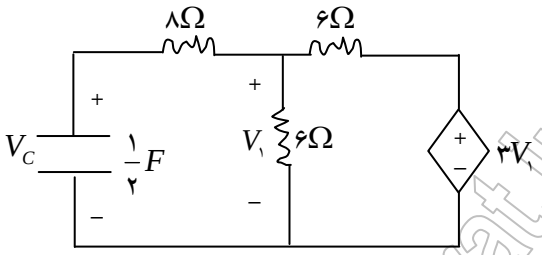
نکته:

در صورتی که در یک مدار مرتبه اول منبع مستقل در مدار وجود نداشته باشد، مدت زمانی که طول می کشد تا ولتاژ یا جریان یک شاخه مقاومتی نصف شود برابر $\tau Ln2$ می باشد.

www.barghbodrat.ir 09111522193 مهندس کریمیان بدر

(کارشناسی ارشد برق سراسری 89) **8**

در مدار شکل مقابل در لحظه $t = t_0$ ولتاژ خازن 2 ولت است. چند ثانیه بعد از $t = t_0$ ولتاژ V_1 نصف می شود؟



1) $2Ln2$

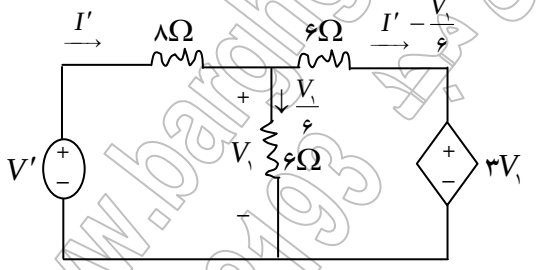
2) $Ln2$

3) $t_0 + 2Ln2$

4) $7Ln2$

جواب: مطابق نکته بیان شده این زمان برابر $\tau Ln2$ می باشد. بنابراین کافی است در این مدار ثابت زمانی را به دست آوریم:

$$\tau = R_{th} \times C$$



$$\begin{cases} -V' + 8I' + V_1 = 0 \\ -V_1 + 6(I' - \frac{V_1}{6}) + 3V_1 = 0 \end{cases}$$

با حذف V_1 بین دو معادله بالا داریم:

$$\frac{V'}{I'} = 2 \Rightarrow R_{th} = 2\Omega$$

$$\tau = 2 \times \frac{1}{2} = 1S$$

$$\tau Ln2 = Ln2$$

بنابراین **گزینه دوم** درست است.

www.barghdarat.ir 09111522193 مهندس کامبیز برق

بخش چهارم

در مدارهای مرتبه اول ولتاژ هر گره مدار و جریان هر شاخه مدار را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f(t) = f(\infty) + (f(\circ) - f(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\underbrace{f(t)}_{\text{پاسخ کامل}} = \underbrace{f(\circ)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{پاسخ ورودی صفر}} + \underbrace{(f(\infty) - f(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}})}_{\text{پاسخ حالت صفر}}$$

مطابق قضیه جمع آثار می توان پاسخ را به دو قسمت پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر تقسیم نمود.

در پاسخ ورودی صفر مدار بدون منبع مستقل می باشد و پاسخ مدار صرفاً نسبت به حالت اولیه مدار یعنی ولتاژ اولیه خازن و جریان اولیه سلف می باشد.

در پاسخ حالت صفر مدار دارای منبع مستقل می باشد و حالت اولیه مدار صفر است.

نکته: پاسخ حالت صفر ورودی ضربه برابر مشتق پاسخ حالت صفر ورودی پله می باشد.

9 (کارشناسی ارشد معماری کامپیوتر سراسری 89)

اگر بین پاسخ ضربه $h(t)$ و پاسخ پله $s(t)$ و پاسخ ورودی صفر $y_1(t)$ در یک مقدار خطی تغییر ناپذیر با زمان مرتبه اول رابطه $h(t) + s(t) + y_1(t) = 1 - e^{-t}$ برقرار باشد. پاسخ کامل مدار به ورودی پله واحد کدام است؟

1) $1 - e^{-t}$

2) $1 + e^{-t}$

3) $1 - 2e^{-t}$

4) اطلاعات کافی نیست.

www.barghnodrat.ir 09111521213 مهندس کیهان برقنودرت

$$s(t) = f(\infty) - f(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} f(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$y_1(t) = f(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$h(t) + s(t) + y_1(t) = 1 - e^{-t}$$

$$\frac{1}{\tau} f(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} + f(\infty) - f(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} + f(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - e^{-t}$$

$$f(\infty) + \left(\frac{f(\infty)}{\tau} - f(\infty) + f(0^+)\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - e^{-t}$$

$$f(\infty) = 1 \qquad f(0^+) = -1 \qquad \tau = 1s$$

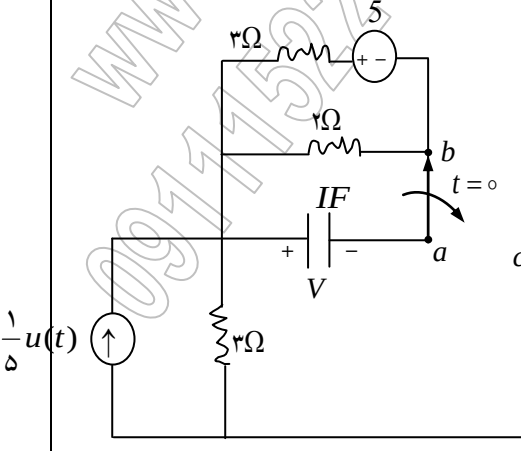
پاسخ کامل به ورودی پله واحد $= f(\infty) + (f(0) - f(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$

$= 1 - 2e^{-t}$

گزینه سوم جواب صحیح است.

