باسمه تعالی

شبیه سازی کامپیوتری

استاد دژم / رشته مهندسی کامپیوتر

- مفاهیم شبیه سازی و انواع شبیه سازی
- تعریف سیستم و اجزای آن ، مدل های شبیه سازی و ویژگی های مدل ها
- سیستم های پیوسته ، گسسته ، مختلط
- شبیه سازی مدل های گسسته و مثال هایی از سیستم های سقف و انبار
- روش های شبیه سازی کامپیوتری و مراحل آن
- مفاهیم آماری در شبیه سازی
- تجزیه و تحلیل نتایج و احراز اعتبار مدل شبیه سازی
- معرفی یکی از نرم افزار های متداول شبیه سازی (GPSS)

مقدمه ای از شبیه سازی :

شبیه سازی چه بصورت دستی ، چه بصورت کامپیوتری تقلیدی از عملکرد سیستم واقعی است با گذشت زمان که به ایجاد ساختگی تاریخچه سیستم و بررسی آن به منظور دستیابی به نتیجه گیری در مورد ویژگی های عملکرد واقعی سیستم می پردازد ، شبیه سازی یکی از پرکاربردترین ابزار موجود در علم تحقیق در عملیات است که :

۱- اجازه ارزیابی عملکرد سیستم را پیش از پدید آوردن می دهد.
۲- مقایسه گزینه های گوناگون را بدون ایجاد اختلال در سیستم واقعی امکان پذیر می کند.
۳- فشرده سازی زمان را به منظور تصمیم های به موقع انجام می دهد.
۴- ساختار ساده و استفاده از نرم افزارها امکان استفاده افراد بسیاری را فراهم میکند.

تعریف شبیه سازی :

فرآیند طراحی یکی مدل منطقی که با استفاده از کامپیوتر بتوان این مدل را مورد آزمایش قرارداد شبیه سازی گفته می شود.

شبیه سازی یک برنامه کامپیوتری است که برای تجزیه و تحلیل سیستم مورد استفاده قرار میگیرد ، مفهوم عام شبیه سازی یعنی تبدیل یک سیستم واقعی به یک سیستم مجازی که بتوان با انجام آزمایشات بر روی سیستم مجازی رفتار سیستم واقعی را مورد ارزیابی قرار داد.

با استفاده از شبیه سازی می توان نتیجه ایده های خود را قبل از اجرا بر روی سیستم واقعی مشاهده نمود.

تعریف سیستم :

مجموعه ای از عناصر است که در تعامل با یکدیگر هدف خاصی را دنبال می کند ، به طور مثال یک سیستم تولیدی وظیفه اش تولید است و تمام اجزاء سیستم برای تولید یک قطعه تلاش می کنند.

محیط سیستم : مجموعه ای از عوامل بیرونی که می تواند در کار یک سیستم اثر گذار باشد.

زیر سیستم: یک سیستم می تواند مجموعه ای از چند زیر سیستم دیگر باشد اگر دانشگاه را به عنوان یک سیستم در نظر بگیریم از زیر سیستم های آموزش ، مالی و ... تشکیل شده است.

اجزاء سیستم :

۱- نهاد Entity: مهمترین جزء که روی آن بیشتر از همه مورد توجه است .

۲- خصیصه Attribute: صفتی که با استفاده از آن نهاد را توصیف می کنیم مثلا مشتری بانک موجودی حسابش چقدر است.

۳- فعالیت Activity : کارهایی که در سیستم انجام می شود مثلا برداشت وجه ...

۴- حالت State : متغییرهایی که با استفاده از آنها سیستم را در هر لحظه توصیف می کنیم.

۵- رویداد Event : هر اتفاقی که با رخ دادنش حالت سیستم تغییر پیدا کند ، مثال : ورود و خروج مشتری به بانک می تواند طول صف را طولانی یا کوتاه کند.

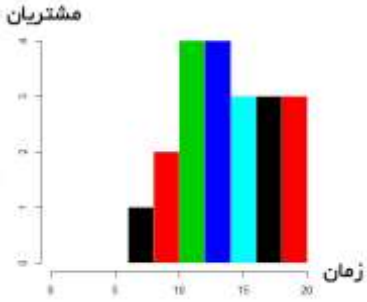
سیستم	نهاد	خصیصه ها	فعالیت	پیشامد	متغیرهای حالت
بانک	مشتری	مانده حساب جاری	سپرده گذاری	ورود، خروج	تعداد خدمت دهنده های مشغول تعداد مشتریان منتظر
قطارسریع اسیر	مسافر	مبدا، مقصد	سفر	ورود به ایستگاه رسیدن به مقصد	تعداد مسافران منتظر در هر ایستگاه تعداد مسافران در سفر
تولید	ماشین ها	سرعت ظرفیت آهنگ از کار ماندگی	جوشکاری، برش	از کارماندگی	وضعیت ماشین ها (مشغول، بیکار، از کار افتاده)
ارتباطات	پیام ها	طول، مقصد	مخابره	ورود به مقصد	تعداد پیام های در انتظار مخابره
موجودی	انبار	ظرفیت	خارج سازی کالا از انبار	تقاضا	سطوح موجودی تقاضای پس افت

رویداد ها دو حالت دارند : درون زا و برون زا

- **درون زا :** یک رویداد درون زا رویدادی است که منشاء آن داخل خود سیستم است.
- **برون زا :** از بیرون سیستم اعمال می شود مثلاً مشتری از بیرون داخل بانک می شود.
- **تعریف مدل :** یک مدل، تصویری از یک سیستم واقعی است که می تواند برای تجزیه و تحلیل آن سیستم مورد استفاده قرار گیرد.

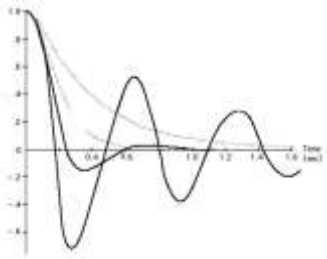
نکته: یک مدل می تواند بصورت مدل فیزیکی و یا به صورت یک برنامه کامپیوتری باشد هدف از ایجاد مدل این است که بتوانیم یک مدل را به نحو احسن شبیه سازی کنیم.

بعضی موارد است که در یک سیستم در هنگام شبیه سازی برای ما اهمیت ندارد مثلا تاریخ تولید اجناس در یک فروشگاه .



نکته: مدل سیستم همان قسمت های مهم و واقعی سیستم است.

