فصل سوم : مدارهای تشدید و مبدل امپدانس

۳-۱- مقدمه

امپدانس یا ادمیتانس یک مدار RLC تابعی پیچیده از فرکانس است و غالباً ترکیبی از مؤلفه‌های مقاومتی (ترم حقیقی امپدانس یا ادمیتانس) و مؤلفه‌های واکنشی (ترم موهومی امپدانس یا ادمیتانس) است. قسمت موهومی امپدانس یا ادمیتانس بعضی از مدارات در یک یا چند فرکانس, صفر و حذف خواهد شد. چنین شرایطی که در آن امپدانس یا ادمیتانس فقط دارای قسمت حقیقی است را تشدید و فرکانس (یا فرکانسهایی) که در آن تشدید رخ می دهد را فرکانس تشدید می‌نامند. مداری با یک یا چند فرکانس تشدید را مدار رزونانس نامند.

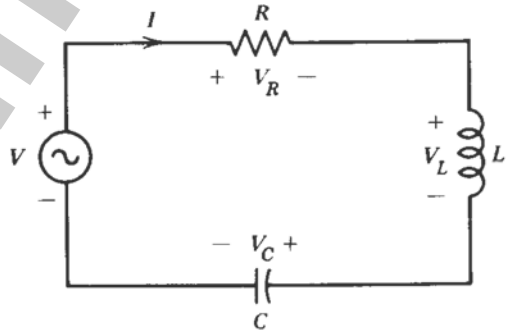
در مدارات عملی, فرکانسهای رزونانس بصورت گسسته و جدا از هم می‌باشند و در بالا و پایین فرکانس رزونانس ترم موهومی همانند ترم حقیقی موجود است. پارامتر مهم دیگری موسوم به فرکانس قطع در این مدارات بیان می‌شود که طبق تعریف فرکانسی است که در آن ترم حقیقی و موهومی امپدانس یا ادمیتانس با هم برابر می‌باشند. از اینرو, پهنای باند یا بعبارت دیگر فرکانس‌گزینی اینگونه مدارات بر اساس اختلاف بین فرکانس قطع پایین (قبل از فرکانس تشدید) و قطع بالا (بعد از فرکانس تشدید) بیان می‌گردد. پهنای باند مدار رابطه غیر مستقیمی با ضریب کیفیت مدار دارد, بعبارت دیگر با افزایش پهنای باند, فرکانس‌گزینی مدار یا ضریب کیفیت مدار کاهش می‌یابد و بالعکس.

مدارات RLC کاربرد گسترده‌ای در نوسان‌سازها و مدارات مخابراتی جهت جداسازی سیگنال مطلوب از سیگنال ناخواسته دارند. بعنوان نمونه, معمولا در رادیوهای FM و AM از مدار RLC برای تنظیم فرکانس رادیویی استفاده می‌شود, استفاده از خازنهای متغیر به ما امکان تغییر مقدار ظرفیت خازنی را در مدار می‌دهد و از این طریق تنظیم ایستگاههای رادیویی در فرکانسهای مختلف میسر می‌گردد. در بعضی موارد مدار RLC بگونه‌ای طراحی می‌گردد که در فرکانس رزونانس تطبیق امپدانسی بین منبع و بار صورت پذیرد تا از این طریق حداکثر توان سیگنال از منبع به بار انتقال یابد.

مدار RLC را مدار مرتبه دوم نیز می‌نامند, زیرا ولتاژ و یا جریان مدار را می‌توان بصورت معادلات دیفرانسیلی مرتبه دوم نشان داد.

۳-۲- تشدید سری (RLC سری)

شکل ۳-۱ یک مدار RLC سری را که توسط یک منبع ولتاژ راه‌اندازی شده است را نشان می‌دهد. مقاومت R ترکیبی از مقاومت بار و مقاومتهای سری شده با سلف یا منبع می‌باشد. بر این اساس امپدانس ورودی مدار برابر است با:



شکل۳-۱: مدار RLC سری تغذیه شده با منبع ولتاژ

www.noandishaan.com

$$Z(j\omega)=\frac{V}{I}=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})=R+jX=|Z|\angle\theta \qquad (۱-۳)$$

که در رابطه فوق

$$|Z|=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2} \qquad (۲-۳)$$

و

$$\theta=\tan^{-1}\frac{X}{R}=\tan^{-1}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}=\tan^{-1}\frac{\omega^2LC-1}{RC\omega} \qquad (۳-۳)$$