۲۶ (کارشناسی ارشد برق سراسری 85)

در مدار شکل زیر کلید S برای مدت طولانی در وضعیت ab قرار داشته است. در لحظه $t = 0$ کلید را به وضعیت ac می چرخانیم ولتاژ $V(t)$ برای $t > 0$ کدام است؟



1) $e^{-\frac{t}{5}} + \frac{t}{5}$

2) $\frac{12}{5}e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5}$

3) $2e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5}$

4) $\frac{7}{5}e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5}$

www.barghbodrat.ir 09111522193 مهندس کریمیان بدر

جواب:

چنانکه می دانیم پاسخ ضربه حالت صفر برابر مشتق پاسخ پله حالت صفر می باشد. بنابراین فرض می کنیم به جای منبع ضربه یک منبع جریان پله واحد در مدار داریم. ابتدا مدار را در حالت قبل از کلیدزنی تحلیل می کنیم:

در حالت قبل از کلیدزنی خازن مدار باز است. بنابراین ولتاژ خازن برابر: $V_C(0^-) = \frac{2}{5} \times 5 = 2V$ می باشد. در حالت بعد از کلیدزنی چون منبع مدار پله واحد در نظر گرفته شده است قانون پیوستگی ولتاژ خازن برقرار است و $V_C(0^+) = 2V$ می باشد.

بعد از کلی زنی پاسخ $V(t)$ شامل دو بخش است. یکی پاسخ حالت صفر و دیگری پاسخ ورودی صفر که هر دو را به دست می آوریم.

با توجه به اینکه به جای منبع ضربه منبع پله گذاشته ایم در مدار با دو منبع پله طرف هستیم که از قضیه جمع آثار باید استفاده کنیم.

تحلیل با حضور منبع $u(t)$ و حذف منبع $\frac{1}{5}u(t)$:

پاسخ ورودی صفر = $V(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

پاسخ حالت صفر = $V(\infty) - V(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$V(0^+) = 2V \qquad C = 1F \quad R_{th} = 5\Omega \qquad V(\infty) = -2$

پاسخ ورودی صفر = $2e^{-\frac{t}{5}}$

پاسخ حالت صفر پله = $-2 + 2e^{-\frac{t}{5}}$

www.barghoodrat.ir 09115122193

پاسخ حالت صفر ضربه = $-\frac{۲}{۵}e^{-\frac{t}{۵}}$

تحلیل با حضور منبع $\frac{۱}{۵}u(t)$ **و حذف منبع** $u(t)$:

پاسخ حالت صفر = $\frac{۳}{۵}-\frac{۳}{۵}e^{-\frac{t}{۵}}$

در جواب نهایی که پاسخ کامل به ورودی ضربه واحد است باید پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر ورودی $\frac{۱}{۵}u(t)$ و پاسخ حالت صفر ورودی ضربه وجود داشته باشد.

جواب = $۲e^{-\frac{t}{۵}}+\frac{۳}{۵}-\frac{۳}{۵}e^{-\frac{t}{۵}}-\frac{۲}{۵}e^{-\frac{t}{۵}}$

جواب = $e^{-\frac{t}{۵}}+\frac{۳}{۵}$

بنابراین **گزینه اول** جواب درست است.

www.barghodraft.ir 09111522193 مهندس کریمیان مهد

بخش پنجم:

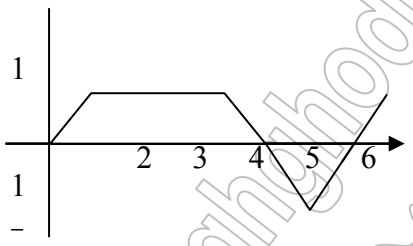
مروری بر توابع تحریک استاندارد

$u(t)$, $r(t)$, $\delta(t)$, $\rho_{\Delta}(t)$

$$\delta(t)=\frac{dv(t)u(t)}{dt} \qquad u(t)=\frac{dv(t)r(t)}{dt}$$

$$\int_{\circ}^{\Delta}\rho_{\Delta}(t)dt=1 \qquad \delta(t)=\lim_{\Delta\to\circ}\rho_{\Delta}(t)$$

مثال: کدامیک از توابع زیر مربوط به نمودار تابع $f(t)$ می باشد؟



1) $f(t)=r(t)+2r(t+1)-r(t-3)+2r(t+5)$

2) $f(t)=r(t)-2r(t-1)-r(t-3)-2r(t-5)$

3) $f(t)=r(t)-r(t-1)-r(t-3)-2r(t-5)$

4) $f(t)=r(t)-r(t-1)-r(t+3)+2r(t+5)$

جواب: به عنوان یک روش تستی کافی است در نقاط شکست تابع مقدار f(t) را به دست آوریم و سپس این نقاط را در چهار گزینه به جای t جایگذاری می کنیم و بررسی می کنیم که جواب کدام گزینه برابر جواب تابع از روی شکل می باشد.

