

مثالهایی از شبیه‌سازی

۲

هدف این فصل ارائه مثالهای متعددی از شبیه‌سازی است که مستقیماً، یعنی بدون استفاده از کامپیوتر قابل اجرا باشد. مثالهایی از این قبیل شناخت مناسبی از روش شبیه‌سازی سیستمهای گسسته و تجزیه و تحلیل آن در اختیار خواننده قرار می‌دهد. با ارائه مثالهای شبیه‌سازی در این مرحله از شروع کتاب، خواننده ارزش بسیاری از نکات ظریفی را که در فصلهای بعد ارائه می‌شوند خواهد دانست. شبیه‌سازیهای این فصل با برپاشتن سه گام زیر انجام می‌شود:

۱. ویژگیهای هر یک از ورودیهای شبیه‌سازی را تعیین کنید. در اکثر موارد، این‌گونه ویژگیها می‌تواند در قالب توزیهای پیوسته یا گسسته احتمال مدلسازی کرد.

۲. یک جدول شبیه‌سازی ایجاد کنید. هر سئله شبیه‌سازی جدول شبیه‌سازی خاصی خود را دارد. زیرا هر جدول برای هدف خاصی ایجاد می‌شود. جدول ۱-۲ مثالی از جدول شبیه‌سازی است. در این مثال تعداد ورودیها، $n=10$ ، مسأله m است، یعنی $m=10000$ و به ازای هر تکرار $n=10000$ ، یک پاسخ n وجود دارد.

۳. در ترتیب نام تکرار، مقارن برای هر یک از m ورودی تولید و تابع محاسبه‌کننده مقدار پاسخ n را ارزیابی کنید. این گام با نمونه‌گیری از توزیهای تعیین شده در گام ۱ اجرا می‌شود.

شبیه‌سازی ارزیابی تیروند است که می‌توان آن را به منظور تحلیل بسیاری از مسائل پیچیده به‌کار برد. اما پیش از آنکه شبیه‌سازی به‌عنوان راه حل برگزیده شود، باید هرگز پیش ممکن برای حل ریاضی مسأله، احیاناً با مدل‌های ریاضی موجود برای مسأله صنف یا شاید با نظریه کنترل موجودی و ... به‌عمل آید. ساختن مدل شبیه‌سازی ممکن است عملی و تکنیکر باشد و اگر راه‌حل بستاری موجود باشد، ممکن است بسیار کم‌زیرتر از شبیه‌سازی باشد.

کند و به صف انتظار ملحق شود یا به محل دریافت خدمت برود، هیچ‌گونه تغییری در آهنگ ورود سایر متقاضیان باز نماند خدمت بومی نخواهد داد. به علاوه، در این سیستم، ورودها هر بار یکی و آن نیز به صورت تصادفی رخ می‌دهد و اگر واردشگان به صف انتظار ملحق شوند، سرانجام خدمت دریافت خواهند کرد. در ضمن، مدت‌های خدمت‌های تصادفی است و در قالب توزیع احتمالی تعیین می‌شوند که با گذشت زمان بدون تغییر می‌ماند. ظرفیت سیستم نیز نامحدود است. (سیستم واحد در حال دریافت خدمت و آنهایی که در صف انتظارند را در بر می‌گیرد) سوابق، متقاضیان به ترتیب ورود (الغلب مشهور به FIFO) از یک خدمت‌دهنده یا مجرا خدمت می‌گیرند. ورودها و خدمت‌دهنده‌ها با توزیع‌های مدت بین دو ورود و مدت‌های خدمت‌دهی مشخص می‌شوند. به طور کلی، آهنگ مؤثر ورود باید از ماکسیمم آهنگ خدمت‌دهی کمتر باشد. اگر به طول صف انتظار به طور نامحدود افزایش می‌یابد، هرگاه صفها به طور نامحدود رشد کنند، آنها را «ناقطه‌زایی» یا «ناپایدار» می‌نامند. وضعیت سیستمی مربوط به آهنگ‌های ورودی است که در دوره‌های زمانی کوتاهی بیش از آهنگ‌های خدمت‌دهی باشد، اما چنین وضعیتی پیچیده‌تر از آن است که در این فصل تشریح شد.

پیش از معرفی چند شبیه‌سازی از سیستم‌های صف، درک مفاهیم حالت سیستم، پیشامدها و ساعت شبیه‌سازی لازم است. حالت سیستم، تعداد حاضران در سیستم و وضعیت خدمت‌دهنده، از لحاظ مشغول بودن یا بیکار بودن است. پیشامد مجموعه شرایطی است که موجب تغییری لحظه‌ای در حالت سیستم می‌شود. در مساله یک مجرای صف، تنها دو پیشامد ممکن است حالت سیستم را تغییر دهد. این دو پیشامد ورود یک واحد (پیشامد ورود) و پیشامد تکمیل خدمت‌دهی به یک واحد (پیشامد ترک) است. سیستم صف در برگیرنده خدمت‌دهنده، واحد در حال خدمت‌دهی (اگر واحدی در حال خدمت‌گیری باشد)، و آماد حاضر در صف (اگر در صف واحدی باشد) است.

اگر خدمت‌دهی تازه کامل شده باشد، شبیه‌سازی مطابق واگرام جریان که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است ادامه می‌یابد. توجه کنید که خدمت‌دهنده در شکل ۲-۴ تنها دو وضعیت دارد: یا مشغول یا بیکار است.

پیشامد دوم هنگامی روی می‌دهد که یک متقاضی به سیستم وارد شود. در واگرام چنین موردی در شکل ۲-۴ نشان داده شده است. متقاضی وارد شده ممکن است خدمت‌دهنده را بیکار یا مشغول بیابد. بنابراین، با هر خدمت‌دهنده وارد می‌شود یا بدین منظور به صف ملحق می‌شود. اقدام متقاضی در مورد متقاضی ورود به سمت به شرح شکل ۲-۴ اعمال می‌شود. اگر خدمت‌دهنده مشغول باشد، متقاضی به صف وارد می‌شود. اگر خدمت‌دهنده بیکار و صف خالی باشد، متقاضی به خدمت‌دهنده وارد می‌شود. این امر غیر ممکن است که خدمت‌دهنده بیکار و صف غیر خالی باشد.

با اتمام کردن خدمت‌دهی ممکن است خدمت‌دهنده بیکار شود یا با خدمت‌دهی به متقاضی بعدی همچنان مشغول بماند. شکل ۲-۵ رابطه این دو نتیجه با وضعیت صف را نشان می‌دهد. اگر

جدول ۱-۴ جدول شبیه‌سازی.

دلتان	ورودها				پایخ
تکرار	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{in}	(n_i)
۱					
۲					
۳					
⋮					
n					

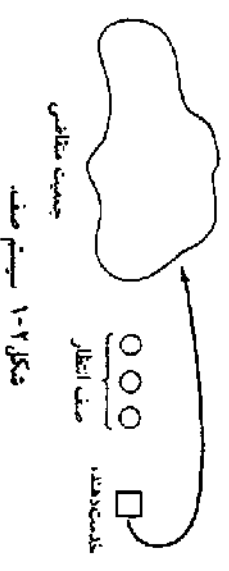
در این فصل، مثال‌های بسیار درباره شبیه‌سازی ارائه می‌کنیم. دو زمینه نخست کاربرد به مدل‌های صف کنترل موجودی مربوط‌اند. شبیه‌سازی در حل مسائل واقعی موجود در این حوزه بسیار سودمند واقع شده است. برای اینکه خواننده موقت به کسب شناختی از شرایط ایجادکننده این مسائل شود، توضیحی مقدماتی ارائه می‌کنیم. سپس، در فصل‌های ۵ و ۶ مدل‌های صف و سیستم‌های مربوط به موجودی را با تفصیل بیشتری شرح می‌دهیم.

در این فصل، مثال‌های جالب دیگری نیز عرضه می‌کنیم. اولین آنها مسائلی مربوط به بانکی استریمینگ دیگری که کاربرد شبیه‌سازی در آن سودمند واقع شده است. مثال دیگری نیز وجود دارد که مفهوم اعداد تصادفی زمان را عرضه می‌دارد. سرانجام، مثالی نیز در زمینه تعیین تقاضای در جهت تحویل ارائه می‌کنیم.

۱-۲ شبیه‌سازی سیستم‌های صف

سیستم صف با جمعیت متقاضی، چگونگی ورود و خدمت‌دهی، ظرفیت سیستم و نظام صف مشخص می‌شود. این ویژگی‌های سیستم صف را به تفصیل در فصل ۵ شرح دادیم. یک سیستم ساده صف در شکل ۱-۲ نمایش داده شده است.

در این سیستم، جمعیت متقاضی نامحدود است؛ یعنی، اگر یک نفر، جمعیت متقاضی را ترک



وضعیت صف		وضعیت صف	
خالی	غیرخالی	خالی	غیرخالی
نامشکی	یکبار	نامشکی	یکبار

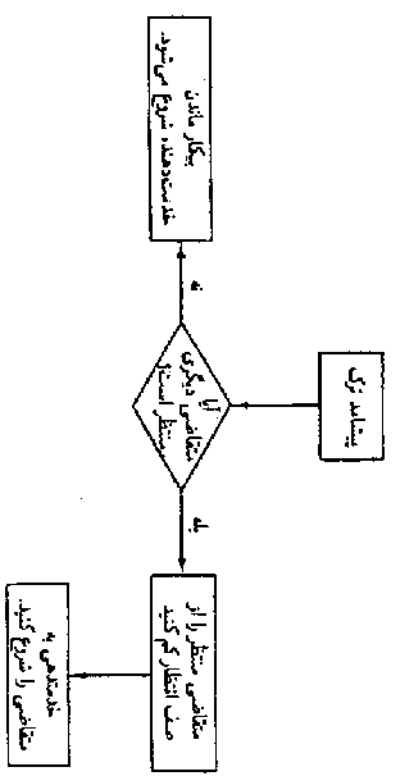
شکل ۲-۵- وضعیت خدمت‌دهنده پس از تکمیل خدمت‌دهی.

صف خالی نباشد، متقاضی دیگری به خدمت‌دهنده می‌رسد و خدمت‌دهنده مشغول می‌ماند. اگر صف خالی باشد، پس از کامل کردن خدمت‌دهی، خدمت‌دهنده بیکار خواهد شد. این دو امکان با پهنهای سایه‌خورده شکل ۲-۵ نشان داده شده است. با کامل شدن هر خدمت‌دهی، اگر صف خالی باشد، امکان ندارد که خدمت‌دهنده مشغول بماند. همچنین، پس از کامل شدن خدمت‌دهی، اگر صف خالی نباشد، امکان ندارد که خدمت‌دهنده بیکار بماند.