سیستم های گسسته سیستم هایی هستند که متغییرهای حالت در آنها در لحظات خاصی از زمان تغییر می کند. (مثل یک نمودار پیوسته)



سیستم های پیوسته سیستم هایی هستند که متغییر حالت در آنها به صورت پیوسته و دائم در حال تغییر است.

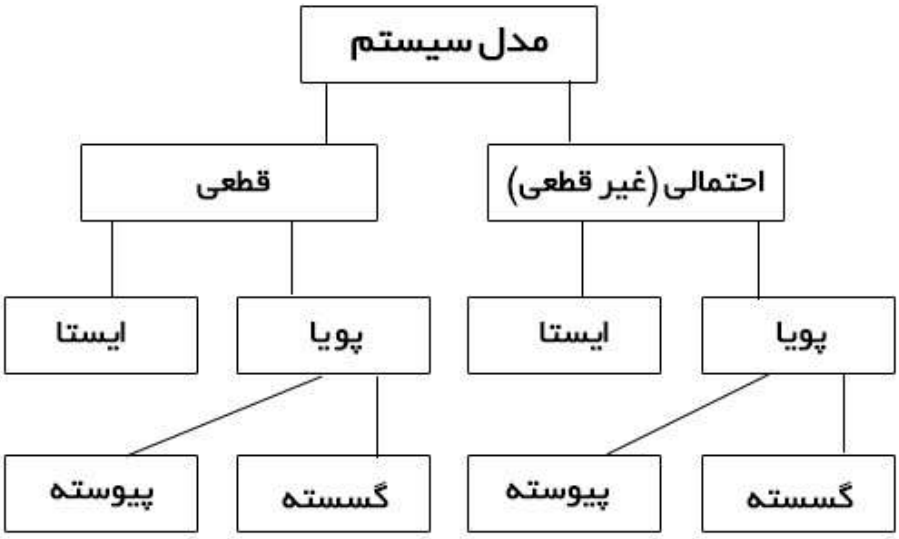
ویژگی مدل:

۱- قطعی یا غیر قطعی :

مثال : بانک یک مدل غیر قطعی یا احتمالی است.

۲- **ایستا یا پویا:** ایستا برای یک لحظه خاصی از زمان شبیه سازی می کند نه یک بازه زمانی ، ولی پویا سیستم هایی هستند که در طول زمان بررسی می شوند.

۳-گسسته یا پیوسته :



مراحل شبیه سازی (گام های اساسی در انجام شبیه سازی) :

۱- **صورت بندی مسئله :** سیستمی که میخواهیم شبیه سازی کنیم چه اجزایی دارد؟

۲- **تعیین اهداف:** نیاز دارد به صورت واضع و شفاف مشخص شود.

۳- **مدل سازی:** اجزای زائد را حذف میکنیم و به مسائل اساسی می پردازیم.

۴- **گردآوری داده ها :** در این مرحله آمارگیری را انجام می دهیم.

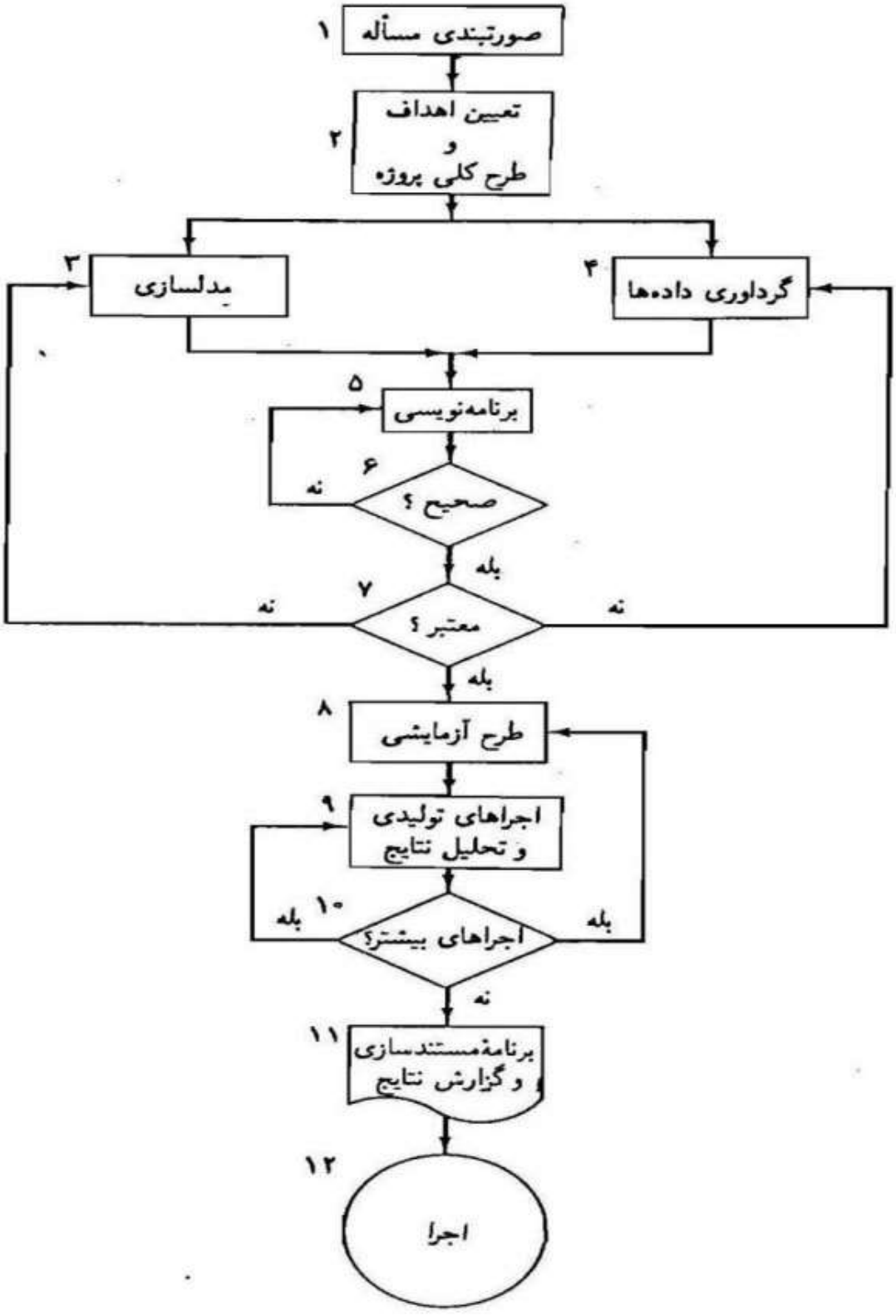
مثلا در سیستم بانک یک آمارگیری از ورود مشتری در ساعات مختلف روز انجام می دهیم.