از روی شکل داریم: $f(1)=1$ $f(3)=1$ $f(5)=1$

با جایگذاری در گزینه ها، **گزینه سوم** همین مقادیر را تولید می کند. بنابراین گزینه درست است.

www.barghbook.ir 09141522193 مهندس کریمیان مدرس

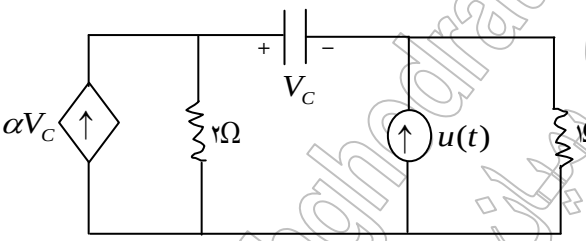
بخش ششم:

در مدار مرتبه اول در صورتی مدار پایدار است که ثابت زمانی مدار مثبت باشد.

(کارشناسی ارشد برق سراسری 90) 1

در مدار شکل زیر ولتاژ اولیه خازن V_0 می باشد.

کدامیک از پاسخ های زیر صحیح است؟



1) به ازای $\alpha = \frac{۱}{۸}$ مدار ناپایدار است.

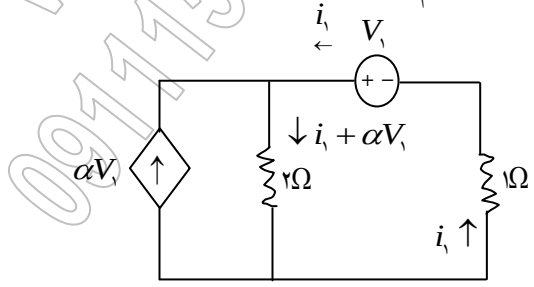
2) به ازای $\alpha = \frac{۱}{۴}$ مدار ناپایدار است.

3) به ازای $\alpha = ۱$ مدار ناپایدار است.

4) به ازای تمامی مقادیر α مدار پایدار است.

جواب: باید ثابت زمانی مدار را به دست آوریم:

$$\tau = R_{th} \times C$$



www.barghdarat.ir 09111522193 دروس برق مهندسی

$kvl: -V_1 + i_1 + \alpha V_1 + i_1 = 0$

$$R_{th} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{-3}{2\alpha - 1} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{-3}{2\alpha - 1} \times 1 = \frac{-3}{2\alpha - 1}$$

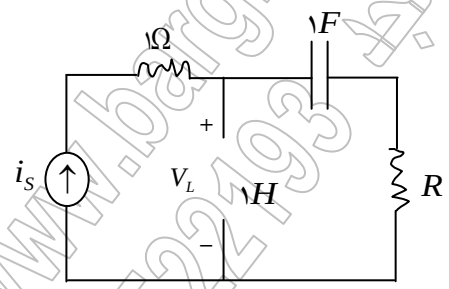
برای آنکه مدار ناپایدار باشد: $\tau < 0$

$$\frac{-3}{2\alpha - 1} < 0 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha - 1 > 0 \Rightarrow \alpha > \frac{1}{2}$$

بنابراین **گزینه سوم** جواب درست است.

12 (کارشناسی ارشد برق سراسری 90)

در مدار شکل زیر با تغییر آنی I_S به اندازه $\frac{2}{3}$ آمپر ولتاژ V_L به اندازه 2 ولت تغییر می کند. مقاومت R چند اهم است؟



1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{3}{2}$

3) $\frac{4}{3}$

4) 3

فرض می کنیم که جریان i_s به صورت $i_s(t) = \frac{2}{3}u(t)$ باشد یعنی در لحظه کلیدزنی ناگهان از 0 به $\frac{2}{3}$ آمپر می رسد.

چون سلف دارای خاصیت پیوستگی جریان است، بنابراین جریانش بعد از کلیدزنی 0 آمپر باقی می ماند و جریان $\frac{2}{3}A$ از شاخه خازنی عبور می کند بنابراین داریم:

www.barghmodrat.ir 09111522193 مهندس کریمی مدرات

$$V_{R(\circ^+)} = R \times \frac{۲}{۳}$$

با زدن KVL در حلقه سمت راست:

$$-V_L(\circ^+) + V_C(\circ^+) + V_R(\circ^+) = \circ$$

از آنجا که ولتاژ خازن قبل و بعد از کلیدزنی ثابت است. بنابراین $V_C(\circ^+) = \circ V$ می باشد و چون ولتاژ سلف بعد از کلیدزنی مطابق صورت مساله برابر 2 ولت شده است داریم:

$$-۲ + V_{R(\circ^+)} = \circ$$

$$V_{R(\circ^+)} = ۲ \quad \Rightarrow \quad \frac{۲}{۳}R = ۲ \quad \Rightarrow \quad R = ۳\Omega$$

بنابراین **گزینه چهارم** جواب درست است.