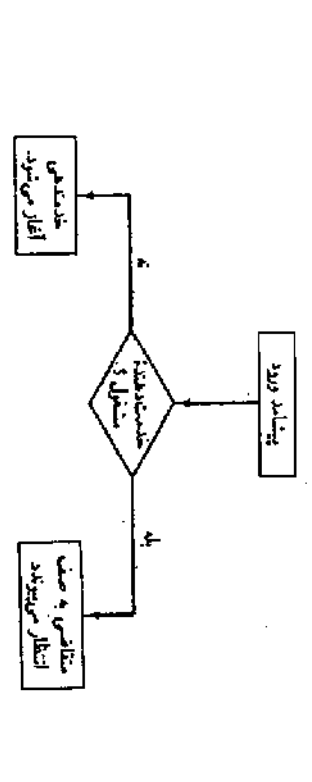
ایک باید دید که پهنادهای پیش‌گفته چگونه با گذشت زمان شیهسازی رخ می‌دهد. به‌طورکلی، شیهسازی سیستمهای صف ناظر به نگهداری نهرستی از پهنادهاست تا آنچه را که در زمانهای بعد رخ می‌دهد تعیین کند. این فهرست مورف زمانهای رخ دادن انواع پهنادهای گوناگون مربوط به هر یک از افراد حاضر در سیستم است. زمانگیری با وساعتی که مشخص‌کننده رخ دادن پهنادها با گذشت زمان است انجام می‌شود. معمولاً در شیهسازی، پهنادها به‌طور تصادفی روی می‌دهند. تصادفی بودن تقلیدی از زندگی واقعی است که عدم اطمینان را نشان می‌دهد. مثلاً، به‌طور قطع معلوم نیست که چه موقع مشتری بعدی برای ترک فروشگاه مواد غذایی، به صندوق فروشگاه مراجعه می‌کند، یا قطعا معلوم نیست که چقدر طول می‌کشد تا کارمند باجه بانک، تبت یک تپل و انتقال عالی را به انجام برساند.

مورفی عامل تصادف مورد نیاز برای تقلید زندگی واقعی، با استفاده از اعداد تصادفی به سیر است. اعداد تصادفی به‌طور بکرواخت و مستقل در فاصله (۰، ۱) توزیع می‌شود. ارقام تصادفی نیز به‌طور بکرواخت روی مجموعه (۰، ۱، ۰۰۰، ۰) توزیع می‌شود. در تولید اعداد تصادفی می‌توان با کنار هم قرار دادن ارقام تصادفی به تعداد مناسب و نوشتن سیز در سمت چپ عدد بدست آمده به مقصود رسید. تعداد مناسب ارقام را وقتی تعیین می‌کنند که داده‌های مصرفی به‌نیاز ورودی باید از آن برخوردار باشند. اگر توزیع داده‌ها متفاوتی با دو رقم اعتبار داشته باشد، از جدول ارقام تصادفی (مثل جدول ۱) دو رقم می‌گیریم و برای ایجاد عدد تصادفی، در سمت چپ آن سیز می‌گذاریم.

اعداد تصادفی را تولید هم می‌توان کرد. هرگاه اعداد با استفاده از شیوای از قبل تعیین شده تولید شوند، به آنها اعداد شبه تصادفی می‌گویند. چون روش تولید معلوم است، همواره می‌توان پیش از شیهسازی دانست که دنباله این اعداد کدام است. روشهای مختلف تولید اعداد تصادفی را در فصل ۷ بررسی کرده‌ایم.



شکل ۲-۳- دیاگرام جریان مربوط به خدمت‌دهی تازه تکمیل شده.



شکل ۲-۴- دیاگرام جریان ورود به سیستم.

وضعیت صف		وضعیت صف	
خالی	غیرخالی	خالی	غیرخالی
ورود به صف انتظار	ورود به صف غیرمنتظره	ورود به صف انتظار	ورود به صف غیرمنتظره

شکل ۲-۴- عملیات تصور به هنگام ورود یک متقاضی.

پسگانه‌اند، این مقدار به‌ترین صورت قابل تولیدند که اعداد یک تا چهار را بر مهربانی می‌توسیم و با چاشنی آنها را از کلاهی بیرون می‌آوریم و ثبت می‌کنیم. چاه، برای شیما سازی سیستم تک مجرایی صف باید مدت‌های بین دو ورود و مدت‌های خدمت‌های را به هم مرتبط کرد. همچنانکه جدول ۴-۲ نشان می‌دهد، اولین مشتری در زمان صفر وارد و خدمت‌های به او که نیازمند دو دقیقه وقت است، بلافاصله شروع می‌شود. خدمت‌های در زمان ۲ کامل می‌شود. مشتری دوم در زمان ۲ وارد و کار او در زمان ۳ تمام می‌شود. توجه کنید که مشتری چهارم در زمان ۷ وارد شده است ولی خدمت‌های را تا زمان ۹ نمی‌توان شروع کرد. زیرا خدمت‌های به مشتری ۳ تا زمان ۹ تمام نشده است.

جدول ۴-۲ مشخصاً برای مسئله‌ی تک مجرایی صف طراحی شده است که به مشتریان بر اساس ترتیب ورود به سیستم خدمت می‌دهد. در این جدول بر اساس ساعت شیما سازی، حساب زمان رخداد هر پیشامد ثبت شده است. در ستون دوم جدول ۴-۲ زمان هر پیشامد ورود ثبت شده است. در حالی‌که در ستون آخر، زمان هر پیشامد، یکی ثبت شده است. رخ دادن این دو پیشامد با رعایت ترتیب زمانی در جدول ۵-۲ و شکل ۶-۲ نشان داده شده است.

باید توجه داشت که جدول ۵-۲ بر اساس ساعت شیما سازی تنظیم شده است و ممکن است پیشامدها در آن لزوماً برحسب شماره مشتری مرتب نشده باشد. مرتب کردن پیشامدها برحسب زمان که آن را در فصل ۳ تشریح کردیم، اساس شیما سازی پیشامدهای گسسته را تشکیل می‌دهد. شکل ۶-۲ تعداد مشتری حاضر در سیستم را در زمان‌های مختلف شیما سازی نشان می‌دهد. در واقع، این شکل نمایش تصویری فهرست مندرج در جدول ۵-۲ است. مشتری ۱ از زمان صفر تا ۲ در سیستم حاضر است. مشتری ۲ در زمان ۲ به سیستم وارد و در زمان ۳ از سیستم خارج می‌شود. از زمان ۳ تا ۴ مشتریانی در سیستم نیستند و در برخی دوره‌ها دو مشتری در سیستم حاضرند؛ مانند زمان ۸ که مشتریان ۳ و ۴ در سیستم حاضرند. زمان‌هایی نیز وجود دارد که پیشامدها با هم رخ می‌دهند؛ مثل زمان ۹ که مشتری ۳ سیستم را ترک می‌کند و مشتری ۵ به آن وارد می‌شود.

جدول ۴-۲ جدول شیما سازی با تأکید بر اینکه زمانها بر اساس ساعت شیما سازی باشد.

مشتری	زمان ورود	زمان شروع خدمت	مدت خدمت‌های	زمان پایان خدمت‌های
۱	۰	۰	۲	۲
۲	۲	۲	۱	۳
۳	۶	۶	۳	۹
۴	۷	۹	۲	۱۱
۵	۹	۱۱	۱	۱۲
۶	۱۵	۱۵	۲	۱۷

در مسئله تک مجرایی صف، مدت‌های بین دو ورود و مدت‌های خدمت‌های بر اساس توزیع‌های این مخزن‌های تصادفی تعیین (تولید) می‌شوند. مثال‌های زیر نشان می‌دهد که این مدت‌ها چگونه تولید می‌شوند. برای رعایت سادگی فرض کنید که مدت‌های بین ورودها با پنج بار ریختن یک تاس و ثبت عددی که بر وجه بالایی تاس نشان شده است تولید شود. جدول ۴-۲ مجموعه پنج مدت بین ورود تولید شده به این ترتیب را نشان می‌دهد. از این پنج مدت بین دو ورود برای محاسبه زمان‌های ورود شش مشتری به سیستم صف استفاده شده است. فرض بر این است که اولین مشتری در زمان صفر وارد می‌شود. با این رخداد، ساعت به‌کار می‌افتد. مشتری دوم، در واحد زمان بعد از آن، یعنی در زمان ۲ وارد می‌شود. مشتری سوم، چهار واحد زمان بعد، در زمان ۶ وارد می‌شود. و ...

مدت مورد نیاز دیگر مدت خدمت‌های است. جدول ۴-۲ مدت‌های خدمت‌های را در برمی‌گیرد که از توزیع تصادفی مدت‌های خدمت‌های تولید شده است. تنها مقادیر ممکن خدمت‌های، یک، دو سه و چهار واحد زمانی است. با پذیرش این فرض که این مقادیر چهارگانه دارای احتمال رخداد

جدول ۴-۲ مدت‌های بین دو ورود و زمان‌های ورود.

مشتری	مدت بین دو ورود	زمان ورود برحسب ساعت شیما سازی
۱	-	۰
۲	۲	۲
۳	۴	۶
۴	۱	۷
۵	۲	۹
۶	۶	۱۵

جدول ۴-۲ مدت‌های خدمت‌های.

مشتری	مدت خدمت‌های
۱	۲
۲	۱
۳	۳
۴	۲
۵	۱
۶	۲

جدول ۱-۲ صف تک مرحله‌ای

یک فروشگاه، نوبت غذایی تنها یک باجه صندوق دارد. مشتریان به‌طور تصادفی با فواصل زمانی یک تا ۸ دقیقه به صندوق مراجعه می‌کنند. همان‌طور که جدول ۱-۲ نشان می‌دهد، هر مقدار ممکن برای مدت ورود احتمالی یکسان برای رخ دادن دارد. مدت‌های خدمت‌دهی از یک تا شش دقیقه و طبق احتمالات نشان داده شده در جدول ۲-۲ تغییر می‌کنند. دو ستون آخر جدول ۲-۲ و ۲-۲ را پس از این تشریح خواهیم کرد. مسأله ناظر به تحلیل سیستم از طریق شبیه‌سازی ورود مشتریان و خدمت‌دهی به آنهاست.

در عمل اجرایی که ۲۰ مشتری را در برگرد برای نتیجه‌گیری نوبتی بسیار کوچک است. به شرح مطالب فصل ۱۱، از طریق افزایش اندازه نمونه، بر دقت نتایج افزوده می‌شود. اما هدف این تمرین، تشریح چگونگی اجرای شبیه‌سازی‌های دستی است و نه توصیه انجام تئوراتی در فروشگاه.

جدول ۲-۲ توزیع مدت‌های بین دو ورود.