۵- **برنامه نویسی و اشکال زدایی :** همان شبیه سازی کامپیوتری است.

۶- **معتبرسازی :** میزان درست بودن شبیه سازی را مورد بررسی قرار می دهیم.

۷-اجرای مدل و تحلیل نتایج

۸-مستند سازی ثبت کردن مکتوب مراحل



شکل ۱-۴ گامهای اساسی در بررسی مبتنی بر شبیه‌سازی.

مثال هایی از شبیه سازی :

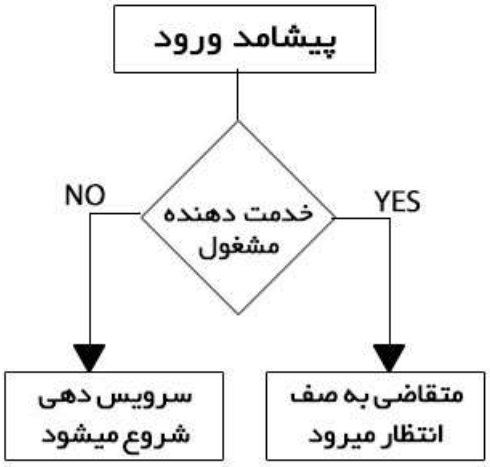
۱- شبیه سازی سیستم های صف

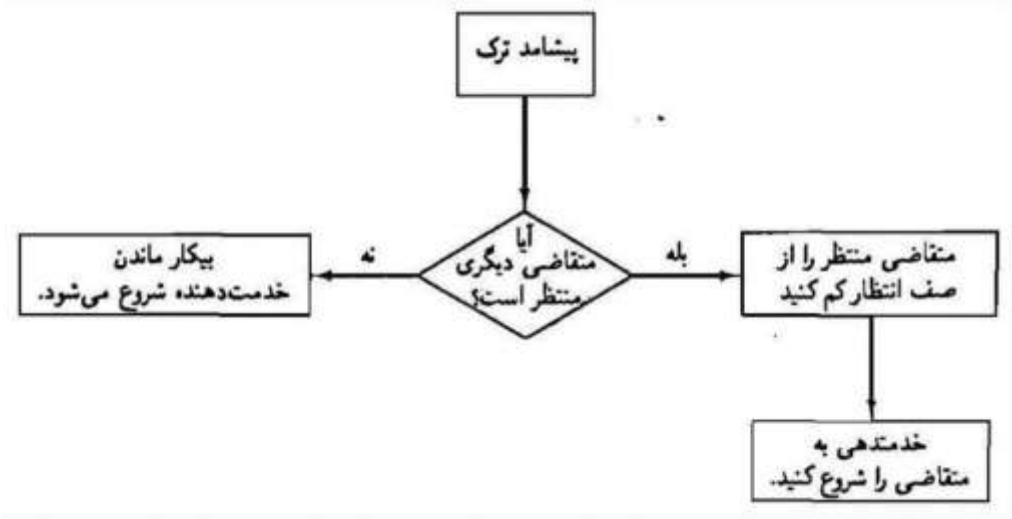
۲- شبیه سازی سیستم های موجودی

جمعیت متقاضیان بلقوه : کسانی که الان به سیستم سرویس دهدی دارد ولی در آینده ممکن است که احتیاج به سرویس دهدی پیدا کنند.

مثل افرادی که در یک محله زندگی می کنند ممکن است در آینده به فروشگاه محل مراجعه کنند (بلقوه) و وقتی به فروشگاه مراجعه کنند و خرید انجام دهند (بلفعل) می شود.

- ورود و خروج (ترک) مشتری ۲ رویدادی هستند که در سیستم ثبت می باشند.





گذر زمان در شبیه سازی :

ساعت شبیه سازی : در هر لحظه از فرآیند زمان جاری سیستم را نشان می دهد ، بـرای گذر زمان در شبیه سازی ۲ الگوریتم مختلف وجود دارد.

الف) **الگوریتم اول:** اضافه کردن یک مقدار ثابت به زمان شبیه سازی

زمان شبیه سازی = Ti+tc

tc : مقدار ثابت ti : زمان بین دو وقفه

ب) **الگوریتم دوم:** وقوع واقعه بعد بر حسب زمان واقعی قبلی بعلاوه فاصله زمانی بـین دو واقعه بدست می آید:

زمان شبیه سازی = زمان واقعه قبلی + فاصله زمانی بین دو واقعه

سیستم صف : هرگاه یک متقاضی خواهان یک سرویس باشد با صف برخورد می کنـد (صف بوجود می آید)

دو عامل در سیستم صف سرویس دهنده و سرویس گیرنده است.

انواع صف :

۱- Fifo : اولین ورودی اولین خروجی

۲- Lifo : آخرین ورودی اولین خروجی

۳- LVF(i) : براساس مشخصه ای به آن اولویت داده می شود ، اولویت بـا سـرویس گیرنده ای است که مشخصه (i) آن از همه سرویس گیرنده ها پایین تر باشد.

۴- HVF(i) : براساس مشخصه ای به آن اولویت داده می شود ، اولویت بـا سـرویس گیرنده ای است که مشخصه (i) آن همه سرویس گیرنده ها بالاتر است.

نکته : صف هایی که در مدل سازی وجود دارد می تواند تک کاناله ، دوکاناله و یا حتلی چند کاناله باشد ، حال سرویس گیرنده بر اساس قاعده خاصی می تواند یکی از صف ها را انتخاب کند ، (بلندترین صف ، کوتاه ترین صف ، قاعده تصادفی)

در یک سیستم صف علاوه برا این عوامل ، عوامل دیگری نیز می توانند در این سیستم موثر باشند مانند زمان ورود ، سرویس گیرنده به صف ، زمان ارائه سرویس.

یکی از عوامل موثر در سیستم صف ، ظرفیت صف می باشد که می تواند محدود یا نا محدود باشد ، در صورتی که یک سرویس گیرنده با یک صف که ظرفیت آن محدود است ۲ حالت وجود دارد (بوجود می آید)

Block : در این حال سرویس گیرنده منتظر می ماند تا صف خالی شود و سپس جهت دریافت خدمت به صف اصلی وارد می شود.

Balk : در این حالت سرویس گیرنده به محض برخورد با صف پس از دریافت سرویس منصفرف و به جای دیگر می رود ، در صورتی که سرویس گیرنده با یک صف که ظرفیت آن نامحدود است مواجه شود می تواند بدون هیچ مشکلی در صف قرار گیرد.

