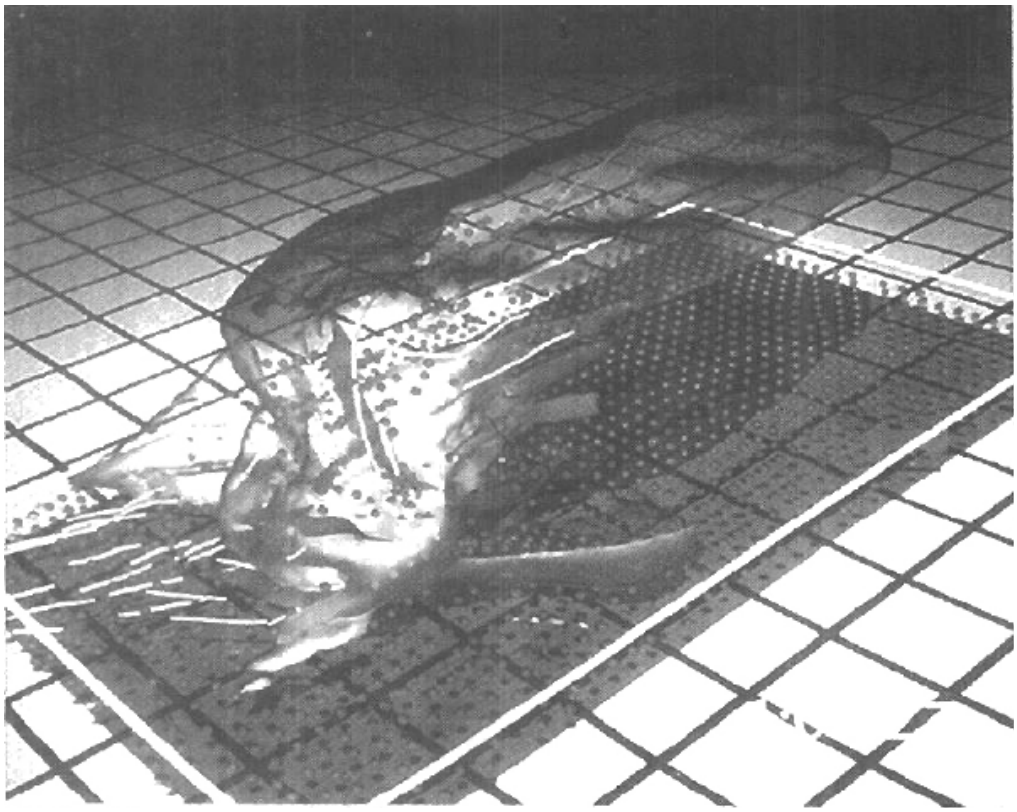
فصل اول

بررسی گرافیک کامپیوتری

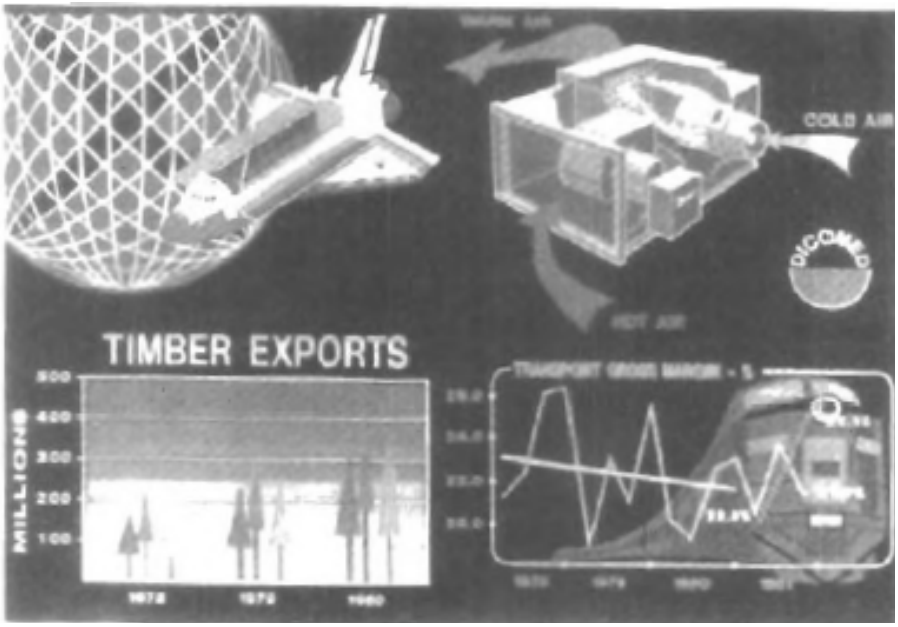


کامپیوترهای به ابزار قدرت‌مندی برای تولید سریع و اقتصادی تصاویر تبدیل شده اند ذاتاً هیچ منطقه ای وجود ندارد که در آن نمایشهای گرافیکی برای منفعتی غیر قابل استفاده باشند پس تعجب آور نیست که دریابیم کاربرد گرافیک کامپیوتری اینقدر گسترده است.

اگرچه کاربردهای اولیه در مهندسی و علوم باید بر تجهیزات گران قیمت و پر زحمت تکیه کنند پیشرفت فناوری کامپیوتری گرافیک کامپیوتری با ارتباط متقابل را به ابزاری عملی تبدیل شده است. امروزه گرافیک کامپیوتری معمولاً در حوزه‌های

مختلفی بکار میرود مثل علوم – مهندسی – پزشکی، کسب و کار، صنعت، دولت، هنر، تفریحات، تبلیغات، آموزش و تمرین کردن بکار برده می‌شود.

شکل ۱-۱ کاربردهای بسیار گرافیک در شبیه‌سازیها، آموزش و نمایشهای گرافیکی را خلاصه می‌کند. قبل از اینکه به جزئیات چگونگی کاربرد گرافیک کامپیوتری بپردازیم باید گردش کوتاهی در گالری کاربردهای گرافیک داشته باشیم.



شکل ۱-۱ مثالهای کاربردهای گرافیک کامپیوتری

۱-۱ طراحی به کمک کامپیوتر

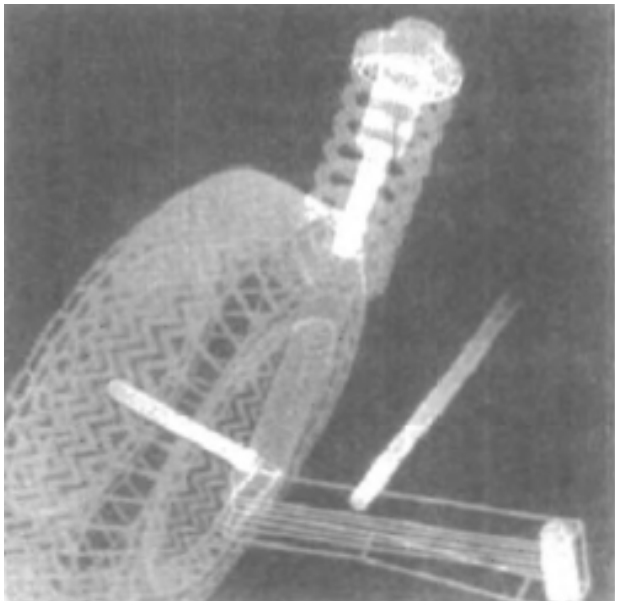
یک کاربرد مهم گرافیک کامپیوتری در فرایندهای طراحی بویژه برای سیستم‌های مهندسی و معماری است اما تقریباً همه فرآورده‌ها اکنون به کمک کامپیوتری طراحی می‌شوند.

روشهای CAD بنام طراحی به کمک کامپیوتر معمولاً در طراحی ساختمانها، خودروها، آثار هنری، صنایع دریایی، صنایع هوایی، رایانه‌ها و نساجی و بسیاری فراورده‌های دیگر بکار میروند.

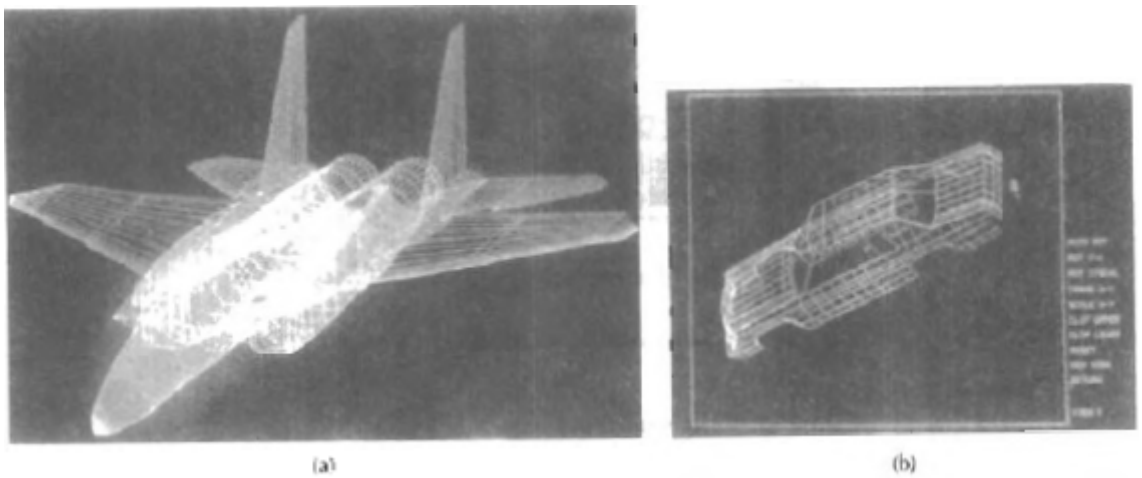
برای برخی کاربردهای طراحی، اشیاء اولاً در شکل قاب سیمی‌نشان داده می‌شود که شکل کلی و عوارض اشیاء را نشان میدهد. همچنین قاب سیمی‌به مهندسان اجازه میدهد تا سریعاً اثرات تغییرات متقابل را در شکلهای طراحی ببینند.

شکل ۲-۱ و ۳-۱ مثالهای نمایشهای قاب سیمی‌را در کاربردها ی طراحی ارائه میکند. نوعاً بسته‌های نرم افزاری برای کاربردهای CAD محیطی چند پنجره ای را فراهم میکند (شکل ٤-۱ و ٥-۱). پنجره‌های مختلف نمایش داده شده مبتوانند بخشهای بزرگ سازی شده یا مناظر مختلف اشیاء را نشان دهند.

مدارهایی مانند شکل ٥-۱ و شبکه‌های ارتباطی – تأمین آب یا دیگر مصارف با جانشینی تکراری اجزای کار یا مدار نشان میدهند. شکلهای استاندارد برای مدارهای الکتریکی – الکترونیکی غالباً با بسته طراحی تأمین می‌شوند. برای کاربردهای دیگر، یک طراح می‌تواند نمادهای شخصی سازی شده را خلق کند که برای ساختن شبکه یا مدار بکار می‌روند سپس سیستم با جایگزین متوالی اجزاء درون محیط طراحی می‌شود یعنی بسته نرم افزاری بطور اتوماتیک، ارتباطات بین اجزاء را فراهم میکند. این کار به طراح اجازه میدهد تا به سرعت، شماتیک‌های مداری جایگزین را امتحان کند تا تعداد اجزاء یا فضای مورد نیاز برای سیستم به حداقل برسد.



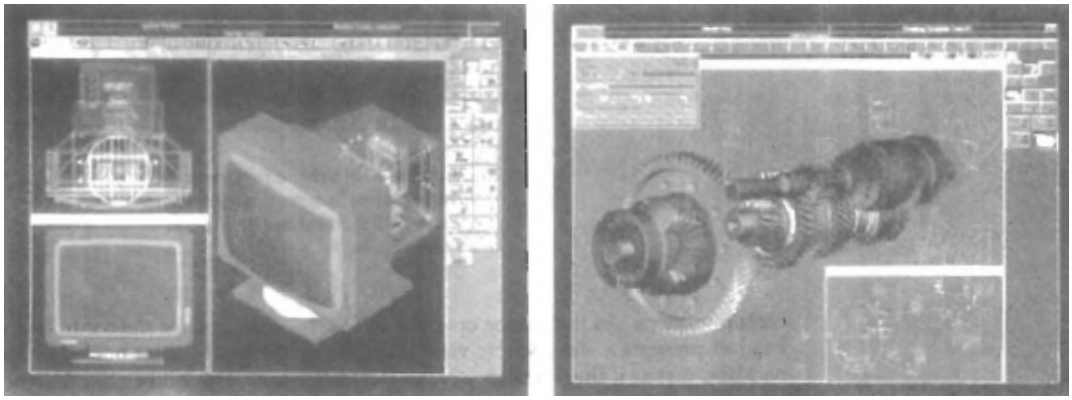
شکل ۲-۱ نمایش قاب سیمی با کد رنگی برای مجموعه ای از چرخ خودرو



شکل ۳-۱ نمایشهای قاب سیمی با کد رنگی در مورد طرحهای حجمی
یک هواپیما و یک ماشین

انیمیشن‌ها غالباً در کاربردهای CAD بکار میروند انیمیشن‌های زمان واقعی با استفاده از نمایشهای قاب سیمی روی یک مانیتور ویدئو در تست کردن کارایی یک ماشین یا سیستم مفیدند (شکل ٦-١).

وقتی ما اشیاء را با سطوح تغییر یافته نشان نمیدهیم محاسبات برای هر قطعه انیمیشن سریعاً قابل انجامند تا حرکتی نرم در زمان واقعی روی صفحه نمایش تولید شود. همچنین نمایشهای قاب‌سیمی به طراح اجازه میدهند تا داخل ماشین را ببیند و رفتار اجزای داخلی را در طی حرکت ببینند. انیمیشن‌ها در محیطهای حقیقت مجازی برای تعیین این بکار میروند که اوپراتورهای ماشین تحت تأثیر حرکتهای معین میباشند.

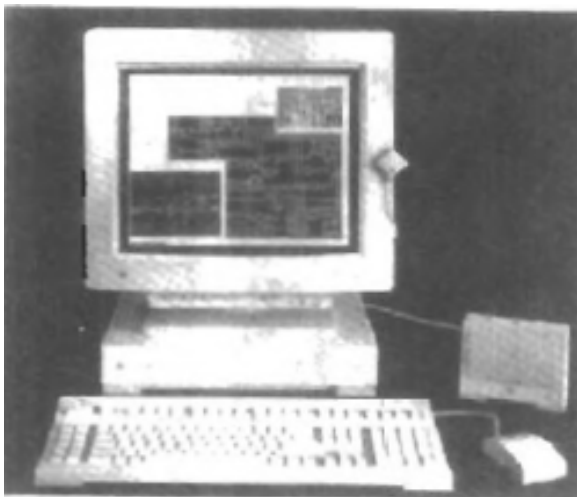


شکل ٤-١ نمایشهای چند پنجره ای، ایستگاه کار CAD با کد رنگی

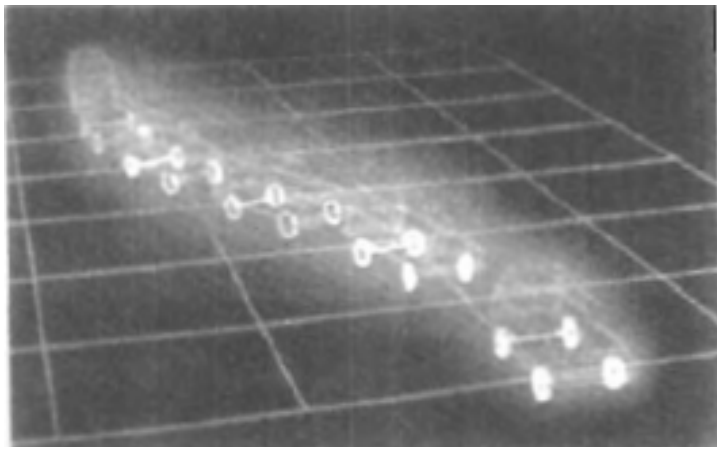
وقتی اوپراتور تراکتور در شکل ٧-١ کنترلها را دستکاری میکند headset منظره ای سه بعدی را (شکل ٨-١) از سطل بار کننده جلویی یا کج بیل نشان میدهد درست مثل وقتیکه اوپراتور در روی صندلی تراکتور نشسته است.

این به طراح اجازه میدهد تا موقعیت‌های مختلف سطل یا کج بیل را نشان دهد که شاید منظره اوپراتور را مبهم کند و سپس میتواند آنها در طراحی کلی تراکتور به حساب بیاورد.

شکل ۹-۱ منظره ترکیبی زاویه بازی از صندلی تراکتور را نشان میدهد که روی مانیتور ویدئویی استاندارد بجای صحنه مجازی ۳ بعدی نمایشی داده شده است و شکل ۱۰-۱ منظره ای از تراکتور را نشان میدهد که در پنجره ای جداگانه یا مانیتوری دیگر قابل نمایش دادن است.

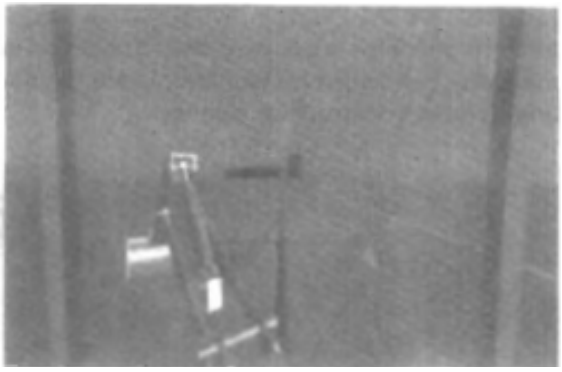


شکل ۵-۱ کاربرد طراحی – مداری با استفاده از پنجره‌های چندگانه و اجزای منطقی با کد رنگی نمایش داده شده روی ایستگاه کار Sur با اسپیکر و میکروفن.

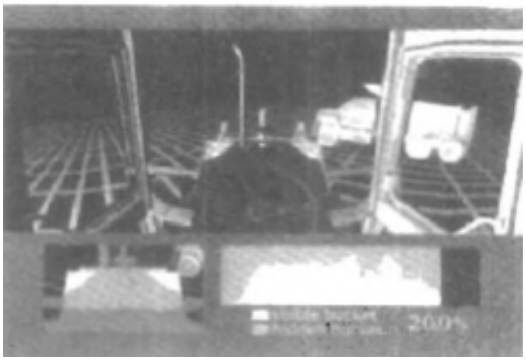


شکل ٦-۱ شبیه سازی کارایی ماشین در طی تغییرات کوچه

شکل ۷-۱ کار کردن با تراکتوری در محیط حقیقت مجازی. وقتی کنترلها به حرکت در می‌آیند اوپراتور بار کننده جلویی و اطراف را از طریق headset می‌بیند

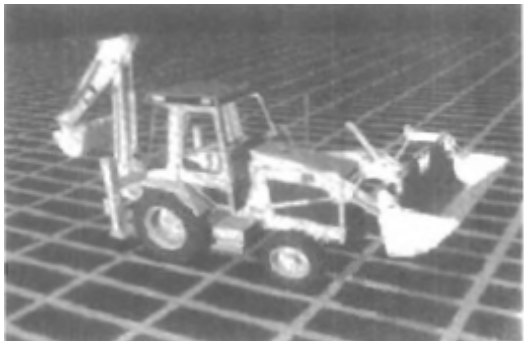


شکل ۸-۱ یک منظره headset از کج بیل نشان داده شده برای کاربر تراکتور.



شکل ۹-۱ منظره سطل تراکتور در ترکیب با بخشهای مختلف برای تشکیل

منظره زاویه وسیع روی مانیتور استاندارد



شکل ۱۰-۱ منظره تراکتور نمایش داده شده روی مانیتور استاندارد

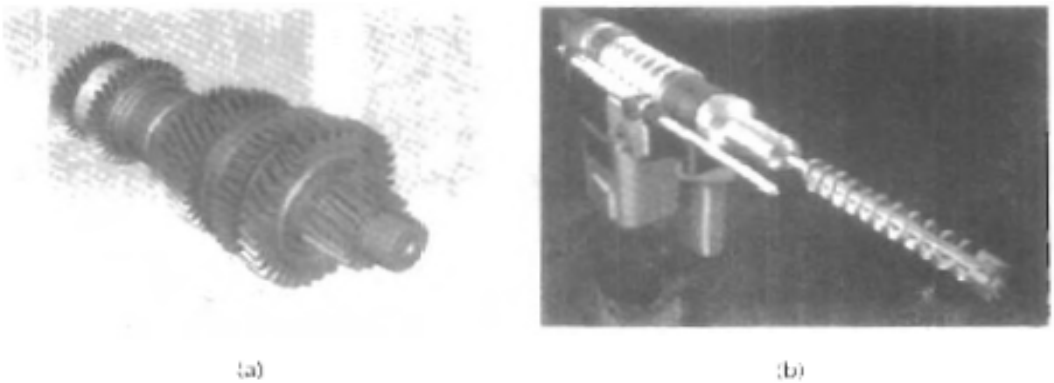
وقتی طراحی اشیاء کامل شوند (یا تقریباً کامل) مدلهای سایه زن واقع گرا و ملایم کردن سطوح برای تولید نمایشهایی بکار میروند که ظاهر فراورده نهایی را نشان میدهند.

(مثالها در شکل ۱۱-۱). همچنین نمایشهای واقع گرا برای تبلیغ کردن خودروها یا دیگر وسایط نقلیه با استفاده از اثرات جلوه‌های ویژه نوری و صحنه‌های پس زمینه تولید می‌شوند.

همچنین فرایند تولید به توضیح کامپیوتری اشیاء طراحی شده مرتبط است تا ساخت فراورده بصورت اتوماتیک باشد. مثلاً محیط تابلو مدار به توضیحی از فرایندهای مجزای مورد نیاز برای ساختن محیط می‌تواند تغییر شکل بیابد.

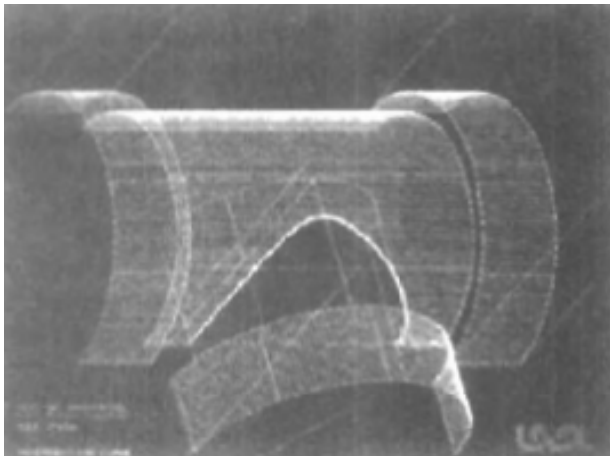
برخی بخش‌های مکانیکی با توضیح این تولید می‌شوند که سطوح چگونه باید ابزارهای ماشین شکل بیابند. شکل ۱۳-۱ مسیر طی شده برای ابزارهای ماشین روی سطوح یک شی را با استفاده از بازسازی آن نشان میدهد. سپس ابزارهای کنترل شده

به صورت عددی نصب می‌شوند تا قطعه منطبق با این محیطهای ساختاری تولید شود.



شکل ۱۱-۱ اصلاحات واقع گرایانه فراورده‌های طراحی

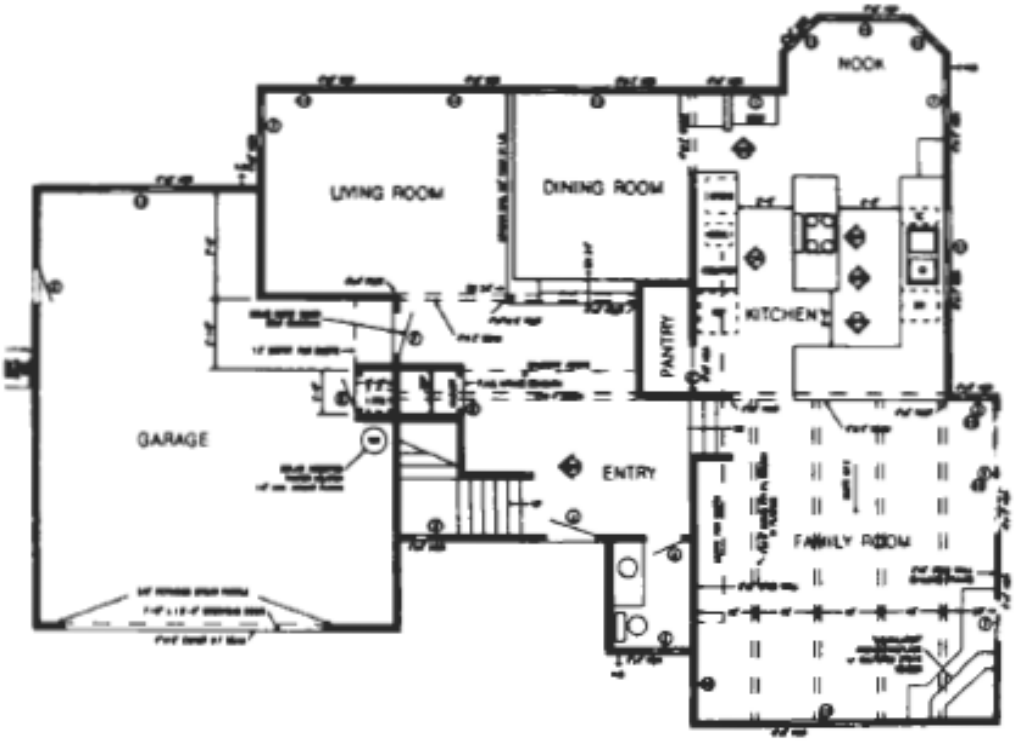
شکل ۱۲-۱ اثرات نور پردازی استودیویی و تکنیک‌ها ی اصلاح سطوح واقع گرایانه برای تولید قطعات تبلیغاتی به منظور فراورده‌های پرداخت شده بکار میروند داده‌ها برای اصلاح ماشین Chrysler Laser توسط شرکت کرایزلر عرضه شده اند.



شکل ۱۳-۱ محیط CAD برای توضیح ماشین کاری یک قطعه

بصورت کنترل شده بطریقه عددی.

سطح قطعه با یک رنگ و مسیر ابزار با رنگ دیگری نمایش داده می‌شود.



شکل ۱۴-۱ محیط CAD معماری برای طراحی یک ساختمان.

معماران از روشهای گرافیک متعامل برای طراحی طرحهای کف استفاده میکنند مثل شکل ۱٤-۱ که موقعیت بندی اطاق‌ها – درها – پنجره‌ها – پلکان‌ها – قفسه‌ها، یشخوانها و دیگری عوارض ساختمان را نشان میدهد.

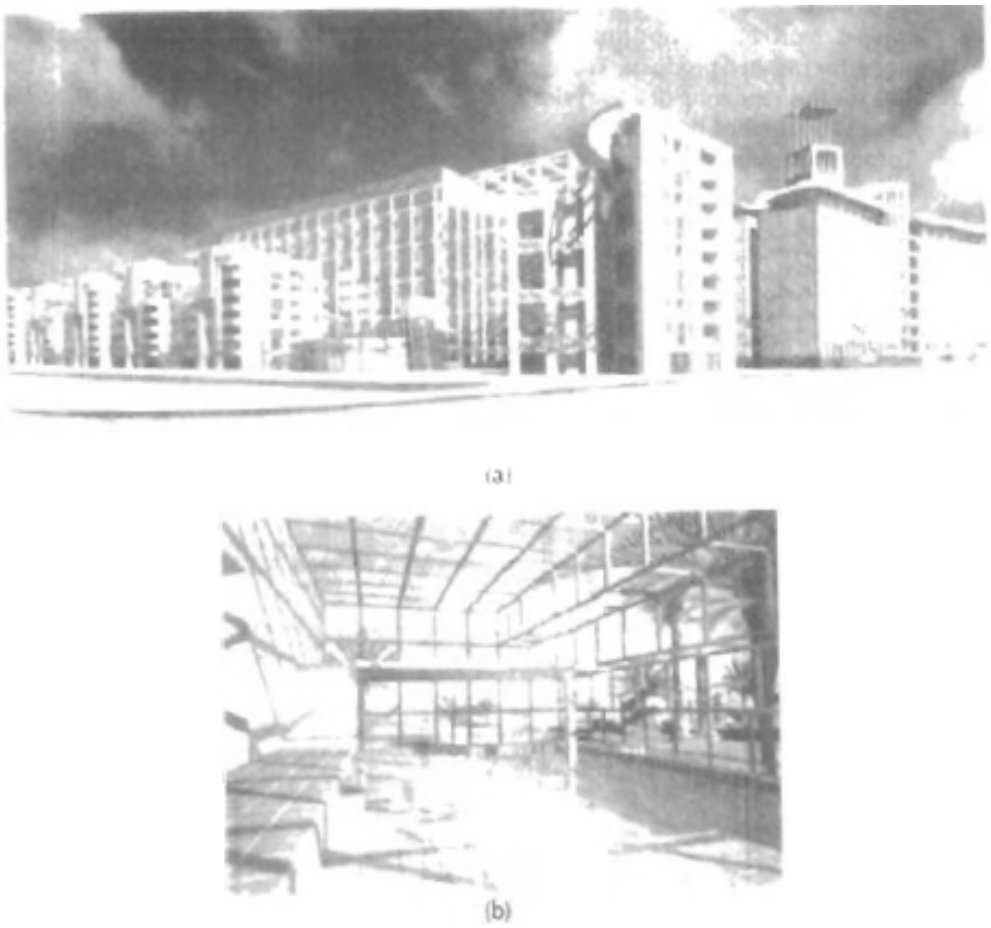
با کار کردن از نمایش محیط ساختمانی روی مانیتور ویدئوئی، یک طراح الکتریکی میتواند آرایشهای سیم کشی، مجاری الکتریکی و سیستم‌های هشدار حریق را امتحان کند.

همچنین بسته‌های ابزار – محیط بندی برای محیط قابل استفاده اند تا مصرف فضا در یک دفتر یا کف یک کارخانه تعیین شود.

نمایشهای رئالیستی طرحهای معماری (شکل ۱۵-۱) به معماری و مشتریان شان کمک میکند تا ظاهر یک ساختمان یا گروهی از ساختمانها را مطالعه کنند مثل یک مجموعه یا مجتمع صنعتی.

با سیستم‌های حقیقت مجازی، طراحان حتی به پیاده روی شبیه سازی شده در اطاقهای یا پیرامون فضاهای خارجی ساختمانها میروند تا اثر کاملی یک طراحی خاص را بهتر درک کنند. همچنین علاوه بر نمایشهای رئالیستی خارج ساختمان، بسته‌های CAD معماری هم تسهیلاتی برای آزمون محیطهای داخلی ۳ بعدی و نورپردازی فراهم میکنند.

دیگر انواع سیستم‌ها و فراورده‌ها با استفاده از بسته‌های عمومیCAD یا نرم افزار CAD تخصصی طراحی می‌شوند. مثلاً شکل ۱۷-۱ الگوی قالیچه طراحی شده با سیستم CAD را نشان میدهد.



شکل ۱۵-۱ اصلاحات رئالیستی ۳ بعدی طراحیهای ساختمان (a) یک پرسپکتیو سطح خیابان برای پروژه مرکز تجارت جهانی. (b) بصری سازی معماری یک دهلیز خلق شده برای انیمشین کامپیوتری توسط Maria line Prieur لیوان فرانسه.

شکل ۱۶-۱ راهرو هتلی که صحنه ای از حرکت را توسط گذاشتن عوارض نوری در طول مسیر مواج و ایجاد صحنه ای از ورود با استفاده از برجهای نور در هر اطاق نور فراهم میکند.

شکل ۱۷-۱ الگوی قالی شرقی خلق شده با روشهای طراحی گرافیک کامپیوتری.

گرافیک نمایشی

حوزه دیگر کاربرد مهم شامل گرافیک نمایشی بکار رفته برای تولید توضیحاتی برای گزارشها یا ایجاد اسلایدهای ۳۵ میلی متر یا کاغذهای شفاف برای استفاده با پروژکتورها است.

گرافیک نمایشی عموماً برای خلاصه سازی داده‌های مالی – آماری – ریاضی – علمیو اقتصادی برای گزارشات بکار میروند.

ابزارهای ایستگاه کار و دفاتر خدماتی برای پوشش دادن تبدیل نمایشهای اسکرین به اسلایدهای ۳۵ میلی متری یا کاغذهای شفاف هوایی برای استفاده در نمایشها وجود دارند.

مثالهای تیپیک گرافیک نمایشی شامل جداول مستطیلی، نمودارهای خطی، نمودارهای سطح، جداول قطاعی و دیگر نمایشها با استفاده از روابط بین پارامترهای چندگانه میباشد.

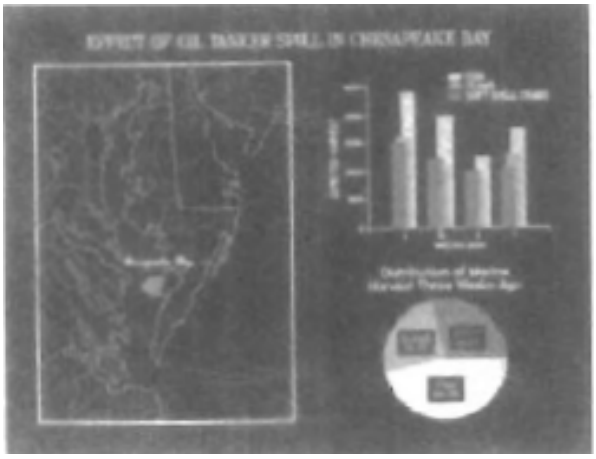
شکل ۱۸-۱ مثالهای گرافیک دو بعدی را در ترکیب با اطلاعات جغرافیایی بدست میدهد این توضیح، جداول مستطیل با کد رنگی ۳ تایی ترکیب شده درون یک نمودار و جدول قطاعی با ۳ بخش را نشان میدهد.

نمودارها و جداول مشابه در ابعاد ۳ بعدی قابل نمایش اند تا اطلاعات اضافی فراهم شوند نمودارهای ۳ بعدی گاهی بسادگی برای اثرگذاشتن بکار میروند آنها نمایش

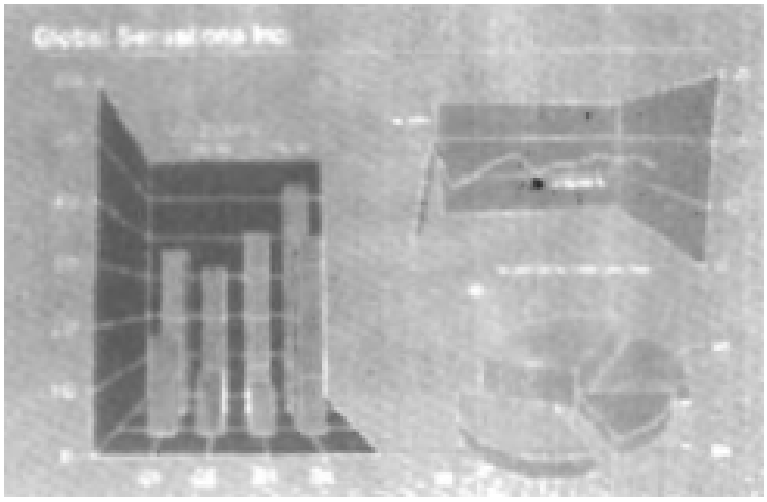
دراماتیک یا جذاب تر روابط داده ای را ارئه میکنند. جداول شکل ۱۹-۱ شامل نمودار مستطیلی ۳ بعدی و یک جدول قطاعی باز شده میباشند.

مثالهای اضافی نمودارهای ۳ بعدی در شکلهای ۲۰-۱ و ۲۱-۱ موجودند.

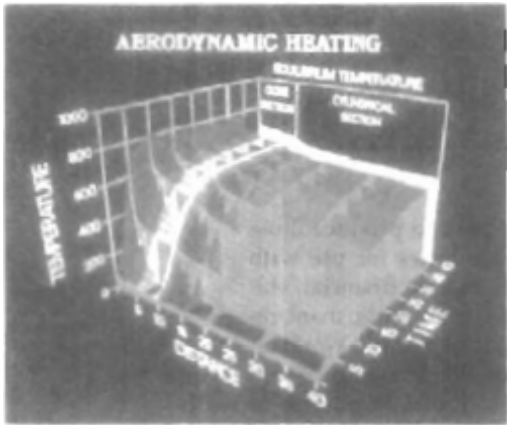
شکل ۲۰-۱ یک نوع پلات سطح و شکل ۲۱-۱ پلات دایره ای ۲ بعدی با یک سطح بالاتر را نشان میدهد.



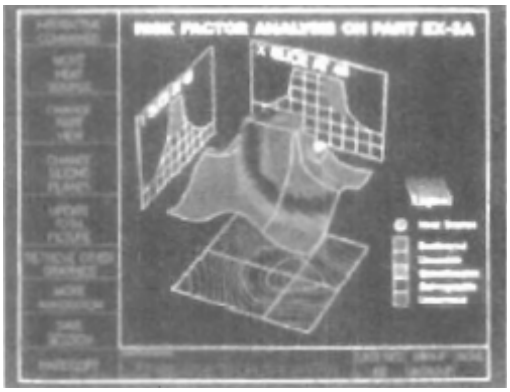
شکل ۱۸-۱ جدول مستطیلی ۲ بعدی و جدول قطاعی مرتبط با جدول جغرافیایی.



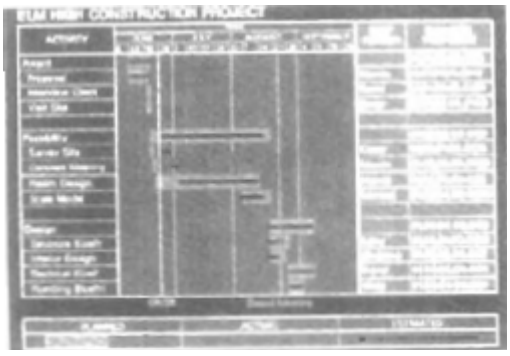
شکل ۱۹-۱ جدول مستطیلی ۳ بعدی، جدول قطاعی باز شده و نمودار خطی.



شکل ۲۰-۱. نشان دادن روابط با جدولی سطحی



شکل ۲۱-۱ پیاده کردن دوایر ۲ بعدی در سطح زمین با میدان ارتفاعی که بعنوان سطحی بالای سطح زمین پیاده شده است.



شکل ۲۲-۱ جدول زمانی که اطلاعات مربوطه درباره وظایف پروژه را نمایش میدهد.

شکل ۲۲-۱ جدول زمانی بکار رفته در طراحی وظیفه را توضیح میدهد. جداول زمانی و محیطهای شبکه وظایف در مدیریت پروژه برای جدول بندی و پایش پیشرفت پروژه‌ها بکار میروند.

۳-۱ هنر کامپیوتری

روشها گرافیک کامپیوتری بطور گسترده در کاربردهای هنر ظریف و هنر تجاری بکار میروند.

هنرمندان از انواعی از روشهای کامپیوتری استفاده میکنند که شامل سخت افزار هدف خاصی، برنامه قلم رنگی هنرمند (مثل Lamina)، دیگر بسته‌های رنگ آمیزی (مثل Pixel paint و Super paint)، نرم افزار ویژه توسعه یافته، بسته‌های ریاضی نمادین (Mathematic a) بسته‌های CAD، نرم افزار پولیش کردن Desktop و بسته‌های انیمیشن است که ابزارهایی برای طراحی شکلهای شیء و مشخص کردن حرکت شیء فراهم میکنند.

شکل ۲۳-۱ ایده اساسی فراتر از برنامه قلم رنگی را توضیح میدهد که به هنرمند اجازه میدهد Stylus رنگ زده می‌شود که ضربات مختلف قلم، عرض آن و رنگها را شبیه سازی میکند یک برنامه قلم رنگ آمیزی برای خلق کاراکترها در شکل ۲٤-۱ بکار رفته که بنظر میرسد خلق آن شلوغ شده باشد.

یک سیستم قلم رنگی با Wacron cordless و stylus حساس به فشار برای تولید نقاشی الکترونیکی در شکل ۲۵-۱ بکار رفته که ضربات قلم ونگوک را شبیه سازی میکند.

Stylus تغییر فشار دست را به عرضهای مختلف خط، اندازه‌های قلم و درجات رنگ ترجمه میکند. شکل ۲۶-۱ نقاشی آبرنگ تولید شده با این stylus و با نرم افزاری را نشان میدهد که به هنرمند اجازه میدهد جلوه‌های آبرنگ – پاستیل یا رنگ روغن را خلق کند چون زمانهای مختلف خشک شدن، خیس بودن و رد پا را شبیه سازی میکند.

شکل ۲۷-۱ مثالی از روشهای قلم رنگی در ترکیب با تصاویر اسکن شده است.

هنرمندان خوب از انواعی از فناوریهای کامپیوتری برای تولید تصاویر (مجازی) استفاده میکنند برای خلق تصاویری مانند شکل ۲۸-۱ هنرمند از ترکیبی از بسته‌های مدل سازی ۳ بعدی، نقشه کشی بافت، برنامه‌های طراحی (رسم کردن) و نرم افزارهای CAD استفاده میکند.

ما در شکل ۲۹-۱ نقاشی را داریم که روی مدار پلاتر با نرم افزار ویژه طراحی شده تولید شده که میتواند هنر اتوماتیک را بدون دخالت هنرمند ایجاد کند.

شکل ۳۰-۱ مثالی از هنر ریاضی را نشان میدهد. این هنرمند از ترکیبی از توابع ریاضی، طرز عمل‌های کسری، نرم افزار Mathematica، پرینترهای جوهری و

دیگر سیستم‌ها برای خلق انواعی از اشکال ۲ بعدی و زوجهای تصویری سه بعدی استفاده میکند.

شکل ۲۳-۱ نقاشی کارتون تولید شده با برنامه قلم رنگی که بطور نمادین هنرمندی را در حال کار کردن روی مانیتور ویدئو نشان میدهد.

شکل ۲٤-۱ شرح کارتونی هنرمندی که تصویری را با سیستم قلم رنگی ایجاد میکند. تصویر روی یک میز گرافیکی روی مانیتور ویدئو بطوری قراردارد که به بیرون متمایل باشد در (b) کارتون روی نقاشی معروف Thomas Nast اثر سنت

نیکولاس قرار میگردد که ورودی سیستم با یک دوربین ویدئوئی است و سپس مقیاس بندی و موقعیت بندی می‌شود.

شکل ۲۵-۱ نقاشی مانند نقاشی ونگوگ ایجاد شده توسط هنرمند گرافیک الیزابت اوروکه با یک stylus بی سیم بی سیم حساس به فشار.

شکل ۲۶-۱ آبرنگ الکترونیک نقاشی شده توسط جان دری از شرکت Time Arts با استفاده از Stylus بی سیم حساس به فشار و نرم افزار Lumena قلم گواش.

شکل ۲۷-۱ هنرمند این تصویر بنام هممن الکترونیک چیزی درباره یک بزرگ شدگی با تکنولوژی را با استفاده از کامپیوتر شخصی و میز گرافیک و نرم افزار Lumena بیان میکند تا اصلاحات برگها، گلبرگهای گل و اجزای الکترونیک با تصاویر اسکن شده ترکیب شوند.

شکل ۲۸-۱ از یک سری بنام کُره‌های اثرگذاری، این نقاشی الکترونیک با عنوان Whigma laree با ترکیبی از روشها با استفاده از میز گرافیک، مدل سازی ۳ بعدی نقشه کشی بافت و یک سری از تغییر شکل‌ها ایجاد شده است.

شکل ۲۹-۱ خروجی هنر خروجی به یک پلاتر از فرم ویژه طراحی شده و توسط هنرمند برای رقابت در سبک خودش.

پلاتر قلمی‌شامل قلم‌های متعدد و ابزارهای نقاشی شامل قلم‌های چینی است.

شکل ۳۰-۱ این اثر بر اساس بصری سازی آخرین قضیه Fermat بصورت $(n=5)x^n+y^n=n^z$ توسط Andrew Hanson (دپارتمان علوم کامپیوتر) دانشگاه Indiana است. تصویر مجازی با استفاده از Mathematica و نرم افزار Wave front اصلاح شده است.

شکل ۳۱-۱ این هنرمند با استفاده از توابع ریاضی – طرز عملهای کسری و ابرکامپیوترها طرحهای مختلف را می‌آزماید تا فرم و رنگ را با ترکیب موزیکال سنتز کند.

مثال دیگر هنر الکترونیک خلق شده به کمک روابط الکترونیک در شکل ۳۱-۱ نشان داده می‌شود. هنر این ترکیب کننده غالباً در رابطه با تغییرات فرکانس و دیگر

پارامترها در ترکیب موزیکال طراحی می‌شود تا ویدئوئی تولید شود که اجزای بصری و شنیداری را ترکیب میکند.

اگرچه ما زمانی را برای بحث تکنیک‌های کنونی ساخت تصاویر الکترونیکی در هنرهای زیبا صرف کرده ایم همچنین این روشها در هنر تجاری برای طراحی‌ها و لوگوها حوزه‌ها بکار میرود. یک ایستگاه کاربردی برای تولید محیطهای صفحه ای که گرافیک و بافت را ترکیب میکنند در شکل ۳۲-۱ توضیح داده می‌شود.

برای بسیاری از کاربردهای هنر تجاری (و در تصاویر متحرک و دیگر کاربردها) تکنیک‌های فتورئالیستی برای اجرای تصاویر یک فراورده بکار میروند. شکل ۳۳-۱ مثالی از طراحی لوگو و شکل ۳٤-۱ تصاویر گرافیک کامپیوتری ۳ بعدی را برای تبلیغ کردن فراورده نشان میدهد.

شکل ۳۲-۱ ایستگاه محیط – صفحه

شکل ۳۳-۱ اجرای ۳ بعدی برای یک لوگو

شکل ۳٤-۱ تبلیغ کردن فراورده

همچنین انیمیشن‌ها مکرراً برای تبلیغ کردن بکار میروند و موارد تجاری تلوزیونی بصورت فریم به فریم تولید می‌شوند که در آن هر فریم حرکت اجرا و بصورت یک فایل تصویر ذخیره می‌شود.

در هر فریم متوالی، حرکت با حرکت دادن ملایم موقعیت‌های شیئی از جاهایشان در فریم قبلی شبیه سازی می‌شود. وقتی همه فریم‌ها در سکانس انیمیشن اجرا شدند فریم‌ها به فیلم تبدیل می‌شوند یا در با فر ویدئو برای نمایش به عقب ذخیره می‌شوند.

انیمیشن‌های فیلم نیازمند ٢٤ فریم هر ثانیه در سکانس انیمیشن هستند. اگر لازم باشد تا انیمیشن روی مانیتور ویدئو به عقب برگردانده شود به ۳۰ فریم در ثانیه نیاز است.

روش گرافیک عمومی‌بکار گرفته شده در بسیاری از موارد تجاری شامل morphing است که در آن یک شیئی به شیئی دیگر تغییر شکل می‌یابد. این روش در موارد تجاری تلوزیونی برای تبدیل بنزین به موتور اتومبیل، یک اتومبیل به ببر، یک گودال آب به یک تایر و صورت شخص به صورت دیگر بکار میرود.

مثالی از morphing در شکل ٤٠-١ ارائه می‌شود.

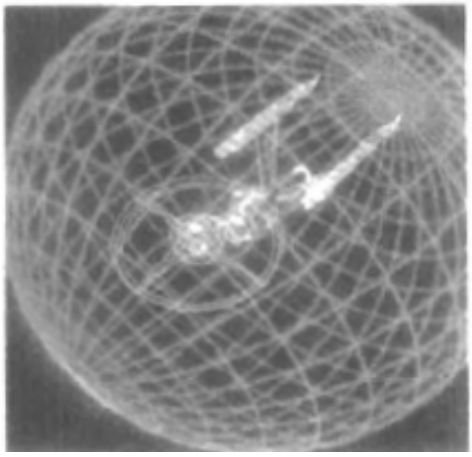
٤-١ تفریحات

اکنون گرافیک کامپیوتری عموماً در ساختن تصاویر متحرکف ویدئو موزیک و نمایشهای تلوزیونی بکار میرود. گاهی صحنه‌های گرافیکی توسط خودشان نشان داده می‌شوند و گاهی اشیای گرافیکی با بازیگران و صحنه‌های زنده ترکیب می‌شوند.

یک صحنه گرافیکی تولید شده برای فیلم Star trek (خشم خان) در شکل ۳۵-۱ نشان داده شده است. سیاره و سفینه فضائی به فرم قاب سیمی‌رسم می‌شوند و با اجرای روشهایی سایه زده می‌شوند تا سطوح جامد تولید شوند. شکل ٣٦-١ صحنه‌های نمایش ایجاد شده با مدل سازی پیشرفته و روشهای اجرای سطح برای فیلم‌های کوتاه مسابقه ای را نشان میدهد.

بیشتر مجموعه‌های تلوزیونی روشهای گرافیک کامپیوتری را بکار میگیرند شکل ۳۷-۱ صحنه تولید شده برای مجموعه تخمین فضای عمیق را نشان میدهد.

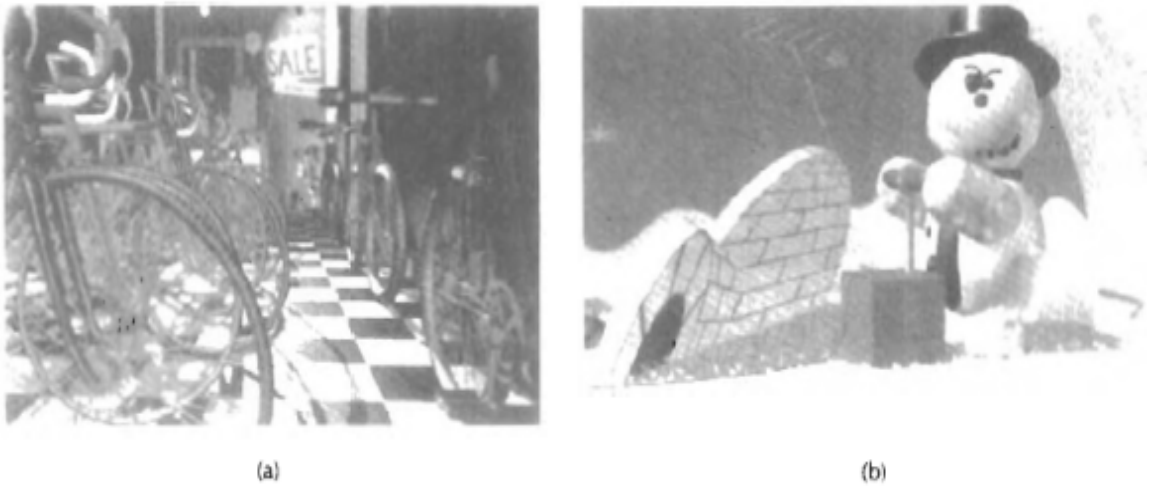
شکل ۳۸-۱ یک انسان بصورت قاب سیمی‌در ترکیب با بازیگران را در صحنه ای زنده برای مجموعه: منظم بمان نشان میدهد.



شکل ۳۵-۱ گرافیک توسعه یافته برای فیلم Star trek (خشم خان) برای شرکت Paramount Pictures.

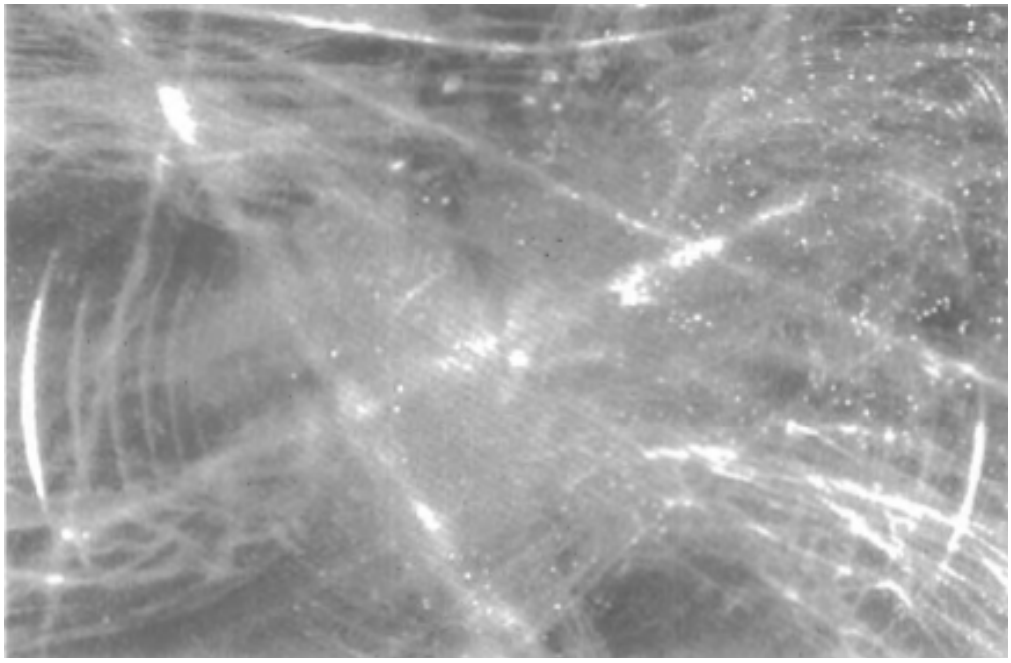
ما در شکل ۳۹-۱ تصویری بسیار رئالیستی داریم که از بازسازی Dadu قرن ۱۳ (پکن فعلی) برای شرکتی ژاپنی گرفته شده است.

موزیک ویدئوها از گرافیم در چندین روش استفاده میکنند اشیاء گرافیکی با عمل زنده (شکل ۳۸-۱) قابل ترکیب اند یا تکنیک‌های پردازش گرافیکی و تصویر برای تولید تغییر شکلی از یک شخص یا شیء به دیگری (morphing) قابل استفاده اند. مثالی از morphing در توالی صحنه‌ها در شکل ٤۰-۱ نشان داده می‌شود که برای ویدئوی David Bytne بنام: او است تولید شده است.

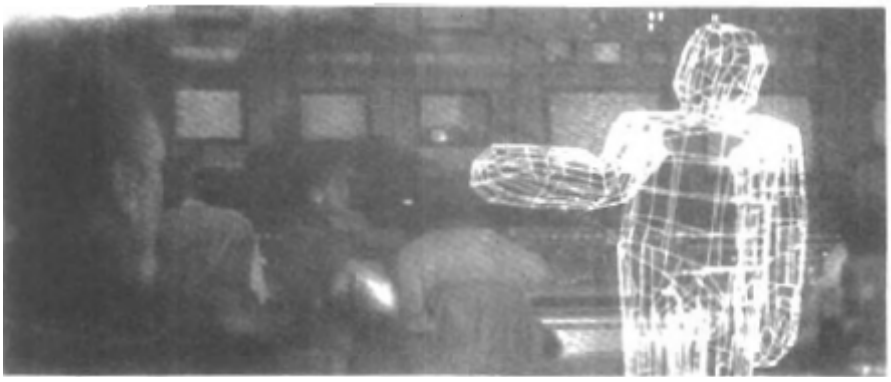


شکل ۳۶-۱ (a) یک صحنه تولید شده با کامپیوتر از فیلم رویای Red

(b) یک صحنه تولید شده با کامپیوتر از فیلم نیک تک.



شکل ۳۷-۱ یک صحنه گرافیکی در مجموعه تلوزیونی به نهمین فضای عمیق



شکل ۳۸-۱ گرافیک ترکیب شده با صحنه ای زنده در مجموعه تلویزیونی:

منظم‌بمان.

شکل ۳۹-۱ تصویری از بازسازی Dudu قرن ۱۳ (پکن فعلی) خلق شده توسط

شرکت Taisei (توکیو) و اجرا شده با نرم افزار TDI.

شکل ٤٠-١ مثالهای morphing از ویدئوی او دیوانه است اثر دیوید برن.

٥-١ آموزش و تمرین کردن

مدلهای سیستم‌های فیزیکی – مالی و اقتصادی ساخته شده با کامپیوتر غالباً بعنوان کمکهای آموزشی بکار میروند. مدلهای سیستم فیزیکی- فیزیولوژیکی، روندهای جمعیتی یا تجهیزات مانند دیاگرام (کد رنگی) شکل ٤١-١ به کار آموزان کمک میکنند تا کارکرد سیستم را درک کنند.

برای برخی کاربردهای تمرینی هم سیستم‌های ویژه طراحی می‌شوند. مثالهای چنین سیستم‌های تخصصی شامل شبیه سازیها برای جلسات تمرینی کاپیتانهای کشتی، خلبانهای هواپیما، اوپراتورهای صنایع سنگین و کارکنان کنترل ترافیک هوایی هستند. برخی شبیه سازها هیچ اسکرین ویدئویی ندارند مثلاً شبیه ساز پرواز با تنها یک پنجره کنترل برای پرواز کردن وسیله.

اما بیشتر شبیه سازها اسکرین‌های گرافیک را برای کارکرد بصری فراهم میکنند.

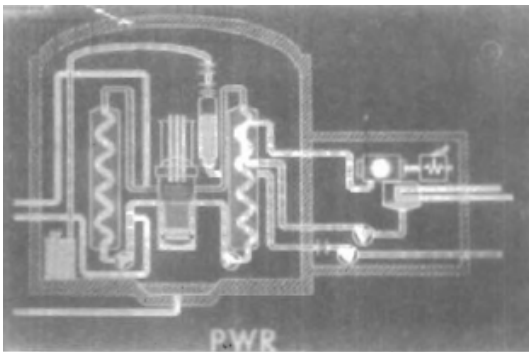
٢ مثال شبیه سازهای بزرگ با سیستم‌های نگاه کردن به داخل، در شکل ٤٢-١ و ٤٣-١ موجود هستند. نوع دیگر سیستم نگاه کردن در شکل ٤٤-١ نشان داده شده است.

در اینجا یک اسکرین دیدن با پنجره‌های چندگانه در جلوی شبیه ساز نصب شده است و پروژکتورهای رنگی، صحنه پرواز را روی پنجره‌های اسکرین نمایش میدهند. سیستم‌های دیدن مشابهی در شبیه سازها برای تمرین کردن کارکنان برج مراقبت هواپیما بکار میروند.

شکل ٤٥-١ مثالی از نقطه دستور دهنده در شبیه ساز پرواز ارائه میکند. صفحه کلید برای وارد کردن پارامترهای تأثیر گذار بر کارایی هواپیما یا محیط بکار میرود و پیاده کننده قلمی‌برای جدول بندی مسیر هواپیما در طی جلسه تمرینی بکار میرود.

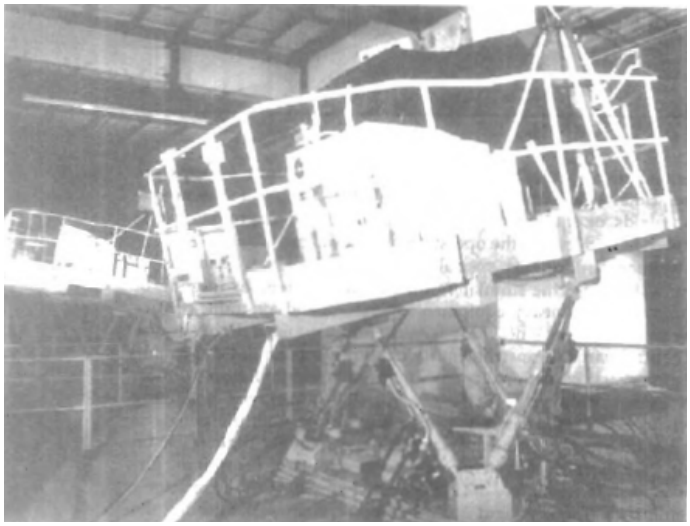
صحنه‌های تولید شده برای شبیه سازهای متعدد در شکلهای ٤٦-١ تا ٤٨-١ نشان داده می‌شوند یک خروجی از شبیه ساز رانندگی خودرو در شکل ٤٩-١ نشان داده می‌شود این شبیه ساز برای بررسی رفتار رانندگان در وضعیت‌های بحرانی بکار میرود.

سپس واکنش‌های راننده بعنوان اساسی برای بهینه کردن طراحی خودرو بکار میرود تا ایمنی ترافیک به حداکثر برسد.

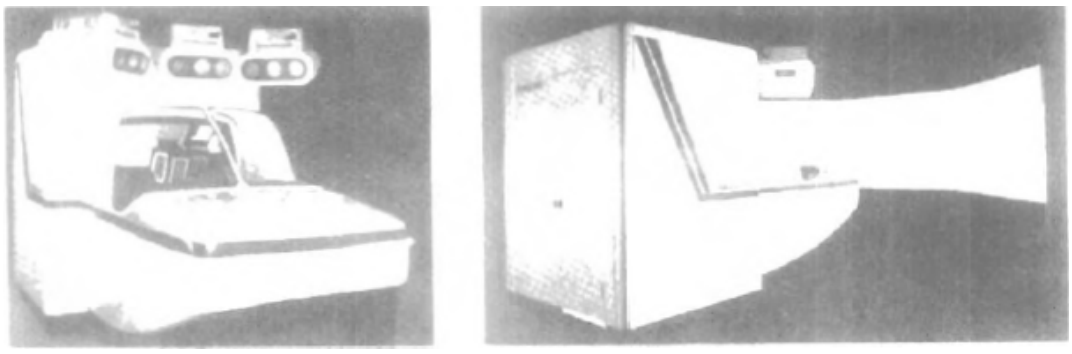


شکل ٤١-١ دیاگرام با کد رنگی بکار رفته برای توضیح کارکرد یک رآکتور هسته ای.

شکل ٤٢-١ یک شبیه ساز بزرگ پرواز با سیستم بصری کاملاً رنگی
و ٦ درجه آزادی حرکت



شکل ٤٣-١ یک شبیه ساز تانک نظامی‌با سیستم تصویر ساز بصری



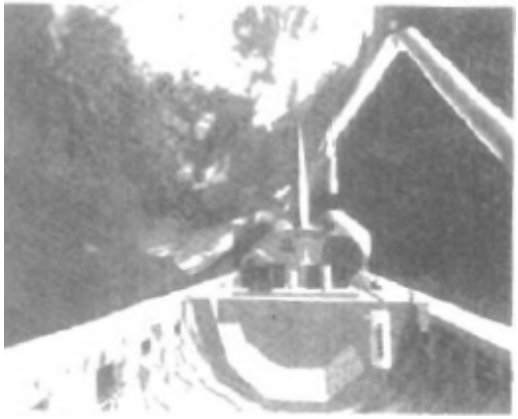
شکل ٤٤-١ یک شبیه ساز پرواز با سیستم دیدن بیرون تمام رنگی

شکل ٤٥-١ یک منطقه دستور دهنده در شبیه ساز پرواز.

تجهیزات به دستور دهنده اجازه میدهد تا شرایط پرواز را پایش کند و پارامترهای هواپیما و محیط را وضع کند.

شکل ٤٦-١ تصویر ساز شبیه ساز پرواز

شکل ٤٧-١ تصویر سازی تولید شده برای شبیه ساز ناو



شکل ٤٨-١ تصویر سازی شاتل فضایی

شکل ٤٩-١ تصویر سازی از شبیه ساز اتومبیل بکار رفته برای

تست کردن واکنش راننده

۱-٦ بصری سازی

دانشمندان – مهندسان و پرسنل پزشکی، کسب و کار، تجزیه و تحلیل کنندگان کسب و کار و دیگران غالباً نیازمند آنالیز کردن مقادیر زیاد اطلاعات یا مطالعه رفته فرایندهای معین هستند شبیه سازیهای عددی انجام شده روی ابر کامپیوترها مکرراً فایل‌های داده ای حاوی هزاران و حتی میلیونها مقدار داده ای را تولید میکنند.

همینطور دوربین‌های ماهواره و منابع دیگر فایل‌های داده‌های بزرگ گیج کننده بیش از مقدار قابل تفسیر را تولید میکنند. اسکن کردن این دسته‌های بزرگ اعداد برای تعیین روندها و روابط، فرایندی کسل کننده و غیر موثر است. اما اگر داده‌ها به فرم بصری تبدیل شوند غالباً روندها و الگوها فوراً ظاهر می‌شوند.

شکل ۱-۵۰ مثالی از دسته داده ای بزرگ را نشان میدهد که به نمایش کد رنگی ارتفاعات نسبی بالای سطح زمین تبدیل شده است.

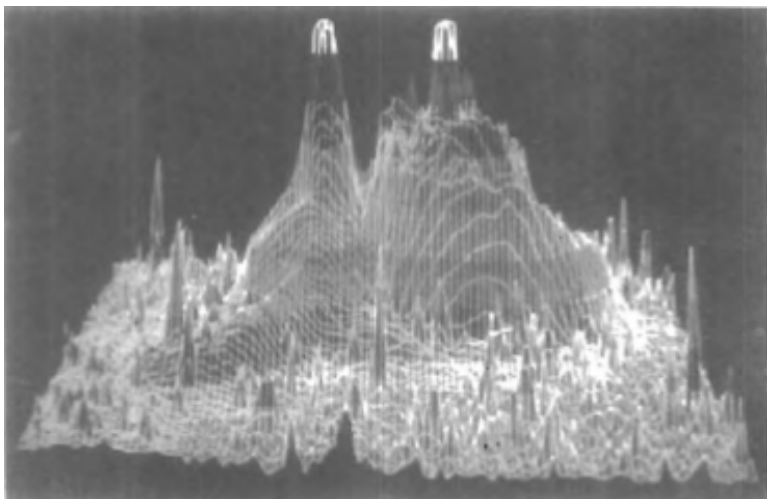
وقتی ما مقادیر تراکم را بدین روش پلات کنیم به راحتی میتوانیم الگوی کلی داده‌ها را به راحتی ببینیم.

تولید نمایش‌های گرافیکی برای دسته‌های داده ای و فرایندهای علمی، مهندسی و پزشکی عموماً به بصری سازی علمی‌تعبیر می‌شود. و اصطلاح بصری سازی کسب و کار در ارتباط با دسته‌های داده‌ها بستگی دارند. مجموعه ای از داده‌ها می‌توانند حاوی مقادیر اسکالر، بردارها، تانسورهای درجه بالاتر یا هر ترکیبی از این انواع داده‌ای باشند.

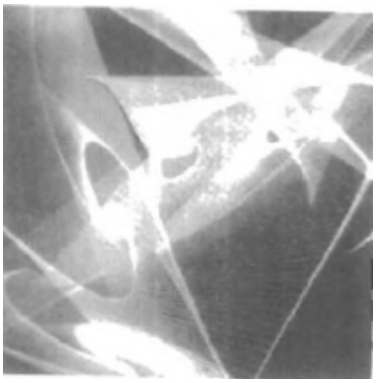
و دسته‌های داده ای میتوانند ۲ بعدی یا ۳ بعدی باشند.

کد گذاری با رنگ فقط یک راه برای بصری سازی دسته داده ای است. تکنیک های اضافی شامل پلاتهای دایره ای، نمودارها و جداول، اجرای سطوح (اصلاحات) و بصری سازی بخش‌های داخلی حجم باشد. علاوه بر این، تکنیک‌های پردازش با گرافیک کامپیوتری ترکیب می‌شوند تا بصری سازیهای داده‌های بسیار تولید شوند.

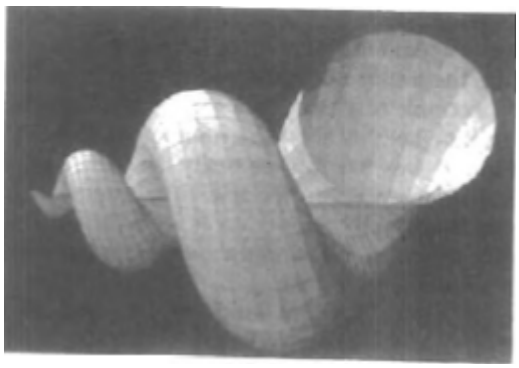
ریاضیدانان – دانشمندان فیزیک و دیگران از تکنیک‌های بصری برای آنالیز توابع ریاضی و فرایندها یا بسادگی برای تولید نمایشهای جالب گرافیکی استفاده میکنند. یک پلات رنگی توابع منحنی ریاضی در شکل ۵۱-۱ و یک پلات سطحی یک تابع در شکل ۵۲-۱ نشان داده می‌شود.



شکل ۵۰-۱ یک پلات کدگذاری شده رنگی با تراکم نقطه ۱۶ میلیونی و روشنائی نسبی مشاهده شده برای سهابی گردابی که ۲ کهکشان مجزا را آشکار میکند.



شکل ۵۱-۱ توابع منحنی ریاضی پلات در ترکیبات رنگی مختلف



شکل ۵۲-۱ اثرات روشنایی و تکنیک‌های اجرای سطح برای تولید این نمایش سطحی برای تابعی ۳ بعدی بکار رفته اند.

طرز عملهای کسری با استفاده از چهارتایی‌ها شیئی (شکل ۵۳-۱) را تولید کرده اند و ساختار توپوگرافیکی در شکل ٥٤-۱ نمایش داده می‌شود. همچنین دانشمندان در حال توسعه روشهایی برای بصری سازی رده‌های عمومی‌داده‌ها هستند.