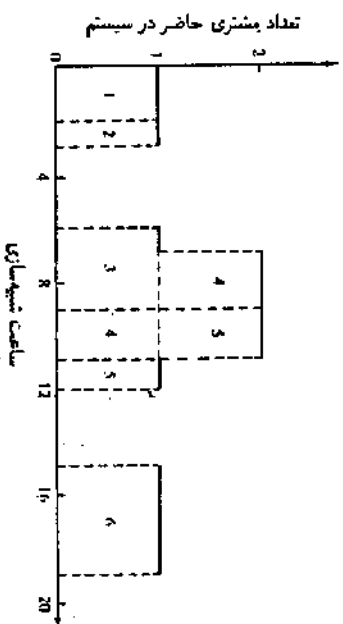
تفصیلات ارقام تصادفی	احتمال تجمعی	احتمال	مدت‌های بین ورود (دقیقه)
۰۰۱-۱۲۵	۰/۱۲۵	۰/۱۲۵	۱
۱۲۶-۲۵۰	۰/۲۵۰	۰/۱۲۵	۲
۲۵۱-۳۷۵	۰/۳۷۵	۰/۱۲۵	۳
۳۷۶-۵۰۰	۰/۵۰۰	۰/۱۲۵	۴
۵۰۱-۶۲۵	۰/۶۲۵	۰/۱۲۵	۵
۶۲۶-۷۵۰	۰/۷۵۰	۰/۱۲۵	۶
۷۵۱-۸۷۵	۰/۸۷۵	۰/۱۲۵	۷
۸۷۶-۱۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۱۲۵	۸

جدول ۲-۳ توزیع مدت‌های خدمت‌دهی

تفصیلات ارقام تصادفی	احتمال تجمعی	احتمال	مدت خدمت‌دهی (دقیقه)
۰۱-۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۱
۱۱-۳۰	۰/۳۰	۰/۲۰	۲
۳۱-۶۰	۰/۶۰	۰/۳۰	۳
۶۱-۸۵	۰/۸۵	۰/۲۵	۴
۸۶-۹۵	۰/۹۵	۰/۱۰	۵
۹۶-۱۰۰	۱/۰۰	۰/۰۵	۶

جدول ۲-۵ ترتیب زمانی پیشنهادی

نوع پیامد	شماره	ساعت شبیه‌سازی
ورود	۱	۰
ترک	۱	۲
ورود	۲	۲
ترک	۲	۳
ورود	۳	۶
ورود	۳	۷
ترک	۳	۹
ورود	۵	۹
ترک	۴	۱۱
ترک	۵	۱۲
ورود	۶	۱۵
ترک	۶	۱۹



شکل ۲-۶ تعداد مشتری حاضر در سیستم

مثال ۲-۱ از منطق تشریح شده بالا پیروی می‌کند در عین اینکه حساب تعدادی از ویژگی‌های سیستم را نیز نگه می‌دارد. مثال ۲-۲ به صف دو مرحله‌ای مربوط است. دیاگرام‌های جریان سیستم صف چند مرحله‌ای اندکی از دیاگرام‌های جریان مربوط به سیستم تک مرحله‌ای متفاوت است. ایجاد و تغییر این دیاگرام‌های جریان را به‌صورت تدریجی به عهده خواننده می‌گذاریم.

بررسی داده‌ها در سیستم و در نظر گرفتن روش‌های مختلف برای ورود داده‌ها
 به سیستم و در نتیجه بهینه‌سازی و در نتیجه بهینه‌سازی سیستم‌های صف ۳۷

جدول ۲-۸ تخصیص مدتهای بین دو ورود

مدت بین دو ورود (دقیقه)	ارزایم تصادفی	سنتزی	مدت بین دو ورود (دقیقه)	ارزایم تصادفی	سنتزی
۱	۱۰۹	۱۱	-	-	۱
۲	۰۹۳	۱۲	۸	۹۱۳	۲
۵	۶۰۷	۱۳	۶	۷۷۷	۳
۶	۷۳۸	۱۴	۱	۰۱۵	۴
۴	۴۵۹	۱۵	۸	۱۳۸	۵
۸	۸۸۸	۱۶	۴	۳۰۹	۶
۱	۱۰۶	۱۷	۸	۱۲۲	۷
۲	۱۱۲	۱۸	۷	۷۵۳	۸
۴	۲۹۳	۱۹	۲	۲۳۵	۹
۵	۵۳۵	۲۰	۴	۲۰۲	۱۰

جدول ۲-۹ مدتهای تولید شده برای خدمتدهی

مدت خدمتدهی (دقیقه)	ارزایم تصادفی	سنتزی	مدت خدمتدهی (دقیقه)	ارزایم تصادفی	سنتزی
۳	۲۳	۱۱	۴	۸۳	۱
۵	۹۳	۱۲	۱	۱۰	۲
۴	۷۹	۱۳	۴	۷۴	۳
۱	۰۵	۱۴	۳	۵۳	۴
۵	۷۹	۱۵	۲	۱۷	۵
۴	۸۳	۱۶	۴	۷۹	۶
۳	۵۲	۱۷	۵	۹۱	۷
۳	۵۵	۱۸	۲	۶۲	۸
۲	۳۰	۱۹	۵	۸۹	۹
۳	۵۰	۲۰	۴	۲۸	۱۰

مدتهای خدمتدهی برای هر ۲۰ مشتری در جدول ۲-۹ نشان داده شده است. این مدتها بر اساس روش تشریح شده در فوق و با استفاده از جدول ۲-۷ تولید شده است. مدت خدمتدهی به مشتری اول ۴ دقیقه است زیرا ارزش تصادفی ۸۴ در رده ۶۱-۸۵ قرار می‌گیرد. جدول شبیه‌سازی خلاصه شبیه‌سازی دستی است. این‌گونه جدولها برای وضوح دست

مسئله دیگری که در اینجا وجود دارد و در فصل ۱۱ کاملاً در باره آن بحث کردیم، مربوط به شرایط اولیه است. شبیه‌سازی مسئله ترویجگاه مواد غذایی اگر با سیستم خالی شروع شود، واقع‌بینانه نیست، مگر اینکه تماماً سیستم را از زمان شروع فعالیت مدلسازی کنیم یا اینکه مدلسازی را تا رسیدن فعالیت به حالت پایا ادامه دهیم، اما برای سهولت جنبه آموزشی این مثال، از شرایط اولیه و دیگر نکات مورد علاقه در می‌گذریم.

به منظور تولید ورودها به پایه صحتی، به مجموعهای از اعداد تصادفی با توزیع یکساخت نیاز داریم. اعداد تصادفی دارای خاصیتهای زیرند:

۱. مجموعه اعداد تصادفی به‌طور یکساخت بین صفر و یک توزیع می‌شوند.
۲. اعداد تصادفی متوالی مستقل‌اند.

ویلاً خاطر نشان کردیم که اعداد تصادفی با توزیع یکساخت از راههای توانایی قابل تولیدند که برخی از این راهها را در فصل ۷ تشریح کردیم. به‌علاوه، جدولهای ارزش تصادفی نیز در دسترس‌اند. برای تولید اعداد تصادفی در این مثال، از این جدولها استفاده کردیم.

با ردن مسیر در جای مناسب، ارزش تصادفی به اعداد تصادفی تبدیل می‌شوند. در این مثال، اعداد تصادفی با سه رقم اعتبار کافی‌اند. برای تولید مدتهای بین دو ورود، تنها به ۱۹ عدد تصادفی نیاز داریم. چرا فقط به ۱۹ عدد اولین ورود طبق فرض در زمان مصرف می‌دهند، پس برای ۲۰ نفر شدن تعداد مشتریها نیاز به تولید ۱۹ ورود دیگر داریم.

از دو ستون آخر جدولهای ۲-۶ و ۲-۷ برای تولید ورودها و مدتهای خدمتدهی تصادفی استفاده می‌شود. ستون ما قبل آخر هر جدول نمایشگر احتمال تجمعی مربوط به هر توزیع است. ستون آخر تخصیص ارزش تصادفی را نشان می‌دهد. تنها جدول ۲-۶ را در نظر بگیرید. اولین ارزش تصادفی تخصیص یافته ۱۲۵-۰۰۱ است. شمار اعداد سه رقمی ممکن، ۱۰۰۰ است (۱۰۰۰ = ۱۰^۳). احتمال یک دقیقه شدن مدت بین ورود ۱۲۵ و ۱۲۵ عدد سه رقمی از ۱۰۰۰ عدد ممکن به چنین رخدادی تخصیص می‌یابد. به اعداد سه رقمی نیاز داریم. زیرا توزیع احتمال با دقت سه رقم اعتبار تعریف شده است. مثلاً احتمال ۴ دقیقه شدن مدت بین دو ورود ۱۲۵ و ۱۲۵ است. با توجه فوریت ۱۹ عدد سه رقمی از جدول پیدا و مقایسه آنها با ارزش تصادفی تخصیص یافته در جدول ۲-۶، مدتهای بین ورود برای ۱۹ مشتری تولید می‌شود.

شرح در بوقلمونی تصادفی در جدول ارزش تصادفی و پیشروی در جفتی، بدون اینکه در مسئله مفروض هرگز از دنباله واحدی از ارزش دو بار استفاده کنیم، شیوه مناسبی است. استفاده مکرر از الگوی واحد ممکن است موجب ایجاد اربس شود زیرا الگوهای واحد از پیشامدها تولید خواهد شد. تعیین مدت بین دو ورود را در جدول ۲-۸ نشان دادیم. توجه کنید که اولین ارزش تصادفی ۹۱۳ است. برای یافتن مدت بین ورود مربوطه، به ستون چهارم جدول ۲-۶ وارد شوید و در ستون اول جدول، ۸ دقیقه را بخوانید.

سوال ۳۸ - مطالعه از شیبهای

۳۸ مطالعه از شیبهای

جدول ۱۰-۲ جدول شیبهای برای سائل صدف

شتری	مقدار زمان ورود	مقدار زمان	زمان شتری در زمان پایان خدمت	مقدار زمان خدمت	مقدار زمان خدمت	مقدار زمان خدمت	مقدار زمان خدمت
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸
۳	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲
۴	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵
۵	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸
۶	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
۷	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳
۸	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶
۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹
۱۰	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲
۱۱	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵
۱۲	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸
۱۳	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱
۱۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴
۱۵	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷
۱۶	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰
۱۷	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳
۱۸	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶
۱۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹
۲۰	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲
۲۱	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵
۲۲	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸
۲۳	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱
۲۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴
۲۵	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷
۲۶	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰
۲۷	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳
۲۸	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶
۲۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹
۳۰	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲
۳۱	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵
۳۲	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸
۳۳	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۱
۳۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴
۳۵	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷
۳۶	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰
۳۷	۱۱۳	۱۱۳	۱۱۳	۱۱۳	۱۱۳	۱۱۳	۱۱۳
۳۸	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۶
۳۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹
۴۰	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۲

بررسی طراحی و چگونگی ساخته می شود که در سببهای مطروحه را پاسخ گویند. جدول شیبهای این سازه را در جدول ۱۰-۲ نشان دادیم که متسی برای جدولی از نوع جدول ۲-۴ است که قبلاً دیدیم فرض می کنیم که شتری اول در زمان صفر وارد شود. خدمتدهی بلاواسطه شروع و در زمان ۴ تمام می شود. شتری به مدت ۴ دقیقه در سیستم بوده است. شتری دوم در زمان ۸ وارد می شود. بدین ترتیب، خدمتدهنده (در یافت کنندگی) به مدت ۴ دقیقه بیکار بوده است. با بررسی مشتری چهارم، دیده می شود که این مشتری در زمان ۱۵ وارد شده و شروع خدمتدهی به او تا زمان ۱۸ ممکن نبوده است. این مشتری ناچار از انتظار کشیدن در صف به مدت ۳ دقیقه شده

شیبهای مستطی صاف ۳۹

است. این فرایند در مورد هر ۲۰ مشتری اجرا می شود. همان طور که دیده می شود، مجموعها برای مدت های خدمتدهی، مدت های ماندن مشتریان در سیستم، مدت بیکاری خدمتدهنده و مدت انتظار مشتریان در صف تعیین می شود.