انواع فرایندها :

۱- **فرایند واقعی (قطعی)** : فرآیندی که توالی بین فرآیندهای آن در زمان مشخص است.

۲- **فرآیند تصادفی** : فرآیندی که توالی بین فرآیندهای آن در یک زمان مشخص نیست.

نکته : در مدلسازی بیشتر کار ما با فرآیندهای تصادفی است.

در یک سیستم مدل سازی که از فرآیند تصادفی پیروی می کند.

۱- مشخص نمودن تابع توزیع احتمالی

۲- مشخص کردن اعداد تصادفی که در تابع فرآیند تصادفی کاربرد دارند.

گامهای اساسی شبیه سازی

- تعیین ویژگیهای هر یک از ورودیها و مدلسازی آنها در قالب توزیع های گسسته یا پیوسته
- ایجاد جدول شبیه سازی با p ورودی xij و به ازای هر تکرار یک خروجی yi

$i=1,...,n$

$j=1,...,p$

- تولید مقدار برای هر ورودی در هر تکرار و ارزیابی تابع محاسبه کننده پاسخ با استفاده از نمونه گیری از توزیع های تعیین شده در گام اول

نمونه جدول شبیه سازی

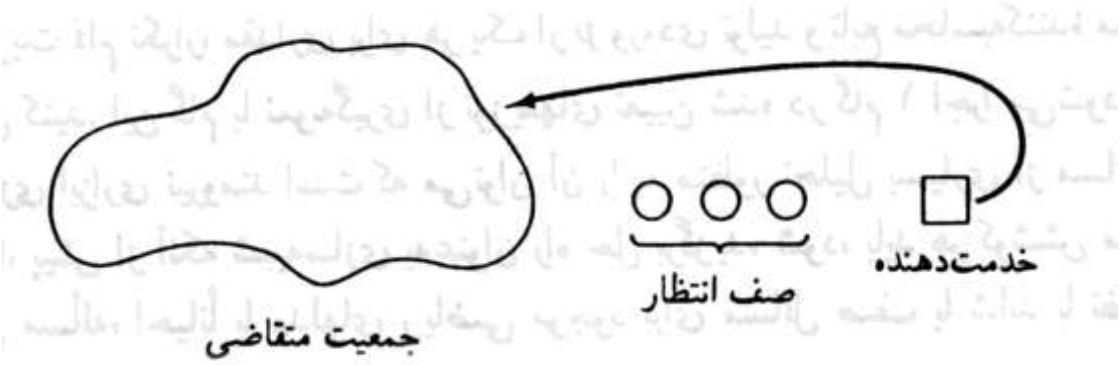
جدول ۲-۱ جدول شبیه‌سازی.

دفعات تکرار	ورودیها					پاسخ
	x_{i1}	x_{i2}	$\cdots$ x_{ij}	$\cdots$	x_{ip}	(y_i)
۱						
۲						
۳						
⋮						
n						

شبیه سازی سیستمهای صف (FIFO)

فرض ها:

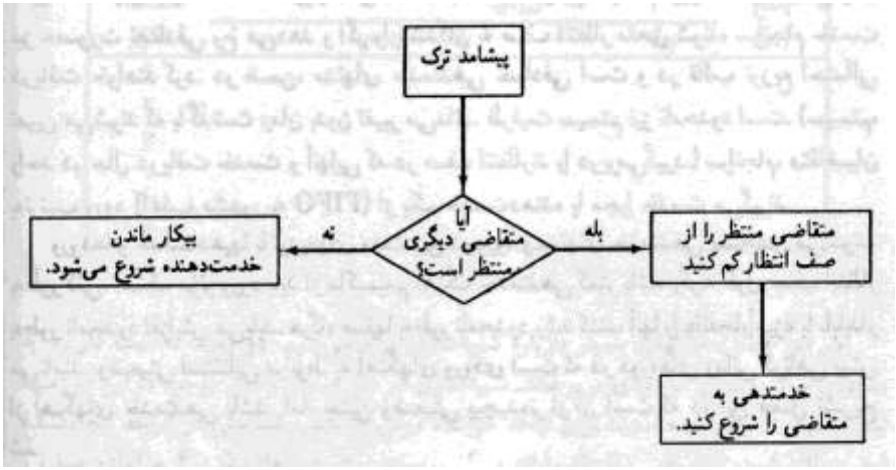
- نا محدود بودن جمعیت متقاضی
- هر بار یک ورود و به صورت تصادفی رخ می دهد
- وارد شدگان به صف قطعا خدمت می گیرند
- مدت خدمت دهی تصادفی و در قالب توزیع احتمالی نامتغیر با زمان تعیین می شود
- ظرفیت سیستم نامحدود است
- رشد انفجارآمیز صورت نمی گیرد



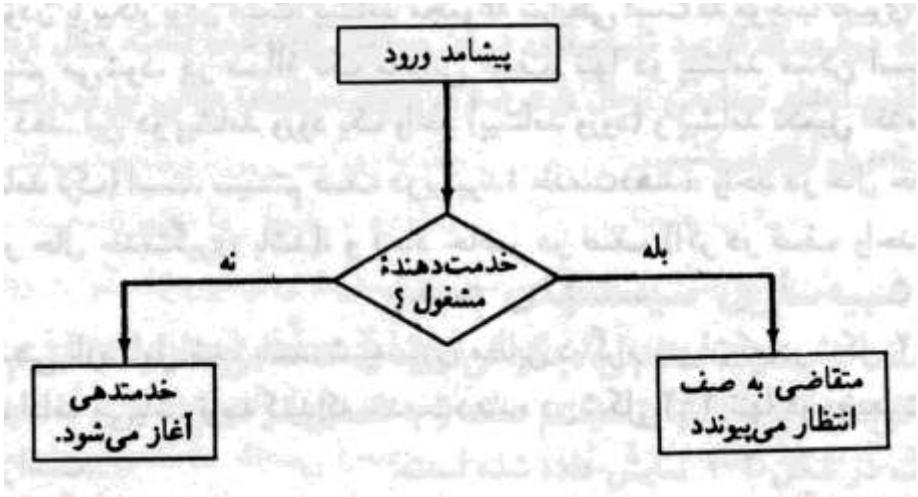
حالت سیستم : تعداد حاضران در سیستم و وضعیت خدمت دهنده

پیشامد: مجموعه شرایطی که موجب تغییر لحظه ای در حالت سیستم می گردد

فلوچارت مراحل شبیه سازی زمانیکه خدمت دهی تازه تکمیل شده باشد



فلوچارت مراحل شبیه سازی مربوط به ورود متقاضی به سیستم



عملکرد سیستم صف به هنگام ورود یک متقاضی

		وضعیت صف	
		غیرخالی	خالی
وضعیت خدمتدهنده	مشغول	ورود به صف	ورود به صف
	بیکار	غیرممکن	شروع خدمتدهی

وضعیت خدمت دهنده پس از تکمیل فرایند خدمت دهی

		وضعیت صف	
		غیرخالی	خالی
وضعیت خدمتدهنده	مشغول		ناممکن
	بیکار	ناممکن	

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

جدول ۲-۲ مدتهای بین دو ورود و زمانهای ورود.

