رابطه بین ورودی و خروجی سیستم داده شده است ،

$$y(t)=\int_{-\infty}^{2t} x(\lambda)\,d\lambda$$

تعیین کنید آیا سیستم خطی - نامتغیر با زمان - علی است یا خیر ؟

سیستم داده شده خطی ،

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t)=\int_{-\infty}^{2t} x_1(\lambda)\,d\lambda$$

$$a x_1(t) \longrightarrow \int_{-\infty}^{2t} a x_1(\lambda)\,d\lambda = a y_1(t)$$

اصل همگنی برقرار است .

$$x_2(t) \longrightarrow y_2(t)=\int_{-\infty}^{2t} x_2(\lambda)\,d\lambda$$

$$x_1(t)+x_2(t) \longrightarrow \int_{-\infty}^{2t} \left(x_1(\lambda)+x_2(\lambda)\right) d\lambda = y_1(t)+y_2(t)$$

جمع پذیری برقرار است

سیستم خطی است .

$$x(t) \rightarrow y(t)=\int_{-\infty}^{2t} x(\lambda)\,d\lambda \quad , \quad z(t) \rightarrow \int_{-\infty}^{2t} z(\lambda)\,d\lambda = \int_{-\infty}^{2t} x(\lambda-t_0)\,d\lambda$$

$$z(t)=x(t-t_0) \qquad \lambda-t_0=\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{2t-t_0} x(\tau)\,d\tau \neq y(t-t_0)$$

بنابراین سیستم متغیر با زمان است

$$y(t)=\int_{-\infty}^{2t} x(\lambda)\,d\lambda$$

خروجی به آینده ورودی بستگی دارد بنابراین سیستم غیر علی است .

- رابطه بین ورودی و خروجی سیستم داده شده است. $y(t)=\int_{-\infty} x(\lambda)\,d\lambda$

الف) مطلوبست $y_1(t)$ اگر $x_1(t)=u(t)$ باشد.

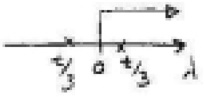
ب) " $y_2(t)$ اگر $x_2(t)=u(t-1)$ باشد.

ج) چه مقداری از $x(t)$ بایستی داشته باشیم تا $y(-1)$ را بتوان تعیین نمود.

د) آیا سیستم پایدار است؟ ه) آیا سیستم نامتغیر با زمان است؟ و) آیا سیستم علی است؟

---

a) $y(t)=\int_{-\infty}^{t/3} u(\lambda)\,d\lambda$



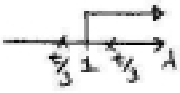
$y(t)=0 \quad , \quad \frac{t}{3}<0$

$y(t)=\int_{0}^{t/3} d\lambda=\frac{t}{3} \quad , \quad \frac{t}{3}\geq 0$

$\Rightarrow y(t)=\begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{t}{3} & t\geq 0 \end{cases}$

$y(t)=\frac{t}{3}u(t)$

b) $y(t)=\int_{-\infty}^{t/3} u(\lambda-1)\,d\lambda \quad \lambda\geq 1$



$y(t)=0 \quad \frac{t}{3}<1$

$y(t)=\int_{1}^{t/3} d\lambda=(\frac{t}{3}-1) \quad , \quad \frac{t}{3}\geq 1$

$\Rightarrow y(t)=\begin{cases} 0 & t<3 \\ \frac{1}{3}(t-3), & t\geq 3 \end{cases}$

$y(t)=\frac{1}{3}(t-3)u(t-3)$

c) $y(t)=\int_{-\infty}^{t/3} x(\lambda)\,d\lambda \qquad y(-1)=\int_{-\infty}^{-1/3} x(\lambda)\,d\lambda$. بایستی $x(t)$ در بازه $(-\infty , -\frac{1}{3}]$ داشته باشیم.

d) $x_1(t)=u(t) \Rightarrow y(t)=\frac{t}{3}u(t)=\frac{1}{3}r(t)$ ورودی محدود - خروجی نامحدود ⇐ سیستم ناپایدار

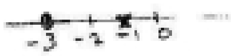
(e) $x_1(t)=u(t) \Rightarrow y_1(t)=\frac{t}{3}u(t)$

$x_2(t)=u(t-1)=x_1(t-1) \Rightarrow y_2(t)=\frac{1}{3}(t-3)u(t-3) \overset{?}{=} y_1(t-1)=\frac{1}{3}(t-1)u(t-1)$

بنابراین سیستم TV است.