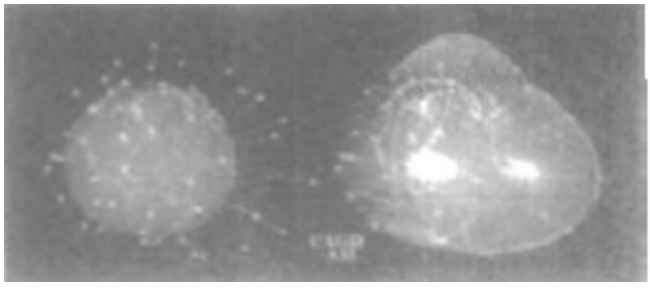
شکل ۵۵-۱ تکنیک عمومی‌برای نموداری کردن و مدل سازی داده‌های توزیع یافته روی سطحی کروی را نشان میدهد.

چند تا از کاربردهای دیگر بصری سازی در شکل‌های ٥٦-۱ تا ٦۹-۱ نشان داده می‌شوند. این شکلها جریان هوا روی سطح یک شایل فضایی، مدل سازی عددی

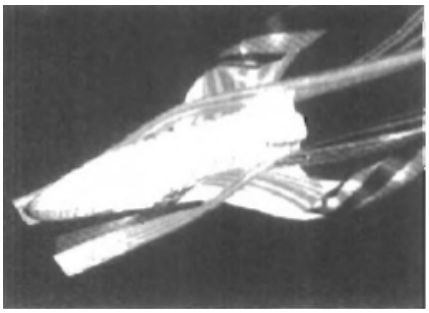
طوفان باران‌ها، مطالعه پیشرفت ترک در فلزات، پلات کد گذاری شده رنگی چگالی سیال روی یک ورقه هوا، یک تقسیم کننده مقطع عرضی برای دسته‌های داده ای، مدل سازی پروتئینف ملاحظه سه بعدی ساختار مولکولی، یک مدل از کف اقیانوس، شبیه سازی آتش نفت در کویت، مطالعه آلودگی هوا، مطالعه رشد ذرت، بازسازی تخریب دره Chaco در آریزونا و نموداری از آمار تصادفات خود رویی را نشان میدهند.

شکل ۵۳-۱ شیء ٤ بعدی پیشروی کرده بدرون فضای ۳ بعدی سپس در یک مانیتور ویدئویی نمایش داده شده و با رنگ کد گذاری می‌شود. شیء با استفاده از چهارتائی‌ها و طرز عملهای مربع کردن کسرها ساخته شده و یک octant کسر شده تا دسته کمپلکس Julia را نشان بدهد.

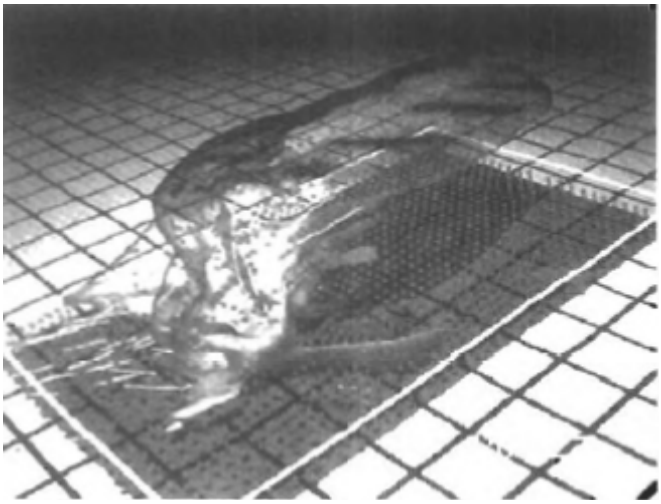
شکل ٥٤-١ چهار منظره از مطالعه سطوح مینی مال (مارها) بطریقه زمان واقعی، انیمیشن کامپیوتری متعامل در زمان واقعی در ۳ کره پیشروی کرده به فضای اقلیدسی ۳ بعدی



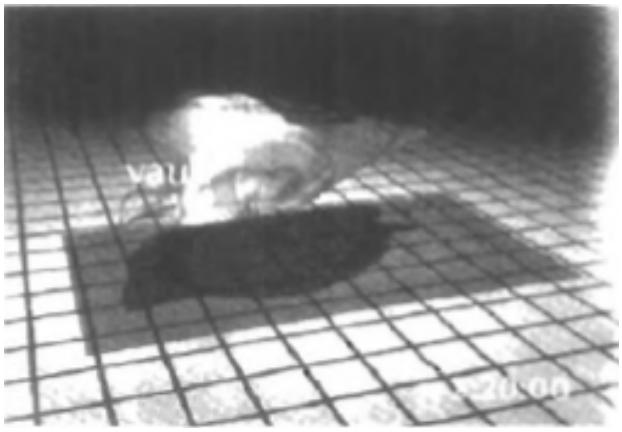
شکل ٥٥-١ روشی برای نمودار بندی و داده‌های مدل سازی توزیع شده روی سطحی کروی.



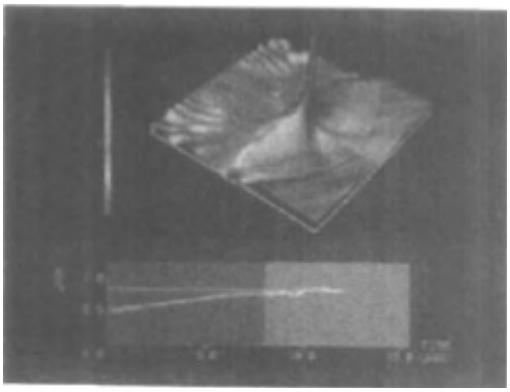
شکل ٥٦- بصری سازی جریان سطوح جویبار مانند که از اطراف یک شاتل فضایی میگذرد (توسط Jeffitult guist و Eric Raible ، ناسا)



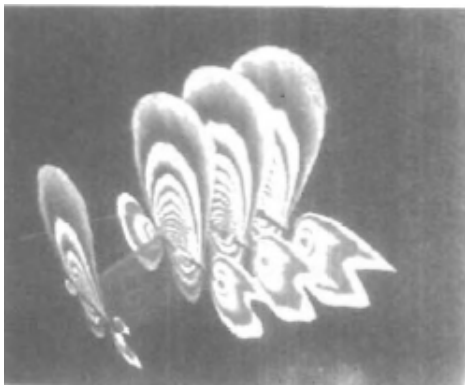
شکل ۵۷-۱ مدل عددی جریان هوای درون یک طوفان باران



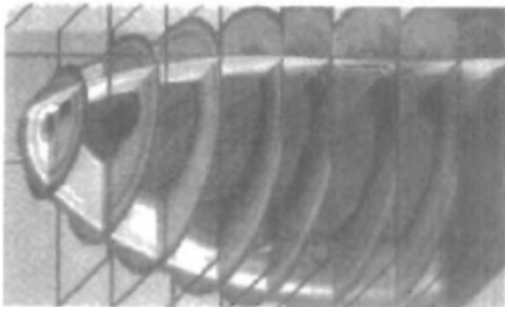
شکل ۵۸-۱ مدل عددی سطح یک طوفان باران



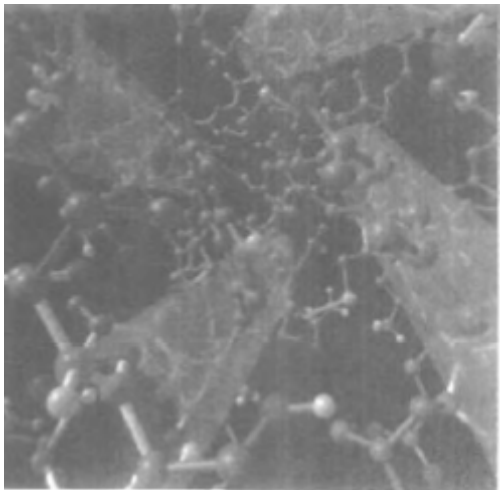
شکل ۵۹-۱ بصری سازی (کد رنگی) چگالی انرژی تنشی در یک مطالعه پیشرفت ترک برای صفحات فلزی، مدل سازی شده توسط Bob Haber.



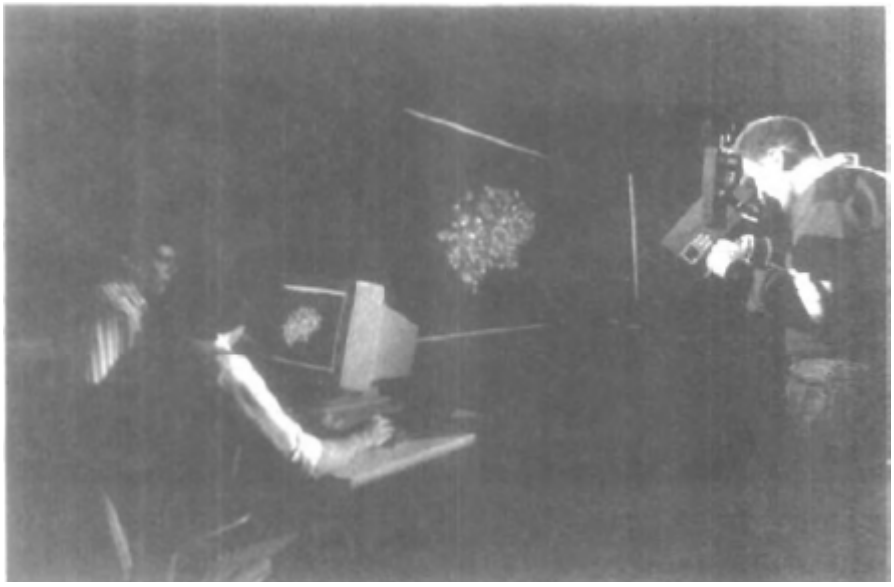
شکل ٦٠-١ شبیه سازی دینامیک سیال که پلات کد رنگی چگالی سیال را روی بازه ای از سطوح شبکه ای پیرامون بال هواپیما نشان میدهد (توصعه توسط Lee- Hian quek ، John Eichemeyer و Jeffery Tan.



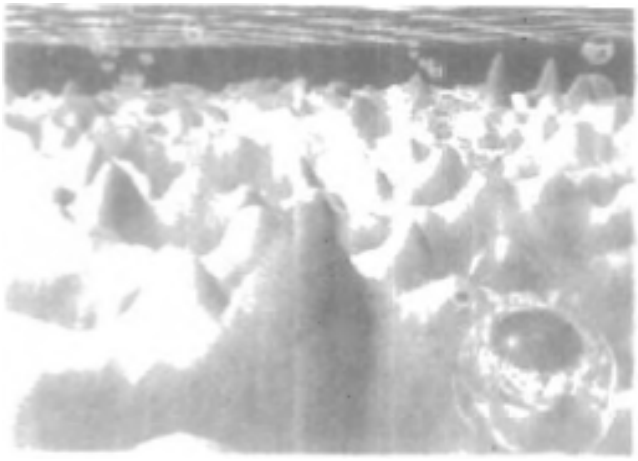
شکل ٦١-١ نرم افزار Slicer – dicer تجاری که مقادیر داده‌های کد رنگی را در قطعات مقطع عرضی یک سری داده ای نشان میدهد.



شکل ٦٢-١ بصری سازی ساختار یک پروتئین توسط Jay siegel و kim Bal dridge ، SDSC.

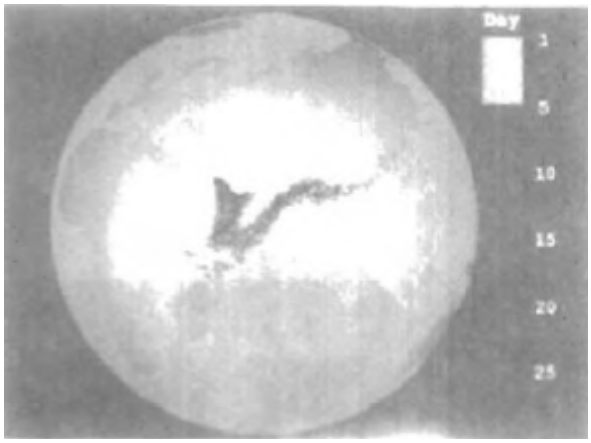


شکل ٦٣-١ ملاحظه سه بعدی ساختار مولکولی با استفاده از ابزار boom .



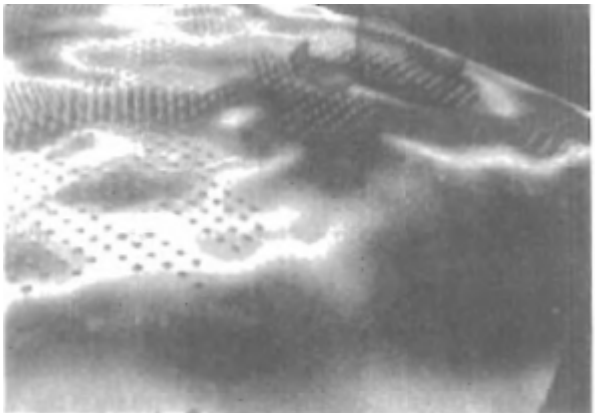
شکل ٦٤-١ تصویری (مجازی) از یک زوج سه بعدی که بصری سازی کف اقیانوس (حاصل از داده‌های ماهواره ای) را نشان میدهد.

(توسعه توسط David Sandwell و Chris Small ، موسسه اقیانوس شناسی Scripps و Jim Meleod از SDSC .



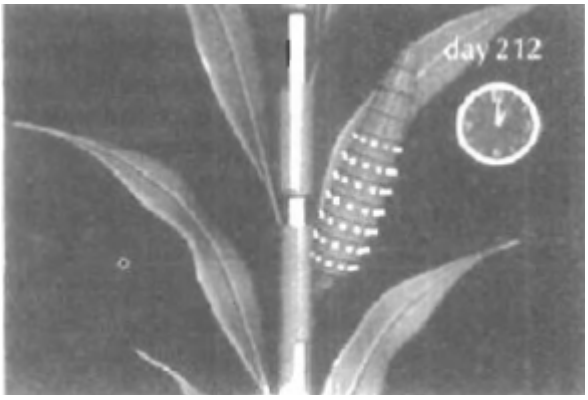
شکل ٦٥-١ شبیه سازی اثرات آتش نفت کویت توسط

(Gary Glatzmeier, Chuck Hanson, and Paul Hinker.)



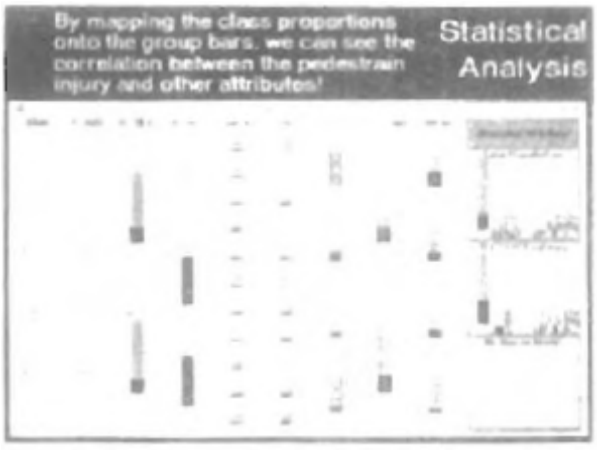
شکل ٦٦-١ بصری سازی آلودگی روی سطح زمین (توسط Tom Palmor، از شرکت Cray Research ، NCSC / ، Chris Landreth ، NCSC ، Dave Bock ، NCSC.

آلوده کننده So_4 بصورت سطحی آبی پلات می‌شود (بارش باران اسیدی یک سطح رنگی روی سطح نقشه است و غلظت باران بصورت استوانه‌های با رنگ روشن)



شکل ٦٧-١ یک فریم از سکانس انیمیشن که توسعه یک خوشه ذرت را نشان میدهد

شکل ٦٨-١ بصری سازی بازسازی تخریب‌ها در دره Chaco آریزونا



شکل ٦٩-١ یک تکنیک پیش نمونه بنام Win Viz برای بصری سازی داده‌های ستونی چند بعدی در اینجا برای تطابق اطلاعات آماری روی عابران درگیر در تصادفات رانندگی بکار میرود. (توسعه توسط تیم بصری سازی در ITT)

پردازش تصویر

اگرچه روشهای بکار رفته در گرافیک کامپیوتر و پردازش تصویر با هم همپوشانی میکنند ۲ حوزه به عملیات اساساً متفاوت مربوطند. در گرافیک کامپیوتری یک کامپیوتر برای خلق یک تصویر بکار میرود. از سوی دیگر – پردازش تصویر از تکنیک‌هایی بهره می‌گیرد تا تصاویر موجود تغییر یابند یا تفسیر شوند مثل عکس‌ها و اسکن‌های تلوزیون.

۲ کاربرد اصلی پردازش تصویر (۱) بهبود کیفیت تصویر (۲) درک ماشینی اطلاعات بصری، همانطور که در روباتیک یکار میرود.

ما برای بکار بردن روشهای پردازش تصویر در ابتدا عکسی را دیجیتالی یا تصویر دیگر را بخشهای تصویر بکار میروند تا جدایش تصویرها تقویت شود یا کیفیت سایه زنی بهبود یابد.

مثالی از کاربرد روشهای پردازش تصویر برای بالا بردن کیفیت یک تصویر در شکل ۷۰-۱ نشان داده می‌شود. این تکنیک‌ها بطور گسترده در کاربردهای هنر تجاری بکار می‌روند که شامل مرتب کردن و مماس کردن دوباره قطعات عکس‌ها و دیگر کارهای هنری است.

روشهای مشابهی برای آنالیز عکسهای ماهواره ای از زمین و عکسهای کهکشان بکار می‌روند.

همچنین کاربردهای پزشکی استفاده وسیعی از تکنیک‌های پردازش تصویر برای تقویت تصویر و در توموگرافی و شبیه سازیهای اعمال جراحی می‌کنند

توموگرافی تکنیکی از عکس برداری اشعه X است که دیدن مقطع عرضی سیستم‌های فیزیولوژیکال نشان داده شده را مقدور میکند.

هر دوی توموگرافی کامپیوتری اشعه X(CT) و توموگرافی انتشار موقعیت (PET) از روشهای تصویر اندازی سه بعدی برای بازسازی مقاطع عرضی از داده‌های دیجیتالی استفاده میکنند.

شکل ۷۰-۱ عکسی تار از یک صفحه مدرک پس از بکار بردن تکنیک‌های پردازش تصویری ارزش قانونی می‌یابد.

همچنین این تکنیک‌ها برای پایش کارکردهای درونی و نشان دادن مقاطع عرضی در طی جراحی بکار می‌روند.

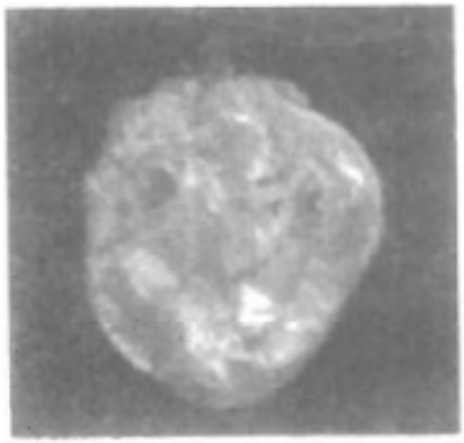
دیگر تکنیک‌های تصویر برداری پزشکی شامل اولتراسونیک و اسکنرهای پزشکی هسته‌ای میباشند. با اولتراسونیک، امواج صوت با فرکانس بالا به جای اشعه ایکس برای ساختن داده‌های دیجیتالی بکار می‌روند.

اسکنرهای پزشکی هسته‌ای، داده‌های دیجیتالی حاصل از انتشار تابش از رادیو کلوئیدهای بلعیده شده را جمع آوری میکنند و تصاویر کد رنگی را پلات میکنند.

پردازش تصویر و گرافیک کامپیوتری نوعاً با کاربردهای بسیاری ترکیب می‌شوند. مثلاً پزشکی از این تکنیک‌ها برای مدل سازی و مطالعه کارکردهای فیزیکی، برای مطالعه اندامهای مصنوعی و برنامه ریزی و انجام جراحی‌ها استفاده می‌کنند.

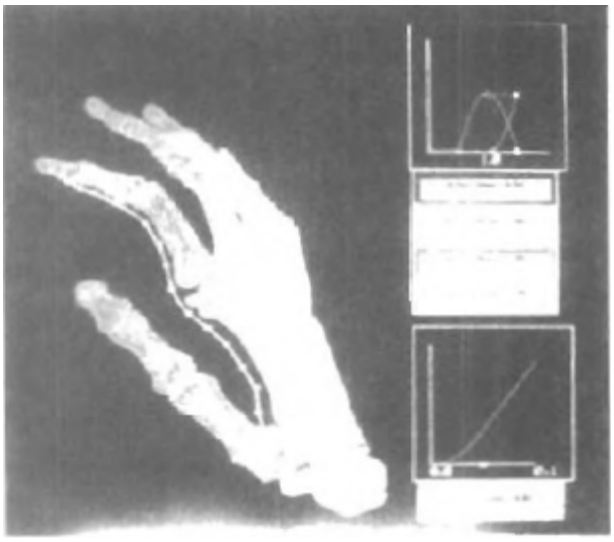
کاربرد آخر عموماً جراحی به کمک کامپیوتر اطلاق می‌شود. مقاطع عرضی ۲ بعدی بدن با استفاده از تکنیک‌های تصویر برداری بدست می‌آیند. سپس قطعات مشاهده و با استفاده از روشهای گرافیکی دستکاری می‌شوند تا طرز عمل‌های واقعی جراحی شبیه سازی شوند و برشهای مختلف جراحی امتحان شوند.

مثالهای این کاربردهای پزشکی در شکلهای ۷۱-۱ و ۷۲-۱ نشان داده می‌شوند.



شکل ۷۱-۱ یک فریم از انیمیشن کامپیوتری که سطوح فعالسازی قلبی درون مناطق اجرا شده حجم نیمه شفاف قلب سگ را بصری سازی میکند.

داده‌های پزشکی توسط William Smith ، Ed Slipson و G.Allan Johnson از دانشگاه Duke ارائه شده اند. ارائه نرم افزار اجرای تصویر مجازی توسط Tom Palmer از شرکت تحقیقاتی NCSC/Cray بوده است.



شکل ۷۲-۱ یک تصویر از زوج تصویر اندازی ۳ بعدی استخوانهای دست انسانی را نشان میدهد تصاویر توسط Inmo Yoon ، D.E Thomosonc و

W.N.Wagenspack از دسته داده ای بدست آمده از سی تی اسکن‌هایی موسسه تحقیقات احیا GWLNHDC اجرا شده اند. این تصاویر یک مسیر تاندون احتمالی برای جراحی بازسازی را نشان میدهند.

۸- ۱ سرحدهای کاربر گرافیکی

اکنون عموماً نرم افزارها سر حدی گرافیکی را ارائه میکنند جزء مهم یک سرحد گرافیکی یک مدیر پنجره است که به کاربر اجازه میدهد تا حوزه‌های چند پنجره ای را نمایش دهد. هر پنجره دارای فرایندی مختلف است که دارای نمایشهای گرافیکی و غیر گرافیکی میباشد ما برای فعال کردن یک پنجره خاص براحتی در آن پنجره با استفاده از ابزار اشاره کردن متعامل کلیک میکنیم.

همچنین سرحدها منوها و آیکون‌ها را برای انتخاب سریع عملیات پردازش یا مقادیر پارامتر نمایش میدهند. یک آیکون نمادی گرافیکی است که برای داشتن شباهت یا گزینه پردازشی که نمایش میدهد طراحی شده است. منافع آیکون‌ها آن است که آنها فضایی کمتر از توضیحات متنی میگیرند و براحتی قابل درک هستند اگر بخوبی طراحی شوند.

منوها (نوارهای کار) دارای لیست‌های توضیحات متنی و آیکون‌ها هستند

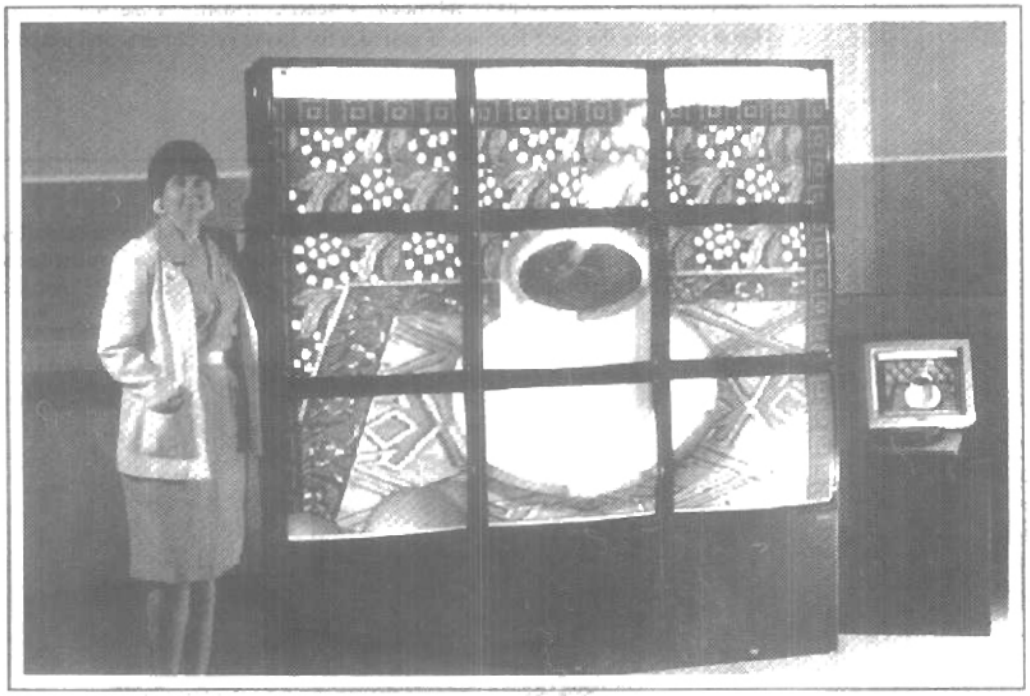
شکل ۷۳-۱ سر حدی گرافیکی نوعاً دارای مدیر پنجره، نمایشهای منو و ایکون‌ها را توضیح میدهد در این مثال، منوها انتخاب گزینه‌های پردازش، ارزشهای رنگ و پارامترهای گرافیکی را مقدور میکنند.

آیکون‌ها گزینه‌ها را برای رنگ آمیزی – نقاشی – زوم کردن – رشته‌های تایپ کردن متن و دیگر عملیات مرتبط با ساختن تصویر را نشان میدهند.

شکل ۷۳-۱ یک سر حدی کاربر گرافیکی که مناطق پنجره چندگانه – منوها و آیکون‌ها را نشان میدهد.

CHAPTER

2 Overview of Graphics Systems



به خاطرگستردگی استفاده از سخت افزارها ونرم افزارهای گرافیکی در وسایل روزمره مثل ماشین حسابهای دستی و کامپیوترهای معمولی و همچنین استفاده ی سطح بالا از سخت افزارها ونرم افزارها برای اهداف ویژه در این فصل ویژگی های اساسی اجزای سخت افزارهای گرافیکی و بسته های نرم افزاری گرافیکی توضیح داده می شود.

VIDEO DISPLY DEVISES

اولین وسیله ی خروجی در یک سیستم گرافیکی نمایشگر می باشد،که عملکرد اکثر این نمایشگرها بر پایه ی طرح لوله های اشعه ی کاتدی یا CRT می باشد.

Figure 2-1
A computer graphics workstation. (*Courtesy of Tektronix, Inc.*)

Refresh cathode-ray tube

شکل ۲-۲ اجزای اصلی یک CRT رانشان می دهد که در آن پرتویی از الکترونها

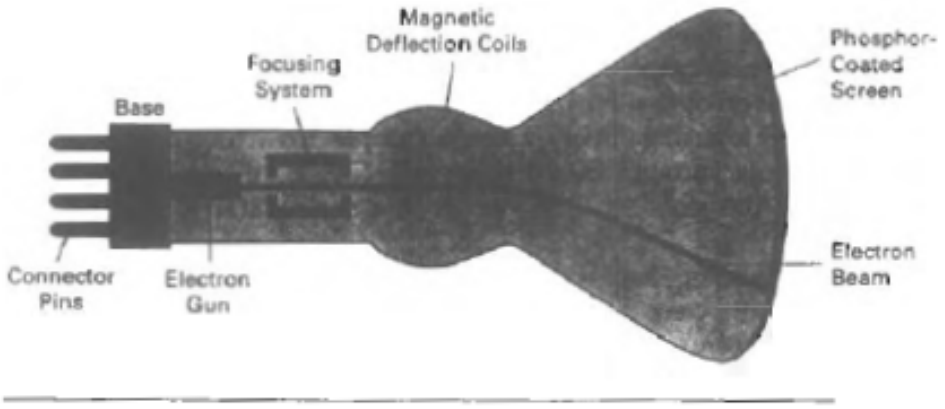


Figure 2-2
Basic design of a magnetic-deflection CRT.

که به وسیله ی تفنگ الکترونی نشر می شود از سیستم های تمرکزی و انحراف کننده عبور می کند،که این سیستم ها باعث هدایت پرتو به سمت مناطق ویژه ایی روی صفحه ایی پوشیده با فسفر می شود. این صفحه باعث می شود در هر نقطه ایی که پرتو به آن برخورد می کند

یک نقطه ی کوچک از نور درخشان شود، چون نوری که به وسیله ی فسفر منتشر می شود خیلی سریع ناپدید می شود.

برای حفظ تصویر صفحه نیاز به برخی متدها است،یکی از این راهها هدایت مکرر پرتوی الکترونی به همان نقطه است، به این نوع از نمایش CRT احیایی می گویند.

اجزای اصلی یک تفنگ الکترونی در CRT کاتد فلزی گرم شده وتیغه ی کنترلی است.

شکل ۲-۳

گرما از طریق یک جریان در سیم پیچی که فیلامنت نامیده میشود داخل ساختار کاتدی قرار دارد.در داخل CRT الکترونهای با بار منفی به سمت پوشش فسفری با ولتاژ مثبت

بالا هدایت می شود، ولتاز سریع به وسیله ی پوشش فلزی با بار مثبت در داخل محفظه ی CRT نزدیک صفحه ی فسفری و یا بوسیله ی یک آند تسریع کننده ایجاد می شود.

گاهی اوقات تفنگ های الکترونی به گونه ایی ساخته می شود که در آنها آند تسریع کننده وسیستم تمرکزی در یونیت یکسانی قرار دارند.

شدت پرتوی الکترونی بوسیله ی تنظیم مقادیر ولتاژ روی تیغه ی کنترلی، کنترل می شود.

ولتاژ منفی بسیار بالای تیغه ی کنترلی باعث دفع الکترونها و متوقف کردن آنها می شود

و از خروج الکترونها از سوراخ کوچک تیغه ی کنترلی ممانعت به عمل می آورد، هرچه میزان الکترونهای عبوری کمتر، شفافیت تصویر کمتر می شود.

برای جلوگیری از دفع الکترونها بوسیله ی یکدیگر و پخش مستقیم آنها در مسیر از سیستم تمرکزی استفاده می شود.

سیستم تمرکزی دو نوع می باشد:۱)میدان الکتریکی ۲)میدان مغناطیسی

میدان الکتریکی:در این روش الکترونها از یک صفحه ی فلزی با بار مثبت رد می شوند ،که از این مکانیزم در تلوزیون و نمایشگرهای کامپیوتر استفاده می شود.

میدان مغناطیسی : اندازه ی نقطه روی صفحه ی فسفری کوچکترین مقدار خود را دارد.

در سیستم انحرافی که از دو جفت سیم پیچ که در بالای محفظه ی CRT و دو جفت دیگر آن در پایین محفظه قرار دارند برای انحراف پرتو به تمام نقاط صفحه استفاده می شود.

سیستم انحرافی نیز دو نوع می باشد:

۱)میدان الکتریکی: موقعیت سیم پیچها متفاوت از میدان مغناطیسی

۲) میدان مغناطیسی:در CRT ها معمول است

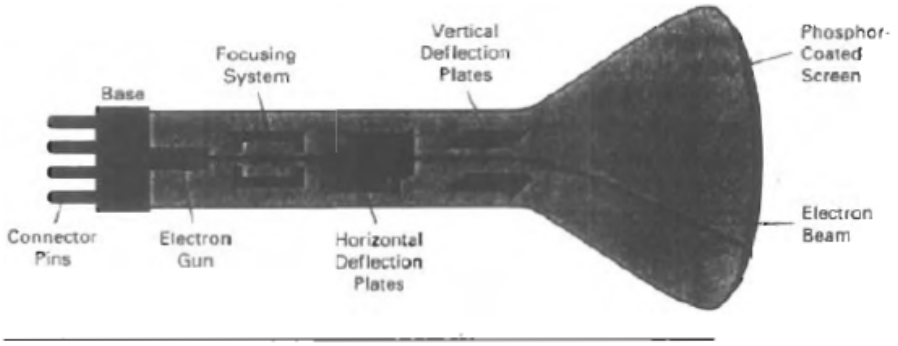


Figure 2-4
Electrostatic deflection of the electron beam in a CRT.

دو جفت صفحه موازی در داخل محفظه CRT وجود دارد.یک جفت به صورت افقی که انحراف عمودی را کنترل می کند.

در صفحه ی فسفری انرژی الکترونها بوسیله ی فسفر جذب می شود و الکترون اتم فسفر به اوربیتالهای بالاتر برانگیخته می شود و هنگام برگشتن انرژی به صورت نور آزاد می شود،

فرکانس نور منتشر شده به اختلاف سطح انرژی مکان اصلی الکترون و اوربیتالی که منتقل می شود بستگی دارد.

ماندگاری نقطه ی شفاف بسته به فسفر متفاوت است.

تا یک ثانیه هم قدرت ماندگاری گزارش شده ول معمولاً ۶۰-۱۰ میکروثانیه هست.

وضوح :بیشترین تعداد نقاطی که می تواند بدون over lap درCRT نمایش داده می شود.

وضوح سیستم های با کیفیت بالا ۱۰۲۴تا ۱۲۸۰ می شود.

سایز مانیتورهای گرافیکی ۱۲تا ۲۷ اینچ است.

Raster-scan display

متداولترین نمایشگرهای گرافیکی که اساس CRT دارنداین نمایشگرها هستند.در این سیستم مشخصات تصویرکه به صورت۰۱ است در یک حافظه که refresh buffer نامیده می شود ذخیره می شود و از روی این اطلاعات پرتو در نقاط خاصی از صفحه که ۱ است تابیده میشود و در نقاط ۰ تابیده نمی شود ،این خواندن اطلاعات سطر به سطر انجام می شود تا یک تصویر کامل روی صفحه ی نمایشگر بوجود بیاید.

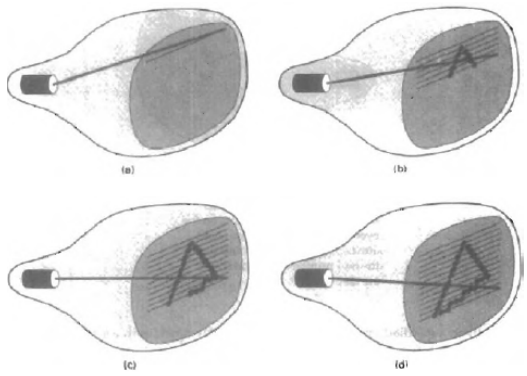


Figure 2-7
A raster-scan system displays an object as a set of discrete points across each scan line.

به هر نقطه در صفحه پیکسل می گویند.در سیستم های با کیفیت بالا،گاهی ۲۴ بیت برای نمایش هر نقطه از تصویر لازم است که به حافظه ی این نوع تصاویر pixmap گفته می شود.

در سیستم های سیاه سفید برای هر پیکسل یک بیت داریم که به حافظه ی این نوع تصاویر bitmap گفته می شود.در تلویزیون ها و پرینتر ها از سیستم raster-scan استفاده می شود.

در این سیستم ها ۶۰تا ۸۰ فریم در ثانیه خوانده می شود.

RANDOM-SCAN DISPLA

در این ساختار، CRT پرتوی الکترونی را فقط به قسمتهایی از صفحه هدایت می کند که قرار است تصویر کشیده شود.این مانیتورها یک سطر از تصویر را در آن واحد می کشند به این سبب به نمایشگرهای vector stroke-writing معروف هستند،و حافظه ی این نوع تصاویر

Refresh display نامیده می شود.

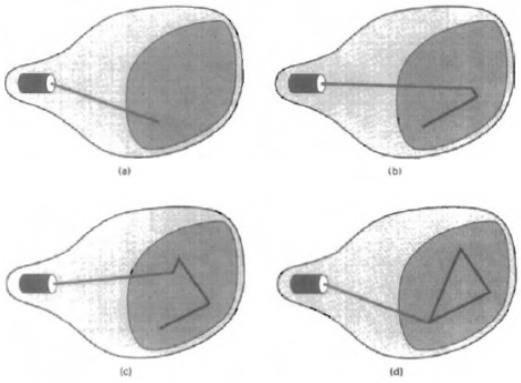


Figure 2-9
A random-scan system draws the component lines of an object in any order specified.

این سیستم تمام اجزای خطوط را ۳۰تا۶۰ بار در هر ثانیه می کشد.سرعت refresh ۶۰ فریم در هر ثانیه است، اگر این سرعت بالاتر رود امکان سوختن صفحه ی فسفری وجود دارد.

برای کشیدن خطوط و به تصویر کشیدن مناظر طبیعی این سیستم مناسب می باشد.

سیستم random عموماً وضوح بالاتری از raster دارند.

در random خطوط به صورت صاف دیده می شوند: _____

ولی در سیستم های raster خطوط ناهموار دیده می شود:----------

COLOR CRT MONITOR

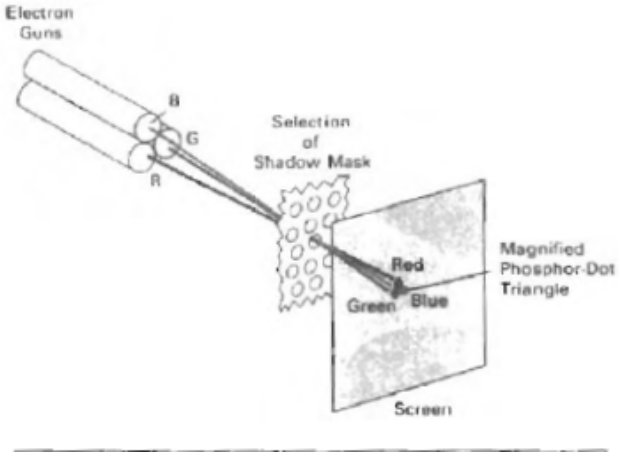
نمایشگرهای رنگی CRT با ترکیب نوارهای منتشره از فسفرهای مختلف طیفی از رنگها را ایجاد می کنند.

دو روش اساسی برای تولید تصویر رنگی در CRTها وجود دارد :

۱)**روش نفوذ پرتو**: در این روش نمایشگرها از سیستم RANDOM SCAN برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند.دو لایه ی فسفر که معمولا قرمز و سبز هستند در داخل CRTصفحه را پوشش داده اند، رنگ نمایش داده شده بر حسب اینکه پرتوی الکترونی تا چه اندازه به لایه ی فسفر نفوذ می کند، متفاوت خواهد بود.

پرتوی الکترونهای کند، فقط لایه ی بیرونی یعنی قرمز را برانگیخته می کند در حالیکه یک پرتوی الکترونی سریع، از لایه ی قرمز عبور می کند ولایه ی درونی سبز رنگ را بر انگیخته می کندوپرتوی با سرعت متوسط ،ترکیبی از نور قرمز و سبز منتشر می کند که حاصل آن رنگهایی مثل نارنجی و زرد، خواهد بود. سرعت الکترونها هم به وسیله ی ولتاژ تسریع کننده ی الکترون تنظیم می شود.

۲)**روش سایه نقاب**: در این روش نمایشگرها از سیستم RASTER SCAN برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند.در این روش طیف وسیعی از رنگها نسبت به روش قبلی تولید می شود. شکل۱۰-۲ روش دلتا-دلتای نقاب سایه ایی را نشان می دهد که ازسه تفنگ الکترونی، پرتوهایی با رنگهای سبز،قرمزو آبی ساطع می شود و بعد از گذر از ماسک در صفحه ی فسفری با یکدیگر ترکیب می شوند.رنگی که ما در صفحه می بینیم بسته به مقدار برانگیخته شدن فسفرهای سبز،قرمز و آبی دارد. نقاط سفید ،حاصل فعال شدن همزمان سه نقطه با شدّت مساوی می باشد.



یا مثلا رنگ زرد ،هنگامی تولید می شود که نقاط سبز و قرمز باهم ادغام می شوند. این سیستم در بعضی از کامپیوترهای خانگی و بازی های ویدیوئی به کار می رود.

در سیستم های گرافیکی RASTER با کیفیت بالا که برای هر پیکسل ۲۴ بیت درفریم بافر خود دارند ،۲۵۶ تنظیم ولتاژ برای هر تفنگ الکترونی و نزدیک به ۱۷ میلیون برای هر پیکسل وجود دارند.

سیستم رنگی rgb با ۲۴ بیت برای هر پیکسل full color system نامیده می شود.

Direct-view storage tubes

dvst روش جایگزین برای حفظ تصویر صفحه است، که ذخیره ی اطلاعات در داخل CRTرا جایگزین refresh می کند. که اطلاعات تصویر را به صورت توزیع بار در کنار صفحه ی فسفریک ذخیره می کند .دو تفنگ الکترونی در dvst استفاده می شود .

یک تفنگ برای ذخیره ی الگوی تصویر و تفنگ دیگر که ماندگاری تصویر را حفظ می کند.

نمایش dvst در مقایسه باCRT مزایا و معایبی دارد.

در dvst به علت نبود refresh، تصاویر با وضوح بالا قابل نشان دادن است.

و معایبش این است که رنگ را نمی توان نشان داد و برای اصلاح تصویر باید کل تصویر را پاک کرد،به همین علت نمایشگرهای storage جایگزین سیستم های raster شداند.

Flat panel display

این واژه به دسته ایی از وسایل ویدیوئی اشاره می کند که حجم ،وزن ونیاز قدرتی کمی در مقایسه با CRT دارند.

ویژگی برجسته شان نازکتر بودن آنها نسبت به CRT است.

کاربردهای نمایشگرهای Flat panel در ماشین حسابها و بردهای تبلیغاتی در آسانسورها می باشد.

ما این نمایشگرها را می توانیم به دو دسته تقسیم کنیم: نشری و غیرنشری

۱) **نشری** : این مکانیزم با تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی نورانی عمل می کند.

(پنل های پلاسمایی ،نمایشگرهای الکترولومینوسنت و دیودهای منتشر کننده ی نور)

۲)**غیر نشری**: نمایشگرهای غیر منتشره، نور خورشید یا سایر نورها را به الگوی گرافیکی تبدیل می کنند. یک مثال بارز از این نمایشگرها وسایل کریستال مایع می باشد.

درپنل های پلاسمایی که gas-discharge نامیده می شوند، دو ناحیه بین صفحه های شیشه ایی با ترکیبی از گازها پرمی شود، که از معروفترین شان می توان به نئون اشاره کرد.

یک سری ازریبون های هدایتگر عمودی در یکی از پنلهای شیشه ایی جا سازی می شودویک دسته از ریبون های افقی در پنل های شیشه ایی دیگری استفاده می شود.

با اعمال ولتاژ به صفحه های عمودی و افقی، گاز بین دو صفحه تبدیل به الکترونها و یونهای درخشان می شود.

فاصله ی بین پیکسل ها توسط میدانهای مغناطیسی هدایتگر ایجاد می شود .

یکی از معایب پنل های پلاسمایی قدیمی، تک رنگ بودن آنهاست. ولی سیستم های کنونی قادر به نمایش رنگ می
باشند.

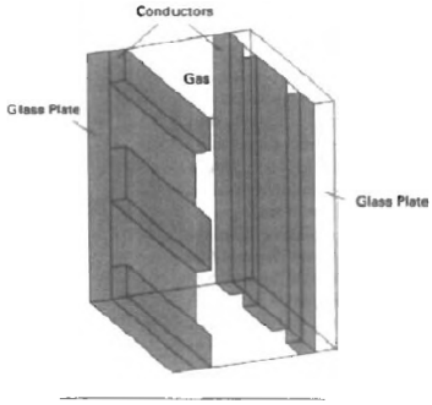


Figure 2-11
Basic design of a plasma-panel

Thin-film electroluminescent :این دستگاه مشابه plasma panel می باشد.

منطقه بین دو صفحه شیشه ای با یک فسفر از قبیل سولفید روی تلغیظ شده با منگنز پوشیده شده است.

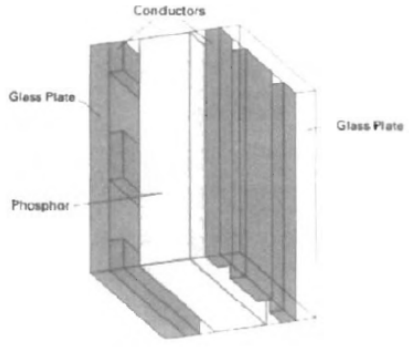


Figure 2-13
Basic design of a thin-film electroluminescent display device.

اگر ولتاژ بالای کافی برای جفت الکترون های عبوری بکار رود ،فسفر در ناحیه دو الکترود به عنوان یک هدایت گر به کار می رود.انرژی الکتریکی به وسیله اتم های منگنز جذب می شودسپس انرژی به صورت نقطه ای از نور ازاد میشود که مشابه تاثیر پلاسمای درخشنده در پنل های پلاسمایی است.

نمایشگرهایelectroluminescent نیروی بیشتری نسبت به پنل های پلاسمایی نیاز دارندوتصویر های رنگی خوب در ان ها دیده می شود.

سومین نوع وسایل منتشردیود ها هستند.از دیود ها برای تشکیل پیکسل ها در صفحه نمایش استفاده می شود.تصاویر ایجاد شده به وسیله ی دیود ها در refresh bufferذخیره می شود.

اطلاعات از بافر خوانده میشودو به سطوح ولتاژی تبدیل می شود که این ولتاژ ها در دیود ها برای تولید الگوهای نوری در نمایشگر ها استفاده می شود.

Liquid crystal displays (Lcd):در سیتم های کوچک مثل ماشین حساب ها و لپ تاب ها استفاده می شود.

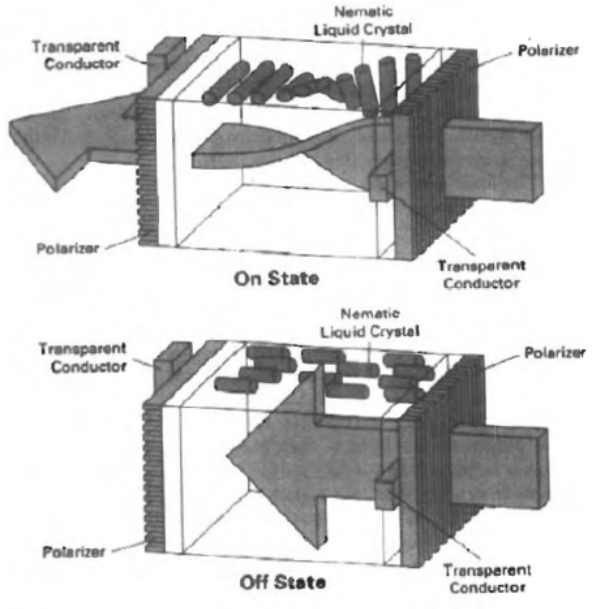
این وسایل غیر منتشره از طریق عبور نور پلاریزه شدی حاصل از محیط اطراف یا از منبع نور داخلی (که میتواند نور را بلوکه کندو یا از خود عبور دهد)تصویر را تولید می کنند.

واژه کریستال مایع به این حقیقت اشاره دارد که این ترکیبات ترتیب کریستالی از مولکول ها دارند ولی با این وجود هنوز هم مثل مایع جاری می شوند.

در نمایشگرهای flat panel به طور معمول از ترکیبات کریستال مایع نماتیک استفاده می شود که تمایل به حفظ محور بلند مولکول های میله ای شکل خود دارند.

در شکل ۱۶-۲ دو صفحه شیشه ای که هر کدام دارای دو پلاریزه کننده ی نور در سمت راست خود هستند دیده می شود که کریستال مایع بین ان ها قرار دارد.

ردیف هایی از هدایت گر های شفاف افقی در یکی از صفحات شیشه ای ساخته شده و ستونی از هدایت گر های عمودی به صفحه ی دیگر متصل شده است.



تقاطع دو هدایت گر یک موقعیت پیکسلی را نشان می دهد.به طور معمول مولکول ها در حالت روشن همان طور که در شکل ۱۶-۲ است قرار می گیرند.

نور پلاریزه که از میان مواد کریستال مایع می گذرد، پیچ می خورد و می تواند از پلاریزر مقابل عبور کند،سپس نور به سمت بیننده منعکس می شود.

برای خاموش کردن پیکسل ها،به صفحات هدایت گر ولتاژ وارد میکنند.در این صورت نور پیچ نمی خورد.به این نوع وسایل passive-matrix گفته می شود.

مشخصات تصویر در refresh buffer ذخیره می شود و صفحه با سرعت ۶۰ فریم در ثانیه

تجدید می شود.(مانند وسایل منتشره)

نور زمینه هم به طورمعمول با استفاده از وسایل الکترونیکی solid-state به کار می رود،به طوریکه سیستم به طور کامل به منبع نوری بیرونی وابسته نیست.

روش دیگر برای ساخت lcd ها، جایگزینی ترانزیستور در هر مکان از پیکسل ،با استفاده از تکنولوژی Thin-film است.

ترانزیستور برای کنترل ولتاژهای مکان های پیکسل،وجلوگیری از تخلیه سلول های کریستال مایع استفاده می شود.این وسایل نمایشگرهایactive-matrix نامیده می شود.

---

three-Dimensional viewing devices

نمایشگرهای گرافیکی برای نمایش تصاویر سه بعدی با استفاده از تکنیک هایی که یک تصویر CRT رااز آینه های قابل انعطاف و لرزنده منعکس می کند،تقسیم شده اند.

عملکرد این سیستم در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است. هنگامی که آینه می لرزد طول فاصله -ی کانونی تغییر می کند این لرزش با نمایش یک شئ رو CRT همراه می شود به طوری که هر نقطه از شئ مورد نظر از آینه به موقعیت فضایی و مطابق فاصله ی آن نقطه از موقعیت دید معین منعکس می شود.این عمل به ما امکان می دهد که در اطراف شئ مورد نظر راه برویم و آن را از مکانهای مختلف ببینیم.

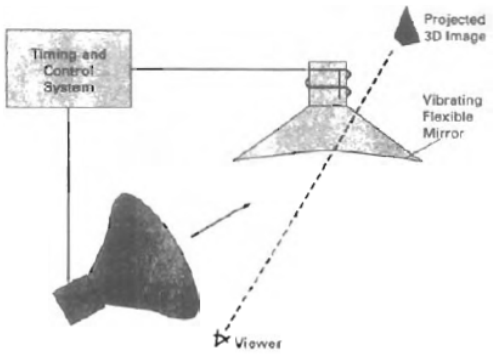


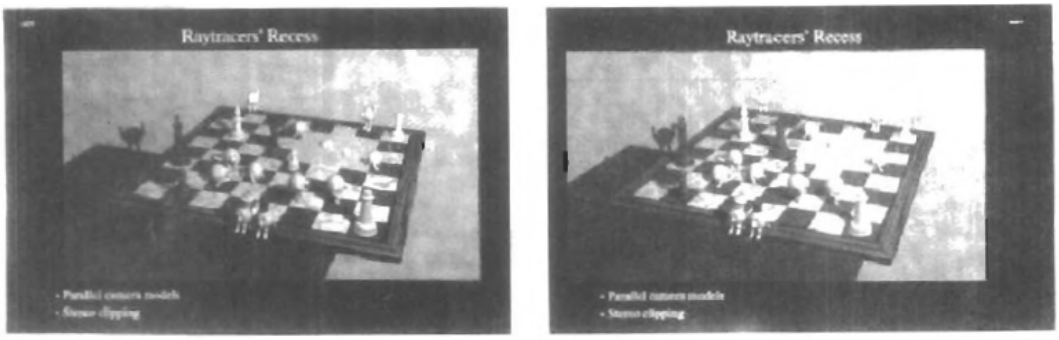
Figure 2-17
Operation of a three-dimensional display system using a vibrating mirror that changes focal length to match the depth of points in a scene.

شکل۲-۱۸ سیستم Genisco spaceGraph را نشان می دهد که از آینه ی لرزنده برای به تصویر کشیدن اشیاء سه بعدی در حجم های ۲۵*۲۵*۲۵ استفاده می کند.

چنین سیستم هایی در موارد پزشکی برای تحلیل اطلاعات حاصل از سونوگرافی و وسایل CAT در جغرافیا، برای تحلیل داده های توپولوژیکی در زلزله شناسی ،در کارهای طراحی اجسام جامد و سیستم های شبیه سازی سه بعدی مثل مولکولها و نواحی زمین به کار می رود.

Stereoscopic and Virtual-Reality Systems

تکنیکی دیگر برای دیدن اشیاء به صورت سه بعدی ، برجسته بینی میباشد.این تکنیک به این صورت است که تصویرهای دیده شده از هریک از لنزهای عینک باهم ترکیب میشوند و یک تصویر با عمق خاص درست می شود وعکس به یک تصویر سه بعدی تقسیم می شود.



Left Right

یک روشی دیگر برای تولید این نوع تصاویر استفاده از سیستم پویش تصاویر یا Raster system می باشد.

تصویر۲۱-۲ یک عینک با لنزهای کریستال مایع ویک infrared برای دنبال و هماهنگ کردن لنز با پرده ی نمایش را نشان می دهد.

شکل ۲۲-۲ یک هدست را نشان می دهد که شامل یک سیستم بینایی برای تولید تصاویر Stereoscopic وابزار ورودی محاوره ایی برای جان بخشی به یک شئ می باشد.

شکل۲۳-۲ ساختمان یک محیط مجازی را نشان می دهد که شخص با حرکت دادن اعضای بدن و دستهای خود حرکات خود را به تصویر موجود در پرده ی نمایش انتقال می دهد.

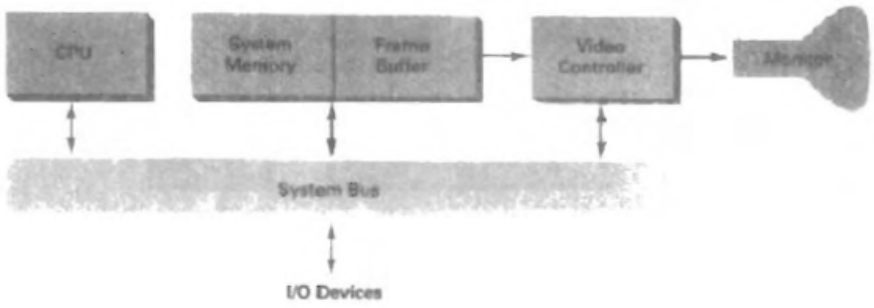
Figure 2-23
Interacting with a virtual-reality environment. (*Courtesy of the National Center for Supercomputing Applications, University of Illinois at Urbana-Champaign.*)

RASTER-SCAN SYSTEM

در این سیستم گرافیکی از چندین واحد پردازش استفاده شده است، علاوه بر این پردازنده ها یک پردازشگر خاص برای کنترل ابزارهای نمایش به نام ویدئوکنترل نیز استفاده شده است.

Video Controler از فریم بافر برای تازه کردن صفحه ی نمایش استفاده می کند.

شکل ۲۵-۲ . قسمت حافظه ی سیستم، به دو بخش سیستم memory وفریم بافر مجزا شده است که در آن قسمت فریم بافر بدون واسطه به Video Controler متصل شده است.



مقادیر ذخیره شده در فریم بافر که موقعیت پیکسل را نشان می دهد بازیابی می شود و یک واحد به ثبّات x اضافه می شود و پروسه برای پیکسل بعدی در بالاترین سطح اجرا می شود. بعد از اینکه آخرین پیکسل در بالاترین خط پردازش شد ثبّات x بازنشانی می شود،و یک واحد از ثبّات y کم می شود و این روند تا صفر شدن y ادامه می یابد تا عمل بازنشانی کامل شود.

{برای توضیحات بیشتر به صفحه ی ۵۴ از صفحه ی اصلی مراجعه شود}

از آنجایی که صفحه ی نمایش برای تازه تر کردن تصویر نیاز به ۶۰ فریم در هر ثانیه دارد الگوی ارائه شده در شکل ۲۸-۲ قابل پیاده سازی برروی انواع رم ها نیست. برای سرعت بخشیدن به این فرایند عمل بازیابی مقادیر پیکسل ها به صورت دسته ایی انجام می شود.

در سیستم های با کیفیت بالا معمولاً از دو فریم بافر استفاده می شود از یکی آنها برای reresh کردن واز دیگری برای ذخیره ی اطلاعات استفاده می شود.

این دوبافری می تواند سیستمهای قدرتمندی را بوجود آورد که تولید انیمیشن های قوی از آن دسته اند.در طول چرخه ی refresh قسمت ویدئو کنترلر میتوتند قسمتی از تصویر را بزرگ،کوچک یا به مکان دیگری انتقال دهد.

بعضی از سیستمها طوری طراحی شده اند که به قسمت ویدئو کنترلر اجازه می دهند،عکس موجود در فریم بافروعکسهای موجود در یک وسیله ی ورودی یا دوربین باهم ترکیب شوند.

شکل ۲۹-۲.کار اصلی پردازشگر گرافیکی آزاد کردن کارهای گرافیکی از داخل CPU است

و کار اصلی پردازشگر تصویر تبدیل مشخصه ی تصویر به مقادیر پیکسلی برای ذخیره کردن آن در یک فریم بافر است.

Random scan _____ systems

یک برنامه ی کاربردی همراه بسته ی گرافیکی در حافظه ی سیستم ذخیره می شود فرمانهای گرافیکی در برنامه های کاربردی بوسیله ی بسته های گرافیکی در داخل حافظه ترجمه می شوند این فایل ترجمه شده توسط پردازشگر تصویربرایrefresh کردن استفاده می شود.

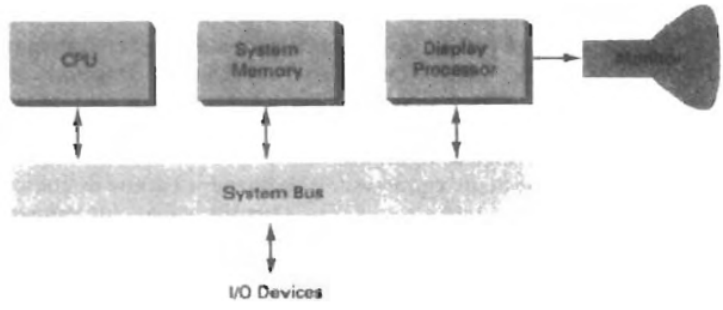


Figure 2-32
Architecture of a simple random-scan system.

GRAPHICS MONITORS AND WORKSTATIONS

بسیاری از مانیتورهای گرافیکی امروزه از عملیات raster scan برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند.

شکل ۳۳-۲سیستم کامپیوتری همه منظوره که کاربردهای گرافیکی در آن صورت می گیرد را نشان می دهد که وضوح تصویر در آن ۶۴۰*۴۸۰ است، وتعداد رنگهای قابل استفاده در آن ۳۲۰۰۰-۱۶ است.

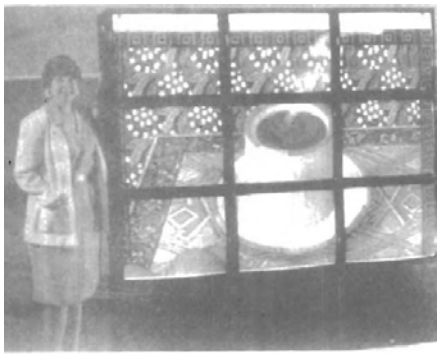
شکل ۳۴-۲ سیستمهای مختص کاربردهای گرافیکی را که وضوح تصویر در آنها ۱۲۸۰*۱۲۴۰ می باشد، نشان می دهد.

اندازه ی مانیتورهای اینگونه سیستمها ۱۶ اینچ یا بالاتر می باشد

شکل۳۵-۲ مانیتورهای مخصوص کارهای گرافیکی با کیفیت عالی را نشان می دهد.این مانیتورها در کارهایی مثل کنترل ترافیک هوایی ،شبیه سازی وcad کاربرد دارد.اندازه ی این مانیتورها ۲۷ اینچ است و وضوح تصویر در آنها ۲۵۶۰*۲۰۴۸ می باشد.

Figure 2-35
A very high-resolution (2560 by 2048) color monitor. (*Courtesy of*

شکل۳۶-۲ مانیتوری را نشان می دهد که media wall نام دارد .این مانیتور از مجموعه مانیتورهای کوچک تشکیل می شود که در موزه ها وکنفرانسها کاربرد دارد.



شکل۳۷-۲ مانیتورهای دوقلو را نشان می دهد بطوری که یک مانیتور قسمتی از یک تصویر را نشان می دهد و مانیتور دیگر تمام جزئیات مربوط به تصویر را نشان می دهد.

شکل ۳۸-۲ ایستگاههای کار چندگانه برای یک گروه CAP

شکل ۳۹-۲ ایستگاه کار یک هنرمند دارای یک مونیتور رنگی رَستر، کی‌بورد، تخته گرافیک با پیشروی دستی، یک میز نوری علاوه بر این دارای ابزارهای داده‌ها و روابط عمومی.

۵-۲ ابزارهای نهان (ورودی)

ابزارهای مختلف برای وارد کردن داده‌ها در ایستگاههای کار گرافیکی موجود هستند بیشتر سیستم‌ها دارای یک کی بورد و یک یا چند ابزار اضافی خاصی طراحی شده برای ورودی متعامل میباشند اینها عبارتند از یک ماوس spaceball,trackball ، جوی استیک، رقومی‌گرها، جعبه‌های کلید و dialها.

برخی از دیگر ابزارهای ورودی بکار رفته در کاربردهای خاص شامل دستکش‌های داده ، پانل‌های تماس، اسکنرهای تصویر و سیستم‌های صدا میباشند.

صفحه کلید

یک کی‌بورد الفبائی – عددی روی یک سیستم گرافیکی مقدمتاً بعنوان ابزاری برای وارد کردن رشته‌های متن بکار می‌رود کی بورد ابزار کارآمدی برای وارد کردن داده‌های غیر گرافیکی مثل برچسب‌های تصویر همراه با یک نمایش گرافیکی است.

همچنین کی‌بوردها دارای عوارضی برای تسهیل ورود محورهای غربالی، انتخابهای نواری یا کارکردهای گرافیکی هستند.

کلیدهای پیش رو- کنترل و کلیدهای کارکرد از عوارض عمومی کی‌بوردهایی با مصرف عمومی میباشند کلیدهای کارکرد به کاربر اجازه میدهند تا کارکردهای مکرراً بکار رفته را در یک ضربه کلید وارد کند و کلیدهای پیش رو – کنترل برای انتخاب اشیاء نمایش داده شده یا موقعیت‌های مختصاتی توسط موقعیت‌یابی پیش رو اسکرین بکار می‌روند.

دیگر انواع ابزارهای موقعیت یابی پیش رو مانند trackball یا جوی استیک در برخی کی‌بوردها لحاظ میشوند . علاوه بر این – یک کی‌بورد عددی غالباً شامل کی‌بوردی برای ورود سریع داده‌های عددی است . مثالهای تیپک کی‌بوردهای هدف عمومی‌در شکل c2- 1 – 2-33 و 2-34 وجود دارند. شکل ۴۰-۲ یک طراحی کی‌بورد ارگونومیک را نشان میدهد.

برای کاربردهای تخصصی ، ورودی یک کاربرد گرافیکی از دسته ای از کلیدها، dialها یا سوییچ‌ها می‌آید که مقادیر داده‌ها یا عملیات مرسوم گرافیکی را انتخاب می‌کنند.

شکل ۴۱-۲ مثالی از یک جعبه کلید و دسته ای از dialهای ورودی است.

غالباً کلیدها و سوییچ‌ها برای وارد کردن کارکردهای مرجع بکار می‌روند و dialها ابزارهای عمومی‌برای وارد کردن مقادیر اسکالر هستند.

اعداد حقیقی درون محدوده تعریف شده برای ورودی با چرخشهای dial انتخاب میشوند . پتانسیومترها برای اندازه گیری چرخشهای dial بکار میروند که بعداً به ولتاژهای اتلاف برای حرکت پیش رو تبدیل میشوند.

ماوس

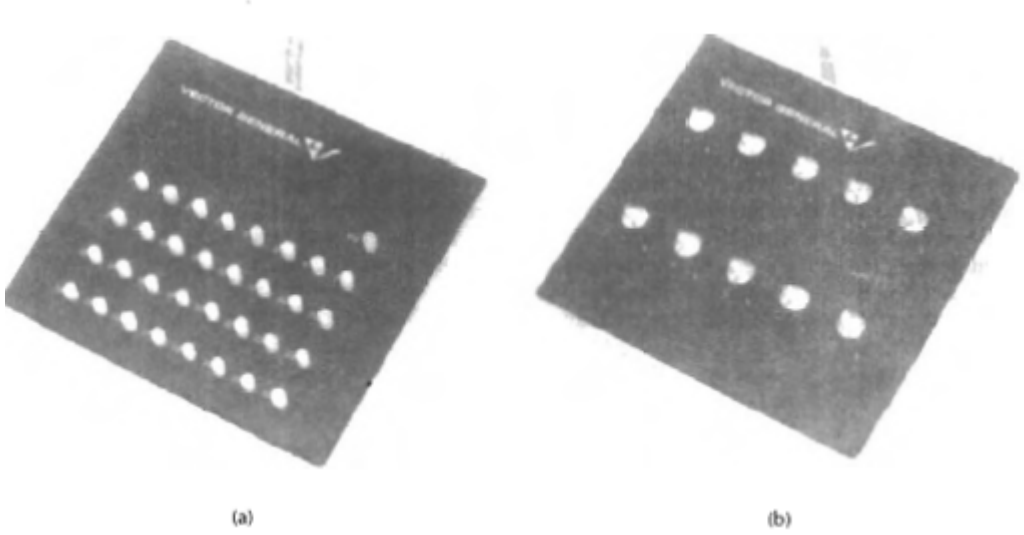
یک ماوس جعبه دستی کوچکی است که برای موقعیت یابی پیش رو اسکرین بکار برده میشود چرخها یا غلتکهای زیرموس برای ثبت اندازه یا جهت حرکت بکار می‌روند .

روش دیگر شناسایی حرکت موس شامل حسگر نوری است. برای این سیستم‌ها موس روی موس بر خاصی حرکت میکن که دارای شبکه ای از خطوط افقی و عمودی است حسگر نوری حرکت در عرض خطوط شبکه را شناسایی میکند.

از آنجا که یک موس در موقعیت دیگری بدون تغییر حرکت پیشرو برداشته و گذاشته میشود از آن برای ایجاد تغییرات نسبی در موقعیت پیشرو برداشته و گذاشته میشود از آن برای ایجاد تغییرات نسبی در موقعیت پیشرو اسکرین استفاه میشود. ۱ و ۲ و ۳ دکمه معمولاً بالای موس وجود دارد که برای علامت دادن اجرای برخی عملیات است مثل ثبت موقعیت پیشرو یا دادن دستور یک کارکرد.

اکنون – بیشتر سیستم‌های گرافیکی با هدف عمومی‌شامل یک موس و یک کی‌بورد بعنوان ابزارهای مهم ورودی هستند (شکلهای ۱-۲ و ۳۳-۲ و ۳۴-۲) ابزارهای اضافی در طرح پایه‌ای موس قابل لحاظ هستند تا تعداد پارامترهای ورودی مجاز افزایش بیابد . موس Z در شکل ۴۲-۲ شامل ۳ دگمه است.

شکل ۴۰-۲ کی‌بورد با طراحی اقتصادی با تخته‌های استراحت قابل حذف شیب هزینه کی‌بورد بصورت جداگانه قابل تغییر است.



شکل ۴۱-۲ (a) یک جعبه دکمه (b) دسته ای از dialهای ورودی

شکل ۴۲-۲ موس z دارای ۳ دکمه است یک توپ موس در زیر – یک چرخ انگشت شست در کناره و یک trackball در بالا.

یک چرخ انگشتی در کنار – یک trackball در بالا و یک توپ موس استاندارد در زیر این طراحی ۶ درجه آزادی را برای انتخاب موقعیت‌های فضایی – چرخش‌های و دیگر پارامترها فراهم میکند. ما با موس z میتوانیم شئی را انتخاب کنیم آنرا بچرخانیم آنرا در هر جهتی حرکت دهیم یا میتوانیم موقعیت و جهت گیری مورد مشاهده را در صحنه ۳ بعدی ناوبری کنیم.

کاربردهای موس z شامل حقیقت مجازی، CAD و انیمیشن است.

Trackball و Space ball

یک trackball شامل توپی است که با انگشتان یا کف دست چرخانده میشود (شکل ۲-۴۳) تا حرکت پیشروی اسکرین را تولید کند.

پتانسیومترهای متصل به توپ ، مقدار و جهت چرخش را اندازه میگیرند.Trackball روی کی بوردها یا ابزارهای دیگر مثل موس Z نصب میشوند.

