

عبارت زیر را ساده کنید. جوابها را به فرم قطبی و دکارتی بدهید.

$$a) \quad c = 3e^{j\frac{\pi}{4}} + 4e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$c = 3\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 4(0 - j) = \frac{3}{\sqrt{2}} + j\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 4\right) \\ = 2.83 \angle -41.5^\circ$$

$$b) \quad c = (-1 + j2)^5$$

$$c = (2.236 \angle 116.56^\circ)^5 = 55.9 \angle 222.8 \\ = -41 - j37.9$$

$$c) \quad c = 2e^{j\frac{\pi}{2}} - 3e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$= 2(0 + j) - 3\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-3}{2} + j\left(2 - 3\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ = -1.5 - j0.598 \\ = 1.6 \angle -158.3^\circ$$

- از قانون اتحاد مضامین تا حاصل مرتب از عبارات را به فرم $x(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ بنویسید

$$a) \quad x(t) = \sin(4t) + 0.5 \cos(4t)$$

$$\sin(4t) = \cos(4t - \frac{\pi}{2}) \rightarrow 1 \angle -90^\circ$$

$$\cos(4t) \rightarrow 1 \angle 0$$

$$X = 1 \angle -90^\circ + \frac{1}{2} (1 \angle 0) = \frac{1}{2} - j$$

$$= 1.118 \angle -63.43^\circ$$

$$x(t) = 1.118 \cos(4t - 63.43^\circ)$$

$$b) \quad x(t) = 60 \sin(120\pi t) + 120 \cos(120\pi t - 20^\circ)$$

$$\sin(120\pi t) = \cos(120\pi t - \frac{\pi}{2}) \rightarrow 1 \angle -90^\circ$$

$$\cos(120\pi t - 20^\circ) \rightarrow 1 \angle -20^\circ$$

$$X = 60 \angle -90^\circ + 120 \angle -20^\circ = 112.76 - j101$$

$$= 151.4 \angle -41.86^\circ$$

$$x(t) = 151.4 \cos(120\pi t - 41.86^\circ)$$

- سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده است، متمم زوج و متمم فرد سیگنال را تعیین کنید.

$$\text{a) } x(t) = \frac{1}{1-t} \quad \text{Even}(x(t)) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-t} + \frac{1}{1+t} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1-t^2} \right) = \frac{1}{1-t^2}$$

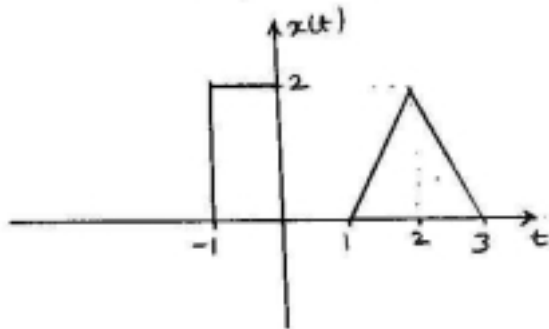
$$\text{odd}(x(t)) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-t} - \frac{1}{1+t} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2t}{1-t^2} \right) = \frac{t}{1-t^2}$$

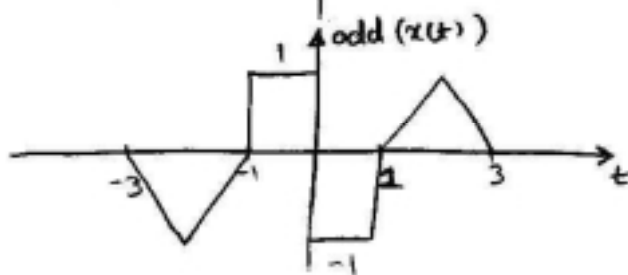
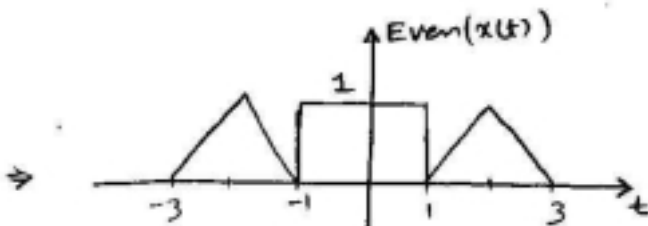
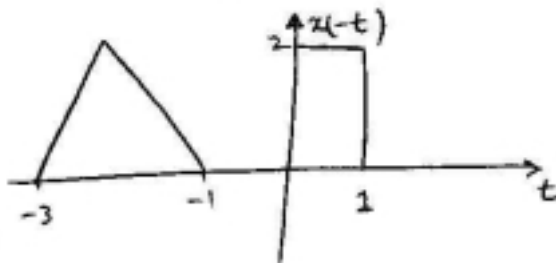
$$\text{b) } x(t) = \pi \quad \text{Even}(x(t)) = \pi$$

$$\text{odd}(x(t)) = 0$$

حمت های زوج و فرد سیگنال داده شده را بدست آورده و به دست ترکیب کنید.