نکته:

در مدارهایی که چند خازن بعد از کلیدزنی تشکیل یک حلقه بدهند قانون پیوستگی ولتاژ خازن ها نقض می شود.

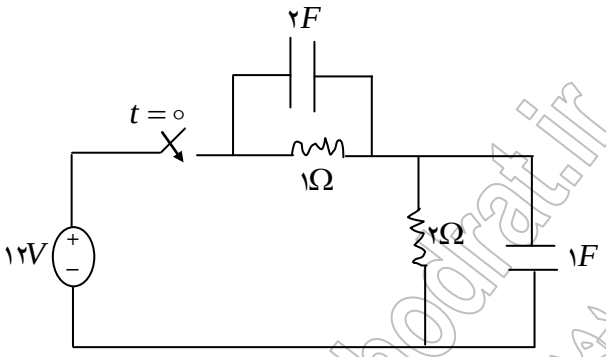
در این حلقه می تواند منبع ولتاژ مستقل نیز وجود داشته باشد. از آنجایی که در این حالت ولتاژ خازن ها به صورت دفعی تغییر می کند جریان مدار شامل عامل دلتای دیراک خواهد بود.

در مدارهایی که چند سلف بعد از کلیدزنی تشکیل یک کات ست دهند قانون پیوستگی جریان سلف ها نقض خواهد شد. یکی از شاخه های کات ست می تواند منبع جریان مستقل باشد. از آنجاییکه در این حالت جریان سلف ها به صورت دفعی تغییر می کند، ولتاژ مدار شامل عامل دلتای دیراک خواهد شد.

www.barghnodrat.ir 09111522193

(کارشناسی ارشد برق سراسری 84) 13

در مدار شکل زیر کلید قبلاً باز بوده است. آن را در لحظه $t=\circ$ می بندیم. جریان کل مدار یعنی $i(t)$ برای $t \geq \circ$ کدام است؟



1) $۱۲\delta(t)$

2) $۴\delta(t)+۸u(t)$

3) $۸\delta(t)+۴u(t)$

4) $۸\delta(t)+۴e^{-\frac{۱}{۲}t}u(t)$

جواب: چنانکه دیده می شود بعد از بسته شدن کلید دو خازن و منبع ولتاژ تشکیل حلقه می دهند. در این حالت انتظار داریم جریان مدار دارای عامل دلتای دیراک باشد. برای به دست آوردن گزینه درست مدار را در لحظه بی نهایت تحلیل می کنیم. در بی نهایت مدار به حالت ماندگار رسیده است و خازن ها باز می باشند. بنابراین داریم:

$$i(\infty)=\frac{۱۲}{۳}=۴$$

حال در چهار گزینه $t \to \infty$ اجرا می کنیم.

گزینه سوم جواب درست است.

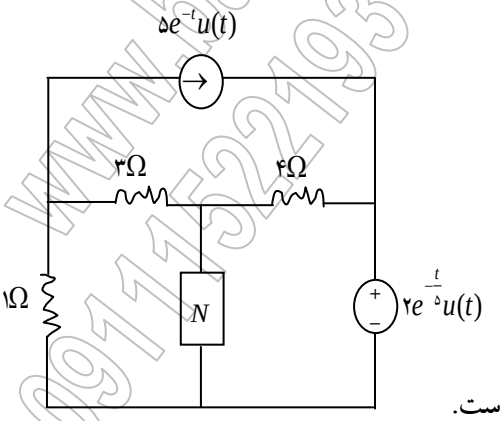
www.barghnodarat.ir 09111522103 مهندس کریمیان

نکته: هنگامی که یک مدار مرتبه اول توسط منابع نمایی تحریک می شود، شکل پاسخ کامل دارای دو تابع نمایی خواهد بود. یعنی مدار دارای دو ثابت زمانی خواهد شد. یک ثابت زمانی در اثر فرکانس طبیعی خود مدار که برابر $s = -\frac{۱}{\tau}$ می باشد که اگر مدار سلفی مقاومتی باشد $\tau = \frac{L}{R}$ و اگر مدار خازنی مقاومتی باشد $\tau = R_{th}C$ می باشد و ثابت زمانی دیگر مربوط به تابع نمایی منبع تحریک می باشد.

ولتاژ و جریان های مدار بعد از چهار برابر بزرگترین ثابت زمانی به صفر می رسند.