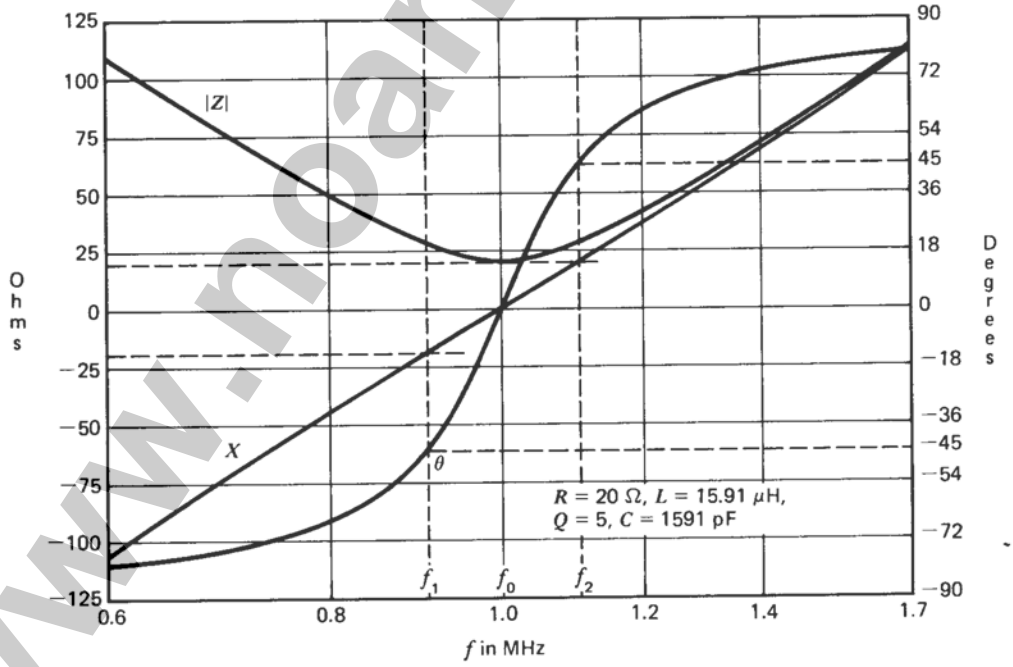
است. شکل ۳-۲ نمودار تغییرات اندازه و فاز امپدانس ورودی شکل ۳-۱ را بر حسب تابعی از فرکانس نشان می‌دهد.

همانطور که قبلا گفته شد در حالت تشدید, امپدانس ورودی مدار فقط دارای ترم حقیقی است و ترم موهومی آن برابر با صفر است. در حالتیکه ترم موهومی برابر با صفر باشد, با توجه به (۳-۳) اختلاف فاز امپدانس ورودی برابر با صفر است. از اینرو فرکانسی که در آن اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ورودی برابر با صفر باشد (ولتاژ و جریان همفاز باشند), فرکانس تشدید می‌باشد. با توجه به شکل ۳-۲ در فرکانسی که اختلاف فاز امپدانس ورودی برابر با صفر است, اندازه امپدانس کمترین مقدار خود را داراست که برابر با ترم مقاومتی مدار یا R است.

بر طبق (۳-۱) فرکانس تشدید زمانی رخ می‌دهد که قسمت موهومی برابر با صفر باشد. از اینرو

$$\omega_0L-\frac{1}{\omega_0C}=0\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\quad rad/s\quad,\quad f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\,Hz \qquad (۴-۳)$$

در صورت تغییر فرکانس و با فرض ثابت بودن ولتاژ وروری, با توجه به اینکه جریان و امپدانس ورودی با هم رابطه معکوس دارند, در فرکانس تشدید جریان ورودی, بیشترین مقدار خود را داراست. در شکل ۳-۲ دو فرکانس f_1 و f_2 نیز نشان داده شده اند, که آنها را بترتیب فرکانس قطع پایین و بالا می‌نامیم. به این فرکانس‌ها فرکانس نصف توان نیز می‌گویند. این فرکانسها نیز همانند فرکانس تشدید از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشند.



شکل ۳-۲: نمودار تغییرات اندازه و فاز امپدانس ورودی RLC سری بر حسب فرکانس

www.noandishaan.com

با توجه به اینکه توان تلف شده مقاومت در فرکانسهای قطع بالا و پایین ($P_{f1,f2}$) نصف این توان در فرکانس تشدید (P_{f0}) است, در نتیجه:

$$P_{f_0} = 2P_{f1,f2} \quad \rightarrow \quad RI_{f0}^2 = 2RI_{f1,f2}^2 \rightarrow \frac{V^2}{R^2} = 2\frac{V^2}{|Z|^2} \rightarrow |Z| = \sqrt{2}R \qquad (۵-۳)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که در فرکانسهای قطع, اندازه امپدانس ۱,۴ برابر مقدار مینیمم آن می‌باشد. با جایگزاری رابطه (۳-۲) در رابطه فوق داریم:

$$\sqrt{X^2 + R^2} = \sqrt{2}R \rightarrow R = X \qquad (۶-۳)$$

بنابراین در فرکانس قطع بالا و پایین, قسمت موهومی و حقیقی امپدانس ورودی با هم برابر و اختلاف فاز ورودی برابر با ۴۵ درجه است. با استفاده از رابطه (۳-۱) داریم:

$$R = (L\omega - \frac{1}{\omega C}) \quad \rightarrow \quad \omega^2 - \frac{R}{L}\omega - \frac{1}{LC} = 0 \qquad (۶-۳)$$