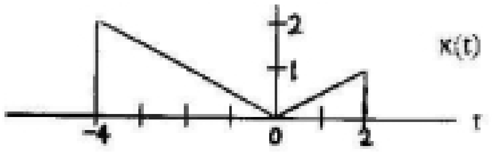
(f) $y(t)=\int_{-\infty}^{t/3} x(\lambda)\,d\lambda \qquad t=-3 \qquad y(-3)=\int_{-\infty}^{-1} x(\lambda)\,d\lambda$

ملاحظه می‌شود خروجی در $t=-3$ به ورودی در بازه $(-\infty , -1]$ بستگی دارد

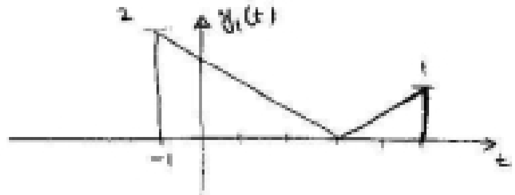


فاصله $[-3,-1]$ برای $t=-3$ آینده محسوب می‌شوند، پس خروجی به آینده ورودی بستگی پیدا کرده که در نتیجه سیستم غیرعلی است.

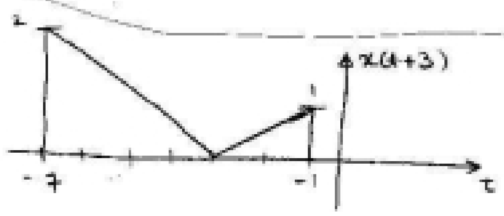
سیگنال $x(t)$ در ذیل داده شده است. هر یک از سیگنال‌های خواسته شده را ترسیم کنید.

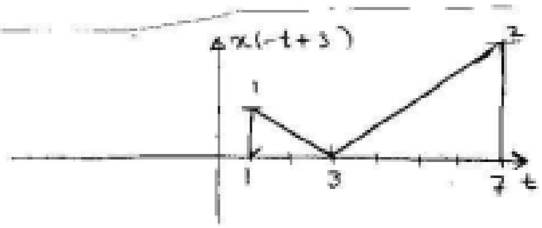


الف) $y_1(t)=x(t-3)$



ب) $y_2(t)=x(3-t)$





ج) $y_4(t)=\int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\,d\lambda$

$$x(t)=\begin{cases}\frac{-1}{2}t, & -4\le t\le 0\\ \frac{1}{2}t, & 0\le t\le 2\end{cases}$$

$y_4(t)=0 \qquad t<-4$

$$=\int_{-\infty}^{t} x(\lambda)d\lambda=\int_{-4}^{t}-\frac{1}{2}\lambda\, d\lambda=\frac{-1}{4}\lambda^2\Big|_{-4}^{t}=\frac{-1}{4}(t^2-4^2)=\frac{1}{4}(4^2-t^2)$$

$-4\le t<0$

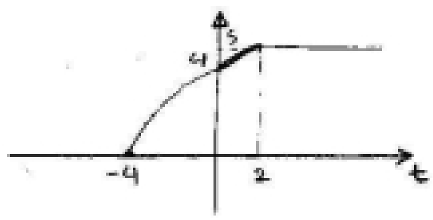
$$=\int_{-4}^{0}\frac{-1}{2}\lambda d\lambda+\int_{0}^{t}\frac{1}{2}\lambda d\lambda=\frac{-1}{4}\lambda^2\Big|_{-4}^{0}+\frac{1}{4}\lambda^2\Big|_{0}^{t}=\frac{1}{4}(4^2)+\frac{1}{4}t^2$$

$0\le t<2$

$$=\int_{-4}^{0}\frac{-1}{2}\lambda d\lambda+\int_{0}^{2}\frac{1}{2}\lambda\, d\lambda=\frac{-1}{4}\lambda^2\Big|_{-4}^{0}+\frac{1}{4}\lambda^2\Big|_{0}^{2}=\frac{1}{4}(4^2)+\frac{1}{4}(2^2)$$