14 (کارشناسی ارشد برق سراسری 86)

در مدار زیر همه ولتاژها و جریان ها بعد از مدت زمان طولانی 20 ثانیه تقریباً صفر می شوند. اگر مدت زمان طولانی چهار برابر بیشترین ثابت زمانی ولتاژها و جریان ها باشد آنگاه:



1) N یک خازن با مقدار حداکثر $\frac{۵}{۲}F$ است.

2) N یک مقاومت خطی با مقدار دلخواه $R\Omega$ است. به شرطی که $R \neq ۲\Omega$

3) N یک سلف با مقدار مینیمم 10H است.

4) موارد 1 و 2

www.barghgholdrat.ir 09111522193

جواب:

با توجه به اینکه ولتاژها جریان های مدار بعد از 20 ثانیه به صفر می رسند پس بزرگترین ثابت زمانی مدار برابر $\tau = \frac{۲۰}{۴} = ۵S$ می باشد. ثابت زمانی منبع مستقل جریان برابر یک ثانیه و ثابت زمانی منبع مستقل ولتاژ برابر 5 ثانیه می باشد. ثابت زمانی N نباید از مقدار 5 ثانیه بیشتر شود دو حالت امکان وقوع دارد یا N خازنی است و یا اینکه سلفی است. با توجه به اینکه $R_{th} = ۲\Omega$

$$\tau_C = R_{th}C \le ۵ \quad \Rightarrow \quad C \le \frac{۵}{۲}$$

$$\tau_L = \frac{L}{R_{th}} \le ۵ \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{۲} \le ۵ \quad \Rightarrow \quad L \le ۱۰$$

بنابراین **گزینه 4** درست است. گزینه سوم اشتباه است.

چون N می تواند یک سلف با مقدار ماکزیمم 10H باشد نه مینیمم.

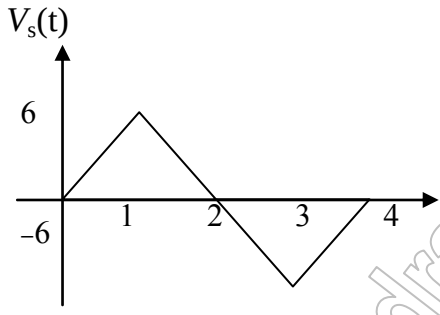
نکته: در تستهایی که تغییرات شکل موج مدارهای سلفی و خازنی خواسته می شود باید از روابط اساسی زیر استفاده کنیم:

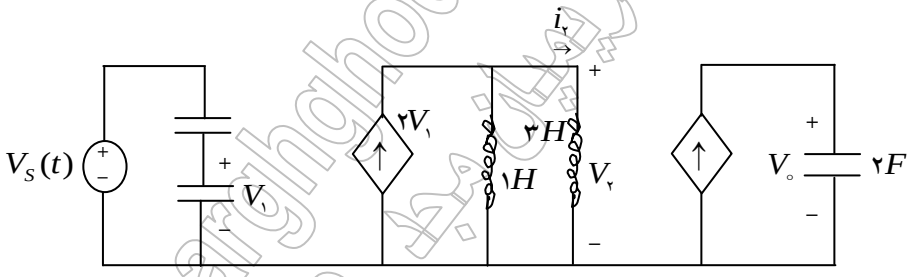
$$i_C = C\frac{dV_C}{dt} \Rightarrow V_C = \frac{۱}{C}\int i_C dt$$

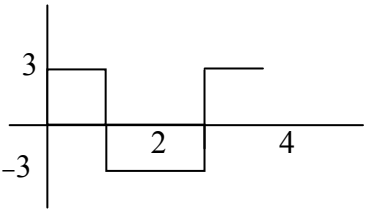
$$V_L = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L = \frac{۱}{L}\int V_L dt$$

www.barghbodrat.ir 09111522103

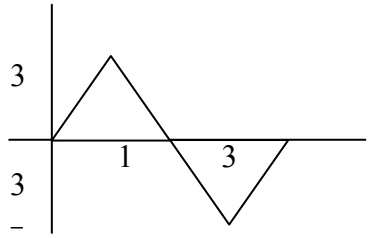
شکل موج $V_s(t)$ مدار شکل مقابل به صورت زیر داده شده است. شکل موج ولتاژ خروجی V_o کدام است؟

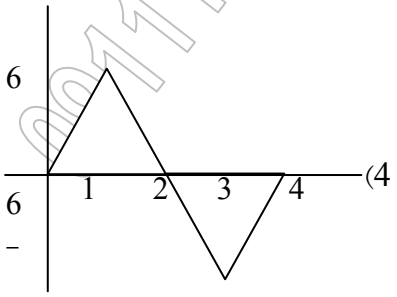




1) 

2)

3) 

4) 

www.barghodrat.ir
مهندس کریمی 09111522193

جواب:

$V_۱ = \frac{۱}{۳} V_S$ قانون تقسیم ولتاژ خازنی

$i_۲ = \frac{۱}{۴}(۲V_۱)$ قانون تقسیم جریان سلفی

$i_۲ = \frac{۱}{۶} V_S$

$V_۲ = L\frac{di_۲}{dt} = ۳ \times \frac{۱}{۶}\frac{dV_S}{dt} = \frac{۱}{۲}\frac{dV_S}{dt}$

$V_۰ = \frac{۱}{C}\int ۴V_۲ dt \quad \Rightarrow \quad V_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times \frac{۱}{۲} V_S$

$V_۰ = V_S$

بنابراین **گزینه چهارم** جواب درست است.