برخی از یافته های این شبیه سازی کژمانندت به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \text{میانگین مدت انتظار مشتریان در صف (دقیقه)} &= \frac{\text{مجموع مدت انتظار (دقیقه)}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}} \\ &= \frac{59}{20} = 2.95 \end{aligned}$$

۱. احتمال محصور شدن هر مشتری به انتظار کشیدن در صف ۰.۶۵ است. این نتیجه به طریق زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \text{احتمال محصور شدن هر مشتری به انتظار کشیدن در صف} &= \frac{\text{مجموع تعداد مشتریان}}{\text{مجموع مدت انتظار که در انتظار می مانند}} \\ &= \frac{13}{20} = 0.65 \end{aligned}$$

۲. نسبت مدت بیکاری خدمتدهنده ۰.۲۱ است. این نتیجه به طریق زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \text{نسبت مدت بیکاری خدمتدهنده} &= \frac{\text{مجموع مدت بیکاری خدمتدهنده (دقیقه)}}{\text{مجموع مدت اجرای شبیه سازی (دقیقه)}} \\ &= \frac{18}{85} = 0.21 \end{aligned}$$

احتمال شمول بودن خدمتدهنده: مگمل ۰.۲۱ با ۰.۲۹ است. ۰.۸۱ به ۰.۲۹ است. ۰.۸۱ به ۰.۲۹ است. ۰.۸۱ به ۰.۲۹ است.

$$\text{دقیقه} = 2.95 = \frac{\text{مجموع مدت خدمتدهی (دقیقه)}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

می توان این نتیجه را با یافتن میانگین توزیع مدت خدمتدهی با به کارگیری معادله

$$E(S) = \sum_{s=0}^{\infty} s p(s)$$

با اید ریاضی مدت خدمتدهی مقایسه کرد. با به کارگیری معادله اید ریاضی در مورد توزیع

از دو طریق به دست آورد. اول اینکه، محاسبه را می توان با استفاده از رابطه زیر انجام داد

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدت ماندن مشتریان در سیستم (دقیقه)} &= \frac{\text{میانگین مدت ماندن مشتریان}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}} \\ &= \frac{122}{20} = 6.1 \end{aligned}$$

راه دوم محاسبه همین نتیجه، تشخیص این مطلب است که رابطه زیر باید برقرار باشد:

$$\text{میانگین مدت ماندن مشتریان در صف} + \text{میانگین مدت انتظار در صف} = \text{میانگین مدت ماندن مشتریان در خدمتگاری صرف نمی کند (دقیقه)} + \text{میانگین مدت ماندن (دقیقه)}$$

پایه های ۱ و ۲ فهرست بالا داده های لازم برای سمت راست این معادله را فراهم می آورند تا نتیجه

$$دقیقه ۶.۱ = ۲.۸ + ۳.۳ = \text{میانگین مدت ماندن مشتریان در سیستم می ماند (دقیقه)}$$

به دست آید.

تفسیر گیرنده به چنین تائیدی علاقه مند است، ولی شیمیاریهای طولانیتر وقت پائینها را افزایش می دهند. اما در این مرحله می توان به برخی نتیجه گیریهای عمومی دست یافت. اکثر مشتریان ناچار از به انتظار ماندن هستند، هر چند که متوسط مدت انتظار زیاد از حد نیست. برای خدمت دهنده مدت یکبارگی نامناسبی پیش نمی آید. اظهارات عمومی در مورد نتایج، به مقایسه هزینه انتظار با هزینه خدمت دهنده های بیشتر بستگی دارد (شیمیاریهایی را که به شکلهای دیگری از توزیعهای ورود و خدمت می نیاز دارد، به عنوان تمرین برای خواننده ارائه کرده ایم) ■

■ مثال ۲-۲ مسئله اتو رستوران هایبل و جبار

هدف این مثال، ارائه شیوه شیمیاری در موردی است که بیش از یک میرزا وجود داشته باشد. یک اتو رستوران را در نظر بگیرید که مشتریان غذا سفارشها را دریافت می کنند و غذا را به خودروها می آورند. خودروها به صورت متوالی در جدول ۲-۱۱ وارد می شوند. تعداد مشتریان غذا دو نفر است. هایبل و جبار، هایبل برای انجام این کار ترافیک است و کسی سرپرست از جبار کار می کند. توزیع مدت های خدمت در جدولهای ۲-۱۲ و ۲-۱۳ نشان داده شده است.

شیمیاری به طریقی همانند مثال ۲-۱ انجام می گیرد، با این تفاوت که این بار پیچیده تر است. فاعده ساده ساخته این است که اگر هر دو آورنده غذا یکبار باشند، هایبل مشتری از راه رسیده را می گیرد شاید هایبل با سابقه تر باشد. اگر تصمیم در این مورد که هرگاه هر دو یکبارند چه کسی به خودروی وارد شده خدمت دهد بر پایه تصادفی استوار می شود جواب متفاوتی به دست می آید. سوال این است که روشی که به حد خوب کار می کند. برای برآورد معیارهای عملکرد

متوالی در جدول ۲-۷ به نتیجه زیر می رسیم.

$$\begin{aligned} 1(0.10) + 2(0.20) + 3(0.30) &= \text{میانگین مدت ماندن مشتریان} \\ + 4(0.25) + 5(0.10) + 6(0.05) & \\ &= 3.1 \end{aligned}$$

امید ریاضی مدت خدمت می اندکی کمتر از متوسط مدت خدمت می باشد. هر چه شیمیاری طولانیتر باشد، این متوسط به $E(S)$ نزدیکتر می شود.

۵. متوسط مدت بین دو ورود ۲.۳ دقیقه است. این نتیجه به طریق زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \text{مجموع تمام مدت های بین دو ورود (دقیقه)} &= \text{میانگین مدت بین دو ورود (دقیقه)} \\ \text{تعداد ورودها مشابه یک} &= \frac{82}{19} = 4.3 \end{aligned}$$

یک را از محض کم می کنیم، زیرا فرض بر این است که اولین ورود در زمان صفر روی می دهد. می توان این نتیجه را با یافتن میانگین توزیع یک توانست گسسته ای که نقاط شروع و پایان آن $a = 0$ و $b = 8$ است، مقایسه کرد. میانگین از رابطه

$$E(A) = \frac{a+b}{2} = \frac{0+8}{2} = 4 \text{ دقیقه}$$

به دست می آید. امید ریاضی مدت بین ورودها کمی بیش از مقدار متوسط است. اما در شیمیاریهای طولانیتر مقدار متوسط مدت بین ورودها باید به میانگین توزیع $E(A)$ میل کند.

۶. متوسط مدت انتظار اولیه ای که به انتظار می مانند ۲.۳ دقیقه است. این، به طریق زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدتی که مشتریان در صف به انتظار می مانند (دقیقه)} &= \text{میانگین مدت انتظار اولیه ای} \\ \text{مجموع تعداد مشتریان که در صف به انتظار می مانند} &= \frac{56}{13} = 4.3 \end{aligned}$$

۷. متوسط مدتی که هر مشتری در سیستم می گذراند ۶.۲ دقیقه است. این نتیجه را می توان

۲۲ سیستمهای سیستهای صف ۲۲

حایل کامل می شود. خدمتدهی به مشتریان توسط حیار شروع می شود. خدمتدهی به مشتریان توسط حیار کامل می شود. جدول ۱۳-۲ جدول شیبه سازی را نشان می دهد.

در سیستم های ۲ و ۳ یک حیار و یک حیار در نظر گرفته شده است
و با تعداد مشخصی در هر روز می تواند به خدمتدهی بپردازد

جدول ۱۳-۲ جدول شیبه سازی برای سال رستوران

ردیف	حیار		حایل		ارزاق خدماتی	ارزاق مشتریان			مشتری
	زمانی	خدماتی	زمانی	خدماتی		زمانی	خدماتی	زمانی	
۱	۱	۱	۱	۱	۱۰	۱	۱	۱	۱
۲	۲	۲	۲	۲	۲۱	۲	۲	۲	۲
۳	۳	۳	۳	۳	۳۱	۳	۳	۳	۳
۴	۴	۴	۴	۴	۴۱	۴	۴	۴	۴
۵	۵	۵	۵	۵	۵۱	۵	۵	۵	۵
۶	۶	۶	۶	۶	۶۱	۶	۶	۶	۶
۷	۷	۷	۷	۷	۷۱	۷	۷	۷	۷
۸	۸	۸	۸	۸	۸۱	۸	۸	۸	۸
۹	۹	۹	۹	۹	۹۱	۹	۹	۹	۹
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰۱	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱
۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲۱	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲
۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳۱	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳
۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴۱	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵۱	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵
۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶۱	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶
۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷۱	۱۷	۱۷	۱۷	۱۷
۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸۱	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸
۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹۱	۱۹	۱۹	۱۹	۱۹
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰۱	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۱
۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲۱	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲
۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳۱	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳
۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴۱	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴
۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵۱	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵
۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶۱	۲۶	۲۶	۲۶	۲۶
۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷۱	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷
۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸۱	۲۸	۲۸	۲۸	۲۸
۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹۱	۲۹	۲۹	۲۹	۲۹
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰۱	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰
۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱
۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲۱	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲
۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳۱	۳۳	۳۳	۳۳	۳۳
۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴۱	۳۴	۳۴	۳۴	۳۴
۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵۱	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵
۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶۱	۳۶	۳۶	۳۶	۳۶
۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷۱	۳۷	۳۷	۳۷	۳۷
۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸۱	۳۸	۳۸	۳۸	۳۸
۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹۱	۳۹	۳۹	۳۹	۳۹
۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰۱	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰
۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱۱	۴۱	۴۱	۴۱	۴۱
۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲۱	۴۲	۴۲	۴۲	۴۲
۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳۱	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳
۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴۱	۴۴	۴۴	۴۴	۴۴
۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵۱	۴۵	۴۵	۴۵	۴۵
۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶۱	۴۶	۴۶	۴۶	۴۶
۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷۱	۴۷	۴۷	۴۷	۴۷
۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸۱	۴۸	۴۸	۴۸	۴۸
۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹۱	۴۹	۴۹	۴۹	۴۹
۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰۱	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰
۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲۱	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲
۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳۱	۵۳	۵۳	۵۳	۵۳
۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴۱	۵۴	۵۴	۵۴	۵۴
۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵۱	۵۵	۵۵	۵۵	۵۵
۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶۱	۵۶	۵۶	۵۶	۵۶
۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷۱	۵۷	۵۷	۵۷	۵۷
۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸۱	۵۸	۵۸	۵۸	۵۸
۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹۱	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹
۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰۱	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰
۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱۱	۶۱	۶۱	۶۱	۶۱
۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲۱	۶۲	۶۲	۶۲	۶۲
۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳۱	۶۳	۶۳	۶۳	۶۳
۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴۱	۶۴	۶۴	۶۴	۶۴
۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵۱	۶۵	۶۵	۶۵	۶۵
۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶۱	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶
۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷۱	۶۷	۶۷	۶۷	۶۷
۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸۱	۶۸	۶۸	۶۸	۶۸
۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹۱	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹
۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰۱	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰
۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱۱	۷۱	۷۱	۷۱	۷۱
۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲۱	۷۲	۷۲	۷۲	۷۲
۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳۱	۷۳	۷۳	۷۳	۷۳
۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴۱	۷۴	۷۴	۷۴	۷۴
۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵۱	۷۵	۷۵	۷۵	۷۵
۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶۱	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶
۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷۱	۷۷	۷۷	۷۷	۷۷
۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸۱	۷۸	۷۸	۷۸	۷۸
۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹۱	۷۹	۷۹	۷۹	۷۹
۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰۱	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰
۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱۱	۸۱	۸۱	۸۱	۸۱
۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲۱	۸۲	۸۲	۸۲	۸۲
۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳۱	۸۳	۸۳	۸۳	۸۳
۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴۱	۸۴	۸۴	۸۴	۸۴
۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵۱	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵
۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶۱	۸۶	۸۶	۸۶	۸۶
۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷۱	۸۷	۸۷	۸۷	۸۷
۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸۱	۸۸	۸۸	۸۸	۸۸
۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹۱	۸۹	۸۹	۸۹	۸۹
۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰۱	۹۰	۹۰	۹۰	۹۰
۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱۱	۹۱	۹۱	۹۱	۹۱
۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲۱	۹۲	۹۲	۹۲	۹۲
۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳۱	۹۳	۹۳	۹۳	۹۳
۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴۱	۹۴	۹۴	۹۴	۹۴
۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵۱	۹۵	۹۵	۹۵	۹۵
۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶۱	۹۶	۹۶	۹۶	۹۶
۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷۱	۹۷	۹۷	۹۷	۹۷
۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸۱	۹۸	۹۸	۹۸	۹۸
۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹۱	۹۹	۹۹	۹۹	۹۹
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰۱	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