با حل رابطه فوق و بدست آوردن ریشه‌ها فرکانسهای قطع پایین و بالا بدست می‌آید:

$$\omega_{1,2} = \left| \frac{R}{2L} \mp \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 + \frac{1}{LC}} \right| \qquad (۷-۳)$$

پهنای باند مدار برابر با اختلاف بین فرکانس قطع بالا و پایین است, از اینرو:

$$B = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L} \quad Hz \qquad (۸-۳)$$

همانطور که قبلا بیان گردید, معمولا برای مشخص کردن فرکانس‌گزینی مدار از پارامتری موسوم به ضریب کیفیت Q استفاده می‌شود. در مدارات RLC سری ضریب کیفیت مدار در حالت تشدید از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{f_0}{B} \qquad (۹-۳)$$

بر اساس رابطه فوق در صورت ثابت ماندن فرکانس تشدید, با افزایش پهنای باند, ضریب کیفیت مدار کاهش می یابد.

* **نکته:** در مدار RLC سری و در فرکانس تشدید, ولتاژ خازن Q برابر ولتاژ منبع است.

مثال ۱: در مدار شکل ۳-۱ با فرض اینکه C=10nf, L=10mH, R=1kΩ باشد, مطلوبست تعیین مقادیر:

(الف) فرکانس تشدید

(ب) فرکانس قطع بالا و پایین و پهنای باند مدار

(ج) ضریب کیفیت مدار

(د) ولتاژ خازن در فرکانس تشدید به ازای ورودی $V_s = 1v$

حل)

الف)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10\times10^{-9}\times10\times10^{-3}}} = 10^5 \ rad/s \qquad or \qquad f_0 = 15.91 \ KHz$$

ب) بر اساس (۳-۷) داریم:

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\left| \frac{10^3}{2\times10^{-2}} \mp \sqrt{(\frac{10^3}{2\times10^{-2}})^2 + \frac{1}{10^{-8}\times10^{-2}}} \right| = \frac{1}{2\pi}\left| 5\times10^4 \mp \sqrt{0.25\times10^{10} + 10^{-10}} \right|$$

$$f_1 = 9.83 \ k\,Hz \ , \ f_2 = 25.76 \ k\,Hz \quad \rightarrow \quad B = f_2 - f_1 = 15.91k \ Hz$$

www.noandishaan.com

ج) با استفاده از (۳-۹) داریم:

$$Q=\frac{\omega L}{R}=\frac{10^5\times10^{-2}}{10^3}=1$$

د)
$$V_c=QV_s=1v$$

۳-۳- تشدید موازی (RLC موازی)

شکل ۳-۳، مداری متشکل از L، C و $G=1/R$ را که بصورت موازی بهم وصل شده‌اند را نشان می‌دهد. رزونانس موازی زمانی رخ می‌دهد که جریان و ولتاژ ورودی همفاز باشند. در اینحالت با توجه به موازی بودن المانها، استفاده از روابط ادمیتانسی معادلات را ساده‌تر می‌کند. برای محاسبه ادمیتانس ورودی داریم:

$$Y(j\omega)=\frac{1}{R}+j(\omega C-\frac{1}{L\omega}) \qquad (۱۰-۳)$$

با صفر قرار دادن ترم موهومی فرکانس تشدید بدست می‌آید. بنابراین

$$\omega_0 C-\frac{1}{L\omega_0}=0\rightarrow\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (۱۱-۳)$$

با جایگزاری (۳-۱۱) در (۳-۱۰) ادمیتانس مدار در فرکانس قطع بدست می‌آید:

$$Y(j\omega_0)=\frac{1}{R} \qquad (۱۲-۳)$$

برای محاسبه فرکانسهای قطع بالا و پایین، با مساوی قرار دادن ترم موهومی و حقیقی ادمیتانس داریم:

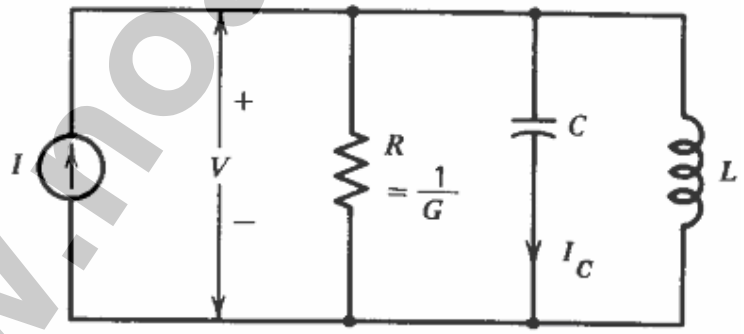
$$\frac{1}{R}=\omega C-\frac{1}{L\omega}\rightarrow\omega^2-\frac{1}{RC}\omega-\frac{1}{LC}=0$$

ریشه‌های معادله فوق فرکانسهای قطع بالا و پایین مدار می‌باشند. بنابراین:

$$\omega_{1,2}=\left|\frac{1}{2RC}\mp\sqrt{(\frac{1}{2RC})^2+\frac{1}{LC}}\right| \qquad (۱۲-۳)$$