نکته: در مدار مرتبه اول در صورتی که یک خازن به شبکه مقاومتی متصل باشد. ولتاژ خازن در حالت ماندگار برابر ولتاژ تونن مدار است و مقاومت تونن مدار از رابطه زیر به دست می آید.

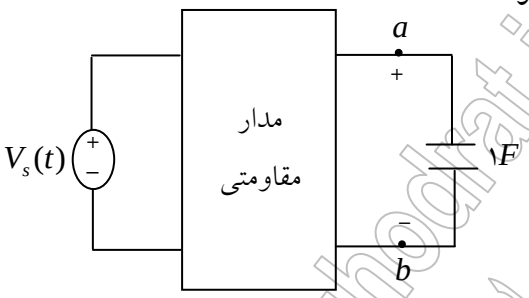
$R_{th} = \frac{\tau}{C}$

در مدار مرتبه اول در صورتی که یک سلف به یک شبکه مقاومتی متصل باشد، جریان سلف در حالت ماندگار برابر جریان نورتن شبکه موردنظر می باشد و مقاومت تونن مدار از رابطه زیر به دست می آید.

$R_{th} = \frac{L}{\tau}$

www.barghordrat.ir 09115221933 مهندس کریمیان مجد

در مدار شکل مقابل اگر خازن یک فاراد را در سرهای a , b وصل کنیم $v(t) = ۲(۱-e^{-\frac{۱}{۲}t})u(t)$ **می گردد. اگر خازن را با سلف L = 3 هانری جایگزین کنیم چه ولتاژی در سرهای a , b حاصل می شود؟**



1) $۲e^{-\frac{۳}{۲}t}u(t)$

2) $۲e^{-\frac{۲}{۳}t}u(t)$

3) $(۱-۲e^{-\frac{۲}{۳}t})u(t)$

4) $(۱-۲e^{-\frac{۳}{۲}t})u(t)$

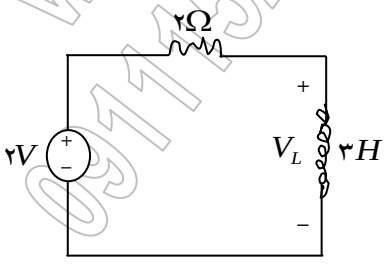
جواب:

با توجه به نکته گفته شده:

$$V_{th} = V_C(\infty) = ۲V$$

$$R_{th} = \frac{\tau}{C} = \frac{۲}{۱} = ۲\Omega$$

حال مدار معادل تونن را به جای شبکه جایگذاری می کنیم:



$$V_L = V_L(\infty) + (V_L(\circ) - V_L(\infty))e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

www.barghnodarat.ir 09111522193 برق نودرات

$V_L = (\infty) = \circ \qquad V_L = (\circ) = ۲V \qquad \tau_L = \frac{۳}{۲}$

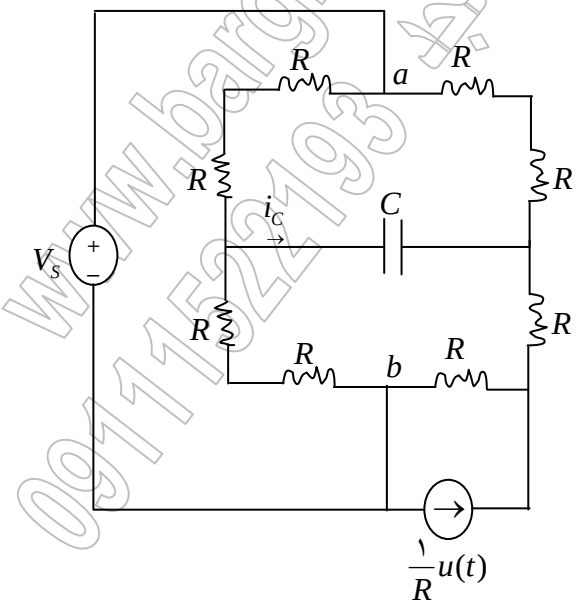
$V_L = ۲e^{-\frac{۲}{۳}t}$

گزینه دوم درست است.

نکته: در صورتی که دو منبع مدار از جنس متفاوت باشند یعنی یکی از نوع پله و دیگری ضربه باشد و یا این که یکی پله و دیگری منبع ثابت بدون کلیدزنی باشد، می توان از قضیه جمع آثار استفاده نمود یعنی اثر تک تک منابع را بدون توجه به اثر منابع دیگر به دست آورده و در نهایت جواب های به دست آمده را با هم جمع می کنیم.