یک trackball ابزار موقعیت یابی ۲ بعدی است ولی Space ball ششسی درجه آزادی را فراهم میکند. بی شباهت به trackball یک Space ball I واقعاً حرکت نمیکند.

گاگهای فشار مقدار فشار بکار رفته روی Space ball برای ارائه ورودی به منظور موقعیت یابی فضایی و چرخش با هل دادن توپ در جهات مختلف بکار می‌روند Space ball برای موقعیت یابی فضایی و در سیستم حقیقت مجازی، مدل سازی، انیمیشن، CAD و دیگر کاربردها بکار می‌رود.

جوی استیک‌ها

یک جوی‌استیک متشکل از اهرم کوچک عمودی (استیک) نصب شده روی پایه‌ای است که برای راندن پیشروی اسکرین بکار می‌رود. بیشتر جوی استیک‌ها موقعیت‌های اسکرین را با حرکت واقعی استیک انتخاب میکنند دیگران به فشار روی استیک پاسخ میدهند. شکل ۲-۴۴ جوی استیک متحرکی را نشان میدهد.

برخی از آنها روی کی‌بوردی سوار میشوند برخی دیگر هم واحدهای مستقل هستند فاصله ای که استیک در هر جهتی از موقعیت مرکزش حرکت میکند با حرکت پیشروی اسکرین در آن جهت منطبق است. پتانسیومترهای نصب شده روی پایه جوی استیک مقدرا حرکت را می‌سنجند و پرشها به استیک به موقعیت مرکزی برمی‌گردن وقتی آنها راها بشود یک یا چند کلید قابل برنامه ریزی است تا بعنوان سوییچ‌های ورودی برای سیگنال‌دهی عملهای معین عمل کند وقتی یک موقعیت اسکرین انتخاب شده است.

شکل ۴۳-۲ یک trackball با ۳ دکمه

نوع دیگر جوی استیک متحرک، استیک بکار رفته در فعال سازی سوییچ‌هایی است که باعث میشوند پیشرو اسکرین در سرعت ثابت در جهت انتخاب شده حرکت کند.

۸ سوییچ آرایش یافته در یک دایره گاهی فراهم میشوند و استیک میتواند یکی از ۸ جهت را برای حرکت پیشرو انتخاب کند. همچنین جوی استیک‌های حساس به فشار را ایزومتریک می‌نامند که دارای استیک غیرقابل حرکت هستند.

فشار روی استیک با گاگهای فشار اندازه گیری و به حرکت پیشرو در جهت مشخص شده تبدیل میشود.

دستکش داده‌ها

شکل ۴۵-۲ دستکش داده ای را نشان میدهد که برای به چنگ آوردن شیئی مجازی قابل استفاده است . دستکش با سری‌هایی از حسگرها ساخته میشود که حرکت دست و انگشت را شناسایی میکنند. همراهی الکترومغناطیسی بین آنتن‌های انتقال دهنده و آنتن‌های دریافت کننده برای فراهم کردن اطلاعات درباره موقعیت و جهت دست بکار میرود.

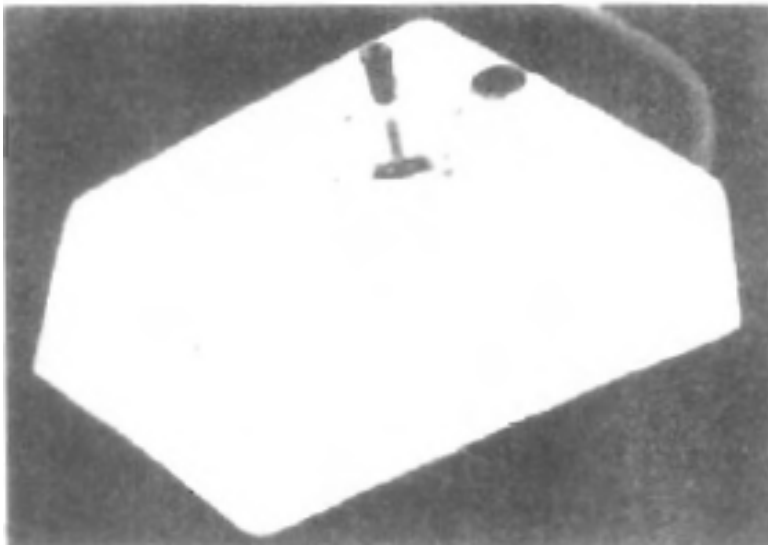
هر کدام از آنها بصورت دسته‌ای از ۳ سیم پیچ متقابل عمود بر هم ساخته شده اند که سیستم مختصات کارتزین ۳ بعدی را تشکیل میدهند ورودی از دستکش برای موقعیت یابی یا دستکاری اشیاء صحنه مجازی قابل استفاده است. تصویر ۲ بعدی صحنه روی مانیتور ویدئویی قابل ملاحظه است یا تصویر اندازی ۳ بعدی با یک headset قابل دیدن است.

رقومی‌کننده‌ها (digitizerها)

یک ابزار عمومی‌برای نقاشی – طراحی یا انتخاب متعامل موقعیت‌های مختصاتی روی یک شئی شامل digitizer است این ابزارها برای وارد کردن مقادیر مختصاتی در فضای ۲ یا ۳ بعدی قابل استفاده اند.

نوعاً digitizer برای اسکن کردن یک طراحی یا شیئی یا ورود دسته ای از موقعیت‌های مجزای مختصاتی بکار می‌رو که به قطعات خط مستقیم قابل اتصال است تا منحنی یا شکلهای سطحی تقریباً زده شوند .

یک نوع digitizer شامل تخته داده (تخته گرافیکی) است که برای ورود مختصات ۲ بعدی با فعالسازی پیشروی دستی یا Stylus در موقعیت‌های انتخاب شده روی سطحی تخت بکار میرود. یک پیشروی دستی دارای رشته‌های متقاطع برای دیدن موقعیت‌ها است. ولی Stylus ابزاری مدادی شکل است که بر موقعیت‌های روی تخته دلالت میکند.



شکل ۴۴-۲ یک جوی استیک متحرک

شکل ۴۵-۲ صحنه واقعیت مجازی – نمای داده شده روی مانیتور ویدئویی ۲ بعدی با ورودی از یک دستکش داده و یک Spacball

شکل ۴۶-۲ و ۴۷-۲ مثالهای desktop و تخته‌های مدل کف را نشان میدهد آنها از پیشروهای دستی استفاده میکنند که دارای ۴-۲ یا ۱۶ دکمه هستند. مثالهای ورودی Stylus با یک تخته در شکل ۴۸-۲ و ۴۹-۲ نشان داده میشوند.

سیستم رقومی‌گر هنرمند در شکل ۴۹-۲ از رزونانس الکترومغناطیسی برای شناسایی موقعیت ۳ بعدی Stylus استفاده میکند.

شکل ۴۶-۲ تخته desktop بنام SummasketchIII با پیشروی دستی با ۱۶ دکمه.

این به هنرمند اجازه میدهد تا ضربات مختلف قلم را با فشارهای مختلف روی سطح تخته تولید کند اندازه تخته از ۱۲ × ۱۲ اینچ برای مدلهایdesktop تا ۴۴ × ۶۰ برای

انتخاب موقعیت‌های مختصاتی تغییر میکند با دقتی که از حدود mm ۰/۲ روی مدلهای desktop تا حدود mm ۵ ٪ یا کمتر در مدلهای بزرگتر وجود دارد.

بیشتر تخته‌های گرافیکی با شبکه مستطیلی سیم‌های موجود در سطح تخته ساخته میشوند ضربانهای الکترومغناطیسی بطور متوالی روی سیم‌ها تولید میشود و یک سیگنال الکتریکی در یک هسته سیم پیچ در Stylus فعالسازی شده یا پیشروی دستی القا میشود تا موقعیت روی تخته را ثبت کند. با توجه به فناوری ، قدرت سیگنال ، ضربانهای رمزدار یا تغییرات فاز برای تعیین موقعیت روی تخته قابل استفاده اند.

تخته‌های صوتی از امواج صدا برای شناسایی موقعیت Stylus استفاده میکنند میکروفون‌های نواری یا نقطه ای برای شناسایی صدای صادرشده توسط جرقه الکتریکی از یک نوک Stylus قابل استفاده اند.

شکل ۴۷-۲ تخته Microgrid III با پیشروی دستی ۱۶ دکمه ای طراحی شده بای رقومی‌کردن نقاشی‌های بزرگتر

شکل ۴۸- ۲ تخته Notepad desktop با یک Stylus

شکل ۴۹-۲ سیستم رقومی‌کننده هنرمند با یک Stylus بی سیم حساس به فشار

موقعیت Stylus بازمان بندی رسیدن صدای تولید شده در موقعیت‌های مختلف میکروفن محاسبه میشود. یک منفعت تخته‌های صوتی ۲ بعدی آن است که میکروفن‌ها روی هر سطحی گذاشته میشوند تا منطقه کاری تخته تشکیل شود . این می‌تواند برای کاربردهای مختلف راحت باشد مثل دیجیتالی کردن نقاشی‌های یک کتاب.

رقومی‌کننده‌های ۳ بعدی از انتقالهای صوتی یا الکترومغناطیسی برای ثبت موقعیت‌ها استفاده میکنند. یک روش انتقال الکترومغناطیس مشابه روش بکار رفته در دستکش داده‌ها

است از همراهی بین انتقال دهنده و دریافت کننده برای محاسبه محل یک Stylus با حرکت آن روی سطح یک شیی بکار میرود.

شکل ۵۰-۲ دیجیتالی کننده ۳ بعدی طراحی شده برای کامپیوترهای APPLE مکنتاش نقاش را نشان میدهد . با انتخاب شدن نقاط روی یک شیی غیر فلزی، محیط چهارچوب سیمیبا اثرات نور پردازی سایه زده مشود تا نمایش واقع گرایانه شیی تولید شود.

بزرگنمائی این سیستم از ۰/۸ تا ۸ ٪ میلی متر است که به مدل بستگی دارد.

اسکنرهای تصویر

طراحیها – نمودارها، عکسهای رنگی و سیاه و سفید یا متن برای پردازش کامپیوتری با یک اسکنر تصویر ذخیره میشود این کار با گذاشتن مکانیزیم اسکن کردن نوری از روی اطلاعت ذخیره شده انجام میشود بعداً درجات مقیاس خاکستری یا رنگی در آرایشی ثبت یا ذخیره میشود وقتی ما نمایش داخلی تصویری را داشته باشیم میتوانیم تغییر شکلهای چرخش ، مقیاس بندی یا چیدن یک تصویر نسبت به منطقه خاصی از اسکرین را انجام بدهیم. همچنین میتوانیم روشهای مختلف پردازش تصویر را بکار ببریم تا نمایش آرایشی تصویر را تغییر دهیم.

برای ورودی متن اسکن شده ، عملیات ویرایش مختلف روی اسناد ذخیره شده قابل انجام هستند . برخی اسکنرها قادرند تا نمایشهای گرافیکی یا متن را اسکن کنند یا در انواعی از سایزها با قابلیتها بیایند. یک اسکنر کوچک مدل دستی در شکل ۵۱-۲ موجود است ولی شکل ۵۲-۲ و ۵۳-۲ مدلهای بزرگتر را نشان میدهد.

شکل ۵۰-۲ سیستم دیجیتالی کننده ۳ بعدی برای استفاده با کامپیوترهای APPLE مکنتاش

شکل ۵۱-۲ یک اسکنر دستی که برای وارد کردن متن یا تصاویر گرافیکی قابل استفاده است.

شکل ۵۲-۵ اسکنر تمام رنگی desktop (رومیزی) (a) اسکنر صفحه تخت با بزرگنمائی ۶۰۰ نقطه در هر اینچ (b) اسکنر طبلی با بزرگنمائی قابل انتخاب از ۴۰۰۰-۵۰ نقطه در هر اینچ

پانل‌های تماسی

پانل‌های تماسی به اشیاء اجازه نمایش داده شدن و به موقعیت‌های اسکرین اجازه انتخاب شدن با تماس یک انگشت میدهند کاربرد تیپیک پانل‌های تماسی انتخاب گزینه‌های پردازشی است که با آیکون‌های گرافیکی نمایش داده میشوند.

برخی سیستم‌ها مثل پانل‌های پلاسما در شکل ۵۴-۲ با اسکرین‌های تماسی طراحی میشوند . دیگر سیستم ها برای ورودی تماس توسط جور کردن ابزاری شفاف با مکانیزم حس تماس روی اسکرین مانیتور ویدئوئی قابل وفق یافتن هستند.

ورودی تماسی با استفاده از روشهای نوری – الکتریکی یا صوتی قابل ثبت و ضبط است .

پانل‌های تماس نوری یک خط دیودهای صادر کننده نور مادون قرمز (LED) را در طول یک لبه عمودی و در طول یک لبه افقی چهار چوب بکار میگرند . لبه‌های متضاد عمودی و افقی دارای شناساگرهای نور هستند . این شناساگرها برای ضبط پرتوهای قطع شده بکار می‌روند وقتی تماس با پانل صورت میگیرد.

۲ پرتو گذرنده که قطع میشوند مختصات عمودی و افقی موقعیت اسکرین انتخاب شده را شناسایی و تعیین میکنند. موقعیت‌ها با دقت حدود $\frac{1}{4}$ اینچ قابل انتخاب هستند امکان دارد که با LEDهای با فاصله نزدیک ، ۲ پرتو افقی یا عمودی را بصورت همزمان شکست . در این مورد – موقعیت متوسط بین ۲ پرتوی قطع شده ثبت میشود .

LED در فرکانسهای مادون قرمز کار میکنند یعنی نور برای کاربردیدنی نیست.

شکل ۲ آرایشی LEDها در پانل تماس نوری را نشان میدهد که برای جور کردن رنگ و دایره‌های سیستمی‌که باید جور شوند طراحی شده است.

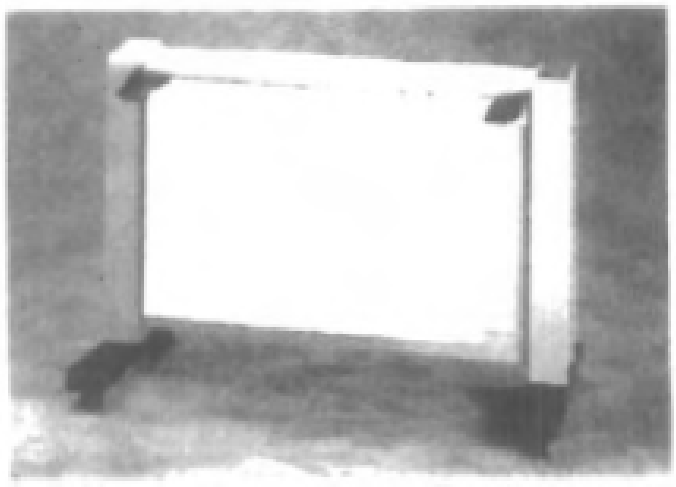
یک پانل تماس الکتریکی با ۲ تخته شفاف جدا شده با فاصله ای کوچک ساخته میشوند یکی از صفحات با ماده ای رسانا پوشش داده میشود دیگری با ماده ای دارای مقاومت .

وقتی صفحه خارجی مورد تماس قرار گیرد مجبور به تماس با صفحه داخلی میشود.

این تماس افت ولتاژی را در عرض* صفحه دارای مقاومت ایجاد میکند که به مقادیر مختصاتی موقعیت اسکرین انتخاب شده تبدیل میشوند.

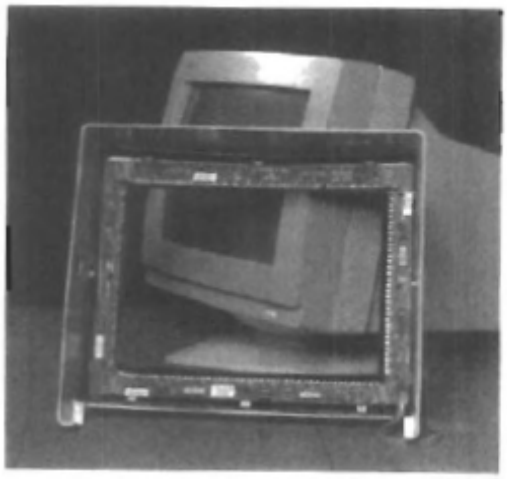
در پانل‌های تماسی صوتی، امواج صوت با فرکانس بالا در جهات افقی و عمودی در عض صفحه ای شیشه ای ایجاد میشوند . تماس با اسکرین باعث میشوند بخشی از هر موج از

انگشت به صادر کننده‌ها منعکس شود. موقعیت اسکرین رد نقطه تماس از اندازه گیری بازه زمانی بین انتقال هر موج و انعکاس آن به صادرکننده محاسبه میشود.



شکل ۲-۵۳ اسکنر بزرگ زمینی بکار رفته برای طراحیهای معماری و مهندسی بزرگتر از ۴۰ اینچ (عرض) و طول ۱۰۰ فوت

شکل ۲-۵۴ پانل های تماسی با اسکرینهای تماسی



شکل ۵۵-۲ پانل تماسی نوری که آرایش واحدهای LED نوری و آشکارسازهای دور لبه‌های چارچوب را نشان میدهد.

قلم‌های نوری

شکل ۵۶-۲ طراحی نوعی از قلم نوری ا نشان میدهد و چنین ابزارهای قلم شکلی برای انتخاب موقعیت‌های اسکرین توسط آشکارسازی نور از نقاط روی اسکرین CRT بکار میروند. آنها به انفجار کوتاه نور صادر شده از پوشش فسفری در لحظه ای که پرتو الکترون به نقطه خاص برخود میکند حساسند.

دیگر منابع نوری مثل نور پس زمینه در اطاق معمولاً توسط قلم نوری آشکارسازی نمی‌شوند یک قلم نوری فعال شده که به نقطه ای در اسکرین اشاره میکند وقتی پرتو الکترون نقطه را روشن میکند ضربان الکتریکی تولید میکند که باعث میشود موقعیت مختصاتی پرتو الکترون ثبت شود.

مثل ابزارهای موقعیت یابی پیش رو، مختصات ثبت شده با قلم نوری برای موقعیت یابی نقطه یا شیئی یا برای انتخاب نقطه پردازش قابل استفاده اند.

سیستم‌های صدایی

تشخیص دهندگان صدا در برخی ایستگاههای کار گرافیک بعنوان ابزارهای ورودی برای پذیرفتن دستورات صدایی بکار میروند . ورودی سیستم صدایی برای آغاز عملیات گرافیکی با وارد کردن داده‌ها قابل استفاده است.

این سیستم‌ها وقتی دادن یک ورودی در مقابل لغت نامه (از پیش تعریف شده) لغات و عبارات کار میکنند.

یک لغت نامه برای اوپراتور خاصی با داشتن لغات دستور بکار رفته درون سیستم با لحن سخن گفتن اوپراتور نصب میشود. هر لغت چند بار گفته میشود و سیستم لغت را آنالیز میکند و الگوی فرکانس برای آن لغت در لغت نامه همراه با کارکرد منطبق انجام شده ایجاد میکند.

بعداً وقتی دستوری صدایی داده شود سیستم لغت نامه را دنبال وفق یافتن با الگوی فرکانس میگردد. ورودی صدا نوعاً درون میکروفون نصب شده روی headset (۲-۵۷) گفته میشود.

میکروفون طراحی شده تا ورودی دیگر صداهای پس زمینه را به حداقل برساند .

اگر اوپراتور متفاوتی از سیستم استفاده کرد لغت نامه باید با الگوهای صدای آن کاربر دوباره ایجاد شود. سیستم‌های صدایی دارای منافعی برتر از دیگر ابزارها هستند چون توجه اوچراتور دیگر نباید از ابزار به ابزار دیگر برای وارد کردن دستور ضعیف شود.

شکل ۵۶-۲ یک قلم نوری فعال شده با سوییچ کلیددار

شکل ۵۷-۲ یک سیستم تشخیص دادن سخنرانی

ابزارهای کپی HARD

ما میتوانیم خروجی کپی hard را برای تصاویرمان در چند فرمت بدست آوریم.

ما برای نمایشگاهها یا آرشیو، میتوانیم فایلهای تصویری را به دفاتر خدماتی یا ابزارهایی بفرستیم که اسلایدهای 35 mm یا کاغذهای شفاف (عکس) هوایی را تولید میکنند.

ما برای گذاشتن تصاویر روی فیلم بسادگی میتوانیم از صحنه نمایش داده شده روی مانیتور ویدئو عکس بگیریم و میتوانیم عکس‌هایمان را با جهت دادن خروجی گرافیکی به سمت چاپگر یا پلاتر بیاوریم.

کیفیت تصاویر بدست آمده از ابزار وابسته به اندازه نقطه یا تعداد و نقاط در هر اینچ یا خط در هر اینچ است که قابل نمایش دادن میباشد . برای تولید کاراکترهای یکنواخت در رشته‌های متن چاپ شده، چاپگرهای با کیفیت بالاتر، موقعیت نقاط را طوری تغییر میدهند که نقاط همجور هم پوشانی کنند.

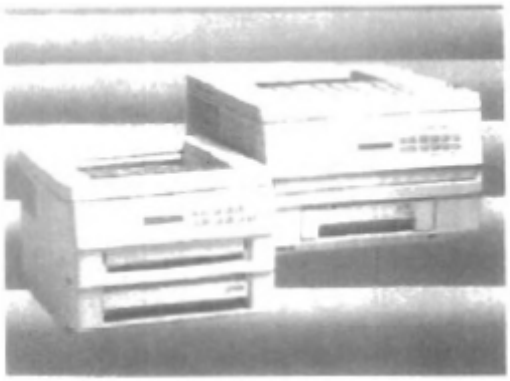
چاپگرهای برخوردی کاراکتر غالباً دارای هد چاپ ماتریکس – نقطه حاوی آرایشی مستطیلی از سوزنهای سمی‌جلو آمده هستند که تعداد میخها (سوزنها) به کیفیت چاپگر بستگی دارد. کاراکترها یا الگوهای گرافیکی منفرد با توبردن سوزنهای معین بدست می‌آیند بطوریکه بقیه سوزنها الگوی چاپ شده را تشکیل میدهند.

در ابزار لیزری – یک پرتو لیزر یک توزیع بار را روی طبل چرخان پوشیده شده با ماده فتوالکتریک مثل سلنیوم ایجاد میکند تویر برای درام بکار رفته و سپس به کاغذ ۳۶۰ نقطه در هر اینچ را نشان میدهد.

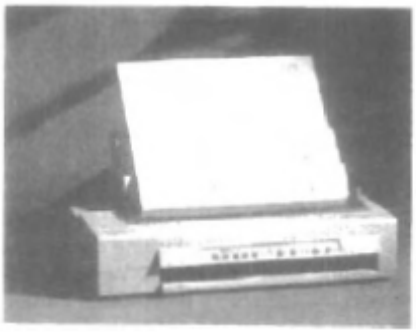
روشهای جت جوهر، خروجی را با پاشیدن جوهر در مسیرهای افقی در عرض غلتکی از کاغذ پیچیده شده روی یک طبل تولید میکنند . جریان جوهر دارای بار الکتریکی توسط میدان الکتریکی کج میشوند تا الگوهای ماتریکس نقطه ای ایجاد نشوند.

شکل ۵۸-۲ تصویر ایجاد شده روی چاپگر ماتریکس – نقطه که نشان میدهد چگونه تراکم الگوهای نقطه ای قابل تغییر است تا نقاط تاریک و روشن تولید شوند.

یک پلاتر جت جوهر رومیزی با بزرگنمائی ۳۶۰ نقطه در هر اینچ در شکل ۶۰-۲ و مثالهای چاپگر (پلاترهای جت جوهر با بزرگنمائی بالا در شکل ۶۱-۲ نشان داده شده اند .)



شکل ۵۹-۲ چاپگرهای لیزری کوچک footprint



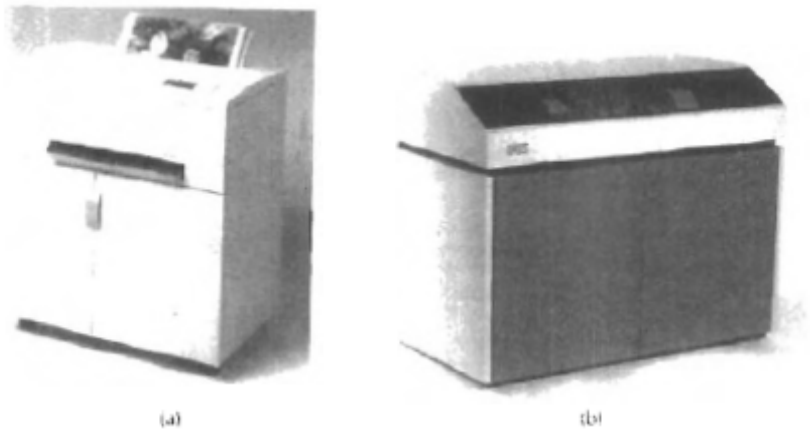
شکل ۶۰-۲ پلاتر جت جوهر روی میزی ۳۶۰ نقطه در هر اینچ

یک ابزار الکتریکی یک بار منفی را روی کاغذ میگذارد(یک ردیف کامل در زمانی در طول کاغذ) سپس کاغذ در معرض تونر قرار میگیرد تونر بارمثبت دارد و به مناطق با بار منفی می‌پسبد که در آنجا خروجی مشخص شده تولید میشود . یک چاپگر / پلاتر رنگی الکترواستاتیک در شکل ۶۲-۲ نشان داده شده است.

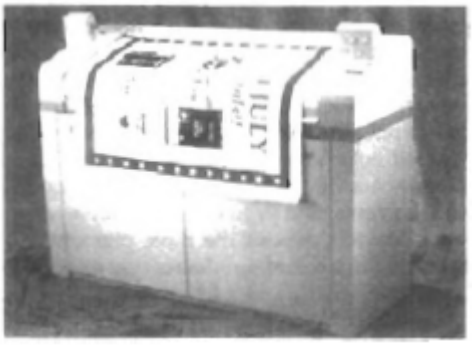
روشهای الکترواستاتیک از گرما در هد پرینت ماتریکس – نقطه برای خروجی الگوها روی کاغذ حساس به گرما استفاده میکنند.

میتوانیم خروجی رنگی محدود را روی چاپگر برخوردی استفاده از نوارهای با رنگ مختلف بگیریم . ابزارهای غیربرخوردی از روشهای مختلف برای ترکیب این رنگدانه‌ها استفاده میکنند (magen-ta-cyan و زرد) که تولید طیفی از الگوهای رنگی میکند.

ابزارهای لیزری و زرد گرافیک ، ۳ رنگدانه را در مسیرهای جداگانه می‌نشانندروشهای جت جوهر بطور همزمان ، ۳ رنگ را روی مسیری منفرد در طول هر خط چاپ روی کاغذ پرتاب میکنند.



شکل ۶۱-۲ چاپگرهای مدل زمینی رنگی جت جوهری که از اندازه متغیر نقطه برای رسیدن به بزرگنمائی معادل ۱۸۰۰ – ۱۵۰۰ نقطه در اینچ بهره می‌برند .



شکل ۶۲-۲- یک چاپگر الکترواستاتیک که ۴۰۰ نقطه را در هر اینچ نمایش میدهد.

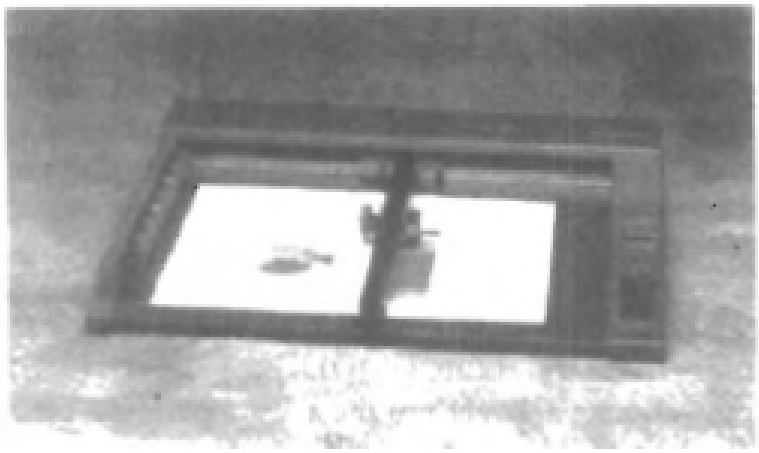
پهن کردن طراحهای دیگر و دیگر نقاشیهای نوعاً با پلاترهای جت جوهر یا قلمی‌ایجاد میشوند.

یک پلات قلمی‌دارای یک یا چن قلم سوار شده روی یک حامل یا تیر افقی است که ورقه ای از کاغذ را وجب میکند . قلمها با رنگها و عرضهای مختلف برای تولید انواعی از سایه‌ها و سبکهای خط بکار میروند . قلمهای جوهرتر ، توپی – نقطه ای و گردش نمد همگی از انتخابهای احتمالی برای استفاده با پلاتر قلمی‌هستند.

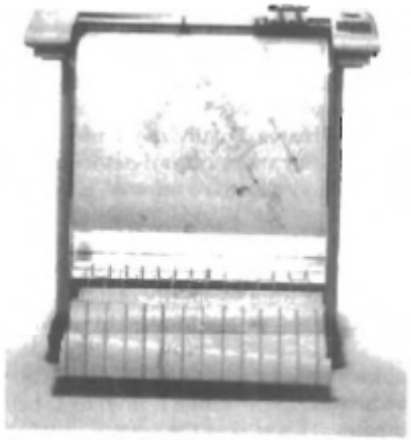
کاغذ پلاتر میتواند بصورت تخت یا لوله شده درون طبل یا تسمه قرار گیرد.

تیرهای افقی بصورت ثابت یا افقی هستند و قلم در طول تیر به جلو و عقب حرکت میکند. گیره‌ها، یک خلأ یا یک بار الکترواستاتیک است که کاغذ را سرجایش نگه میدارد.

مثالی از پلاتر قلمی بستر تخت رومیزی در شکل ۲-۶۳ و پلاتر قلمی‌غلتکی در شکل ۲-۶۴ نشان داده شده است.



شکل ۲-۶۳ پلاتر قلمی‌رومیزی با بزرگنمائی ۲۵ ٪ mm



شکل ۲-۶۴ پلاتر بزرگ قلمی غلتکی بار چینجر اتوماتیک چند رنگی ۸ قلمی‌و بزرگنمائی ۱۲۷ ٪ mm

۲-۷ نرم افزار گرافیکی

۲ طبقه بندی عمومی برای نرم افزار گرافیکی وجود دارد: بسته‌های برنامه نویسی عمومی و بسته‌های کاربرد با هدف خاص.

بسته برنامه ریزی گرافیک عمومی، دسته وسیعی از کارکردها را ارائه میکند که در زبان برنامه نویسی سطح بالا قابل استفاده است مثل FORTRAR

مثالی از بسته عمومی برنامه نویسی گرافیکی شامل سیستم GL روی تجهیزات silicon Graphics است.

کارکردهای پایه ای در بسته عمومی شامل آن کارکردها برای تولید اجزای تصویر، ریختن رنگ و ارزشهای شدت ، انتخاب مناظر و بکاربردن تغییر شکلها است.

در مقام مقایسه – بسته‌های گرافیک کاربردی برای غیر برنامه‌ها طراحی میشود چنانکه کاربران نمایشها را بدون نگرانی از چگونگی کارکردهای گرافیکی ایجاد میکنند.

سرحد مسیرهای گرافیکی در چنین بسته‌هایی به کاربر اجازه میدهد با برنامه‌ها با اصطلاحات خودشان ارتباط برقرار کند.

مثالهای چنین بسته ای کاربردی شامل برنامه‌های نقاشی هنرمند و سیستمهای مختلف تجارت – پزشکی و CAD میباشد.

نمایشهای مختصاتی

با چند استثناء بسته‌های گرافیک عمومی‌برای استفاده در مشخصات مختصات کارتزین طراحی میشوند. اگر مقادی مختصاتی برای یک تصویر در چخارچوب مرجع دیگری مشخص شوند (کروی – هذولی یا غیره) باید به مختصات کارتزین (قبل از داده شدن به بسته گرافیکی) تبدیل شوند.

بسته‌های هدف خاص، استفاده از دیگر قابهای مختصاتی را که مناسب کاربری هستند مقدور میکنند. عموماً قابهای مرجع مختلف کارتزین برای ساختن و نمایش دادن صحنه بکار می‌روند. ما میتوانیم شکل اشیاء منفرد مثل درختان یا اثاثیه – در صحنه ای درون قابهای مرجع مختصاتی بسازیم که محورهای مدل سازی نام دارد یا گاهی مختصات محلی یا مختصات مستر.

ما برای برخی صحنه‌ها شاید بخواهیم ابعاد شیئی را در کسری از یک فوت مشخص کنیم ولی برای دیگر کاربردها شاید بخواهیم از میلی متر – کیلومتر یا سال نوری استفاده کنیم.

عموماً یک سیستم گرافیکی – در ابتدا موقعیتهای مختصات جهانی را به مختصات ابزار نرمالیزه در محدوده از صفر تا یک قبل از تبدیل نهایی به مختصات ابزار خاص تبدیل

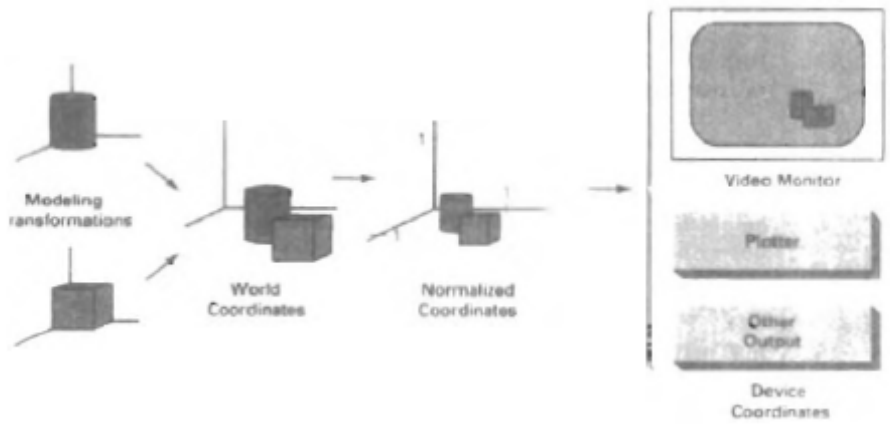
میکند. این باعث میشود سیستم مستقل از ابزارهای مختلفی باشد که در ایستگاه کار خاصی بکار میروند شکل ۶۵-۲ توالی تغییر شکلهای مختصات از مختصات مدل سازی تا مختصات ابزاری برای کاربرد ۲ بعدی را توضیح میدهد.

یک موقعیت آغازین مختصات مدل سازی (x_{mc}, y_{mc}) در این توضیح به موقعیت مختصات ابزاری (x_{dc}, y_{dc})با توالی زیر تبدیل میشود:

$$(x_{mc}, y_{mc}) \rightarrow (x_{wc}, y_{wc}) \rightarrow (x_{nc}, y_{nc}) \rightarrow (x_{dc}, y_{dc})$$

مدل سازی و موقعیتهای مختصات جهانی در این تغییر شکل میتواند هر مقدار نقطه شناوری باشد مختصات نرمالیزه، نامساوی ما را برآورده میکنند: فرمول و مختصات ابزاری y_{dc}, x_{dc} اعداد صحیح درون محدوده $(0,0)$ تا (x_{max}, y_{max}) برای ابزاری با خروجی خاص هستند.

برای جا دادن تفاوتهای مقیاسها و نسبت‌های منظر ، مختصات نرمالیزه در منطقه مربعی ابزار خروجی رسم میشوند بطوریکه نسبت‌های مناسب حفظ میشوند.



شکل ۶۵-۲ توالی تغییر شکل از مختصات مدلسازی به مختصات ابزاری برای صحنه ای ۲ بعدی

شکلهای شیئی در سیستمهای مختصات مدل سازی محلی تعریف میشوند و سپس درون صحنه کلی مختصات جهانی موقعیت یابی میشوند.

سپس مشخصات مختصات جهانی به مختصات نرمالیزه تغییر شکل می‌یابند.

در مرحله نهایی کاربران ابزار منفرد ، نمایش مختصات نرمالیزه صحنه را برای نمایش به ابزارهای خروجی انتقال میدهند.

کارکردهای گرافیکی

بسته گرافیک هدف عمومی‌انواعی از کارکردها برای خلق و دستکاری تصاویر را برای کاربر فراهم میمکند. این مسیرها مطابق با چگونگی سروکار داشتن آنها با خروجی – ورودی – نشن‌ها تغییرشکلها، ملاحظه منظره یا کنترل عمومی‌قابل طبقه بندی هستند.

بلوکهای ساختمانی اصلی برای تصاویر را تقدم‌های خروجی می‌نامند آنها شامل رشته‌های کار اکثر و ذاتهای هندسی مثل نقاط خطوط مستقیم خطوط منحنی و مناطق پرشده (چند ضلعی‌ها ، دایره‌ها و ...) و شکلهای تعریف شده با آرایش نقاط رنگی هستند.مسیرها برای خلق تقدم‌های خروجی ، ابزارهای پایه ای را برای ساختن تصاویر فراهم میکنند.

نشان‌ها مشخصات تقدمهای خروجی هستند پس نشان توضیح میدهد چگونه یک تقدیم خاص باید نمایش داده شود . آنها شامل مشخصات شدت و رنگ ، سبکهای خط ، سبکهای متن و الگوهای پر کردن منطقه هستند .

کارکردهای درون این طبقه برای دسته بندی نشانها برای یک رده تقدم یا ۴ گروه تقدم‌های خروجی قابل استفاده اند.

ما میتوانیم شکل – موقعیت یا جهت شیئی را درون صحنه با استفاده از تغییر شکلهای هندسی تغییر دهیم تغییر شکلهای مدل سازی مشابه برای ساختن صحنه با استفاده از توضیحات شیئی داده شده در مختصات مدل سازی بکار میروند.

تغییر شکلهای ملاحظه منظره برای مشخص کردن منظره ای که باید نشان داده شود و آن بخشی از منطقه نمایش خروجی که باید بکار برد مورد استفاه قرار میگیرند.

تصاویر به بخشهای جزئی قابل تقسیم اند که آنها را ساختار یا قطعات یا اشیاء می‌نامند که به بسته نرم افزاری بکار رفته بستگی دارد.

هر ساختار یک واحد منطقی تصویر را تعریف میکند یک صحنه با چند یئی میتواند هر شیئی منفرد را در یک ساختار با نام جداگانه ارجاع دهد.

مسیرها برای پردازش ساختارها هستند که عملیات را انجام میدهند مثل ایجاد تغییر و اصلاح و تغییر شکل ساختارها.

نهایتاً یک بسته گرافیکی دارای چن وظیفه خانه داری – مانند است مثل تمیز کردن اسکرین نمایش دهنده و اجرای تشریفات پارامترها. ما میتوانیم کارکردها را بای انجام اینها تحت عنوان عملیات کنترل یکجا در نظر بگیریم.

استانداردهای نرم افزاری

هدف اولیه نرم افزار گرافیکی استاندارد شامل قابلیت جابجا کردن است. وقتی بستهها با کارکردهای نرم افزار گرافیکی استاندارد طراحی میشوند نرمافزار براحتی از یک سیستم سخت افزار به دیگری حرکت میکند و در جریانها و کاربردهای مختلف بکار میرود.

بدون استانداردها- برنامههای طراحی شده برای یک سیستم سخت افزاری به سیستم دیگر قابل انتقال نیستند مگر با دوباره نوشتن وسیع برنامهها.

سازمانهای برنامه ریزی استاندارد ملی و بینالمللی در بسیاری از کشورها تلاش کرده اند تا استاندارد عموماً پذیرفته شده ای را برای گرافیک کامپیوتری توسعه دهند.

این کار روی استانداردها منجر به توسعه سیستم kernel گرافیکی (GKS) شد این سیستم بعنوان استاندارد نرم افزار گرافیک اولیه توسط سازمان استانداردهای بین المللی و توسط سازمانهای مختلف استانداردهای ملی شامل موسسه استانداردهای ملی آمریکائی پذیرفته شده است. اگر چه GKS اساساً بعنوان بسته گرافیک ۲ بعد ی طراحی شد، ولی بسط ۳ بعدی GKS بعداً توسعه یافت . استاندارد دوم

نرم افزا توسعه یافته و تایید شده توسط سازمانهای استانداردها شامل PHIGS بو که بسط GKS است.

افزایش تواناییها برای مدل سازی شیئی ، مشخصات رنگ، اجرای سطح و دستکاریهای تصویر در PHIGS ارائه میوشند . بعداً بسط PHIGS بنام+ PHIGS توسعه یافت تا قابلیتهای (غایب در PHIGS) ۳ بعدی سایه زدن سطح ارائه شود.

کارکردهای گرافیک استاندارد بعنوان دسته ای از مشخصات تعریف میوند که مستقل از هرزبان دیگر برنامه نویسی است. سپس ارتباط زبانی برای زبان برنامه نویسی خاص سطح بالا تعریف میشود. این پیوند شامل نحوی برای دستیابی به کارکردهای گرافیک استاندارد مختلف از این زبان است.

مثلاً فرم عمومیPHIGS (و GKS) برای مشخص کردن توالی n-1 مرتبط با قطاعات خط مستقیم ۲ بعدی بصورت زیر است: فرمول

ما در فصلهای بعدی از کارکردهای استاندارد تعریف شده در PHIGS بعنوان چارچوبی برای بحث مفاهیم گرافیک پایه ای و طراحی و کاربرد بسته‌های گرافیکی استفاده میکنیم برنامه‌های مثالی در پاسکال نمایش داده میشوند – تا الگوریتم‌های انجام کارکردهای گرافیکی و توضیح برای کاربردهای کارکردها و تابع‌ها شرح داده شوند.

نامهای توضیح دهنده برای کارکردها براساس تعاریف PHIGS در هر جائی که به کارکرد گرافیکی در یک برنامه مراجعه میوشد بکار میروند.

اگر چه PHIGS شخصه ای برای کارکردهای پایه ای گرافیک نشان میدهد روش شناسی استانداردی برای سرحد گرافیک با ابزارهای خروجی فراهم نمی‌کند.

ایستگاههای کار PHIGS

عموماً اصلاح ایستگاه کمار راجع به سیستم کامپیوتری با ترکیبی از ابزارهای ورودی و خروجی است که برای یک کاربر طراحی شده است.

در PHIGS و GKS اصطلاح لایستگاه کاربرای تعیین ترکیبات مختلف نرم افزار و سخت افزاری گرافیکی بکار می‌رود.

برای تعریف ایستگاههای کار مختلف و کاربرد آنها درون برنامه کاربردی ما به مشخص کردن شتاب گر ایستگاه و نوع آن نیاز داریم.

عبارات زیر ، ساختار عمومی‌برنامه PHIGS را ارائه میکنند

```
polyline(n  x, y)
```

که در آن پارامتر errorfile حاوی هر پیام خطایی است که ساخته میوند و پارامتر memorysize اندازه منطقه ذخیره داخلی را مشخص میکند شناساگر ایستگاه کار (یک عدد صحیح) پارامتر ws است و پارامتر connection مکانیزم دست یابی برای ایستگاه کار ا بیان میکنید .

پارامتر type طبقه خاص برای ایستگاه کار را مشخص میکند. مثل ابزار input یا ابزار output ، ترکیبی از ابزار outin یا metafile خروجی یا ورودی.

هر تعداد ایستگاه کار میتواند در کاربر خاصی باز باشد. با ورودی که از ابزارهای ورودی باز مختلف و خروجی با جهت به سمت همه ابزارهای خروجی باز می‌آید.

ما روشهای خروجی و ورودی را در برنامه‌های کاربردی در فصل ۸ بحث می‌کنیم پس از اینکه طرز عملهای پایه‌ای برای ایجاد و دستکاریهای تصاویر را بررسی کردیم.

3

مقدمه

تصویر را می توان به روشهای گوناگون توصیف کرد . با فرض وجود محلی برای نمایش تصویر ، نمایش تصویر به دلیل وجود بسیار زیاد پیکسلهاست به عبارت دیگر می توانیم تصویر را مجموعه ای از اشیاء پیچیده مثل درختان و زمین یا مبلمان و دیوار در نظر بگیریم که در مختصات معین از صفحه نمایش قرار می گیرد . شکلها و رنگهای اشیاء با آرایش درونی پیکسلها یا مجموعه ای از ساختارهای هندسی از جمله خط راست و چند ضلعی ورنگها قابل توصیف است . پس صفحه نمایش تصاویر را یا با بارگذاری و آرایش پیکسلها در قاب حائل یا با تبدیل ساختار های هندسی خاص به الگوهای پیکسلی نشان می دهد . نرم افزارهای بسته ای گرافیکی ، توابعی را به وجود می آورند که صفحه نمایش آنها را تحت عنوان ساختارهای اولیه هندسی می شناسد که به آنها خروجی های پیشین گفته می شود که دارای ساختارهای پیچیده ای هستند.

خروجی پیشین با مشخصات داده های ورودی و دیگر اطلاعات در مورد چگونگی نمایش آن شئ تعیین می شود . نقاط و خطوط راست ساده ترین اشکال تشکیل دهنده تصویر هستند به علاوه خروجی های پیشین که برای ساختن تصویر استفاده می شود شامل دایره ها و دیگر اشکال مخروطی و سطوح چهار وجهی و منحنی و رشته های خطوط نیز هستند .ما بحث خود را درباده چگونگی تشکیل تصویر با آزمایش الگوریتم برای نمایش خروجی های دوبعدی و با تاکید بیشتر برتبدیل سیستم گرافیکی و صفحه نمایش پیش می گیریم. در این بخش ، همچنین ما در مورد چگونگی تشکیل توابع خروجی در بسته های گرافیکی صحبت خواهیم کرد و نگاه اجمالی به توابع خروجی موجود در زبان phigs خواهیم داشت.

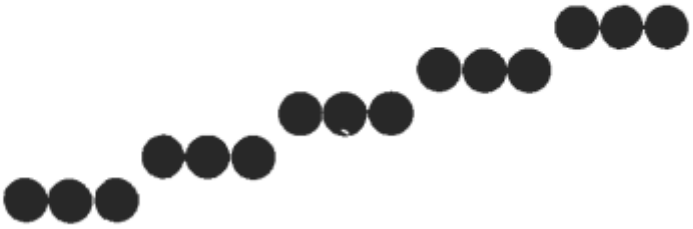
3-1
نقاط و خطوط

نقش نقطه با تبدیل مختصات ساده که مجهز به برنامه کاربردی در عملکردهای مختص برای خروجی دستگاه مورد استفاده انجام می شود با مانیتور های CRT ، برای مثال با پرتوهای الکترون برای روشن کردن پرده فسفری در محل معین است چگونگی پرتو تابی الکترون بستگی به تکنولوژی دارد . سیستم اسکن تصادفی ساختارهای آرایش نقاط را در لیست نمایش ذخیره می کند و اندازه مختصات این ساختارها به اختلاف ولتاژ که موقعیت پرتوهای الکترون بر روی پرده در هر دور تبدیل می شوند .در سیستم تصویر سیاه و سفید ، به عبارت دیگر ، نقطه با مجموعه ای از مقیاسهای ذرهای متناظر با موقعیت پرده معینی در قاب حائل ۱ کشیده می شود . پس زمانیکه پرتو الکترون به سرعت از هر خط افقی اسکن می گذرد و الکترون های شکافته را ساتع می کند و مقیاس ۱ در قاب حائل تشخیص داده می شود.

با سیستم RGB ،قاب حائل با کدهای رنگی بسیاری که در موقعیتهای پیکسل نشان داده می شود بار گذاری می شود ترسیم خط با محاسبه موقعیتهای میانه در طول مسیر خط بین دو موقعیت پایانی انجام می شود پس خروجی ها برای پر کردن موقعیتهای بین پایانه ها هدایت می شود برای وسایل مشابه ،مثل قلم ها یا اسکنهای تصادفی که خط راست همواره از نقطه ای به نقطه ای دیگر کشیده می شود. تغییرات انحراف ولتاژ افقی و عمودی متناسب با تغییرات محورهای X , Y برای تولید خط است. در وسایل

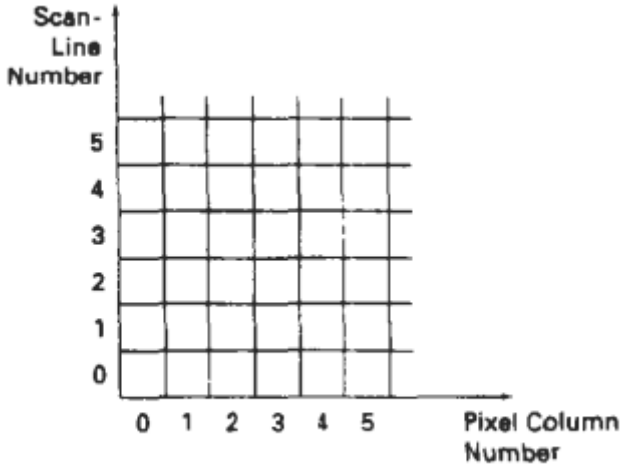
دیجیتالی نمایش خط راست با کشیدن گسسته نقاط بین دو پایانه است و مختصات و موقعیت گسسته در طول خط از معادله خط محاسبه می شود.
برای نمایش ویدیویی، خط رنگ برروی قاب حائل متناظر با مختصات پیکسل بار گذاری می شود .
موقعیت پرده با مقیاسهای عدد صحیح مشخص می شود بنابراین موقعیتها در اندازه های تقریبی از موقعیتهای حقیقی خط بین دوپایانه قرار خواهد گرفت.
برای مثال تخمین موقعیت خط(۱۰.۴۸،۲۰.۵۱) در مقیاس پیکسل به موقعیت(۲۱،۱۰) تبدیل خواهد شد. گرد کردن مقیاس مختصات باعث می شود که خط همانطور که در شکل ۱-۳ آمده مرحله ای به نظر برسد.

```
setPixel (x, y)
```



شکل ۱-۳

در اول کار ، با فرض اینکه موقعیت پیکسلها طبق تعداد خطوط اسکن وتعداد ستون ها (موقعیت پیکسل در طول خط اسکن) و طبق شکل ۲-۳ به تصویر کشیده شده است که خطوط اسکن به طور متوالی از صفر شروع شده و تا پایین پرده ادامه دارد و ستون پیکسلها از صفر شروع شده واز چپ به راست در طول هر اسکن ادامه دارد.
در بار گذاری رنگ خاص در قاب حائل در موقعیتی متناظر با ستون x در طول خط اسکن y ،فرض می کنیم که تولید سطح پایین داشته ایم.



شکل ۲-۳

گاهی اوقات می خواهیم قاب حائل اخیر را در موقعیت خاصی دوباره بازیابی کنیم و چنین کاری با تابع آسانی انجام می شود.

Get pixel (x , y)

۳-۲

الگوریتم رسم خط

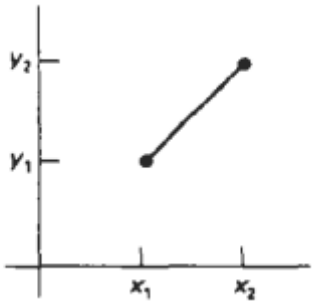
نظریه جلوگیری از شیب خط کارتیزان برای خط راست بدین صورت است :

$$y = m \cdot x + b \qquad (3\text{-}1)$$

m نشاندهنده شیب خط و b به عنوان عرض از مبداء y است. اگر دو نقطه پایانی را (x1,y1) ,(x2,y2) مطابق شکل ۳-۳ در نظر بگیریم ما می توانیم mوb را طبق فرمول زیر محا سبه کنیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (3\text{-}2)$$

$$b = y_1 - m \cdot x_1 \qquad (3\text{-}3)$$



شکل۳-۳

الگوریتم نمایش خط راست براساس رابطه ۳-۱ و محاسبه روابط ۳-۲ و۳-۳ بدست می آید.

برای هر x، فاصله dx در طول خط و متناظر با آن dy را محاسبه می کنیم

$$\Delta y = m\,\Delta x \qquad (3\text{-}4)$$

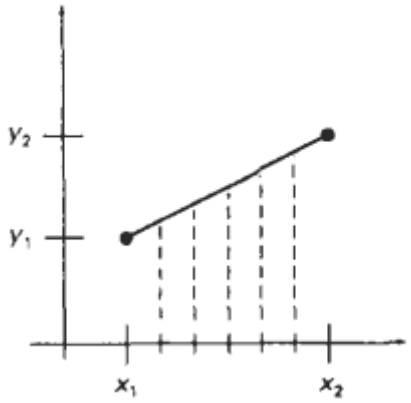
$$\Delta x = \frac{\Delta y}{m} \qquad (3\text{-}5)$$

این معادلات برای تعیین انحراف ولتاژ در وسایل مشابه است.

برای خطوط با شیب $|m| < 1$ ، Δx متناسب با ولتاژ کم افقی و متناظر با انحراف عمودی Δy طبق رابطه ۳-۴ محاسبه می شود . برای خطوط با شیب $|m| > 1$ ، Δy متناظر با انحراف کم ولتاژ عمودی و متناظر با انحراف ولتاژ افقی Δx طبق رابطه ۳-۵ محاسبه می شود و برای خطوط با شیب $m = 1$، $\Delta x = \Delta y$ وانحراف ولتاژ عمودی وافقی برابر است . در هر مورد ، خط همواره با شیب m بین دو پایانه مشخص قرار دارد . در سیستم تصویر خطوط با پکیسل کشیده می شوند واندازه آنها در جهات عمودی وافقی مربوط به جدایی پیکسلهاست .

برای همین است که ما واحدرا در خط ، نزدیکترین موقعیت به پیکسل در نظر می گیریم.

تغییر مرحله اسکن برای خط راست و خط افقی نزدیک با موقعیت واحد گستر در طول محور x ها طبـق شـکل ۴-۳ انجام می شود .



شکل۴-۳

الگوریتم DDA

تحلیل کننده دیجیتالی دیفرانسیل (DDA) الگوریتم تغییرات اسکن براساس محاسـبه Δx یـا Δy بـا اسـتفاده از روابط ۴-۳ و۵-۳ است. ما خطی را به عنوان واحد انتخاب می کنیم که هم عدد صحیح باشد وهم نزدیکترین به خط. ابتدا خط را با شیب مثبت طبق شکل ۳-۳ در نظر می گیریم ، اگر شیب کمتر یا مساوی ۱ باشد $\Delta x = 1$ را در نظر گرفته و Y را چنین محاسبه می کنیم:

$$y_{k+1} = y_k + m \qquad (3\text{-}6)$$

K را مقیاس عدد صحیح قرار می دهیم که برای اولین نقطه با ۱ شروع شده و رفته رفته ۱ واحد افزایش می دهیم تا به نقطه پایانی برسد . مقیاس Y باید به نزدیکترین عدد گرد شود در حالیکه M را میتوان هر عدد حقیقـی بـین ۰ و۱ قرار داد.

برای خطهایی با شیب مثبت و بزرگتر از ۱ جای x وy را عوض می کنیم و $\Delta y = 1$ گرفته وx را چنین محاسبه می کنیم

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \qquad (3\text{-}7)$$

در روابط ۶-۳ و۷-۳ فرض شده که خطوط از پایانه چپ به راست کشیده شـده انـد اگـر ایـن فـرض بـرعکس باشـد چنانچه آغاز از سمت راست باشد $\Delta x = -1$ و

$$y_{k+1} = y_k - m \qquad (3\text{-}8)$$

یا زمانیکه شیب بزرگتر از ۱ باشد $\Delta y = -1$ و

$$x_{k+1} = x_k - \frac{1}{m} \qquad (3\text{-}9)$$

روابط ۶-۳ تا۹-۳ موقعیت پیکسلها در طول خط را با شیب منفی محاسبه می کند . اگر قدر مطلق شیب کمتـر از ۱ باشد ونقطه شروع چپ باشد $\Delta x = 1$ وy طبق رابطه ۶-۳ محاسبه می شود.

زمانیکه نقطه آغاز سمت راست با همان شیب باشد $\Delta x = -1$ می گیریم و موقعیت y را ۸-۳ محاسبه می کنیم اما زمانیکه قدر مطلق شیب منفی بزرگتر از ۱ باشد $\Delta y = -1$ وطبق ۹-۳ یا $\Delta y = 1$ وطبق ۷-۳ محاسبه می کنیم.

این الگوریتم در روش زیر خلاصه شده که دو نقطه پایانی پیکسل به عنوان ورودی در نظر گرفته شـده انـد .اخـتلاف عمودی وافقی بین نقاط پایانی را با dx وdy نشان می دهیم.

در شروع موقعیت پیکسل با (x_a, y_a) ، نیاز است تا موقعیت پیکسل بعـدی را در طـول خـط مشـخص کنـیم و ایـن مرحله را چندین بار انجام می دهیم .

اگر اندازه dx بزرگتر از dy و xa کمتر از xb باشد افزایش در جهت x وy برابر ۱وm نیز به همین ترتیب خواهد بود . اگر بیشترین تغییر در جهت x باشد اما xa بزرگتر از xb باشد در این صورت با کاهش یعنی ۱- وm – برای تعیین نقطه جدید مواجه می شویم به عبارت دیگر ما افزایش(کاهش) در جهت y وx ،از افزایش (کـاهش) $1/m$ اسـتفاده می کنیم .

```
#include "device.h"

#define ROUND(a) ((int)(a+0.5))

void lineDDA (int xa, int ya, int xb, int yb)
{
  int dx = xb - xa, dy = yb - ya, steps, k;
  float xIncrement, yIncrement, x = xa, y = ya;

  if (abs (dx) > abs (dy)) steps = abs (dx);
  else steps = abs  dy);
  xIncrement = dx / (float) steps;
  yIncrement = dy / (float) steps;

  setPixel (ROUND(x), ROUND(y));
  for (k=0; k<steps; k++) {
    x += xIncrement;
    y += yIncrement;
    setPixel (ROUND(x), ROUND(y));
  }
}
```

الگوریتم خطی برسین هام

الگوریتم خطی موثر با اعداد صحیح توسط بر سین هام توسعه یافته است

نمودار 5-3 و 3-6 بخشهایی از ترسیم خط راست را نشان داده است . محـور افقـی نشـانگر خطـوط اسـکن و محـور عمودی بیانگر ستونهای پیکسل است . با توجه به فاصله X ها در این مثـال ، مـا بایـد نتیجـه بگیـریم کـه کـدام دو موقعیت پیکسل نزدیکتر به خط در هر واحدی هستند . آغاز از سمت چپ مطـابق fig 3-5 نشـان داده شـده اسـت باید تعیین کنیم که پیکسل در موقعیت (11,11)کشیده شود یـا در موقعیـت (11,12) fig 3-6 شـیب منفـی در طول خط از موقعت (50,50) که از چپ آغاز شده در این حالت آیا ما باید نزدیکترین مو قعیت را (51,50) در نظـر بگیریم یا (51,49) . این سئوال را الگوریتم خطی بر سین هام با آزمایش پارامترهای صحیح که مقیاس آنهـا بـین ۲ نقطه متفاوت از مسیر خط واقعی است جواب داده می شود . برای نشان دادن روش بر سین هام ، ما تغییرات اسـکن را برای خطهایی با شیب مثبت و کمتر از ۱ در نظر می گیریم . موقعیتهای پیکسلها در طول خـط بـا فواصـل X هـا مشخص می شود . نقطه آغاز از چپ (X0,Y0) V0 به هر ستون متـوا لـی X کـه بـرویم و رسـم کنـیم . موقعیـت پیکسل را که مقیاس Y نزدیکتر به خط است . fig 3-7 مرحله K را در این روش نشان می دهد.

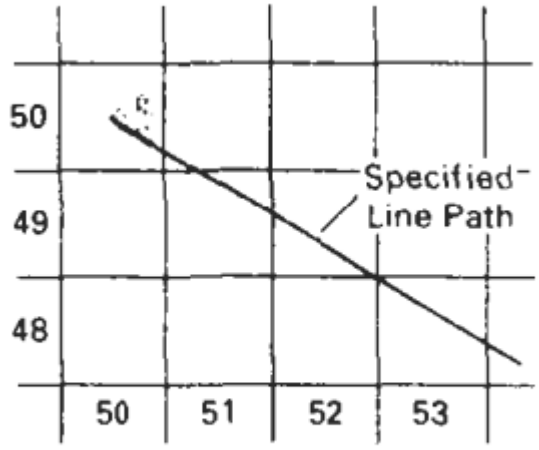


Figure 3-6

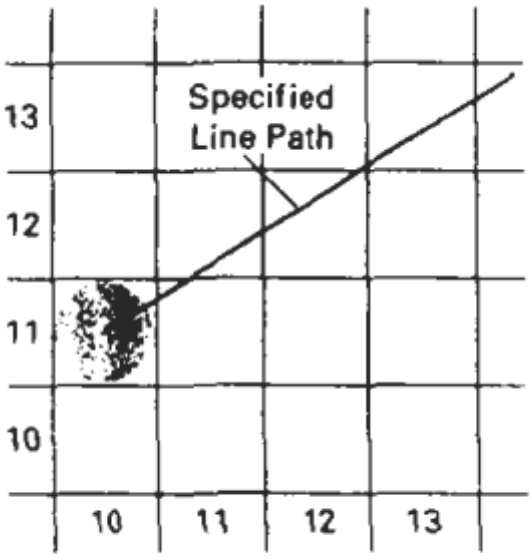


Figure 3-5

با فرض اینکه پیکسل را در موقعیت (Xk,Yk) در نظر بگیریم . باید تصمیم بگیریم که کدام پیکسل را در موقعیت و ستون (Xk+1) ترسیم کنیم .انتخابهای ما پیکسلهایی در موقعیتهای (Xk+1,Yk)و (Xk+1,Yk+1)خواهند بود.

در موقعیت نمونه (Xk+1)ستون عمودی را جدا از نمودار خطی ریاضی d1,d2 را طبق fig 3-8 می نامیم . مختصات Y در نمودار خطی ریاضی در ستونXk+1 چنین محاسبه می شود.

$$y = m(x_k + 1) + b \qquad (3\text{-}10)$$

سپس

$$\begin{aligned} d_1 &= y - y_k \\ &= m(x_k + 1) + b - y_k \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} d_2 &= (y_k + 1) - y \\ &= y_k + 1 - m(x_k + 1) - b \end{aligned}$$

اختلاف بین این دو چنین خواهد بود

$$d_1 - d_2 = 2m(x_k + 1) - 2y_k + 2b - 1 \qquad (3\text{-}11)$$

پارامتر Pk برای مرحله k در الگوریتم خطی با دو بار سامان دهیEq 3-11 به دست می آید چنانچه فقط محاسبات اعداد صحیح را شامل می شود و این کار با $m = \Delta y/\Delta x$ زمانیکه Δy و Δx محور های جداگانه عمودی و افقی موقعیت نقاط پایانی هستند

$$\begin{aligned} p_k &= \Delta x(d_1 - d_2) \\ &= 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + c \end{aligned} \qquad (3\text{-}12)$$

PKهمان d1,d2 زمانیکه $\Delta x > 0$ است . پارامتر c ثابت است و برابر $2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$ که مستقل از موقعیت پیکسل است و در محاسبات بازگشتی pk حذف می شود. اگر پیکسل در yk نزدیکتر به خط

نسبت به yk+1 باشد (d1<d2) در اینصورت pk منفی خواهد بود. در اینصورت ما پیکسل پایینی را رسم می کنیم. در غیر اینصورت پیکسل بالایی رسم خواهد شد.
تغییر در مختصات خط یا در محور x و یا y اتفاق می افتد. بنابراین ما مقدار متوالی پارامترها را در افزایش محاسبات اعداد صحیح معین می کنیم. در مرحله k+1 پارامترها طبق Eq 3-12 محاسبه می شود.

$$p_{k+1} = 2\Delta y \cdot x_{k+1} - 2\Delta x \cdot y_{k+1} + c$$

با کاهش Eq 3-12 از معادله, ما خواهیم داشت

$$p_{k+1} - p_k = 2\Delta y(x_{k+1} - x_k) - 2\,\Delta x(y_{k+1} - y_k)$$

اما $x_{k+1} = x_k + 1$ ،پس

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k) \qquad (3\text{-}13)$$

زمانیکه yk+1 – yk صفر یا ۱ باشد بستگی به پارامتر pk دارد. محاسبه بازگشتی برای تعیین پارامترها برای موقعیت های صحیح x ، از مختصات چپ نقطه پایانی خط آغاز می شود. اولین پارامتر، p0 ،از Eq 3-12 محاسبه می شود که از موقعیت پیکسل (x0,y0) و m از $\Delta y / \Delta x$ محاسبه می شود:

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x \qquad (3\text{-}14)$$

ما می توانیم نظریه برسین هام برای شیب های مثبت کمتر از ۱ نیز در نظر بگیریم. مقادیر ثابت $2\Delta y$ و $2\Delta y - 2\Delta x$ برای خط محاسبه می شود. بنابراین محاسبات فقط برای اعداد صحیح و کسر این دو مقدار ثابت انجام می شود.

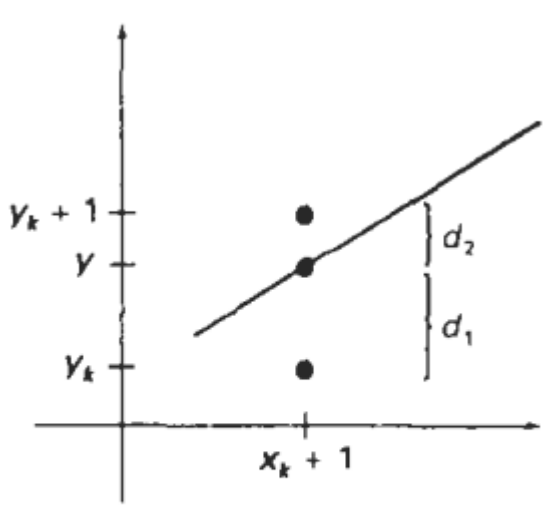


Figure 3-8

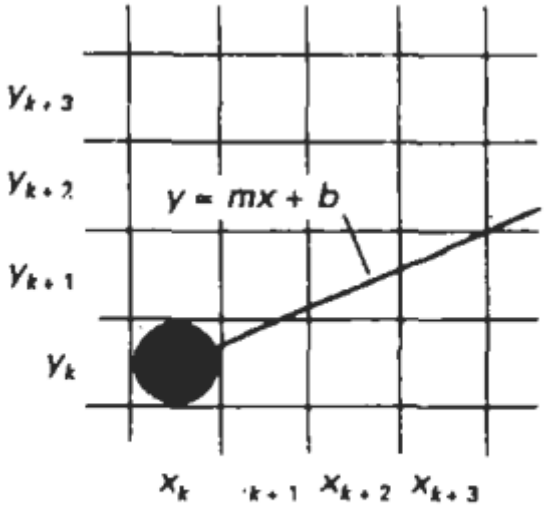


Figure 3-7

الگوریتم خط راست بر سین هام برای $|m| < 1$

۱. مختصات دو نقطه پایانی را وارد کرده و نقطه چپ را (x0,y0) قرار دهید.

۲. (x0,y0) را در قاب حائل بارگذاری کنید. این اولین نقطه ترسیم شده است.

۳. مقادیر ثابت Δx ، Δy ، $2\Delta y$ و $2\Delta y - 2\Delta x$ را حساب کرده و مقدار اولیه پا مشخص کنید.

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

۴. برای هر xk در هر خط از k=0 آغاز کنید و فرمول زیر را امتحان کنید:
اگر pk<0 باشد نقطه بعدی برای ترسیم (xk+1 , yk) خواهد بود و

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

در غیر اینصورت نقطه بعدی (xk+1 , yk+1) خواهد بود و

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$

۵. مرحله ۴ را Δx بار تکرار کنید.

برای مثال این الگوریتم دو نقطه به مختصات (30,18)و(20,10)با شیب ۰/۸ در نظر گرفته ایم. با

$$\Delta x = 10, \qquad \Delta y = 8$$

اولین پارامتر چنین محاسبه می شود

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$
$$= 6$$

برای محاسبه افزایش پارامترهای متوالی چنین عمل می کنیم .

$$2\Delta y = 16, \qquad 2\Delta y - 2\Delta x = -4$$

اولین پارامتر (20,10)=(X0,Y0) ترسیم کردیم و موقعیت پیکسلهای متوالی در طول خط را بر اساس پارامترهای زیر تعیین می کنیم .

k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})	k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})
0	6	(21, 11)	5	6	(26, 15)
1	2	(22, 12)	6	2	(27, 16)
2	−2	(23, 12)	7	−2	(28, 16)
3	14	(24, 13)	8	14	(29, 17)
4	10	(25, 14)	9	10	(30, 18)

ترمیم کامل پکسلها بر روی خط در fig3-9 نشان داده شده است .