با توجه به اینکه در فرکانس قطع ترم موهومی و حقیقی با هم برابر می‌باشند. در نتیجه:

$$Y(j\omega_{1,2})=\frac{1}{R}+j\frac{1}{R}\rightarrow\left|Y(j\omega_{1,2})\right|=\frac{\sqrt{2}}{R}=\sqrt{2}\,G\quad or\quad \left|Z(j\omega_{1,2})\right|=0.707\ R \qquad (۱۳-۳)$$



شکل ۳-۳: مدار RLC موازی

و با توجه به تعریف پهنای باند مدار خواهیم داشت:

$$B=f_2-f_1=\frac{1}{2\pi RC}\quad Hz \qquad (۱۴-۳)$$

در نتیجه ضریب کیفیت مدار برابر است با

www.noandishaan.com

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = RC\omega_0 \qquad (۱۵-۳)$$

* **نکته:** در فرکانس تشدید در مدار RLC موازی، جریان سلف، Q برابر جریان ورودی است.

مثال ۲: با فرض اینکه در شکل ۳-۳ مقادیر المانها بصورت زیر باشد. مطلوبست تعیین مقادیر

$$R = 1k\Omega, C = 10nF, L = 10mH$$

الف) فرکانس تشدید

ب) فرکانس قطع پایین و بالا و پهنای باند مدار

ج) ضریب کیفیت مدار

د) جریان خازن در فرکانس تشدید در صورتیکه $I = 2A$ باشد.

حل)

الف) با استفاده از (۳-۱۱) داریم:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2}\times10^{-8}}} = 10^5 \ rad/s \qquad or \qquad f_0 = 15.9 \ kHz$$

ب) براساس (۳-۱۲) داریم:

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\left|\frac{1}{2\times10^3\times10^{-8}} \mp \sqrt{\left(\frac{1}{2\times10^3\times10^{-8}}\right)^2 + \frac{1}{10^{-2}\times10^{-8}}}\right| \rightarrow f_1 = 9.7\,kHz, f_2 = 25.6\,kHz$$

در نتیجه پهنای باند مدار برابر است با:

$$B = f_2 - f_1 = (25.6 - 9.7)\,k\,Hz = 15.9\,kHz$$

ج) بر طبق (۳-۱۵) داریم:

$$Q = RC\omega_0 = 10^3\times10^{-8}\times10^5 = 1$$

د) با توجه به اینکه در فرکانس تشدید جریان خازن Q برابر جریان ورودی مدار است, در نتیجه:

$$I_C = QI = 2\,A$$

با مقایسه مثال ۲ و ۱ دیده می‌شود که به ازای المانهای یکسان پهنای باند دو مدار تشدید سری و موازی با هم برابر شده است, اما این امر فقط در صورتی میسر خواهد بود که رابطه زیر برقرار باشد.

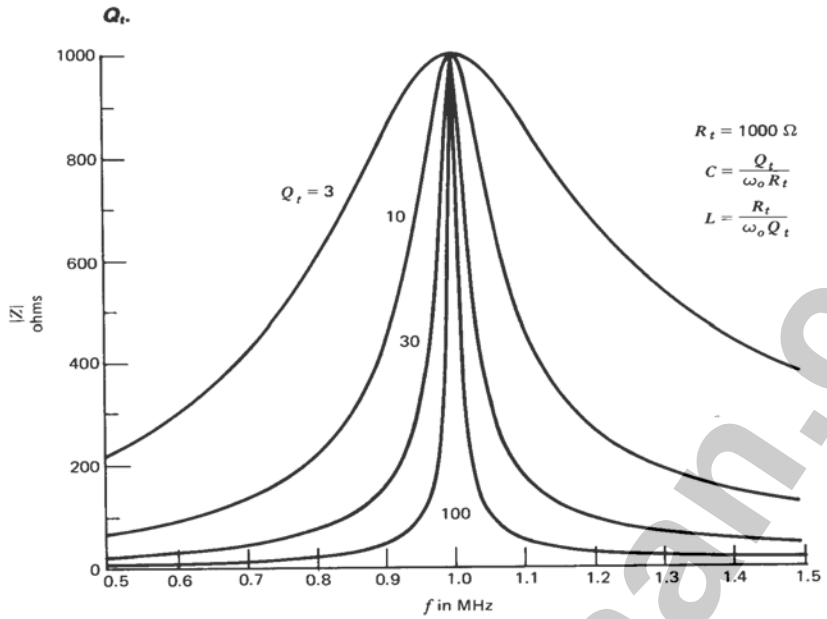
$$R = \sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (۱۶-۳)$$

در شکل ۳-۴ تغییرات اندازه امپدانس ورودی بر حسب تابعی از فرکانس نشان داده شده است. همچنین به ازای مقادیر دلخواه المانها, اثر تغییر ضریب کیفیت بر روی پهنای باند نیز آورده شده است.