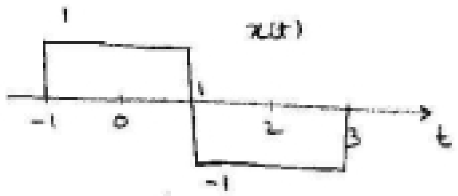
$2\le t$

$$y_4(t)=\begin{cases}0, & t<-4\\ \frac{1}{4}(16-t^2) & -4\le t<0\\ \frac{1}{4}(16+t^2) & 0\le t<2\\ \frac{1}{4}(16+4)=5 & 2\le t\end{cases}$$

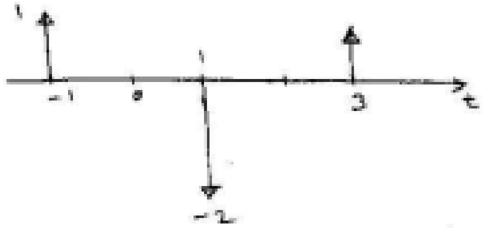


- سیگنال های زیر را ترسیم کنید. مشتق سیگنال را بدست آورده و ترسیم کنید.

a) $x(t) = u(t+1) - 2u(t-1) + u(t-3)$

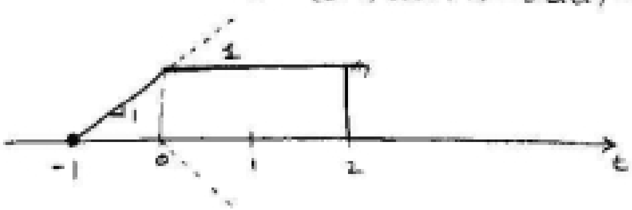


$x(t) = u(t+1) - 2u(t-1) + u(t-3)$ $\qquad \dfrac{dx(t)}{dt} = \delta(t+1) - 2\delta(t-1) + \delta(t-3)$



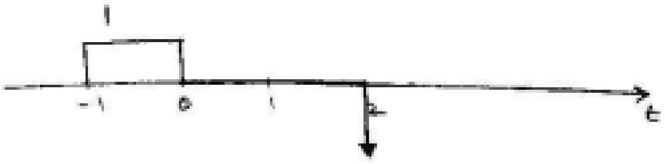
b) $x(t) = (t+1)u(t+1) - tu(t) - u(t-2)$

$x(t) = (t+1)u(t+1) - tu(t) - u(t-2) \quad = r(t+1) - r(t) - u(t-2)$

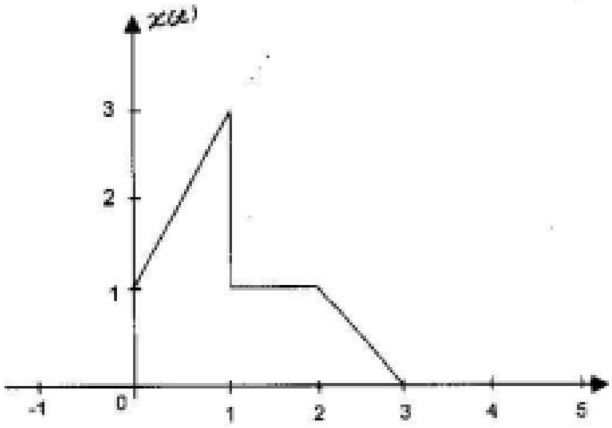


$$\frac{dx(t)}{dt} = u(t+1) - u(t) - \delta(t-2)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(t+1) + (t+1)\delta(t+1) - u(t) - t\delta(t) - \delta(t-2)$$
$$= u(t+1) - u(t) - \delta(t-2)$$



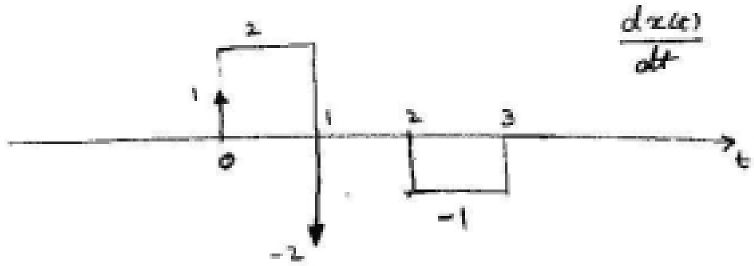
- شکل موج سیگنال $x(t)$ داده شده است. ابتدا $x(t)$ را با روابط ریاضی بیان کنید سپس مشتق آن را محاسبه و ترسیم نمائید.