اجرای نظریه بر سین هام برای شیب های 0<X<1 به شرح ذیل است ترسیم پیکسلها از نقطه چپ پایانی به سمت نقطه پایانی راست می باشد .

```
#include "device.h"

void lineBres (int xa, int ya, int xb, int yb)
{
  int dx = abs (xa - xb), dy = abs (ya - yb);
  int p = 2 * dy - dx;
  int twoDy = 2 * dy, twoDyDx = 2 * (dy - dx);
  int x, y, xEnd;

  /* Determine which point to use as start, which as end */
  if (xa > xb) {
    x = xb;
    y = yb;
    xEnd = xa;
  }
  else {
    x = xa;
    y = ya;
    xEnd = xb;
  }
  setPixel (x, y);

  while (x < xEnd) {
    x++;
    if (p < 0)
      p += twoDy;
    else {
      y++;
      p += twoDyDx;
    }
    setPixel (x, y);
  }
}
```

الگوریتم بر سین هام را می توان ب خطهایی که قدر مطلق شیب بین $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ xy تعمیم داد. برای خط با شیب مثبت بزرگتر از ۱ ما جای x و y را عوض می کنیم و اما بر روی محور yها حرکت کرده و نقطه نزدیک و متوالی روی محور x را تعیین می کنیم. همچنین می توان آن را برای ترسیم پیکسلها از نقطه پایانی دیگر آغاز کرد. اگر نقطه آغازی برای خط با شیب مثبت سمت راست است از اندازه x و y کاسته می شود زمانیکه از راست به چپ می رویم. برای اینکه مطمئن شویم پیکسلهای رسم شده علیرغم مکان آغازی، ما همیشه پیکسلهای بالایی یا (پایینی) را انتخاب می کنیم زمانیکه ۲ محور عمودی جدا از خط برابر باشد d1=d2 برای شیبهای منفی، روش به همین ترتیب است به جز اینکه یکی از مختصات افزایش و دیگری کاهش یابد. استثناهایی هم وجود دارد خطوط افقی $(\Delta y = 0)$ و خطوط عمودی $(\Delta x = 0)$ و خطوط مورب $|\Delta x| = |\Delta y|$ هر کدام مستقیماً بر روی قاب حائل بارگذاری می شوند بدون اینکه از الگوریتم ترسیم خط پیروی کند.

الگوریتم خطوط موازی

الگوریتم توابع خطی که در مورد آنها صحبت کردیم تا حدی که موقعیت های پیکسلها متوالی بوده است. با کامپیوترهای موازی، ما می توانیم موقعیت های پیکسلها را محاسبه کنیم. در طول خط همزمان پردازشگر انجام می شود.

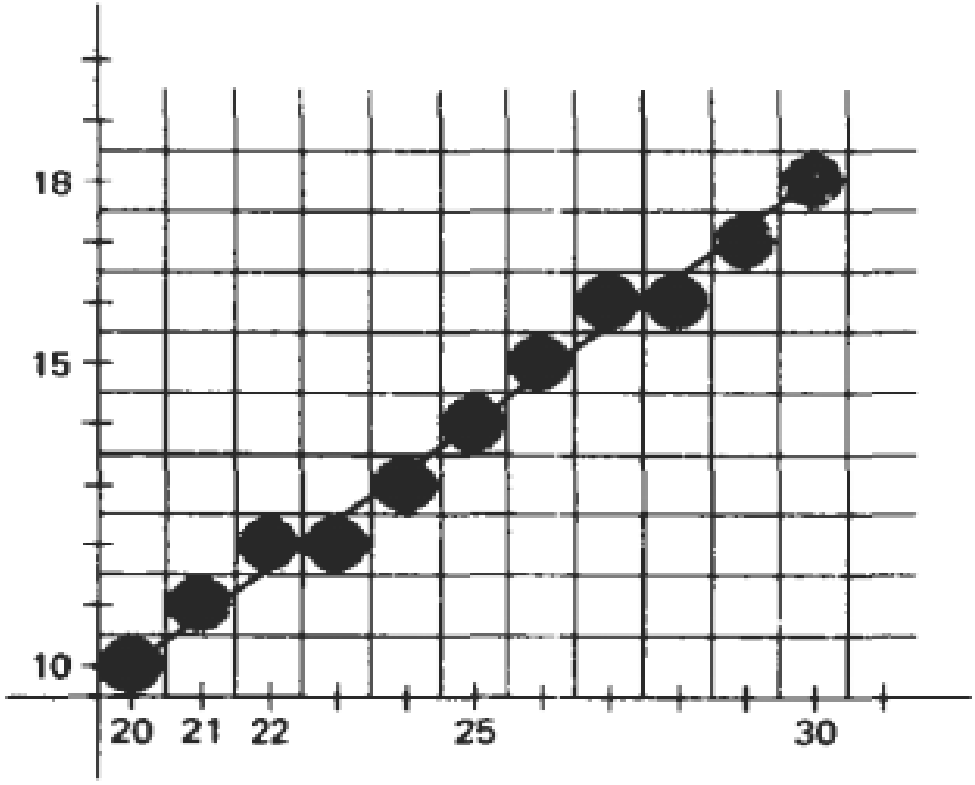


Figure 3-9

یک روش برای مشکل جزبندی قبول محاسبات عددی موجود در این مرحله است. متنواباً ما می توانیم دنبال راه حلهای دیگری باشیم. چنانکه موقعیت های پیکسل در حالت موازی نیز محاسبه آن مؤثر باشد. اهمیت الگوریتم موازی در این است که می خواهد تعادل در مرحله بارگذاری و مرحله موجود برقرار کند.

ما می توانیم نظریه الگوریتم خطی بر سین هام را در روش موازی نیز با تقسیم بندی مسیر بهnp بخش در هر فاصله فرعی . برای خطهایی با شیب $0<m<1$ و نقطه پایانه از چپ (X0,Y0) و خط را در جهت محور xها تقسیم می کنیم فاصله آغازین بخش x و بخش نزدیک آنها چنین محاسبه می شود

$$\Delta x_p = \frac{\Delta x + n_p - 1}{n_p} \qquad (3\text{-}15)$$

زمانیکه Δx عریض عریض از خط است و مقیاس سنجش p Δx با عدد صحیح محاسبه می شود بخشها را از $1, 2, \text{up to } n_p - 1$ نامگذاری می کنیم.ما x آغازین را برای بخش kام محاسبه می کنیم .

$$x_k = x_0 + k\Delta x_p \qquad (3\text{-}16)$$

برای مثال فرض کنید Δx=۱۵ و np=4 را داریم در این صورت عرض بخشها برابر ۴ و نقطه آغازین قسمتها از8 $x_0, x_0 + 4, x_0 +$ تقسیم می کنیم . اگر نقطه آغازی عدد صحیح نباشد خطا در طول خط خواهید داشت. برای اینکه نظریه بر سین هام را اعمال کنیم ما نیاز به مقدار اولیه y و پارامترهای اولیه در هر بخش داریم . تغییرات Δy_p در جهت محور y از شیب m و عرض Δx_p

$$\Delta y_p = m\Delta x_p \qquad (3\text{-}17)$$

در بخش k ام ، y شروع ، هماهنگ می شود با :

$$y_k = y_0 + \text{round}(k\Delta y_p) \qquad (3\text{-}18)$$

پارامترهای اولیه برای الگوریتم بر سین هام از معادله Eq. 3-12 به دست می آید

$$p_k = (k\Delta x_p)(2\Delta y) - \text{round}(k\Delta y_p)(2\Delta x) + 2\Delta y - \Delta x \qquad (3\text{-}19)$$

در هر مرحله موقعیتهای پیکسل محاسبه شده از پارامترهای اولیه (Xk,Yk) به دست می آید همچنین می توانیم طبق علم اعداد صحیح برای مقیاسهای آغازی Yk Pk m= $\Delta y/\Delta x$ را دوباره ساماندهی کنیم
الگوریتم بر سین هام موازی خط با شیب بزرگتر از ۱ به دست می آید با بخش کردن خط در جهت محور yها و محاسبه مقیاس آغازین برای بخشها . برای شیبهای منفی یک مختصات را افزایش داده و مختصات دیگر را کاهش می دهیم راه حل دیگر در الگوریتم موازی برای سیستم تصویر هر مرحله و هر گروه از پیکسلها را تعیین می کنیم با تعداد کافی از مراحل ما میتوانیم هر مرحله را با یک پیکسل انجام دهیم .

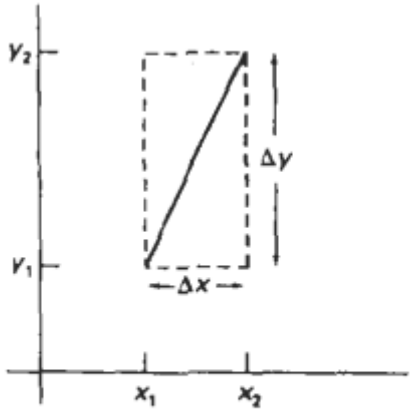


Figure 3-10

وقتی که خط راست و سایر اشیاء تبدیل به نمایش با سیستم تصویری می شود موقعیتهای قاب حائل باید محاسبه شوند ما حدس می زنیم که با رویه مجموعه پیکسلی کامل می شود . که به صورت عدد صحیح می باشد تبدیل الگوریتمها موقعیتهای پیکسلی را در واحد متوالی بسط می دهند.

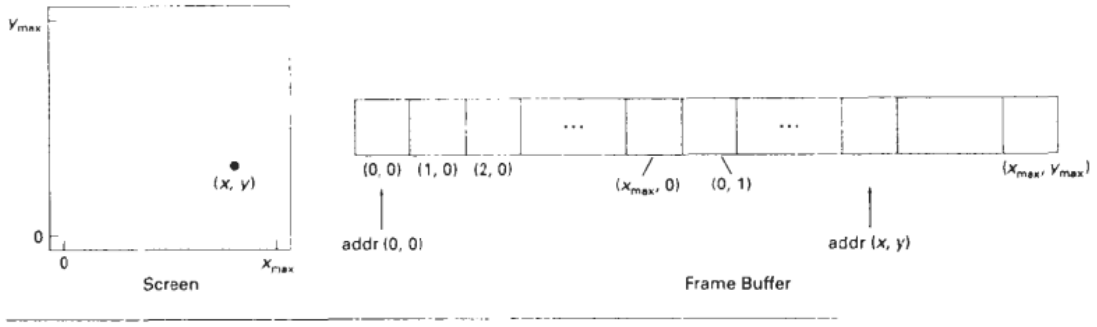


Figure 3-11

این روش ما را راهنمایی می کند تا از روشهای نموی برای محاسبه آدرسهای قاب حائل استفاده کنیم .
موقعیتهای صفحه نمایش پیکسل به طور خطی در ردیف اصلی درون میانگر قالب ذخیره شده است.
به عنوان مثال تصور کنید آرایه میانگر قالبی به صورت ردیف اصلی مشخص شده است و موقعیتهای پیکسلی از (0,0)در گوشه پایین سمت چپ صفحه تا (x_{max}, y_{max}) در گوشه بالای سمت راست شکل (Fig. 3-11) متفاوت است برای سیستم bilevel (یک ره هر پیکسل) ذره میانگر قالبی که برای موقعیت پیکسل مشخص شده است (y,x) محاسبه می شود

$$\text{addr}(x, y) = \text{addr}(0, 0) + y(x_{max} + 1) + x \qquad (3\text{-}21)$$

طی حرکت در طول یک خط بررسی شده، ما می توانیم میانگر قالبی برای پیکسل را از طریق (x+1,y) محاسبه کنیم مطابق افست زیر داریم (x,y)

$$\text{addr}(x + 1, y) = \text{addr}(x, y) + 1 \qquad (3\text{-}22)$$

در خط بررسی شده بعدی از (x,y) ما به آدرس میانگر قالبی از (x+1,y+1) می رسیم با محاسبه

$$\text{addr}(x + 1, y + 1) = \text{addr}(x, y) + x_{max} + 2 \qquad (3\text{-}23)$$

جایی که ثابت $x_{max} + 2$ یکبار برای همه بخشهای پیش محاسبه می شود شبیه محاسبات نموی از طریق فرمول (3-21)می توان برای مراحل شمارشی در جهتهای منفی x,y استفاده کرد.
هر کدام از این محاسبات آدرسی شامل عدد صحیح واحد می باشد . روشهای انجام پردازش پیکسل مجموعه ای برای ذخیره ارزش فزونی پیکسل بستگی به توانایی سیستم خاص و تجهیزات طراحی شده از سنجش نرم افزاری دارد . با سیستمی که می تواند طیف لرزشی فزونی هر پیکسل و محاسبه آدرس میانگر قالب را نشان دهد شامل وسعت پیکسل می شود (تعداد ذرات) مانند موقعیت صفحه پیکسلی .

3-4
تابع خطی

یک رویه برای جدا کردن تکه خط راست می تواند در شکلهای مختلف انجام گیرد در PHIGSوGKS و بعضی بسته های دیگر تابع خطی دو بعدی (نقاط .n,wc) چند خطی

جایی که مقدار n نشان دهنده یک عدد صحیح می باشد که برابر است با تعداد موقعیتهای مختصاتی وارد شده و (wc point) پرتو وارده به مقادیر مختصات جهانی برای نقاط انتهایی تکه خط می باشد .این تابع برای تعریف یک سری از تکه های خط راست متصل n-1 استفاده می شود . زیرا مجموعه های تک خطهای متصل اغلب بیشتر از تکه خطهای جدا شده در موارد گرافیکی ، اتفاق می افتد . چند خطی تابع خطی زیادی بر عهده دارد برای نشان دادن تکه خط راست واحد ما x را ۲ در نظر می گیریم و مقادیر x,y از دو نقطه انتهایی در مختصات (wc point) حساب می کنیم .
یک مثال از طرز استفاده چند خطی در پایین آمده است که نشان دهنده دو تکه خط متصل می باشد با نقاط انتهایی (50, 100), (150, 250), and (250, 100) :

```
wcPoints[1].x = 50;
wcPoints[1].y = 100;
wcPoints[2].x = 150;
wcPoints[2].y = 250;
wcPoints[3].x = 250;
wcPoints[3].y = 100;
polyline (3, wcPoints);
```

رفرنسهای مختصاتی در تابع چند خطی به عنوان مقادیر مختصاتی واقعی می باشند این بدان معنی است که مقادیر مشخص شده مکان دقیق نقطه در توابع مختصات مورد استفاده می باشد.
برخی سیستم های گرافیکی و توابع و کاربردهای خطی (نقطه ای) را بر عهده دارند به همراه مشخصات مختصاتی مربوطه. در این مورد مقادیر مختصاتی به عنوان افستهایی از موقعیت های مشخص شده می باشند (موقعیت جاری نامیده می شود) برای مثال، اگر مکان (۲-۳) موقعیت نهایی مشخص شده در برنامه کاربردی باشد مشخصه

مختصاتی مربوط (۱-۲) شبیه موقعیت اصلی (۱-۵) می باشد. دسترسی برای توابع دیگر جهت ایجاد موقعیت جاری قبل از روال خطی وجود دارد که فراخوانی شده است. با این بسته ها کاربر نقطه یک جفت از افستها را در دستور خطی تهیه می کند. به سیستم علامت می دهد تا شروع خط را از موقعیت جاری به موقعیت نهایی تعیین شده از طریق افستها را نمایش دهد بعداً موقعیت جاری به این موقعیت خطی نهایی تجدید می شود. یک سری از خط های متصل با چنین بسته هایی از طریق نتیجه حاصل از دستورات خطی تولید می شود برای هر خط یک دستور داده می شود تا رسم گردد. برخی بسته های گرافیکی این اختیار را به کاربر می دهد تا مشخص کند استفاده از نقاط انتهای خط را هم به صورت نسبی و هم مختصات اصلی.

اجرای پردازش چند خطی از طریق کارکرد اولیه یک سری از تبدیلات مختصاتی انجام می گیرد. سپس از فراخوانها برای روال رسم خط ابزار سطحی نتیجه گیری می شود. در PHIGS، نقاط انتهایی خط ورودی در شکل دهی مختصات مشخص می شود که سپس تبدیل به مختصات جهانی می شود. بعداً مختصات جهانی تبدیل به مختصات هنجار شده و سپس به مختصات دستگاهی می شود. در فصل ۶ درباره جزئیات کارکرد این تغییرات مختصاتی دوگانه بحث خواهیم کرد. در مختصات دستگاهی چند خطی نمایش داده می شود، مانند الگوریتم برسین هام، n-1 بار نقاط مختصاتی n را وصل می کنیم. هر فراخوانی متوالی می گذراند جفت مختصاتی را که برای رسم قسمتی از خط بعدی لازم می شود که اولین نقطه انتهایی هر جفت مختصاتی آخرین نقطه انتهایی از قسمت قبلی خواهد بود. جهت اجتناب از ایجاد فزونی نقاط انتهایی دوباره ما می توانیم الگوریتم خطی را تعریف کنیم بنابراین آخرین نقطه انتهایی از هر قطعه رسم نمی شود.

۳-۵
الگوریتم دایره مرکزی

از آنجایی که دایره از اجزاء مستعمل در تصاویر و اشکال می باشد، یک رویه برای ایجاد دایره های کامل و یا کمانهای دایره ای شامل اکثر بسته های گرافیکی می شود. به طور رایج، یک رویه واحد هم می تواند منحنیهای دایره ای را نشان دهد و هم منحنیهای بیضوی.

ویژگیهای دایره

دایره به عنوان مجموعه نقاطی که همه این نقاط در فاصله r از مرکز (xc , yc) قرار دارند، تعریف می شود (شکل ۱۲-۳). این ارتباط فاصله توضیح داده می شود از طریق قضیه فیثاغوراس در مختصات کارتسین (Cartesian)

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \qquad (3\text{-}24)$$

ما می توانیم از این تساوی استفاده کنیم تا محاسبه کنیم موقعیت نقاط روی محیط دایره از طریق محور تقارن x در مراحل واحد از xc-1 تا xc+1 و محاسبه مقادیر متناظر با y در هر قسمت

$$y = y_c \pm \sqrt{r^2 - (x_c - x)^2} \qquad (3\text{-}25)$$

اما این روش روش مناسب برای ایجاد دایره نیست. یکی از مشکلات این دیدگاه این است که هر مرحله ملزم به محاسبه می باشد. علاوه بر آن، فاصله بین موقعیت پیکسلی رسم شده یکنواخت نیست. همان طوری که در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده. می توان فاصله را با x و y تنظیم کرد (مقادیر y را قرار داده و مقادیر x را محاسبه می کنیم) مقدار دقیق شیب دایره بزرگتر از عدد ۱ می باشد. اما به سادگی محاسبات و رویه مورد نیاز الگوریتم را افزایش می دهد.

روش دیگر برای برطرف کردن فواصل نامتناسب در شکل ۳-۱۳ محاسبه نقاط طول مرز دایره با استفاده از مختصات متقارن r و θ (شکل ۳-۱۲)

$$x = x_c + r\cos\theta$$
$$y = y_c + r\sin\theta \qquad (3\text{-}26)$$

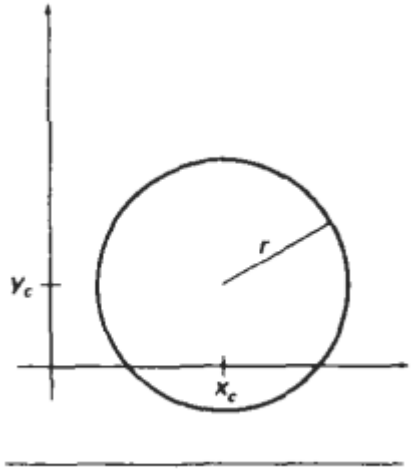


Figure 3-12

دایره با مختصات مرکزی (xc , yc) و شعاع r

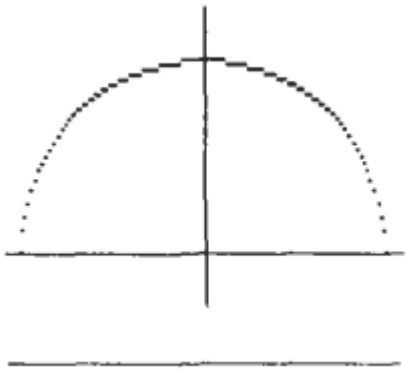


Figure 3-13

نیمه مثبت دایره با تساوی ۳-۲۵ ترسیم شده است

وقتی نمایشی با این تساویها بسط داده می شود و از اندازه زاویه ای ثابت استفاده می شود، دایره ای با نقاطی که فاصله یکسان در محیط دایره از هم دارند رسم می شود. مرحله انتخاب اندازه برای θ بستگی به کاربرد و نمایش دستگاه دارد. بخشی که زاویه بزرگتری دارد می تواند از طریق تکه های خط راست به هم متصل شود تا مسیر دایره به طور تقریبی مشخص شود. برای ادامه بیشتر مرز در محل تصویر نمایش می توانیم در 1/r قرار دهیم. این موقعیتهای پیکسلی رسم شده تقریباً یک بخش جدا هستند.

می توان از طریق تقارن دایره ای تعداد محاسبات را کم کرد. شکل دایره در هر ربع شبیه هم می باشد. می توانیم قسمتی از دایره را که در ربع دوم از صفحه xy قرار دارد بسط دهیم دو قسمت از دایره به ترتیب با محور تقارن y متقارن هستند. و بخشی از دایره که در ربع سوم و چهارم قرار دارد می تواند با کمک ربع اول و دوم از طریق محور

تقارن x رسم شود. می توانیم این مرحله را بیشتر ادامه دهیم و توجه کنید که محور تقارن تا $\frac{1}{8}$ هم وجود دارد. قسمتهای دایره در یک هشتم های مجاور درون $\frac{1}{4}$ متقارن می باشد که به ترتیب زاویه 45° دارند که توسط خطی به دو $\frac{1}{8}$ قسمت می شوند. شرایط تقارنی در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. جایی که نقطه ای در موقعیت (x , y) در یکی از یک هشتم های دایره ترسیم شده به هفت نقطه دایره در سایر یک هشتم های صفحه xy. با دادن چنین منفعتی از طریق محورهای تقارن می توانیم تمامی مکانهای پیکسلی اطراف دایره را از طریق محاسبه فقط نقاط درون یک بخش از $x=0$ به $x=y$ بسط دهیم.

برای تعیین مکانهای پیکسلی در محیط دایره یا از تساوی ۲۴-۳ یا ۲۶-۳ استفاده می شود که هنوز نیاز به ارتباط خوب با زمان محاسبه دارد. تساوی Cartesian ۲۴-۳ شامل محاسبات ضرب و ریشه دوم جذر است در حالی که محاسبات پارامتر یک شامل محاسبات ضرب و مثلثاتی می باشد.

اکثر الگوریتم های دایره ای کارآمد بر اساس محاسبات نموی می باشد مثل الگوریتم خطی برسین هام که فقط شامل عملیات ساده عدد صحیح می باشد.

الگوریتم خطی برسین هام برای نمایش مکان تصویر برای بسط دایره جهت پیدا کردن نزدیکترین پیکسل به محیط در هر مرحله از طریق ایجاد پارامترهای انتخاب ایجاد شده است که تساوی دایره ای ۲۴-۳ غیر خطی ست. بنابراین محاسبه ریشه دوم نیاز به فواصل پیکسلی محاسبه شده از مسیر دایره ای خواهد داشت.

الگوریتم خطی برسین هام محاسبه ریشه دوم را کنار گذاشته و به جای آن مربع فواصل جدا شده پیکسلی را مقایسه می کند.

یک روش برای مقایسه فاصله مستقیم امتحان موقعیت نیمه کاره بین دو پیکسل می باشد تا تعیین کند که نقطه میانی درون یا بیرون مرز دایره قرار دارد. این روش بیشتر برای سایر مخروطها استفاده می شود و شعاع دایره و مکانهای پیکسلی فقط میانی مشابه به الگوریتم دایره ای برسین هام را تولید می کند.

همچنین خطا در مکان دهی موقعیتهای پیکسلی در هر بخش از مخروط می تواند وجود داشته باشد طوری که استفاده از آزمون نقطه میانی به یک نیمه از بخش جدا شده پیکسلس محدود می شود.

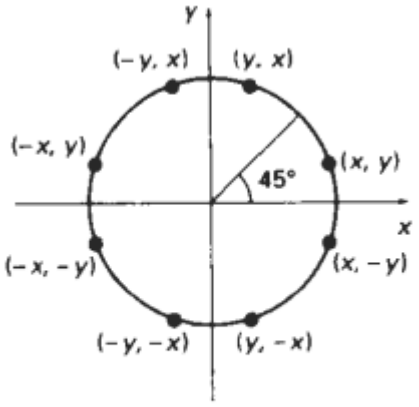


Figure 3-14

الگوریتم دایره ای میان نقطه ای

مطابق با الگوریتم خطی نمونه هایی از فاصله های واحد نشان می دهیم و موقعیت نزدیکترین پیکسل به مسیر دایره ای مشخص شده در هر مرحله را تعیین می کنیم. برای شعاع r و موقعیت مرکزی صفحه ای (xc , yc)، می توانیم ابتدا الگوریتممان را برای محاسبه موقعیت های پیکسلی اطراف یک مسیر دایره ای مرکز یافته در مبدأ مختصات (0,0) تنظیم کنیم. سپس هر موقعیت محاسبه شده (x , y) از طریق اضافه کردن xc به x و yc به y به مکان صفحه ای انتقال می یابد. در طول بخش دایره ای از x=0 تا x=y در ربع اول شیب منحنیها از 0 تا 1- متفاوت است. بنابراین می توانیم مراحل واحد را در قسمت مثبت x بالای همان $\frac{1}{8}$ گرفته و از پارامتر انتخاب برای تعیین اینکه کدامیک از دو موقعیت ممکن y به مسیر دایره ای در هر مرحله نزدیکتر است استفاده کنیم سپس موقعیت در هفت $\frac{1}{8}$ بعدی به کمک محور تقارن بدست می آید.

برای به کار گرفتن روش نقطه میانی، ما تابع دایره ای را توضیح می دهیم:

$$f_{\text{circle}}(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 \qquad (3\text{-}27)$$

هر نقطه (x ,y) در خط مرزی دایره با شعاع r با تساوی $f_{\text{circle}}(x, y) = 0$ کامل می شود. اگر نقطه در درون دایره واقع باشد تابع دایره ای منفی می باشد. اگر نقطه خارج از دایره باشد تابع مثبت است. خلاصه موقعیت مربوط از هر نقطه (x ,y) می تواند از طریق کنترل علامت تابع دایره ای تعیین شود.

$$f_{\text{circle}}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{if } (x, y) \text{ is inside the circle boundary} \\ = 0, & \text{if } (x, y) \text{ is on the circle boundary} \\ > 0, & \text{if } (x, y) \text{ is outside thé circle boundary} \end{cases} \qquad (3\text{-}28)$$

آزمونهای تابع دایره ای در ۲۸-۳ برای موقعیت میانی بین پیکسل نزدیک مسیر دایره در مرحله گفته شده محاسبه می شود. بنابراین تابع دایره ای پارامتر تصمیم گیری در الگوریتم نقطه میانی می با شد و میتوانیم محاسبات نموی را برای این تابع همان طوری که در الگوریتم خطی انجام دادیم ترتیب دهیم.شکل ۱۵-۳ نقطه میانی بین دو پیکسل کاندید در موقعیت مشخص شده $x_k + 1$ را نشان می دهد. ما فقط پیکسل را در (x_k, y_k) رسم کرده ایم بعد از آن نیاز داریم تا تعیین کنیم که آیا پیکسل در موقعیت $(x_k + 1, y_k)$ به دایره نزدیکتر است یا $(x_k + 1, y_k - 1)$. پارامتر تصمیم گیری ما یک تابع دایره ای است (۲۷-۳) که در نقطه میانی بین این دو پیکسل قرار دارد .

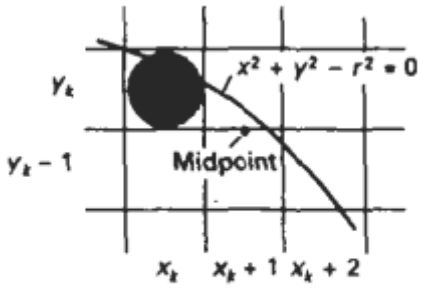


Figure 3-15

$$p_k = f_{\text{circle}}\left(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}\right)$$

$$= (x_k + 1)^2 + \left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2 \qquad (3\text{-}29)$$

اگر $p_k < 0$ این نقطه میانی داخل دایره قرار دارد وپیکسل روی خط y_k ، نزدیکتر به خط مرزی دایره است به عبارت دیگر موقعیت میانی بیرون یا روی مرز دایره قرار دارد و ما پیکسل را روی خط $y_k - 1$ انتخاب می کنیم پارامترهای تصمیم گیری موفق با استفاده از محاسبات نموی بدست می آید .ما برای پارامترهای تصمیم گیری بعدی مبین بازگشتی در دست داریم که از طریق ارزیابی تابع دایره ای در موقعیت نمونه $x_{k+1} + 1 = x_k + 2$ بدست آمده است.

$$p_{k+1} = f_{\text{circle}}\left(x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= [(x_k + 1) + 1]^2 + \left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2$$

or

$$p_{k+1} = p_k + 2(x_k + 1) + (y_{k+1}^2 - y_k^2) - (y_{k+1} - y_k) + 1 \qquad (3\text{-}30)$$

وقتی y_{k+1} یا y_k ویا $y_k - 1$ باشد در آن صورت بستگی به علامت p_k دارد.

نمو ها برای بدست آوردن p_{k+1} یا $2x_{k+1} + 1$ (اگر p_k منفی باشد) ویا $2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$ می باشد

همچنین ارزیابی دوره های $2x_{k+1}$ and $2y_{k+1}$ نیز به صورت نموی انجام می گیرد مانند:

$$2x_{k+1} = 2x_k + 2$$

$$2y_{k+1} = 2y_k - 2$$

در وضعیت شروع (r , 0) این دو عبارت به ترتیب مقادیر 0 و 2r را دارند. هر مقدار متوالی از طریق اضافه کردن عدد 2 به مقدار قبلی از 2x و تفریق 2 از عدد قبلی از 2y بدست می آید.

پارامتر انتخاب اصلی از طریق محاسبه تابع دایره ای در موقعیت شروع (x0 , y0) = (0 , r) بدست می آید:

$$p_0 = f_{circle}\left(1, r - \frac{1}{2}\right)$$
$$= 1 + \left(r - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2$$

یا

$$p_0 = \frac{5}{4} - r \qquad (3\text{-}31)$$

اگر شعاع r عدد صحیح باشد می توانیم به راحتی p0 را گرد کنیم از طریق

$$p_0 = 1 - r$$

از آنجایی که تمامی نموها عدد صحیح هستند.

مطابق الگوریتم خطی برسین هام روش نقطه میانی موقعیت پیکسل را محاسبه می کند که به همراه آن محیط دایره با استفاده از جمع و تفریق محاسبه می شود. پارامترهای دایره مشخص می شوند در مختصات صفحه عدد صحیح. می توان مراحل در الگوریتم دایره ای نقطه میانی مطابق زیر خلاصه کرد.

الگوریتم دایره ای نقطه میانی

۱. شعاع r و مرکز دایره (xc , yc) را وارد کنید و اولین نقطه روی محیط دایره مرکز یافته در مبدأ مختصات را بدست آورید.

$$(x_0, y_0) = (0, r)$$

۲ . مقادیر اصلی پارامترهای تصمیم گیری از طریق زیر محاسبه می شود

$$p_0 = \frac{5}{4} - r$$

۳ . در هر وضعیت x_k با k =0 شروع می شود آزمون زیر را عمل می کنیم اگر $p_k < 0$، نقطه بعدی که روی $(0, 0)$ مرکزیت دارد (x_{k+1}, y_k) می باشد و

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1$$

به عبارت دیگر نقطه بعدی موازی با دایره ، $(x_k + 1, y_k - 1)$ می باشد و

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$$

وقتی که $2x_{k+1} = 2x_k + 2 \text{ and } 2y_{k+1} = 2y_k - 2$ باشند.

۴ . نقاط تقارنی در هفت قسمت، $\frac{1}{8}$ را تعیین می کنیم.

۵ . هر کدام از وضعیت پیکسلی محاسبه شده (x, y) را به مسیر دایره ای به مرکز (x_c, y_c) انتقال داده و مقادیر مختصاتی را رسم می کنیم.

$$x = x + x_c, \qquad y = y + y_c$$

۶ .مراحل ۳ تا۵ را تا زمانیکه $x \geq y$ باشد ادامه دهید.

مثال : شعاع دایره ای r=10 داده شده ما الگوریتم نقطه میانی را از طریق تعیین موقعیت ها در امتداد خط $\frac{1}{8}$ دایره در ربع اول از x=0 تا x=y مشخص می کنیم . مقدار اصلی پارامتر انتخاب این چنین است .

$$p_0 = 1 - r = -9$$

برای دایره هایی که مرکز آنها مبدا مختصات است نقطه اصلی $(x_0, y_0) = (0, 10)$ می باشد و عبارت نمو اصلی برای محاسبه پارامترهای انتخاب به صورت زیر خواهد بود:

$$2x_0 = 0, \qquad 2y_0 = 20$$

مقادیر و موقعیهای پارامترهای انتخاب متوا لی در طول مسیر دایره با استفاده از روش نقطه میانی مطابق زیر محاسبه می شود

k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2x_{k+1}$	$2y_{k+1}$
0	−9	(1, 10)	2	20
1	−6	(2, 10)	4	20
2	−1	(3, 10)	6	20
3	6	(4, 9)	8	18
4	−3	(5, 9)	10	18
5	8	(6, 8)	12	16
6	5	(7, 7)	14	14

ترسیم موقعیتهای پیکسلی در محاسبه اول در شکل ۱۶-۳ نشان داده شده است .رویه زیر دایره ای را در مانیتور bilevel نشان می دهد که از الگوریتم نقطه میانی استفاده شده است . پردازه های ورودی مختصات مرکز دایره و شعاع دایره را مشخص می کنند . شدت برای موقعیت پیکسلها در طول محیط دایره با فراخوانی روال مجموعه پیکسلها بر روی بافر قاب بار گذاری می شود .

```
#include "device.h"

void circleMidpoint (int xCenter, int yCenter, int radius)
{
  int x = 0;
  int y = radius;
  int p = 1 - radius;
  void circlePlotPoints (int, int, int, int);

  /* Plot first set of points */
  circlePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);

  while (x < y) {
    x++;
    if (p < 0)
      p += 2 * x + 1;
    else {
      y--;
      p += 2 * (x - y) + 1;
    }
    circlePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
  }
}

void circlePlotPoints (int xCenter, int yCenter, int x, int y)
{
  setPixel (xCenter + x, yCenter + y);
  setPixel (xCenter - x, yCenter + y);
  setPixel (xCenter + x, yCenter - y);
  setPixel (xCenter - x, yCenter - y);
  setPixel (xCenter + y, yCenter + x);
  setPixel (xCenter - y, yCenter + x);
  setPixel (xCenter + y, yCenter - x);
  setPixel (xCenter - y, yCenter - x);
}
```

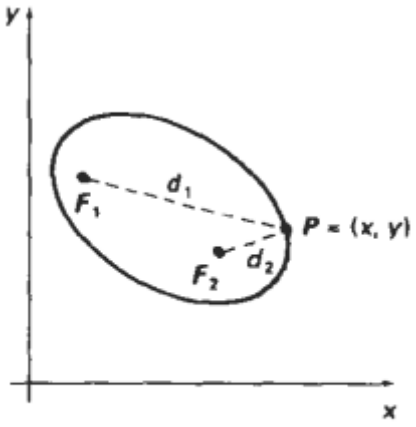
۳-۶

الگوریتم های توابع بیضوی

بیضی دایره کشیده را می گویند. بنابراین منحنیهای بیضوی با رویه های تغییر در دایره کشی انجام می گیرد.

فواید بیضی

بیضی مجموعه ای از نقاط می باشد به طوری که مجموع فاصله ها از دو نقطه ثابت برای همه نقاط مشابه است (شکل ۱۷-۳). از فاصله ها برای دو نقطه ثابت از هر نقطه ی $p = (x , y)$ روی بیضی با d1 و d2 مشخص شود، تساوی زیر برای بیضی بدست می آید



$$d_1 + d_2 = \text{constant} \qquad (3\text{-}32)$$

Figure 3-17

اگر فواصل d1 و d2 در عبارات مختصات مرکزی توصیف شده باشد و $\mathbf{F}_1 = (x_1, y_1)$ و $\mathbf{F}_2 = (x_2, y_2)$ باشد، خواهیم داشت

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} + \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = \text{constant} \qquad (3\text{-}33)$$

با به توان ۲ رساندن این عبارت رادیکال را برمی داریم و با به توان ۲ رساندن دوباره می توانیم محاسبه بیضی را به شکل زیر دوباره نویسی کنیم

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \qquad (3\text{-}34)$$

ضریبهای A، B، C، D، E و F وهمچنین ابعاد محور تقارن کوتاه وبلند در عبارات مختصات مرکزی جایگزین شده اند . محور تقارن بلند تکه خط مستقیمی است که از یک طرف بیضی به طرف دیگر کشیده شده است واز مرکز

می گذرد . محور تقارن کوتاه ابعاد کوتاه بیضی را به هم متصل می کند طوری که از وسط محور تقارن بلند (مرکز بیضی) می گذرد.

یک روش برای جدا کردن بیضی در جهت اختیاری وارد کردن دو مرکز و یک نقطه در خط مرزی بیضی می باشد. با این سه نقطه مختصاتی قادر به محاسبه با تساوی ۳۳-۳ می باشیم. سپس ضریبهای تساوی ۳۴-۳ می تواند محاسبه شده و برای پیکسلهای مسیر بیضی استفاده شود.

تساوی بیضی ساده می شوددر صورتی که جهت محورهای تقارن بلند و کوتاه با محور مختصات هم ردیف شود. در شکل ۱۸-۳ یک بیضی در موقعیت استاندارد نشان داده شده است که محورهای تقارن بلند و کوتاه تا محور مختصات در یک جهت است. در این مثال پارامتر rx مشابه محور بلند و ry مشابه محور کوتاه است. تساوی بیضی که در شکل ۱۸-۳ نشان داده شده است می تواند در مختصات مرکزی بیضی و پارامتر rx و ry مانند زیر نوشته شود

$$\left(\frac{x - x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y}\right)^2 = 1 \qquad (3\text{-}35)$$

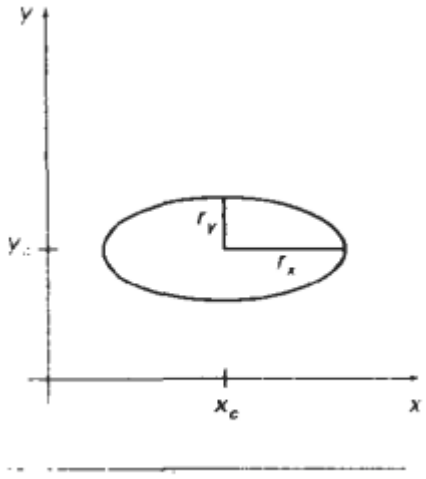


Figure 3-18

با استفاده از مختصات متقارن r و θ همچنین می توان وضعیت استاندارد بیضی با پارامترهای محاسبه ای زیر نشان داد:

$$x = x_c + r_x \cos\theta$$
$$y = y_c + r_y \sin\theta \qquad (3\text{-}36)$$

ارتباط تقارنی می تواند برای کاهش محاسبات بعدی استفاده شود. یک بیضی در حالت استاندارد بین یک چهارمهای متقارن است، اما نه مانند دایره. بین یک هشتمهای یک ربع تقارن وجود ندارد پس باید نقاط پیکسلی در طول کمان بیضوی از درون یک ربع محاسبه شده سپس نقاطی را در ۳ ربع دیگر با استفاده از تقارن بدست می آوریم (شکل ۱۹-۳).

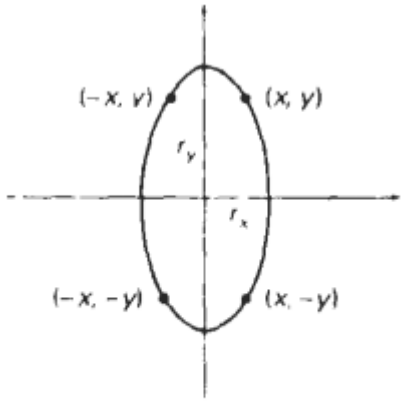


Figure 3-19

الگوریتم نقطه میانی بیضی

روش ما در این قسمت شبیه قسمت نمایش محل تصویر دایره است. پارامترهای r_x ، r_y و (x_c, y_c) داده شده، ما نقاط (x , y) را برای یک بیضی در شرایط استاندارد به مرکزیت مبدأ تعیین می کنیم و سپس نقاط را تغییر می دهیم سپس بیضی در (x_c, y_c) مرکزیت دارد. همچنین بیضی در شرایط غیر استاندارد نمایش خواهیم داد. بیضی را می توان دور نقطه مرکزش چرخاند تا محور تقارن بلند و کوتاهش جهت تازه پیدا کند. حال فقط نمایش بیضی در حالت استاندارد را بررسی می کنیم.

روش نقطه میانی بیضی از طریق ربع اول در دو قسمت به کار گرفته می شود. شکل ۲۰-۳ جدایی ربع اول مطابق با تقارن بیضی با $r_x < r_y$ نشان داده است. ما این ربع را با گرفتن واحدهایی در مسیر محور x جایی که تقارن کمان مقدار کمتر از ۱ دارد و نیز با گرفتن واحدهایی در مسیر محور y جایی که تقارن مقدار بیشتر از ۱ دارد بررسی می کنیم.

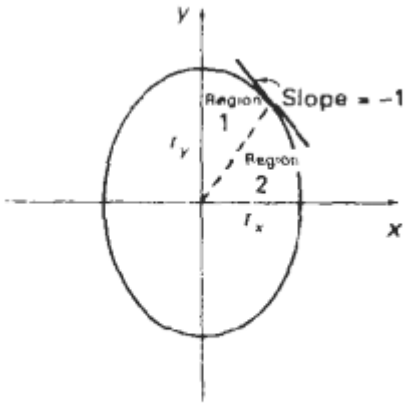


Figure 3-20

قسمت ۱ و ۲ (شکل ۲۰-۳) می تواند به روشهای متفاوت بررسی شود. می توانیم شروع را با نقطه $(0, r_y)$ و حرکت را در جهت عقربه های ساعت در مسیر بیضی در ربع اول داشته باشیم. تغییر از واحدهای x به واحدهای y تا

جایی که تقارن کمتر از ۱- شود. نتیجتاً می توانیم از نقطه $(r_x, 0)$ شروع کنیم و نقطه هایی را در خلاف جهت ساعت انتخاب کنیم واحد y را به واحدهای x تغییر دهیم می توانیم نقاط پیکسلی را در دو قسمت محاسبه کنیم. مثالی برای کاربرد الگوریتم نقطه میانی داریم. ما نقطه شروع را در نقطه $(0, r_y)$ قرار می دهیم و در طول مسیر بیضی در جهت حرکت عقربه های ساعت در طول ربع اول حرکت می کنیم.

ما تابع بیضی را از روی تساوی ۳۵-۳ با $(x_c, y_c) = (0, 0)$ اینگونه تعریف می کنیم

$$f_{\text{ellipse}}(x, y) = r_y^2 x^2 + r_x^2 y^2 - r_x^2 r_y^2 \qquad (3\text{-}37)$$

که شرایط زیر را دارد:

$$f_{\text{ellipse}}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{if } (x, y) \text{ is inside the ellipse boundary} \\ = 0, & \text{if } (x, y) \text{ is on the ellipse boundary} \\ > 0, & \text{if } (x, y) \text{ is outside the ellipse boundary} \end{cases} \qquad (3\text{-}38)$$

بنابراین، تابع بیضی $f_{\text{ellipse}}(x, y)$ به عنوان پارامتر انتخاب در الگوریتم نقطه میانی تعریف می شود. در هر قسمتی که مثال آورده شده ما پیکسل بعدی را در طول مسیر خط بیضی با توجه به علامت تابع انتخاب کردیم که این علامت در نقطه میانی بین دو پیکسل انتخابی مشخص می شود.

با شروع از $(0, r_y)$ در طول محور x حرکت می کنیم تا جایی که به مرز بین ناحیه اول و دوم برسیم (شکل ۲۰-۳). سپس شروع به ادامه حرکت در مسیر محور y در ادامه امتداد کمان ربع اول می کنیم. در هر مرحله نیاز به آزمون مقدار تقارن کمان داریم. تقارن بیضی با تساوی ۳۷-۳ محاسبه می شود

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2r_y^2 x}{2r_x^2 y} \qquad (3\text{-}39)$$

در مرز بین ناحیه اول ودوم، $dy/dx = -1$ و

$$2r_y^2 x = 2r_x^2 y$$

پس از ناحیه اول وقتی خارج می شویم که

$$2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y \qquad (3\text{-}40)$$

شکل ۲۱-۳ نقطه نقطه میانی بین دو پیکسل انتخابی در موقعیت گفته شده $x_k + 1$ در ناحیه اول را نشان می دهد .نقطه (x_k, y_k) در مرحله قبلی انتخاب شده بود . نقطه بعدی را در طول مسیر بیضی با تعیین مقدار پارامتر انتخاب در این نقطه میانی تعیین می کنیم.

$$p1_i = f_{\text{ellipse}}\left(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}\right)$$

$$= r_y^2(x_k + 1)^2 + r_x^2\left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2 \qquad (3\text{-}41)$$

اگر p1k کمتر از ۵ باشد نقطه میانی درون بیضی بوده و پیکسل روی خط yk به مرز بیضی نزدیکتر است نقطه میانی بیرون از بیضی یا روی خط بیضی قرار دارد . و ما پیکسل را روی خط $y_k - 1$ انتخاب می کنیم .در غیر این صورت در نقطه داده شده بعدی $(x_{k+1} + 1 = x_k + 2)$ پارامتر انتخاب برای ناحیه ۱ از طریق محاسبات زیر است .

$$p1_{i+1} = f_{\text{ellipse}}\left(x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= r_y^2[(x_k + 1) + 1]^2 + r_x^2\left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2$$

or

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2(x_k + 1) + r_y^2 + r_x^2\left[\left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2\right] \qquad (3\text{-}42)$$

وقتی y_{k+1} همان yk یا yk-1 بستگی به علامت p1k دارد . پارامترهای انتخاب با مقادیر زیر افزایش می یابند .

$$\text{increment} = \begin{cases} 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2, & \text{if } p1_k < 0 \\ 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2 - 2r_x^2 y_{k+1}, & \text{if } p1_k \geq 0 \end{cases}$$

مانند الگوریتم دایره افزایش پارامترهای انتخاب با استفاده از جمع و تفریق محاسبه می شود ولی مقادیر عبارات $2r_y^2 x$ و $2r_x^2 y$ به طور افزایشی بدست می آید . در نقطه اصلی $(0, r_y)$ دو عبارت محاسبه می شوند با

$$2r_y^2 x = 0 \qquad (3\text{-}43)$$

$$2r_x^2 y = 2r_x^2 r_y \qquad (3\text{-}44)$$

چون x,y افزایشی هستند مقادیر جدید با اضافه کردن $2r_y^2$ به 3-43 و تفریق $2r_x^2$ از 3-44 به دست می آید . مقادیر جدید در هر مرحله مقایسه می شوند . وقتی شرایط 3-40 بر قرار است از ناحیه ۱به ۲ حرکت می کنیم.

در ناحیه ۱ مقدار اصلی پارامتر انتخاب با ارزیابی تابع بیضی در نقطه شروع $(x_0, y_0) = (0, r_y)$ به دست می آید

$$p1_0 = f_{\text{ellipse}}\left(1, r_y - \frac{1}{2}\right)$$
$$= r_y^2 + r_x^2\left(r_y - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2$$

or

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 \qquad (3\text{-}45)$$

بعد از ناحیه ۲ در جهت منفی محور y مثالی می آوریم . نقطه میانی بین پیکسلهای افقی در هر مرحله شکل 3-22 قرار دارد برای این ناحیه پارامتر انتخاب مطابق زیر محاسبه می شود .

$$p2_k = f_{\text{ellipse}}\left(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1\right)$$
$$= r_y^2\left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2(y_k - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 \qquad (3\text{-}46)$$

اگر $p2_k > 0$, باشد نقطه میانی خارج از مرز بیضی قرار دارد . وما پیکسل را در x12 انتخاب می کنیم .اگر $p2_k \le 0$ نقطه میانی درون یا روی خط مرزی بیضی قرار دارد و پیکسل را در موقعیت XK+1 انتخاب می کنیم .
برای تعیین رابطه بین پارامترهای انتخاب متوالی در ناحیه ۲ تابع بیضی را محاسبه می کنیم در مرحله بعدی $y_{k+1} - 1 =$ Yk-2

$$p2_{k+1} = f_{\text{ellipse}}\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}, y_{k+1} - 1\right)$$
$$= r_y^2\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2[(y_k - 1) - 1]^2 - r_x^2 r_y^2 \qquad (3\text{-}47)$$

or

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2(y_k - 1) + r_x^2 + r_y^2\left[\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2\right] \qquad (3\text{-}48)$$

با x_{k+1} یا xk یا xk+1 را قرار دهید .بستگی به علامت p2k دارد .

وقتی وارد ناحیه ۲ می شویم نقطه اصلی (x_0, y_0) به عنوان نقطه آخر انتخاب شده در ناحیه ۱ مـی باشـد و پـارامتر انتخاب اصلی در ناحیه ۲ چنین است.

$$p2_0 = f_{ellipse}\left(x_0 + \frac{1}{2}, y_0 - 1\right)$$
$$= r_y^2\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2(y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 \qquad (3\text{-}49)$$

برای ساده کردن تساوی $p2_0$، می توان نقاط پیکسلی را در جهت حرکت ساعت با نقطه شروع $(r_x, 0)$ شـروع کـرد. حرکت واحد به واحد در جهت مثبت محور y تا آخرین نقطه انتخاب شده در ناحیه ۱ ادامه دارد.

الگوریتم نقطه میانی را می توانیم برای عمومی کردن موقعیت غیر استاندارد بدست آوریم با استفاده از تابع بیضی در تساوی ۳۴-۳ و محاسبه نقاط پیکسلی خارج از کل مسیر بیضی، در نهایت می توانیم جهت تقارنهای بیضـی را در جهت استاندارد قرار دهیم البته با استفاده از روشهای انتقال که در فصل ۵ بحث شده، الگوریتم نقطه میـانی را بـرای تعیین موقعیت منحنی به کار می گیریم سپس نقاط پیکسلی محاسبه شده را به نقاط موجود در مسیر طـول جهـت بیضی اصلی قرار دارد تبدیل می کنیم.

فرض کنید r_x, r_y و مرکز بیضی در مختصات صفحه ای با اعداد صحیح داده شده است، ما فقط نیاز به محاسبه عدد صحیح افزایشی داریم تا مقادیر پارامترهای انتخاب در الگوریتم نقطه میانی بیضی تعیین شـود. $r_x^2, r_y^2, 2r_x^2,$ و $2r_y^2$ یکبار در ابتدا ی مرحله محاسبه می شود. خلاصه ی الگوریتم نقطه میانی بیضی در مراحل زیـر فهرسـت شـده است:

الگوریتم نقطه میانی بیضی

۱. r_x, r_y و مرکز بیضی (x_c, y_c) را وارد کنید و اولین نقطه روی بیضی با مرکزیت اصلی را بدست آورید.

$$(x_0, y_0) = (0, r_y)$$

۲. مقدار اصلی پارامتر انتخاب در ناحیه ۱ مطابق زیر محاسبه کنید

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4}r_x^2$$

۳. در هر موقعیت x_k در ناحیه ۱ شروع از $k = 0$ باشد آزمون زیر را انجام دهید. اگر $p1_k < 0$ باشد نقطه بعدی در طول بیضی به مرکزیت (0 , 0)، (x_{k+1}, y_k) می باشد و

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2$$

در غیر اینصورت، نقطه بعدی در طول دایره $(x_k + 1, y_k - 1)$ می باشد و

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_y^2$$

با

$$2r_y^2 x_{k+1} = 2r_y^2 x_k + 2r_y^2, \qquad 2r_x^2 y_{k+1} = 2r_x^2 y_k - 2r_x^2$$

و تا $2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y$ ادامه دارد.

۴. مقدار اصلی پارامتر انتخاب در ناحیه ۲ را با استفاده از نقطه آخر (x_0, y_0) در ناحیه ۱ محاسبه می کنیم

$$p2_0 = r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$

۵. در هر موقعیت y_k در ناحیه ۲ از $k = 0$ شروع می کنیم، آزمون زیر را انجام می دهیم: اگر $p2_k > 0$ نقطه بعدی در طول بیضی با مرکز (0 , 0)، $(x_k, y_k - 1)$ می باشد و

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2 y_{k+1} + r_x^2$$

در غیر صورت نقطه بعدی در طول دایره $(x_k + 1, y_k - 1)$ می باشد و

$$p2_{k+1} = p2_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_x^2 y_{k+1} + r_x^2$$

همان محاسبات افزایشی برای x و y در ناحیه ۱ را استفاده می کنیم.

۶. نقاط تقارنی در ۳ ربع دیگر را تعیین کنید.

۷. هر نقطه پیکسلی محاسبه شده (x , y) در مسیر بیضی به مرکز (x_c, y_c) حرکت دهید مقادیر مختصاتی را رسم کنید:

$$x = x + x_c, \qquad y = y + y_c$$

۸. مراحل را برای ناحیه ۱ تا زمانیکه $2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y$ برقرار باشد ادامه دهید.

مثال ۳-۳ ترسیم نقطه میانی بیضی

پارامترهای بیضی داده شده $r_x = 8$ و $r_y = 6$ را وارد کنید. مراحل را در الگوریتم نقطه میانی بیضی با تعیین کردن نقاط محل تصویر در طول مسیر بیضی در ربع اول نشان می دهیم. مقادیر اصلی و افزایشها برای محاسبات پارامتر انتخاب چنین است

$$2r_y^2 x = 0 \qquad \text{(with increment } 2r_y^2 = 72\text{)}$$

$$2r_x^2 y = 2r_x^2 r_y \qquad \text{(with increment } -2r_x^2 = -128\text{)}$$

برای ناحیه ۱: نقطه اصلی برای بیضی با مرکز مبدأ مختصات $(x_0, y_0) = (0, 6)$ بوده و مقدار پارامتر انتخاب اصلی

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 = -332$$

مقادیر پارامتر انتخاب متوالی و نقاط مسیر بیضی با استفاده از روشهای نقطه میانی زیر محاسبه می شود

k	$p1_k$	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2r_y^2 x_{k+1}$	$2r_x^2 y_{k+1}$
0	−332	(1, 6)	72	768
1	−224	(2, 6)	144	768
2	−44	(3, 6)	216	768
3	208	(4, 5)	288	640
4	−108	(5, 5)	360	640
5	288	(6, 4)	432	512
6	244	(7, 3)	504	384

اکنون از ناحیه ۱ خارج می شویم، زمانیکه $2r_y^2 x > 2r_x^2 y$.

برای ناحیه ۲ نقطه اصلی $(x_0, y_0) = (7, 3)$ می باشد و پارامتر انتخاب اصلی

$$p2_0 = f\left(7 + \frac{1}{2}, 2\right) = -151$$

نقاط باقی مانده مسیر بیضی در ربع اول بعداً محاسبه می شود. مطابق زیر

k	$p2_k$	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2r_y^2 x_{k+1}$	$2r_x^2 y_{k+1}$
0	−151	(8, 2)	576	256
1	233	(8, 1)	576	128
2	745	(8, 0)	—	—

رسم نقاط منتخب اطراف خط بیضی درون ربع اول در شکل ۲۳-۳ نشان داده شده است.

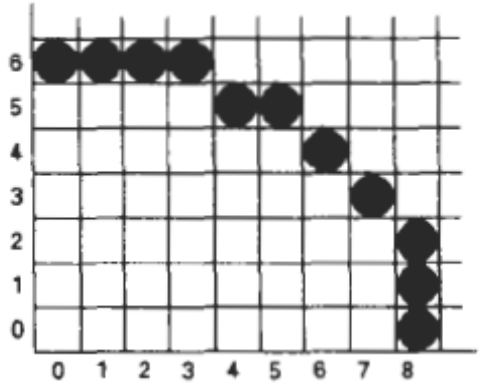


Figure 3-23

در مرحله بعدی الگوریتم نقطه میانی برای نشان دادن بیضی با پارامترهای واردی Rx، Ry، با مرکز x و y اسـتفاده شده است. نقاط موجود در طول منحنی در ربع اول بسط داده می شود سپس به نقاط صفحه ای مربوط تغییـر پیـدا می کنند. فزونی برای این نقاط و نقاط تقارنی در ۳ ربع دیگر در قالب حائل جـا داده مـی شـود بـا اسـتفاده از روال مجموعه پیکسلی.

```
#include "device.h"

#define ROUND(a) ((int)(a+0.5))

void ellipseMidpoint (int xCenter, int yCenter, int Rx, int Ry)
{
  int Rx2 = Rx*Rx;
  int Ry2 = Ry*Ry;
  int twoRx2 = 2*Rx2;
  int twoRy2 = 2*Ry2;
  int p;
  int x = 0;
  int y = Ry;
  int px = 0;
  int py = twoRx2 * y;
  void ellipsePlotPoints (int, int, int, int);

  /* Plot the first set of points */
  ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);

  /* Region 1 */
  p = ROUND (Ry2 - (Rx2 * Ry) + (0.25 * Rx2));
  while (px < py) {
    x++;
    px += twoRy2;
    if (p < 0)
      p += Ry2 + px;
    else {
      y--;
      py -= twoRx2;
      p += Ry2 + px - py;
    }
    ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
  }

  /* Region 2 */
  p = ROUND (Ry2*(x+0.5)*(x+0.5) + Rx2*(y-1)*(y-1) - Rx2*Ry2);
  while (y > 0) {
    y--;
    py -= twoRx2;
    if (p > 0)
      p += Rx2 - py;
    else {
      x++;
      px += twoRy2;
      p += Rx2 - py + px;
```

```
    }
    ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
  }
}

void ellipsePlotPoints (int xCenter, int yCenter, int x, int y)
{
  setPixel (xCenter + x, yCenter + y);
  setPixel (xCenter - x, yCenter + y);
  setPixel (xCenter + x, yCenter - y);
  setPixel (xCenter - x, yCenter - y);
}
```

۳-۷
دیگر منحنی ها

گوناگونی توابع منحنی در مدل سازی اشیاء ، خصوصیات مسیر انیمیشن ، داده وتوابع گرافیکی ، و دیگر کاربردهای گرافیکی مفیداند . به طور متداول برخورد منحنی ها شامل مخروطها ،توابع نمایی ومثلثاتی ، توزیع احتمال ، چند جمله ایهای اصلی و توابع spline (کثیر الجمله ای چند قطعه ای با تداوم مرتبه اول بین قطعات آن) می شود. نمایش این منحنی ها با روشهای مشابه بحث توابع دایره ای و بیضوی می تواند بدست آید ما می توانیم موقعیتها را در طول مسیر منحنی ، مستقیما" از نمایش روشن $y = f(x)$ یا روشهای پارامتری فراهم کنیم. متناوباً ما روش نمو نقطه ای را می توانیم با شرح منحنی با توابع ضمنی $f(x, y) = 0$ ذخیره کنیم.

یک راه آسان برای نمایش توابع منحنی های خاص، نمایش تقریبی آن با تکه خطوط راست می باشد. برای فراهم کردن فضای مساوی موقعیت آخرین نقطه خط در طول مسیر منحنی، نمایش پارامتریک مفید است. همچنین می توانیم موقعیتهای فضای مساوی از نمایش ضمنی با انتخاب متغیر مستقل مطابق با شیب منحنی تولید کنیم. زمانیکه شیب $y = f(x)$ کمتر از ۱ است x را متغیر مستقل انتخاب کرده و مقدار y را در نمو مساوی x محاسبه می کنیم. برای بدست آوردن فضای مساوی وقتی که شیب بزرگتر از ۱ است ما از تابع معکوس $x = f^{-1}(y)$ استفاده می کنیم و مقدار x را در مراحل مساوی y محاسبه می کنیم.

خطوط راست و منحنی های تقریبی در رسم کردن مجموعه نقاط مختصات مورد استفاده قرار می گیرند. ما می توانیم نقاط گسسته را با تکه خطوط راست یا تکه مربعات، مجموعه داده های تقریبی با یک خط راست منفرد به هم متصل کنیم. دیدگاه خطوطتکه مربعات در نمایش مجموعه داده ها با مقداری تابع تقریبی که معمولاً چندجمله ای هستند مورد استفاده قرار می گیرد.

مقاطع مخروطی

به طور عمومی، یک مقطع مخروطی (یا مخروط) را با معادله درجه دوم زیر شرح دهیم:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \qquad (3\text{-}50)$$

وقتی مقدار پارامترهای A، B، C، D، E و F تعیین شد نوع منحنی ما نمایش داده می شود. با استفاده از مجموعه ضرایب ما می توانیم مخروط مخصوص را تعیین کنیم که آن به وسیله ی ارزیابی تفکیکی زیر انجام می شود:

$$B^2 - 4AC \begin{cases} < 0, & \text{generates an ellipse (or circle)} \\ = 0, & \text{generates a parabola} \\ > 0, & \text{generates a hyperbola} \end{cases} \qquad (3\text{-}51)$$

بیضی ها، هذلولی ها و سهمی ها در کاربردهای انیمیشن بسیار مفید هستند. توابع ضمنی برای منحنی سهمی شکل ۳-۲۴ به صورت زیر نمایش داده می شود

$$y = y_0 + a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) \qquad (3\text{-}52)$$

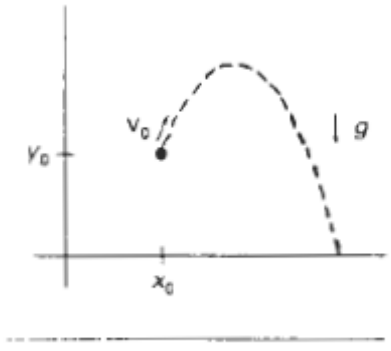


Figure 3-24

با ثابتهای a و b سرعت اولیه v_0 برای اشیاء تعیین می شود و شتاب g با نیروهای گرانشی یکسان است. ما همچنین می توانیم حرکت سهمی گون را با معادله ی پارامتریک با استفاده از یک پارامتر زمان t شرح دهیم:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t \\ y &= y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \qquad (3\text{-}53)$$

اینجا، v_{x0} و v_{y0} عناصر سرعت اولیه هستند و مقدار g نزدیک سطح زمین تقریباً برابر 980cm/sec^2 است. موقعیت شئ در طول مسیر سهمی با انتخاب زمان مرحله محاسبه می شود. حرکت هذلولی (شکل ۳-۲۵) زمانی رخ می دهد که ذرات پر شده تلاقی داشته باشند یا در زمان برخی مشکلات گرانشی ایجاد می شود. ما می توانیم استانداردی برای هذلولی مرکزی مطابق شکل ۳-۲۵ بنویسیم

$$\left(\frac{x}{r_x}\right)^2 - \left(\frac{y}{r_y}\right)^2 = 1 \qquad (3\text{-}54)$$

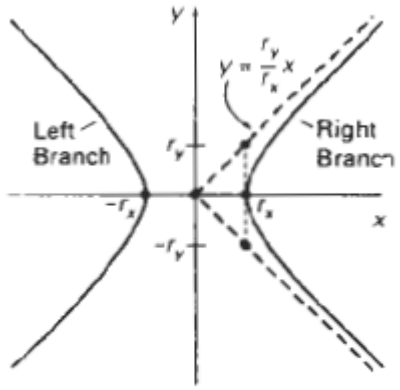


Figure 3-25

با $x \leq -r_1$ انشعاب سمت چپ مشخص می شود و با $x \geq r_x$ انشعاب سمت راست. در بخش ۱۰ ما در مورد کاربردهای گرافیکی کامپیوتری در تصور علمی بحث خواهیم کرد.

۳-۱۰

آشنایی با پیکسل و شکل اشیاء

تا حال فهمیدیم که تعداد خط اسکن و موقعیت پیکسل همراه با خط اسکن در تمامی داده ها مشخص هستند. همانطور که در فصل دوم مشاهده کردیم چندین منبع هماهنگ در ایجاد و مشخص سازی عکس وجود دارد . نوع شیء در یک فرم جهانی ، که به منظور خاصی تعریف می شود ومختصات داده ها برای انتخاب نمایش موقعیت ها تغییر یافته اند . تعریف جهانی اشیاء در مختصات دقیق حالت ما بیان شده است که یک نقطه ظریف ریاضی می باشد. همچنین مختصات پیکسل معرف محلهای مشخص است. اگر بخواهیم شکل معین اشیاءدنیا را مشخص کنیم باید برای نقشه کشی نقاط ریاضی وار در محلهای مشخص پیکسل هزینه صرف کنیم . یک روش برای انجام چنین کاری تنظیم ابعاد اشیاء نشان داده شده برای تشخیص تداخل محلهای پیکسل با اطراف اشیاء است . روش دیگر کشیدن مختصات جهانی در موقعیت های نشان داده شده بین پیکسل ها می باشد که اطراف اشیاء را با چهار چوب پیکسل به جای مرکز پیکسل در یک خط قرار می دهیم.

مختصات صفحه شطرنج

در حالت های مختلف براساس مراکز پیکسل با توجه به خطهای اطراف صفحات افقی و عمودی شطرنجی پیکسل که یکپارچگی را از بین می برد به مختصات شکل نشان داده شده می پردازد (۲۸-۳) . موقعیت مختصات شکل ، مقدار عدد صحیحی است که نشان دهنده تلاقی صفحه شطرنجی بین دو پیکسل است . با توجه به مختصات در قسمت

پایین صفحه ، هر قسمتی از پیکسل می تواند مربوط به کمترین عدد صفحه شطرنجی از گوشه سمت چپ باشد. شکل ۳۰-۳ نشان دهنده این اصل برای ناحیه هشت در هشت ، با یک پیکسل مشخص در مختصات حالت صفحه ای به مختصات (۴،۵) می باشد.

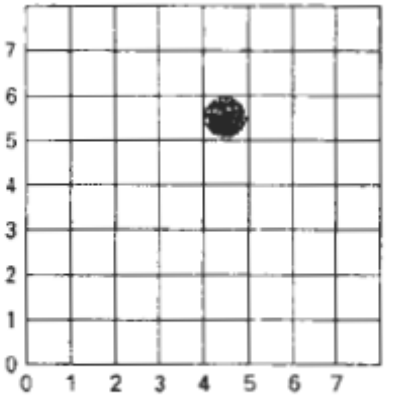


Figure 3-30

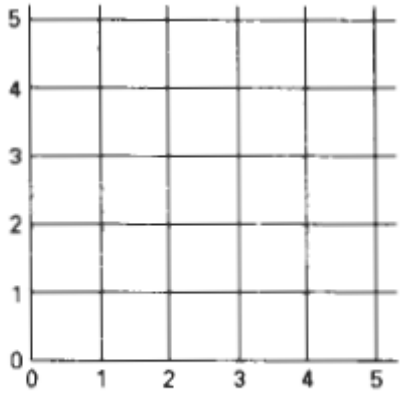


Figure 3-28

در حالت کلی ناحیه پیکسل را با مختصات (x, y) نشان می دهیم به عنوان مربعی واحد که دارای قطری با گوشه های (x, y) و $(x + 1, y + 1)$ است .این طرح پیکسل چندین مزایا دارد : رسیدن به عدد صحیح در نشان دادن اشیاء ، و مراحل الگوریتمی را اسان می کند ابعاد مشخص صفحه پیکسل را نشان می دهد .
الگوریتمی که برای کشیدن خط وایجاد خمیدگی در مراحل قبلی بحث شد هنوز هم برای بیان موقعیت های داده ها به عنوان مختصات صفحه شطرنجی استفاده می شود . پارامترها در این الگوریتم ها به جای اینکه مقدار اختلاف از مراکز پیکسل باشد ، مقدار اختلاف شطرنج های جدا شده است .

ادامه بررسی ویژگی های شکل هندسی اشیاء

وقتی مشخصات هندسی اشیاء را وارد پیکسل می کنیم نکته های دقیق و خط ها را به محلهای مشخص شده ای تغییر می دهیم. اگر بخواهیم اندازه های هندسی اصلی را توسط مختصات داده های شکل ادامه دهیم نیاز به پیکسل با سایز مشخص خواهد بود تا شکل را به نمایش در بیاوریم.
شکل۳۱-۳ نشان دهنده خطی است که در الگوریتم خطی کشیده شده است مثالی از قسمت ۲-۳ برآورد نقاط پایانی خط (۲۰،۱۰) و (۳۰،۱۸) را در حالت دقیق صحفه شطرنجی نشان می دهد و می بینیم که خط نمی تواند حالت (۳۰،۱۸) شطرنجی قبلی را بسط دهد. اگر بخواهیم پیکسل را با مختصات ریاضی (۳۰،۱۸) ترسیم کنیم، همان طوری که در مثال قسمت ۲-۳ بیان شده است خطی را می کشیم که به صورت افقی ۱۱ مربع و۹ مربع عمودی را در بر می گیرد. برای یک خط دقیق $\Delta x = 10$ و $\Delta y = 8$ خواهد بود . اگر بخواهیم پیکسل را از قسمت مرکزی بکشیم باید طول خط نمایشی را با حذف یکی از پیکسل های خط پایان تنظیم کنیم. اگر می خواهیم مختصات را با توجه به اطراف پیکسل ، همانطور که در شکل۳۱-۳ انجام دادیم بکشیم براساس خط داخلی

می کشیم که این پیکسل بین نقاط خط است . برای مثال پیکسل قسمت چپ را در ابعاد (۲۰،۱۰) و پیکسل راست را در ابعاد (۲۹،۱۷) می کشیم . این ترسیم خطی است که همان اندازه هندسی را دارد که مقیاس ریاضی رادر ابعاد (۲۰،۱۰) و (۳۰،۱۸) دارد.