۳-٤- تشدیدهای موازی با بارهای مقاومتی سری

در مدار شکل ۳-۲ اثر مقاومت داخلی سلف در نظر گرفته نشده است. از اینرو این مدار یک مدار کاربردی و عملی نیست. از طرف دیگر, در بسیاری از مدارات کاربردی بار خروجی می‌تواند ترکیبی از یک المان مقاومتی سری شده با سلف یا خازن باشد. بعنوان نمونه, مدل بکار رفته برای یک موتور شامل یک مقاومت سری شده با یک سلف است. با در نظر گرفتن این شرایط معادلات و رفتار فرکانسی اینگونه مدارات با مدارات شکل ۳-۲ کاملا تفاوت خواهد داشت. در این قسمت قصد داریم تا تاثیر عوامل فوق را بر روی پهنای باند مدار مورد بررسی قرار دهیم.

www.noandishaan.com



شکل ۳-۴: نمودار اندازه امپدانس ورودی مدار شکل ۳-۲ با مقادیر مختلف ضریب کیفیت

۳-٤-۱- مقاومت در شاخه سلفی (RL||C)

در مدار شکل ۳-۵ مقاومت R می‌تواند ترکیب سری شده مقاومت بار و مقاومت داخلی سلف باشد. در اینحالت ادمیتانس ورودی سیستم برابر است با:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + jL\omega} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{L\omega}{R^2 + (\omega L)^2}\right) \qquad (۱۷-۳)$$

در حالت تشدید, با شرط همفاز بودن جریان و ولتاژ و بعبارت بهتر صفر بودن ترم موهومی, فرکانس تشدید بدست می‌آید. بنابراین:

$$\omega_0 C - \frac{L\omega_0}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0 \rightarrow \omega_0 = \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}\right)^{1/2} \quad rad/s \qquad (۱۸-۳)$$

با جایگزاری این مقدار در (۳-۱۷) ادمیتانس و امپدانس تشدید بدست خواهد امد. از اینرو

$$Z(j\omega_0) = \frac{1}{Y(j\omega_0)} = \frac{L}{RC} = R_t \qquad (۱۹-۳)$$

در صورتیکه ضریب کیفیت مدار در حالت تشدید بصورت زیر بیان گردد:

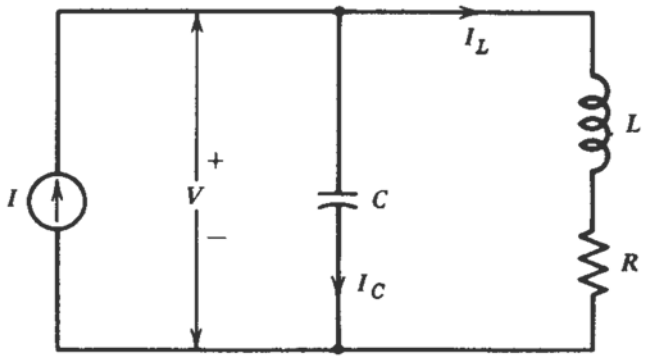
$$Q_t = \frac{\omega_0 L}{R} = \left(\frac{L}{R^2 C} - 1\right)^{1/2} \qquad (۲۰-۳)$$

روابط بسیار مهمی را می‌توان بر حسب ضریب کیفیت بدست آورد. رابطه

$$R_t = \frac{L}{CR} = R(Q_t^2 + 1) \qquad (۲۱-۳)$$

نشان دهنده خاصیت ضرب کننده امپدانسی مدار است. در تشدید مقاومت کوچک R به مقاومت پایانه بزرگتر R_t انتقال می‌یابد و بالعکس. این خاصیت با استفاده از مثال زیر بهتر توصیف خواهد شد.

www.noandishaan.com



شکل ۳-۵: یک مدار LC موازی عملی

مثال ۳: به کمک مدار نشان داده شده در شکل ۳-۵ مداری طراحی کنید تا بتواند در فرکانس $f_0 = 2\times10^8\,Hz$ بار ۵۰ اهمی (R) را به بار ۱۳۰۰ اهمی (R_t) تبدیل نماید.

حل) اولین قدم برای حل این مسئله بدست آوردن Q_t مناسب است. با استفاده از (۳-۲۱) داریم:

$$Q_t^2 + 1 = \frac{R_t}{R} = \frac{1300}{50} = 26 \rightarrow Q_t = 5$$

با استفاده از (۳-۲۰) مقادیر L و C را بدست می‌آوریم.

$$C = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} = \frac{5}{4\pi\times10^8\times1300} = 3.06\,pF$$

$$L = RCR_t = 50\times3.06\times10^{-12}\times1300 = 0.2\,\mu H$$

۳-٤-۲- مقاومت در شاخه خازنی (RC||L)

این مدار که در شکل ۳-۶ نشان داده شده است دارای کاربردهای فراوانی می‌باشد. در این مدار خازن دارای مقاومت داخلی R است و از اثر مقاومت داخلی سلف در مقابل R صرفنظر شده است. امپدانس ورودی مدار برابر است با:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} - j\frac{1}{L\omega} = \frac{j\omega C}{1+jRC\omega} - j\frac{1}{L\omega} \qquad (۳-۲۲)$$

$$= \frac{RC^2\omega^2}{1+(RC\omega)^2} + j\left(\frac{\omega C}{1+(RC\omega)^2} - \frac{1}{L\omega}\right)$$