در این سیستم ۲ حیار و ۳ حایل در نظر گرفته شده است
و با تعداد مشخصی در هر روز می تواند به خدمتدهی بپردازد

در این سیستم ۲ حیار و ۳ حایل در نظر گرفته شده است
و با تعداد مشخصی در هر روز می تواند به خدمتدهی بپردازد

۲۲ سازهایی از شیبه سازی

جدول ۱۱-۲ توزیع منابع بین دوره خودگردان

تخصیص	احتمال	احتمال	مدت خدمتدهی (دقیقه)
۰۱-۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۱
۲۶-۶۵	۰/۶۵	۰/۲۰	۲
۶۶-۸۵	۰/۸۵	۰/۲۰	۳
۸۶-۱۰۰	۱/۱۰۰	۰/۱۵	۴

جدول ۱۳-۲ توزیع خدمتدهی حیار

تخصیص	احتمال	احتمال	مدت خدمتدهی (دقیقه)
۰۱-۳۰	۰/۳۰	۰/۳۰	۲
۳۱-۵۸	۰/۵۸	۰/۲۸	۳
۵۹-۸۳	۰/۸۳	۰/۲۵	۴
۸۴-۱۰۰	۱/۱۰۰	۰/۱۷	۵

جدول ۱۳-۲ توزیع خدمتدهی حیار

تخصیص	احتمال	احتمال	مدت خدمتدهی (دقیقه)
۰۱-۳۵	۰/۳۵	۰/۳۵	

جدولهای ۱۶-۲ و ۱۷-۲ تفصیل ارقام تصادفی برای تعیین نرخ روزها و تقاضای مربوط به آن روزها را ارائه می‌کنند. حل این مسأله از راه شیماسازی، نیازمند تعیین خط مشی خرید تعداد مشخصی روزنامه در هر روز و سپس شیماسازی تقاضا برای روزنامه طی یک دوره زمانی ۲۰ روز به منظور تعیین سود است. خط مشی تعداد روزنامه‌های خریداری شده با انتخاب مقدار دیگر تغییر داده می‌شود تا جایی که سود در سطح بیش و پس از آن کاهش یابد. مقدار جابجایی تعداد بهینه روزنامه‌های است که روزنامه فروش باید خریداری کند.

جدول شیماسازی برای خرید ۷۰ روزنامه در جدول ۱۸-۲ نشان داده شده است. در روز ۱ تقاضا برای روزنامه ۶۰ و درآمد ناشی از فروش ۶۰ روزنامه ۱۲۰۰ واحد پول است. در پایان روز ۱۰ روزنامه باقی می‌ماند. درآمد ناشی از فروش به قیمت باطله ۲۰ واحد پول و از قرار هر نسخه ۲ واحد پول است. سود روز اول به شرح زیر تعیین می‌شود:

$$310 = 1200 - 2100 + 20 = 1700 \quad \text{سود}$$

در روز پنجم تقاضا بیش از عرضه است. درآمد ناشی از فروش ۱۴۰۰ واحد پول است زیرا با خط مشی جاری تنها ۷۰ نسخه روزنامه وجود دارد. چون ۳۰ روزنامه دیگر هم می‌توانست فروخته

جدول ۱۶-۲: تفصیل ارقام تصادفی برای تعیین نرخ روز

تفصیلی ارقام تصادفی	احتمال	نرخ روز
۰۱-۳۵	۰,۳۵	خریب
۳۶-۸۰	۰,۴۵	میانگین
۸۱-۱۰۰	۰,۲۰	بد

جدول ۱۷-۲: تفصیل ارقام تصادفی برای روزنامه‌های مورد تقاضا

تاریخ	توزیع حجمی		تفصیل اعداد تصادفی	
	خریب	میانگین	خریب	میانگین
۲۰	۰,۳۳	۰,۱۰	۰۱-۳۳	۰۱-۱۰
۵۰	۰,۳۸	۰,۲۸	۳۴-۳۸	۱۱-۲۸
۶۰	۰,۲۳	۰,۶۸	۳۹-۴۳	۲۹-۶۸
۷۰	۰,۲۳	۰,۸۸	۴۴-۴۳	۶۹-۸۸
۸۰	۰,۲۸	۰,۹۶	۴۴-۶۸	۸۹-۹۶
۹۰	۰,۱۳	۱,۰۰	۶۹-۹۳	۹۷-۱۰۰
۱۰۰	۰,۳۰	۱,۰۰	۹۴-۱۰۰	۱۰۰-۱۰۰

بسیار از مسائل واقعی، از جمله در باب ذخیره‌سازی لوازم یدکی، اطلاع فاسد شدن، کالاهای مربوط به مد و برخی اقلام فصلی از این جمله‌اند [مدلی و دوتین، ۱۹۶۳].

یک مسأله قدیمی و مهم موجودی، به خرید و فروش روزنامه مربوط است. روزنامه‌فروش، هر نسخه روزنامه را به ۱۳ واحد پول می‌خرد و به ۲۰ واحد پول می‌فروشد. روزنامه‌های فروش زوده در انتهای روز به عنوان باطله و هر نسخه به ۲ واحد پول فروخته می‌شود. روزنامه در بسته‌های ده تایی قابل خریدن است و روزنامه‌فروش تنها می‌تواند ۵۰، ۴۰ و ... روزنامه بفرد. از لحاظ چگونگی اخبار سه نرخ روز وجود دارد: هم‌وسطه، و هفته با احتمالات، به ترتیب: ۰,۳۵، ۰,۲۵ و ۰,۲۰ وجود دارد. توزیع روزنامه مورد تقاضا در هر یک از این روزها در جدول ۱۵-۲ ارائه شده است. هدف مسأله تعیین تعداد بهینه روزنامه‌های است که روزنامه‌فروش باید بفرد. با شیماسازی تقاضا برای ۲۰ روز و ثبت سود ناشی از فروش روزانه، این خواسته را تأمین می‌کنیم. با استفاده از نظریه موجودی در فصل ۴، این مسأله به راحتی حل می‌شود. سود طبق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\text{سود از دست رفته به خاطر فروش ناقص} - \text{هزینه خرید روزنامه} - \text{درآمد ناشی از فروش} = \text{سود درآمد ناشی از فروش روزنامه‌های باطله} + \text{خریب}$$

به موجب صورت مسأله، درآمد ناشی از فروش هر نسخه روزنامه ۲۰ واحد پول است. هزینه خرید روزنامه نیز ۱۳ واحد پول به ازای هر نسخه است. سود از دست رفته به خاطر فروشی تقاضا به ازای هر نسخه روزنامه مورد تقاضا و غیرموجود، ۷ واحد پول است. هزینه کمبود بدین گونه تا حدی قابل بحث است ولی مسأله را بسیار جالب می‌کند. درآمد ناشی از فروش روزنامه‌های باطله ۲ واحد پول به ازای هر نسخه است.

جدول ۱۵-۲: توزیع روزنامه‌های مورد تقاضا.

تاریخ	توزیع احتمال تقاضا	
	خریب	میانگین
۲۰	۰,۳۳	۰,۱۰
۵۰	۰,۳۸	۰,۱۸
۶۰	۰,۲۳	۰,۷۵
۷۰	۰,۲۳	۰,۹۰
۸۰	۰,۲۸	۰,۹۸
۹۰	۰,۱۳	۱,۰۰
۱۰۰	۰,۳۰	۱,۰۰

مثال ۲-۴ شیبه‌سازی سیستم موجودی (M, N)

این مثال از الگوی سیستم موجودی احتمالی سطح سفارش پیروی می‌کند که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. فرض کنید که بالاترین سطح موجودی، M ، ۱۱ واحد و دوره بررسی، N ، ۵ روز باشد. مسأله در مورد بازورد متوسط واحدهای مانده در انبار در پایان روز و تعداد روزهایی که شرایط کمبود در آنها وجود داشته، از طریق شیبه‌سازی است. توزیع تعداد واحدهای مورد تقاضا در روز در جدول ۲-۴ نشان داده شده است. در این مثال، مهلت تحویل سفارشی تصادفی است که در جدول ۲-۴ نشان داده شده است. فرض کنید که سفارشها در پایان روز صادر و در چارچوب تعیین شده توسط مهلت تحویل، در ابتدای روز وارد می‌شوند.

برای بازورد میانگین واحدهای مانده در انبار در پایان روز دوره‌های بسیاری باید شیبه‌سازی شود. برای این مثال تنها پنج دوره نشان داده خواهد شد. در پایان این فصل، به‌عنوان تمرین از دانشجو خواست می‌شود که مثال را ادامه دهد.

تخصیص ارقام تصادفی برای تقاضای روزانه و مهلت تحویل در آخرین ستون سمت چپ جدولهای ۲-۴ و ۲-۳ و جدول شیبه‌سازی به‌دست آمده نیز در جدول ۲-۴ نشان داده شده است. شیبه‌سازی تحت شرایطی آغاز شده که سطح موجودی ۳ واحد بوده و دررد یک سفارش ۸ واحدی در بدلت هر روز برنامهریزی شده بوده است.