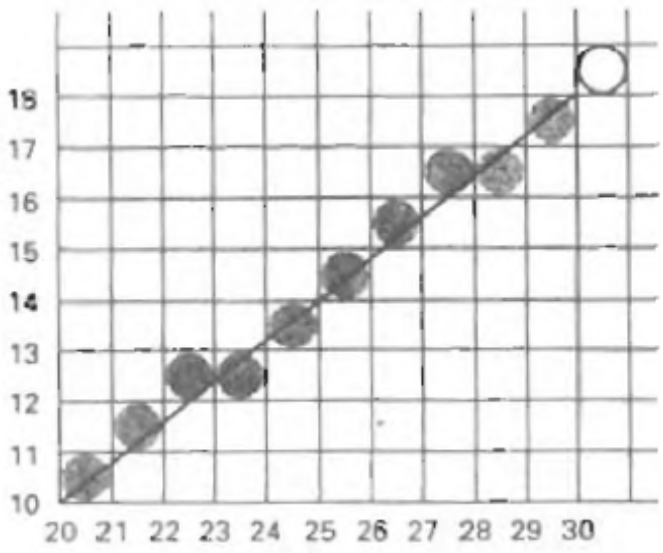


Figure 3-31

در یک محیط بسته داده های هندسی با نمایشی ناحیه ای که در آن پیکسل ها برای اطراف شکل داخلی اند وجود دارند . مستطیل با مختصات رأسها که در شکل ۳۲-۳ نشان داده شده است معین شده است . برای مثال ، وقتی مستطیل طولانی خواهد بود که پر از پیکسل باشد و پیکسلهای خط اطراف عمودهای ویژه ای را بسازند . همانطور که گفته شد ناحیه مستطیل دوازده مربع دارد و همانطور که در شکل ۳۲-۳(b) نشان داده شده است در حدود ۲۰ مربع در خود جای داده است . در شکل ۳۲-۳(c) اندازه های مستطیل مرکزی تنها با نمایش پیکسل های داخلی به وجود آمده است . خط سمت راست داده های مستطیل x=4 است برای کشیدن این خط مختصات شطرنجی پیکسل سمت راست را در x=3 تنظیم می کنیم . پیکسل ها در این قسمتهای عمودی فاصله را از x=4 به x=3 تغییر می دهند و پیکسل بالایی را برای خط y=2 تنظیم می کنیم .

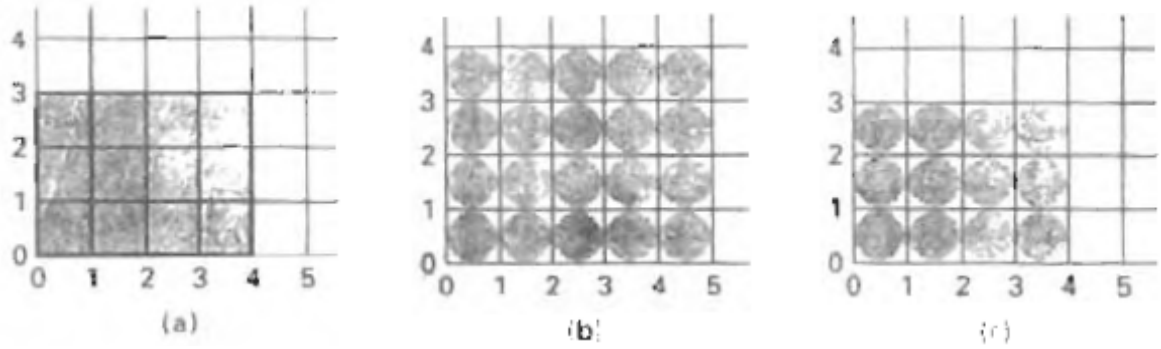


Figure 3-32

این موازنه برای عرض مشخص پیکسل همراه با اطراف شیء باعث تشکیل چند ضلعی هایی می شود ، دایره ای به شعاع ۵ و مرکز (۱۰،۱۰) همانطور که در شکل ۳۳-۳ نشان داده شده است ، با نصف دایره الگوریتم که موقعیت های مختصات شطرنجی در آن استفاده شده است رسم می شود . اما دایره رسم شده قطری به اندازه ۱۱ دارد. مثل شکل

۳-۳۴ برای رسم دایره ای با قطر ۱۰ می توانیم الگوریتم دایره را برای کوتاه کردن خط هر پیکسل استفاده کنیم . برای هر عدد ، هفت عدد متقارن دیگر با کاهش یک از مختصات x و کاهش یک از مختصات y در پیکسل به وجود خواهد آمد . این روش در الگوریتم بیضی برای مشخص کردن نسبت ها در نمایش بیضی استفاده شده است.

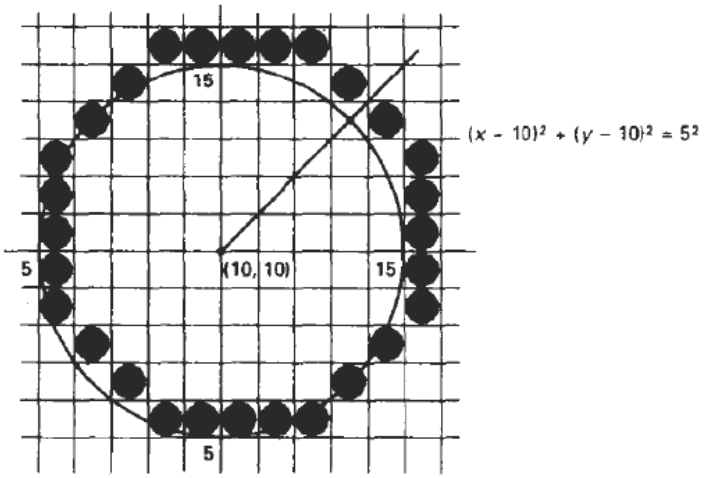


Figure 3-33

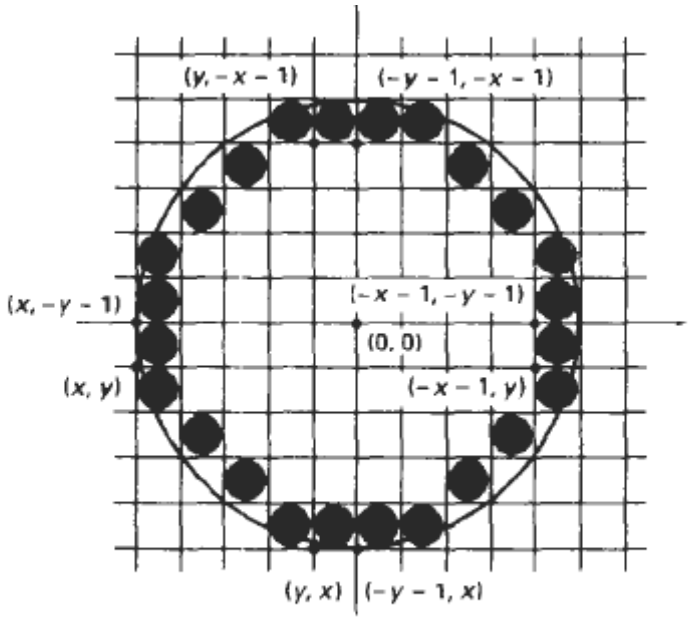


Figure 3-34

۳-۱۱
ناحیه پر شده اولیه

یک استاندارد خروجی های اولیه در بسته های گرافیکی تولیدی ، رنگ ثابت یا ناحیه های چند ضلعی طرح دار می باشد . دیگر ناخیه های اولیه گاهی اوقات در دسترس اند اما چند ضلعی ها برای انجام مراحل آسان تر اند چون که انها شکل های خطی دارند . دو روش اصلی برای پر کردن محلها در سیستم های محل تصویر وجود دارد . یک روش تخمین فاصله های تداخل برای خطهای اسکن است که از محل مورد نظر عبور می کند ، روش دیگر شروع از حالت داخلی و پر کردن سطح از این نقطه هاست تا شرایط خاص مرزی ایجاد شود . روش اسکن خطی در بسته های گرافیکی تولیدی برای پر کردن چند ضلعی ها ، دایره ها، بیضی ها ، و خمیدگی های ساده دیگری استفاده می شود . روش شروع از نقطه های داخلی در شکل های خیلی پیچیده و سیستم های رنگ آمیزی دو سویه استفاده می شود . در قسمت بعدی ، روشهایی برای پر کردن محلهای خاص یاد می گیریم.

الگوریتم پر کردن اسکن خطی چند ضلعی

شکل ۳۵-۳ مرحله اسکن خطی را برای پر کردن سه بعدی محلهای چند ضلعی توضیح می دهد . هر خط اسکن که از چند ضلعی عبور می کند الگوریتم پر کردن نقاط اشتراک اسکن خطی را با لبه های چند ضلعی تعیین می کند . این نقطه های مشترک از چپ به راست مرتب می شوند و هماهنگی موقعیت های چارچوب موقت در حافظه بین هر نقطه مشترک برای رنگ ویژه به وجود می آید . در مثال شکل ۳۵-۳ چهار حالت اشتراک پیکسل با شکلهای چند ضلعی دو ناحیه از پیکسل های داخلی را با مقیاس $x=10$ به$x=14$ و$x=18$ به$x=24$ نشان می دهد.

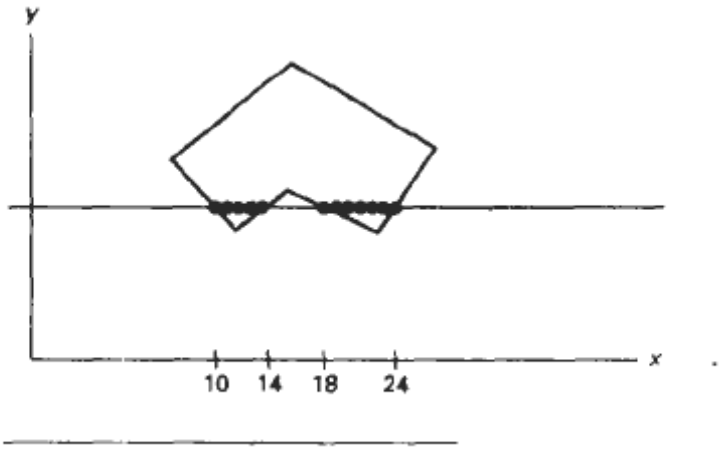


Figure 3-35

چندین نقطه اشتراک اسکن خطی در نوک چند ضلعی نیاز مند مهارت خاص است . اسکن خطی که از نوک چند ضلعی می گذرد دو لبه چند ضلعی را در آن حالت به هم می رساند و دو نقطه به لیست نقاط مشترک اسکن خطی می افزاید . شکل ۳۶-۳ نشانگر دو اسکن خطی در حالتهای y وy' است لبه های نقاط پایانی را به هم می رساند . اسکن خطی y ، پنج لبه چند ضلعی را به هم می رساند. اسکن خط y' با وجود اینکه از چند ضلعی عبور می کند تعدادی از لبه ها را به هم می رساند.

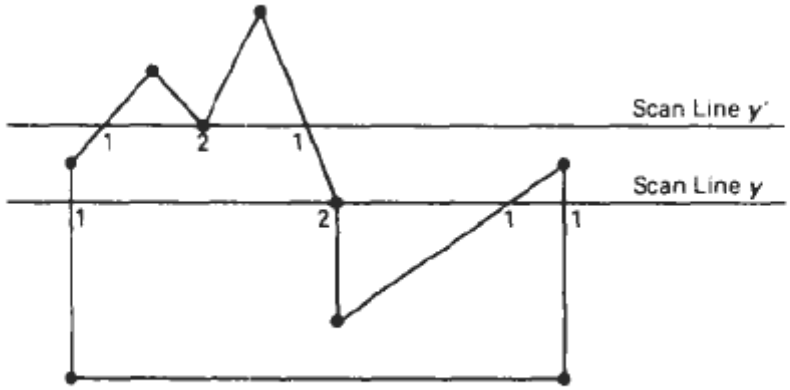


Figure 3-36

نقاط مشترک همراه با'y فاصله های پیکسل داخلی را مشخص می کند. اما در اسکن خطی y چندین مرحله باید انجام شود تا نقاط صحیح داخلی تخمین زده شوند. تفاوت عمده در شکل ۳۶-۳ بین اسکن خطی y و'y با تعیین حالت تداخل لبه هایی که مربوط به اسکن خطی هستند مشخص شده است. در اسکن خطی y ، دو لبه مشترک که چند ضلعی را تقسیم می کنند در جهت مخالف اسکن خطی هستند. اما در اسکن خطی 'y دو لبه مشترک در بالای اسکن خطی قرار گرفته اند . بنابراین فاصله هایی که مراحل پردازش زیادی نیاز دارند آنهایی هستند که لبه های مشترک در جهت مخالف اسکن خطی قرار دارند. این فاصله ها را با ترسیم شکل چند ضلعی در جهت عقربه های ساعت یا برعکس آن مشخص می کنیم و تغییر مناسب در مختصات فاصله y با حرکت از یک لبه به لبه ی دیگر به وجود می آید. اگر مقدار y نقطه پایانی لبه های متوالی کاهش یا افزایش یابد باید فاصله میانی را به عنوان تنها نقطه مشترک هر اسکن خطی که از آن فاصله عبور می کند محاسبه کنیم. در غیر این صورت فاصله تقسیم شده نشانگر کاهش یا افزایش موقت در چند ضلعی خواهد بود و نقاط مشترک دو لبه با اسکن خطی که از فاصله ها عبور کرده اند می توانند به لیست نقاط مشترک اضافه شوند .

یک روش برای جواب به این سوال که فاصله به عنوان یک یا دو نقطه مشترک حساب می شود این است که بعضی لبه های چند ضلعی را برای تقصیم فاصله ها کوتاه کنیم که به عنوان یک نقطه مشترک حساب می شود . می توانیم لبه های غیر افقی یک طرف چند ضلعی را چه بر اساس عقربه های ساعت یا برعکس آن بررسی کنیم.
وقتی که هر لبه را محاسبه می کنیم باید تخمین بزنیم که آیا هر لبه و لبه غیر افقی نزدیک به آن مقدار y افزایشی یا کاهشی در نقطه پایانی دارد یا نه. اگر این چنین باشد پایین ترین لبه باید کوتاه شود تا تنها نقطه اشتراک که در اسکن خطی تولید شده دو لبه را در فاصله عادی به هم برساند . شکل۳۷-۳ نشان دهنده کوتاه کردن لبه است وقتی که y نقطه پایانی هر دو لبه افزایش می یابد مقدار y نقطه بالایی در لبه به اندازه ۱ کاهش می یابد (شکل ۳۷(a)-۳) . وقتی که مقدار y نقطه پایانی به طور یکنواخت افزایش یابد شکل۳۷(b)-۳ . مختصاتy نقطه بالایی لبه را کاهش می دهیم.

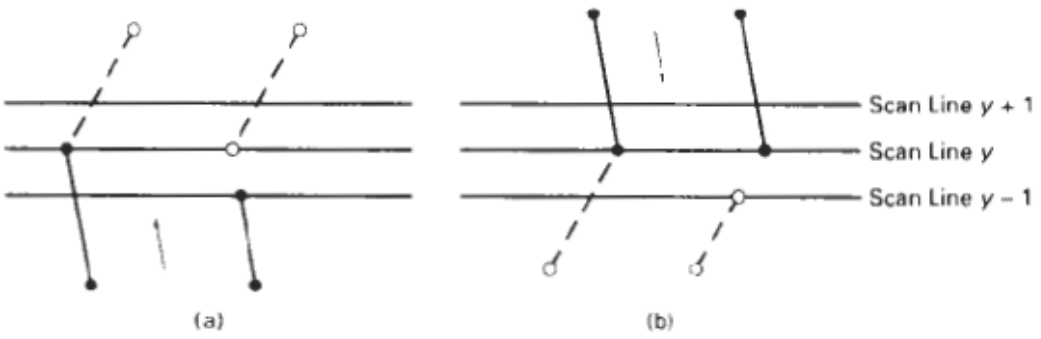


Figure 3-37

محاسبه در تبدیل اسکن و الگوریتم های گرافیکی دیگر مزایای پدیده های مختلف منسجم را در بر خواهد داشت که نمایش داده می شود . منظور از منسجم این است که پدیده های یک قسمت از صفحه به پدیده هـای قسـمت هـای دیگر مربوط هستند بنابراین از ارتباط متقابل برای کم کردن پردازش می توان استفاده کرد . روشهای منسجم گاهی شامل محاسبات افزاینده ای هستند که همراه با اسکن خطی یا بین خطهای اسکن متوالی اسـت . در تخمـین نقـاط مشترک لبه محاسبات مختصات افزاینده همراه با هر لبه با توجه به دامنه لبه از یک صفحه به صفحه ی دیگر انجـام می گیرد. شکل۳۸-۳ نشان دهنده دو خط صفحه پی در پی است که از لبه چپ شکل هندسـی مـی گـذرد . دامنـه خط مرزی شکل هندسی با توجه به مختصات نقاط مشترک اسکن خطی بیان می شود :

$$m = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \qquad (3\text{-}58)$$

چون که تغییر در مختصات y بین خط های دو صفحه چنین بیان می شود :

$$y_{k+1} - y_k = 1 \qquad (3\text{-}59)$$

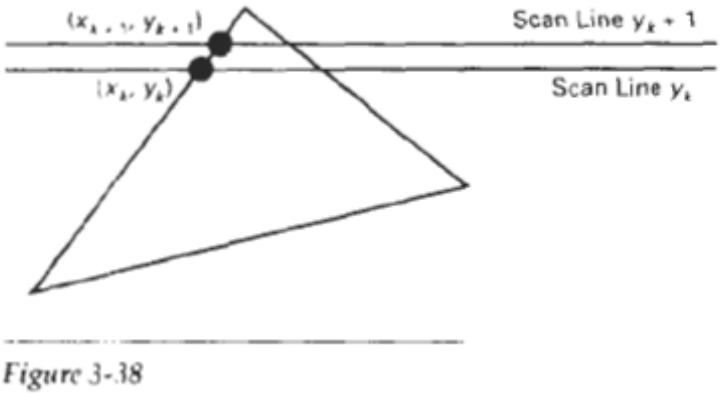


Figure 3-38

نقاط مشترک x با مقیاس x_{k+1} در خط اسکن بالایی از مقیاس xk در خط اسکن قبلی محاسبه می شود

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \qquad (3\text{-}60)$$

میزان هر x متوالی با اضافه کردن معکوس دامنه و رسیدن به عدد صحیح ممکن محاسبه می شود . عمل متقارن الگوریتم پر کردن ، همان تعیین هر خط اسکنی است که چند ضلعی را تقسیم می کند . محاسبات نقاط مشترک لبه مستقلا" انجام می گیرد . هر لبه ای با دامنه m ، نقطه مشترک xk برای خط اسکن k بالای اسکن خطی داخلی به صورت زیر محاسبه می شود .

$$x_k = x_0 + \frac{k}{m} \qquad (3\text{-}61)$$

در الگوریتم پر کردن متوالی ، ارزش افزاینده x به مقدار 1/m همراه لبه می تواند با عمل تداخل انجام گیرد که دامنه m نسبی دو تداخل هست:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

که Δx و Δy تفاوتهایی هستند که بین x نقطهء پایانی لبه و مختصات y وجود دارند .بنابراین محاسبات افزایندهء x همراه لبه برای اسکن متوالی به صورت زیر است.

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\Delta x}{\Delta y} \qquad (3\text{-}62)$$

با استفاده از این معادله می توان مقدار داخلی x را با رساندن شمارشگر به صفرنمایش داد ، سپس افزایش شمارشگر به ارزش Δx هر زمانی به اسکن خطی جدید می رسیم . هر وقت که مقدار شمارشگر به میزان Δy یا بیشتر از آن می رسد مقدار x موجود را به اندازه یک افزایش می دهیم و شمارشگر را به مقدار Δy کاهش می دهیم . این مرحله معادل محاسبه داخلی و قسمتهای کسری برای x و ارزش افزاینده قسمت کسری است تا اینکه به مقدار داخلی بعدی برسیم .

یک مثال از ارزش افزاینده داخلی ، لبه ای را با دامنه m=7.3 در نظر می گیریم .

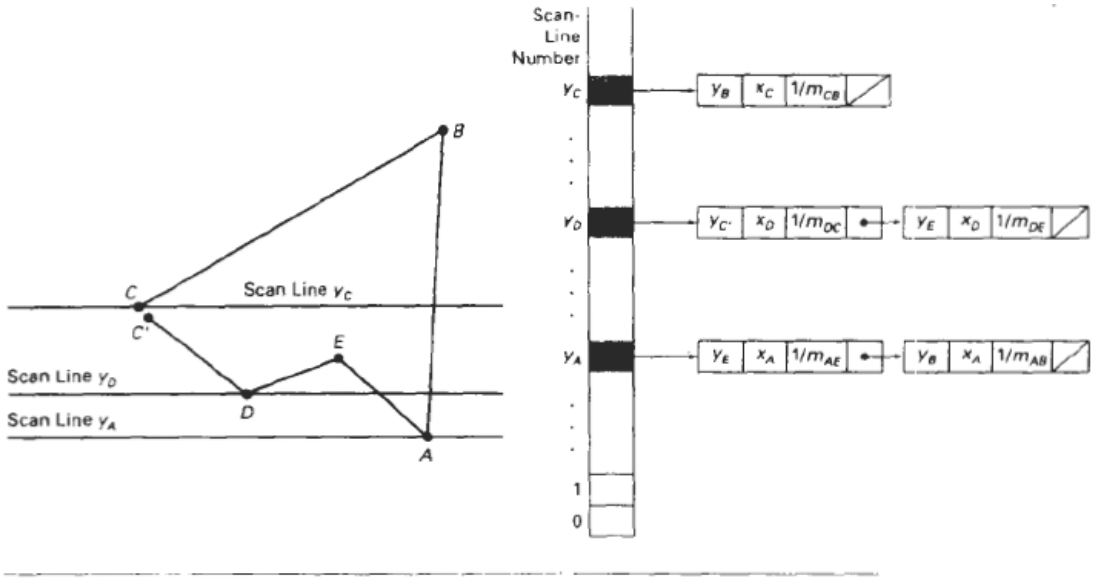


Figure 3-39

در خط اسکن اولیه شمارشگر را به صفر می رسانیم و ارزش افزاینده را به ۳ . به اسکن خطی دیگر در امتداد این لبه می رویم ، شمارشگر پی درپی اعداد 3,6,9 را نشان می دهد در سومین اسکن خط بالای اسکن خطی اولی حالا شمارشگر بیش از ۷ را نشان می دهد . بنابراین مختصات x منهای نقاط مشترک رابه اضافه یک می کنیم .و شمارشگر را بر روی 2=7-9 تنظیم می کنیم بر آورد نقاط مشترک اسکن خطی را بدین صورت ادامه می دهیم تا به نقطه پایانی لبه بالا می رسیم . این چنین محاسبات را برای بدست آوردن نقاط مشترک لبه هایی با شیب منفی انجام می دهیم .

می توانیم نزدیکترین x نقاط مشترک پیکسل را بدست آوریم بدون نیاز به کوتاه کردن که حالتهای عدد صحیح با تعریف الگوریتم نقاط مشترک لبه حاصل می شود بنابراین ارزش افزوده به نسبت $\Delta y/2$ است . با افزایش شمارشگر به اندازه $2\Delta x$ در هر قسمت و مقایسه ارزش افزوده با Δy عدد صحیح بدست می آید. در مثال قبلی m=7.3 شمارشگر برای خط های اسکن اولیه در بالای خط اسکن قبلی لبه نشان دهنده ۶ و۱۲ (منهای ۲) ۴ و۱۰ (منهای ۴) ۲ و۸ (منهای ۶) ۰ و۶ و۱۲ (منهای ۲) است . حالا x با اسکن خطهای ۴،۲،۶ و۹ ... بالای اسکن خطی اولیه لبه افزایش می یابد . محاسبات دیگر برای هر لبه $2\Delta x = \Delta x + \Delta x$ and $2\Delta y = \Delta y + \Delta y$ هستند .

برای نمایش بهتر پر کردن چند ضلعی ابتدا اطراف چند ضلعی را با لبه های مرتب شده مشخص می کنیم که این نیاز مند اطلاعات کافی برای اسکن خطی است. در فرآیند لبه ها چه در جهت عقربه های ساعت و چه برعکس ، آنها را پی در پی مرتب می کنیم ، هر لبه به اندازه کوچکترین yخواهد بود . فقط لبه های غیر افقی در بین لبه های جدول بندی قرار می گیرند . وقتی لبه ها مرتب می شوند می توانیم لبه های خاصی را کوتاه تر کنیم تا به سوال نقاط مشترک پاسخ داده باشیم . هر عدد در جدول دارای بیشترین y برای لبه وx های منفی برای لبه و معکوس شیب لبه . در هر اسکن خطی لبه ها از چپ به راست کوتاه تر می شوند.

ماچند ضلعی ها را از قسمت پایینی با سمت بالای شکل پویش خطی می کنیم،در اینکار یک لیست بنام active edge که شامل نقاط روبه روی هم حاشیه های شکل است ایجاد می شود. برای انجام محاسبات لبه ها بهتر است که مقادیر Δx وΔy را در جدولی به نام جدول لبه لبه ها ذخیره کنیم؛برای اینکه مطمئن شوید نقاط داخلی چندضلعی های خاص را به درستی رنگ می کنید می توانید مباحث قسمت ۱۰-۳ را در کار خود اعمال کنید.

در هر پویش خطی ما رنگ کردن را از سمت چپ ترین پیکسل تا یکی مانده به سمت راست ترین پیکسل پر می کنیم وپس از اینکه هر خط کامل شد در دسگاه مختصاتی که شکل بر روی آن قرار گرفته بود یک واحد از مقدار y کم می کنیم؛ این روش تضمین می کند که هیچ کدام از پیکسل ها روی هم نمی افتند و دو بار رنگ نمی شوند.

در این قسمت روالی را که در آن اول مختصات لبه ها ذخیره شده سپس پویش خطی از چپ به راست انجتم می شود را مشاهده می کنید

```
#include "device.h"

typedef struct tEdge {
  int yUpper;
  float xIntersect, dxPerScan;
  struct tEdge * next;
} Edge;

/* Inserts edge into list in order of increasing xIntersect field. */
void insertEdge (Edge * list, Edge * edge)
{
  Edge * p, * q = list;

  p = q->next;
  while (p != NULL) {
    if (edge->xIntersect < p->xIntersect)
      p = NULL;
    else {
      q = p;
      p = p->next;
    }
  }
  edge->next = q->next;
  q->next = edge;
}

/* For an index, return y-coordinate of next nonhorizontal line */
int yNext (int k, int cnt, dcPt * pts)
{
  int j;

  if ((k+1) > (cnt-1))
    j = 0;
  else
    j = k + 1;
  while (pts[k].y == pts[j].y)
    if ((j+1) > (cnt-1))
      j = 0;
    else
```

```
      j++;
  return (pts[j].y);
}

/* Store lower-y coordinate and inverse slope for each edge.  Adjust
   and store upper-y coordinate for edges that are the lower member
   of a monotonically increasing or decreasing pair of edges */
void makeEdgeRec
  (dcPt lower, dcPt upper, int yComp, Edge * edge, Edge * edges[])
{
  edge->dxPerScan =
    (float) (upper.x - lower.x) / (upper.y - lower.y);
  edge->xIntersect = lower.x;
  if (upper.y < yComp)
    edge->yUpper = upper.y - 1;
  else
    edge->yUpper = upper.y;
  insertEdge (edges[lower.y], edge);
}

void buildEdgeList (int cnt, dcPt * pts, Edge * edges[])
{
  Edge * edge;
  dcPt v1, v2;
  int i, yPrev = pts[cnt - 2].y;

  v1.x = pts[cnt-1].x; v1.y = pts[cnt-1].y;
  for (i=0; i<cnt; i++) {
    v2 = pts[i];
    if (v1.y != v2.y) {                /* nonhorizontal line */
      edge = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
      if (v1.y < v2.y)                 /* up-going edge      */
        makeEdgeRec (v1, v2, yNext (i, cnt, pts), edge, edges);
      else                             /* down-going edge    */
        makeEdgeRec (v2, v1, yPrev, edge, edges);
    }
    yPrev = v1.y;
    v1 = v2;
  }
}

void buildActiveList (int scan, Edge * active, Edge * edges[])
{
  Edge * p, * q;

  p = edges[scan]->next;
  while (p) {
    q = p->next;
    insertEdge (active, p);
    p = q;
  }
}

void fillScan (int scan, Edge * active)
{
  Edge * p1, * p2;
  int i;

  p1 = active->next;
  while (p1) {
    p2 = p1->next;
```

```
    for (i=p1->xIntersect; i<p2->xIntersect; i++)
      setPixel ((int) i, scan);
    p1 = p2->next;
  }
}

void deleteAfter (Edge * q)
{
  Edge * p = q->next;

  q->next = p->next;
  free (p);
}

/* Delete completed edges. Update 'xIntersect' field for others */
void updateActiveList (int scan, Edge * active)
{
  Edge * q = active, * p = active->next;

  while (p)
    if (scan >= p->yUpper) {
      p = p->next;
      deleteAfter (q);
    }
    else {
      p->xIntersect = p->xIntersect + p->dxPerScan;
      q = p;
      p = p->next;
    }
}

void resortActiveList (Edge * active)
{
  Edge * q, * p = active->next;

  active->next = NULL;
  while (p) {
    q = p->next;
    insertEdge (active, p);
    p = q;
  }
}

void scanFill (int cnt, dcPt * pts)
{
  Edge * edges[WINDOW_HEIGHT], * active;
  int i, scan;

  for (i=0; i<WINDOW_HEIGHT; i++) {
    edges[i] = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
    edges[i]->next = NULL;
  }
  buildEdgeList (cnt, pts, edges);
  active = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
  active->next = NULL;

  for (scan=0; scan<WINDOW_HEIGHT; scan++) {
    buildActiveList (scan, active, edges);
    if (active->next) {
      fillScan (scan, active);
      updateActiveList (scan, active);
      resortActiveList (active);
    }

  }
  /* Free edge records that have been malloc'ed ... */
}
```

پیدا کردن نقاط داخلی و خارجی:

الگوریتم Area-filling ودیگر پردازش های گرافیکی به تعریف اینکه کدام ناحیه از شکل خارجی یا داخلی محسوب می شوند نیاز دارند.

بنابراین ما در این قسمت فقط در مورد چند ضلعی های استاندارد بحث می کنیم.

در علم هندسه ی بنیادی چندضلعی به شکلی اطلاق می شود که دارای دارای پیچ خوردگی داخلی نباشد. مثلث ها مستطیل ها پنج ضلعی ها و ستاره ها مثال هایی از چند ضلعی های استاندارد هستند. در این شکل ها لبه ها به غیر از راسها هیچ نقطه ی اتصال دیگری با یکدیگر ندارند و نقاط داخلی برای این اشکال عموما یک مسیر سر راست است.

اما در بیشتر کاربردهای گرافیکی ما می توانیم قسمت خاصی ازشکل را بـرای رنـگ کـردن انتخـاب کنیم مانند شکل هایی که در قسمت ۴۰-۳ مشاهده می کنید.
در این شکلها انتخاب نقاط داخلی و خارجی همیشه یک طور نیست.
در بسته های گرافیکی معمولی از دو قانون فرد- زوج یا اعداد چرخشی غیر صفر برای تعریف نقـاط داخلی و خارجی اشکال استفاده می شود.
قانون فرد- زوج که گاهی به آن توازن فرد یا قانون زوج-فرد نیز گفته می شود به روش زیر بر شکل اعمال می کنیم:
یک خط مستقیم را در ذهن خود تصور کنید که دو نقطه ی خـارج از شـکل کـه در دو طـر ف آن قرار دارند را به هم وصل می کند این خط در طی عبور خود از شکل ،با ضلع ها برخـورد مـی کنـد این برخوردها راشماره گذاری کنید و قـانون را اینگونـه اعمـال کنیـد کـه برخـورد اول شـماره ی۱ وبرخورد دوم شماره ی ۲ به همین ترتیب ادامه دهید تا به نقطهی دوم که مقصد ما بود برسیم بعـد از انجام اینکار رنگ کردن شکل بدین ترتیب صورت می گیرد :
ناحیه ی بعداز خط ۱ تا رسیدن به خط ۲ طول خط داخلی محسوب شده و رنگ آمیزی مـی شـود واز خط ۲ تا رسیدن به خط ۳ طول خط خارجی محسوب شده و رنگ آمیزی نمی شود با ادامـه ی این روند قدم به قدم رنگ آمیزی شکل تمام می شود. نواحی داخلی و خارجی شکل (a)۴۰-۳ بـه روش قانون فرد – زوج مشخص شده است.
روش دیگر برای تعریف نقاط داخلی روش اعداد چرخشی غیر صفر است که تعداد دفعـاتی کـه لبـه های چند ضلعی حول نقطه ای خاص در جهت سـاعتگرد گـردش مـی کنـد ایـن تعـداد دفعـات را winding number می نامیم (که از این به بعد با wn نشان می دهیم) و نقاط داخلی در اشکال دو بعدی به وسیله ی مقدار wn توصیف می شوند.
قاعده ی اعداد چرخشی غیر صفر به صورت زیر اعمال می شود:
در ابتدای کارمقدار wn را را صفر می کنیم سپس خطی مسـتقیم را از نقطـه ی P بـه نقطـه ای دیگرتصور می کنیم که این خط نباید از رئوس شکل بگذرد سپس از نقطه ی p در طول ایـن خـط شروع به حرکت می کنیم و تعداد لبه هایی که خط مفروض از آن ها عبور می کند را می شماریم و بهwn یک واحد را اضافه می کنیم اگر از راست به چپ از لبه ی چندضلعی عبـور کـرده باشـیم و برعکس یک واحد ازwn کم می کنیم ، اگر از چپ به راست از لبه ی شکل عبر کـرده باشـیم و در آخر کار اگر مقدارwn صفر باقی مانده بود نقطه ی مورد نظر داخلی و اگر wn غیر صفر بود نقطه ی مورد نظر خارجی محسوب می شود.نواحی داخلی و خارجی شکل(b)۴۰-۳ به روش قانون اعداد چرخشی غیر صفر ایجاد شده است.

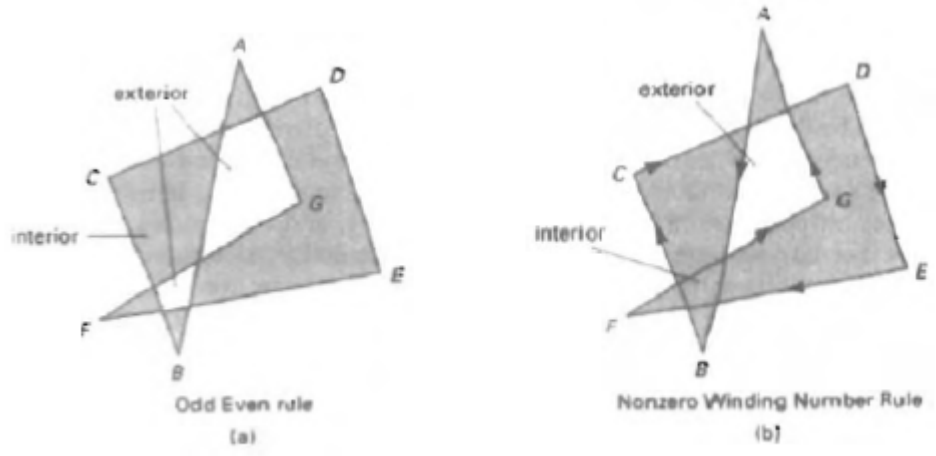


Figure 3-40

می توان گفت برای چند ضلعی های استاندارد و دیگر شکل های ساده نتیجه ی اعمال هر دو قانون فرد- زوج و اعدادچرخشی غیر صفر یکسان است ولی برای شکل هـای پیچیـده ای ماننـد شـکلهای ارائه شده در قسمت ۴۰-۳ مشاهده می کنید که اعمال این دو قانون نتایج یکسانی نداشته است.

یک روش برای مشخص کردن جهت عبور از لبه ها استفاده از ضرب برداری دو بردار است که یکـی از آن ها در طول خطی که از نقطه یp شروع شده بود بنام بردار U و دیگری روی لبه ای که مـی خواهیم از آن عبور کنیم بنام بردار E در نظر گرفته می شوند. و z را اندازه ی U×E مـی گیـریم ،حال اگر z مثبت بود جهت شکست یا عبور از راست به چپ بوده است وبایـد بـه wn یـک واحـد اضافه شود و اگر مقدار z منفی بود جهت شکست از چپ به راست بوده و از مقدار wn یـک واحـد کم می کنیم. همچنین قابل ذکر است که طول بـردار مفـروض E کـه ابتـدای آن نقطـه ی $\mathbf{V}_A$ و انتهای آن نقطه ی $\mathbf{V}_B$ است از تفاضل نقاط ابتدا و انتهای آن بدست می آید

$$\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{V}_B - \mathbf{V}_A$$

روش مشابه دیگر برای تعیین جهت خطوط شکست استفاده از ضـرب نقطـه ای بردارهـا بـه جـای ضرب برداری آن ها است ، که به روش زیر اعمال می شود:

بردار U را طوری در نظر می گیریم که اگر از نقطه ی P به آن نگاه کنیم جهتش از سـمت راسـت به چپ باشد ومختصـات آن را(u_x, u_y) قـرار مـی دهـیم ، میـدانیم کـه بـردار عمـود بـر U دارای مختصات $(-u_y, u_x)$ است که آنرا V می نامیم؛ اگر حاصلضرب نقطه ای بردارV وبرداری که روی لبه ی شکل در نظر گرفته ای م مثبت بود جهت شکست از راست به چپ بوده و بهwn یک واحـد اضافه می کنیم ،در غیر اینصورت جهت شکست از چپ به راسـت بـوده و بایـد از wn یـک واحـد کاسته شود.

برخی از برنامه های گرافیکی از قانون اعدادچرخشی غیر صفر برای کامل کردن نواحی که قرار است پر شوند استفاده می کنند،چرا که این روش از قانون فرد و زوج روشن تر است.
معمولا اشیا توسط تعدادی راسهای پراکنده یا مجموعه ای منحنی های بسته ی پراکنده تعریف می شوند و جهت مشخص شده برای هر مجموعه می تواند برای تعریف نواحی داخلی آن استفاده شود.
برای مثال کاراکتر ها ،حروف الفبا و سمبل های تاکیدی دوایر و بیضی های هم مرکز از این جمله اشیا هستند.
برای خطوط منحنی جهت تشخیص بخش های درونی در مسیر های منحنی به جای یافتن لبه های درونی از روش فرد_زوج استفاده می شود ،به طور مشابه با استفاده از قانون اعداد چرخشی غیر صفر نیاز به محاسبه ی بردارهای تانژانتی در نقاط تلاقی بخش های درونی هستیم.
روش پر کردن قسمت های حاشیه ای منحنی با استفاده از خطوط پویش:
عموما پر کردن مناطقی با حواشی منحنی توسط خطوط پویش نیاز به کار بیشتری نسبت به پر کردن چند ضلعی دارد چرا که محاسبه بخش های درونی در این حالت شامل حواشی غیر خطی است. برای یک منحنی ساده متنند دایره یا بیضی ایجاد خطوط پویش پردازش ساده ای است؛ زیرا ما فقط نیاز به محاسبه ی دو خط پویش دو بخشی داخلی قرینه ی هم هستیم، این کار شبیه ایجاد لیستی از مکان های پیکسلها در امتداد حواشی منحنی است که با روش نقطه ی میانی قابل انجام است.

بنابراین می توانیم به سادگی پیکسلهای افقی حد فاصل بین نقاط مرزی روبروی هم منحنی را پر کنیم. ایجاد تقارنهای ۱/۴ و ۱/۸ برای دوایر برای کاهش محاسبه ی حاشیه ها استفاده می شود. روش های مشابهی نیز برای ایجاد نواحی پر برای منحنی ها استفاده می شود، برای مثال همانطور که در شکل ۴۱-۳ نشان داده شده است یک نیم دایره ی بیضوی با این روش پر می شود. بخشهای داخلی توسط قسمتی از بیضی و خطی که ابتدا وانتهای نیم دایره را به هم متصل کرده احاطه شده است. محاسبات تقارنی و افزایشی هنگامی که امکان کم کردن محاسبات وجود داشته باشد ،بکار می رود.

الگوریتم Boundary- Fill

روش دیگر برای پر کردن نواحی داخلی این است که از نقطه ای داخل شکل شروع به پر کردن شکل کنیم تا اینکه به حاشیه ی شکل برسیم.در این روش رنگ تمام نقاط داخلی با رنگ مخصو حاشیه مقایسه می شود که اگر مخالف بود آن نقطه داخلی محسوب شده و رنگ می شود.
این روش برای بسته های گرافیکی تعاملی روش بسیار مفیدی است وقتی نقاط داخلی به آسانی انتخاب میشوند.
با استفاده از جداول گرافیکی و دیگر وسایل جالب دیگر یک هنر مند یا طراح می تواند شکل مورد نظر خود را با هر الگویی به راحتی رنگ آمیزی کند.

میتوانیم حاشیه ها را نیز همرنگ نقاط داخلی رنگ آمیزی کنیم.

ورودی های تابع استفاده شده در این الگوریتم یک نقطه داخلی (x,y) یک رنگ بـرای بخشـهای داخلی و رنگ دیگر برای حاشیه ی شکل می باشد.

در شکل ۴۲-۳ دو شکل را که با این روش پرشده اند را مشاهده می کنید.

در شکل ۴۳-۳ دو روش پردازش برای انکه نقاط داخلی درست تشخیص داده شوند را می بینیم در شکل (a)۴۳-۳ نقطه ی مورد نظر و چهار منقه ی اطراف آن کـه در بـا لا ،پـایین ،چـپ و راسـت آننقطه قرار دارند مشاهده می شود که این روش چهار اتصـالی نـام دارد ودر شـکل (b)۴۳-۳ کـه روش هشت اتصالی نام دارد گوشه های کناری نیز برای تست کردن در نظر گرفته می شوند.

در شکل ۴۴-۳ که با روش ۴ اتصالی به طور ناقص پر شده است نیاز به اسـتفاده از روش ۸ اتصـالی کاملا مشهود است.

Figure 3-41

Figure 3-42

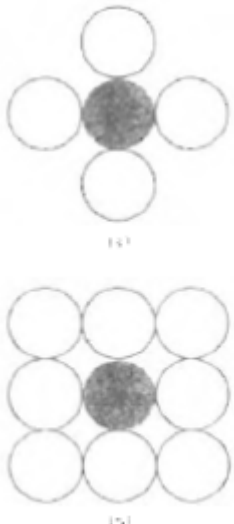


Figure 3-43

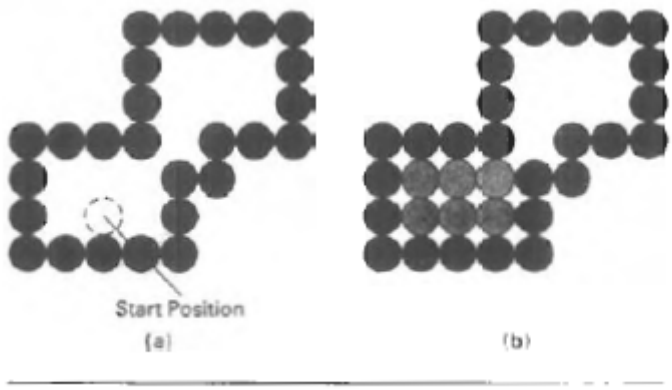


Figure 3-44

تابع زیر یک روش بازگشتی برای پر کردت به روش ۴ طرفه با رنگ مشخص شده توسط پارامتر fill به سمت رنگ مشخص شده برای حاشیه ها توسط پارامتر Boundary fill را نشان میدهد. ما می توانیم این تابع را با اضافه کردن ۴ خط دیگر برای تست نقاط مورب مثل ($y+1$ و$x+1$) به تابع ۸ طرفه گسترش دهیم.

```
void boundaryFill4 (int x, int y, int fill, int boundary)
{
  int current;

  current = getPixel (x, y);
  if ((current != boundary) && (current != fill)) {
    setColor (fill);
    setPixel (x, y);
    boundaryFill4 (x+1, y, fill, boundary);
    boundaryFill4 (x-1, y, fill, boundary);
    boundaryFill4 (x, y+1, fill, boundary);
    boundaryFill4 (x, y-1, fill, boundary);
  }
}
```

الگوریتم بازگشتی پرکردن بر اساس حاشیه ها؛ در صورتی که برخی از پیکسل ها ی درونی خودشان همرنگ رنگی که قرار است با آن پر شود، باشند درست کار نکند، این به دلیل این است که الگوریتم ، پیکسلها را از دو نظر همرنگ بودن با رنگ حاشیه و رنگی که قرار است شکل با آن پر شود مقایسه را انجام می دهد.

برخورد با پیکسل همرنگ با رنگ پر کننده ی شکل می تواند باعث خارج شدن از حلقه ی بازگشتی و خاتمه ی تابع شود با وجو اینکه برخی از نواحی داخلی رنگ نشده باقی مانده اند.

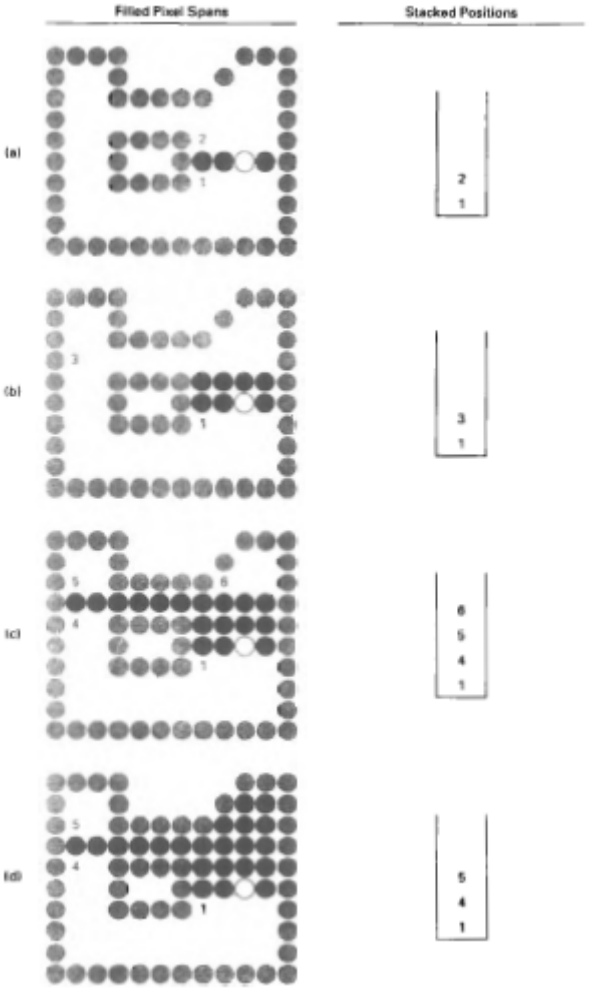
برای جلوگیری از این امر ما ابتدا تمام پیکسل های داخلی را که همرنگ با رنگ پر کننده ی شکل می باشد را را تغییر داده سپس الگوریتم پر کردن بر اساس حاشیه ها را اعمال می کنیم.

نواحی حاشیه ای با Border color رنگ می شوند و می توانیم برای هر مرحلـه ایـن رونـد را تکرا کنیم.

یک مثال دیگر برای پر کردن شکلها در شکل ۴۵-۳ شرح داده می شود.

برای پویش خطی کامل اول از نقطه ی شروع به سمت بالای شکل و بعد از تکمیل کار از نقطـه ی شروع مفروض به سمت پایین شکل پویش خطی را انجام می دهیم.

سمت چپ ترین پیکسل در خط افقی را انتخاب کرده و از چپ به راست پویش خطی را انجـام مـی دهیم مانند شکل a ۵۴-۳ در این شکل بعد از پر کردن نقطه نشان داده شده شروع بـه پـر کـردن منطقه ی ۱و۲ در پویش بعدی می کنیم که در پایین و بالای نقطه ی نشان داده شده هستند ؛ بعد از اینکه خطی که هز نقطهی ۲ شروع می شـد پـر شـد از نقطـه ی شـماره ی۳ در شـکل b ۵۴-۳ پویش بعدی را آغاز می کنیم تا اینکه خط به حاشیه ی شکل برسد، در شکل c ۴۵-۳ خط پـویش کامل نشان داده شده است ودر شکل d ۴۵-۳ ناحیه ی راست در بالای خط سوم پـر مـی شـود در ادامه ی روند به نقاط ۴ و ۵ جهت ادامه ی پویش هدایت مـی شـویم و پـویش خطـی را در جهـت پایین تا اتمام رنگ کردن شکل ادامه می دهیم.



شکل ۳-۴۵

الگوریتم Flood- Fill :

در رنگ کردن اشکال دو حالت وجود دارد یکی اینکه رنگ قبلی شکل را تغییر دهیم یا اینکه شـکل از ابتدا رنگی ندارد و شروع به رنگ آمیزی آن می کنیم ، در این کار همیشه یـک نقطـه ی داخلـی شکل را انتخاب کرده و طبق الگوریتم زیر شروع به رنگ آمیزی شکل می کنیم

```
void floodFill4 (int x, int y, int fillColor, int oldColor)
{
  if (getPixel (x, y) == oldColor) {
    setColor (fillColor);
    setPixel (x, y);
    floodFill4 (x+1, y, fillColor, oldColor);
    floodFill4 (x-1, y, fillColor, oldColor);
    floodFill4 (x, y+1, fillColor, oldColor);
    floodFill4 (x, y-1, fillColor, oldColor);
  }
}
```

قسمت ۳-۱۲

توابع Fill-Area :

برای پر کردن چند ضلعی ها در بسته های گرافیکی PHIGS وGKS تابع زیر را فراخوانی می کنیم

```
fillArea (n, wcVertices)
```

این تابع برای رنگ کردن شکل ها یخمیده و زاویه دار استفاده نمی شود اجرای این تابع به این بستگی دارد که کدام منطقه از چند ضلعی را داخلی یا کدام منطقه را خارجی محسوب کنیم که الگوریتم اینکار قبلا توضیح داده شده است.

ما می توانیم برای مشخص شدن شکل فقط حاشیه های آن را رنگ آمیزی کنیم و یا اینکه تمام شکل را به صورت یک ناحیه ی رنگ شده نشان دهیم.

برای یک دست رنگ کردن شکل از الگوریتم های خطوط پویش استفاده می کنیم.

ویژگی های خاص و قابل دسترس رنگ کردن اشکال در بسته های گرافیکی PHIGS در فصل های بعدی بحث می شود.

4

صفات عناصر پایه ی خروجی

عموما هر پارامتری که به طریقی بر نمایش داده شدن یک عنصرپایه تاثیر می گذارد بنام پارامتر صفت در نظر گرفته می شود. برخی پارامترهای صفت مثل رنگ و اندازه ومشخصات اصلی یک پارامتر را تعیین می کنند . دیگر پارامترها تعیین میکنند که چگونه عنصر پایه باید تحت شرایط خاصی نمایش داده می شود .

مثالهای عناصر پایه در این رده شامل اطلاعات عمق برای ملاحظه سه بعدی و مرئی بودن یا گزینه قابلیت آشکارسازی برای برنامه های متعامل انتخاب شیء می باشد . این صفات خاص وضعیت در فصلهای بعدی مورد توجه قرار می گیرند. ما در اینجا فقط آن صفاتی را مد نظر قرار می دهیم که مشخصات اصلی نمایش عناصر پایه را بدون توجه به وضعیتهای خاص کنترل می کنند. مثلاّ خطوط می توانند فلش مانند یا نقطه چین – نازک یا ضخیم و آبی یا نارنجی باشند. منطق با یک رنگ و برخی با الگویی چند رنگه پر می شوند . متن می تواند از چپ به راست خوانده شود یا بصورت مورب عرضی در عرض اسکرین باشد یا بصورت ستونهای عمودی باشد .کاراکترهای منفرد در فونتهای مختلف ،رنگهای مختلف نمایش داده می شوند و می توانیم تغییرات شدت را در لبه های اشیاء بکار ببریم تا اثر پلکانی طرح مستطیلی شکل از خطوط را نرم کنیم .

یک راه تلفیق کردن گزینه ها درون بسته گرافیکی شامل گسترش دادن لیست پارامتر همراه با هر کارکرد عناصر پایه است تا شامل صفات مناسب باشد مثلاّ کارکرد رسم کردن خط می تواند حاوی پارامترهایی برای گذاشتن مشخصات رنگ و عرض و دیگر مشخصات باشد علاوه بر این آنها را نسبت به مختصات نقطه انتهایی نشان می دهد.

رهیافت دیگر شامل حفظ یک لیست مقادیر صفت کنونی می باشد . سپس کارکرد های جداگانه را در بسته گرافیکی شامل می شوند تا مقادیر حاضر در لیست صفت لحاظ شوند. برای ساختن یک عنصر پایه خروجی ،سیستم ،مربوطه را چک می کند و مسیر را برای آن عنصر پایه با استفاده از محیطهای کنونی صفت نسبت می دهد.

برخی بسته ها ترکیبی از کارکرد های صفت و پارامترهای صفت را در دستورات عنصر پایه خروجی فراهم می کنند . با استانداردهای GKS وPHIGS محیطهای صفت با کارکرد های جداگانه انجام می شوند که لیست صفت سیستمی را ارتقا می دهد.

صفات خط

صفات اساسی یک پاره خط مستقیم شامل نوع آن _ عرض آن و رنگ آن است .در برخی بسته های گرافیکی هم خطوط با استفاده از گزینه های قلم یا برس نمایش داده می شوند . در بخشهای بعدی ما به چگونگی تغییر دادن مسیرهای رسم خط توجه می کنیم تا مشخصات مختلف صفت را در خود جای دهد.

نوع خط

انتخابهای ممکن برای صفت نوع خط شامل خطوط تو پر،خطوط منقطع و خطوط نقطه چین هستند . ما الگوریتم رسم خط را تغییر می دهیم تا چنین خطوطی را با ایجاد طول و فاصله قطعات تو پر در طول مسیر خط نمایش داده شده ایجاد کنیم .

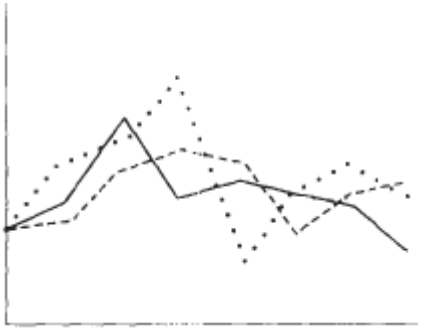
یک خط منقطع با ساختن فضای درون انقطاع نمایش داده می شود که مساوی طول بخشهای تو پر می باشد . هر دوی طول خطوط تیره و فضاهای میان آنها غالباّ با سلیقه کاربر مشخص می شوند. یک خط منقطع با ساختن خطوط منقطع بسیار کوتاه با فضای مساوی یا بزرگتر از اندازه انقطاع ایجاد و نمایش داده می شود . برای ایجاد صفات نوع خط در برنامه کاربردی PHIGSیک کاربر کارکرد زیر را مشخص می کند:

Setlinetype(lt)

که در آن پارامتر lt با مقدار مثبت عدد صحیح ۱،۲،۳،۴مشخص میشود تا خطوطی که به صورت تو پر _منقطع ، نقطه چین و نقطه چین _منقطع ایجاد شوند. مقادیر دیگر برای پارامتر نوع خط از lt برای نمایش تغییرات در الگوهای انقطاع _نقطه چین استفاده می شوند.

وقتی پارامتر نوع خط در برنامه کاربردی PHIGS گذاشته شد همه دستورات بعدی رسم خط ،خطوطی با این نوع خط را تولید خواهند کرد . قطعه برنامه زیر ،کاربرد دستور line typeبرای نمایش دادن شدن داده ها در شکل ۱-۴ را توضیح می دهد.

```
#include <stdio.h>
#include "graphics.h"

#define MARGIN_WIDTH 0.05 * WINDOW_WIDTH

int readData (char * inFile, float * data)
{
  int fileError = FALSE;
  FILE * fp;
  int month;

  if ((fp = fopen (inFile, "r")) == NULL)
    fileError = TRUE;
  else {
    for (month=0; month<12; month++)
      fscanf (fp, "%f", &data[month]);
    fclose (fp);
  }
  return (fileError);
}

void chartData (float * data, pLineType lineType)
{
  wcPt2 pts[12];
  float monthWidth = (WINDOW_WIDTH - 2 * MARGIN_WIDTH) / 12;
  int i;

  for (i=0; i<12; i++) {
    pts[i].x = MARGIN_WIDTH + i * monthWidth + 0.5 * monthWidth;
    pts[i].y = data[i];
  }
  pSetLineType (lineType);
  pPolyline (12, pts);
}

int main (int argc, char ** argv)
{
  long windowID = openGraphics (*argv, WINDOW_WIDTH, WINDOW_HEIGHT);
  float data[12];

  setBackground (WHITE);
  setColor (BLUE);
  readData ("../data/data1960", data);
  chartData (data, SOLID);
  readData ("../data/data1970", data);
  chartData (data, DASHED);
  readData ("../data/data1980", data);
  chartData (data, DOTTED);
  sleep (10);
  closeGraphics (windowID);
}
```



شکل ۱-۴ پیاده کردن ۳ دسته داده با ۳ نوع مختلف خط بوسیله روش نمایش

شکل۲-۴ نقطه چین های با طـول مسـاوی

Chart data داده شـده بـا

همان تعداد پیکسل

الگوریتم های خط رستر، صفات نوع خط را با پیاده کردن بازه ها ی پیکسل نمایش می دهند . برای الگوهای مختلـف منقطع –نقطه چین و منقطع –نقطه چین ،روش رسم خط ،پیکسل های ممتد در طول مسیر خط را خارج می کند و تعدادی از پیکسلهای تو هم رفته بین بازه های جامد را پر می کند.

تعداد پیکسل ا برای طول بازه و فاصله میان بازه ای می تواند در یک ماسک پیکسل مشخص شود و یک رشته حـاوی ارقام یک و صفر برای نشان دادن موقعیت های پیاده کردن در طول مسیر خط مـی باشـد. مـثلا ماسـک ۱۱۱۱۰۰۰۰ برای نمایش دادن یک خط منقطع با طول انقطاع ۴ پیکسل و فضای میان انقطاعی ۳ پیکسل قابل استفاده اسـت . در یک سیستم دو سطحی ، ماسک مقادیر بیتی را می دهد که درون بافر فریم در طول مسیر خط باید بارگذاری شود تـا نوع خط انتخاب شده را نمایش بدهد.

پیاده کردن انقطاع ها با تعداد ثابت پیکسل ها ، انقطاعهایی با طول نامساوی را برای جهات مختلف خط حاصـل مـی کند(توضیح در شکل ۲-۴). هر دو انقطاع نشان داده شده با ۴ پیکسل پیاده می شوند اما انقطاع مورب بصورت طولانی تر با فاکتوری از $\sqrt{2}$است . برای دقیق بودن نقاشی ها ،طولهای انقطاع باید تقریبا برای جهت گیری خـط ثابـت بـاقی بمانند. برای این کار می توانیم تعداد پیکسل را برای بازه های تو پر و فضای میان بازه ای مطابق با شیب خـط تغییـر دهیم . در شکل ۲-۴ میتوانیم تقریبا انقطاع های با طول مساوی را با کاهش دادن انقطاع مورب به ۳ پیکسـل نمـایش دهیم.

روش دیگری برای حفظ طول انقطاع شامل رفتار کردن با انقطاع ها بعنوان پاره خطهای منفرد است . مختصات نقطـه انتهایی برای هر انقطاع واقع در (و گذر از)مسیر خط هستند که بعدا موقعیت های پیکسـل را در طـول مسـیر انقطـاع محاسبه می کند.

عرض خط

پیاده سازی گزینه های عرض خط به قابلیت های ابزار خروجی بستگی دارد. یک خط ضخیم روی مانیتور بصورت خطوط مجاور موازی قابل نمایش دادن است در حالیکه یک پلاتر قلمی شاید نیازمند تغییرات قلم باشد . مثل دیگ صفات PHIGSدستور عرض خط برای گذاشتن مقدار عرض خط در لیست صفت بکار می رود.سپس این مقدار توسط الگوریتم های رسم خط بکار می رود تا ضخامت خطوط ایجاد شده با دستور بعدی صفت خروجی ایجاد شود .

ما صفت عرض خط را با دستور زیر ایجاد می کنیم:

Setlinew; dthscalefactor (lw)

پارامتر عرض خط lw با یک مقدار مثبت نشان داده می شود تا حاکی از عرض نسبی خط نمایش داده شده باشد . مقدار یک خط با عرض استاندارد را مشخص می کند. روی یک پلاتر قلمی مثلا کاربر می تواند مقدار lw را ۰/۵ قرار دهد تا خطی را پیاده کند که عرض آن نصف یک خط استاندارد است.

مقادیر بزرگتر از ۱ خطوط ضخیم تر از استاندارد را تولید می کنند برای اجرای رستر ،خط با عرض استاندارد با پیکسل های منفرد در هر موقعیت نمونه مثلا در الگوریتم Bresenham ایجاد می شود . خطوط با عرضهای دیگر بصورت ضرایب عدد صحیح مثبت خط استاندارد با پیاده کردن پیکسل های اضافی در طول مسیرهای خط موازی مجاور نمایش داده می شود. ما برای خطوطی با بزرگی شیب کمتر از ۱ می توانیم مسیر رسم خط را عوض کنیم تا خطوط ضخیم را با پیاده کردن عمودی پیکسل ها در هر موقعیت xدر طول خط نمایش دهیم . تعداد پیکسل ها در هر بازه مساوی با بزرگی عدد صحیح پارامتر lw قرار داده می شود .

ما در شکل ۳-۴ خطی با عرض دو برابر را با ایجاد کردن یک خط موازی بالای مسیر خط اصلی پیاده می کنیم.

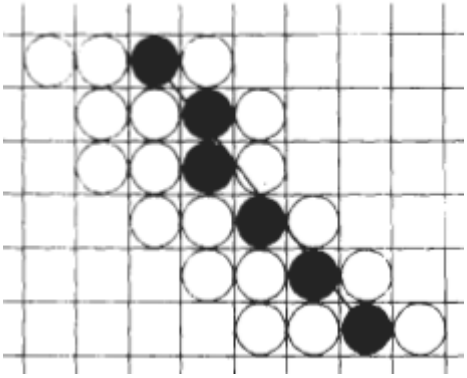
در هر موقعیت نمونه برداری x می توانیم مختصات y منطبق را محاسبه کنیم و پیکسل ها را با مختصات اسکرین (x,y) و(x,y+1)پیاده کنیم. ما خطوط را باlw≥3 با پیاده کردن متناوب پیکسل های بالا و پایین مسیر خط با رض منفرد(یک) نمایش می دهیم. ما برای خطوط با بزرگی شیب بیشتر ار یک می توانیم خطوط ضخیم را با بازه های افقی و انتخاب متناوب پیکسل های راست و چپ مسیر پیاده کنیم . این طرح در شکل ۴-۴ اثبات می شود که در آن با عرض ۴ با بازه های پیکسل افقی پیاده می شود . اگر چه خطوط ضخیم به سرعت با پیاده کردن بازه های پیکسل افقی یا عمودی ساخته می شوند عرض نمایش داده شده یک خط (با اندازه گیری عمودی نسبت به مسیر خط) به شیب آن بستگی دارد .یک خط ۴۵ درجه با فاکتور$1/\sqrt{2}$ ضخیم تر از خط افقی یا عمودی با بازه های پیکسل دارای طول ۴ مساوی نمایش داده میشود.

مساله دیگر در اجرای گزینه ها ی عرض با بازه های پیکسل افقی یا عمودی شامل روشی است که خطوطی را تولید می کند که انتهای آنها افقی یا عمودی است علیرغم شیب خط . این اثر با خطوط بسیار ضخیم بیشتر قابل توجه است. ما می توانیم شکل انتهای خط را تعدیل کنیم تا ظاهر بهتری با افزودن سر پوش های خط به آنها بدهیم. یک نوع سرپوش خط شامل سرپوش بطری بدست آمده با تعدیل نقاط انتهایی خطوط موازی جزء (ترکیب کننده)است بطوریکه خط ضخیم با انتها های نمایش داده میشود که عمود بر مسیر خط هستند .

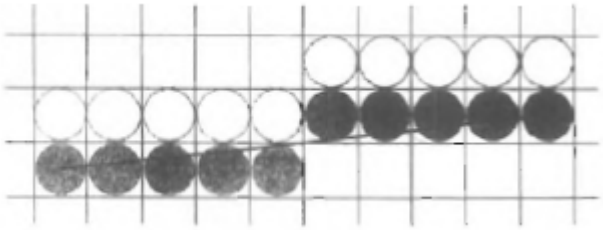
اگر خط مشخص شده دارای شیب m باشد انتهای مربعی خط ضخیم دارای شیب -1/m است . نوع دیگر سرپوش شامل سرپوش گرد بدست آمده با افزودن نیمدایره ای پر به هر سرپوش بطری است . کمانهای مدور با مرکز که در انهای خط هستند و دارای شعاعی مساوی ضخامت خط هستند. نوع سوم سرپوش خط شامل سرپوش مربع پیشامده است .ما در اینجا بسادگی خط را گسترش می دهیم وسر پوشهای بطری را می افزاییم که در 1/2 عرض خط آنسوی نقاط انتهایی مشخص شده واقع هستند.

روشهای دیگر تولید خطوط ضخیم شامل نمایش دادن خط بصورت مستطیلی تو پر یا ساختن خط با قلم یا الگوی با برس منتخب است . برای بدست آوردن نمایش مستطیلی برای مرز خط ، ما موقعیت بردارهای مستطیلی را در طول مسیرهای عمود بر مسیر خط محاسبه می کنیم چنانچه مختصات راس از نقاط انتهایی به اندازه 1/2 عرض خط جابجا شوند.

خط مستطیلی در شکل(a)۵-۴ نشان داده شده است. سپس سرپوشهای مدور را به مستطیل پرشده می افزاییم یا طول آنرا گسترش می دهیم تا سرپوشهای مربعی را نشان بدهد.

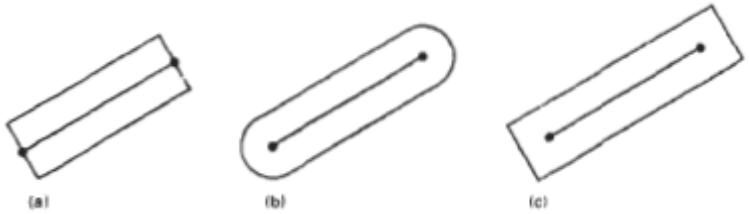


شکل۴-۴ خط رستر با شیب|m|>1 و پارامتر |m|<1 عرض خط lw=4 پیاده شده با بازه های پیکسل افقی



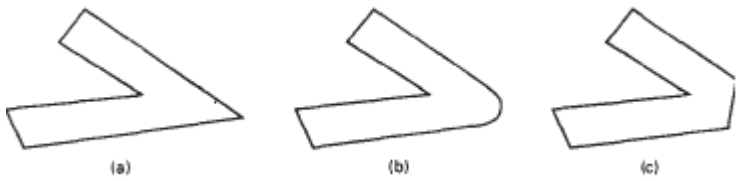
شکل۳-۴ خط رستر با عرض دو برابر با شیب ساخته شده با بازه های پیکسل عمودی

ساختن چند خطی های ضخیم نیازمند برخی ملاحظات اضافی است عموما ما به روشهایی برای نمایش یک پاره خط توجه کرده ایم که سری متصل شده با ملایمت از پاره خطها را تولید نمی کنند.
نمایش خطوط ضخیم با استفاده از بازه های پیکسل افقی یا عمودی – مثلا باعث بوجود آمدن فواصل پیکسل در مرزهای بین خطوط با شیب های مختلف می شود که درآنها جابجایی از بازه های افقی به عمودی وجود دارد . می توانیم چند خطی های ضخیمی بسازیم که به صورت ملایم با صرف پردازش اضافی در نقاط انتهایی پاره خط به هم متصلند. شکل ۶-۴ سه رو ش احتمالی برای اتصال ملایم به دو خط را نشان می دهد . یک اتصال تاجواره با گسترش دادن مرزهای خارجی هر دو خط انجام می شود تا جایی که به هم برسند. یک اتصال مدور با پوشاندن ارتباط بین دو قطعه با مرز مدور تولید می شود که قطر آن مساوی عرض خط است.



شکل۵-۴ خط ضخیم رسم شده با (a) سرپوش بطری(b) سرپوش مدور(c) سرپوش مربعی

و یک اتصال اریب با نمایش دادن پاره خط ها با سرپوش های بطری و پر کردن فاصله مثلثی –که در آنجا پاره خطها به هم می رسند – ساخته می شود. اگر زاویه بین ۲ پاره خط متصل به هم خیلی کوچک باشد یک اتصال تاجواره قله ای طویل می سازد که ظاهر چند خطی را خراب می کند یک بسته گرافیکی از این اثر جلوگیری می کند این کار با سوییچ کردن از یک اتصال تاجواره به یک اتصال اریب انجام می شود وقتی هیچ دو قطعه متوالی در زاویه ای به اندازه کوچک به هم نرسند.