برای محاسبه فرکانس تشدید بایستی

$$\frac{\omega_0 C}{1+(RC\omega_0)^2} - \frac{1}{L\omega_0} = 0 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC-R^2C^2}} \qquad (۳-۲۳)$$

با جایگزاری مقدار فوق در (۳-۲۲) امپدانس تشدید بدست می‌آید:

$$Z(j\omega_0) = R_t = \frac{1}{Y(j\omega_0)} = \frac{L}{CR} \qquad (۳-۲۴)$$

با توجه به تعریف ضریب کیفیت مدار داریم:

$$Q_t = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{R_t}{\omega_0 L} \qquad (۳-۲۵)$$

می‌توان رابطه امپدانس خروجی مدار در حالت تشدید را بر حسب مقاومت داخلی R و ضریب کیفیت مدار بیان نمود. بنابراین:

www.noandishaan.com

$$R_t = (1+Q_t^2)R \qquad (۲۶-۳)$$

این مدار نیز همانند مدار بخش قبل بعنوان یک مبدل امپدانسی عمل می‌کند و نحوه طراحی مدار مشابه قبل است.

۳-۵- تبدیلات سری به موازی مدارات RL و RC

در بسیاری از مباحث مدارات تشدید, استفاده از مدارات RL یا RC موازی با مدار معادل سری آنها و بالعکس امری مطلوب است. مقادیر معادل R, L و یا C پارامترهای وابسته به فرکانس هستند؛ از اینرو این روابط فقط در حول و حوش فرکانس رزونانس و برای مدارات با پهنای باند کم مفید است. در ادامه روابط مفید مربوط به این بخش آورده شده است. در اینجا پارامتر $Q_p = R_p / X_p$ ضریب کیفیت ترکیب سری R و C یا L است.

۳-۵-۱- تبدیل RC سری به موازی و بالعکس

در ابتدا با تعریف ضریب کیفیت سری و موازی برای مدارات RC داریم:

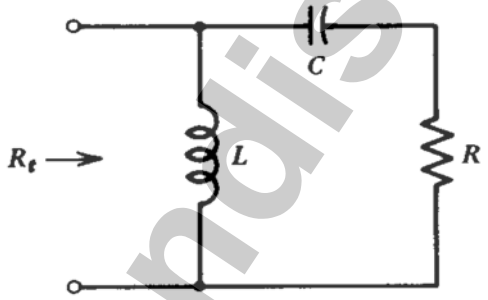
$$Q_s = \frac{1}{R_s C_s \omega} \qquad (۲۷-۳)$$

$$Q_p = R_p C_p \omega$$

برای تبدیل RC سری به موازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$R_{pe} = R_s(1+Q_s^2) \qquad (۲۸-۳)$$

$$C_{pe} = C_s\left(\frac{Q_s^2}{Q_s^2+1}\right) \qquad (۲۹-۳)$$



شکل ۳-۶: مدار LC سری با مقاومت در شاخه خازنی

و برای تبدیل RC موازی به سری داریم:

$$R_{se} = \frac{R_p}{1+Q_p^2} \qquad (۳۰-۳)$$

$$C_{se} = C_p\left(\frac{Q_p^2+1}{Q_p^2}\right) \qquad (۳۱-۳)$$

۳-۵-۲- تبدیل RL سری به موازی و بالعکس

ضریب کیفیت مدارات RL سری و موازی بصورت زیر بیان می شود:

$$Q_s = \frac{\omega L_s}{R_s} \qquad (۳۲-۳)$$

$$Q_p = \frac{R_p}{\omega L_p}$$

برای تبدیل مدار RL سری به موازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$R_{pe} = R_s(1+Q_s^2) \qquad (۳۳-۳)$$

www.noandishaan.com

$$L_{ps} = L_s\left(\frac{Q_s^2+1}{Q_s^2}\right) \quad (۳۴-۳)$$

و برای تبدیل RL موازی به سری داریم:

$$R_{se} = \frac{R_p}{1+Q_p^2} \quad (۳۵-۳)$$

$$L_{se} = L_p\left(\frac{Q_p^2}{1+Q_p^2}\right) \quad (۳۶-۳)$$

۳-۶- مدارات تشدید با سر وسط

مدارات تشدید شکل ۳-۵ و ۳-۶ دارای درجه آزادی کمی برای طراحی می‌باشند, زیرا با توجه به مشخص بودن R و R_t ضریب کیفیت مدار مشخص است. در اینجا بدنیال راهی هستیم تا به کمک آن بتوانیم پهنای باند مدار را مستقل از نسبت تبدیل مقاومتها کنیم. یکی از روشهای حل این مشکل استفاده از دو خازن یا دو سلف سری است که, همانگونه که در شکل ۳-۷ نشان داده شده است, مقاومت پایین‌تر با یکی از آنها موازی شده است. این مدارات کاربرد بسیار زیادی در نوسان‌سازها و تقویت‌کننده‌های فرکانس بالا با پهنای باند کم دارند. اگرچه این مدار از درجه آزادی بیشتری برای طراحی برخوردار است, اما معادلات طراحی سخت‌تر خواهد شد. از آنجاییکه این مدارات در کاربردهایی با پهنای باند کم بکار گرفته می‌شوند, بنابراین استفاده از روابط تقریبی تا اندازه‌ای پیچیدگی محاسباتی را کاهش می‌دهد.