جدول ۲-۴ تخصیص ارقام تصادفی برای تقاضای روزانه

تقاضا	احتمال	احتمال	تخصیص ارقام تصادفی
۰	۰.۱۰	۰.۱۰	۰۱-۱۰
۱	۰.۲۵	۰.۳۵	۱۱-۳۵
۲	۰.۳۵	۰.۷۰	۳۶-۷۰
۳	۰.۲۱	۰.۹۱	۷۱-۹۱
۴	۰.۰۹	۱.۰۰	۹۲-۰۰

جدول ۲-۳ تخصیص ارقام تصادفی برای مهلت تحویل

مهلت تحویل (روز)	احتمال	احتمال	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰.۶	۰.۶	۱-۶
۲	۰.۳	۰.۹	۷-۹
۳	۰.۱	۱.۰	۰

روز	ارقام تصادفی	نوع روز	ارقام تصادفی	تقاضای	از	درآمد حاصل	سود از دست	درآمد ناشی از
					رقم به‌عنوان فروش به قیمت	فروش	فروش	پایانه
۱	۹۴	۴	۸۰	۶۸۱۲	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۲۰۰۰-۱۰۰۰ = ۲۰۰۰
۲	۷۷	موسط	۰	۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۰	۰
۳	۴۹	موسط	۱۵	۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۰	۰
۴	۲۵	موسط	۸۸	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۵	۴۳	موسط	۱۸	۹۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۶	۳۲	خریب	۶۵	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۷	۳۹	موسط	۸۶	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۸	۰۰	۴	۷۳	۶۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۹	۱۶	خریب	۱۲	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۰	۳۴	خریب	۶۰	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۱	۳۱	خریب	۶۰	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۲	۱۳	خریب	۴۹	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۳	۳۱	موسط	۱۸	۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۰	۰
۱۴	۶۱	موسط	۹۰	۸۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۵	۸۵	۴	۴۳	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۶	۰۸	خریب	۷۳	۸۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۷	۱۵	خریب	۲۹	۶۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۱۸	۱۷	۴	۲۵	۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۰	۰
۱۹	۵۲	موسط	۷۶	۷۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰
۲۰	۷۸	موسط	۱۶	۸۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰	۰

سود، سود از دست، رقمه معادل ۱۴۰ واحد پول (۲۰ × ۷) از روزهای می‌شود. سود روزانه به شرح زیر تعیین می‌شود:

سود روزانه = $۳۵۰ - ۱۴۰ + ۰ - ۹۱۰ - ۱۴۰۰ = ۱۴۰۰$ سود
 سود دوره ۲۰ روز برابر با جمع سودهای روزانه، یعنی ۷۲۶۰ واحد پول است. این مبلغ را به شرح زیر و بر اساس جمعهای به‌دست آمده از ۲۰ روز شیبه‌سازی نیز می‌توان یافت:

تعیین تعداد هزینه روزنامه‌هایی که باید خرید به‌عنوان تمرین به خواننده واگذار می‌شود.

تعیین تعداد هزینه روزنامه‌هایی که باید خرید به‌عنوان تمرین به خواننده واگذار می‌شود.

دیگر مثالهای شبیهسازی 51

گاش می دهد. بنابراین، سفارش برای 1 واحد صادر می شود. مهلت تحویل برای این سفارش، یک روز است. سفارش 1 واحدی در صبح روز 2 از دور 2 به موجودی افزوده می شود. توجه کنید که موجودی در ابتدای روز دوم از دور سوم صفر است. تقاضای به میزان 2 واحد در این روز به ایجاد کمبود می انجامد که این واحدها در این روز و روز پس از آن نیز در شمار واحدهای سفارش تحویل نشده قرار می گیرند. در صبح روز 4 از دور 3، میزان موجودی در آغاز روز 1 واحد است. 4 واحد سفارش تحویل شده و یک واحد مورد تقاضا در این روز موجودی در پایان روز را به 2 واحد کاهش می دهد.

بر اساس پنج دور شبیهسازی، متوسط موجودی در پایان روز تقریباً 3/5 واحد (25 ÷ 8) است. در دو روز از 25 روز شرایط کمبود وجود دارد. در هر روز کمبود را مشخص از 25 دور

25

3-2 دیگر مثالهای شبیهسازی

این بخش شامل مثالهای از شبیهسازی در زمینه پانلی، یک تأییدیه بسیار و تولید توزیع احتمال تقاضا در مهلت تحویل بر اساس توزیهای تقاضا و مهلت تحویل است.

■ مثال 5-2: مسأله پانلی

یک ماشین نوز بزرگ، سه برینگ مختلف دارد که در جریان کار دچار خرابی می شود. تابع توزیع تجمعی عمر برینگها یکسان و به شرح جدول 2-2 است. هرگاه برینگی خراب شود، نوز از کار می افتد.

جدول 2-2 توزیع عمر برینگ

عمر برینگ (ساعت)	احتمال	تجمعی	تخصصی ارتام
0-10	0.10	0.10	تصادفی
11-23	0.23	0.33	
24-28	0.28	0.61	
29-31	0.31	0.92	
32-35	0.35	1.27	
36-42	0.42	1.69	
43-45	0.45	2.14	
46-50	0.50	2.64	

50 مثالهای از شبیهسازی

جدول 2-2: جدول شبیهسازی برای سیستم موجودی (M, N)

دور روز	موجودی در آغاز روز	تقاضای روز	موجودی در پایان روز	تقاضای روز	موجودی در پایان روز
1	0	2	2	1	1
2	2	1	1	2	2
3	1	2	3	1	2
4	3	1	2	2	2
5	2	2	4	1	3
6	4	1	3	2	3
7	3	2	5	1	3
8	5	1	4	2	3
9	4	2	6	1	3
10	6	1	5	2	3
11	5	2	7	1	3
12	7	1	6	2	3
13	6	2	8	1	3
14	8	1	7	2	3
15	7	2	9	1	3
16	9	1	8	2	3
17	8	2	10	1	3
18	10	1	9	2	3
19	9	2	11	1	3
20	11	1	10	2	3
21	10	2	12	1	3
22	12	1	11	2	3
23	11	2	13	1	3
24	13	1	12	2	3
25	12	2	14	1	3
26	14	1	13	2	3
27	13	2	15	1	3
28	15	1	14	2	3
29	14	2	16	1	3
30	16	1	15	2	3
31	15	2	17	1	3
32	17	1	16	2	3
33	16	2	18	1	3
34	18	1	17	2	3
35	17	2	19	1	3
36	19	1	18	2	3
37	18	2	20	1	3
38	20	1	19	2	3
39	19	2	21	1	3
40	21	1	20	2	3
41	20	2	22	1	3
42	22	1	21	2	3
43	21	2	23	1	3
44	23	1	22	2	3
45	22	2	24	1	3
46	24	1	23	2	3
47	23	2	25	1	3
48	25	1	24	2	3
49	24	2	26	1	3
50	26	1	25	2	3
51	25	2	27	1	3
52	27	1	26	2	3
53	26	2	28	1	3
54	28	1	27	2	3
55	27	2	29	1	3
56	29	1	28	2	3
57	28	2	30	1	3
58	30	1	29	2	3
59	29	2	31	1	3
60	31	1	30	2	3
61	30	2	32	1	3
62	32	1	31	2	3
63	31	2	33	1	3
64	33	1	32	2	3
65	32	2	34	1	3
66	34	1	33	2	3
67	33	2	35	1	3
68	35	1	34	2	3
69	34	2	36	1	3
70	36	1	35	2	3
71	35	2	37	1	3
72	37	1	36	2	3
73	36	2	38	1	3
74	38	1	37	2	3
75	37	2	39	1	3
76	39	1	38	2	3
77	38	2	40	1	3
78	40	1	39	2	3
79	39	2	41	1	3
80	41	1	40	2	3
81	40	2	42	1	3
82	42	1	41	2	3
83	41	2	43	1	3
84	43	1	42	2	3
85	42	2	44	1	3
86	44	1	43	2	3
87	43	2	45	1	3
88	45	1	44	2	3
89	44	2	46	1	3
90	46	1	45	2	3
91	45	2	47	1	3
92	47	1	46	2	3
93	46	2	48	1	3
94	48	1	47	2	3
95	47	2	49	1	3
96	49	1	48	2	3
97	48	2	50	1	3
98	50	1	49	2	3
99	49	2	51	1	3
100	51	1	50	2	3

بررسی جدول شبیهسازی برای چند روز مشخصه، نحوه عمل فرایند را نشان می دهد. بنابراین، مربوط به 8 واحد، در صبح روز سوم از دوره اول وارد می شود و بطرح موجودی را از 4 به 2 واحد افزایش می دهد. تقاضا در خلال شبیه دوره اول، موجودی پایان روز را به 2 واحد در روز پنجم

تعداد دفعات سفارش داده

مثال از روش تست ۴ روزه یا ۳ روزه است اما برای زمان کمتری موزون طول مساوی نیست

۵۷ مثالهای ششماهه ۸۷ دیگر مثالهای ششماهه ۸۷
 عورتها در زمان زود برای کاهش تلفات ۸۰ روزه ۲۱
 جدول ۲-۲۶ ششماهه ناموزون بیان

تجهه الف	مختصات Z_1 (۲۰۰۰ RNN ₁)	مختصات Z_2 (RNN ₂)	بسیارگی
۱ به خطا رفته	۱۹۸	-۰۰۲	۱
۲ به خطا رفته	-۳۹	۹۱۸	۲
۳ اصابت کرده	۱۸	۵۵۲	۳
۴ به خطا رفته	-۲۲۰	-۱۰۱۲	۴
۵ اصابت کرده	۹۹	-۱۶	۵
۶ به خطا رفته	۲۹۹	-۱۰۶۸	۶
۷ به خطا رفته	۲۰۷	۱۲۲۳	۷
۸ به خطا رفته	-۳۳۰	۹۲۸	۸
۹ به خطا رفته	-۱۹۶	-۱۰۰	۹
۱۰ اصابت کرده	-۱۸۰	-۲۵۲	۱۰

الف) ۳ سیب اصابت کرده ۷ سیب به خطا رفته

نتیجه می دهد: این نقطه و نقطه مربوط به بسیارگی سوم را روی شکل ۲-۸ مشخص کرده ایم. در بسیارگی، سه موفقیت و هفت شکست داشته اند. به منظور ارزیابی توان نابودسازی رانده به نامورتهای بسیار بیشتری نیاز است. نامورتهای اضافی را به صورت تیرهایی برای خواننده در نظر گرفته ایم. این مثال از مونت کارلو با شبیه سازی ایستاد زیرا زمان عصری موزن در حل مساله نیست.

■ مثال ۲-۷ تقاضا در مهلت تحویل

تقاضا در مهلت تحویل ممکن است در سیستم موجودی ای مطرح شود که مهلت تحویل در آن غیر آبی باشد. مهلت تحویل مدنی است که از صدور یک سفارش تا دریافت آن به درازا می کشد. در وضعیتهای واقعی، مهلت تحویل مشتری، تقاضای است. در مهلت تحویل، تقاضا نیز به صورت تصادفی رخ می ساند. بدین ترتیب، تقاضا در مهلت تحویل، مشتری است تصادفی که به صورت چنج تقاضا در جریان مهلت تحویل، با D تعریف می شود که D دوره زمانی، D به صورت چنج تقاضا در D تاخورد در همین دوره زمانی، و D مهلت تحویل است. توزیع تقاضا در مهلت تحویل، با شبیه سازی دوره های فراوانی از مهلت تحویل و ایجاد هسته گویی از نتایج تعیین می شود.

شرکتی در کار فروش کاغذ روزنامه به صورت توی است. تقاضای روزانه با توزیع احتمال زیر

۵۴ مثالهای از شبیه سازی

به یاد دارید که مقدار تصادفی نرمال استاندارد Z ، به صورت $Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$ تعریف می شود. در این مثال $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ است. بنابراین، $Z = \frac{Y - 0}{1} = Y$ می گوییم وقتی توزیع X هموزن X است.

