

مسائل نمونه فصل اول سیگنال‌ها و سیستم‌ها - دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب - خراسانی
- در صورت تناوب بودن دوره تناوب هر طبقه از سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

$$a) x[n] = \cos\left(4n + \frac{\pi}{4}\right) \quad N = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \notin \mathbb{Z}$$

بنابراین سیگنال زمان گسسته داده شده تناوب نیست.

$$b) x[n] = (-1)^n \cos\left(\frac{2\pi}{7}n\right) \Rightarrow x[n] = (e^{j\pi})^n \cos\left(\frac{2\pi}{7}n\right)$$

$$x[n] = \frac{1}{2} e^{j\pi n} \cdot e^{j\frac{2\pi}{7}n} + \frac{1}{2} e^{j\pi n} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{7}n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2} e^{j\frac{9\pi}{7}n} + \frac{1}{2} e^{j\frac{5\pi}{7}n}$$

$$N_1 = \frac{2\pi}{\frac{9\pi}{7}} = \frac{14}{9}k = 14$$

$$N_2 = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{7}} = \frac{14}{5}k = 14$$

$$\Rightarrow N = 14$$

$$c) x[n] = 4 \cos(\pi n - 2) \Rightarrow N = \frac{2\pi}{\pi} = 2k = 2$$

$$d) x[n] = 10 \cos(8n) \Rightarrow N = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \notin \mathbb{Z}^+ \Rightarrow \text{ناختناوب}$$

$$- \text{سعیال} \quad x[n] = \begin{cases} 0, & n: \text{even} \\ 1, & n: \text{odd} \end{cases} \quad \text{و} \quad y[n] = \cos(n) \quad \text{راد نظر طریقید}$$

الف) آیا $x[n]$ متناوب است؟ دوره تناوب آن را تعیین کنید.

ب) آیا $y[n]$ متناوب است؟ دوره تناوب آن را تعیین کنید.

$$x[n] = x[n+N] \Rightarrow N=2$$

$$y[n] = \cos[n] \quad ; \quad \text{نامتناوب}$$

- به سیستم زیر را در نظر بگیرید.

SYSTEM A: $y[n] = x[n] + 2 \sin(\omega n + 2)$, where $\omega \neq 0$

SYSTEM B: $y[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x[n] + 1)$

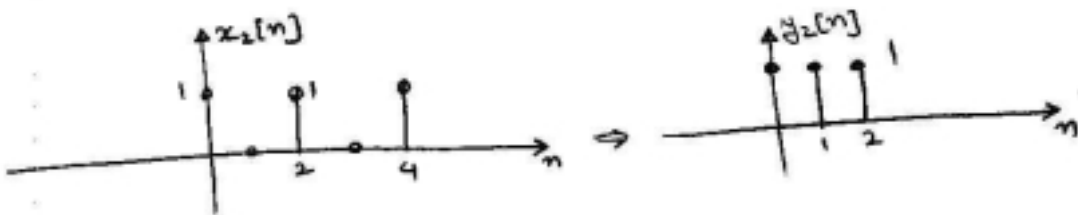
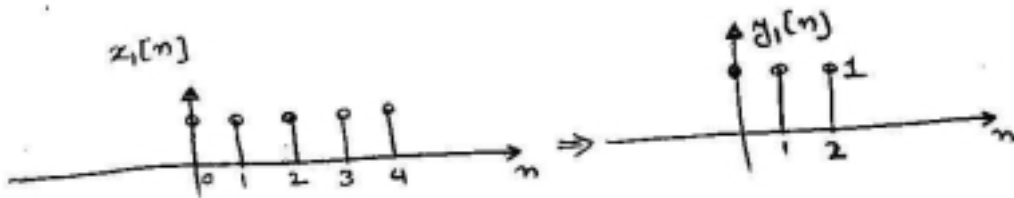
SYSTEM C: $y[n] = \sum_{k=1}^n (x^2[k+1] - x[k])$

جدول زیر را با توجه به سوالات مطرح شده در مورد هر سیستم تکمیل کنید.

	SYSTEM A	SYSTEM B	SYSTEM C
آیا سیستم خطی است ؟	<input checked="" type="radio"/> YES NO	YES <input checked="" type="radio"/> NO	YES <input checked="" type="radio"/> NO
آیا سیستم مستقر یا نهان است	YES <input checked="" type="radio"/> NO	YES <input checked="" type="radio"/> NO	YES <input checked="" type="radio"/> NO
آیا سیستم علی است	YES <input checked="" type="radio"/> NO	<input checked="" type="radio"/> YES NO	YES <input checked="" type="radio"/> NO
آیا سیستم پایدار است	<input checked="" type="radio"/> YES NO	<input checked="" type="radio"/> YES NO	<input checked="" type="radio"/> YES NO