۳-۶-۱- مدار تشدید با خازن سر وسط

مدار شکل ۳-۸ کاربرد بسیار زیادی در نوسان‌سازهای کولپیتس دارد. در طراحی اینگونه از مدارات مقادیر R_2, R_t, فرکانس تشدید f_0, و پهنای باند B مشخص است و مقادیر C_1, C_2 و L بایستی تعیین گردد. با استفاده از تبدیلات موازی به سری, خازن معادل C_1 و C_{se} از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C = \frac{C_1 C_{se}}{C_1 + C_{se}} \quad (۳۷-۳)$$

قبل از هر چیر بایستی ضریب کیفیت مدار $(Q_t = f_0 / B)$ بیشتر از ۱۰ باشد. در اینصورت مراحل طراحی بصورت زیر می‌باشد:

۱- یافتن L و C معادل مدار

$$C = \frac{1}{2\pi B R_t} \quad (۳۸-۳)$$

$$L \approx \frac{1}{\omega_0^2 C} \quad (۳۹-۳)$$

۲- نسبت تبدیل بصورت زیر بیان می گردد:

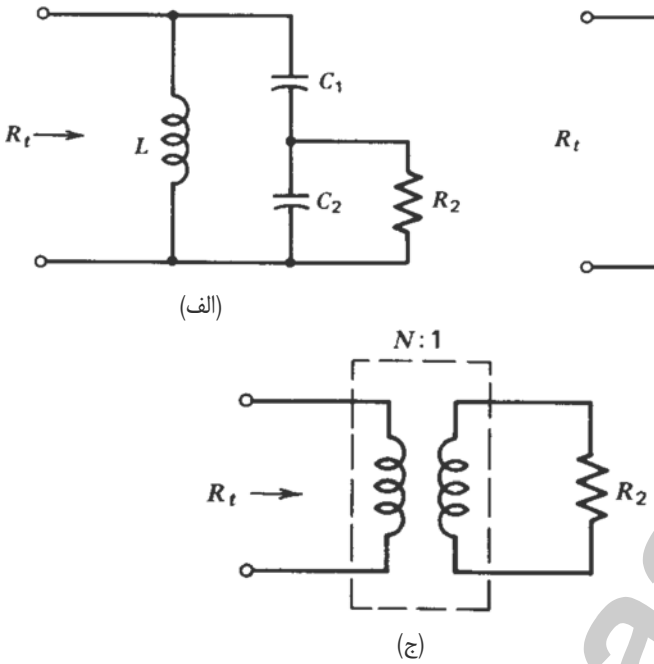
$$N^2 = (R_t / R_2) \quad (۴۰-۳)$$

۳- با تعریف $Q_p = Q_t / N$ در صورتیکه

۳-۱- $Q_p < 10$ باشد, مقدار صحیح آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q_p \approx \left(\frac{Q_t^2}{N^2} - 1\right)^{1/2} \quad (۴۱-۳)$$

www.noandishaan.com



شکل ۳–۷: (الف) مدار خازنی با سر وسط (ب) مدار معادل برای شاخه خازنی (ج) مدار معادل مبدل ایده‌ال

و

$$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_2} \rightarrow C_{se} = \frac{C_2(Q_p^2+1)}{Q_p^2} \qquad (۴۲–۳)$$

$$C_1 = \frac{C_{se}C}{C_{se}-C} \qquad (۴۳–۳)$$

۳–۲– $Q_p > 10$ باشد, با استفاده از روابط تقریبی داریم:

$$C_2 = NC \qquad (۴۴–۳)$$

$$C_1 = \frac{C_2}{N-1} = \frac{N}{N-1}C \qquad (۴۵–۳)$$

مثال ٤: با استفاده از مدار خازن با سر وسط یک شبکه تطبیق برای تبدیل مقاومت بار $R_2 = 400\Omega$ به $R_t = 40\,k\Omega$ در فرکانس $f_0 = 5MHz$ با پهنای باند $B = 100kHz$ طراحی کنید.