$$\text{Even}(x(t)) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] \quad ; \quad \text{odd}(x(t)) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$



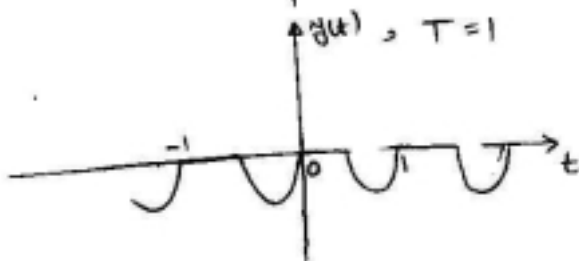
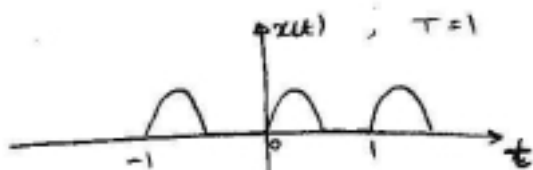
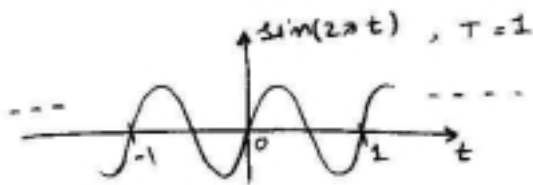
$$x(t) = \text{Even}(x(t)) + \text{odd}(x(t))$$

- سیگنال های زمان پیوسته $x(t)$ و $y(t)$ را در نظر بگیرید.

$$x(t) = \max(\sin(2\pi t), 0)$$

$$y(t) = \min(\sin(2\pi t), 0)$$

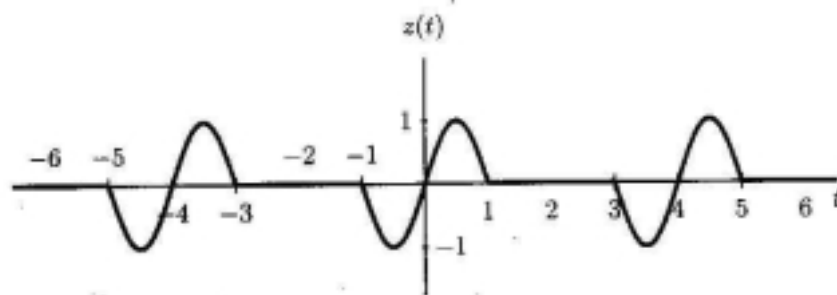
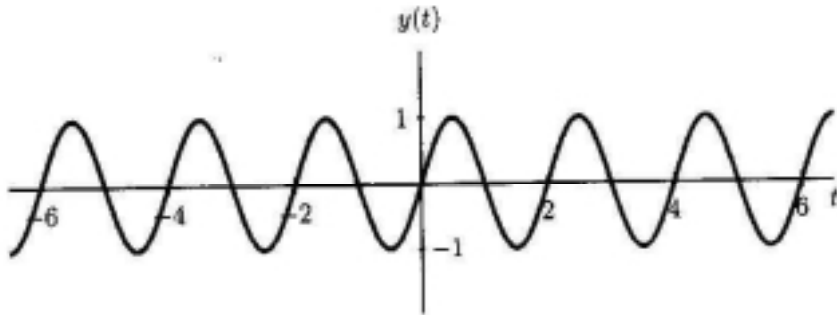
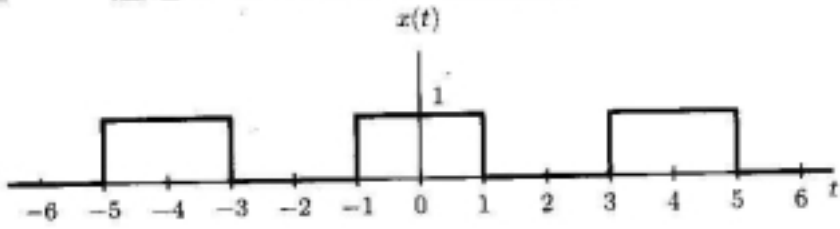
آیا $x(t)$ و $y(t)$ متناوب هستند؟ حاصل عبارت $x(t) + y(t)$ را بدست آورید.



$$\Rightarrow x(t) + y(t) = \sin(2\pi t)$$

مسائل نمونه فصل اول سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب فخرانی

دوره تکرار سیگنال هر دو را در دست راستی از دست چپ می توانیم پیدا کنیم.



$$z(t) \rightarrow T = 4$$

$$y(t) \rightarrow T = 2$$

$$z(t) \rightarrow T = 4$$

۷

مسائل نمونه فصل اول سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب غفرانی