روش اول

$$x(t) = u(t) + 2r(t) - 2u(t-1) - 2r(t-1) - r(t-2) + r(t-3)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t) + 2u(t) - 2\delta(t-1) - 2u(t-1) - u(t-2) + u(t-3)$$



- روش دوم برای فرمول کردن ضابطه و تعیین مشتق آن

$$x(t) = (1+2t)(u(t)-u(t-1)) + 1\,(u(t-1)-u(t-2)) + (3-t)(u(t-2)-u(t-3))$$

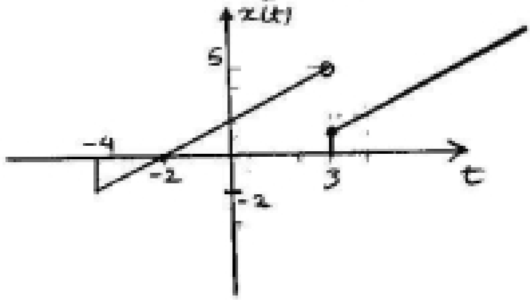
$$\frac{dx(t)}{dt} = 2(u(t)-u(t-1)) - (u(t-2)-u(t-3)) + (1+2t)(\delta(t)-\delta(t-1)) + (\delta(t-1)-\delta(t-2)) + (3-t)(\delta(t-2)-\delta(t-3))$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = 2u(t) - 2u(t-1) - u(t-2) + u(t-3) + \delta(t) - 2\delta(t-1)$$

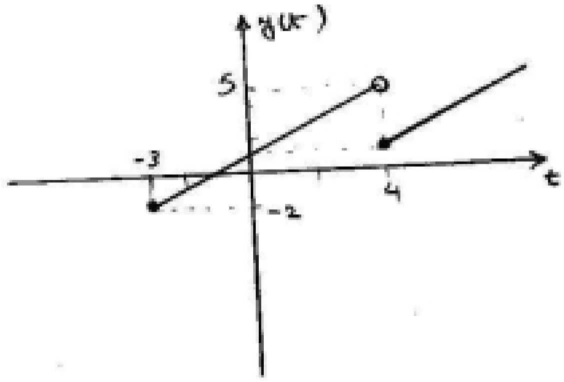
همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از هر دو روش یکسان است.

- سیگنال‌های زیر را ترسیم کنید.

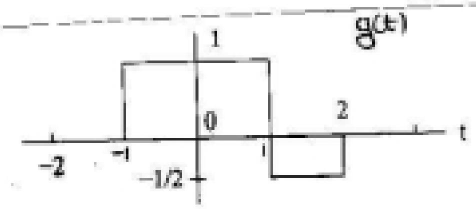
a) $x(t)=\begin{cases} 0 , & t<-4 \\ t+2 , & -4\leq t<3 \\ t-2 , & t\geq 3 \end{cases}$



b) $y(t)=x(t-1)$



- سیگنال g(t) در ذیل داده شده است. مطلوب است هر یک از سیگنال های خواسته شده.



(a) $y_1(t) = -2g(t)$

(b) $y_2(t) = g(t-2)$

(c) $y_3(t) = g(2-t)$

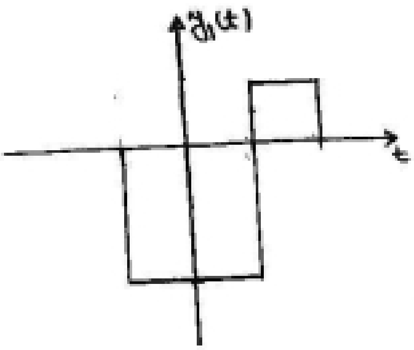
(d) $y_4(t) = -2g(2t)$

(e) $y_5(t) = g(2t-2)$

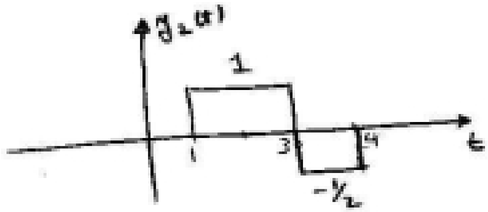
(f) $y_6(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\tau)d\tau$

(g) The generalised derivative $y_7(t) = \frac{d}{dt}g(t)$.