مشتری	مدت بین دو ورود	زمان ورود برحسب ساعت شبیه‌سازی
۱	-	۰
۲	۲	۲
۳	۴	۶
۴	۱	۷
۵	۲	۹
۶	۶	۱۵

شبیه سازی برای ۶ مشتری که مدت زمان بین ورود آنها ارقام تصادفی ۶-۱ است.

جدول ۲-۳ مدتهای خدمتدهی.

مشتری	مدت خدمتدهی
۱	۲
۲	۱
۳	۳
۴	۲
۵	۱
۶	۴

مدت خدمت دهی از توزیع تصادفی ارقام ۴-۱ تولید شده است.

در شبیه سازی صف به مشتریان براساس ترتیب ورود خدمت دهی می شود.

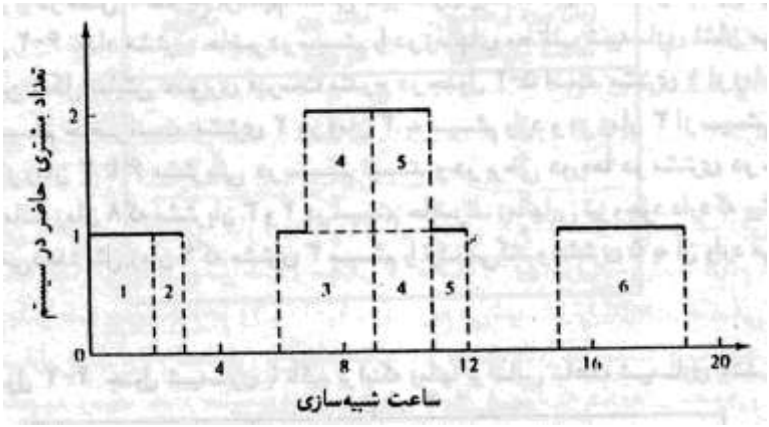
جدول ۲-۴ جدول شبیه‌سازی با تأکید بر اینکه زمانها بر اساس ساعت شبیه‌سازی باشد.

مشتری	زمان ورود	زمان شروع خدمت	مدت خدمتدهی	زمان پایان خدمتدهی
۱	۰	۰	۲	۲
۲	۲	۲	۱	۳
۳	۶	۶	۳	۹
۴	۷	۹	۲	۱۱
۵	۹	۱۱	۱	۱۲
۶	۱۵	۱۵	۴	۱۹

ترتیب جدول براساس ساعت شبیه سازی است ، نه شماره مشتری!

جدول ۲-۵ ترتیب زمانی پیشامدها.

نوع پیشامد	مشتری	ساعت شبیه‌سازی
ورود	۱	۰
ترک	۱	۲
ورود	۲	۲
ترک	۲	۳
ورود	۳	۶
ورود	۴	۷
ترک	۳	۹
ورود	۵	۹
ترک	۴	۱۱
ترک	۵	۱۲
ورود	۶	۱۵
ترک	۶	۱۹



حداکثر دو مشتری در هر لحظه در سیستم حاضرند.

مثال سیستم صف تک ورودی: فروشگاه مواد غذایی

فرضیات مسئله:

- فروشگاه یک صندوق دارد.
- مشتریان بطور تصادفی با فواصل زمانی ۸-۱ دقیقه و با احتمال یکسان وارد می شوند.
- مدت خدمت دهی از ۱ تا ۶ دقیقه و طبق احتمالات جدول ۲-۷ تغییر می کند.
- شبیه سازی برای خرید ۲۰ مشتری اجرا می شود. اولین مشتری در زمان صفر وارد می شود.

جدول ۲-۶ توزیع مدتهای بین دو ورود.

مدتهای بین ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰٫۱۲۵	۰٫۱۲۵	۰۰۱-۱۲۵
۲	۰٫۱۲۵	۰٫۲۵۰	۱۲۶-۲۵۰
۳	۰٫۱۲۵	۰٫۳۷۵	۲۵۱-۳۷۵
۴	۰٫۱۲۵	۰٫۵۰۰	۳۷۶-۵۰۰
۵	۰٫۱۲۵	۰٫۶۲۵	۵۰۱-۶۲۵
۶	۰٫۱۲۵	۰٫۷۵۰	۶۲۶-۷۵۰
۷	۰٫۱۲۵	۰٫۸۷۵	۷۵۱-۸۷۵
۸	۰٫۱۲۵	۱٫۰۰۰	۸۷۶-۰۰۰

جدول ۲-۷ توزیع مدتهای خدمتدهی.

مدت خدمتدهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰/۱۰	۰/۱۰	۰۱-۱۰
۲	۰/۲۰	۰/۳۰	۱۱-۳۰
۳	۰/۳۰	۰/۶۰	۳۱-۶۰
۴	۰/۲۵	۰/۸۵	۶۱-۸۵
۵	۰/۱۰	۰/۹۵	۸۶-۹۵
۶	۰/۰۵	۱/۰۰	۹۶-۰۰

جدول ۲-۸ تعیین مدتهای بین دو ورود.

مشتری	ارقام تصادفی	مدت بین دو ورود (دقیقه)	مشتری	ارقام تصادفی	مدت بین دو ورود (دقیقه)
۱	-	-	۱۱	۱۰۹	۱
۲	۹۱۳	۸	۱۲	۰۹۳	۱
۳	۷۲۷	۶	۱۳	۶۰۷	۵
۴	۰۱۵	۱	۱۴	۷۳۸	۶
۵	۹۳۸	۸	۱۵	۳۵۹	۳
۶	۳۰۹	۳	۱۶	۸۸۸	۸
۷	۹۲۲	۸	۱۷	۱۰۶	۱
۸	۷۵۳	۷	۱۸	۲۱۲	۲
۹	۲۳۵	۲	۱۹	۴۹۳	۴
۱۰	۳۰۲	۳	۲۰	۵۳۵	۵

ارقام تصادفی سه رقمی با استفاده از جدول ارقام تصادفی تولید شده است.