شکل ۶-۴ قطعات خط ضخیم متصل به (a) اتصال تاجواره (b) اتصال مدور(c) اتصال اریب

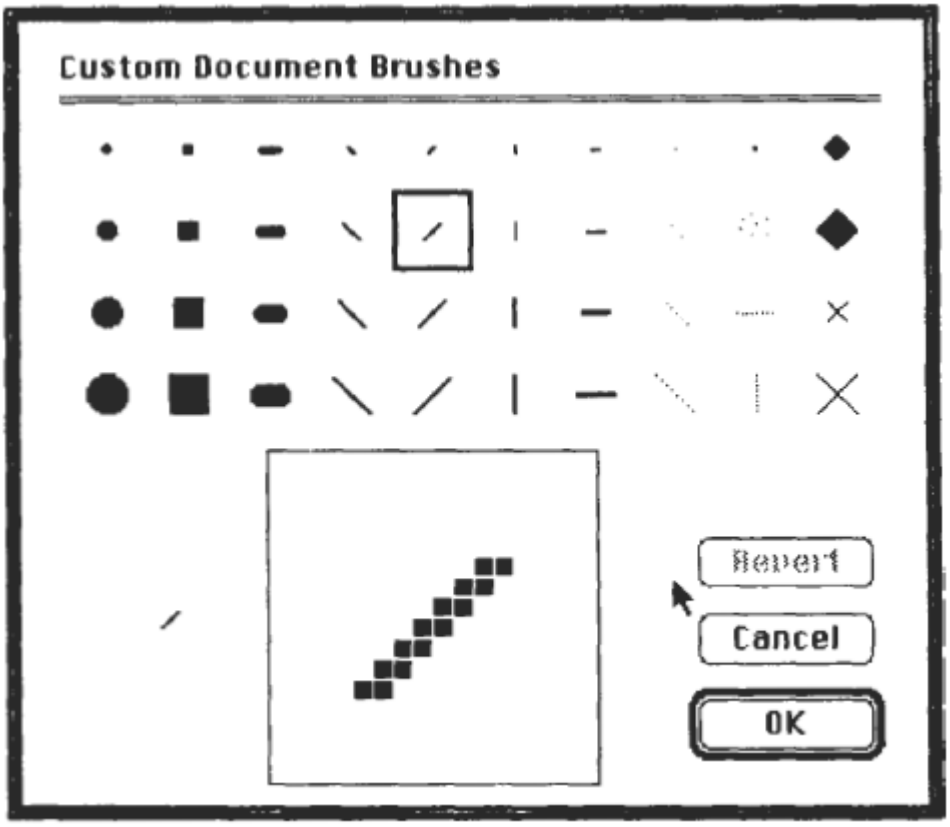
گزینه های قلم و برس

با برخی بسته ها ، خطوط با انتخابهای قلم یا برس نمایش داده می شوند . گزینه های این طبقه شامل شکل-اندازه و الگو هستند برخی شکلها ی احتمالی در شکل ۷-۴ نشان داده می شوند. این شکلها در ماسک پیکسل ذخیره می شوند که آرایش موقعیت های پیکسل را تعیین می کند که باید در طول مسیر خط گذاشته شوند. مثلا قلم با ماسک نشان داده شده در شکل ۸-۴ باید با حرکت دادن مرکز (یا یک زاویه) ماسک در طول مسیر خط اجرا می شود (شکل ۹-۴) ما برای جلوگیری از گذاشتن پیکسلهای بیش از یکبار در مسیر خط بسادگی می توانیم بازه های افقی ساخته شده در هر موقعیت را جمع کنیم و رد موقعیتهای x ابتدای و انتهایی برای بازه ها در هر خط اسکن را بگیریم.
خطوط ایجاد شده با شکل های قلم (یا برس) در عرض های مختلف با تغییر دادن اندازه ماسک قابل نمایش دادن هستند . مثلا قلم مستطیلی شکل ۹-۴ با ماسک مستطیلی ۲*۲ باریک می شود یا با ماسک ۴*۴ عریض می شود.
همچنین خطوط با الگوی منتخب توسط تحمیل کردن مقادیر الگو بدون ماسک قلم یا برس نمایش داده می شوند.
برخی مثالهای الگوهای خط در شکل ۱۰-۴ نشان داده می شوند.
یک گزینه الگوی اضافی که در بسته نقاشی فراهم می شود نمایش دادن ضربات بصورت شبیه سازی شده است. شکل ۱۱-۴ الگوهایی را توضیح می دهد که با مدل سازی انواع مختلف ضربات نمایش داده می شوند.

رنگ خط

وقتی سیستمی گزینه های رنگ(یا شدت) را فراهم می کند پارامتری که ضریب رنگ کنونی را می دهد در لیست مقادیر صفت سیستم لحاظ می شود. یک مسیر چند خطی را در رنگ کنونی با گذاشتن این مقدار رنگ در بافر فریم در محلهای پیکسل در طول مسیر خط با استفاده از روش set pixel نمایش می دهد. تعداد انتخاب ها رنگ به تعداد بیت های موجود در پیکسل در بافر فریم بستگی دارد .ما ارزش رنگ خط را در PHIGS با کارکرد زیر می گذاریم:

Setpolylinecolourindex (lc)



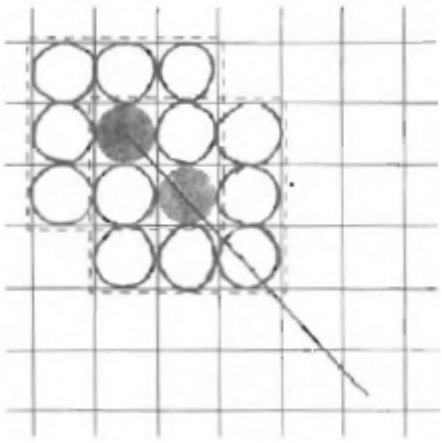
شکل ۷-۴ شکل های قلم و برس برای نمایش دادن خط

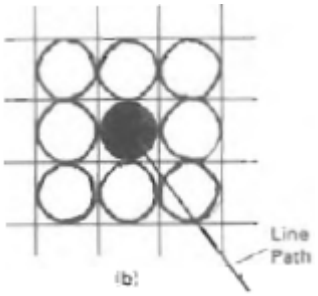
ارزشهای صحیح غیر منفی منطبق با انتخابهای رنگ مجاز برای پارامتر رنگ خط lc مشخص می شوند. خط Aرسم شده در رنگ پس زمینه نامریی است و کاربر می تواند خط که قبلا نمایش داده شده را با دوباره مشخص کردئن آن با رنگ پس زمینه پاک کند . (با فرض اینکه خط دارای هم پوشانی بیش از مساحت رنگ پس زمینه نباشد)

مثالی از کاربرد دستورات مختلف صفت خط در برنامه کاربردی با توالی عبارات زیر ارایه می شود :

```
Setlinetyoe (2);
Setlinewicthscalefactor (2);
Setpolylinecolourindex (5);
Polyline (n, wcpointsl);

Setpolylinecolourindex (6);
Polyline (n2,wcpoints2);
```

این قطعه برنامه شکل رسم شده با خطوط هاشوری با عرض دوبل را نمایش خواهد داد . اولی در رنگ منطبق با کد ۵ و دومی در رنگ ۶ نمایش داده می شود.





شکل ۸-۴ (a) یک ماسک پیکسل برای قلم مسطیلی شکل ۹-۴ ساختن خطی با شکل قلم شکل ۸-۴
(b)آرایش همراه پیکسلهای نمایش داده شده با گذاشتن
مرکزی ماسک روی موقعیت پی پیکسل مشخص شده

شکل ۱۰-۴ خطوط منحنی ایجاد شده با برنامه نقاشی با استفاده از شکلها و الگوهای مختلف ، از چپ به راست، شکلهای برس بصورت مربعی ، مدور ، الگوی منقطع و قلم کم رنگ شده.

شکل۱۱-۴ یک عروسک darumaنمای از سرنوشت خوب در ژاپن ، رسم شده توسط هنرمند کامپیوتری koichi kozaki با استفاده از سیستم قلم نقاشی . عروسکهای داروما واقعا بدون چشم هستند. یک چشم وقتی نقاشی می شود که خواسته ای تقاضا شود و دیگری وقتی نقاشی می شود که آرزویی به حقیقت می پیوندد.

۴-۲ صفات منحنی

پارامترها برای صفات منحنی همانند موارد پاره خط ها هستند . می توانیم منحنی ها را با رنگها ،عرضها ، الگوها منقطع_نقطه چین و گزینه های موجود یا برس نمایش دهیم. روشهای ارتقاء دادن الگوهای رسم منحنی برای جا دادن انتخابهای صفت مشابه روشهای رسم خط هستند.

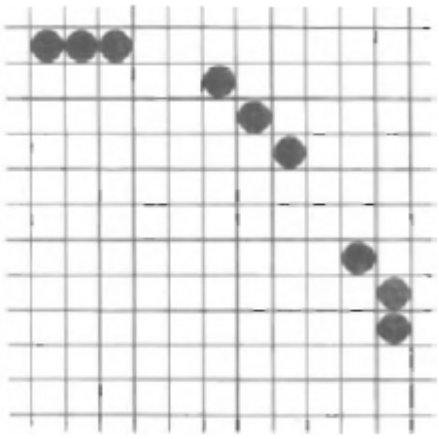
ماسک پیکسل بحث شده برای انجام گزینه ها ی نوع خط نیز در الگوریتم های منحنی رستر برای ساختن الگوهای منقطع یا نقطه چین بکار می روند. مثلا ماسک ۱۱۱۰۰ دایره منقطع نشان داده شده در شکل ۱۲-۴ را تولید می کند می توانیم نقطه چین ها را در یک هشتم های مختلف با استفاده از تقارن دایره بسازیم اما باید موقعیت های پیکسل را تغییر دهیم تا توالی صحیح فضاها و انقطاعها با حرکت مان از یک هشتم به دیگری را حفظ کنیم.

همچنین مثل الگوریتم های خط ، ماسک های پیکسل فضاهای انقطاع وبین انقطاع را نمایش می دهد که طول شان مطابق با شیب منحنی فرق می کند . اگر بخواهیم انقطاع های با طول ثابت را نمایش دهیم نیازمند تغییر تعداد پیکسل های پیاده شده در هر انقطاع با حرکت پیرامون محیط دایره هستیم.و در عوض بکار بردن ماسک پیکسل با بازه های ثابت ، پیکسلها را در طول کمان های زاویه ای مساوی پیاده می کنیم تا انقطاع ها با طول مساوی تولید شوند.

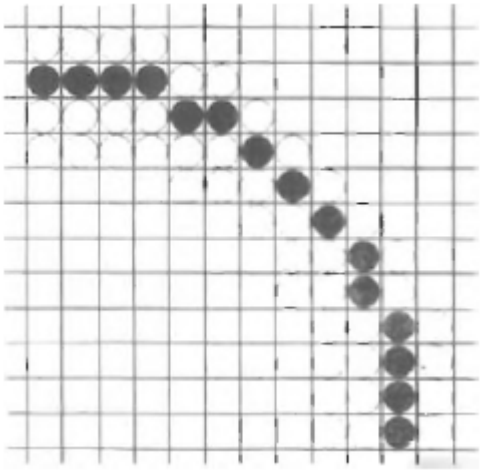
منحنی های رستر با عرض های مختلف با استفاده از روش بازه های پیکسل افقی یا عمودی نمایش داده می شوند که در آنها بزرگی شیب منحنی کمتر از ۱ است ما بازه های عمودی را پیاده می کنیم که در آنها بزرگی شیب بزرگتر از ۱ است ما بازه های افقی را پیاده میکنیم . شکل ۱۳-۴ این روش را برای نمایش کمان مدور با عرض ۴ در ربع اول ثابت می کند . ما با استفاده از تقارن دایره ،مسیر دایره را با بازه های عمودی در یک هشتم از $x=0$ تا $x=y$ می سازیم و سپس موقعیت های پیکسل را حدود خط $y=x$ منعکس می کنیم تا بقیه منحنی نشان داده شده بدست آید. بخشهای دایره ای در ربع های دیگر با منعکس کردن موقعیت های پیکسل در ربع اول پیرامون محورهای مختصات بدست می آیند . ضخامت منحنی های داده شده با این روش دوباره تابعی از شیب منحنی است. دوایر – بیضی ها و دیگر منحنی ها در جاهایی از همه نازکتر ظاهر می شوند که شیب دارای بزرگی یک است. روش دیگر نمایش دادن منحنی های ضخیم شامل پر کردن منطقه بین دو مسیر منحنی موازی است که فاصله جدایی آنها مساوی عرض مطلوب است. می توانیم این کار ار با استفاده از مسیر منحنی مشخص شده ب عنوان یک مرز و نصب مرز دوم در درون یا بیرون مسیر منحنی اصلی انجام دهیم.

اگر این رهیافت مسیر منحنی اصلی را به سمت خارج یا درون تغییر می دهد و به این بستگی دارد که چه جهتی را برای مرز دوم انتخاب کنیم،می توانیم موقعیت منحنی اصلی را با گذاشتن دو منحنی مرزی در فاصله ۱/۲ عرض یا یکی از دو طرف مسیر منحنی مشخص شده حفظ کنیم.

مثالی این رهیافت در شکل ۱۴-۴ برای قطعه دایره ای با شعاع ۱۶ و عرض مشخص ۴ نشان داده شده می شود. سپس کمانهای مرزی در فاصله جدایش در دو طرف شعاع ۱۶ گذاشته می شوند. برای حفظ ابعاد مناسب کمان دایره ای (بخشی ۱۰-۳) می توانیم شعاع ها را برای کمانهای مرز متحدالمرکز در $r=14, r=17$ بگذاریم.



شکل ۱۲-۴ کمان دایره ای نقطه چین داده شده با



شکل ۱۳-۴ کمان دایره ای با عرض ۴ پیاده شده با بازه های پیکسل. بازه نقطه چین (انقطاع) ۳ پیکسل و فاصله میان انقطاعی ۲ پیکسل.

اگر چه این روش برای ساختن دوایر ضخیم مناسب است عموماً تنها تقریبی از مساحت واقعی دیگر منحنی ها ی ضخیم ارائه می دهد . مثلا مرزهای بیرونی و درونی یک بیضی تخت ساخته شده با این روش دارای کانونهای یکسان نمی باشد.

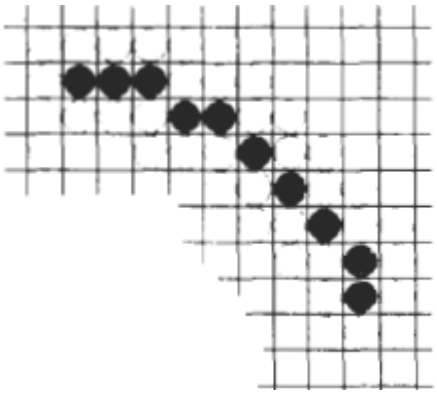
نمایش ها ی قلمی (یا برسی) منحنی ها را با استفاده از تکنیک های بحث شده برای پاره خطهای مستقیم ساخته می شوند. ما شکل قلمی را در طول مسیر خط تکرار می کنیم (شکل ۱۵-۴) که برای کمانی دایره ای در ربع اول توضیح داده شده است.

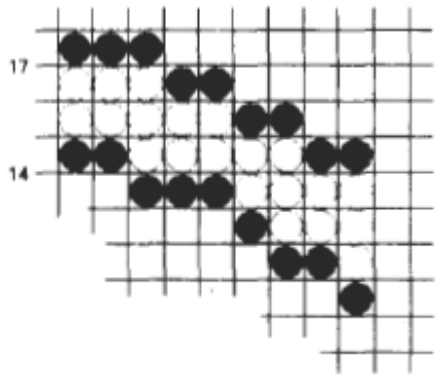
در اینجا مرکز قلم مستطیلی حرکت می کند تا موقعیت های منحنی متوالی ، شکل منحنی نشان داده شده را تولید کنند. منحنی های نمایش داده شده با قلم مستطیلی در این روش در جایی ضخیم تر خواهد بود که در آن بزرگی شیب منحنی یک است.

ضخامت منحنی یکنواخت با چرخاندن قلم مستطیلی نمایش داده می شود تا همراه با جهت شیب باشد وقتی که ما دور دایره حرکت می کنیم (یا استفاده از شکل قلم دایره ای) منحنی های رسم شده با شکلهای قلم و برس در اندازه ها ی مختلف و با الگوهای روی هم رفته یا ضربات برس شبیه سازی شده نمایش داده می شوند.

۴-۳ سطوح زنگ و پرده خاکستری

گزینه های مختلف رنگ و سطح شدت می توانند در دسترس کاربر باشند که به قابلیت ها و اهداف طراحی یک سیستم خاص بستگی دارا . مثلا سیستم های رستر- اسکن با هدف عمومی گستره وسیعی از رنگها را ارائه می کند در حالیکه مونیتور های اسکن – تصادفی فقط چند انتخاب رنگ ارائه می کنند.





شکل ۱۴-۴ کمان دایره ای با عرض ۴ و شعاع ۱۶ نمایش شکل ۱۵-۵ کمان دایره ای نمایش داده شده با یک قلم مستطیلی داده شده با پر کردن منطقه بین ۲ کمان متحدالمرکز با یک قلم مستطیلی

گزینه های رنگ به صورت عددی با مقادیر (ارزشهای) متغییر از صفر تا اعداد صحیح مثبت کد گذاری می شوند برای مانیتورهای CRT این کد های رنگی به محیط های شدت برای پرتوهای الکترون تبدیل می شوند با پیاده کنندگان رنگی ، کدها می توانند ذخایز جت جوهر یا انتخابهای قلم را کنترل کنند.

در سیستم رستر رنگی ، تعداد انتخابهای رنگ موجود به مقدار ذخیره فراهم شده در هر پیکسل به بافر فریم بستگی دارد . همچنین اطلاعات رنگ در بافر به دو روش ذخیره می شوند : می توانیم کدهای رنگی را مستقیما در بافر فریم ذخیره کنیم یا می توانیم کدهای رنگی را در جدولی جداگانه بگذاریم و از ارزشهای پیکسل به عنوان شاخصی در این جدول استفاده کنیم.

با طرح ذخیره مستقیم ، هر جا که کد رنگ خاصی در برنامه کاربردی مشخص می شود ارزش دوگانه منطبق در بافر فریم برای هر پیکسل جزء (ترکیب کننده) در اولویتهای خروجی نمایش داده شده در آن رنگ گذاشته می شود.
کمترین تعداد رنگ های فراهم شده در این طرح با سه بیت ذخیره هر پیکسل است (جدول ۱-۴) هر کدام از سه موقعیت بیت برای کنترل سطح شدت (روشن یا خاموش) تفنگ الکترونی منطبق در مانیتور RGB بکار می رود. آخرین بیت طرف چپ ،تفنگ قرمز را کنترل می کند ،بیت میانی تفنگ سبز را و آخرین بیت طرف راست ،تفنگ آبی را کنترل می کند. افزودن بیت های بیشتر هر پیکسل به بافر فریم، تعداد انتخابهای رنگ را افزایش می دهد. با ۶ بیت در هر پیکسل ،۲ بیت برای هر تفنگ قابل استفاده است. این شامل ۴ محیط شدت متفاوت برای هر کدام از ۳ تفنگ رنگ است و کلا ۶۴ ارزش رنگی برای هر پیکسل موجود است. با بزرگنمائی ۱۰۲۴ در ۱۰۲۴ یک سیستمRGB تمام رنگی (۲۴ بیت در هر پیکسل) سیستم نیازمند ۳ مگابایت ذخیره برای بافر فریم است.
جداول رنگی ابزارهای جایگزین برای ارائه قابلیت های گسترده برای یک کاربرد بدون نیاز به بافر فریم بزرگ هستند. سیستمهای کامپیوتر شخصی با هزینه کمتر ،بویژه از جداول رنگ برای کاهش نیازهای ذخیره بافر فریم بهره می برند.

جداول رنگ

شکل ۱۶-۴ طرح احتمالی برای ذخیره ارزشهای رنگ در جدول جستجوی رنگ را توضیح می دهد (یا جدول جستجوی ویدئو) که در آن مقادیر بافر فریم اکنون به عنوان فهرست هایی درون جدول رنگ بکار می روند. در این مثال هر پیکسل می تواند مرجع هر کدام از ۲۵۶ موقعیت جدول باشد و هر ورودی در جدول از ۲۴ بیت برای مشخص کردن رنگ RBG استفاده می کند.
برای کد رنگ ۲۰۸۱ ترکیب رنگ آبی –سبز برای موقعیت پیکسل (x,y) نمایش داده می شود سیستم هایی که این جدول جستجوی خاص را بکار می گیرند به کاربر اجازه می دهند تا هر ۲۵۶ رنگ را برای نمایش همزمان از یک پالت نزدیک به ۱۷ میلیون رنگ انتخاب کند. این طرح در مقایسه با سیستم تمام رنگی ، تعداد رنگهای نمایش داده شده را کاهش می دهد برخی سیستم های گرافیکی ۹بیت در هر پیکسل را در بافر فریم فراهم می کنند و به کاربر اجاره می دهند تا ۵۱۲ رنگی را که در هر نمایش قابل استفاده است انتخاب کند . یک کاربر می تواند ورودیهای جدول رنگ را در برنامه کاربردی PHIGS با تابع زیر وارد کند :

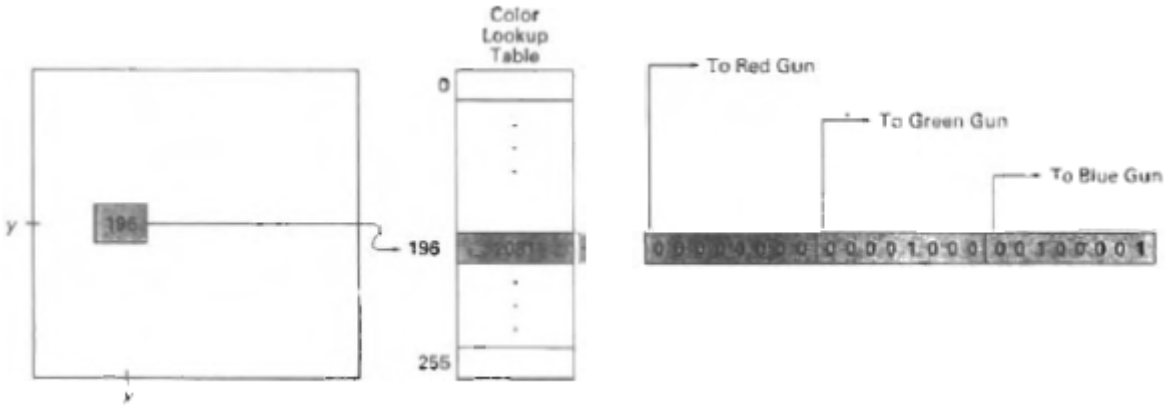
setcolourRepresentation (ws, ci ,colorptr)

پارامتر ws نشان دهنده ابزار خروجی ایستگاه کار است پارامتر ci ضریب رنگ را مشخص می کند که تعداد موقعیت جدول رنگ (صفر تا ۲۵۵ برای مثال در شکل ۱۶-۴) است و پارامتر colorptr به سه گانه مقادیر رنگ RGB (r,g,b) اشاره می کند که هر کدام در گستره ای از صفر تا یک مشخص می شود.

Color	*Stored Color Values in Frame Buffer*			*Displayed Color*
Code	*RED*	*GREEN*	*BLUE*	
0	0	0	0	Black
1	0	0	1	Blue
2	0	1	0	Green
3	0	1	1	Cyan
4	1	0	0	Red
5	1	0	1	Magenta
6	1	1	0	Yellow
7	1	1	1	White

مثالی از ورودی های جدول احتمالی برای مانیتورهای رنگی در شکل ۱۷-۴ داده می شوند چند منفعت در ذخیره کدهای رنگ در جدول جستجو وجود دارد و استفاده از جدول رنگ می تواند تعداد موجه رنگهای همزمان بدون نیاز به بافر فریم بزرگ را فراهم کند. برای بیشتر کاربرد ها، ۲۵۶ یا ۵۱۲ رنگ مختلف برای یک عکس کافی هستند.
همچنین ورودی های جدول در هر زمان قابل تغییرند و به کاربر اجازه می دهند تا بتواند براحتی ترکیبات مختلف

رنگ را در یک طرح ، صحنه یا نمودار بدون تغییر محیط های صفت برای ساختار داده ای گرافیکی بیازماید .
همینطور کاربردهای بصری سازی می تواند ارزشها را برای کمیت فیزیکی ذخیره کنند مثل انرژی در بافر فریم و از جدول جستجو برای امتحان کردن کد گذاری های رنگی مختلف بدون تغییر مقادیر پیکسل ذخیره می شود. و در کاربردهای بصری سازی و پردازش تصویر ، جداول رنگ ابزار راحتی برای گذاشتن استانه رنگ هستند چنانکه یک پیکسل با ارزش بیشتر از آستانه مشخص شده با یک رنگ یکسان قابل ایجاد است . بدین دلایل برخی سیستم ها هر دو قابلیت را برای ذخیره کد رنگ فراهم می کنند بطوریکه کاربر می تواند هر دو را انتخاب کنند و از جداول رنگ استفاده کنند یا کدهای رنگ را مستقیما در بافر فریم ذخیره کنند.



شکل ۱۶-۴ یک جدول جستجوی رنگ با ورودی ۲۴ بیت ارزیابی شده از یک بافر فریم با ۸ بیت در هر پیکسل. یک ارزش ۱۹۶ ذخیره شده در موقعیت پیکسل (x,y) راجع به موقعیتی در این جدول است که حاوی ۲۰۸۱ ارزش می باشد . هر بخش ۸بیتی این ورودی ،سطح شدت یکی از سه تفنگ الکترونی را در مانیتور RGBکنترل می کند.

پرده خاکستری

در مانیتور هایی که هیچ قابلیت رنگی ندارند کارکرد های رنگ در برنامه کاربردی برای گذاشتن سایه های خاکستری یا پرده خاکستری برای صفات نمایش داده شده بکار می روند. مقادیر عددی در گستره ای از صفر تا یک را برای مشخص کردن سطوح پرده خاکستری بکار می روند که بعدا به کد های دوگانه مناسب ذخیره در رستر تبدیل میشوند . این کار به محیطهای شدت اجازه می دهد تا به آسانی با سیستم های دارای قابلیتهای مختلف پرده خاکستری وفق یابند. جدول ۲-۴ لیستی از مشخصات کدهای شدت برای یک سیستم پرده خاکستری ۴ سطحه را لیست می کند در این مثال ، هر دو مقدار ورودی شدت نزدیک ۰.۳۳ بصورت مقدار دوگانه ۰۱ در بافر فریم ذخیره خواهد شد و پیکسل های با این مقدار بصورت خاکستری تیره نمایش داده خواهد شد.
اگر بیتهای اضافی هر پیکسل در بافر فریم موجود باشد مقدار ۰.۳۳ در نزدیکترین سطح رسم خواهد شد . با سه بیت در هر پیکسل می توانیم هشت سطح خاکستری را جادهی کنیم ولی هشت بیت در هر پیکسل ،به ما ۲۵۶ سایه خاکستری می دهد. یک طرح جایگزین برای ذخیره اطلاعات شدت شامل تبدیل هر کد شدت مستقیما به مقدار ولتاژی است که این سطح پرده خاکستری را در ابزار خروجی بکار رفته تولید می کند.
وقتی ابزارهای خروجی چند گانه در تأسیساتی موجود باشند سر حد جدول رنگ برای همه مانیتورها بکار میرود. در این مورد ،یک جدول رنگ برای مانیتور تک رنگ با استفاده از گستره ی مقادیر RGB (شکل ۱۷-۴) نصب می شود و شدت را منطبق با ایندکس رنگ داده شده ci محاسبه شده بصورت زیر نمایش می دهد:

$$Intensity=0.5(min(r,g,b)+max(r,g,b))$$

Intensity Codes	Stored Intensity Values In The Frame Buffer (Binary Code)		Displayed Grayscale
0.0	0	(00)	Black
0.33	1	(01)	Dark gray
0.67	2	(10)	Light gray
1.0	3	(11)	White

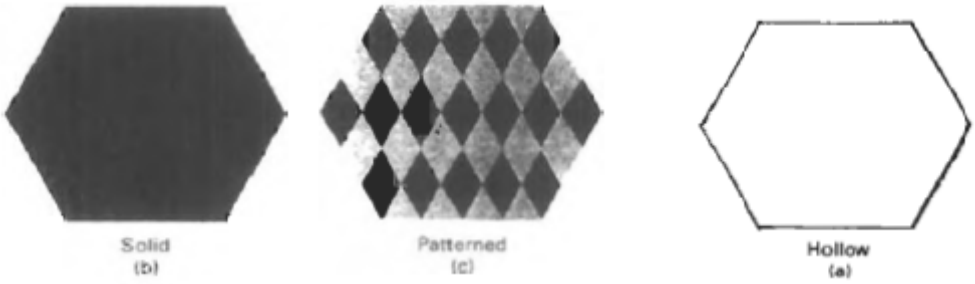
WS = 1

C_k	Color
0	(0, 0, 0)
1	(0, 0, 0.2)
.	.
.	.
.	.
192	(0, 0.03, 0.13)
.	.
.	.
.	.

WS = 2

C_k	Color
0	(1, 1, 1)
1	(0.9, 1, 1)
2	(0.8, 1, 1)
.	
.	
.	

شکل ۱۷-۴ جداول ایستگاه کار



شکل ۱۸-۴ سبک های پر کردن چند ضلعی

شکل ۱۹-۴ پر کردن چند ضلعی با استفاده از الگوهای هاشور زدن

صفات پر کردن

گزینه ها برای پر کردن منطقه ی تعریف شده شامل انتخابی بین یک رنگ سفت یا پر کردن الگو دار و انتخاب ها برای رنگها و الگوهای خاص است . این گزینه ها برای مناطق چند ضلعی یا مناطق تعریف شده با مرزهای منحنی بکار می روند که به قابلیتهای بسته موجود بستگی دارد .علاوه بر این ، مناطق با استفاده از سبکهای مختلف برس و رنگها و پارامترهای شفافیت رنگ آمیزی می شوند.

سبک های پر کردن

مناطق با سه سبک اساسی پر کردن نمایش داده می شوند: توخالی با مرز رنگی ، پر شده با یک رنگ سفت یا پوشیده با الگو یا طرحی خاص. یک سبک پر کردن اساسی در برنامه PHIGS با تابع زیر انتخاب می شود:

SetInteriorstyle(fs)

مقادیر برای پارامتر سبک پر کردن fs شامل توخالی ، سفت و الگو دار است مقدار دیگر برای سبک پر کردن شامل هاشور است که برای پر کردن منطقه ای با انتخاب شده با الگوهای هاشور زدن ، خطوط موازی یا منقطع(شکل ۱۹-۴) بکار می روند. مثل صفات خط ، یک مقدار سبک پرکردن منتخب در لیست صفات سیستم ثبت می شود و برای پر کردن داخل مناطق بعدا مشخص شده بکار می رود . انتخابهای پر کردن برای پارامترهای fs معمولا برای مناطق چند ضلعی بکار می روند اما برای پر کردن مناطق با مرزهای منحنی هم اجرا می شوند.

مناطق توخالی فقط با استفاده از محیط مرز نمایش داده می شوند و رنگ درون همانند رنگ پس زمینه است. یک پر کردن سفت در رنگی شامل مرزهای منطقه نمایش داده می شود. رنگ برای داخل یا برای محیط منطقه توخالی با فرمول انتخاب می شود که در ا پارامتر رنگ پر کردن fs برابر با کد رنگ مطلوب است. پرکردن توخالی یک چند ضلعی با رسم مسیر خطی بصورت چند ضلعی بسته انجام می شود. پرکردن سفت یک منطقه با روشهای خط-اسکن (بخش۱۱-۳) انجام می شود.

دیگر گزینه های پرکردن شامل مشخصات برای نوع و عرض لبه یک منطقه است این صفات مستقل از سبک یا رنگ پرکردن گذاشته می شوند و همان گزینه ها پارامترهای صفت خط را فراهم می کنند.

این است می توانیم لبه های منطقه را به صورت منقطع یا نقطه چین ، ضخیم یا نازک و در رنگی با صرفنظر از چگونگی پرکردن درون ان نمایش دهیم.

پرکردن الگو دار

ما الگوهای پرکردن را با : setInteriorColourIndex(fc)

انتخاب می کنیم که در ان پارامترهای ضریب الگو pi یک موقعیت جدولی را مشخص می کند. مثلا عبارات زیر ف منطقه تعریف شده در دستور fillarea را با الگوی دوم ذخیره شده در جدول الگو پر خواهد شد:

```
setInteriorStyle(pattern);
setInteriorStyleIndex(2);
fillArea(n,points);
```

جداول جداگانه برای الگوهای هاشور گذاشته شده اند . اگر ما پر کردن هاشوری را برای سبک درونی در این بخش برنامه انتخاب کرده باشیم پس مقدار مشخص شده برای پارامتر pi یک شاخص الگوهای ذخیره شده در جدول هاشور است. برای الگوی سبک ، ورودی های جدول روی ابزارهای خروجی منفرد با:

```
setPatternRepresentation(ws,pi,nx,ny,cp);
```

ایجاد می شوند. پارامتر pi شماره ایندکس الگو برای کد ایستگاه کار ws را قرار می دهد و cp آرایش ۲ بعدی کد های رنگ nx تا ستون و ny تا ردیف است. قطعه برنامه زیر توضیح می دهد چگونه این کارکرد برای گذاشتن ورودی اول در جدول الگو برای ایستگاه کار ۱ بکار می رود:

```
Cp(1,1):=4;                cp(2,2):=;4
Cp(1,2):=0;                cp(2,1):=0;
setPatternRepresentation(1,1,2,2,cp);
```

جدول ۳-۴ دو ورودی اول را برای این جدول رنگ نشان می دهد . آرایش رنگ cp در این مثال الگویی را مشخص می کند که خطوط پیکسل عمودی قرمز و سفید را روی سیستم ۸ رنگی تولید می کند.

Index (pi)	*Pattern (cp)*
1	$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

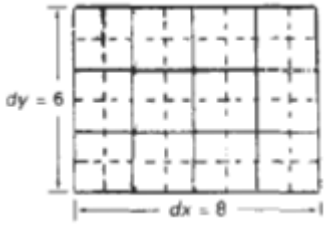
وقتی آرایش رنگcp برای پر کردن منطقهای الزامی باشد ما نیازمند

اندازه منطقه پوشش یافته با هر عنصر آرایش هستیم ما اینکار را با گذاشتن مساحتهای مختصات مستطیلی الگو انجام می دهیم: setPatternSize(dx,dy);

که در آن پارامتر های dx, dy عرض و ارتفاع مختصاتی رسم آرایش را بدست می دهند مثالی از سایز مختصاتی همراه با آرایش الگو در شکل ۲۰-۴ داده می شود. اگر مقادیر برای dx , dy در این مختصات اسکرین داده شوند سپس هر عنصر آرایش رنگی برای شبکه اسکرین ۲*۲ حاوی پیکسل بکار می رود.
یک موقعیت مرجع برای شروع پر کردن یک الگو با عبارت:

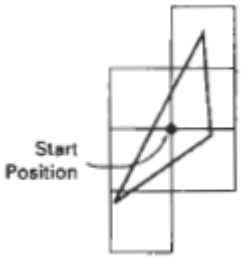
setPatternReferencePoint(position);

مشخص می شود . پارامتر position یک اشاره کننده به مختصات (xp,yp) است که گوشه سمت پایین الگو مستطیلی را ثابت می کند از این نقطه شروع ، سپس الگو در جهت های x,y تکرار می شود تا جایی که منطقه تعریف شده با کپی های غیر همپوشانی کننده آرایش الگو پوشانده می شود.



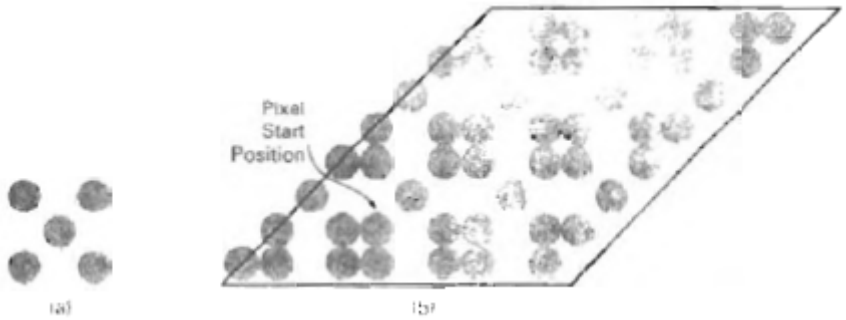
شکل ۴-۲۰ آرایش الگویی با ۴ ستون و۳ ردیف رسم شده

نسبت به مستطیل مختصاتی ۸*۶



شکل ۴-۲۱ موزاییک کردن منطقهای از موقعیت آغاز مشخص شده.

الگوهای مجاور غیر همپوشانی کننده گذاشته می شوند تا همه خطوط اسکن گذرنده از منطقه تعریف شده را بپوشانند.



شکل ۴-۲۲ (a) آرایش الگویی (b)اضافه شده بر منطقه پر شده متوازی الاضلاع برای نمایش.

```
#define WS 1

void patternFill ()
{
  wcPt2 pts[4];
  int bwPattern[3][3] = { 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0 };

  pSetPatternRepresentation (WS, 8, 3, 3, bwPattern);

  pts[0].x = 10; pts[0].y = 10;
  pts[1].x = 20; pts[1].y = 10;
  pts[2].x = 28; pts[2].y = 18;
  pts[3].x = 18; pts[3].y = 18;

  pSetFillAreaInteriorStyle (PATTERN);
  pSetFillAreaPatternIndex (8);
  pSetPatternReferencePoint (14, 11);

  pFillArea (4, pts);
}
```

فرایند پر کردن منطقه ای با الگوی مستطیلی را موزاییک کردن می نامند و گاهی الگوهای پر کردن مستطیلی را الگوهای موزاییکی می نامند . شکل ۲۱-۴ موزاییک کردن منطقه پر شده مثلثی که از آن نقطه مرجع الگو شروع می شود را ثابت می کند.

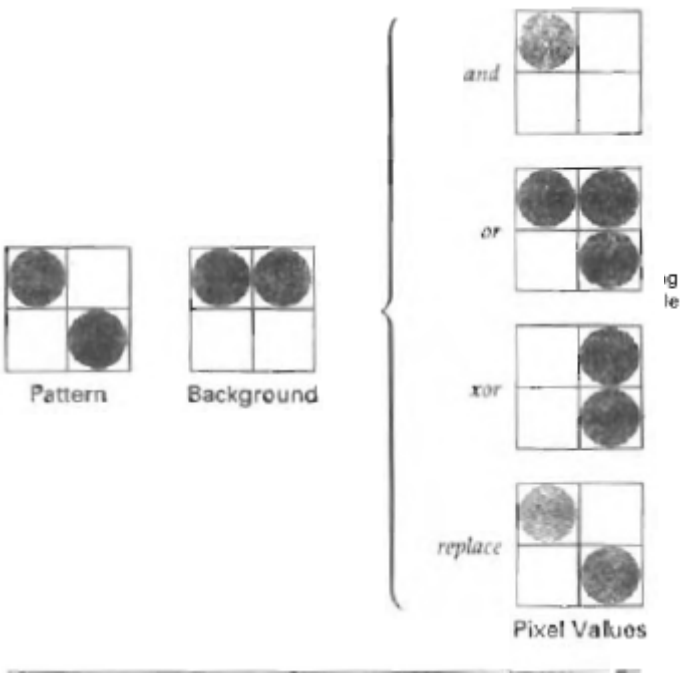
برای توضیح دستورات الگو، مثال برنامه زیر الگوی سیاه و سفیدی را با درون منطقه پر شدن متوازی الاضلاع نمایش می دهد . اندازه الگو در این برنامه طوری است که هر عنصر آرایش در یک پیکسل رسم شود.

پر کردن الگو دار با تغییر دادن روشهای خط-اسکن بحث شده در فصل ۳ انجام می شود بطوریکه الگوی منتخبی درون خطوط پیمایش اضافه می شود. با شروع از نقطه خاص مشخصی برای پر کردن الگودار، الگوهای مستطیلی عمودی نسبت به خطوط اسکن بین بالا وپایین منطقه پر کردن رسم خواهد شد و به صورت افقی نسبت به موقعیت های پیکسل درونی در عرض این خطوط اسکن هستند.

در حالت افقی ، آرایش الگو دار در بازه های مشخص شده با مقدار پارامتر dx مشخص می شود. همینطور ،تکرارهای عمودی الگو توسط بازه های گذاشته شده با پارامتر dy جدا می شوند این روش الگوی پیمایش خطی در هر دوی چند ضلعی ها و برای مناطق ورز شده با منحنی ها کاربرد دارد. پر کردن هاشوری برای مناطق با نشان دادن دسته های خطوط موازی بکار می رود روشهای پر کردن برای رسم هاشور ساده یا متقاطع انجام می شوند. فاصله دادن و شیب برای خطوط هاشور بصورت پارامترهایی در جدول هاشور گذاشته می شوند. در سیستم رستر ، یک پر کردن هاشوری بصورت آرایش الگویی مشخص می شود که مقادیر رنگ را برای گروههای پیکسل های عمودی بیان می کند.

در بسیاری از سیستم ها ، نقطه مرجع الگو (Xp,Yp) توسط سیستم مشخص می شود مثلا نقطه مرجع می تواند بصورت خود کاری در راس یک چند ضلعی قرار گیرد عموما برای هر نقطه پر کردن ، نقطه مرجع در زاویه پایین سمت چپ مستطیل ورزی انتخاب می شود که با گستره های مختصاتی منطقه تعیین می شود.

برای ساده کردن انتخاب مختصات مرجع ف برخی بسته ها همیشه از مبدا مختصات اسکرین بعنوان موقعیت شروع الگو استفاده می کنند و غالبا سیستم های ویندوز ف نقطه مرجع را در مبدا مختصات پنجره قرار می دهند. ترکیب یا الگوی پر کردن با رنگهای پس زمینه (شامل پردخ خاکستری) روشهای مختلف امکانپذیر است. با الگوی bitmap دارای تنها رقم های صفر و یک ، مقادیر صفر به عنوان شاخص های شفافیت قابل استفاده اند تا باعث شوند پس زمینه قابل نمایش شود . رنگهای الگوها و پس زمینه با عملیات Boolean قابل ترکیب اند یا بسادگی رنگها ،جای رنگهای پس زمینه را می گیرند.شکل ۲۴-۴ ثابت می کند چگونه عملیات Boolean جایگزین برای الگوی پر کردن ۲*۲ باعث می شود مقادیر پیکسل روی سیستم دوگانه (سیاه و سفید) در مقابل الگوی خاص پس زمینه قرار گیرند.



شکل ۲۳-۴ مستطیل مرزی برای منطقه ای با گستره مختصاتی
Xmin, Xmax,Ymin,Ymaxدز جهات X,Y

شکل ۲۴-۴ ترکیب کردن الگوی پر کردن
با الگوی پس زمینه با استفاده از عملیات
Booleanیعنی :
and , or, xorو با استفاده
از جابجایی ساده

پر کردن نرم

روشهای تغییر یافته پر کردن مرز و پر کردن سیلابی که برای دوباره نقاشی کردن مناطق بکار می روند بطوریکه رنگ پر کردن با رنگ های پس زمینه ترکیب می شود را الگوریتم های پر کردن نرم یا رنگ می نامند. یک کاربرد این روشهای پر کردن شامل نرم کردن رنگهای پر کردن در مرز های شیئی است که نسبت به لبه ها محو شده است .
کاربرد دیگر شامل مقدور شدن دوباره نقاشی کردن منطقه ای رنگی است که اساسا با برس نیمه شفافی پر شده و در ان ،رنگ کنونی مخلوطی از رنگ برس و رنگهای پس زمینه پشت منطقه است.
ما در هر دو مورد می خواهیم رنگ پر کردن جدید دارای همان تغییرات روی منطقه بصورت رنگ پر کردن کنونی باشد.بعنوان مثالی از این نوع پر کردن ، الگوریتم پر کردن نرم خطی ، منطقه ای را با دوباره رنگ می کند که اساسا با ترکیب رنگ پیش زمینه Fبا یک رنگ پس زمینه B نقاشی و رنگ شده بطوریکهF≠B.

$$P=tF+(1-t)B$$

با فرض اینکه مقادیر را برای F,Bمی دانیم می تونیم تعیین کنیم چگونه این رنگها اساسا با چک کردن محتویات کنونی رنگ با فرض بافر فریم ترکیب شده اند . معادله برداری ۱-۴ برای هر جزء RGB رنگها صادق است و

$$P=(PR,PG,PB) \quad , \quad F=(FR,FG,FB) \quad , \quad B=(BR,BG,BB)$$

پس می توانیم مقدار پارامترt را با استفاده از یکی از اجزائ رنگی RGB محاسبه کنیم:

$$T = Pk - Bk / Fk - Bk$$

که در آن K=R,GیاBوFk≠Bk است.در حالت نظری ، پارامتر t دارای مقدار یکسان برای هر RGB است اما گرد کردن برای اعداد صحیح ، مقادیر مختلف t را برای اجزاء مختلف حاصل می کند. می توانیم خطای گرد کردن را با انتخاب جزء با بالاترین اختلاف بین F,Bبه حداقل برسانیم و این مقدار t برای مخلوط کردن رنگ جدید NF با رنگ پس رمینه ،با استفاده از روش تغییر یافته پر کردن سیلابی یا پر کردن مرز بکار می رود .

روشهای پر کردن نرم برای منطقه ای بکار می رود که رنگ پیش زمینه آنه با مناطق چندگانه پس زمینه ترکیب شده مثل الگوی تخته چک کننده، وقتی دو رنگ پس زمینه B1,B2 با رنگ پیش زمینه Fترکیب می شوند رنگ پیکسل حاصله p:

$$P = t0F + t1B1 + (1 - t0 - t1)B2$$

که در آن جمع ضرایب t0,t1 و (1-t0-t1) با اصطلاحات رنگ باید مساوی ۱ باشد . می توانیم دو معادله همزمان را با ۲ تا از ۳ جزء رنگRGB ایجاد کنیم تا پارامتر های ۲ تایی تناسب t0, t1 را حل کنیم.سپس این پارامترها برای مخلوط کردن رنگ پر کردن جدید با ۲ رنگ پس زمینه بکار می روند تا رنگ پیکسل جدید بدست آید ما با ۳ رنگ پس زمینه و ۱ رنگ پیش زمینه یا با دو رنگ پس زمینه وپیش زمینه نیازمند هر سه معادله RGB هستیم تا مقادیر نسبی ۴ رنگ را بدست آوریم.

ولی برای برخی ترکیبات رنگ پیش زمینه و پس زمینه ،سیستم ۲ یا ۳ معادله RGB قابل حل نیست . این وقتی بروز می کند که مقادیر رنگی همگی مشابهند یا وقتی همگی با همدیگر متناسب اند.

۴-۵ صفات کاراکتر

ظاهر شدن کاراکتر نمایش داده شده با صفاتی مانند فونت ، اندازه، رنگ و جهت کنترل می شود صفات برای رشته های همه متن ها و برای کاراکتر منفرد تعریف شده بعنوان سمبل های نشانه ایجاد می شوند.

صفات متن

گزینه های تست بسیاری وجود دارد که در دسترس برنامه نویسان گرافیک هستند اول از همه ،انتخاب فونت یا صورت تایپ است که شامل دسته ای از کاراکتر ها با سبک طراحی خاصی مثل London, Helvetica, Courior,New Times Roman york, و گروههای مختلف سمبل خاص است .

کاراکترها در یک فونت منتخب نیز با سبکهای خط کشیده شدهف در حالت bold ، بصورت خوابیده یا در سبکهای طرح دار یا سایه ای نمایش داده می شوند. یکفونت خاص و سبک همراه در برنامه PHIGS با گذاشتن عدد صحیح برای پارامتر فونت متن tf در تابع :

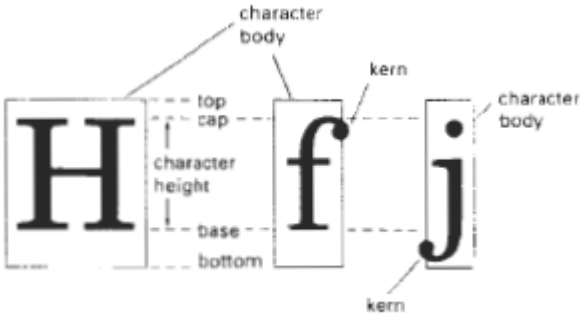
```
setTextFont(tf)
```

انتخاب می شود . گزینه های فونت بصورت دسته ای از پیش تعریف شده الگو های شبکه ای یا بصورت دسته های کاراکتر طراحی شده با چند خطی ها یا الگوهای spline ایجاد می شوند محیط های رنگی برای متن نمایش داده

شده در لیست اولویت سیستم ذخیره می شوند و با روشهایی بکار می روند کخ تعاریف کاراکتر را درون بافر فریم بارگذاری می کنند وقتی یک رشته کاراکتر نمایش داده می شود رنگ کنونی برای گذاشتن مقادیر پیکسل در بافر فریم منطبق با شکل های کاراکتر و موقعیت های آن بکار می رود. کنترل رنگ متن با برنامه کاربردی :

setTextColourIndex(tc)

مدیریت می شود که در ان پارامتر رنگ متن tc کد رنگ مجاز را مشخص می کند . می توانیم سایز متن را با مقیاس بندی ابعاد کلی کاراکترها یا فقط عرض کاراکتر تغییر دهیم. سایز کاراکتر توسط پرینترها و ترکیب کنندگان در نقاط مشخص می شود که در آن نقطه ۱ بصورت ۰.۰۱۳۸۳۷ اینچ است. مثلا متنی که الان می خوانید یک فونت ۱۰ نقطه ای است . اندازه گیر ی نقطه است که سایز بدنه کاراکتر را مشخص می کند اما فونت های مختلف با مشخصات نقطه ای یکسان دارای اندازه های کاراکتر مختلف اند که به طراحی صورت حرف بستگی دارد. فاصله بین خط پایینی و بالایی بدنه کاراکتر برای همه کاراکترها در یک سایز خاص و صورت حرف یکسان است اما عرض بدنه شاید فرق کند. فونتهایی با فاصله تناسبی ، عرض بدن کوکتری را برای کاراکترهای باریک مثل I,j,l,f در مقایسه با کاراکترهای عریض مثل W,M مشخص می کند . تعریف ارتفاع کاراکتر فاصله بین خط پایه ای و خط بالایی کاراکترها است. کاراکترهای kerned مثل f,j در شکل ۲۵-۴ حدهای بدنه کاراکتر را گسترش می دهند و حروف با پایین آمدگی (g,j,p,q,y) به زیر خط پایه گسترش می یابند. برای هر کاراکتر واقع در درون بدنه کاراکتر یک فونت مشخص کننده وجود دارد تا فاصله دهی مناسب در طول و بین خطوط چاپ مقدور شود وقتی متن با کاراکترهایی نمایش داده



شود که بدنه شان با هم تماس دارند.

مرحله بندی پیکسلی

روی سیستم های ترسیمی که موقعیت زیرپیکسل در طول شبکه پرده ای آدرس دهی می کند

مرحله بندی پیکسلی میتواند برای موضوعات ضد ناصافی استفاده شده باشد.گامهای پله ای در طول یک مسیر خطی یا مرز شیء بوسیله تحرک (ریزوضعیت)پرتوی الکترونی به موقعیت- های تقریب زده ی بسیار نزدیک بوسیله ی هندسه شیء اختصاص داده شده هموار شده است .

سیستم های متحد شده ی این شیوه طراحی شده اند تا اینکه موقعیت پیکسل های انفرادی بتوانند بوسیله ی یک جزئی از قطر پیکسلی حرکت داده شوند .پرتوی الکترونی به طور نمونه بوسیله ی ۱/۴ و۱/۲ و۳/۴ یک قطر پیکسلی به ترسیم نقاط نزدیکتر به مسیر حقیقی یک خط یا لبه ی شیء منتقل شده است . بعضی از سیستم ها همیشه اجازه میدهند اندازه پیکسل های انفرادی به عنوان یک وسیله ی اضافه شده ، برای شدت های توزیعی تنظیم شده باشد . شکل ۴۱-۴ ،تاثیرات ضد ناصافی و مرحله بندی پیکسل ، روی یک نوعی از مسیر های خطی را شرح می دهد .

جبران برای تفاوت های شدتی خط

ضد ناصافی کننده ی یک خط به آهسته کردن اثر گام پله ای و همیشه برای یک اثر ترسیمی دیگر عوض داده شده است . که در شکل۴۲-۴ ، شرح داده شده است . هر دو خط با تعداد یکسانی از پیکسلها رسم شده اند .هنوز خط قطری طولانی تر از خط افقی بوسیله ی یک ضریب رادیکال ۲ است. تاثیر دیداری ،این است که خط قطری ،روشنی

کمتری از خط افقی را نشان می دهد . یک الگوریتم رسم خطی می تواند انطباق داده شده باشد تا این تاثیر را عوض کند بوسیله ی تنظیم کننده ی شدت هر خط بوسیله ی انحرافهایش.
خط های افقی وعمودی با پایینترین شدت نمایش داده می شوند تا زمانیکه خط های۴۵درجه ی
مفروض بیشترین شدت را داشته باشند. اما اگر تکنیک های ضد ناصافی کننده برای یک نمایش بکار بردنی باشند شدت ها به صورت اتوماتیک تقویت شده هستند.
شکل ۴۰-۴ :کارکرد های فیلتری مشترک به مسیر های خطی ضد ناصافی ها استفاده شده است .حجم هر فیلتربه ۱نرمال شده است . وبلندی ،وزن نسبی در هر موقعیت زیر پیکسلی را میدهد.
صفحه ی ۱۷۶
وقتی که پهنای متناهی خطوط به حساب می آیدشدت های پیکسلی برای اینکه خطها، شدت کلی را نسبت به طولشان نشان دهد تنظیم شده هستند.
مرض های منطقه ی ضد ناصافی
مفهوم های ضد ناصافی کننده که برای خط ها بحث کردیم همیشه می تواند به مرزهای ناحیه هایی که سیمای ناهمواری انها حذف شده است بکار بردنی باشد .ما میتوانیم این روال ها را در الگوریتم خط پیمایش به هموار کردن خط خارجی ناحیه به عنوان ناحیه هایی که تولید شده است ترکیب کنیم. اگر قابلیت های سیستم ،جابجا کنندگی پیکسلها را اجازه دهد .مرز های ناحیه میتواند بوسیله ی موقعیت های پیکسلی مرزی تنظیم کننده،هموار شده باشند. به منظور ان که آن ها در طول خط مشخص کننده ی یک مرز ناحیه هستند. روش های دیگری که برای هر شدت پیکسلی تنظیم شده است به یک موقعیت مرزی طبق درصدی از ناحیه پیکسلی که داخل مرز است تنظیم میکنند.درشکل ۴۳-۴ ،پیکسل درموقعیت(x,y)تقریبا نیمی از ناحیه شان
داخل مرز چند ضلعی قرار دارد . بنابراین، شدت در آن موقعیت به یک نیمی ازارزش تعیین-شده شان تنظیم شده خواهد بود.در موقعیت بعدی (x+1,y+1) در طول مرز شدت،تقریبا ۱/۳ ارزش مشخص شده برای آن نقطه ی تنظیم شده است. سازگاری همسان روی درصدی از پوشش ناحیه پیکسلی بنا شده است. که برای ارزش های شدتی دیگر در اطراف مرز بکار بردنی هستند.
شکل ۴۱-۴:خط های ناهموار ،روی سیستم merlin 9200 رسم شده است.هموار شده با یک تکنیک ضد ناصافی کننده که مرحله بندی پیکسلی نامیده میشود .این تکنیک تعدادی از نقطه- های قابل آدرس دهی روی سیستم از ۷۶۸×۵۷۶ به ۳۰۷۲×۲۳۰۴ افزایش میدهد.

صفحه ۱۷۷
شکل ۴۲-۴:خط های طول نامساوی با تعدادی از پیکسل های همانند در هر خط نشان میدهد.

روشهای نمونه برداری می تواند بوسیله ی زیر تقسیم کننده ی ناحیه کلی و تعیین کننده ی تعدادی از زیر پیکسل ها داخل مرز ناحیه به کار برده شده باشد. یک تقسیم کنند ه ی پیکسلی داخل چهار زیر ناحیه در شکل ۴۴-۴ نشان داده شده است. اصل ۴به۴ شبکه ی پیکسل ها به یک ۸به۸ شبکه برگردانده شده است. و ما اکنون خط های پیمایش ۸ را از میان این شبکه به جای ۴ پردازش می کنیم .شکل ۴۵-۴ ،یکی از ناحیه های پیکسلی داخل این شبکه که یک مرز شیءی اشتراک دارد نشان میدهد در طول ۲ خط پوشی ما تعیین می کنیم که سه تا از ناحیه های زیر پیکسل داخل مرز هستند . بنابراین ما شدت پیکسلی را در ۷۵ درصد از ارزش ماکسیممشان مرتب می کنیم.
شیوه ی دیگر برای تعیین کننده ی درصد از ناحیه ی پیکسلی در طول یک مرز ،توسعه یافته بوسیله ی (pitteway-watkinson) روی الگوریتم خط مرکزبنا شده است.

این الگوریتم پیکسل بعدی را در طول یک خط ،بوسیله ی تعیین کننده ای که از دو پیکسل که نزدیکتر به خط است. بوسیله ی آزمایش کننده ی موقعیت مکان مرکزی بین دو پیکسل،انتخاب می کند. بنابراین در
الگوریتم(bresenham) ،ما یک پارامتر تصمیم p که اشاره اش به ما می گوید که از دو پیکسل کاندیدای بعدی که به خط نزدیکتر است را ایجاد کنید.بوسیله ی اصلاح جزئی از p ما یک مقداری که همیشه دادن درصدی از ناحیه پیکسل جاری که بوسیله ی یک شیء پوشانده شده است را بدست می اوریم.
ما نخست شیوه ای برای یک خط با شیب m در دامنه ای از ۰تا۱ را در نظر می گیریم.در شکل ۴۶-۴ ،یک مسیر خط مستقیم روی یک شبکه ی پیکسلی نشان داده شده است.فرض
می کنیم که پیکسل در موقعیت (xk,yk) رسم شده است.نزدیکترین پیکسل بعدی خطی در x=xk+1 هر پیکسلی در yk یا یک در yk+1 است.ما میتوانیم مصمم شویم که پیکسل نزدیکتر با محاسبات است.

$$y-y(mid)=[m(xk+1)+b]-(yk+0/5)$$

این مسافت عمودی از y واقعی ،که روی خط به نقطه ی نیمه راهی بین پیکسلها در موقعیت yk و yk+1 را هماهنگ می کند را میدهد.اگر این اختلاف محاسباتی منفی باشد پیکسل در yk به خط نزدیکتر است اگر این اختلاف مثبت باشد پیکسل در yk+1 نزدیکتر است.
شکل ۴۳-۴: تنظیم کننده ی شدت های پیکسلی در طول یک مرز ناحیه ای

ما می توانیم این محاسبات را تنظیم کنیم تا این که یک عدد مثبتی در محدوده ای از ۰ تا ۱ را با افزودن مقدار 1-m تولید کند .

$$P=[m(xk+1)+b]-(yk+0/5)+(1-m)$$

حالا پیکسل در yk ،اگر p<1-m باشد نزدیکتر است،و پیکسل در yk+1 ، اگر p>1-m باشد نزدیکتر است.پارامتر p همیشه مقدار پیکسل های جریانی که ،بوسیله ی ناحیه روی هم افتاده است اندازه گیری می کند .برای پیکسل در (xk,yk) در شکل ۴۷-۴ قسمت داخلی پیکسل یک ناحیه ای دارد که می تواند محاسبه شده باشد.در نتیجه

$$Area=mxk+b-yk+0/5$$

این عبارت برای روی هم افتادن ناحیه ای از پیکسل در (xk,yk) که برای پارامتر p در معادله ی ۸-۴ ،همانند است.بنابراین بوسیله ی ارزیابی p به تعیین موقعیت پیکسل بعدی در طول مرز چند ضلعی می پردازد ما همچنین درصدی از ناحیه ی پوشانده شده برای پیکسل جاری را تعیین میکنیم .
ما می توانیم این الگوریتم را عمومی کنیم که خط هایی با شیب منفی و خط هایی با شیب های بزرکتر از ۱ را اصلاح کند. این محاسبه برای پارامتر p می تواند از یکی شدن داخل یک الگوریتم خط نقطه میانی به استقرار موقعیت های پیکسلی و لبه شیء بوده باشد و یکجا شدت های پیکسلی را در طول خط های مرزی تنظیم کند. ما می توانیم محاسبات را به مختصات پیکسل مرجع در مختصات چپ پایینترشان و نسبت های ناحیه پشتیبانی ،همچنان که در بخش ۱۰-۳ بحث شده است تنظیم کنیم.

در رئوس چند ضلعی و برای چند ضلعی های بسیار جلدی ،همچنانکه در شکل ۴۸-۴ نشان داده شده است .ما بیشتر از یک سطح مرزی گذشته از یک ناحیه ی پیکسلی داریم .برای این موردها ،ما باید اصلاح الگوریتم pitteway-watkinson رابوسیله ی پردازش کننده ی

همه ی لبه های گذشته در طول یک پیکسل و تعیین کننده ی ناحیه ی داخلی صحیح را داشته باشیم.تکنیک های فیلتری که برای ضد ناصافی کننده ی خط بحث شده است می تواند همیشه به لبه های ناحیه،بکار برده شده باشد. همیشه انواع شیوه های ضد ناصافی کننده میتواند به ناحیه های چند ضلعی یا به ناحیه هایی با مرز های خمیده کاربردی باشد. معادله های مرز به ارزیابی ناحیه ی هم پوشا،ناحیه های پیکسلی با ناحیه ای که به نمایش گذاشته شده باشد استفاده شده است .و تکنیک های ارتباط در طول وبین خط های اسکن به سادگی محاسبات بکار برده شده اند.

خلاصه

در این فصل ما ویژگی های مختلفی را که نمود عناصر اولیه نمایش داده شده را کنترل می کنند را کشف کردیم .رویه ها برای نمایش عناصر اولیه از تنظیمات خواص برای تنظیم خروجی الگوریتم ها برای تولید خط ،پر کردن منطقه و نمایش های ساختار متنی استفاده می کنند.

خواص پایه ای خط ،نمونه ی خط ،رنگ خط ، ،و عرض خط هستند. مشخصات برای نمونه خط شامل خطوط جامد ،خط چین ونقطه چین هستند .مشخصات رنگ خط می تواند در اصطلاحاتی از اجزای RGB داده شده باشد که شدت ۳ پرتاب کننده ی الکترون را در یک نمایشگر RGB کنترل می کند مشخصات برای عرض خط در اصطلاحاتی از چند گنه هایی از یک خط عریض تک پیکسلی استاندارد داده شده اند این خواص می توانند برای هر دو خط مستقیم و منحنی اعمال شده باشند برای کاهش اندازه حافظه دیجیتالی ،برخی سیستم های ترسیمی از یک جدول مراجعه رنگی مجزا استفاده می کنند . این تعداد رنگ هایی که می توانند برای اندازه جدول مراجعه نمایش داده شده باشند را محدود می کند سیستم های تمام رنگی آنهایی هستند که ۲۴ بیت به هر پیکسل و هیچ جدول مراجعه رنگ مجزایی را محیا نمی کند.

شکل ۴۴-۴:یک بخش پیکسلی ۴به۴ از یک نمایشگر ترسیمی به شبکه ی ۸به۸ تقسیم به جزء شده است.

شکل ۴۵-۴: یک منطقه ی پیکسلی تقسیم به جزء شده به همراه سه جزء تقسیم شده درون یک خط مرزی شیء.

شکل ۴۶-۴:لبه ی مرزی یک منطقه ی گذرنده در طول یک بخش شبکه ی پیکسلی .

خواص منطقه ی پر کردن شامل شیوه ی پر کردن و رنگ پر کردن یا الگوی پر کردن است هنگامی که شیوه پر کردن جامد باشد ،رنگ پر کردن رنگ را برای پر کردن جامد قسمت داخلی چند ضلعی تعیین می نماید یک شیوه پر کردن تو خالی ،یک درون رادر رنگ پس- زمینه و یک سرحد را در رنگ پر کردن ایجاد می کند شکل سوم پر کردن الگویی شده است

در این حالت ،یک الگوی آرایشی انتخاب شده برای پر کردن قسمت درونی چند ضلعی استفاده شده است .

یک گزینه پر کردن افزوده ی محیا شده در برخی بسته ها پر کردن ملایم است .این پرکردن دارای کاربردهایی در بسته های ضد ناهمواری و در بسته های نقاشی است. رویه های پرکردن ملایم ،یک رنگ پر کردن جدید را برای یک ناحیه ای که دارای اختلافات یکسان، مانند رنگ پر کردن قبلی است ،محیا میسازد .یک مثال از این رهیافت ،الگوریتم پر کردن ملایم خطی است که فرض می کند که پر کردن قبلی ،یک ترکیب خطی از رنگ های پیش زمینه و پس

زمینه بود.این ارتباط خطی یکسان ،پس از تنظیمات حافظه ی دیجیتالی تعیین شده است و برای باز رنگ آمیزی منطقه در یک رنگ جدید استفاده شده است .
علامت ها ،تعریف شده به صورت شبکه ی پیکسلی یا به صورت مجموعه ی حروف خط خارجی ،می توانند در رنگ ها ،اندازه ها،و جهت های مختلف نمایش داده شده باشند برای تنظیم جهت یک رشته علامت ،ما یک جهت را برای علامت بردار بالا و یک جهت را برای مسیر نوشته انتخاب می نماییم .در مجموع ما می توانیم همترازی یک رشته متن را درارتباط با وضعیت مختصات آغازین تنظیم کنیم. نماد های نشانگر می توانند با استفاده از علامت های انتخاب شده ی اندازه ها و رنگ های متفاوت نمایش داده شده باشند .
بسته های گرافیکی میتوانند برای بررسی هر دو مشخصات خواص غیر دسته ای و دسته ای اندیشیده شده باشند .خواص غیر دسته ای آنهایی هستند که برای تنها یک نمونه دستگاه خروجی تعریف شده اند .مشخصات خواص دسته ای به تنظیماتی متفاوت از خواص اجازه می دهند تا روی دستگاههای متفاوت ،اما دستیابی شده به همراه تعداد نمایه ی یکسان در یک جدول دسته ای، استفاده شده باشند. جدول های دسته ای ممکن است نصبی یا کاربری یا هر دوی آن ها تعریف شده باشند. عملکرد ها برای تنظیم ارزش های جدول دسته ای ،نمونه ی جدول کاری ولیست خواص را برای یک نمایه ی خواص داده شده ،مشخص می کنند .
برای تعیین تنظیمات در جریان برای خواص و دیگر پارامتر ها ،ما می توانیم عملکرد های درخواستی را فراخوانی نماییم .در مجموع برای بازیابی رنگ و دیگر اطلاعات خواص ،ما می توانیم کد های ایستگاه کاری و ارزش های حالت را به همراه عملکرد های در خواستی بدست آوریم.
بدلیل اینکه تبدیل پویشی یک روند دیجیتالیزه کردن روی سیستم های ترسیمی است ،عناصر اولیه نمایش داده شده دارای یک نمود نا هموار هستند . این به علت کمتر نمونه برداری اطلاعاتی است که ارزش های مختصات را تا وضعیت های پیکسلی احاطه کرده است ما میتوانیم نمود عناصر اولیه ترسیمی را بوسیله ی اعمال رویه های ضد نا هموار که شدت های پیکسلی را تنظیم میکند بهتر نماییم .یک روش برای انجام این کار ،نمونه برداری سطحی است .این است که ما هر پیکسلی را که از توابع پیکسلی تشکیل شده باشد می سنجیم و ما شدت توابع پیکسلی و میانگین ارزش های تمام توابع پیکسلی را محاسبه می نماییم.
شکل ۴۷-۴: منطقه ی هم پوشانی یک مستطیل پیکسلی ،مرکزی شده در وضعیت (xk,yk) به همراه قسمت داخلی یک منطقه ی چند ضلعی .

شکل ۴۸-۴: چند ضلعی ها به همراه بیشتر از یک خط مرزی گذرنده در طول ناحیه های پیکسلی منفرد.

صفحه ۱۸۰

متناوبا ما می توانیم نمونه برداری منطقه ای و تعیین در صد پوشش منطقه ای برای یک پیکسل صفحه ی نمایشی را انجام دهیم ،سپس شدت پیکسلی را متناسب با این درصد تنظیم مینماییم .ما همچنین می توانیم سهم های تابع پیکسلی را بر طبق وضعیت ،بوسیله ی دادن اوزان بالاتر به توابع پیکسلی مرکزی ،وزنی نماییم. روش دیگر برای ضد ناهمواری ایجاد پیکر بندی های سخت افزاری خاص است که می تواند وضعیت های پیکسلی را انتقال دهد.
جدول۴-۴:خواص بحث شده در این فصل برای طبقه بندی خروجی اولیه :
خط ، منطقه پرکردن،متن و علامت را لیست می کند . عملکرد های خواص که می توانند در بسته های گرافیکی استفاده شده باشندبرای هر طبقه لیست شده اند.