حل)

$$Q_t = \frac{5M}{100k} = 50 > 10$$

$$C = \frac{1}{2\pi B R_t} = \frac{1}{2\pi \times 10^5 \times 4\times 10^4} = 39.8\ pF$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{\left(2\pi \times 5\times 10^6\right)^2 \times 39.8\times 10^{-12}} = 25.45\ \mu H$$

$$N^2 = {R_t}/{R_2} = {40000}/{400} = 100 \rightarrow N = 10$$

$$Q_p = {Q_t}/{N} = {50}/{10} = 5 < 10$$

با توجه به اینکه $Q_p < 10$ می باشد بایستی از (۳–۴۱) تا (۳–۴۳) استفاده شود. بنابراین:

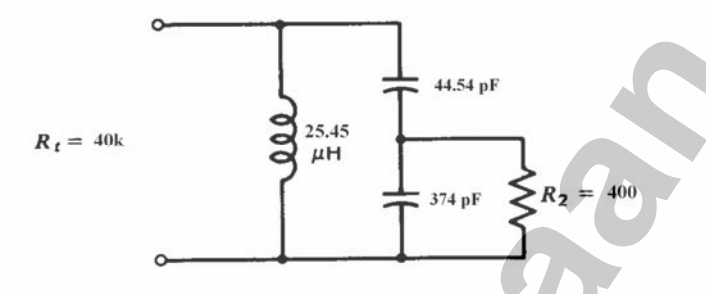
www.noandishaan.com

$$Q_p = \sqrt{\left(\frac{Q_t}{N}\right)^2 - 1} = \sqrt{5^2 - 1} \approx 4.9$$

$$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_2} = \frac{4.9}{2\pi \times 5 \times 10^6 \times 400} = 390\ pF \rightarrow C_s = \frac{C_2 Q_p^2}{1+Q_p^2} = 390^p\ \frac{24}{25} = 374\ pF$$

$$C_1 = \frac{C_{se} C}{C_{se} - C} = \frac{374 \times 39.8}{374 - 39.8} = 44.54\ pF$$

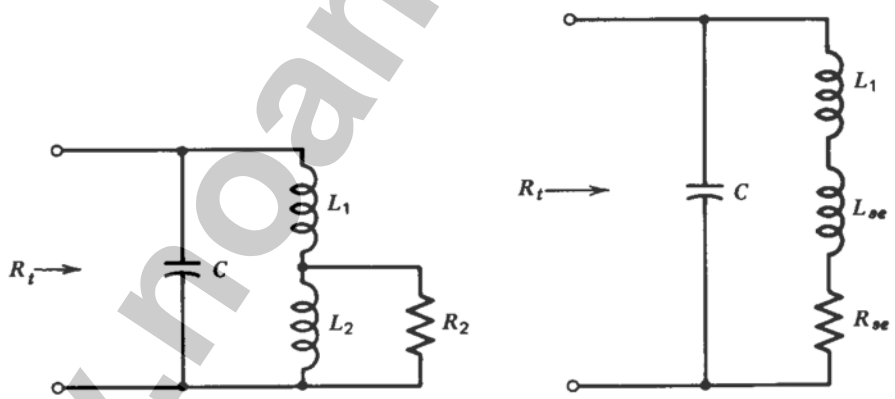
شبکه طراحی شده در شکل ۳-۸ نشان داده شده است.



شکل ۳-۸: مدار تشدید با خازن سر وسط طراحی شده مثال ۴

۳-۶-۲- مدار تشدید با سلف سر وسط

با فرض اینکه $Q_t \geq 10$ باشد, می‌توان از مدار تشدید با سلف سر وسط, همانگونه که در شکل ۳-۹ نشان داده شده است, بعنوان یک مبدل امپدانسی استفاده نمود. مقاومت داخلی سلف جزئی و قابل صرفنظر است. در اینحالت با استفاده از داده‌های مسئله ضریب کیفیت محاسبه می‌شود که بایستی بزرگتر از ۱۰ باشد. سپس با استفاده از روابط (۳-۳۸), (۳-۳۹) و (۳-۴۰) مقادیر خازن و سلف معادل و نسبت تبدیل محاسبه می‌شود.



شکل ۳-۹: مدار تشدید با سلف سر وسط و معادل آن

همانند قسمت قبل با تعریف $Q_p = Q_t / N$ در صورتیکه

۱- $Q_p < 10$ باشد

$$Q_p = \sqrt{\left(\frac{Q_t}{N}\right)^2 - 1} \qquad (۴۶-۳)$$

www.noandishaan.com

$$L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p} \rightarrow L_{se} = L_2 \frac{Q_p^2}{1+Q_p^2} \quad (۴۷-۳)$$

$$L_1 = L - L_{se} \quad (۴۸-۳)$$

۲- $Q_p > 10$ باشد

$$L_2 = \frac{L}{N} \quad (۴۹-۳)$$

$$L_1 = L - L_2 \quad (۵۰-۳)$$

مثال ۵: مدار مثال ۴ را با استفاده از مدار تشدید با سلف سر وسط طراحی کنید.

حل) مقادیر ضریب کیفیت, خازن و سلف معادل و نسبت تبدیل مشابه با مثال قبل است. با توجه به اینکه $Q_p < 10$ است, بنابراین:

$$Q_p = 4.9 \rightarrow L_2 = \frac{40 \times 10^3}{2\pi \times 10^6 \times 400} = 1.95\ nH, L_{se} = 1.87\ nH$$

$$L_2 = L - L_{se} = 25.45\mu - 1.87n \approx 25.45\mu H$$

www.noandishaan.com