جدول ۲-۹ مدتهای تولید شده برای خدمتدهی.

مشتری	ارقام تصادفی	مدت خدمتدهی (دقیقه)	مشتری	ارقام تصادفی	مدت خدمتدهی (دقیقه)
۱	۸۴	۴	۱۱	۳۲	۳
۲	۱۰	۱	۱۲	۹۴	۵
۳	۷۳	۴	۱۳	۷۹	۴
۴	۵۳	۳	۱۴	۰۵	۱
۵	۱۷	۲	۱۵	۷۹	۵
۶	۷۹	۴	۱۶	۸۴	۴
۷	۹۱	۵	۱۷	۵۲	۳
۸	۶۷	۴	۱۸	۵۵	۳
۹	۸۹	۵	۱۹	۳۰	۲
۱۰	۳۸	۳	۲۰	۵۰	۳

ارقام تصادفی دو رقمی با استفاده از جدول ارقام تصادفی تولید شده است.

پیشامدها:

ورود مشتری

خدمت دهی (ترک مشتری)

جدول ۲-۱۰ جدول شبیه‌سازی برای مسألهٔ صف.

مشتری	مدت سپری شده از آخرین ورود (دقیقه)	زمان ورود	مدت خدمتدهی (دقیقه)	زمان شروع خدمت	مدت ماندن مشتری در صف (دقیقه)	زمان پایان خدمت	مدت ماندن مشتری در سیستم (دقیقه)	مدت بیکاری خدمت‌دهنده (دقیقه)
۱	-	۰	۴	۰	۰	۴	۴	۰
۲	۸	۸	۱	۸	۰	۹	۱	۴
۳	۶	۱۴	۴	۱۴	۰	۱۸	۴	۵
۴	۱	۱۵	۳	۱۸	۳	۲۱	۶	۰
۵	۸	۲۳	۲	۲۳	۰	۲۵	۲	۲
۶	۳	۲۶	۴	۲۶	۰	۳۰	۴	۱
۷	۸	۳۴	۵	۳۴	۰	۳۹	۵	۴
۸	۷	۴۱	۴	۴۱	۰	۴۵	۴	۲
۹	۲	۴۳	۵	۴۵	۲	۵۰	۷	۰
۱۰	۳	۴۶	۳	۵۰	۴	۵۳	۷	۰
۱۱	۱	۴۷	۳	۵۳	۶	۵۶	۹	۰
۱۲	۱	۴۸	۵	۵۶	۸	۶۱	۱۳	۰
۱۳	۵	۵۳	۴	۶۱	۸	۶۵	۱۲	۰
۱۴	۶	۵۹	۱	۶۵	۶	۶۶	۷	۰
۱۵	۳	۶۲	۵	۶۶	۴	۷۱	۹	۰
۱۶	۸	۷۰	۴	۷۱	۱	۷۵	۵	۰
۱۷	۱	۷۱	۳	۷۵	۴	۷۸	۷	۰
۱۸	۲	۷۳	۳	۷۸	۵	۸۱	۸	۰
۱۹	۴	۷۷	۲	۸۱	۴	۸۳	۶	۰
۲۰	۵	۸۲	۳	۸۳	۱	۸۶	۴	۰
	۸۲		۶۸		۵۶		۱۲۴	۱۸

نتایج شبیه سازی سیستم صف تک ورودی فروشگاه مواد غذایی

مجموع تعداد مشتریان : مجموع مدت انتظار مشتریان در صف = متوسط مدت انتظار هر مشتری

= ۵۶ : ۲۰ = ۲/۸

مجموع تعداد مشتریان : مجموع تعداد مشتریان منتظر در صف = احتمال انتظار هر مشتری

= ۱۳ : ۲۰ = ۰/۶۵

مجموع مدت شبیه سازی : مجموع مدت بیکاری خدمت دهنده = احتمال بیکاری خدمت دهنده

= ۱۸ : ۸۶ = ۰/۲۱

مجموع تعداد مشتریان : مجموع مدت خدمت دهی = متوسط مدت خدمت دهی

= ۶۸ : ۲۰ = ۳/۴

امید ریاضی مدت خدمت دهی = ۱(۰/۱۰) + ۲(۰/۲۰) + ۳(۰/۳۰) + ۴(۰/۲۵) + ۵(۰/۱۰) + ۶(۰/۰۵)

= ۳/۲

نتایج شبیه سازی سیستم صف تک ورودی فروشگاه مواد غذایی

تعداد ورودها منهای یک : مجموع تمام مدتهای بین دو ورود = متوسط مدت بین دو ورود

= ۸۲ : ۱۹ = ۴/۳

میانگین توزیع یکنواخت گسسته ۱ تا ۸ = (۸ + ۱) : ۲

= ۴/۵

مجموع تعداد مشتریان منتظر: مجموع مدت انتظار مشتریان = متوسط مدت انتظار مشتریان منتظر

= ۵۶ :۱۳ = ۴/۳

مجموع تعداد مشتریان : مجموع مدت حضور مشتریان = متوسط مدت حضور هر مشتری در سیستم

= ۱۲۴ : ۲۰ = ۶/۲

متوسط مدت خدمت دهی+ متوسط مدت انتظار مشتریان منتظر= متوسط مدت حضور هرمشتری در سیستم

= ۲/۸ + ۳/۴ = ۶/۲

مثال: یک رستوران را با دو تحویل دهنده غـذا (هابیـل و خبـاز) بـه مشـتریان در نظـر بگیرید ، هنگام ورود سفارش جدید به رستوران هر خدمت دهنده که بیکار باشد کـار را انجام می دهد و در زمانی که هر دو بیکارند هابیل به دلیـل تجربـه بیشـتر در ایـن امـر سفارش دهی به مشتریان را به عهده می گیرد ، با توجه به ایـن کـه زمـان خـدمت هـر خدمت دهنـده و زمـان ورود متـوالی مشـتریان دارای توزیـع احتمـالی مشـخص اسـت سیستم فعلی را تحلیل کنید.