17 (کارشناسی ارشد برق سراسری 85)

در مدار شکل زیر مقادیر اولیه صفر است. جریان $I_C(t)$ کدام است؟



www.barghmoodrat.ir 09111522193

1) $-\frac{۱}{۴R}e^{-\frac{t}{RC}}u(t)$

2) $-\frac{۱}{۲R}e^{-\frac{t}{۲RC}}u(t)$

3) $-\frac{۱}{۴R}e^{-\frac{t}{۲RC}}u(t)$

4) بدون داشتن ورودی V_S این جریان قابل محاسبه نیست.

جواب:

با توجه به نکته بیان شده از قضیه جمع آثار استفاده می کنیم. اگر فقط اثـر منبـع V_S را در نظر بگیریم با مدار پل وتستون مواجه می شویم. بنابراین سهم V_S در جریان خـازن برابر صفر می باشد. حال منبع V_S را اتصال کوتاه می کنیم و اثر منبـع جریـان $\frac{۱}{R}u(t)$ را به دست می آوریم:

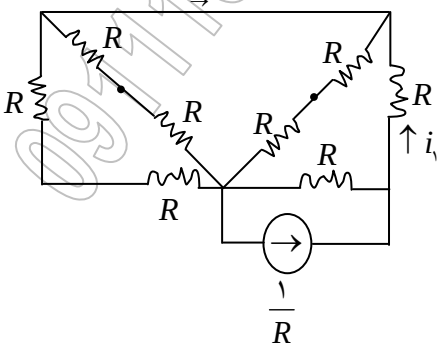
با تحلیل ثابت زمانی داریم:

$$\tau = R_{th}C = ۲RC$$

بنابراین یا گزینه دوم درست است و یا گزینه سوم:

در لحظه $t = ۰^+$ با توجه به هم پتانسیل بودن نقاط a , b و صفر بودن ولتاژ خـازن بـه دلیل قانون پیوستگی داریم:

$\overrightarrow{i_C(۰^+)}$



www.barghoodat.ir 09116522193 مهندس کیومرث مهدی

تقسیم جریانی

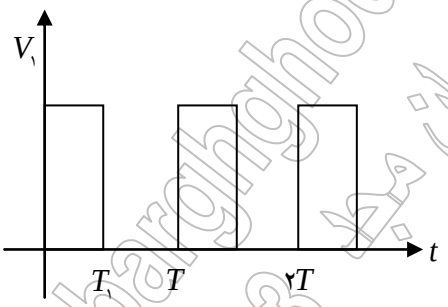
$$i_1 = \frac{R}{\frac{5}{3}R + R} \times \frac{1}{R} = \frac{1}{R} \times \frac{3}{8}$$

$$i_C(0^+) = -\frac{2R}{2R+R} \times i_1 - \frac{2R}{3R} \times \frac{1}{R}\frac{3}{8}$$

$$i_C(0^+) = -\frac{1}{4R}$$

بنابراین **گزینه سوم** درست است.

نکته: در مدار RL سری در صورتی که ولتاژ ورودی به شکل پالسی با دوره تناوب T به صورت زیر باشد:



آنگاه جریان سلف از رابطه زیر به دست می آید:

$$i_L(t) = \begin{cases} \alpha e^{-t} + 1 & 0 \le t \le T_1 \\ \beta e^{-(t-T_1)} & T_1 \le t \le T \end{cases}$$

نکته:

پاسخ پله یک مدار برابر انتگرال پاسخ ضربه است. در صورتی که منحنی پاسخ ضربه را داشته باشیم. پاسخ پله برابر سطح زیر منحنی پاسخ ضربه می باشد.

پاسخ ضربه یک مدار برابر مشتق پاسخ پله است. در صورتی منحنی پاسخ پله مدار را داشته باشیم. پاسخ ضربه برابر شیب خط مماس بر منحنی پاسخ پله در هر لحظه می باشد.

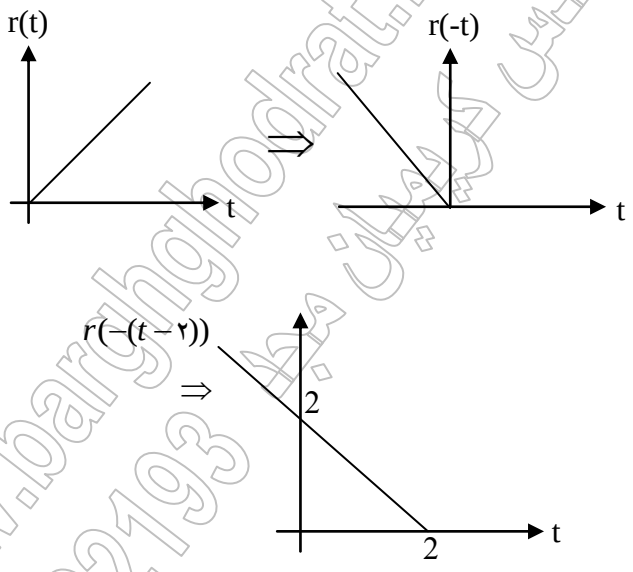
www.barghnoorat.ir 09111522193 مهندس برق میدان