- معکوس پذیری سیستم داده شده را بررسی کنید.

$$y[n] = x[2n]$$

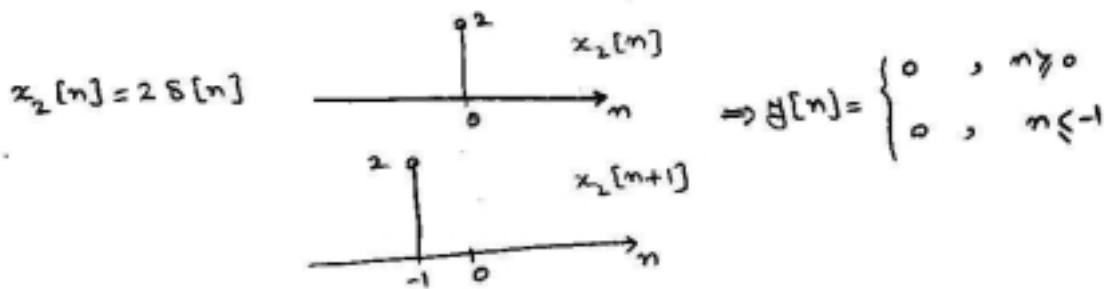
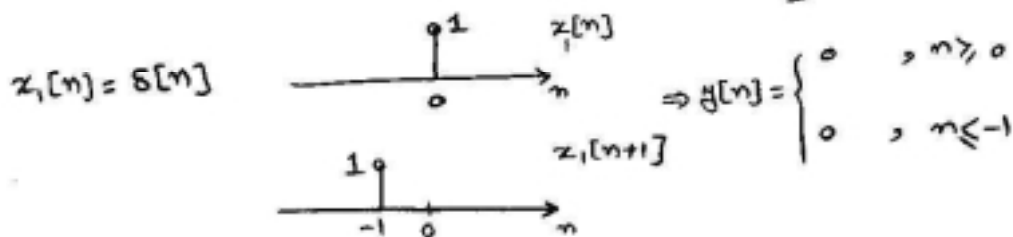


ورودی های مستقیم اما خروجی های کلیتاً بیابراین سیستم معکوس پذیر نیست.

- معکوس پذیری سیستم داده شده را بررسی کنید.

$$y[n] = \begin{cases} x[n+1] & n \geq 0 \\ x[n] & n \leq -1 \end{cases}$$

با مثال نقض نشان دهید که سیستم داده شده معکوس پذیر نیست.



ورودیهای مستقیم، خروجی حالتی - با این نتایج معکوس پذیر نیست.

- معکوس پذیری سیستم زیر را بررسی کنید

$$y[n] = |x[n+1] - x[n]|$$

$$x_1[n] = u[n] \Rightarrow y_1[n] = |u[n+1] - u[n]| = \delta[n+1]$$

$$x_2[n] = -u[n] \Rightarrow y_2[n] = |-u[n+1] + u[n]| = |-\delta[n+1]| = \delta[n+1]$$

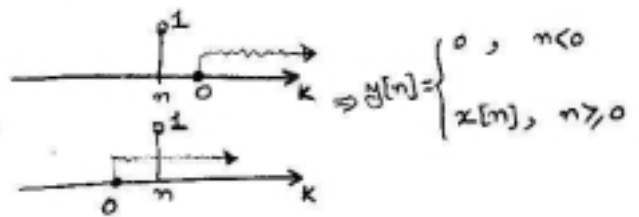
ورودی متعادل، خروجی ناپسند. بنابراین سیستم معکوس ناپذیر است.

- برای هر یک از سیستم های داده شده در ذیل ، تعیین کنید آیا سیستم پایدار - علی - خطی و نامتغیر با زمان است یا خیر ؟

a) $y[n] = \cos(\pi n) \cdot x[n]$

پایدار - علی - خطی - متغیر با زمان

b) $y[n] = x[n] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$



$\Rightarrow y[n] = x[n] \cdot u[n]$

پایدار - علی - خطی - متغیر با زمان

c) $y[n] = \sum_{k=n-1}^{\infty} x[k]$

ناپایدار - غیر علی - خطی - نامتغیر با زمان

e) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$

$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k] = x[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-k]$



$y[n] = x[n]$

پایدار - علی - خطی - نامتغیر با زمان

- رابطه بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ داده شده است.

$$y[n] = \text{odd}\{x[n+1]\}$$

تقریباً همیشه می‌توانیم خطی - نامتغیر با زمان - علی‌ارث ؟

$$\text{Even}(x[n]) = \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}x[-n]$$

$$\text{odd}(x[n]) = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[-n]$$

$$\Rightarrow y[n] = \text{odd}\{x[n+1]\} = \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[-(n+1)]$$

$$= \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[-n-1]$$

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[-n-1]$$

خطی - متغیر با زمان - غیر علی

متغیر با زمان بودن را اثبات می‌کنیم.