توزیع مدت های بین سفارش مشتریان

مدت بین دو سفارش	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰,۲۵	۰,۲۵	۰۱-۲۵
۲	۰,۴	۰,۶۵	۲۶-۶۵
۳	۰,۲	۰,۸۵	۶۶-۸۵
۴	۰,۱۵	۱	۸۶-۰۰

توزیع خدمت‌دهی هابیل

مدت خدمت‌دهی	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۲	۰,۳	۰,۳	۰۱-۳۰
۳	۰,۲۸	۰,۵۸	۳۱-۵۸
۴	۰,۲۵	۰,۸۳	۵۹-۸۳
۵	۰,۱۷	۱	۸۴-۰۰

توزیع خدمت دهی خباز

مدت خدمت‌دهی	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۳	۰,۳۵	۰,۳۵	۰۱-۳۵
۴	۰,۲۵	۰,۶	۳۶-۶۰
۵	۰,۲	۰,۸	۶۱-۸۰
۶	۰,۲	۱	۸۱-۰۰

خلاصه نتایج مساله شبیه سازی رستوران

مشتری	ارقام تصادفی ورود	مدتهای بین دو ورود	زمانهای ورود برحسب ساعت شبیه‌سازی	ارقام تصادفی خدمتدهی	هابیل			خباز			مدت انتظار در صف
					زمانهای شروع خدمت	مدتهای خدمتدهی	زمانهای پایان خدمت	زمانهای شروع خدمت	مدتهای خدمتدهی	زمانهای پایان خدمت	
۱	-	-	۰	۹۵	۰	۵	۵				۰
۲	۲۶	۲	۲	۲۱				۲	۳	۵	۰
۳	۹۸	۴	۶	۵۱	۶	۳	۹				۰
۴	۹۰	۴	۱۰	۹۲	۱۰	۵	۱۵				۰
۵	۲۶	۲	۱۲	۸۹				۱۲	۶	۱۸	۰
۶	۴۲	۲	۱۴	۳۸	۱۵	۳	۱۸				۱
۷	۷۴	۳	۱۷	۱۳	۱۸	۲	۲۰				۱
۸	۸۰	۳	۲۰	۶۱	۲۰	۴	۲۴				۰
۹	۶۸	۳	۲۳	۵۰				۲۳	۴	۲۷	۰
۱۰	۲۲	۱	۲۴	۴۹	۲۴	۳	۲۷				۰
۱۱	۴۸	۲	۲۶	۳۹	۲۷	۳	۳۰				۱
۱۲	۳۲	۲	۲۸	۵۳				۲۸	۴	۳۲	۰
۱۳	۴۵	۲	۳۰	۸۸	۳۰	۵	۳۵				۰
۱۴	۲۴	۱	۳۱	۰۱				۳۲	۳	۳۵	۱
۱۵	۳۴	۲	۳۳	۸۱	۳۵	۴	۳۹				۲
۱۶	۶۳	۲	۳۵	۵۳				۳۵	۴	۳۹	۰
۱۷	۳۸	۲	۳۷	۸۱	۳۹	۴	۴۳				۲
۱۸	۸۰	۳	۴۰	۶۴				۴۰	۵	۴۵	۰
۱۹	۴۲	۲	۴۲	۰۱	۴۳	۲	۴۵				۱
۲۰	۵۶	۲	۴۴	۶۷	۴۵	۴	۴۹				۱
۲۱	۸۹	۴	۴۸	۰۱				۴۸	۳	۵۱	۰
۲۲	۱۸	۱	۴۹	۴۷	۴۹	۳	۵۲				۰
۲۳	۵۱	۲	۵۱	۷۵				۵۱	۵	۵۶	۰
۲۴	۷۱	۳	۵۴	۵۷	۵۴	۳	۵۷				۰
۲۵	۱۶	۱	۵۵	۸۷				۵۶	۶	۶۲	۱
۲۶	۹۲	۴	۵۹	۴۷	۵۹	۳	۶۲				۰
						۵۶			۴۳		۱۱

آمار حاصله از شبیه سازی

درصد مشغولیت هابیل $= \frac{۵۶}{۶۲} = ۹۰\%$

درصد مشغولیت خباز $= \frac{۴۳}{۶۲} = ۶۹\%$

درصد افراد انتظار کشیده $= \frac{۹}{۲۶} = ۳۵\%$

مدت وسط زمان انتظار افراد در صف $= \frac{۱۱}{۹} = ۱/۲۲$

مساله پسرک روزنامه فروش

فردی تعدادی روزنامه برای فروش در یک دوره میخرد ، نکته قابل توجه در این مساله این است که روزنامه فروش در انتهای دوره روزنامه های باقیمانده را بایستی به قیمت کاغذ باطله بفروشد.

درآمد فروش روزنامه باطله + سود از دست رفته− هزینه خرید − درآمد فروش = سود
۲ ۷ ۱۳ ۲۰

فرضیات

توزیع احتمالی نوع روز

نوع روز	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
خوب	۰,۳۵	۰,۳۵	۰۱-۳۵
متوسط	۰,۴۵	۰,۸۰	۳۶-۸۰
بد	۰,۲۰	۱	۸۱-۰۰

توزیع روزنامه‌های مورد تقاضا

تقاضا	توزیع احتمال تقاضا		
	خوب	متوسط	بد
۴۰	۰,۰۳	۰,۱۰	۰,۴۴
۵۰	۰,۰۵	۰,۱۸	۰,۲۲
۶۰	۰,۱۵	۰,۴۰	۰,۱۶
۷۰	۰,۲۰	۰,۲۰	۰,۱۲
۸۰	۰,۳۵	۰,۰۸	۰,۰۶
۹۰	۰,۱۵	.۰۴	۰,۰۰
۱۰۰	۰,۰۷	۰,۰۰	۰,۰۰

خلاصه نتایج شبیه سازی مساله روزنامه فروش

فرض میکنیم که شبیه سازی را برای خرید ۷۰ روزنامه طـی یـک دوره ۲۰ روزه انجـام می دهیم.

روز	ارقام تصادفی برای تعیین نوع روز	نوع روز	ارقام تصادفی برای تقاضا	تقاضا	درامد حاصل از فروش	سود از دست رفته به‌خاطر فزونی تقاضا	درامد ناشی از فروش به قیمت باطله	سود روزانه
۱	۹۴	بد	۸۰	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۲	۷۷	متوسط	۲۰	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۳	۴۹	متوسط	۱۵	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۴	۴۵	متوسط	۸۸	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۵	۴۳	متوسط	۹۸	۹۰	۱۴۰۰	۱۴۰	-	۳۵۰
۶	۳۲	خوب	۶۵	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۷	۴۹	متوسط	۸۶	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۸	۰۰	بد	۷۳	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۹	۱۶	خوب	۲۴	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۰	۲۴	خوب	۶۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۱	۳۱	خوب	۶۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۲	۱۴	خوب	۲۹	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۳	۴۱	متوسط	۱۸	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۱۴	۶۱	متوسط	۹۰	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۵	۸۵	بد	۹۳	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۱۶	۰۸	خوب	۷۳	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
۱۷	۱۵	خوب	۲۱	۶۰	۱۲۰۰	-	۲۰	۳۱۰
۱۸	۹۷	بد	۴۵	۵۰	۱۰۰۰	-	۴۰	۱۳۰
۱۹	۵۲	متوسط	۷۶	۷۰	۱۴۰۰	-	-	۴۹۰
۲۰	۷۸	متوسط	۹۶	۸۰	۱۴۰۰	۷۰	-	۴۲۰
					۲۵۸۰۰	۵۶۰	۲۲۰	۷۲۶۰

سیاست بهینه

جدول فـوق را بـرای تعـداد خریـدهای مختلـف روزنامـه در ابتدای روز اجرا میکنیم ، جدولی که متوسط سود بیشتری را توسط شبیه سازی نشان دهد مشخص کننده سیاست بهینه تهیه روزنامه در ابتدای روز است.