توزیع X می شود که در آن X یک متغیر تصادفی نرمال، μ میانگین واقعی توزیع X ، و σ انحراف معیار X است. بنابراین، $X = Z\sigma + \mu$ نظر هموزن X

نقطه هدفگیری شده می تواند در این مثال نقطه $(0, 0)$ در نظر گرفته شود. یعنی مقدار μ در جهت افقی و مقدار σ در جهت عمودی صفر است. بنابراین،

$$X = Z\sigma X$$

$$Y = Z\sigma Y$$

که (X, Y) مختصات شبیه سازی شده عمل اصابت سیب است. $\sigma X = 600$ و $\sigma Y = 300$ پس

$$X = 600$$

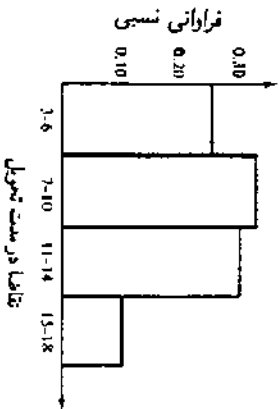
$$Y = 300$$

اندیشه های Z و Z به این دلیل افزوده شده است که متفاوت بودن مقادیر Z را نشان دهد. این مقادیر Z چیستند و کجا می توان آنها را یافت؟ مقادیر Z اعداد تصادفی نرمال است. می توان از اعداد تصادفی با توزیع یکواخت، این مقادیر را به شرح مطالب فصل ۸ تولید کرد. وقتی دیگر، به کارگیری جدولهای اعداد تصادفی نرمال تولید شده است که نمونه کوچکی از آن در جدول ۲-۲۶ ارائه شده است.

به منظور درک اینکه در این نامورتهای سازمان چه می گذرد، یک شبیه سازی با شاید ۱۰ با ۲۰ ناموریت می توان انجام داد. اما محدودیت جا اجازه چنین شبیه سازی گسترده ای را نمی دهد. مثالی در مورد یک ناموریت نشان می دهد که چنین شبیه سازیهای چگونه انجام می شود. جدول اعداد تصادفی نرمال را همانند جدول اعداد تصادفی دیگر می گیریم. یعنی کاملاً از جایی تصادفی در جدول شروع می کنیم و بدون استفاده دوباره از اعداد به طور منظم در مسیری چتر می رویم. جدول ۲-۲۶ نتایج شبیه سازی یک ناموریت را نشان می دهد. علامت اختصاصی RNN صرف جدول ۲-۲۶ تصادفی نرمال برای محاسبه مختصه ee و نظیر ee است. اولین عدد تصادفی نرمال مورد استفاده 784 بود که مختصه ee مساوی با $504 = 784 - 280$ تولید کرد. عدد تصادفی نرمال برای تولید مختصه or $69 = 784 - 715$ بود که به مختصه or برابر 198 انجامید. در نظر گرفتن این دو عدد با هم، یعنی $(198, 69)$ صرف شکست است. زیرا نقطه ای بیرون از هدف را

جدول ۲-۲۹: جدول شیب‌سازی برای تقاضا در بهمت تعویل

تقاضا در بهمت تعویل	ارقام بهمت تعویل برای تقاضا	ارقام بهمت تعویل برای تقاضا	ارقام بهمت تعویل برای تقاضا	ارقام بهمت تعویل برای تقاضا
۶	۸۷	۲	۵۷	۱
۱۰	۳۳	۱	۳۳	۲
۵	۸۲	۱	۳۳	۲
۲	۲۸	۲	۹۲	۲
۲	۱۹			
۱۲	۶۳			
۲	۱۱	۲	۵۵	۲
۱۰	۲۶			



شکل ۲-۹: هیستوگرام برای تقاضا در بهمت تعویل

۲-۲ خلاصه

مقصود از این فصل، معرفی مفاهیم شیب‌سازی از طریق مثالهایی به منظور نمایش رهیجهایی عمومی کاربرد و ایجاد انگیزه برای مطالب فصلهای دیگر است. با قرار دادن مثالها در اوایل کتاب، آگاهی خواننده از مفاهیم روشها و راههای تحلیل در فصلهای آینده تقویت خواهد شد. از جدولهای شیب‌سازی جان‌الساعه برای کامل کردن هر مثال استفاده کردیم. پیشنهادهای

ارائه می‌شود:

تقاضای روزانه (ارواح)	۱	۲	۳	۴	۵	۶
احتمال	۰/۲۰	۰/۳۵	۰/۳۵	۰/۲۰	۰/۲۵	۰/۱۵

بهمت تعویل عبارت از تعداد روزهای از صدور سفارش تا دریافت آن از فروشنده توسط شرکت است. در این مورد، بهمت تعویل مستقری اقتصادی است که با توزیع زیر ارائه می‌شود:

مدت تعویل (ارواح)	۱	۲	۳
احتمال	۰/۳۶	۰/۳۲	۰/۳۲

جدول ۲-۲۷: تخصیص ارقام تصادفی برای تقاضا و جدول ۲-۲۸: نیز تخصیص ارقام تصادفی برای بهمت تعویل را نشان می‌دهد. جدول اتمام شیب‌سازی را در جدول ۲-۲۹ نشان داده‌ایم. ارقام تصادفی برای دوره اول ۵۷ بودند که بهمت تعویل ۲ روزه را تولید می‌کنند. همین ترتیب، برای تقاضای روزانه باید دو لوج از ارقام تصادفی تولید کرد. لوج اول از این دو ۸۷ است و به تقاضایی معادل ۶ می‌انجامد و یک تقاضای ۴ به‌دستال آن می‌آید. بهمت تعویل برای دوره اول ۱۰ است. پس از آنکه دوره‌های بسیاری شیب‌سازی شروع، هیستوگرمی ترسیم می‌شود که ممکن است همانند شکل ۲-۹ نشان شود. این مثال نشان می‌دهد که چگونه شیب‌سازی را می‌توان با تولید یک نمونه تصادفی از یک توزیع نامعلوم، در بررسی توزیع مورد استفاده قرار داد.

جدول ۲-۲۷: تخصیص ارقام تصادفی برای تقاضا.

تقاضای روزانه	احتمال	تجمی	تخصیص ارقام تصادفی
۱-۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۳
۲۱-۵۵	۰/۵۵	۰/۲۵	۲
۵۶-۸۵	۰/۸۵	۰/۳۰	۵
۸۶-۱۰۰	۰/۱۵	۰/۱۵	۶

جدول ۲-۲۸: تخصیص ارقام تصادفی برای بهمت تعویل.

بهمت تعویل (ارواح)	احتمال	تجمی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰/۳۶	۰/۳۶	۰۱-۲۳
۲	۰/۳۲	۰/۶۸	۲۴-۷۸
۳	۰/۳۲	۰/۱۰۰	۷۹-۱۰۰

منتج در هر جدول با استفاده از اعداد تصادفی دارای توزیع یکسانیت و در یک مورد نیز با استفاده از اعداد تصادفی نرمال تولید شدند. نیاز به تعیین ویژگیهای داده‌های ورودی، تولید متغیرهای تصادفی از مدل‌های ورودی، و تجزیه و تحلیل پاسخ به دست آمده را ماها با نمایش گزافتمند این مطالب را با تفصیل بیشتری در بقیه فصلهای کتاب بررسی کردیم. بدین ترتیب، این فصل به صورت توصیه برای نیاز به ۱۰ فصل دیگر به کار می‌آید.

مثالها اساساً از سیستمهای صف و موجودی گرفته شده‌اند زیرا بسیاری از شبیه‌سازها به مسائلی در این زمینه‌ها مربوط می‌شوند. مثالهای بیشتری در زمینه‌های پائین، شبیه‌سازی ایست و تولید نوعهای تصادفی از یک توزیع نامعلوم ارائه کردیم.

منابع

Graybeal, W. J., and J. W. Pooch [1980], *Simulation: Principles and Methods*, Winthrop, Cambridge, Mass.

Hadley, G., and T. M. Whitin [1963] *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.

Hines, W. W., and D. C. Montgomery [1980], *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*, 2nd. ed., Wiley, New York.

Meyer, Paul L. [1965], *Introductory Probability and Statistical Applications*, Addison-Wesley, Reading, Mass.

Ross, Sheldon [1976], *A First Course in Probability*, Macmillan, New York.

Ruie-Pala, E., C. Avila-Beloso, and W. W. Hines [1967], *Waiting Time Models, An Introduction to Their Theory and Application*, Reinhold, New York.

تشریحات

در مورد تمام مسائلی که به مثالهای کتاب اشاره دارند، از ارقام تصادفی متفاوتی از جدول بیضا استفاده کنید.

۱-۲ در مثال ۱-۲ فرض کنید که توزیع ورود بین ۱ و ۱۰ دقیقه یکسوزخت باشد. برای ۲۰ مشتری جدول شبیه‌سازی ایجاد کنید و تجزیه و تحلیل لازم را انجام دهید. تأثیر تغییر دادن توزیع مدت ورود چیست؟

مدت خدمت (دقیقه)	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	۰/۲۵	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۵	۰/۱۰

تشریحات

برای ۲۰ مشتری جدول شبیه‌سازی ایجاد کنید و تجزیه و تحلیل لازم را انجام دهید. تأثیر تغییر دادن توزیع مدت خدمت شبیه‌سازی چیست؟

۳-۲ شبیه‌سازی مثال ۱-۲ را در مورد ۲۰ مشتری دیگر (مشتریهای ۲۱ تا ۴۰) اجرا کنید. نتایج مثال ۱-۲ را با نتایج خود مقایسه کنید.

۴-۲ در مثال ۱-۲ میانگین وزنی زمانی تعداد مشتری در سیستم و میانگین وزنی زمانی تعداد مشتری در صف انتظار را تعیین کنید (ارضائیه): شکل ۲-۶ را به کار ببرید.

توزیع ورود خودروهوا در مثال ۲-۲ را به شرح زیر تغییر دهید:

مدت بین ورود (دقیقه)	۰	۱	۲	۳	۴
احتمال	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۲۵	۰/۲۰	۰/۱۵

شبیه‌سازی و تحلیل پس از آن را برای یک دوره یک ساعته انجام دهید. تأثیر تغییر دادن توزیع مدت بین دو ورود چیست؟

۶-۲ مجدداً در مورد مثال ۲-۲، فرض کنید زانوی هایلبر مبروح است و به سرعت قبل نمی‌تواند حرکت کند. در نتیجه، دو تغییر رخ می‌دهد. توزیع خدمت‌دهی هایلبر تغییر می‌کند و اگر هر دو آورده غذا یکبار باشند، نیاز در گرفتن مشتری حق تقدم دارد. توزیع جدید خدمت‌دهی هایلبر به شرح زیر است:

مدت خدمت (دقیقه)	۳	۳	۳	۵	۶
احتمال	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۵

الف) شبیه‌سازی و تحلیل پس از آن را برای ۳۰ خدمت‌دهی کامل‌شده انجام دهید. تأثیر اسپیدیونگی هایلبر و ناعده جدید چیست؟

ب) تأثیر افزودن کارمند تازه‌ای که به سرعت خیار کار می‌کند چیست؟ کارمند جدید تمام کار زیاد آمده، پس از خیار و هایلبر را انجام می‌دهد.