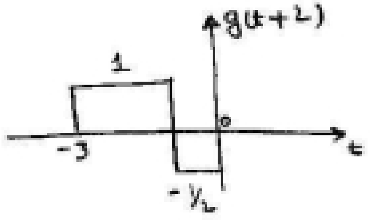
(a) $y_1(t) = -2g(t)$

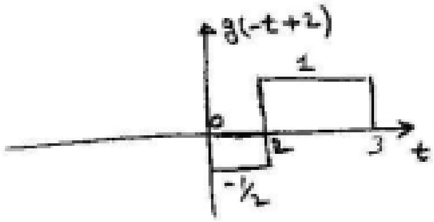


(b) $y_2(t) = g(t-2)$

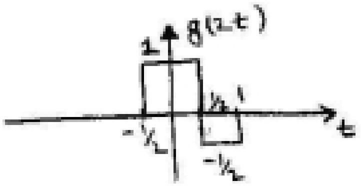


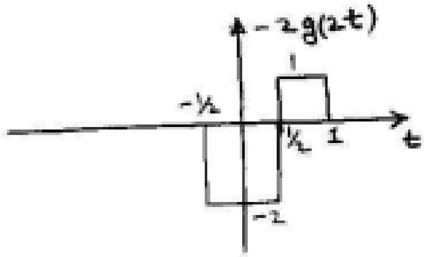
(c) $y_3(t) = g(2-t) = g(-(t-2))$



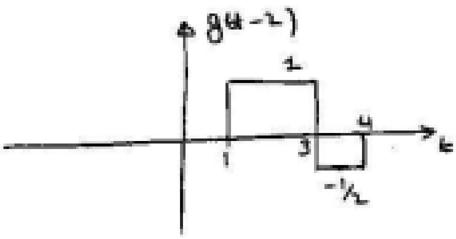


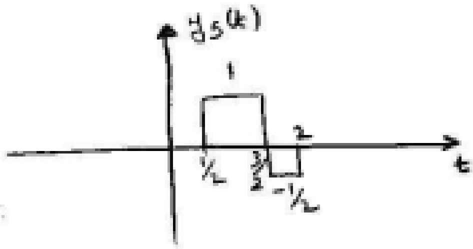
d) $y_4(t) = -2g(2t)$





e) $y_5(t) = g(2t-2)$





f) $y_6(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\tau)\,d\tau$

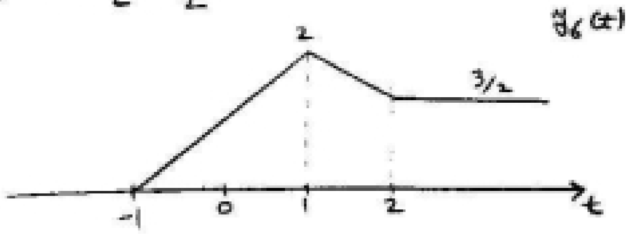
$t<-1 \Rightarrow y_6(t) = 0$

$-1 \leq t < 1 \Rightarrow y_6(t) = \int_{-1}^{t} d\tau = t+1$

$1 \leq t < 2 \Rightarrow y_6(t) = \int_{-1}^{1} d\tau + \int_{1}^{t} \frac{-1}{2} d\tau = 2 - \frac{1}{2}(t-1) = \frac{-1}{2}t + \frac{5}{2}$

$t \geq 2 \Rightarrow y_6(t) = \int_{-1}^{1} d\tau - \frac{1}{2}\int_{1}^{2} d\tau = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$y_6(t) = \begin{cases} 0, & t<-1 \\ t+1, & -1 \leq t < 1 \\ -\frac{1}{2}t + \frac{5}{2}, & 1 \leq t < 2 \\ \frac{3}{2}, & t \geq 2 \end{cases}$$



g) $y_7(t) = \frac{dg(t)}{dt}$; $g(t) = u(t+1) - u(t-1) - \frac{1}{2}u(t-1) + \frac{1}{2}u(t-2)$

$\frac{dg(t)}{dt} = \delta(t+1) - \frac{3}{2}\delta(t-1) + \frac{1}{2}\delta(t-2)$