18

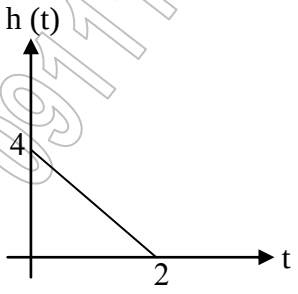
پاسخ ضربه یک مدار خطی تغییرناپذیر بازمان به صورت $h(t)=۲r(۲-t)u(t)$ می باشد. مقدار پاسخ پله این مدار در $t=۱s$ چقدر است؟

1) 4 2) 3 3) 2/5 4) 1

جواب: ابتدا پاسخ ضربه را رسم می کنیم:

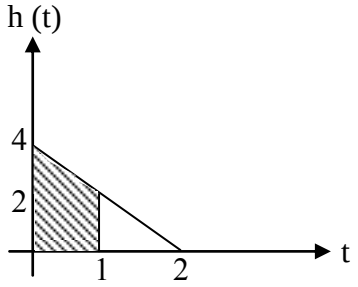


با توجه به اینکه این منحنی در پله واحد ضرب می شود بنابراین بخشی از منحنی که مربوط به $t<۰$ است صفر می شود:



www.barghbodrat.ir 09111522193 مشاوره و آموزش برق بدرت

حال با توجه به اینکه پاسخ پله در لحظه $t=1$ ثانیه برابر سطح زیر منحنی پاسخ ضربه تا لحظه $t=1s$ می باشد داریم:



$$\text{پاسخ پله} = (\frac{۴+۲}{۲})\times ۱ = ۳$$

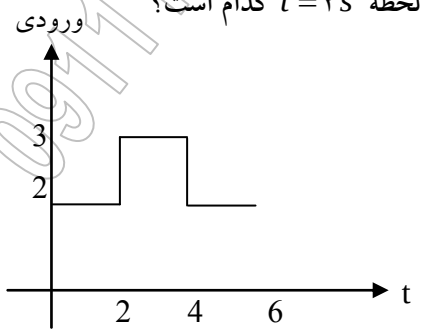
گزینه دوم جواب درست است.

نکته:

در صورتی که یک ورودی در مدار قابلیت تفکیک به توابع استاندارد را داشته باشد. یعنی بتوانیم آن را به صورت مجموعی از توابع ضربه، پله و شیب در بیاوریم. اگر پاسخ ضربه مدار معلوم باشد می توانیم پاسخ مدار به آن ورودی را به دست آوریم چرا که پاسخ پله برابر انتگرال پاسخ ضربه و پاسخ شیب برابر انتگرال پاسخ پله می باشد.

19 (کارشناسی ارشد برق 79)

پاسخ ضربه یک مدار خطی و تغییرناپذیر بازمان به صورت $h(t)=e^{-t}u(t)$ می باشد. پاسخ حالت صفر این مدار به وردی مقابل در لحظه $t=3s$ کدام است؟



www.barghodarsi.ir
مهندس کیهانی 09115221935

1) $۳-e^{-۱}-e^{-۳}$ **2)** $۳-e^{-۱}-۲e^{-۳}$

3) $۲-۲e^{-۱}-۳e^{-۳}$ **4)** $۳-۲e^{-۱}-۳e^{-۳}$

جواب:

ابتدا ورودی را به صورت مجموعی از چندین تابع پله در می آوریم:

$$\text{ورودی} = ۲u(t)+u(t-۲)-u(t-۴)$$

پاسخ پله برابر انتگرال پاسخ ضربه می باشد:

$$\text{پاسخ پله} = \int e^{-t}dt = -e^{-t}+k$$

با توجه به اینکه پاسخ حالت صفر بررسی می شود بنابراین مقدار لحظه $t=۰$ باید برابر صفر باشد. پس $k=۱$ به این ترتیب پاسخ مدار به ورودی پله واحد به صورت $(۱-e^{-t})u(t)$ می باشد.

$$\text{ورودی} = ۲u(t) \quad \Rightarrow \quad \text{پاسخ} = ۲(۱-e^{-t})u(t)$$

$$\text{ورودی} = u(t-۲) \quad \Rightarrow \quad \text{پاسخ} = (۱-e^{-t+۲})u(t-۲)$$

$$\text{ورودی} = -u(t-۴) \quad \Rightarrow \quad \text{پاسخ} = (۱-e^{-t+۴})u(t-۴)$$

مطابق نکته بیان شده پاسخ مدار برابر جمع آثار هر یک از قسمت های ورودی می باشد:

$$\text{پاسخ کامل} = ۲(۱-e^{-t})u(t)+(۱-e^{-t+۲})u(t-۲)+(۱-e^{-t+۴})u(t-۴)$$

در لحظه $t=۳$ داریم:

$$\text{پاسخ} = ۳-۲e^{-۳}-e^{-۱}$$

بنابراین **گزینه دوم** جواب صحیح است.

www.barghoniran.ir 09111522193 مهندس کامبیز برقی