۷-۲ مثال ۲-۲ را چنان اصلاح کنید که هرگاه هر دو خدمت‌دهنده یکبار باشند، هایلبر با احتمال ۰/۲۵ مشتری را بگیرد. تأثیر چنین تغییری چیست؟

۸-۲ تعداد بقیه روزانه‌هایی که باید در هر روز در مثال ۲-۳ خریداری شود را تعیین کنید. آیا باید از همان ارقام تصادفی برای هر میزان از روزانه‌های خریداری شده توسط فروشنده استفاده کرده چرا به یا ۵/۶ استفاده از اعداد تصادفی جدید چه تأثیری دارد؟

تاثیر افزایش یا کاهش (۱) دوره بررسی، (۲) مقدار سفارش مجدد و (۳) نقطه زمان سفارش مجدد بر کمبودها، شبهه‌سازهای بیشتری انجام دهد.

۱۱-۲ یک شرکت تأمین‌کننده رسایل لوکسی به تعیین توزیع تقاضا در مهلت تحویل آگهی‌های صنعتی علاقه‌مند است. تابع طرازانی تقاضای روزانه سفارم و به شرح زیر است:

تقاضای روزانه	۰	۱	۲	۳	۴
احتمال	۰/۱۸	۰/۳۹	۰/۲۹	۰/۰۹	۰/۰۵

توزیع مهلت تحویل بر اساس سوابق موجود ایجاد شده و به شرح زیر است:

مهلت تحویل (روز)	۰	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	۰/۱۲۵	۰/۲۲۳	۰/۲۸۸	۰/۲۱۳	۰/۱۱۸	۰/۰۲۳

بر اساس ۲۰ دوره مهلت تحویل، توزیع تقاضا در مهلهای تحویل را ایجاد کنید. با استفاده از فواصل ۰-۳، ۳-۵، ... هسترگرام این توزیع را تهیه کنید و سپس با استفاده از فواصل ۰-۳، ۳-۴، ... هسترگرام دیگری ایجاد کنید. آیا تغییر عرض قاصه تاثیر عمده‌ای بر شکل هسترگرام توزیع تقاضا در مهلت تحویل می‌گذارد؟

۱۲-۲ دیاگرامهای جریان نظیر شکلهای ۲-۳ و ۳-۲ را برای یک سیستم صف با ۲ مجرا ایجاد کنید.

۱۳-۲ شبیه‌سازی روش پیشنهادی مثال ۲-۵ را با استفاده از ارقام جدید تصادفی و مرتبه انجام دهید. تاثیر تولید مجموعه تارهای از پیشنهادها بر هزینه کل چیست؟ چه موقع استفاده از همان ارقام تصادفی از پیشنهادها) برای پیشنهادهای رقابتی مناسب است؟

۱۴-۲ یک شرکت تاکسی‌رانی بین ساعت ۹ صبح تا ۵ بعد از ظهر با یک خودرو فعالیت می‌کند. در حال حاضر، افزودن خودرو دومی به این اتوبوس در دست بررسی است. تقاضا برای تاکسی از توزیع نشان داده شده در زیر پیروی می‌کند:

مدت بین تقاضاهای تلفنی (دقیقه)	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵
احتمال	۰/۱۲	۰/۲۲	۰/۲۳	۰/۱۷	۰/۰۴

توزیع مدت کامل کردن هر خدمت‌دهی به شرح زیر است:

مدت خدمت‌دهی (دقیقه)	۵	۱۵	۲۵	۳۵	۴۵
احتمال	۰/۱۲	۰/۳۵	۰/۲۳	۰/۰۶	۰/۰۴

پیچ روزگار سیستم تلفنی و سیستمی با یک تاکسی اضافه را شبیه‌سازی کنید. دو سیستم را برحسب مدلهای انتظار مشتریان و هر سفارم روشنگر دیگری مقایسه کنید.

۹-۲ تاوانی سعی دارد تعیین کند که هر روز باید چند دوجین از نان خاصه بپزد. توزیع احتمال تعداد مشتریان این نوع نان به شرح زیر است:

تعداد مشتری در روز	۸	۱۰	۱۲	۱۴
احتمال	۰/۳۵	۰/۲۰	۰/۲۵	۰/۱۰

مشتریها به موجب توزیع احتمال زیر، ۱، ۲، ۳، یا ۴ دوجین از این نان را سفارش می‌دهند.

تعداد دوجین نان سفارش داده شده توسط هر مشتری	۱	۲	۳	۴
احتمال	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۱

۱۰-۲ قیمت فروش هر دوجین از این نان ۲/۲۵ واحد پول و هزینه پختن هر دوجین آن ۱/۵۸ واحد پول است. هر مقدار از این نان که در پایان روز فروش نرفته باشد به نصف قیمت به یک فروشگاه مواد غذایی فروخته می‌شود. بر اساس پیچ روز شبیه‌سازی، چند دوجین (به نزدیکترین مضرب ۱۰ دوجین گرد کنید) از این نان باید هر روز پخته شود؟

تقاضای روزانه	۰	۱	۲	۳	۴
احتمال	۰/۳۳	۰/۲۵	۰/۲۰	۰/۱۲	۰/۱۰

موجودی انبار هر ۲ روز یک بار بررسی می‌شود (اگر خانه هر روز کار می‌کند) و اگر سطح موجودی به $\frac{1}{2}$ واحد یا کمتر رسیده باشد، ۱۰ عدد از این انبار سفارش داده می‌شود. مهلت تحویل (تعداد روزها تا تحویل) احتمالی است و طبق توزیع زیر تعریف می‌شود:

مهلت تحویل (روز)	۱	۲	۳
احتمال	۰/۳	۰/۵	۰/۲

شبیه‌سازی روش شروع می‌شود که آغاز هفته است، ۱۲ عدد از انبار تون موجود است. هیچ سفارشی با تأخیر دوباره نیست ازجود سفارش تحویل نشده مجاز است. ۴ هفته از عملکرد این سیستم را شبیه‌سازی و سیستم را تجزیه و تحلیل کنید. به منظور تعیین

را برای سادگی، فرض کنید که تقاضا همواره در ۱۲ ظهر می‌رسد و سفارشها نیز در وقت واحد صادر می‌شوند. به علاوه، فرض کنید که سفارشها در ساعت ۵ به‌اندازه نظر با پس از رسیدن تقاضای آن روز دریافت می‌شوند.
ح) شبیه‌سازی را برای ۵ هفته انجام دهید.

۲۰-۲) بالایی در یک کارخانه تولیدی، موادی دقیقاً به وزن ۲۰۰۰ کیلوگرم را حمل می‌کند. این مواد از سه نوع‌اند و برای انتقال توسط بالابر به جمله‌های وارد می‌شوند. این مواد و توزیعهای مدت بین ورودیشان به شرح زیر است:

ماده	وزن (کیلوگرم)	مدت بین ورود (دقیقه)
A	۲۰۰	5 ± 2 (یکواخت)
B	۱۰۰	6 (ثابت)
C	۵۰	$P(2) = 0.33$
		$P(3) = 0.67$

بالابر در بالا رفتن به طبقه دوم، یک دقیقه، در تخلیه بار ۲ دقیقه و در بارگشت به طبقه اول، یک دقیقه، وقت صرف می‌کند. تا کامل شدن وزن معمول، بالابر طبقه اول را ترک نمی‌کند. یک ساعت از عمل سیستم را شبیه‌سازی کنید. متوسط مدت انتقال یک جعبه مواد A را از زمان ورود تا تخلیه) چقدر است؟ متوسط مدت انتظار یک جعبه مواد B چقدر است؟ چند جعبه مواد C طی یک ساعت منتقل شدند؟
شرح‌های تصادفی X و Y به شرح زیر توزیع می‌شوند:

$$X \sim 10 \pm 10 \text{ (یکواخت)}$$

$$Y \sim 10 \pm 8 \text{ (یکواخت)}$$

الف) مقدار ۲۰۰ مقدار سفارش تصادفی $Z = XY$ را شبیه‌سازی و از نتایج به‌دست آمده نمودار دایره‌ای تهیه کنید. دامنه Z و مقدار متوسط آن چیست؟
ب) معادله $Z = \frac{X}{Y}$ عمل کنید با این تاروت که $Z = \frac{X}{Y}$ باشد.
یکی از تمرینهای شبیه‌سازی در فوق را با نرم‌افزار GASP, SIMSCRIPT, GPSS, SIAM یا هر زبان کامپیوتری دیگری انجام دهید.

۱۵-۲) مثال ۲-۶ را با افزودن تئوری آمورتیت ادامه دهید و برابری از کیفیت کار به‌سازمانگهای شبیه‌سازی شده در حلهای ۳ و ۴ را مقایسه کنید.

۱۶-۲) مقیروشهای تصادفی X، Y و Z به شرح زیر توزیع می‌شوند:

$$X \sim N(\mu = 100, \sigma^2 = 100)$$

$$Y \sim N(\mu = 300, \sigma^2 = 225)$$

$$Z \sim N(\mu = 50, \sigma^2 = 64)$$

۵۰ مقدار از مقادیر متغیر تصادفی $W = \frac{X+Y+Z}{3}$ را شبیه‌سازی و با استفاده از قواعد رده‌ها با عرض ۳، هیستوگرام تهیه کنید.

۱۷-۲) مهلت تحویل برای یکی از اعلام اخبار توزیع نرمال با میانگین ۷ روز و انحراف معیار ۲ روز دارد. تقاضای روزانه به شرح زیر توزیع می‌شود:

تقاضای روزانه	۰	۱	۲	۳
احتمال	۰.۳۶۷	۰.۳۶۸	۰.۲۸۲	۰.۰۸۳

۱۸-۲) با ۲۰ دور سفارش، تقاضا در مهلت تحویل را تعیین کنید.
مثال ۲-۴ را در نظر بگیرید.

الف) مثال را با ۱۵ دور دیگر ادامه دهید و نتیجه‌گیری کنید.
ب) به ازای $N = 10$ مثال را برای ۱۰ دور دو مرتبه انجام دهید.
ج) به ازای $N = 6$ مثال را برای ۱۰ دور دو مرتبه انجام دهید.
در مورد یک سیستم موجودی که به شرح زیر عمل می‌کند، با شبیه‌سازی متوسط تعداد فروشهای از دست‌رفته در هفته را برآورد کنید.

الف) هرگاه سطح موجودی به ۱۰ یا زیر آن برسد، سفارشی صادر شود. در هر زمان تنها یک سفارش ممکن است دریافت نشده باشد.
ب) مقدار هر سفارش مساوی با $I - 20$ باشد که I سطح موجودی به هنگام صدور سفارش است.
ج) اگر به هنگام صف بودن موجودی تقاضایی برسد فروش از دست برود.

د) تقاضای روزانه توزیع نرمال با میانگین ۵ واحد و انحراف معیار ۱/۵ واحد دارد. (در جریان شبیه‌سازی، تقاضا را به نزدیکترین عدد صحیح گرد کنید.)
ه) مهلت تحویل بین صف و ۵ روز توزیع یکواخت دارد و تنها مقادیر صحیح می‌گیرد.
وا شبیه‌سازی با ۱۸ واحد موجودی در انبار آغاز می‌شود.