$$x[n] \rightarrow y[n] = \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[-n-1]$$

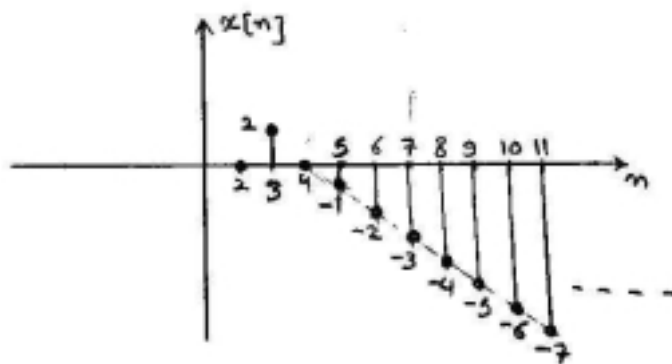
$$z[n] \rightarrow \frac{1}{2}z[n+1] - \frac{1}{2}z[-n-1] \rightarrow \frac{1}{2}x[n-n_0+1] - \frac{1}{2}x[-n-n_0-1]$$

$$z[n] = x[n-n_0] \Rightarrow z[n+1] = x[n+1-n_0] \neq y[n-n_0]$$

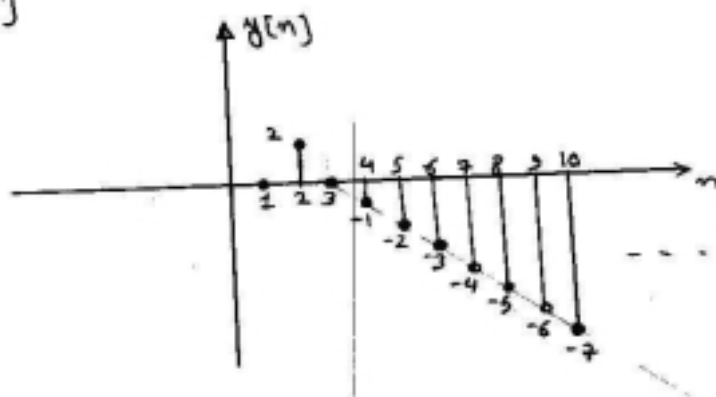
$$z[-n-1] = x[-n-1-n_0]$$

- سیگنال های زیر را ترسیم کنید.

$$a) x[n] = \begin{cases} 0 & , n < 2 \\ 2n-4 & , 2 \leq n < 4 \\ 4-n & , n \geq 4 \end{cases}$$

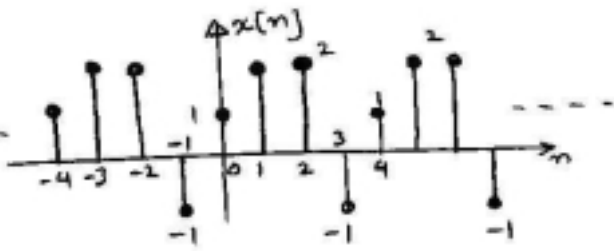


$$b) y[n] = x[n+1]$$



- سیگنال $x[n]$ داده شده است، مطلوب است رسم $y[n] = x[\frac{2}{3}n]$ را مشخص کنید.

دوره تناوب $y[n]$ را تعیین کنید.



$$x[n] \rightarrow N = 4$$

$$y[n] = x[\frac{2}{3}n] \Rightarrow$$

$$y[-3] = x[-2] = 2$$

$$y[-2] = x[-\frac{4}{3}] = 0$$

$$y[-1] = x[-\frac{2}{3}] = 0, \quad y[0] = x[0] = 1, \quad y[1] = 0$$

$$y[2] = 0$$

$$y[3] = x[2] = 2$$

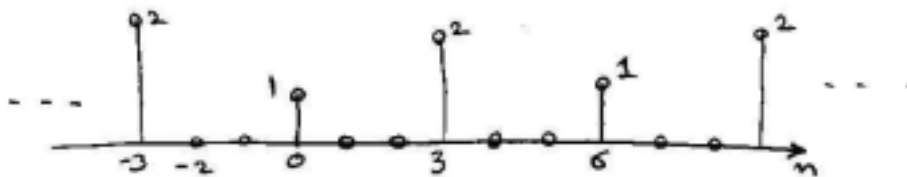
$$y[4] = 0$$

$$y[5] = 0$$

$$y[6] = x[4] = 1$$

$$y[7], y[8] = 0$$

$$y[9] = x[6] = 2$$



$$y[n] \rightarrow N = 6$$