خلاصه ای از ویژگی ها

عملکرد های خواص دسته ای	عملکرد های تنظیمی خواص	خواص وابسته	نمونه خروجی اولیه
		نمونه عرض رنگ شیوه پر کردن رنگ پر کردن الگو	خط منطقه پرکردن
		فونت رنگ اندازه جهت	متن
		نمونه اندازه رنگ	شاخص

برای تعیین ارتفاع مختصاتی حروف بزرگ ، یک ارزش حقیقی بیشتر از صفر به پارامتر ch اختصاص می یاد : فاصله بین خط مبناء و خط پوششی در مختصات کاربرد . این تعیین ، بر اندازه کاراکتر نیز تاثیر می گذارد بطوری که عرض و فاصله بندی کاراکترها برای حفظ نسبت های همان متن ، تنظیم می شود . به عنوان مثال ، مضاعف کردن ارتفاع ، عرض کاراکتر و فاصله بندی بین کاراکترها را نیز مضاعف می کند .

شکل ۴-۲۶ ، رشته کاراکتر ارائه شده با سه ارتفاع کاراکتر متفاوت را نشان می دهد . فقط عرض متن را می توان با تابع زیر تعیین کرد :

(۱)

که در آن ، پارامتر عرض کاراکتر cw ، ارزش حقیقی مثبت تعیین می شود که عرض متن کاراکترها را درجه بندی می کند . ارتفاع متن تحت تاثیر این تعیین ویژگی قرار نمی گیرد . مثالهایی در مورد متن ارائه شده با بسط های کاراکتر متفاوت در شکل ۴-۲۷ ، نشان داده میشود .

فاصله بندی بین کاراکتر ها به طور جداگانه کنترل می شود .

(۲)

که در آن به پارامتر فاصله بندی کاراکتری ، هر ارزش حقیقی اختصاص می یابد . ارزش تخصیص یافته به cs ، فاصله بندی بین متون کاراکتر را در امتداد خطوط پرینت تعیین می کند . ارزش های منفی برای cs ، متون کاراکتر را همپوشانی می کنند . ارزش های مثبت فضایی را برای گسترش کاراکترهای ارائه شده ، اضافه می کنند . تخصیص ارزش صفر به cs موجب می شود که متن بدون فضا بین متون کاراکتر ، نشان داده شود . مقدار فاصله بندی با ضرب کردن ارزش cs به ارتفاع کاراکتر تعیین می شود (فاصله بین خط مبنا و خط پوششی) . در شکل ۴- ۲۸ ، یک رشته کاراکتر با سه مجموعه متفاوت پارامتر فاصله بندی کاراکتر نشان داده می شود . جهت یابی رشته کاراکتر نشان داده شده ، طبق جهت بردار بالایی کاراکتر ، تعیین می شود .

(۳)

به بردار بالایی پارامتر در این تابع ، دو ارزش اختصاص می یابد که مولفه های بردار x وy را مشخص می کنند . متن سپس طوری نمایش داده می شود که جهت یابی کاراکترها از خط مبناء به خط پوششی در جهت بردار فوقانی واقع می شود . مثلا ، با بردار فوقانی = (۱,۱)، جهت بردار فوقانی ۴۵ درجه بوده و متن طبق شکل ۴-۲۹ نشان داده می شود . روش جهت متن طوری کاراکترها را می چرخاند که طرفین متن کاراکتر از خط مبناء به خط پوششی به بردار فوقانی همراه است می شوند . اشکال کاراکتر چرخیده بنابراین اسکن تبدیل شده به بافر چهارچوب ، هستند .

آرایش رشته های کاراکتر بطور عمودی یا افقی در اکثر کاربردها مفید است (شکل ۴-۳۰) . یک پارامتر مشخصه برای این گزینه با این عبارت تعیین می شود .

(۴)

که در آن به پارامتر مسیر متن tp ، ارزش : راست ، چپ ، بالا ، یا پایین تخصیص می یابد . مثال های متن ارائه شده با این چهار بخش در شکل ۴-۳۲نشان داده می شوند . روش اجرای این گزینه باید الگوهای کاراکتر را به جهت یابی خاص قبل از انتقال آنها به بافر چارچوب ، تبدیل کند .

رشته های کاراکتر می توانند با استفاده از ترکیب مشخصات بردار فوقانی و مسیر متن متعدد برای بردار فوقانی ۴۵ درجه را نشان می دهد . نمونه هایی از متن تولید شده برای ارزش های مسیر متن پایین و راست با این بردار فوقانی در شکل ۴-۳۳ نشان داده می شوند . دیگر مشخصه قابل دسترسی رشته های کاراکتر ، ترازمندی است . این مشخصه نشان می دهد که متن چطور با توجه به مختصات آغازین قرار می گیرد . مشخصات ترازمندی باتابع زیر تعیین می شوند:

(۵)

که در آن پارامتر های h وv ، ترازمندی افقی و عمودی را به ترتیب کنترل می کنند . ترازمندی افقی با تخصیص یک ارزش چپ ، مرکزی یا راست ، به h تعیین می شود . ترازمندی عمودی با تخصیص یک ارزش فوقانی ، پوششی ، نیمه ، مبناء یا پایه ، تعیین می شود . تفسیر این ارزش های ترازمندی به مجموعه فعل مسیر متن بستگی دارد . شکل ۴-۳۴ ، وضعیت مجموعه ترازمندی را زمانی نشان می دهد که متن قرار است به صورت افقی درراست یا به صورت عمودی در پایین نشان داده شود . تشبیه های مشابه در ارزش های مسیر متن چپ و بالا ، صدق می کنند . طبیعی ترین ترازمندی برای مسیر متن خاص با تخصیص ارزش نرمال به پارامترهای h وv ، انتخاب می شود . شکل ۴-۳۵ ، موقعیت های ترازمندی مشترک برچسب های متن افقی و عمودی را نشان می دهد . مشخصه دقیق نمایش متن با تابع زیر ارائه می شو د:

(۶)

که در آن به پارامتر دقت متن tpr یکی از ارزش های string ، char ، یا stroke ، تخصیص می یابد . با کیفیت ترین متن زمانی نشان داده می شود که پارامتر دقت ، ارزش stroke تعیین می شود . برای این مجموعه دقت ، جزییات بیشتر در تعریف اشکال کاراکتر و پردازش گزینش های مشخصه ، به کار می رود . کم کیفیت ترین مجموعه دقت ، string ، برای نمایش سریعتر رشته های کاراکتر مورد استفاده قرار می گیرد . د راین دقت ، اکثر گزینش های مشخصه از قبیل مسیر متن نادیده پنداشته می شود و روش های دستکاری رشته برای کاهش زمان پردازش ، ساده سازی می شوند .

مشخصات شاخص

نماد شاخص ، کاراکتری است که می تواند به رنگ های متفاوت و اندازه های مختلف قابل نمایش است . ویژگی های شاخصی بوسیله روش هایی اجرا می شوند که کاراکترانتخاب شده را در خط پویش در مکانهای تعریف شده با رنگ و اندازه مشخص ، بارگذاری می کند .

یک کاراکتر خاص را به عنوان نماد شاخص بوسیله تابع زیر انتخاب می کنیم :

(۷)

که در آن پارامتر نوعیب شاخص mt با یک کد صحیح ، تعیین می شود . کدهای خاص نوع شاخص ، اعداد صحیح ۱ تا ۵ هستند که به ترتیب نقطه (۰) ، علامت مثبت (+) ، ستاره (*) ، دایره (○) و علامت ضربدر (x) را مشخص می کنند . انواع شاخص ارائه شده بر مختصات شاخص متمرکز می شوند. اندازه شاخص را با تابع زیر تعیین می کنیم :

(۸)

با اندازه شاخص پارامتر ms ، یک عدد مثبت تخصیص می یابد . این پارامتر درجه بندی در اندازه اسمی نماد شاخص خاص انتخاب شده ، صدق می کند . ارزش های بیشتر از ۱ ، کاراکتر بزرگی تولید کرده و ارزش های کمتر از ۱ ، اندازه شاخص را کاهش می دهند . رنگ شاخص بوسیله تابع زیر مشخص می شود :

(۹)

کد رنگ انتخاب شده برای پارامتر ms در لیست مشخصه جاری ذخیره شده و برای نشان دادن مقادیر اولیه شاخص مشخص ، به کار می رود .

۴-۶ مشخصات همراه

با طرز عمل هایی که تا به حال بررسی کردیم ، هر تابع ویژگی منفردی را نشان می دهد که دقیقا طرز نمایش عنصر اولیه را با آن مجموعه مشخصه ، مشخص می کند . این مشخصات ، ویژگی های منفرد یا مجزا نامیده می شوند و برای استفاده با یک ابزار خروجی در نظر گرفته می شوند که می تواند عناصر اولیه را با روش مشخص نشان دهد . اگر یک برنامه کاربردی با استفاده از ویژگی های منفرد با ابزارهای خروجی متعدد سطح مشترک داشته باشد ، برخی از این ابزارها شاید قادر به نشان دادن ویژگی های مورد نظر نباشند . برنامه ای که از ویژگی های رنگ منفرد استفاده می کند ، شاید الزاما اصلاح شود تا خروجی قابل قبولی در مونیتور فتو کروماتیک تولید کند .

فرمان های ویژگی انفرادی ، روش ساده و مستقیمی برای مشخص کردن ویژگی ها فراهم می کنند . زمانیکه یک ابزار خروجی منفرد به کار می رود . وقتی چند نوع ابزار خروجی در نصب گرافیک قابل دسترسی هستند ، بهتر است کاربر اظهار کند که ویژگی ها چطور در هر ابزارهای متفاوت تفسیر می شوند . این کار با ایجاد جداول برای هر ابزار خروجی انجام می گیرد که ارزش های ویژگی را لیست می کند که قرار است در آنابزار برای نشان دادن هر نوع اولیه ، مورد استفاده قرار گیرند . مجموعه خاصی از ارزش های ویژگی برای هر مقدار اولیه برای هر ابزار خروجی ، با مشخص کردن شاخص جدول مناسب ، مشخص می شود . ویژگی های مشخص شده با این روش ، ویژگی های همراه نامیده می شوند . جدول مربوط به هر عنصر اولیه که گروههایی از ارزش های ویژگی مورد استفاده به هنگام نمایش آن عنصر اولیه در یک ابزار خروجی خاص را تعریف می کند ، جدول همراه نامیده می شود .

ویژگی ها می توانند در ورودیهای جدول ایستگاه کار همراه شوند . انتخاب بین مشخصه همراه و غیر همراه با تعیین کلیدی بنام شاخص مبدا مشخصه هر یک از این ویژگی ها ، نامیده می شود .

(۱۰)

که در آن ، پارامترattributeptr به لیست ویژگی ها و پارامتر flagptr به لیست متناظر شاخص های منبع مشخصه ، دلالت می کند . هر نشانه منبع ویژگی از یک ارزش انفرادی یا گروهی برخوردار می شود . ویژگی هایی که شاید گروهی شوند و در بخش های بعدی ذکر می شوند .

ویژگی های خط گروهی

جزییات جدول گروهی مربوط به مشخصات خط در ایستگاه کار مشخص با تابع زیر مشخص می شود:

(۱۱)

پارامتر ws ، شناسه ایستگاه کار بوده و پارامتر شاخص خط li ، محل جدول گروهی را تعریف می کند . پارامترهای lw، lt و lc گروهی بوده و ارزش های تخصیص یافته برای تعیین نوع خط ، عرض خط و مشخصات رنگ خط ، هستند . یک چند خطی که به آن ارزش شاخص جدول ۳ ، تخصیص می یابد با استفاده از خط چین هایی در نصف ضخامت با رنگ آبی در ایستگاه کار ۱ نشان داده می شوند ، در حالیکه در ایستگاه کار ۴ ، همان شاخص ، خطوط پر سفید رنگ با اندازه استاندارد تولید می کند .

وقتی جداول گروهی نصب شدند ، گروهی از ویژگی های خط گروهی برای هر ایستگاه کاری از طریق مشخص کردن ارزش شاخص جدول ، انتخاب می شود .

فرمان های چند خطی بعدی سپس خطوطی را در هر ایستگاه کاری طبق مجموعه ای از ارزش های ویژگی گروهی تعریف شده در وضعیت جدول مشخص شده با ارزش پارامتر شاخص خطی li ، تولید می کنند .

ویژگی های متن گروهی

تابع

ارزش های فونت ، دقت ، ضریب بسط ، اندازه و رنگ متن را در موقعیت جدول ، گروه بندی می کند برای ایستگاه کاری ws که با ارزش تخصیص یافته به پارامتر شاخص متن ti ، مشخص می شود . سایر ویژگی های متن از جمله کاراکتر بردار فوقانی ، مسیر متن ، ارتفاع کاراکتر ، و ترازمندی متن بطور انفرادی تعیین می شود .

ارزش شاخص متن خاص با تابع زیر مشخص می شود . هر تابع متن برای نمایش در هر ایستگاه کاری با مجموعه ای از ویژگی های مشخص شده با وضعیت این جدول ، فراخوانده میشود .

ویژگی های شاخص گروهی

جزییات جدول در مورد ویژگی های شاخص گروهی با تابع زیر نسب می شود . این نوع شاخص ، ضریب مقیاس شاخص و رنگ شاخص مربوط به شاخص mi را در ایستگاه کاری ws تعریف می کند . گزینش های جدول گروهی ، با تابع زیر صورت می گیرد .

۷-۴ توابع پرس و جو

مجموعه های فعلی ویژگی ها و پارامترهای دیگر از قبیل انواع و وضعیت ایستگاه کاری لیستهای سیستم را می توان به وسیله توابع پرس و جو ، بازیافت کرد . این توابع اجازه می دهند ارزش های جاری در پارامتر های مشخص رونوشت شوند که سپس قابل ذخیره سازی برای استفاده مجدد بعدی یا برای بازبینی حالت فعلی سیستم می باشد .

ارزش های مشخصه جاری را با ذکر نام مشخصه در تابع پرس و جو بازبینی می کنیم .

این توابع ارزش های جاری شاخص خط را کپی کرده و رنگ را در پارامتر های lastly و lastfc پر می کنند . بخش برنامه بعدی ، استفاده مجدد از نوع خط جاری را پس از اینکه مجموعه خطوط با نوع خط جدید ترسیم می شوند ، نشان می دهد .

هموار کردن لبه های دندانه دار

عناصر اولیه تولید شده با الگوریتم های پویشی بحث شده . در فصل ۳ ،ظاهرا به صورت دندانه ای و پله ای هستند چون فرآیند الگو سازی ، نقاط مختصلتی را روی یک شیء دیجیتالی می سازند که مکانهای پیکسل صحیح را مجزا می کند . این احراف اطلاعات بواسطه الگو سازی فرکانس پایین ناهمواری نامیده می شود . می توانیم ظاهر خطوط پویشی ارائه شده را با به کار گیری متدهای هموارسازی لبه های دندانه دار که فرآیند الگوسازی ناقص را جبران می کند اصلاح کنیم .

یکی از روش های افزایش سرعت الگو سازی با سیستم های پویشی به سهولت نشان دادن اشیاء با وضوح بیشتر است . با این وجود ، حتی در بیشترین وضوح ممکن با تکنولوژی جاری ، پله ها تا حدودی آشکار هستند . اینکه بافر چارچوب را با چه بزرگی ایجاد کنیم ، محدودیت وجود دارد و تا بحال سرعت ۳۰ تا ۶۰ چارچوب در ثانیه را حفظ می کند . علاوه بر این ، برای نشان دادن صحیح اشیاء با پارامترهای پیوسته به فواصل الگوسازس قراردادی کوچک نیاز داریم . بنابراین ، اگر تکنولوژی سخت افزار به جابجایی بافرهای چارچوب بزرگ توسعه نیابد ، وضوح صفحه افزون را حل کاملی برای مسئله ناهمواری ، نیست .

با سیستم های پویشی که می توانند بیش از دو سطر شدت را نشان دهند ، می توانیم روشهای هموار سازی را برای اصلاح شدت های پیکسل به کار ببریم . با تغییر مناسب پیکسل ها در امتداد حدود عناصر اغا زین ، می توانیم لبه ها را جهت کاهش ظاهر پله ای ، صاف سازیم .

متد همراه سازی مستقیم ، افزایش سرعت الگو سازی از طریق عمل اوری صفحه است که گویی با شبکه ریزتر از انچه که قابل دسترس است ، پوشیده می شود . بنابراین می توانیم از نقاط نمونه چندگانه در شبکه ریز برای تعیین سطح شدت مناسب برای هر پیکسا صفحه ، استفاده کنیم . این تکنیک مشخصات شیء الگو سازی در وضوح بیشتر و نشان دادن نتایج در وضوح کمتر ، فرا الگو سازی نامیده می شود . مکانهای پیکسل نمایش داده شده ، نقاط پوشاننده ناحیه محدود صفحه هستند .

اشیاء پوششی را می توان با تغییر دادن مکان نمایشی نواحی پیکسل هموار سازی کرد . این تکنیک که فاز پیکسل نامیده می شود با میکرو موقعیت یابی پرتو الکترونی در رابط با هندسه شیء، به کار می رود .

بخش های خط راست فرا الگو سازی

فرا الگوسازی خطوط راست را می توان به چند روش انجام داد . برای نمایش مقیاس خاکستری بخش خط راست ، می توانیم هر پیکسل را به تعدادی از زیر پیکسل ها و شمارش تعداد زیر پیکسل ها ، تقسیم کنیم که در امتداد مسیر خط هستند .

نمونه ای از این متد در شکل ۴-۳۷ ارائه شده است . هر ناحیه پیکسل مربع به نه زیر پیکسل مربع با اندازه یکسان تقسیم می شود و نواحی سایه دار ، زیر پیکسل هایی را نشان می دهد که به وسیله الگوریتم bresenham انتخاب می شود .

این طرح ، سه مجموعه شدت بالای صفر را فراهم می کند ، چون حداکثر تعداد زیر پیکسل هایی که می توانیم در هر پیکسل انتخاب کنیم ، ۳ عدد است . شانزده عدد پیکسل ، چهار سطح شدت بالای صفر را به ما ارائه می کند ؛ ۲۵ زیر پیکسل ، ۵ سطح می دهد .

در فرا الگو سازی نمونه شکل ۴-۳۷ ، نواحی پیکسل با اندازه محدود را بررسی کردیم ، اما خط را به عنوان ماهیت ریاضی با عرض صفر ، در نظر گرفتیم . در واقع خطوط نشان داده شده دارای عرض تقریبا برابر با عرض یک پیکسل می باشد . اگر عرض محدود خط را در نظر بگیریم ، می توانیم فرا الگو سازی را با تعیین شدت پیکسل متناسب با تعداد زیر پیکسل های داخل چند ضلعی که ناحیه خط را نشان می دهد ، انجام دهیم .

پوشش های ارزیابی پیکسل

فرا الگو سازی الگوریتم ها اغلب با ارائه وزن بیشتر در زیر پیکسل های نزدیک مرکز ناحیه پیکسل انجام میگیرند ، چون انتظار داریم این زیر پیکسل ها در تعیین شدت کلی یک پیکسل مهم باشند . برای زیر پیکسل های سه در سه که تا به حال بررسی کرده ایم ، طرح ارزیابی ارائه شده در شکل ۴-۳۹ را می توان به کار برد . زیر پیکسل مرکزی اینجا ، چهار برابر ارزیابی می شود که این در مقایسه با زیر پیکسل های گوشه است و در مقایسه با زیر پیکسل های باقی مانده ، دو برابر است . شدت های محاسبه شده برای هر شبکه زیر پیکسل نه تایی ، سپس میانگین آنها گرفته می شود بطوریکه زیر پیکسل مرکزی با ضریب ۱/۴ ارزیابی می شود؛ زیر پیکسل های بالا ، پایین و جانبی هر کدام با ضریب ۱/۸ ارزیابی می شوند ؛ و زیر پیکسل های گوشه هر یک با ضریب ۱/۱۶ ارزیابی می شود . آرایه ای از ارزش ها که اهمیت نسبی زیر پیکسل را نشان می دهد ، گاها ماسک اوزان زیر پیکسل نامیده می شود . ماسک های مشابه را می توان با شبکه های زیر پیکسل بزرگتر ، نسب کرد . علاوه بر این ، این ماسک ها اغلب برای شمول مشارکت زیر پیکسل های متعلق به پیکسل های مجاتور بسط می یابند طوری که می توان میانگین شدت ها را در پیکسل های مجاور تعیین کرد .

بخشهای خط راست الگو سازی ناحیه

الگو سازی ناحیه را برای خط راست از طریق تعیین شدت هر پیکسل متناسب با ناحیه هم پوشانی پیکسل با خط عرضی محدود انجام دادیم . این خط می تواند به صورت یک مستطیل در نظر گرفته و بنابراین بخشی از ناحیه این خط بین خطوط شبکه صفحه عمودی مجاور (دو خط افقی مجاور) یک ذوزنقه است . ناحیه هم پوشان پیکسل ها با تعیین مقدار هم پوشانی هر پیکسل توسط این ذوزنقه ، محاسبه می شود . در شکل ۴-۳۸ ، پیکسل دارای مختصات شبکه صفحه ، تقریبا به اندازه ۹۰٪ به وسیله ناحیه خط پوشیده می شود بنابراین شدت آن ۹۰٪ حداکثر شدت ،

تعیین می شود . همینطور ، پیکسل در (۲۱-۱۰) با شدت تقریبا ۱۵٪ ماکزیمم تعیین می شود . روش برآورد نواحی هم پوشانی پیکسل با فرا الگو سازی ارائه شده در شکل ۴-۳۸ نشان داده می شود .

تکنیک های پالایش

یک روش دقیق برای هموار سازی خطوط ، استفاده از تکنیک های پالایش است . این روش ، مشابه بکارگیری ماسک پیکسل توزین شده می باشد ، اما اکنون یک سطح توزین پیوسته را که پیکسل را می پو شاند ، تصور می کنیم . شکل ۴-۴۰ ، نمونه های مستطیلی ، مخروطی و توابع پالایش Gaussian را نشان میدهد . متد های بکار گیری تابع پالایش مشابه بکار گیری ماسک توزین است ، اما ...

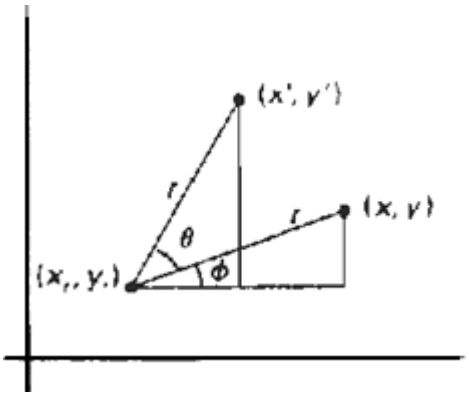
5

بخش ۱-۵

« انتقالات اصلی »

چرخش یک نقطه به دور یک محور دلخواه در شکل ۵-۵ نشان داده شده است .

شکل ۵-۵



چرخش یک نقطه با موقعیت (x,y) به موقعیت (x',y') ، تحت زاویه θ و نقطه چرخش (x_r,y_r)

با استفاده از روابط مثلثاتی می توانیم در این تصویر ، رابطه ی ۶-۵ را جهت دستیابی به تغییر شکل معادلات برای چرخش یک نقطه دور هر موقعیت معین دورانی تعمیم دهیم (x_r,y_r) :

$$x' = x_r + (x - x_r)\cos\theta - (y - y_r)\sin\theta$$

$$y' = y_r + (x - x_r)\sin\theta - (y - y_r)\cos\theta \qquad (5\text{-}9$$

عوامل افزاینده چرخش عمومی معادلات در مقادیر مختصات متفاوت است اگر عبارت ماتریس ۷-۵ می تواند به وسیله افزایش ماتریس بردار یک ستون جهت شامل شدن بر معادلاتمحوری تعدیل شود که عناصر آن شامل دوره ای افزاینده در رابطه ی ۹-۵ است. راههای بهتری جهت قاعده مند کردن معادلات ماتریسی وجود دارند و ما در بخش ۲-۵ طرح با ثبات تری را برای بیان تغییر معادلات بحث می کنیم.همانند حرکات

انتقالی دوران ها جهت بد شکل کردن اشیا سخت تغییر شکل می یابند. هر نقطه روی یک شی از طریق همان زاویه دوران داده می شود.

یک قسمت بردار دوران داده می شود به وسیله معادلات دورانی ۹-۵ به هریک از نقاط پایانی و دوباره خط را ترسیم می کند. بین نقاط پایانی جدید و وضعیت های جدید چند ضلعی با استفاده از خطهای عمودی جدید دوباره سازی می شود ، خط های منحنی به وسیله جا به جایی نقاط معین و ترسیم دوباره ی خطوط منحنی دوران داده می شوند.

به طور مثال یک دایره یا بیضی دور یک محور غیر مرکزی به وسیله ی نقطه ی مرکزی از طریق کمانی که شامل زاویه چرخش معین است ، دوران داده می شود. یک بیضی به دور مختصات مرکزش به وسیله دوران قطر کوچکتر و بزرگتر دوران داده می شود.

« تغییر در ابعاد »

یک تغییر در ابعاد ، اندازه یک شی را تغییر می دهد . این عمل به وسیله ی افزایش مقدار مختصات (x,y) هر رأس توسط مختصات s_x و s_y برای تولید مختصات تغییر یافته (x',y') انجام می شود.

$$x' = x.s_x \quad , \quad y' = y.s_y \qquad (5\quad 10$$

مختصات s_x اشیا را در جهت x و s_y در جهت y می سنجد، معادلات انتقال ۱۰-۵ می تواند بشکل ماتریس نوشته شود :

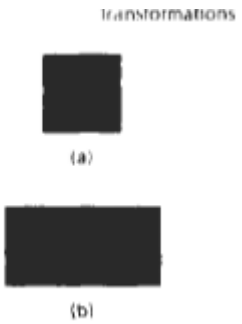
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (5-11$$

$$p' = s.p \qquad (5-12$$

جایی که s=2 است ، دوبار سنجش ماتریس در رابطه ی ۱۱-۵ مقدار هر عدد مثبت می تواند به عوامل سنجش s_x وs_y مرتبط شود. مقادیر کمتر از یک اندازه اشیاء را کاهش می دهد و مقادیر بیشتر از یک باعث

بزرگتر شدن شکل می شود ، تعیین مقدار یک برای S_y وS_x باعث تغییر نیافتن شی می شود و یک سنجش یکنواخت تناسب نسبی شی را حفظ می کند، مقادیر نامساویS_y وS_x در مختصات که آن در طراحی کاربردها ،جایی که تصاویر ساخته می شوند ، استفاده می شود. از تعداد کمی اشکال اصلی که می تواند بوسیله درجه بندی (تجانس) و انتقالات مطابقت می شود.

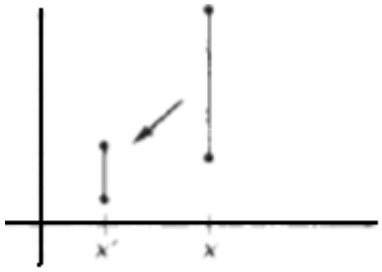
شکل ۶-۵



تبدیل مربع (a) به مستطیل (b) با مختصات $S_x = 2$ و $S_y = 1$

اشیایی که تغییر شکل می یابند با رابطه ی ۱۱-۵ متوازن و جا به جا شونده هستند. مختصات با مقادیر کمتر از یک اشیا را به سمت مختصات مبدا حرکت می دهد در حالی که مقادیر بزرگتر از یک مختصات را به دور از مبدا حرکت می دهد .

شکل ۷-۵

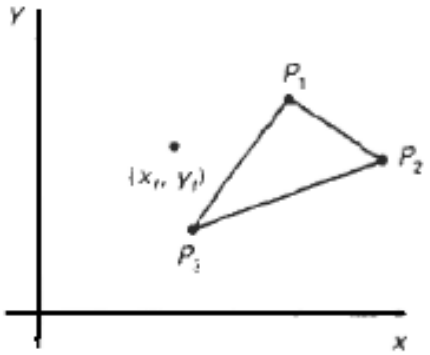


S_yو $S_y = 0.5 < 1$ که شکل کوچکتر شده و به سمت مبدا حرکت کرده است .

شکل ۷-۵ خطی را با تعیین مقدار 0.5 برای S_x وS_y در رابطه ی ۱-۵ نشان می دهد که هم طول خط و هم فاصله از مبدا به وسیله عامل $\frac{1}{2}$ کاهش می یابند.

می توانیم محل شی مدرج را به وسیله انتخاب یک موقعیت که نقطه ثابت نامیده می شود ، کنترل کنیم که آن بعد از انتقال ابعاد بدون تغییر می ماند .مختصات نقاط ثابت (x_r, y_r) می تواند به عنوان یکی از رئوس موقعیت دیگر انتخاب شود.

شکل ۸-۵



یک چند ضلعی که مبدا مدرج شده به نقطه ی ثابت به وسیله مدرج کردن فاصله از هر زاویه به نقطه ی ثابت مرتبط است. برای یک زاویه با مختصات (x, y) مختصات مدرج (x', y') چنین محاسبه می شوند.

$$x' = x_r + (x - x_r)s_x \quad , \quad y' = y_r + (y - y_r)s_y \qquad (5-13$$

ما می توانیم این انتقالات مدرج را برای جداسازی دوره های فزاینده بازنویسی کنیم .

$$x' = x.s_x + x_r(1 - s_x) \qquad (5-14$$

$$y' = y.s_y + y_r(1 - s_y)$$

جایی که دوره های فزاینده $x_r(1 - s_x)$ و $y_r(1 - s_y)$ برای همه ی نقاط در شی پایدار هستند ، قرار دادن مختصات برای یک نقطه ثابت در معادلات مدرج به قرار دادن مختصات برای یک نقطه ی محوری در دوران معادلات شبیه است .

ما می توانیم یک بردار ستونی را که اجزای آن در رابطه ی ۱۴-۵ دوره های پایدار هستند تشکیل می دهیم. سپس این بردار ستونی را به حاصل S.P در رابطه ی ۱۲-۵ اضافه کنیم. در بخش بعدی فرمول ماتریس را که فقط شامل مضرب ماتریس است بحث خواهیم کرد.

چند ضلعی ها به وسیله اعمال انتقالات ۱۴-۵ به هر زاویه و دوباره سازی چند ضلعی با استفاده از انتقال زوایا درجه بندی می شوند. اشیای دیگر به وسیله کاربرد معادلات انتقالی مدرج به مقادیر معلوم و تعریف شده ، اشیا درجه بندی می شوند.

یک بیضی در وضعیت استاندارد به وسیله برش های نسبتا بزرگتر و کوچکتر اندازه گیری شده و دوباره دور مرکز علامت گذاری شده معادلات رسم می شوند.

درجه بندی یکنواخت یک دایره به وسیله تطبیق ساده شعاع ها انجام می شود، سپس دایره را دور مرکز معادلات با استفاده از انتقال شعاع ها نشان می دهیم .

« نمایش های ماتریس و معادلات مشابه»

در کاربردهای گرافیکی شامل توالی انتقالات هندسی است. به عنوان مثال یک انیمیشن ممکن است نیاز به انتقال و دوران یک شی داشته باشد.

در هر افزایش حرکت ، در طراحی و کاربردهای ساختاری تصویر، انتقالات ، دوران ها و درجه بندی را برای مناسب سازی موقعیت اجزای تصویر انجام می دهیم اینجا در نظر می گیریم که نمایش ماتریس در بخش قبلی چطور بحث شد. می توانیم نتیجه توالی انتقال را و طی مراحل آن دوباره فرمول سازی بکنیم.

در بخش ۱-۵ دیدیم که هر کدام از انتقالات اساسی می توان در شکل ماتریس کلی بیان نمود.

$$P' = M_1 . P + M_2 \qquad (5-15$$

با موقعیت های برابر P، و P' به عنوان بردارهای ستونی ارائه شد، ماتریس M_1 به صورت آرایش دو در دو می باشد که شامل عوامل (مضرب ها) وM_2 یکی از دو عامل ماتریس ستونی شامل عوامل انتقال است. برای انتقال M_1 ماتریس اصلی است ، برای دوران یا تجانس، M_2 شامل عوامل انتقال مرتبط با نقطه ی محوری یا نقطه ی ثابت مدرج است، برای ایجاد یک توالی در انتقالات با این معادلات مانند تجانس ، اول چرخش و بعد انتقال ، ما باید مختصات تغییر یافته یک مرحله را در یک زمان محاسبه کنیم ، اول موقعیت مختصات درجه بندی می شود و بعد این مختصات درجه بندی شده دوران داده می شود ودر نهایت مختصات دوران داده شده انتقال داده می شود. یک رویکرد کامل تر باید تغییرات را به منظور اینکه موقعیت های مختصات به طور مستقیم از مختصات ابتدایی به دست آید ترکیب کند. در نتیجه محاسبه ی مقادیر مختصات متوسط حذف می شوند. بدین منظور به فرمول بندی دوباره رابطه ی ۱۵-۵ نیاز داریم. برای حذف افزایشی ماتریس مرتبط با دوره های انتقال درM_2 ، ما می توانیم مضرب و دوره های انتقال را ترکیب کنیم. برای دو انتقال هندسی دو بعدی با یک نمایش ماتریس به وسیله گسترش دو در دو نمایش ماتریس سه در سه تبدیل می شود. این به ما اجازه می دهد که همه معادلات انتقالی را مانند مضرب ماتریس بیان کنیم. برای آماده کردن آن ، نمایش ماتریس را برای موقعیت های مختصات گسترش می دهیم. برای بیان هر انتقال دو بعدی ، مانند ضرب ماتریس هر موقعیت مختصات کارتزین (x,y) را به سه برابر کردن مختصات مشابه (x_h, y_h, h) نمایش می دهیم. جایی که

$$x = \frac{x_h}{h} \quad , \quad y = \frac{y_h}{h} \qquad (5-16$$

بخش ۲-۵

اگر چه یک نمایش عمومی مختصات مشابه هم چنین می تواند مانند $(h.x, h.y, h)$ به عنوان مثال انتقالات هندسی دو بعدی .

هم چنین می توانیم مقدار مشابه h را برای هر مقدار غیر از صفر انتخاب کنیم. اگر چه یک عدد معین از نمایش های مشابه برای هر نقطه مختصات (x, y) وجود دارد. یک انتخاب مناسب به سادگی تشکیل $h = 1$ است. هر موقعیت دو بعدی نمایش بعدی مختصات مشابه $(x, y, 1)$ است. مقادیر دیگر برای پارامتر h نیاز است. به عنوان مثال در فرمول بندی ماتریس انتقالات سه بعدی.

عبارت مختصات مشابه در ریاضیات برای معطوف داشتن این نمایش ها در معادلات کارتزین استفاده می شود. وقتی که یک نقطه کارتزینی (x, y) با یک نمایش مشابه وارونه می شود(x_h, y_h, h) معادلات شامل x و y مانند $f(x, y) = 0$ در سه پارامتر x_h, y_h, h معادلات مشابه می شود. این درست بدین معناست که اگر هر یک از سه پارامتر جایگزین هر مقدار V آن پارامتر شود.

بیان موقعیت ها در مختصات مشابه به ما اجازه می دهد که همه معادلات انتقالی هندسی را مانند ضرب ماتریس نمایش دهیم.

مختصات با بردار ستونی نمایش داده می شوند و اعمال انتقال مانند ماتریس سه در سه نوشته می شوند برای انتقال داریم :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-17$$

که می توانیم به صورت اختصار بنویسیم

$$P' = T(t_x, t_y).P \qquad (5-18$$

با $T(t_x, t_y)$ مانند انتقال ماتریس سه در سه در رابطه ی ۱۷-۵ وارونه انتقال ماتریس به دست می آید. به وسیله ی جایگزینی پارامترهای انتقالی t_x وt_y با قرینه های آن ها $-t_x$ و$-t_y$ معادلات تغییر شکل دورانی در مورد مختصات مبدا چنین نوشته می شوند :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-19$$

و یا

$$P' = R(\theta).P \qquad (5-20$$

گرداننده تغییر شکل دورانی $R(\theta)$ ماتریس سه در سه با چرخش زاویه ای θ است. وقتی که θ با $-\theta$ جایگزین می شود ماتریس چرخشی معکوس حاصل می شود. در نهایت یک تغییر شکل مدرج به مبدا مختصات وابسته است که حالا به صورت ضرب ماتریس بیان می شود :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-21$$

یا

$$P' = S(s_x, s_y).P \qquad (5-22$$

جایی که$S(s_x, s_y)$ ، ماتریس سه در سه است در معادله ی ۲۱-۵ با پارامترهای s_x وs_y . از جایگزین کردن این پارامترها با وارونه های مضربی آن ها $(\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y})$ ماتریس مدرج معکوس حاصل می شود.

نمایش های ماتریس روش های استانداری هستند برای انتقال سیستم های گرافیکی. در بسیاری از سیستم ها ، دوران و تجانس نسبت به مبدا مختصات باعث ایجاد تغییرات می شود مانند رابطه های ۱۹-۵ و ۲۱-۵ .

دوران ها و درجه بندی ها نسبت به موقعیت های اول ، مانند اعمال تغییر شکل متوالی بعدا بکار برده می شوند. یک رویکرد متناوب برای آماده کردن پارامترها در تغییر شکل و درجه بندی مختصات نقطه ی ثابت و مختصات نقطه ی محوری است. چرخش عمومی و ماتریس های مدرج که شامل محور یا نقطه ی ثابت بعدی هستند نیاز به توالی اعمال تغییر شکل ندارند.

« ترکیب انتقالات »

با نمایش های ماتریس بخش قبلی می توانیم یک ماتریس برای هر توالی تغییر شکل ها به وسیله محاسبه ی حاصل ماتریس تغییر شکل ها به طور جداگانه ترتیب دهیم ، به دست آوردن حاصل ماتریس های تغییر شکل اغلب به تسلسل یا ترکیب ماتریس ها بر می گردد.

برای نمایش های ماتریس ستونی ، موقعیت های مختصات تغییر شکل های مرکب را به وسیله ی ضرب ماتریس به ترتیب از راست به چپ درست می کنیم. یعنی هر تغییر شکل متوالی ماتریس از قبل در حاصل تغییر شکل های ماتریس ضرب می شود.

« انتقالات »

اگر دو بردار انتقال متوالی (t_{x_1}, t_{y_1}) و (t_{x_2}, t_{y_2}) برای یک موقعیت مختصات P بکار روند، محل انتقال های نهایی P' چنین محاسبه می شود :

$$P' = T(t_{x_2}, t_{y_2}).[T(t_{x_2}, t_{y_2}).P] = [T(t_{x_2}, t_{y_2}).T(t_{x_2}, t_{y_2})].P$$

جایی که P و P' مانند بردار ستونی مختصات مشابه نمایش داده می شوند. ما می توانیم این نتیجه را به وسیله محاسبه حاصل ماتریس برای دو گروه مرتبط تحقیق کنیم . هم چنین ماتریس تغییر شکل مرکب برای این توالی انتقالات چنین است .

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & t_{x_2}\\ 0 & 1 & t_{y_2}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0 & t_{x_1}\\ 0 & 1 & t_{y_1}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & t_{x_1}+t_{x_2}\\ 0 & 1 & t_{y_1}+t_{y_2}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (5-24$$

$$T(t_{x_2},t_{y_2}).T(t_{x_1},t_{y_1})=T(t_{x_1}+t_{x_2},t_{y_1}+t_{y_2}) \qquad (5-25$$

که نشان می دهد دو انتقال متوالی افزاینده هستند.

« دوران ها »

دو دوران متوالی که به نقطه ی P انجام می شود موقعیت تغییر شکل را به وجود می آورد .

$$P'=R(\theta_2).[R(\theta_1).P]=[R(\theta_2).R(\theta_1)].P \qquad (5-26$$

با ضرب دو ماتریس چرخشی ، ما می توانیم دو چرخش متوالی افزاینده را تحقیق کنیم.

$$R(\theta_2).R(\theta_1)=\mathrm{R}(\theta_1+\theta_2) \qquad (5-27$$

بنابراین مختصات چرخشی نهایی با ماتریس چرخش مرکب چنین محاسبه می شود .

$$P'=R(\theta_1+\theta_2).P \qquad (5-28$$

به هم پیوستن ماتریس های تغییر شکل برای اعمال درجه بندی متوالی ماتریس مدرج مرکب زیر را تولید می کند.

$$\begin{bmatrix}s_{x_2} & 0 & 0\\ 0 & s_{y_2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}s_{x_1} & 0 & 0\\ 0 & s_{y_1} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s_{x_1}.s_{x_2} & 0 & 0\\ 0 & s_{y_1}.s_{y_2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (5-29$$

$$S(s_{x_2},s_{y_2}).S(s_{x_1},s_{y_1})=S(s_{x_1}.s_{x_2},s_{y_1}.s_{y_2}) \qquad (5-30$$

به دست آوردن ماتریس بدین حالت نشان می دهد که اعمال تجانس ، متوالی افزاینده هستند ، یعنی اگر اندازه یک شی را دوبار متوالی سه برابر کنیم ، اندازه آخری ، نه برابر اندازه اصلی خواهد بود.

« چرخش کلی نقطه ی محوری »

با یک بسته گرافیکی که برای تغییر اشیا چرخش را دور مبدا مختصات فراهم می کند. ما می توانیم دور هر نقطه ی محوری انتخاب شده (x_r و y_r) با ایجاد توالی انتقال – دوران – اعمال انتقالی ، چرخش ایجاد کنیم .

بخش ۳-۵

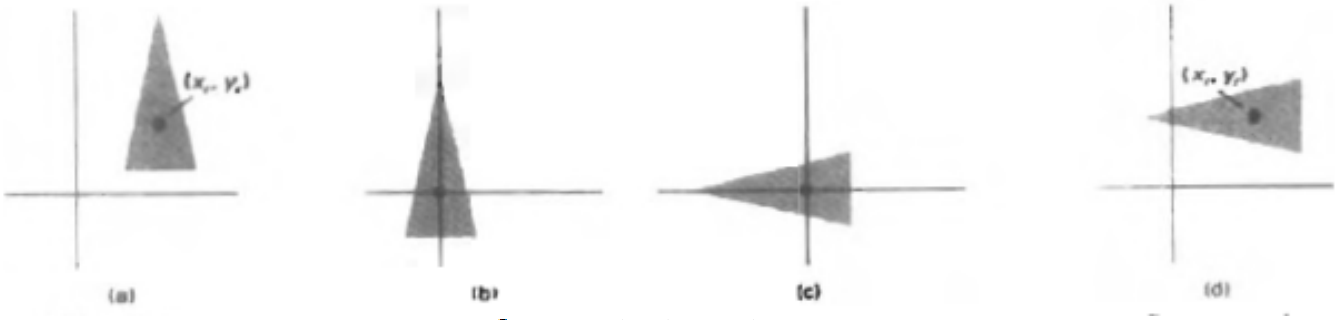
۱- شی را انتقال دهید تا اینکه موقعیت نقطه ی محوری به مبدا مختصات ، حرکت داده شود.

۲- شی را دور مبدا مختصات دوران دهید.

۳- شی را انتقال دهید تا اینکه نقطه ی محوری به موقعیت اصلی خودش برگشت داده شود.

این توالی انتقال در شکل ۹-۵ نشان داده شده است .

شکل ۹-۵



یک انتقال و دوران با زاویه ی چرخش θ

ماتریس انتقالی مرکب برای چنین توالی با تسلسل به دست می آید :

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & x_r\\ 0 & 1 & y_r\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}cos\theta & -sin\theta & 0\\ sin\theta & cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & -x_r\\ 0 & 1 & -y_r\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}cos\theta & -sin\theta & x_r(1-cos\theta)+y_r sin\theta\\ sin\theta & cos\theta & y_r(1-cos\theta)-x_r sin\theta\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (5-31$$

که می تواند بدین شکل بیان می شود .

$$T(x_r, y_r).R(\theta).T(-x_r, -y_r) = R(x_r, y, \theta) \qquad (5-32$$

جایی که $T(-x_r, -y_r) = T^{-1}\ (x_r, y_r)$ عموما یک عمل چرخشی می تواند برای تایید پارامترها برای مختصات نقطه ی محوری و هم چنین چرخش و ایجاد خودکار ماتریس چرخشی به وجود آید رابطه ی ۵-۳۱

« متجانس کردن نقطه ی یکی ثابت »

شکل ۵-۱۰ نشان می دهد یک انتقال متوالی برای ، تجانس نسبی برای یک موقعیت ثابت انتخاب شده است (x_r, y_r) با استفاده از عمل درجه بندی که می تواند فقط نسبت به مبدا مختصات درجه بندی کند :

۱- شی را انتقال دهید تا نقطه ثابت به مبدا مختصات منطبق شود .

۲- شی را نسبت به مبدا مختصات متجانس کنید.

۳- عکس انتقال مرحله یک را استفاده کنید برای برگشت شی به موقعیت اصلی اش.

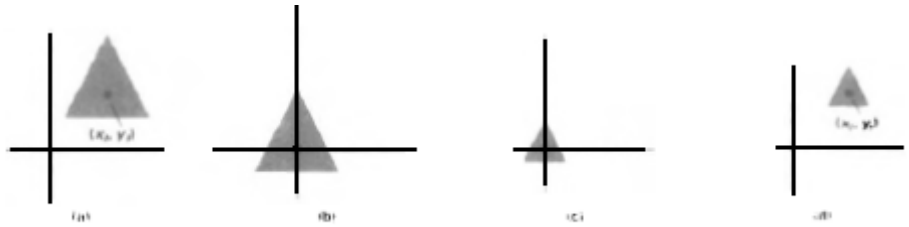
تسلسل ماتریس ها برای این سه عمل ، ماتریس مدرج مورد نیاز را تولید می کند.

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & x_r\\ 0 & 1 & y_r\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}s_x & 0 & 0\\ 0 & s_y & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0 & -x_r\\ 0 & 1 & -y_r\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}s_x & 0 & x_r(1-s_x)\\ 0 & s_y & y_r(1-s_y)\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (5-33$$

$$T(x_r, y_r).S(s_x, s_y).T(-x_r, -y_r) = S\left(x_r, y_r, s_x, s_y\right) \qquad (5-34$$

این تغییر شکل ها به طور خودکار روی سیستم ها ایجاد می شوند که یک عمل درجه بندی فراهم می کند که آن مختصات نقطه ثابت را تایید می کند.

شکل ۵-۱۰



« تجانس عمومی بردارها »

پارامترهای S_x و S_y اشیا را درجه بندی می کند در طول جهت x و y می توانیم یک شی را در جهات دیگر درجه بندی کنیم ، فرض کنید می خواهیم عوامل درجه بندی را با مقادیر معین به وسیله پارامترهای S_1 و S_2 در جهت هایی که در شکل ۱۱-۵ نشان داده شده است ، استفاده کنیم.

شکل ۱۱-۵

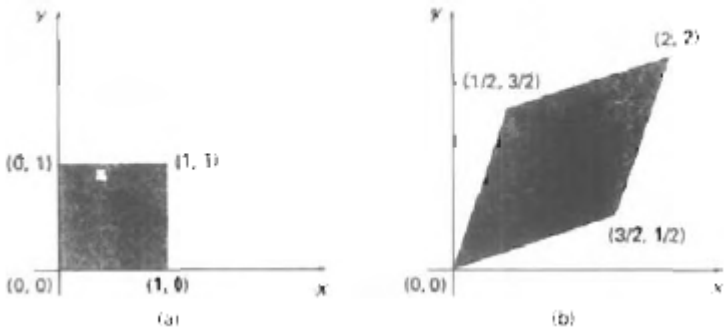
برای انجام درجه بندی بدون تغییر جهت شی ، ما ابتدا یک چرخش انجام می دهیم . تا اینکه جهت های S_1 و S_2 به برش های x و y نسبتا منطبق شوند ، سپس تغییر شکل درجه بندی شده انجام می شود و به وسیله یک چرخش وارونه برای برگشت نقاط به جهت یابی های مبدا دنبال می شود. ماتریس مرکب حاصل این سه تغییر شکل است .

$$R-1(\theta).S(s1,s2).R(\theta) = \begin{bmatrix} s_1\cos^2\theta + s_2\sin^2\theta & (s_2-s_1)\cos\theta\sin\theta & 0 \\ (s_2-s_1)\cos\theta\sin\theta & s_1\sin^2\theta + s_2\cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-35$$

به عنوان مثال برای این تغییر شکل درجه بندی شده ، ما یک واحد مربع را به یک متوازی الاضلاع تغییر می دهیم (شکل ۱۲-۵) به وسیله امتداد آن در طول قطر از (0 ، 0) به (1,1) ، ما قطر را به محور y چرخش می دهیم و طول آن را با تغییر شکل پارامترها دو برابر می کنیم .

$$\Theta = 45^{\wedge} \quad , \quad S_1 = 1 \quad , S_2 = 2$$

شکل ۱۲-۵



در رابطه ی ۳۵-۵ فرض می کنیم که درجه بندی (تجانس) نسبت به مبدا مختصات انجام می شود، این عمل درجه بندی را یک مرحله بیشتر انجام می دهد و تسلسل ماتریس با اعمالی انتقالی تا اینکه ماتریس مرکب شامل پارامترهایی برای تشخیص درجه بندی نقطه ثابت خواهد شد.

« ویژگی های تسلسل »

ماتریس چند کاربردی بصورت پیوسته است برای هر ماتریس C,B,A حاصل ماتریس A.B.C می تواند به وسیله ضرب A و B یا با اولین ضرب C و B صورت گیرد.

$$A.B.C = (A.B).C = A.(B.C) \qquad (5-36$$

بنابراین ما می توانیم حاصل ماتریس ها را ارزشیابی کنیم ، دسته بندی پیوست ها هم از چپ به راست و هم از راست به چپ ، به عبارت دیگر نتایج تغییر شکل ممکن نیست تغییر دهنده باشند ، نتیجه ماتریس

A.B عموماً با B.A برابر نیست ، یعنی اگر ما بخواهیم یک شی را انتقال و دوران دهیم . ما باید در مورد ترتیبی که در آن ماتریس مرکب ارزشیابی می شود ، دقت کنیم.

برای برخی موارد مخصوص مانند توالی تغییر شکل ها آنهایی که از یک نوع هستند ضرب ماتریس های تغییر شکل دهنده است به عنوان مثال ، دو چرخش متوالی که هم در ترتیب و هم در موقعیت پایانی به یک شکل خواهد بود انجام شود.

این ویژگی برای دو انتقال متوالی یا دو تجانس متوالی به کار گرفته می شود ، تغییر دهنده دیگر ، هر دوی این اعمال عبارت اند از :دوران و تجانس یکنواخت ($S_x=S_y$)

« تغییر شکل های مرکب عمومی و کارائی شمارش »

یک تغییر شکل عمومی دو بعدی که ترکیبی از انتقالات ، دوران ها و تجانس ها را نشان می دهد به صورت زیر بیان می شود :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rs_{xx} & rs_{xy} & trs_x \\ rs_{yx} & rs_{yy} & trs_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-37$$

چهار پارامتر rs_y ، دوره های افزاینده دورانی – تجانسی هستند که شامل فقط زوایای دورانی و عوامل تجانس هستند ، پارامترهای trs_x وtrs_y دوره های انتقال شامل ترکیبی از فواصل انتقال ، نقطه ی محوری و مختصات نقطه ی ثابت و زوایای دوران و پارامترهای تجانس هستند.

به عنوان مثال اگر یک شی متجانس شده باشد و به دور مختصات مرکزی (X_c,Y_c) دوران داده شود و سپس انتقال داده شود مقادیر پارامترهای ماتریس مرکب تغییر شکل عبارتنداز :

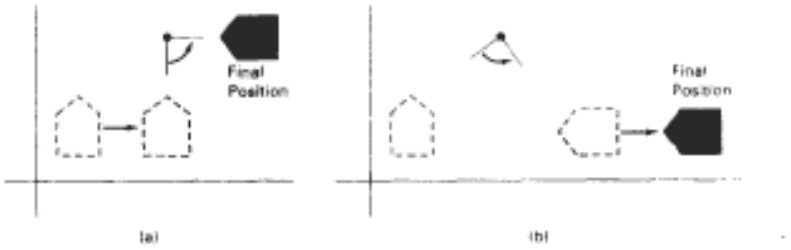
$$T(t_x,t_y).R(x_c,y_c,\theta).S(x_c,y_c,s_x,s_y) =$$
$$\begin{bmatrix} s_x cos\theta & -s_y sin\theta & x_c(1-s_x cos\theta)+y_c s_y sin\theta+t_x \\ s_x sin\theta & s_y cos\theta & y_c(1-s_y cos\theta)+x_c s_x sin\theta+t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5 – 38

اگر چه معادله ی ماتریسی ۵-۳۷ نیاز به نه عمل ضرب و شش عمل جمع دارد ، محاسبه ی ساده برای مختصات تغییر شکل یافته عبارتنداز :

$$x' = x.rs_{xx} + y.rs_{xy} + trs_x \qquad (5-39$$

$$y' = x.rs_{yx} + y.rs_{yy} + trs_y$$

شکل ۵-۱۳



در شکل a ابتدا انتقال و سپس دوران انجام شده است که معادل می باشد با شکل b که ابتدا دوران و سپس انتقال شکل گرفته است.

اگر چه ما دقیقاً به انجام چهار عمل ضرب و چهار عمل جمع برای تغییر شکل موقعیت های مختصات انجام دادیم ، این حداکثر تعداد تغییرات برای هر تغییر شکل متوالی است. یکبار ماتریس ها منفرد مرکب شده اند و پارامترهای ماتریس مرکب ارزشیابی شده اند ، بدون تسلسل ، تغییر شکل های منفرد به کار برده می شوند و تعداد محاسبات عمدتاً افزایش می یابند . بنابراین اجرای موثر اعمال تغییر شکل قاعده مند کردن اعمال تغییر شکل ماتریسی ، تسلسل هر تغییر شکل متوالی و محاسبه ی مختصات تغییر شکل با استفاده از رابطه ی ۵-۳۹ است.

در سیستم های موازی ، ضرب ماتریس مستقیم با تغییر شکل مرکب معادله ۳۷-۵ به طور مساوی موثر است. یک تغییر شکل ماتریسی جدی ، فقط شامل انتقالات و چرخش ها بدین صورت بیان می شود.

$$\begin{bmatrix} r_{x1} & r_{xy} & tr_x \\ r_{y1} & r_{yy} & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-40$$

جایی که چهار پارامتر r_x دوره های چرخشی افزاینده هستند و پارامترهای tr_x و tr_y دوره های انتقال ، یک تغییر شکل جدی در موقعیت مختصات گاهی به مشکل بودن حرکت تغییر شکل بر می گردد. همه زاویه ها و فاصله ها بین موقعیت مختصات با تغییر شکل ، تغییر پیدا نمی کنند. علاوه بر این ماتریس ۴۰-۵ خصوصیتی دارد که ماتریس تبعی دو در دو سمت چپ بالایی آن یک ماتریس قائم است.

یعنی اینکه اگر هر ردیف ماتریس تبعی را به عنوان بردار در نظر بگیریم دو بردار (r_{xx},r_{xy}) و (r_{yx},r_{yy}) یک مجموعه ی موازی از بردارهای واحد را تشکیل می دهند و هر بردار طول جداگانه ای دارد .

$$r^2_{xx} + r^2_{xy} = r^2_{yx} + r^2_{yy} = 1 \qquad (5-41$$

و بردار ها به صورت ستونی هستند

$$r_{xx}\, r_{yx} + r_{xy}\, r_{yy} = 0$$

بنابراین اگر این بردارهای واحد به وسیله دوران ماتریس فرعی تغییر شکل یابند (r_{xx}, r_{xy}) تبدیل به یک بردار واحد در طول محور x و (r_{xy}, r_{yy}) به بردار واحد در طول محور y ، سیستم مختصات تغییر شکل می یابد.

$$\begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & 0 \\ r_{yx} & r_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{xx} \\ r_{xy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-43$$

$$\begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & 0 \\ r_{yx} & r_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{yx} \\ r_{yy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-44$$

به عنوان مثال تغییر شکل بدنه منظم زیر ، ابتدا یک شی را از طریق یک زاویه θ دور نقطه محوری (X_r, Y_r) چرخش و سپس انتقال می دهد.

$$T(t_x, t_y) \cdot R(x_r, y_r, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_r(1-\cos\theta) + y_r \sin\theta + t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & y_r(1-\cos\theta) + x_r \sin\theta + t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$5-45$$

در این جا جهت های موازی در ماتریس فرعی دو در دو چپ و بالایی هستند$(\cos\theta, \sin\theta)$ و $(\sin\theta, \cos\theta)$ و مختصات

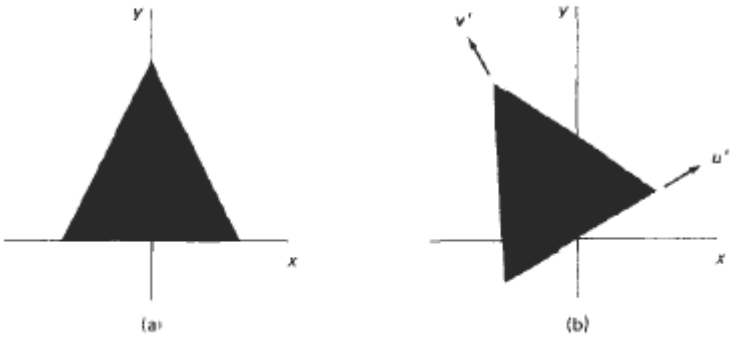
$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-46$$

متشابهاً بردار واحد $(\sin\theta, \cos\theta)$ به وسیله ماتریس تغییر شکل معادله ۴۶-۵ به بردار واحد $(0,1)$ در جهت y تغییر می یابد.

خصوصیت عمودی بودن ماتریس های دوران برای تشکیل ماتریس دوران مفید است وقتی می دانیم جهت یابی نهایی یک شی بیشتر از مقدار زاویه دوران برای قرار دادن شی در آن موقعیت نیاز است ، جهت ها برای جهت یابی دلخواه یک شی می تواند به وسیله ترتیب دادن اشیای مخصوص در یک مرحله یا به وسیله موقعیت های انتخاب شده تعیین شود.

شکل ۱۴-۵ شیئی را با بردارهای واحد u' و v' که در یک ردیف قرار می گیرند را نشان می دهد.

شکل ۱۴-۵)



با فرض اینکه جهت یابی شیئی اصلی همچنان که در شکل ۱۴-۵ نشان داده شد با برش های مختصات در یک ردیف قرار می گیرند ، تغییر شکل دلخواه را به وسیله اختصاص دادن پارامترهای u' به ردیف اول ماتریس چرخشی و پارامترهای v' به ردیف دوم ، تشکیل می دهیم. این می تواند روش مناسبی برای به دست آوردن ماتریس تغییر شکل برای چرخش از طریق سیستم مختصات ، محدود به یک محل یا شی ، وقتی که بردار جهت یابی نهایی را می دانیم.

یک تغییر شکل مشابه ، معکوسی از توصیفات شی از یک سیستم مختصات به سیستم مختصات دیگر است. در بخش ۵-۵ چگونگی انجام تغییر شکل ها را برای انجام این تغییر مختصات ملاحظه خواهیم کرد.

از زمانی که محاسبات چرخش ، نیاز به ارزشیابی مثلثاتی و چندین عمل ضرب برای هر نقطه تغییر شکل یافته دارد ، کاربرد شمارشی می تواند یک نکته مهم در تغییر شکل های چرخشی باشد.

در انیمیشن ها و کاربرد های دیگر که شامل تغییر شکل های تکراری و زاویه های چرخش کوچک می باشند می توانیم از تشابهات و محاسبات تکراری برای کاهش محاسبات در معادلات تغییر شکل مرکب استفاده کنیم.

وقتی زاویه چرخش کوچک است ، اعمال مثلثاتی می تواند جایگزین مقادیر مشابه بر اساس اولین دوره های توسعه یافته تر است ، شود. برای زاویه های به حد کافی کوچک (کمتر از 10^0) $cos\theta$ تقریبا ۱ است. و $sin\ \theta$ مقداری خیلی نزدیک به مقدار θ در زاویای مرکزی است . اگر زاویه های کوچک را تحت مبدا

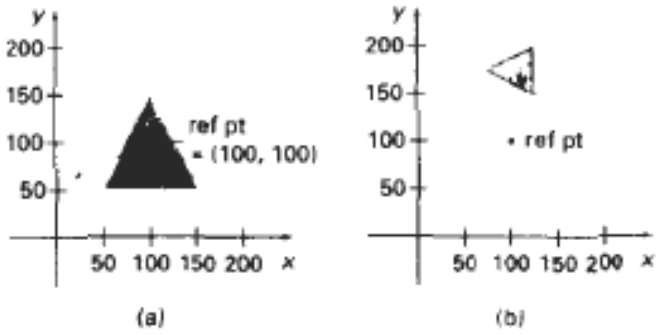
چرخش دهیم . برای مثال ، $cos\,\theta$ را به ۱ تنظیم می کنیم و محاسبات تغییر شکلی را در هر مرحله به دو عمل ضرب و دو عمل جمع برای هر مجموعه مختصات که چرخش داده می شوند ، کاهش می دهیم .

$$X'=x-y\sin\theta \quad , \quad y'=x\sin\theta+y \qquad (5\text{-}47$$

جایی که $\sin\theta$ یکبار برای همه ی مراحل محاسبه می شود ، زاویه چرخش تغییر نمی کند . هر اندازه که چرخش زاویه کاهش می یابد به همان اندازه خطای نشان داده شده توسط این تقریب در هر مرحله کاهش می یابد . اما حتی با چرخش زاویه های کوچک خطای انباشته شده روی بسیاری از مراحل ، می تواند کاملا زیاد شود. ما می توانیم خطای انباشته شده را به وسیله تخمین خطا در x' و y' در هر مرحله و تنظیم موقعیت شیئی زمانی است که خطا خیلی بیشتر می شود ، کنترل کنیم.

تغییر شکل ها ی مرکب ، اغلب شامل محاسبات ماتریسی وارون است. رشته تغییرات برای درجه بندی کلی و وارون ها و کوتاه کردن ها (بخش ۴-۵) به عنوان مثال ، می تواند با ترکیبات چرخش وارونه توصیف شود. همان طوری که اشاره کردیم ، نمایش های ماتریس وارون برای تغییرات اساسی هندسی ، می تواند با رویکردهای ساده به وجود آید . انتقال یک ماتریس وارون به وسیله ی تغییر علائم فواصل انتقال به دست می آید و چرخش ماتریس وارون با انجام دادن یک انتقال ماتریس (تغییر در علامت عبارتهای sin) به دست می آید . این اقدامات ، خیلی ساده تر از محاسبات وارون ماتریس مستقیم هستند . یک حالت کلی و تکمیلی از تغییرات مرکب ، در روش زیر داده شده می شود:M برای شناساندن ماتریس به کار می رود. وقتی که هر تغییر مشخص و معلوم می شود ، آن با تغییر کلی ماتریس M ارتباط داده می شود. وقتی همه تغییرات معلوم شوند ، این تغییر مرکب به یک شی داده شده به کار می رود. برای مثال ، یک چند ضلعی ، حول یک نقطه عطف داده شده چرخش داده می شود ، سپس شی انتقال داده می شود. شکل ۱۵-۵ موقعیت های نهایی و اصلی چند ضلعی انتقال یافته به این ترتیب را نشان می دهد.

شکل ۱۵-۵



چند ضلعی a به b تبدیل شده است با تغییر مرکب اعمال شده

بخش ۴-۵

« انتقالات دیگر »

انتقالات اساسی از جمله چرخش ، انتقال و تجانس در اکثر بسته های گرافیک شامل می باشند ، بعضی از بسته ها چند انتقالات اضافی را فراهم می کنند که در کاربردهای خاص مفید هستند . دو نمونه از این انتقالات وارون و کوتاه کردن (shear) می باشند.

« انعکاس (وارون) »

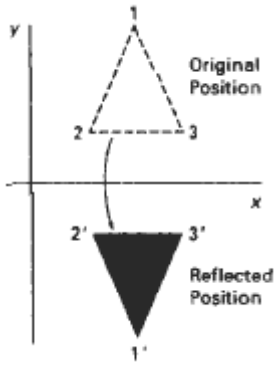
انعکاس انتقالی است که تصویر آینه ای از یک شی را تولید می کند . تصویر آینه برای یک انعکاس دو بعدی از نزدیکی به یک محور انعکاس با چرخش شی به میزان 180° حول محور به وجود می آید . ما می توانیم محورهای وارون را در سطح هموار xy یا خط قائم به سطح هموار xy ، انتخاب کنیم . وقتی که محورهای انعکاسی در سطح هموار xy یک خط باشد ، مسیر چرخش حول این محورها در یک سطح خط قائم به سطح هموار xy است ، به علت اینکه محورهای وارون ، به سطح هموار xy قائم هستند ، مسیر چرخش در سطح هموار xy می باشد . در زیر نمونه هایی از چند انعکاسات رایج آورده شده است.

انعکاس حول محور $y=0$ ، محور xها با انتقال ماتریس

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-48$$

انجام می شود ، این انتقال مقدار x را یکسان نگه می دارد اما مقادیر مختصات y را تغییر می دهد . نتیجه ی تعیین موقعیت یک شی بعد از اینکه حول محور xها انعکاس یافته است در شکل ۱۶-۵ نشان داده می شود .

شکل ۱۶-۵



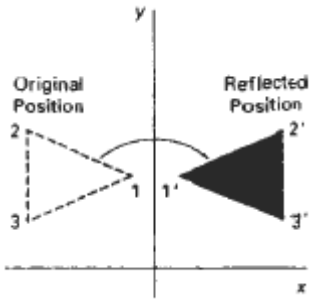
انعکاس یک شی حول محور xها

برای مشاهده ی مسیر انتقال چرخش می توانیم در نظر بگیریم که یک شی مسطح خارج از سطح هموار XY حرکت می کند و به میزان 180^0 از میان فضای سه بعدی حول محور Xها چرخش می کند و به سطح هموار XY در طرف دیگر محور Xها بر می گردد .

یک انعکاس حول محور Yها مختصات X را می چرخاند در حالی که مختصات Yها را یکسان نگه می دارد. ماتریس این انتقال به صورت زیر است .

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-49$$

شکل ۱۷-۵



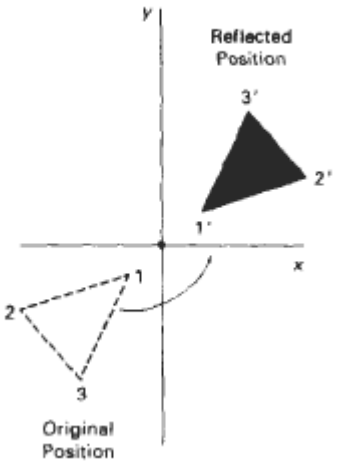
تغییر شکل موقعیت یک شی را نشان می دهد که حول خط $x=0$ انعکاس داده شده است.

معادل چرش در این مورد 180^0 است که از میان فضای سه بعدی حول محور Yها انجام یافته است. مختصات X و Y را از یک نقطه با انعکاس مربوط به یک محور را به سطح XY عمود است و از میان مبدا مختصات می گذرد می چرخانیم. این انتقال مربوط است به یک انعکاس مربوط به مبدا مختصات که نمایش ماتریس به صورت زیر است .

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-50$$

یک مثال انعکاس حول مبدا در شکل ۱۸-۵ نشان داده شده است.

شکل ۱۸-۵

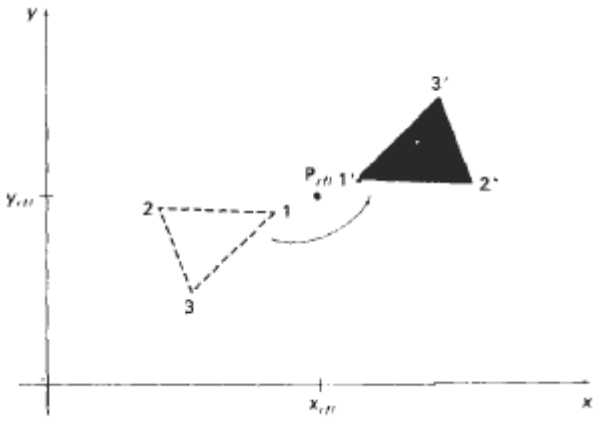


وارون یک شی مربوط به محور قائم به سطح هموار xy و عبور آن از میان مبدا مختصات .

وارون ماتریس ۵۰-۵ چرش ماتریس $R(\theta)$ با $\theta = 180^0$ است به سادگی شی را در سطح هموار XY با نیم حرکت انتقالی حول مبدا ، چرش می دهیم. وارون ۵۰-۵ می تواند به نقطه ی وارون در سطح XY (شکل ۱۹-۵) تعمیم داده شود .

این انعکاس مانند یک چرخش 180^0 در سطح هموار XY است که از نقطه ی وارون به عنوان نقطه ی محور استفاده می کند.