سود =۲۰*۶۰-۱۳*۷۰-۰+۲*۱۰
=۳۱۰

مساله موجودی

فرض کنید دریک سیستم کنترل موجودی هر ۵ روز یک بار موجودی بررسی شده و در صورتی که مقدار موجودی کمتر از ۱۱ واحد باشد ، سفارش صادر می گردد که موجودی به ۱۱ واحد برسد ، سطح موجودی ابتدای دوره ۳ واحد و ورود یک سفارش ۸ واحدی در دو روز بعد دیده شده است ، تقاضای روزانه و مهلت تحویل برای کالاهای انبار دارای توزیع احتمالی به شرح زیر است . وضعیت این سیستم را به کمک شبیه سازی بررسی نمایید.

M=11 N=5 (M,N)

مهلت تحویل	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰,۶	۰,۶	۱-۶
۲	۰,۳	۰,۹	۷-۹
۳	۰,۱	۱	۰

تقاضا	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۰	۰,۱	۰,۱	۰۱-۱۰
۱	۰,۲۵	۰,۳۵	۱۱-۳۵
۲	۰,۳۵	۰,۷	۳۶-۷۰
۳	۰,۲۱	۰,۹۱	۷۱-۹۱
۴	۰,۰۹	۱	۹۲-۰۰

خلاصه نتایج شبیه سازی مساله موجودی

دور	روز	موجودی در ابتدای روز	ارقام تصادفی برای تقاضا	تقاضا	موجودی در انتهای روز	مقدار کمبود	مقدار سفارش	ارقام تصادفی برای مهلت تحویل	روزهای مانده تا ورود سفارش
۱	۱	۳	۲۴	۱	۲	۰	–	–	۱
	۲	۲	۳۵	۱	۱	۰	–	–	۰
	۳	۹	۶۵	۲	۷	۰	–	–	–
	۴	۷	۸۱	۳	۴	۰	–	–	–
	۵	۴	۵۴	۲	۲	۰	۹	۵	۱
۲	۱	۲	۰۳	۰	۲	۰	–	–	۰
	۲	۱۱	۸۷	۳	۸	۰	–	–	–
	۳	۸	۲۷	۱	۷	۰	–	–	–
	۴	۷	۷۳	۳	۴	۰	–	–	–
	۵	۴	۷۰	۲	۲	۰	۹	۰	۳
۳	۱	۲	۴۷	۲	۰	۰	–	–	۲
	۲	۰	۴۵	۲	۰	۲	–	–	۱
	۳	۰	۴۸	۲	۰	۴	–	–	۰
	۴	۹	۱۷	۱	۴	۰	–	–	–
	۵	۴	۰۹	۰	۴	۰	۷	۳	۱
۴	۱	۴	۴۲	۲	۲	۰	–	–	۰
	۲	۹	۸۷	۳	۶	۰	–	–	–
	۳	۶	۲۶	۱	۵	۰	–	–	–
	۴	۵	۳۶	۲	۳	۰	–	–	–
	۵	۳	۴۰	۲	۱	۰	۱۰	۴	۱
۵	۱	۱	۰۷	۰	۱	۰	–	–	۰
	۲	۱۱	۶۳	۲	۹	۰	–	–	–
	۳	۹	۱۹	۱	۸	۰	–	–	–
	۴	۸	۸۸	۳	۵	۰	–	–	–
	۵	۵	۹۴	۴	۱	۰	۱۰	۸	۲
					۸۷				

متوسط موجودی در انتهای روز

$$= \frac{۸۷}{۲۵} = ۳.۵$$

احتمال رخدادکمبود

$$\rightarrow \underbrace{۲/۲۵}_{\text{روز}}$$

نتیجه گیری از مثال ها

هر شبیه سازی گسسته پیشامد ، مدل سازی طی زمان از سیستمی است که تمام تغییر حالت های آن در لحظه های گسسته زمان ، یعنی در لحظـه هـای وقـوع پیشـامدها رخ می دهد.

در حقیقت شبیه سازی پیشامد با ایجاد توالیی از تصاویر پیش می رود که معرف تکوین سیستم طی زمان است.

تعریف اعداد تصادفی : رشته اعدادی هستند که بصورت مستقل و کـاملا تصـادفی از یکدیگر تولید میشوند .

اعداد تصادفی به دو دسته تقسیم می شوند :

۱- **یکنواخت :** رشته اعدادی که بین صفر تا یک بطور یکنواخت هستند.

۲- **اعداد تصادفی غیر یکنواخت :** این نوع اعداد تصـادفی بسـته بـه نـوع توزیـع متفاوت هستند.

روش های تولید اعداد تصادفی یکنواخت :

روش های منسوخ : ۱- روش میان مربعی ۲- روشن میان ضربی ۳- روش مضرب ثابت

الگوریتم خطی تکرار پذیر :

- مولد همنهشتی مرکب
- مولد همنهشتی جمعی
- مولد همنهشتی خطی

روشهای مختلف تولید اعداد تصادفی

روش میان مربعی

۱- انتخاب یک هسته n رقمی

۲- مربع کردن آن(اگر مربع۱-2n رقمی باشد سمت چپ ۰ اضافه می شود.)

۳- اگر n زوج باشد n/2 رقم از چپ و راست عدد حذف می کنیم و در سمت چـپ ارقام ممیز می گذاریم.

روش میان ضربی

مانند روش میان مربعی است فقط با این تفاوت که از ۲ هسته اولیه استفاده می شود در این روش اعداد تصادفی با استفاده از ۲ عدد تصادفی ما قبل ایجاد می شوند.

روش مضرب ثابت

در این روش از یک هسته مرکزی X_0 و یک ضریب ثابت K استفاده می شود.