در صورت تناوب بودن، دوره تناوب هر یک از سیگنال های زیر را بدست آورید.

a) $x(t) = [\sin(4t-1)]^2$ $\sin(4t-1) \rightarrow T = \frac{2\pi}{4}$

$x(t) \rightarrow T = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$

b) $x(t) = u(t) - \frac{1}{2}$ غیرمتناوب

c) $x(t) = 4u(t) + 2\sin(3t)$ غیرمتناوب

d) $x(t) = 3\cos(4t) + \sin(\pi t)$

$T_1 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ $T_2 = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

می توان دوره تناوب مشترک بین T_1 و T_2 بیابانیم، بنابراین سیگنال $x(t)$ نامتناوب است.

e) $x(t) = \cos(2\omega_1 t) + \cos(3\omega_1 t)$ که فرکانس معلوم

$T_1 = \frac{2\pi}{2\omega_1}$ $T_2 = \frac{2\pi}{3\omega_1}$

$\frac{4\pi}{2\omega_1}$

$\frac{4\pi}{3\omega_1}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_1}$

$\frac{6\pi}{2\omega_1}$

$\frac{6\pi}{3\omega_1}$

در صورت تناوب بودن، دوره تناوب اصلی هر یک از سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

a) $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \quad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8 \quad \Rightarrow T = 24$$

b) $x(t) = e^{j\left(\frac{\pi}{2}t - 1\right)}$

$$\Rightarrow x(t) = \underbrace{e^{-j}}_{\text{فاز ثابت}} \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}t}}_{T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4}$$

c) $x(t) = \cos(2\pi t) + \sin(5\pi t)$

$$T_1 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad T_2 = \frac{2\pi}{5\pi} = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow T = 2$$

d) $x(t) = \cos(2\pi t) + \sin(6t)$

$$T_1 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad T_2 = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

شرط تناوب $x(t)$ آن است که $\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (اعداد صحیح n_1, n_2)

بنابراین چون شرط گفته شده برقرار نیست و نمی‌توان دوره تناوب مشترک بین T_1 و T_2 پیدا نمود، سیگنال داده شده تناوب نیست.

- رابط بین ورودی و خروجی سیستم $y(t) = |x(t)|$ داده شده است .
با مثال نقض نشان دهید که سیستم غیر خطی است .

$$x_1(t) = u(t) \Rightarrow y_1(t) = |u(t)| = u(t)$$

$$x_2(t) = -2x_1(t) = -2u(t) \Rightarrow y_2(t) = |-2u(t)| = 2u(t)$$

اصل همبستگی برقرار نیست، پس سیستم غیر خطی است .

- معکوس بزرگی سیستم زیر را بررسی کنید .

$$y(t) = \sin h(x(t)) = \frac{1}{2} (e^{x(t)} - e^{-x(t)})$$

$$x(t) = j\omega \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) = j \sin(\omega) = 0$$

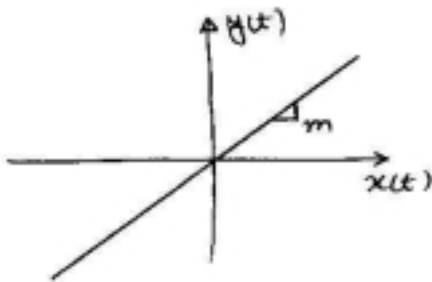
$$x(t) = -j\omega \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} (e^{-j\omega} - e^{j\omega}) = -j \sin(\omega) = 0$$

ورودی مستقیم ، خروجی صفر . بنابراین سیستم معکوس بزرگی نیست.

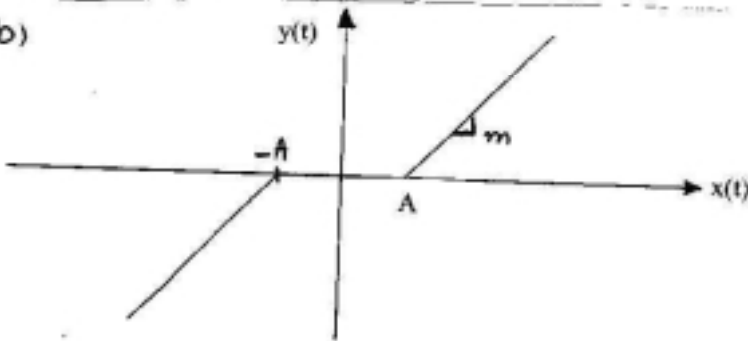
سیگنال مشخصه سیستم - رابطه بین ورودی و خروجی - دامنه‌ها است.

در هر حالت آریالستیم خطی است.

(a)



(b)



(a) خطی

(b) غیر خطی

فاصله $[-A, A]$ درستی (b) یا dead-band نامیده می‌شود

در موتورهای DC این بازه وجود دارد