شکل ۱۹-۵

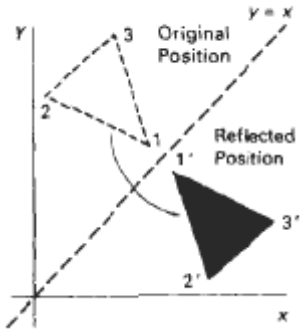


انعکاس یک شی مربوط به محور عمود به سطح هموار xy و عبور آن از میان نقطه ی P

اگر محورهای وارون را به عنوان قطر $Y=X$ انتخاب کنیم (شکل ۲۰-۵) ماتریس وارون به صورت زیر خواهد بود .

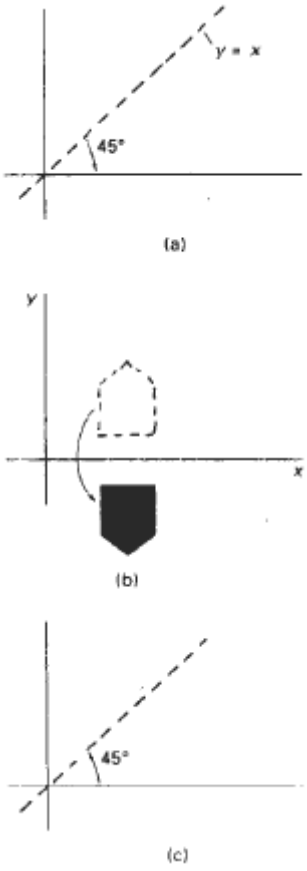
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-51$$

شکل ۲۰-۵



ما می توانیم این ماتریس را به وسیله یک سری از چیزهای مرتب مرتبط به هم از چرخش و نسبت محورهای ماتریس های وارون به دست آوریم. یک رشته ممکن در شکل ۲۱-۵ نشان داده شده است .

شکل ۲۱-۵



شامل a,b,c رشته انتقالات برای تولید وارون حول خط $y=x$

a) چرخش 45^0 در جهت عقربه های ساعت ، b)وارون حول محور x ها c) چرخش 45^0 در خلاف عقربه های ساعت

در اینجا ابتدا یک چرخش در جهت عقربه های ساعت را از میان یک زاویه 45^0 انجام می دهیم که خط $y=x$ را روی محور Xها چرخش می دهد. سپس یک وارون را با در نظر گرفتن محور Xها انجام می دهیم. مرحله ی نهایی چرخش خط $y=x$ به موقعیت اصلی اش با یک چرخش خلاف عقربه های ساعت از میان 45^0 است ، یک رشته معادل از انتقالات ابتدا وارون شی حول محور x ها است و سپس دوران 90^0 خلاف عقربه های ساعت است. برای به دست آوردن انتقال ماتریس برای رشته انتقالات :

۱) چرخش در جهت عقربه های ساعت با 45^0

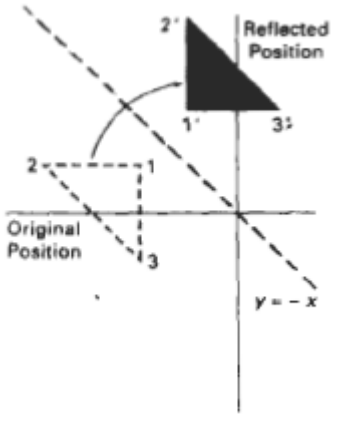
۲) دوران حول محور X ها

۳) چرخش در جهت خلاف عقربه های ساعت با 45^0

نتیجه انتقال ماتریس به صورت زیر است :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-52$$

شکل ۲۲-۵



انعکاس نسبت به $y= -x$

شکل ۲۲-۵ مبدا و موقعیت نهایی یک شی انتقال یافته با ماتریس وارون را نشان می دهد.

وارون ها حول هر خط $y=mx+b$ در سطح هموار xy می تواند با یک ترکیب از انتقالات وارون ، چرخش ، انتقال انجام شود. در کل ، ابتدا خط را انتقال می دهیم تا اینکه از وسط مبدا عبور کند. سپس می توانیم خط را روی یکی از محورهای مختصات چرخش دهیم و حول محورها وارون دهیم. سرانجام، خط را با وارون و انتقالات به حالت اولیه بر می گردانیم ، وارون ها را می توانیم با در نظر گرفتن محورهای مختصات یا مبدا مختصات به عنوان میزان انتقالات با میزان انتقالات منفی، کامل کنیم . هم چنین ، اجزای ماتریس وارون می تواند به مقادیر غیر از ∓ 1 تنظیم شود. مقادیر بیشتر از ۱ تصویر آینه را دورتر از محورهای وارون انتقال می دهد و مقادیر کمتر از ۱ تصویر آینه را به نزدیکی محورهای وارون می آورد.

« کوتاه کردن »

انتقالی که شکل یک شی را بد جلوه کند، چنین شکل انتقال یافته مانند شیئی ظاهر می شود که متشکل از لایه های درونی است که باعث شده است روی همدیگر سربخورد *shear* (کوتاه کردن) گفته می شود. دو انتقال کوتاه کردن رایج آن هایی هستند که مقادیر مختصات x و مقادیر مختصات y تغییر می یابند . یک جهت کوتاه کردن x مربوط به محورهای x با ماتریس انتقال به وجود می آید که

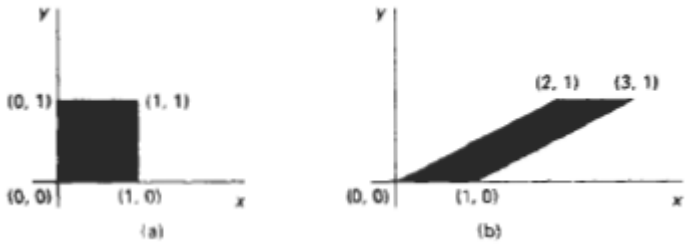
$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-52$$

موقعیت های مختصات را به صورت زیر انتقال می دهد:

$$x' = x + sh_x.y \quad , \quad y' = y \qquad (5-54$$

به پارامتر کوتاه کردن ، sh_x می توان هر عدد واقعی را اختصاص داد. موقعیت مختصات (X,Y) با یک مقدار نسبی به فاصله اش (مقدار Y) از محور x ها ($Y=0$) به صورت افقی انتقال می یابد. به عنوان مثال تنظیم کردن sh_x به عدد ۲ مربع را به متوازی الاضلاع در شکل ۲۳-۵ تغییر می دهد.

شکل ۲۳-۵



یک مربع واحد (a) معکوس می شود به یک متوازی الاضلاع (b) با به کار بردن ماتریس کوتاه کردن جهت x با $sh_x = 2$.

مقادیر منفی برای sh_x ، موقعیت های مختصات را به چپ انتقال می دهد. می توانیم جهت کوتاه کردن مربوط به خطوط دیگر نقطه ی عطف را با

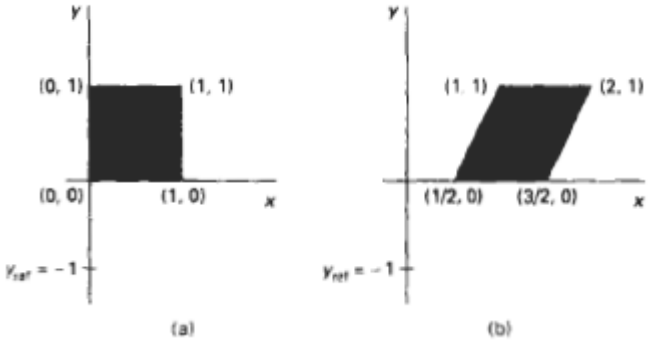
$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & -sh_x \cdot y_{ref} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-55$$

با موقعیت های مختصات انتقال یافته مانند

$$x' = x + sh_x(y - y_{ref}) \quad , \quad y' = y \qquad (5-56$$

به دست آوردیم . یک نمونه این انتقال کوتاه کردن در شکل ۲۴-۵ برای یک پارامتر کوتاه کردن به مقدار $\frac{1}{2}$ مربوط به خط $y_{ref} = -1$ داده شده است.

شکل ۲۴-۵



یک مربع واحد (a) به یک متوازی الاضلاع تغییر یافته ، انتقال می یابد (b). با $sh_x = \frac{1}{2}$ و $y_{ref} = -1$ در ماتریس کوتاه کردن ۵۵-۵

یک کوتاه کردن جهت y مربوط به خط $x=x_{ref}$ با ماتریس انتقال

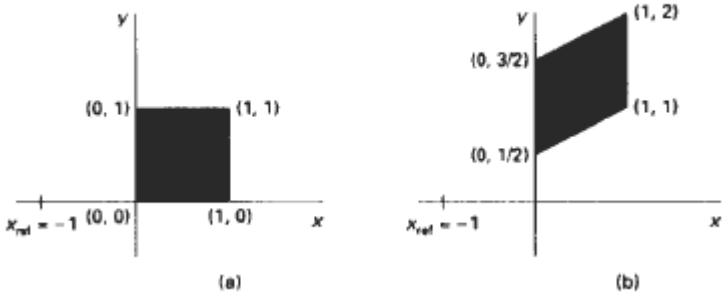
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & -sh_y.x_{ref} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-57$$

به دست می آید که موقعیت های مختصات انتقال یافته را بدست می آورد .

$$x' = x, \quad y' = sh_y(x \quad x_{ref}) + y \qquad (5 \quad 58$$

این انتقال یک موقعیت مختصات را به صورت عمودی با یک مقدار نسبی به فاصله اش از نقطه ی عطف ، خط $x = x_{ref}$ انتقال می دهد. شکل ۵-۲۵ معکوس یک مربع را به یک متوازی الاضلاع با $sh_x = \frac{1}{2}$ و $x_{ref} = \quad 1$ توضیح می دهد .

شکل ۵-۲۵



یک مربع واحد (a) به یک متوازی الاضلاع تغییر یافته ، تبدیل می شود (b). با مقادیر پارامتری $sh_x = \frac{1}{2}$ و $x_{ref} = -1$ درجهت y با بکار بردن انتقال کوتاه کردن ۵۷-۵ .

اعمال کوتاه کردن می تواند به عنوان یک رشته از انتقالات اساسی بیان شود ماتریس جهت x (۵۳-۵)می تواند به عنوان یک انتقال مرکب نوشته شود که شامل یک سری ماتریس های چرخش و درجه بندی است که مربع واحد شکل ۲۳-۵ را در مسیر قطرش درجه بندی (متجانس) خواهد کرد. بانگهداری طول های اصلی و جهت یابی لبه های موازی با محور x ها . انتقال اشیا مربوط به خطوط عطف کوتاه کردن معادل انتقالات هستند.

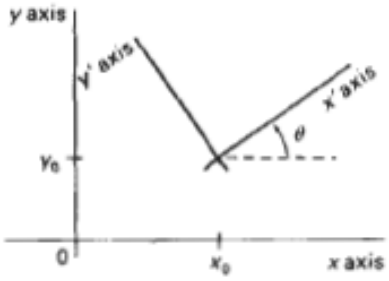
بخش ۵-۵

« انتقالات ما بین دستگاه مختصات »

کاربردهای گرافیکی اغلب ، انتقال تصویرهای یک شی از دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر را نیاز دارد. بعضی موقع اشیا در قالب های غیر کارتزین (*noncartesian*) توصیف می شوند که مزیت های تقارن را دارد. تصاویر متناسب در این دستگاهها باید بعدا به ابزار کارتزین تبدیل شوند تا نشان داده شوند. بعضی از نمونه های دستگاههای غیر کارتزین دو بعدی ، مختصات قوسی بیضی و متقارن هستند. در موارد دیگر ما به انتقال ما بین دو دستگاه کارتزین نیاز داریم . برای کاربردهای طراحی و مدل اشیا اختصاصی ممکن است در مبدا کارتزین موقعیت خودشان تعریف شوند و مختصات باید به موقعیت اشیایی که در داخل آن همه دستگاه مختصات هست ، انتقال داده شود. به عنوان مثال یک برنامه ی امکان مدیریت برای منظم

ساختن یک اداره ،مبدا مختصات اختصاص برای صندلی ها و میزها و اسباب و اثاثیه دیگر دارد که می تواند در کف ساختمان گذاشته شود با چندین برابر کردن صندلی ها و تکه های دیگر در موقعیت های مختلف ، در کاربردهای دیگر ممکن است بخواهیم مبدا مختصات را برای نمایش دادن یک صحنه دوباره جهت یابی کنیم . ارتباط ما بین دستگاه مبدا کارتزین و بعضی دستگاههای رایج غیر کارتزینی در ضمیمه A داده شده است . در این جا انتقالات مابین دو چارچوب کارتزین از مبدا را در نظر می گیریم. شکل ۲۶-۵ دو دستگاه کارتزین را با مبدا مختصات $(0,0)$ و (x_0,y_0) و با زاویه ی θ جهت یابی بین محورهای x و x' را نشان می دهد.

شکل ۲۶-۵



یک دستگاه کارتزین $x'y'$ در(x_0,y_0) با جهت یابی θ در دستگاه کارتزین xy قرار داده می شود.

جهت انتقال تصویر شکل از مختصات xy به مختصات $x'y'$ ، به ایجاد یک انتقال نیاز داریم که محورهای$x'y'$ را روی محورهای xy قرار می دهد. این عمل در دو مرحله انجام می شود :

۱) انتقال تا اینکه مبدا (x_0,y_0) از دستگاه$x'y'$ ، به مبدا دستگاه xy نقل مکان داده می شود.

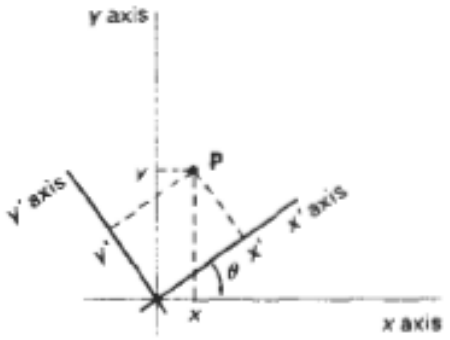
۲) چرخش محور x' روی محورx ها

انتقال مبدا مختصات با کاربرد ماتریس بیان می شود :

$$T(-x_0,-y_0)=\begin{bmatrix}1 & 0 & -x_0\\ 0 & 1 & -y_0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (5-59$$

و جهت یابی دو دستگاه بعد از عمل انتقال مانند شکل ۲۷-۵ ظاهر واهد شد .

شکل ۲۷-۵



موقعیت چارچوبهای مبدا نشان داده شده در شکل ۲۶-۵ بعد از انتقال مبدا از دستگاه مختصات $x'y'$ به مبدا مختصات xy

برای منطبق کردن محورهای دو دستگاه روی همدیگر ، چرخش در جهت عقربه های ساعت را انجام می دهیم :

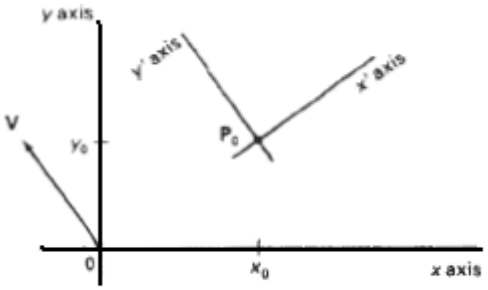
$$T(-\theta) = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta & -x_0 \\ -sin\theta & cos\theta & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-60$$

مرتبط کردن انتقالات این دو ماتریس ، ماتریس کاملی را جهت انتقال تصاویر شی از دستگاه مختصات xy به دستگاه مختصات $x'y'$ می دهد :

$$M_{xy.x'y'} = R(-\theta).T(-x_0,-y_0) \qquad (5-61$$

یک روش انتقال برای جهت یابی دستگاه دوم برای تعیین بردار V است که جهت را برای محورهای مثبت y' نشان می دهد که در شکل ۲۸-۵ نشان داده شده است .

شکل ۲۸-۵



دستگاه کارتزین $x'y'$ با مبدا در $P_0 = (x_0, y_0)$ و محورهای y' موازی با بردار V.

بردار V به عنوان یک نقطه در مبدا مختصات مربوط به دستگاه xy تعیین می شود. یک بردار واحد در جهت y' می تواند به صورت زیر بدست آید :

$$V = \frac{V}{|V|} = (V_x, V_y) \qquad (5-61$$

و بردارهای واحد u را در طول محورهای x' با چرخش 90^0 ، V در جهت عقربه های ساعت به دست می آوریم :

$$u = (V_y, -V_x) = (u_x, u_y) \qquad (5-62$$

در بخش ۳-۵ اشاره کردیم که اجزای هر ماتریس چرخش می تواند به عنوان اجزای یک سری از بردارهای واحد *orthogonal* بیان شود. بنابراین ماتریس چرخش یافته ی $x'y'$ جهت انطباق با دستگاه xy می تواند بصورت زیر نوشته شود :

$$R = \begin{bmatrix} u_x & u_y & 0 \\ V_x & V_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5-64$$

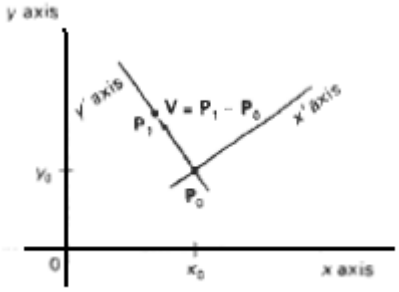
به عنوان مثال در نظر بگیرید که انتقال برای محورهای y' مانند $V = (-1,0)$ ، پس محورهای x' در جهت y مثبت خواهد بود و انتقال چرخش ماتریس به صورت زیر می باشد :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در همین راستا ، می توانیم ماتریس چرخشی را از ۶۰-۵ با تنظیم زاویه ی چرخش مانند $\theta = 90^0$ به دست بیاوریم.

در یک کاربرد دو سویه ، ممکن است انتخاب جهت برای بردار V مربوط به موقعیت P_0 از تعیین کردن آن که مربوط به مبدا مختصات xy است مناسب باشد ، پس بردارهای واحد V و u مانند شکل ۲۹-۵ انتقال داده خواهند شد .

شکل ۲۹-۵



دستگاه کارتزین $x'y'$ با دو موقعیت دستگاه مختصات P_0 وP_1 در داخل یک چارچوب مبدا تعریف می شود .

ترکیبات بردار V به صورت زیر محاسبه می شود :

$$V = \frac{P_1 - P_0}{|P_1 - P_0|} \qquad (5-65$$

و بردار u قائم به بردار V که دستگاه کارتزین راست دست را تشکیل می دهد ، به دست می آید .

ص ۲۰۸

تغییر شکل نسبت سلبی (دگرگونی یک پارچه)

یک تغییر شکل متناسب

دگرگونی یکپارچه یک دو وجهی نامیده میشود.

هر کدام از مختصات x'وy' دگرگون شده ی یک قاعده خطی از مختصات x , y می باشند و پارامترهای aij وbk مقادیر ثابت معین شده ای توسط نوع دگرگونی هستند.تغییر شکل های یکپارچه دارای خاصیت های کلی هستند که خطوط موازی نسبت به خط های متوازی و نقاط متناهی نسبت به نقاط انتهایی تغییر شکل می دهند.

برگردان, دوران, مقیاس گذاری, انعکاس و شکاف دادن مثال هایی از یک, دو وجهی هستند که همیشه می تواند به عنوان یک ترکیبی از این ۵ مورد تغییر شکل باشد. از دیگر دگرگونی یکپارچه می توان به تبدیل تشریحات متناسب از یک سیستم منبع به دیگری که می تواند به عنوان یک ترکیب برگردان و دوران توصیف شود اشاره نمود.یک دگدگونی یکپارچه که تنها شامل دوران, برگردان و انعکاس می باشد زوایا و طول ها را به اندازه ی خطوط موازی حفظ می کند. برای این ۳ تغییر شکل, طول ها و زاویه ی بین دو خط به همان شکل بعد از دگرگونی باقی می ماند.

ویژگی های دگرگونی

بسته های نگاره سازی می توانند چنان ساخته شوند که فرامین مجزا برای هر یک از عملیات دگرگونی مبنا همانند موضوع تغییر شکل در یک رویه, در اختیار کاربر قرار می گیرد. یک دگرگونی مرکب, نصب بعدی بوسیله ی رجوع به ویژگی های فردی در دسته ی مورد نیاز برای توالی دگرگونی می باشد.یک قاعده سازی متناوب, کاربران را مجهز به یک ویژگی دگرگونی واحد می کند که شامل پارامترهایی برای هر یک از دگرگونی های اصلی می باشد. خروجی این ویژگی ماتریس یک تغییر شکل ترکیبی برای مقادیر پارامترهای تعیین شده می باشد. هر دو این عملیات مفید هستند. ویژگی های منفک برای عملیات تغییر شکل ساده مناسب هستند و ویژگی ترکیبی می تواند یک روش مناسب برای تعیین ترتیب های دگرگونی مرکب فراهم نماید.

کتابخانه PHIGS کاربران را مجهز به هر دو عملیات می کند. فرامین انفرادی برای به وجود اوردن ماتریس دگرگونی اصلی عبارتند از:

برگردان (بردار برگردان, برگردان ماتریس)

دوران (ثابت, دوران ماتریس)

مقیاس گذاری (بردار مقیاس, مقیاس بردار)

هر کدام از این ویژگی ها یک ماتریس ۳ به ۳ تولید می کند که می تواند برای تغییر شکل دادن بیان شده متناسب مانند بردارهای پایه هم جنس مورد استفاده قرار گیرد.بردار برگردان پارامتری ، یک اشاره گر به جفت فاصله های دگرگونی t_x , t_y باشد.بطئر مشابه بردار مقیاس پارامتری جفت مقادیر s_x , s_y را معین می نماید.ماتریس مقیاس گذاری و دوران (برگردان ماتریس و مقیاس ماترسی) به توجه به اصل تناسب تغییر شکل می دهند.

ماتریس های تغییر شکل که از قبل به ویژگی ها نصب شده اند

[ماتریس تشکیل دهنده (ماتریس ۲،ماتریس ۱،ماتریس خروجی)]

در جاییکه عناصر ماتریس خروجی تشکیل دهنده بوسیله مرحله بعدی تکثیر ماتریس ۲ توسط ماتریس ۱ محاسبه می شوند، به هم مرتبط می سازیم.یک ماتریس تغییر شکل ترکیبی برای اجرای ترکیب و امیزش مقیاس گذاری، دوران و برگردان به ویژگی های زیر به وجود می اید.

ماتریس تغییر شکل تشکیل دهنده(نقطه مرجع،بردار برگردان، مقادیر ثابت، بردار

مقیااس گذاری، ماتریس)

دوران و مقیااس گذاری به توجه به وضعیت های مناسب معین شده توسط نطه مرجع پارامتر صورت می پذیرد.فرمان برای ترتیب تغییر شکل به ترتیب ۱- مقیاس گذاری ۲- دوران ۳- برگردان با الما ن ها برای ذخیره سازی دگرگونی مرکب در ماتریس پارامتر در نظر گرفته می شود.ما می توانیم این ویژگی ها را برای تولید یک ماتریس دگرگونی منفرد یا یک ماتریس مرکب برای دو یا سه تغییر شکل (در فرامین تشریحی) بکار بریم.ما توانستیم یک ماتریس دگرگونی بوسیله تنظیمات بردار مقیاس گذاری =(۱و۱)، مقادیر ثابت=(۰) و اختصاص دادن مقادیر متغیر x,y به بردار دگرگونی پارامتر به وجود اوریم.هر یک از مقادیر متناسب توانستند اختصاص داده شوند به نقطه مرجع پارامتر،زمانیکه محاسبات دگرگونی بوسیله این پارامتر وقتی که هیچ گونه مقیاس گذاری یا دوران رخ نداده است ساده میشوند.اما اگر تنها بخواهیم یک ماتریس دگرگونی نصب کنیم ، می توانیم ویژگی برگردان به کار برده و سادگی بردار دگرگونی را معین کنیم.یک دوران یا

مقیاس گذاری ماتریس دگرگونی بوسیله تنظیمات بردار دگرگونی =(۰و۰) و اختصاص دادن مقـادیر مناسـب به نقطه مرجع پارامترها ،مقدار ثابت، و بردار مقیاس گذاری مشخص می شود.برای فراهم کردن یک ماتریس دوران ، بردار مقیاس را به (۱و۱) تنظیم کرده و برای فقط مقیاس گذاری، مقدار ثابت را به (۰) تنظـیم مـی کنیم. اگر بخواهیم که با توجه به اصل تناسب دوران یا مقیـاس را انجـام دهـیم بـرای نصـب مـاتریس قابـل استفاده یه در دوران و یا در ویژگی مقیاس گذاری ساده تر خواهد شد.

زمانیکه ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده همیشه توالی دگرگونی را به ترتیـب ۱- مقیـاس ۲- دوران ۳- برگردان تنظیم می کند، ویژگی زیر برای تعیین دیگر ترتیب ها فراهم می شود.

ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده (ماتریس داخلی، نقطه مرجع، بردار برگردان، مقـدار ثابـت، بـردار مقیـاس گذاری، ماتریس خروجی)

می توانیم این ویژگی را در ترکیب با ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده و یا با هر یک از دیگر ویژگـی های ساختمانی ماتریس برای تشکیل هر نوع ترتیب دگرگونی بکار بریم. برای مثال ما توانستیم یک ماتریس مقیاس گذاری را حول یک نقطه ثابت با ویژگی های مـاتریس دگرگـونی سـاختمانی نصـب کنـیم و سـپس ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده را برای بهم پیوستن این ماتریس مقیاس بـا یـک دوران حـول یـک نقطه محور مشخص بکار بریم.سپس توالی تشکیل دوران- مقیاس در ماتریس خروجی ذخیره می شود.

بعد از انکه یک ماتریس دگرگوتی نصب کردیم ، ما توانستیم ماتریس را برای وضعیت هـای مناسـب منفـرد یک موضوع با ویژگی های (نقطه داخلی، ماتریس، نقطه خروجی)

در جاییکه (نقطه درونی پارامتر وضعیت متناسب xy اولی نقطه یک موضوع را مـی دهـد، و نقطـه خروجـی پارامتر شامل تناسبات دگرگونی متناظر می باشد. ویژگی های اضافی، که در بخش ۷ راجع به ان بحث شـد، برای اجرای مدل دادن دگرگونی های ۲ وجهی در دسترس می باشد.

ص ۲۰۹

متدهای تصویری برای تغییر شکل

قابلیت ویژه سیستمهای تصویری به یک متد متناوب برای موضوعات تغییر شکل اشاره می کند. سیستمهای تصویری اطلاعات عکس را همانند الگوهای پیکسل در میانگیر چهارچوب ذخیره می کنـد.بنـابر ایـن برخـی دگرگونی های ساده می توانند بوسیله حرکت دادن ارایش مستطیلی مقادیر پیکسل ذخیره شده از یک محل به محل دیگر در داخل میانگیر چهارچوب سریعتر انجام پذیرند.تعداد کمی از عملیات حساب مورد نیـاز مـی باشند بنابراین دگرگونی های پیکسل بطور خاصی مؤثر خواهند بود.

ویژگی های تصویر که ارایش پیکسل مستطیلی را انجام می دهند کاملاً مربوط به عملیـات تصـویر هسـتند. حرکت دادن چند دسته از پیکسل ها از یک محل به محل دیگر انتقال دسته ای مقادیر پیکسل نامیـده مـی شود.در یک سیستم دو سطحی، این عملیات bit Blt (انتقال تکه بلوک) نامیده می شوند،بخصوص زمانیکـه سخت افزار تکمیل شده ویزگی ان باشد.اصطلاح bit Blt گاهاً بـرای انتقـال دسـته ای در سیسـتم هـای چند سطحی (چندین تکه در هر پیکسل) بکار می رود.

شکل ۳۰-۵ برگردان انجام شده را همانند انتقـال یـک دسـته از محـل تصـویر را نشـان مـی دهـد. تمـامی تنظیمات تکه در ناحیه مستطیلی نشان داده شده همانند یک دسته در دیگر قسمت تصـویر نسـخه بـرداری می شوند. ما این برگردان را بوسیله اولین شدت پیکسل از محـل مسـتطیلی مشـخص یـک تصـویر در یـک آرایش انجام می دهیم و سپس از آن آرایش نسخه برداری کرده و به داخـل تصـویر در ناحیـه جدیـد برمـی گردانیم.موضوع اصلی می توانست پاک شود بوسیله پر کردن ناحیه مستطیلی آن در کثـرت پشـت زمینـه.(ظاهر سازی موضوع دیگر موضوعات نخواهد پوشاند)

ویژگی های تصویر نوعی که اغلب در پکیج های گرافیکی ارائه می شوند عبارتند از:

- کپی - انتقال یک دسته پیکسل از یک ناحیه تصویر به ناحیه ای دیگر.
- خواندن - ذخیره کردن یک دسته پیکسل در یک آرایش معین شده.
- نوشتن - انتقال یک آرایش پیکسلی به وضعیتی در میانگیر چهارچوب.

برخی از اجرائیات تنظیماتی برای ترکیب کردن مقادیر پیکسل فراهم می کنـد.در سـبک جابجـایی، مقـادیر پیکسل به سادگی به وضعیت های مقصد انتقال داده می شوند. دیگر تنظیمات برای ترکیب مقـادیر پیکسـل شامل بولین (exclusive or , or, and) و عملیات حساب دودوئی می باشند. با سبک exclusive or، دو نسخه متوالی از یک دسته به همان ناحیه تصویر، مقادیری که بطور کلی در آن ناحیه ارائه شده بودنـد را به حالت اول برمی گرداند. این فن برای انتقال یک موضوع در سراسر یـک صـحنه بـدون بـرهم زدن پشـت زمینه بکار می رود.

دیگر خصیصه برای تنظیم مقادیر پیکسل ترکیب کردن پیکسل های منبع با یک ماسک مشخص می باشد.این کار اجازه می دهد تا تنها وضعیت های انتخاب شده در داخل یک دسته انتقال داده شوند ویا بوسیله الگوهای تعریف شده در ماسک سایه دار شوند.

شکل ۳۱-۵ ← دوران یک آرایش از مقادیر پیکسل، حهت آرایش اصلی در (a) نشان داده می شود، جهت آرایش بعد از یک دوران ۹۰ درجه ای خلاف عقربه های ساعت در (b) نشان داده می شود و جهت آرایش بعد از یک دوران ۱۸۰ درجه ای در (c) نمایش داده می شود.

ص ۲۱۰

صحنه های گرافیکی می تواند شامل انواع موضوعات مختلف باشد که از این قبیل می توان به: درختان، گلها،ابرها، صخره ها، آب، آجر، قاب سازی چوبی، لاستیک، کاغذ، سنگ مرمر، فولاد، پلاستیک و پارچه اشاره نمود. بنابراین تعجب آور نخواهد بود که روشی که ما می توانیم از آن برای توصیف موضوعاتی که تمامی ویژگی های این مواد مختلف را شامل خواهد بود، استفاده کرد و برای تولید نمایش های واقعی صحنه، به استفاده از تمثال ها که بطور دقیق ویژگی های موضوع را طراحی می کند، نیاز داریم.

سطوح چند ضلعی و چهارتایی بخش های مختصری را برای موضوعات اقلیدسی ساده مانند چند وجهی ها و بیضی ها فراهم می کند. سطوح چند تکه و تکنیک های ساختاری برای طراحی دو بال هواپیما، دنده ها؛ و دیگر ساختارهای موتوری با سطوح منحنی مفید می باشند. متدهای روندی مانند ترکیب های منحنی وار و سیستم های ذره ای، به ما این امکان را می دهد تمثال های دقیق برای ابرها، خوشه های گیاه، و دیگر موضوعات طبیعی ایجاد کنیم. روش های مدلسازی بر مبنای قواعد فیزیک با استفاده از سیستم های نیروهای متقابل می تواند قابل استفاده برای توصیف رفتارهای نرم تکه ای از پارچه یا یک ذره از ژله باشد.رمز گذاریها : برای نمایش ویژگیهای درونی موضوعات مانند آنهایی که از تصاویرات پزشکی بدست می آید استفاده می شوند و نمایش های خطوط سطح ،ارائه حجم،و دیگر تکنیکهای تجسم فکری برای مجموعه های گسسته سه بعدی جهت بدست آوردن تمثال بصری داده ها بکار برده می شود.

طرحهای تمثالی برای موضوعات جامد اغلب به دو دسته عریض تقسیم می شود،گرچه تمامی تمثال تمام و کمال درون یک یا جدا از این دو دسته قرار نمی گیرند.تمثال های مرزی (B – reps) یک موضوع سه بعدی را به عنوان یک مجموعه از سطوحی که موضوع دور از مرز را از محیط جدا می سازد بیان می

کنندمثالهای نوعی از تمثالهای مرزی برای بیان خصوصیات دور از مرز بوسیله جز بندی کردن محیط فاصله ای که یک موضوع را در یک مجموعه از جامدات (معمولا مکعب) کوچک ، غیر پوششی و مجاور به هم متصل میکند،مورد استفاده قرار میگیرند.یک شرح ساده از جزبندی فاصله برای یک موضوع سه بعدی یک تمثال درختی است .در این بخش ما ویژگیهای طرحههای تمثال مختلف را ملاحظه خواهیم کردو اینکه چگونه در کاربردها مورد استفاده قرار می گیرند.

سطح چند ضلعی :

رایج ترین تمثال مرزی برای یک موضوع گرافیکی سه بعدی ،مجموعه ای از چند ضلعی های سطحی است که موضوع دور از مرز را حصار کشی می کند.خیلی از سیستمهای گرافیکی که شرحهای تمام موضوعات را بعنوان مجموعه های چند ضلعی سطحی ذخیره می کند.این کار (رندر)یا ارائه سطح و نمایش تصاویر را مختصر کرده و سرعت آن ها را بالا می برد زمانیکه تمامی سطوح به همراه معادلات خطی توضیح داده شوند.

ص ۲۱۱

شکل ۳۲-۵

دوران یک تصویر برای یک دسته مستطیلی از پیکسلها بوسیله نقشه برداری محلهای پیکسل مقصد روی دسته دوران داده شده تکمیل می شود.

دورانها در افزایش ۹۰ درجه ای به سادگی با انتقال دسته ای تکمیل می شوند. ما می توانیم یک موضوع را در زاویه ۹۰ درجه خلاف عقربه های ساعت بوسیله برگرداندن مقادیر پیکسل در هر ردیف از آرایش دوران داده و سپس ردیف ها و ستونها را تغییر می دهیم . یک دوران ۱۸۰ درجه ای بوسیله برگرداندن ترتیب المانها در هر ردیف از آرایش فراهم شده و سپس ترتیب ردیفها برگردانده می شود. شکل ۳۱- ۵ نشان می دهد که بکار بری آرایش برای دوران یک دسته پیکسل در زوایای ۹۰ درجه و ۱۸۰ درجه لازم می باشد.

برای دوران های آرایش که از انواع ۹۰ درجه ای نمی باشند باید محاسبات بیشتری انجام دهیم .اقدام کلی در شکل ۳۲- ۵ نمایش داده می شود .هر یک از ناحیه های پیکسل مقصد نقشه برداری شده بر روی آرایش دوران می باشد و مقدار پوشیده شده با نواحی پیکسل دوران داده شده محاسبه می شود. یک مقدار شدت برای پیکسل مقصد بعدا بوسیله میانگین گرفتن از شدتهای پیکسلهای منبع پوشیده شده محاسبه می شوند.که توسط مقدار درصدی از پوشش نواحی می شود.

مقیاس گذاریتصویر یک دسته از پیکسلها مشابه نقشه برداری آرایش سلولی ، بحث شده در بخش ۱۳- ۳ می باشد.نواحی پیکسلی را در دسته اصلی مقیاس گذاری می کنیم در حالیکه مقادیر معین برایS_x , S_y را بکار می بریم و مستطیلمقیاس گذاری شده را بر روی یک گروه از پیکسل های مقصد نقشه برداری می کنیم.شدت هر یک از پیکسلهای مقصد بعدا مطابق ناحیه پوشش آن با نواحی پیکسل مقیاس گذاری شده تعیین می شود.

شکل ۳۳- ۵ : نقشه برداری نواحی پیکسلی مقصد بر روی یک ناحیه مقیاس گذاری شده از مقادیر پیکسل .

عوامل مقیاس گذاری $S_x=S_y=0/5$ (مرتبط با نقطه ثابت X_1, Y_1 به کار برده می شود)

ص ۲۱۲

خلاصه

تغییر شکلهای هندسی اصلی ، برگرداندن ، دوران و مقیاس گذاری می باشند. بر گرداندن یک موضوع را در مسیر یک خط مستقیم از یک وضعیت به وضعیتی دیگر در یک مسیر دوار دور یک نقطه محور شخص (نقطه دوران) حرکت می دهد .مقیاس گذاری ابعاد یک موضوع را نسبت به یک نقطه ثابت معین تغییر می دهد.

ما می توانیم دگرگونی های هندسی دو وجهی را بعنوان عملیات ماتریس ۳ به ۳ بیان کنیم تا اینکه توالی دگرگونی ها درون یک ماتریس مرکب منفرد به هم بپیوندند.

این یک قاعده موثر است وقتیکه به ما امکان کاهش محاسبات بوسیله به کار بردن ماتریس مرکب از وضعیتهای متناسب ابتدائی یک موضوع جهت بدست آوردن حالتهای تغییر یافته نهایی را می دهد وبرای انجام این کار همچنین نیاز به بیان کردن وضعیتهای متناسب دو وجهی بعنوان ماترسهایی که دارای ستون یا ردیف ۳ عنصری است ، داریم .ما یک نمونه ستون ماتریس را برای نقاط متناسب انتخاب می کنیم چون این یک همایی ریاضی استاندارد بوده و خیلی از بسته های گرافیکی نیز از آن تبعیت می کنند . برای تغییر شکلهای دو وجهی نقاط متناسب با مختصات هم جنس سه وجهی همراه تناسب (متقارن)سوم که به مقدار یک معین شده بیان می شوند.

دگرگونی های مرکب به عنوان افزایش های هر ترکیبی از برگردان ، دوران و مقیاس گذاریماتریسها شکل پیدا می کند. ما می توانیم ترکیبهای دوران و برگردان را برای کاربردهای انیمیشن را استفاده کنیم و ترکیب دوران و مقیاس را برای مقیاس گذاری موضوعات در هر جهت مشخصی به کار بریم.بطور کلی افزایشات ماتریس جابجایی پذیر نمی باشند.برای مثال اگر ترتیب دستور برگردان - دوران را تغییر دهیم نتایج متفاوتی بدست خواهیم آورد. ترتیب یک دگرگونی که تنها شامل برگردانها و دورانها می باشد یک دگرگونی یکپارچه خواهد بود وقتیکه زوایا و فواصل تغییر داده نشده باشند . همچنین ماتریس فرعی گوشه چپ بالا از یک دگرگونی یکپارچه یک ماتریس قائم می باشد.بنابراین ماتریس های دوران می تواند بوسیله تنظیمات ماتریس فرعی ۲ به۲ گوشه چپ بالا بطور یکسان با المانهای بردارهای واحد دو قائمی شکل پذیرد. محاسبات در دگرگونی های دورانی می تواند بوسیله بکار بردن تشابهات برای ویژگیهای سینوس و کسینوس در زمانیکه زاویه دوران کوچک است کاهش یابد.متجاوز بر مراحل دورانی زیاد اشتباهات مشابه می تواند برایمقدار قابل توجهی انباشته شود.

دیگر دگرگونی ها شامل انعکاس ها و برشها می باشند.انعکاسها دگرگونی هایی هستند که یک موضوع را ۱۸۰ درجه دور یک محور انعکاس دوران می دهند .این جریان یک تصویر آینه ای از موضوع با توجه به آن محور ایجاد می کند .زمانیکه محور انعکاس عمود بر سطح XY باشدانعکاس به عنوان یک دوران در سطح XY بدست می آید .وقتیکه محور انعکاس در سطح XY باشد،انعکاس به عنوان دوران در یک سطحی که عمود بر سطح XY می باشد بدست می آید.دگرگونی های برش شکل یک موضوع را بوسیله تغییر مقادیر

متناسب x یا y با استفاده از مقدار متناسب نسبت به فاصله هماهنگ از یک خط مرجع شکاف خمیده می کند.

دگرگونیها بین سیستمهای متناسب نظریه دکارت بوسیله یک توالی دگرگونیهای برگردان – دوران تکمیل می شوند.یک روش برای مشخص کردن یک چهارچوب مرجع متناسب دادن وضعیت اصل تناسب جدید و جهت محور جدید y می باشد. جهت محور جدید x بعا بوسیله دوران ۹۰

درجه ای ساعتگرد بردار جهت yبدست می آید.توضیحات متناسب موضوعات در چهارچوب

مرجع قدیمی به مرجع جدید انتقال داده می شود بوسیله ماتریس تغییر شکلی که بر روی محور متناسب جدید روی محور متناسب قدیمی اضافه می شود.این ماتریس دگرگونی بعنوان سلسله برگردانی که اصل جدید را به اصل تناسب قدیمی انتقال داده و دورانی که دو مجموعه از محورها را تنظیم می کند ، محاسبه می شود . ماتریس دوران از بردارهای واحد در جهتهای x , y برای سیستم جدید بدست می آید.

ص ۲۱۳

دگرگونی های هندسی دو بعدی دگرگونی های مرتبط می باشند. این یعنی اینکه آنها می توانند بعنوان یک ویژگی خطی از تناسبات x , y بیان شوند.دگرگونی های مرتبط خطوط موازی را به خطوط موازی و نقاط متناهی انتقال می دهند . دگرگونی های هندسی که شامل مقیاس گذاری یا شکاف نمی باشند زوایا و خطوط را نیز حفظ می کنند.

ویزگی های دگرگونی در بسته های گرافیکی تنها برای برگرداندن ،دوران و مقیاس گذاری فراهم می شوند.این ویژگیها شامل رویه انفرادی برای خلق ماتریس برگردان ،دوران و یا ماتریس مقیاس گذاری و ویزگیهایی برای بوجود آوردن پارامترهای داده شده یک ماتریس ترکیبی برای ترتیب یک دگرگونی می باشد.

دگرگونی تصویری سریع می تواند بوسیله انتقال دسته های پیکسل ها انجام شود. این عمل از محاسبه کردن تناسبات دگرگون شده برای یک موضوع و بکار گیری بررسی و تبدیل جریانات عادی برای نشان دادن موضوع در وضعیت جدید اجتناب می کند. ۳ عمل تصویری عادی

(PuBitsیا bitBits)نسخه برداری ،خواندن و نوشتن می باشند .زمانیکه یک دسته از پیکسل ها به یک وضعیت جدید در میانگیرچهارچوب انتقال داده می شود،ما به سادگی می توانیم مقادیر پیکسلی قدیمی را جایگزین کنیم یا می توانیم مقادیر پیکسل را در حالیکه عملیات حباب یا بولین را بکار می گیریم به هم پیوند دهیم برگردانهای تصویری بوسیله نسخه برداری از یک دسته پیکسل به یک محل جدید در میانگیر چهارچوب انجام می گیرد.دورانهای تصویری در مضرب ۹۰ درجه بوسیله اداره کگردن وضعیتهای ستونی و ردیفی از مقادیر پیکسل در یک دسته بدست می آید .دیگر دورانها بوسیله اولین نقشه گذاری نواحی پیکسلی دوران داده شده بر روی وضعیتهای مقصد در میانگیر چهارچوب اجرا شده ،سپس نواحی پوشش محاسبه محاسبه می شود.مقیاس گذاری در دگرگونیهای تصویر نیز بوسیله نقشه گذاری نواحی پیکسلی تغییر شکل یافته به وضعیتهای مقصد میانگیر چهارچوب تکمیل می شود.

تمارین

۵-۱ ⟵ برنامه ای بنویسید که بطور مداوم یک موضوع را حول نقطه یک محور دوران دهد.زوایای کوچک مورد استفاده برای هر دوران متوالی می باشد و تشابهات به ویژگیهای سینوس و کسینوس قابل استفاده برای افزایش سرعت محاسبه می باشد زاویه دوران برای هر مرحله چنان انتخاب شوند که موضوع یک چرخش کامل در کمتر از ۳۰ ثانیه انجام دهد .برای اجتناب از انباشتگی اشتباهات متناسب ، مقادیر متناسب اصلی را برای موضوع در شروع هر چرخش جدید بازسازی نمایید.

۵-۲ ⟵ نشان دهید که ترکیب ۲ دوران افزاینده است (بوسیله به هم وصل کردن نماینده های ماتریس برای $R(\theta_1)$ و $R(\theta_2)$ برای بدست آوردن $R(\theta_1)*R(\theta_2)=R(\theta_1+\theta_2)$

۵-۳ ⟵ یک مجموعه از رویه ای را بنویسید که ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده و ویژگیهای ماتریس دگرگونی سازنده را برای ایجاد یک ماتریس دگرگونی مرکب برای هر مجموعه از پارامترهای دگرگونی ورودی را اجرا نماید.

۵-۴ => برنامه ای بنویسید کهه هر ترتیب مشخص شده ای از دگرگونی ها را برای یک موضوع نمایش داده شده بکار گیرد .برنامه چنان طراحی شود که یک کاربر توالی دگرگونی و پارامترهای پیوسته را از منوی نمایش داده شده و دگرگونی های مرکب که بعدا محاسبه خواهند شد و برای انتقال موضوع مورد استفاده قرار می گیرد انتخاب کند.

10

تناسباتی را برای یک n بوسیله آرایش m از رئوس می دهد، ایجاد می کند. شکل ۷-۱۰، ۲۰ رأس را در حالیکه یک شبکه از ۱۲ چند ضلعی را شکل می دهد، نشان می دهد.

شکل ۷-۱۰←یک شبکه چند ضلعی که شامل ۱۲ ر شکل یافته از یک ۵ بوسیله ۴ آرایش رأس داخلی می باشد.

زمانیکه چند ضلعی ها به همراه بیشتر از ۳ رأس مشخص می شوند، ممکن است که همه رئوس در یک سطح قرار نگیرند. این می تواند ناشی از اشتباهات عددی یا اشتباهات در وضعیت متناسب انتخاب کردن برای رئوس باشد. یک روش برای ایجاد کردن این وضعیت، به سادگی تقسیم کردن چند ضلعی به مثلث ها می باشد.روشی دیگر که بعضی وقتها مورد استفاده قرار می گیرد نزدیک کردن پارامتر های A,B,C سطح می باشد. ما می توانیم این کار را با روش های میانگین گرفتن انجام دهیم یا می توانیم چند ضلعی را روی سطوح متناسب طرح ریزی کنیم. در حالیکه از روش طرح ریزی استفاده می کنیم، نقطهA را همزمان به ناحیه طرح ریزی چند ضلعی روی سطح y_z ، B را همزمان به ناحیه طرح ریزی روی سطح x_z وC را همزمان به ناحیه طرح ریزی روی سطح xy انتقال می دهیم.سیستم های گرافیکی با کیفیت بالا بطور کلی موضوعات را با شبکه های چند ضلعی و نصب یک دیتا بیس (پایگاه اطلاعاتی) هندسی و اطلاعات صفات برای سهل نمودن پردازش سطوح کوچک چند ضلعی، مدلسازی می کند.ارائه های چند ضلعی در سخت افزارها شریع شده درون چنین سیستم هایی به همراه توانایی برای نمایش صدها هزار برای یک میلیون یا چند ضلعی های سایه گذاری شده بیشتری در هر ثانیه (معمولاً مثلثها) به هم می پیوندند، در حالیکه شامل کاربرد بافتهای سطح و افکت های نوری خاص می باشد.

نمایش خط منحنی سه بعدی و سطوح آن می تواند از یک مجموعه داخلی از ویژگی های ریاضی که موضوعات یا شکل یک مجموعه از نقاط داده های مشخص شده توسط کاربر را تعریف می کند، ایجاد نماید.زمانیکه ویژگی ها مشخص گردند، یک بسته می تواند معادلات تعیین کننده را برای یک منحنی جهت نمایش سطح و طرح ریزی وضعیتهای پیکسل در طول مسیر ویزگیهای طرح ریزی شده ارائه نماید. برای سطوح، توضیح یک ویژگی اغلب شبکه بندی شده جهت ایجاد یک تشابه چند ضلعی شبکه ای به سطح می باشد.معمولاً، این کار با تکه های چند ضلعی مثلثی شکل برای اطمینان از اینکه همه رئوس هر چند ضلعی در یک سطح قرار گرفته است صورت می پذیرد.ر های مشخص شده با چهار رأس یا رئوس بیشتر می باشند ممکن است دارای تمام رئوس در یک سطح منفرد نباشد.مثالهایی از نمایش سطوح ایجاد شده از توضیحات اساسی شامل چهارتایی ها یا بیشتر از چهارتایی می باشند.

وقتیکه یک مجموعه از نقاط متناسب جدا از هم برای مشخص کردن شکل یک موضوع مورد استفاده قرار می گیرد، توضیحات اساسی بدست می آید که بهترین تناسبات نقاط طراحی شده مطابق محدودیت های کاربرد می باشند.

تمثالهای نوار باریک مثالهایی از این طبقه منحنی ها و سطوح می باشد.این روشها بطور معمول جهت طراحی شکلهای موضوع جدید، رقمی کردن ترسیمات و تعریع مسیرهای حرکت مورد استفاده قرار می گیرند.روشهای متناسب کردن منحنی نیز جهت نمایش گرافهای مقادیر داده ها بوسیله متناسب کردن ویژگیهای منحنی مشخص شده برای مجموعه داده های جدا از هم مورد استفاده قرار می گیرد در حالیکه تکنیکهای بازگشتی مانند روش کاهش میدان مورد کاربرد است.معادلات منحنی و سطح می تواند یا در یک فرم پارامتریک و یا در یک فرم غیر پارامتریک بیان گردد.دنباله A یک خلاصه ای را ارائه داده و .معادلات پارامتریک و غیر پارامتریک را مقایسه می کند. تمثالهای پارامتریک بطور کلی بسیار آسانتر هستند.

۳-۱۰ ←یک سطوح چهارتایی استفاده متناوب طبقه بندی از موضوعات سطوح چهارتایی هستند که با .معادلات درجه دوم (چهارتایی ها) مورد بحث قرار می گیرند آنها شامل کره ها، بیضی ها،

ص ۳۱۰

مخروط ها و اجرام غیر طبیعی می باشند. سطوح چهارتایی، بویژه کره ها و بیضی ها المانهای عادی از صحنه های گرافیکی هستند و آنها اغلب در بسته های گرافیکی بعنوان شکلهای بدوی در دسترس هستند که موضوعات خیلی پیچیده می تواند ساخته شود.

"کره"

در تناسبات دکارتی یک سطح کروی با شعاع r که روی اصل تناسب متمرکز شده، بعنوان مجموعه نقاط (x,y,z) تعریف می شود که معادله زیر را نتیجه می دهد:

$$x^2+y^2+z^2=r^2 \qquad (۱۰-۷)$$

ما همچنین می توانیم سطح کروی را در فرم پارامتریک، در حالیکه زوایای عرض و طول را به کار می بریم، توصیف نمائیم(شکل ۸-۱۰)

$$x = r \cos \Phi \cos \theta , \qquad -\pi/2 \le \Phi \le \pi/2$$
$$y = r \cos \Phi \sin \theta, \qquad -\pi \le \theta \le \pi$$
$$z = r \sin \theta$$

شکل (۸-۱۰) موقعیت متناسب پارامتریک (r, θ, Φ) روی سطح یک کره با شعاع r

تمثال پارامتریک در معادله ۸-۱۰ حدود متناسبی را برای پارامترهای زاویه ای θ, Φ فراهم می آورد.ما می توانیم معادلات پارامتریک

را در حالیکه تناسبات کروی استاندارد را بکار می بریم، جائیکه زاویه Φ بعنوان گردنه تعیین می شود، متناوباً بنویسیم.(شکل ۹-۱۰)

پس Φ روی مبنای $\pi \leq \Phi \leq 0$ تعریف می شود و θ اغلب در مبنای $2\pi \geq \theta \geq 0$ قرار می گیرد. ما همچنین می توانیم تمثال را نصب کنیم در حالیکه پارامترهای تعریف شده u, v را روی مبنا از ۰ تا ۱ بوسیله تعویض $\pi u =$ Φ و $2 \pi v =$ θ بکار بریم.

شکل ۹-۱۰ ← پارامترهای تناسب کروی (r, θ, Φ) ، با استفاده از گردنه برای زاویه Φ

"بیضی"

یک سطح بیضوی می تواند بعنوان کششی از یک سطح کروی مشخص گردد جائیکه شعاع در سه جهت استوانه دو سر می تواند مقادیر مختلف را دارا باشد (شکل ۱۰-۱۰) تمثال دکارتی برای نقاط روی سطح یک بیضی متمرکز شده روی مرکز عبارت است از:

$$(x/r_x)^2+(y/r_y)^2+(z/r_z)^2=1$$

و یک تمثال پارامتریک برای بیضی در عبارت های زاویه Φ عرضی و زاویه θ طولی در شکل ۸-۱۰ به شرح ذیل است:

$$x = r_x \cos \Phi \cos \theta , \quad -\pi/2 \leq \Phi \leq \pi/2$$
$$y = r_y \cos \Phi \sin \theta, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$$
$$z = r_z \sin \theta$$

شکل ۱۰-۱۰ ← یک بیضی با شعاع r_x, r_y, r_z ، متمرکز شده روی اصل تناسب

طبق ← یک طبق یک موضوع حلقوی شکل است، همانطور که در شکل ۱۱-۱۰ نشان داده شده است که می تواند بوسیله دوران دادن یک دایره یا دیگر شکل های مخروطی حول یک محور مشخص، ایجاد شود. تمثال دکارتی ← صفحه ۳۱۲

ص ۳۱۱

برای نقاط روی سطح یک طبق می تواند در شکل زیر نوشته شود؛

$$[r-\sqrt{((x/r_x)^2+(y/r_y)^2)}]^2+(z/r_z)^2=1$$

جائیکه می تواند هر مقدار متعادلی باشد. تمثال پارامتریک برای یک طبق شبیه به آنانی است که برای یک بیضی بود.بجز آن زاویه Φ که متجاوز به ۳۶۰ درجه توسعه می پذیرد. در حالیکه طول و عرض زاویه های Φوθ را بکار می بریم، می توانیم سطح طبق را بعنوان مجموعه ای از نقاطی که نتیجه زیر را می دهد، تعریف کنیم؛

$$x = r_x (r+\cos \Phi) \cos \theta, \qquad -\pi \le \Phi \le \pi$$
$$y = r_y (r+\cos \Phi) \sin \theta, \qquad -\pi \le \theta \le \pi$$
$$z = r_z \sin \Phi$$

شکل ۱۱-۱۰ ← یک طبق با یک بخش افقی دوار متمرکز شده روی اصل تناسب

۱۰-۴

"فرا چهارتایی ها"

این طبقه از موضوعات یک عمومیت از تمثال های چهارتایی است. فرا چهارتایی ها بوسیله تلفیق پارامترهای اضافی شده در معادلات چهارتایی جهت فراهم اوردن انعطاف پذیری افزایش یافته برای تنظیم شکل های موضوع، شکل می پذیرند.تعداد پارامترهای اضافی استفاده شده برابر با جهت موضوع می باشد: یک پارامتر برای منحنی ها و دو پارامتر برای سطوح می باشد.

"فرا بیضی"

ما یک تمثال دکارتی برای یک فرا بیضی از معادله متناظر برای یک بیضی بوسیله پذیرفتن توان روی عبارت های جهت متغیر بودر بدست می آوریم یک راه برای انجام این، نوشتن معادله فرا بیضی دکارتی در شکل زیر می باشد

$$(x/r_x)^{2/s}+(y/r_y)^{2/s}=1$$

ص ۳۱۲

جائیکه پارامترs می تواند بعنوان هر رقم واقعی مقرر شود. زمانیکه$s = 1$ ، ما یک بیضی عادی بدست خواهیم آورد.

معادلات پارامتریک متناظر برای فرا بیضی های معادله ۱۳-۱۰ می تواند به شکل زیر بیان شود:

$$x = r_x \cos^{s} \theta , \qquad -\pi \le \Phi \le \pi$$
$$y = r_y \sin^{s} \theta ,$$

شکل ۱۲-۱۰ نشان می دهد که شکل های فرا دایره ای که می توانند با استفاده از مقادیر متفاوت برای پارامترs ایجاد شوند.

فرا بیضی← یک تمثال دکارتی برای یک فرا بیضی از معادله ای برای یک بیضی بوسیله ترکیب دو پارامتر تعریف شده بدست می آید.

$$[(x/r_x)^{2/s2}+(y/r_y)^{2/sy}]^{s2/s1}+(z/r_z)^{z/s1}=1$$

برای $s1=s2=1$ ، ما یک بیضی عادی خواهیم داشت.

پس ما می توانیم تمثال پارامتریک متناظر برای فرا بیضی معادله ۱۵-۱۰ به شرح ذیل بنویسیم

$$x = r_x \cos^{s1} \Phi \cos^{s2} \theta , \qquad -\pi/2 \le \Phi \le \pi/2$$
$$y = r_y \cos^{s1} \Phi \sin^{s2} \theta, \qquad -\pi \le \theta \le \pi$$
$$z = r_z \sin^{s1} \Phi$$

شکل ۱۳-۱۰ شکل های فرا دایره ای را که می تواند با استفاده از مقادیر مختلف برای پارامتر های s_1,s_2 ایجاد شوند نشان می دهد. این ها و دیگر فرا چهارتایی ها می تواند جهت ایجاد ساختارهای بسیار پیچیده ترکیب شوند. مانند مبلمان، پیچ های بند کشیده، و دیگر سخت افزار...

شکل ۱۲-۱۰← فرا بیضی های طرح ریزی شده با مقادیر مختلف برای پارامترs و همراه $r_x=r_y$.

ص ۳۱۳

شکل ۱۳-۱۰← فرا بیضی طراحی شده با مقادیر مختلف برای پارامترهای s_1 , s_2 و همراه $r_x=r_y=r_z$.

"موضوعات حسابی"

برخی موضوعات شکل ثابتی را نگه نمی دارند اما ویژگی های سطحشان را در حرکات مشخص یا زمانیکه در مجاورت موضوعات دیگر هستند تغییر می دهند. مثالها در این طبقه از موضوعات شامل ساختارهای مولکولی، قطرات کوچک آب و دیگر افکت های مایع، ذوب کردن موضوعات و شکل ماهیچه در بدن انسان می باشد.این

موارد می تواند بعنوان ارائه شکل قطره ای معرفی شود و اغلب بطور ساده به موضوعات (حبابی یا قطره ای) رجوع داده می شود. زمانیکه اشکال آنها درجه ای مشخص از سیالیت را نشان می دهد.

یک شکل مولکولی، برای مثال، می تواند بعنوان شکل کروی در انزوا مطرح گردد اما این شکل زمانیکه آن مولکول به مولکولی دیگر نزدیک می شود تغییر می یابد.این دگرگونی شکل تراکم الکترون ممکن است در ارتباط با پیوستگی که مابین دو مولکول اتفاق می افتد باشد. شکل ۱۴-۱۰ کشش، گسیختن و افکت های ادغام روی شکل های مولکولی وقتیکه دو مولکول جداگانه حرکت می کنند نشان می دهد. بطود مشابه، شکل ۱۵-۱۰ شکلهای ماهیچه را در یک بازوی انسان نشان می دهد که ویژگی های شبیه را نمایش می دهد. در این مورد می خواهیم اشکال سطح را چنان مدلسازی کنیم که تمامی مقادیر ثابت باقی بمانند چندین مدل برای نمایش موضوعات حبابی شکل مانند ویژگی های توزیع روی یک ناحیه از سطح توسعه داده شده اند. یک روش برای انجام این کار مدلسازی موضوعات مانند ترکیب ویژگی های تراکم گوسی، یا برآمد گی ها می باشد.(شکل ۱۶-۱۰). ویژگی یک سطح بعداً مثل زیر مطرح می شود:

$$f(x,y,z)=\sum b_k e^{-a/k r k^2} - T=0$$

جائیکه $r_k^2= \sqrt{(x_k^2+y_k^2+z_k^2)}$ ، پارامتر T بعضی از استانه مشخص شده می باشد و پارامتر a,b برای تنظیم مقدار حبابیت موضوع انفرادی بکار می روند.مقادیر منفی برای پارامترb می تواند جهت ایجاد تو رفتگی ها بجای برآمدگی ها بکار رود.شکل ۱۷-۱۰ ساختار سطح یک موضوع مرکب که با چهار ویژگی تراکم گوسی مدلسازی شده است را نشان می دهد. در سطح استانه، تکنیک های پیدا کردن ریشه عددی جهت تعیین کردن محل مقادیر تقاطع متناسب بکار می روند.

شکل ۱۴-۱۰ ← بهم پیوستن مولکولی، مانند حرکت دور شدن دو مولکول از هم، کشش شکل های سطح، گسیختن و در نهایت منقبض شدن در کره ها.

شکل ۱۵-۱۰ ←اشکال ماهیچه حبابی شکل در بدن یک انسان

ص ۳۱۴

بخش عبوری از موضوعات انفرادی بعداً بعنوان دایره ها یا بیضی ها مدلسازی می شوند. اگر دو بخش عبوری نزدیک به همدیگر باشند، جهت تشکیل یک شکل حبابی مانند شکل ۱۴-۱۰ ، که ساختار آن وابسته به جدایی دو موضوع می باشد،ادغام خواهد شد.

روش های دیگر برای ایجاد موضوعات حبابی شکل ویژگیهای تراکم را که تا صفر در یک فاصله محدود کاهش می یابد،مورد استفاده قرار می دهد.مدل " متابول " موضوعات مرکب را همانند ترکیب ویژگیهای تراکم منشور قائم شکل زیر مورد بحث قرار می دهد

$$f(x) = \begin{cases} b\,(1-3r^2/d^2)\,, & \text{if } 0 < r \le d/3 \\ 3/2\,b\,(1-r/d)^2\,, & \text{if } d/3 < r \le d \\ 0\,, & \text{if } r > d \end{cases}$$

و مدل نرم ویژگی زیر را بکار می گیرد

$$f(r) = \begin{cases} 1 - 22r^2/9d^2 + 17r^4/9d^4 - 4r^6/9d^6\,, & \text{if } 0 < r \le d \\ 0\,, & \text{if } r > d \end{cases}$$

برخی بسته های طراحی و نقاشی امروزی مدل سازی ویژگی حبابی شکل را برای بررسی کردن کاربردهایی که نمی تواند به طور کافی تنها با ویژگیهای چند ضلعی یا با ویژگیهای زبانه مدلسازی شود، ارائه می کنند. شکل ۱۸-۱۰ چهره یک کاربر را برای ایجاد یک مدلساز موضوع حبابی شکل با استفاده از " متابولز" نشان می دهد .
شکل ۱۶-۱۰ ← برآمدگی گوسی متمرکز شده سه بعدی در وضعیت o ، با طول b و نقطه انحراف a استاندارد
شکل ۱۷-۱۰ ← یک موضوع حبابی شکل مرکب ساخته شده با چهار برآمدگی گوسی

۱۰-۶

تمثالهای زبانه (spline)

در واژگان علمی طرح ریزی ، spline یک نوار انعطاف پذیری است که برای ایجاد یک منحنی نرم در طول یک مجموعه از نقاط طرح ریزی شده ، مورد استفاده قرار می گیرد چندین سنگ وزنه کوچک در طول نوار جهت نگهداری آن در وضعیت روی جدول طراحی شده مانند منحنی ترسیم شده ، توزیع می شوند. عبارت منحنی spline نوار به طور کلی به یک منحنی مربوط می شوند که در این روش ترسیم شده است . ما می توانیم با استفاده از علم ریاضی چنین منحنی را با یک ویژگی چند فرمولی مکعبی تکه ای تعریف کنیم که مشتقات اول و دوم آن بخشهای متفاوت منحنی میانی مداوم می باشند.
شکل ۱۸-۱۰← طرح بندی یک صفحه نمایش ، استفاده شده در بسته های مدلساز شکل حبابی یا بسته های انیمیتور (انیمیشن ساز) شکل حبابی ، برای مدلسازی موضوعات با متابولز (به لطف تصویر دیجیتالی تامسون)

ص ۳۱۵

در گرافیک های کامپیوتر ، عبارت منحنی spline به یک منحنی مرکب شکل یافته با بخش های چند فرمولی مربوط می شود در حالی که شرایط پیوسته گی معین شده را در مرز تکه ها قرار می دهد.یک سطح spline می تواند با دو مجموعه از منحنی spline قائم مشخص گردد.چندین نوع مختلف از خصوصیات spline وجود دارد که در کاربردهای گرافیکی مورد استفاده قرار می گیرند .هر خصوصیت انفرادی به سادگی به یک نوع خاصی از چند فرمولی با شرایط مرز تعیین شده مرکزی ، مربوط می شود.

Splineها ف در کاربردهای گرافیکی جهت طراحی شکل های منحنی و شکل های سطح ، برای رقمی کردن طراحی ها برای ذخیره سازی کامپیوتر و جهت معین کردن مسیر حرکت برای موضوعات و یا دوربین در یک صحنه مورد استفاده قرار می گیرند.به طور کلی کاربردهای CAD برای splineها شامل طرح بدنه های اتومبیل ، سطوح فضا پیما و هواپیما و تنه۸ های کشتی می باشد

Splineهای متشابه و الحاقی (نزدیک کننده و ملحق کننده)

ما یک منحنی spline را به وسیله ارائه یک مجموعه از وضعیت های متناسب که نقاط کنترل نامیده می شوند،معین میکنیم که شکل کلی منحنی را نشان می دهد.پس این نقاط کنترل با ویژگیهای چند فرمولی پارامتریک پیوسته تکه ای در یکی از دو روش تطبیق داده می شوند وقتی که بخش های چند فرمولی چنان متناسب می شوند که منحنی از هر نقطه کنترل عبور کند، همانند شکل ۱۹-۱۰ ، منحنی بدست آمده گفته می شود که مجموعه نقاط کنترل را ملحق کند.از طرف دیگر، وقتیکه چند فرمولی ها با مسیر نقاط کنترل کلی بدون نیاز به عبور از هر نقطه کنترل تطبیق داده شد، منحنی بدست آمده گفته می شود که مجموعه نقاط کنترل را نزدیک کند (شکل ۲۰-۱۰)

منحنی های الحاقی بطور عادی برای رقمی کردن ترسیمات یا مشخص کردن مسیر حرکت به کار می روند منحنی های نزدیک کننده (تقریبی) عمدتاً مانند ابزار طراحی برای ساختار سازی سطح موضوعات به کار می رود. شکل ۲۱-۱۰ یک سطح spline تقریبی را که برای کاربرد یک طراحی ایجاد شده است را نشان می دهد. خطوط راست وضعیت های نقاط کنترل را به روی سطح وصل می کنند یک منحنی spline با عملیات بر روی نقاط کنترل، تعریف شده، اصلاح شده و اجرا می شود.بوسیله انتخاب موقعیت های غضایی برای نقاط کنترل، یک طراح می تواند یک منحنی ابتدایی را نصب کند.بعد از اینکه تناسب چند فرمولی برای یک مجموعه ارائه شده از نقاط کنترل نشان داده شد، طراح می تواند برخی یا تمام نقاط کنترل را برای دوباره سازی شکل منحنی تغییر موقعیت

دهد. بعلاوه، منحنی می تواند برگردانده شده، دوران یافته و یا مقیاس گذاری شود با دگرگونی هایی که برای نقاط کنترل مورد استفاده قرار می گیرند. بسته های CAD نیز می تواند نقاط کنترلی بیشتری را جهت کمک به طراح در تنظیم شکل های منحنی اضافه کند.

مرز چند ضلعی محدب که مجموعه ای از نقاط کنترل را به هم نزدیک می کند قشر محدب نامیده می شود. یک روش جهت خیال پردازی شکل یک قشر محدب تصور کردن یک بند لاستیکی کشیده شده بدور موقعیت های نقاط کنترل است بطوریکه هر نقطه کنترل یا روی پیرامون قشر یا درون آن قرار می گیرد.(شکل ۲۲-۱۰) قشرهای محدب یک اندازه ای را برای انحراف یک منحنی یا سطح از نقاط کنترل مرز ناحیه فراهم می کنند. برخی spline ها بوسیله قشر محدب مرز گذاری می شوند تا مطمئن سازد که چند فرمولی ها به نرمی نقاط کنترل را بدون نوسان غیر معقول تعقیب می کنند.همچنین، ناحیه چند ضلعی درون قشر محدب در برخی الگوریتم ها مانند یک ناحیه چیده شده مفید می باشد.

یک Poly Line (چند خطی) که ترتیب نقاط کنترل را برای یک spline تقریبی متصل می کند معمولاً جهت یادآوری یک طراح ترتیب نقاط کنترل نمایش داده می شود. این مجموعه از بندهای خط متصل شده اغلب بعنوان نمودار کنترل منحنی ارجاع داده می شود دیگر نام ها بای سری های بخش های خط راست که نقاط کنترل را در ترتیب مشخص به هم متصل می کند چند ضلعی کنترل و چند ضلعی مشخصه می باشند. شکل ۲۳-۱۰ شکل نمودار کنترل برای ترتیب های نقاط کنترل در شکل ۲۲-۱۰ را نشان می دهد.

شکل ۱۹-۱۰ ← مجموعه ای از ۶ نقطه کنترل ملحق شده با بخش های چند فرمولی متوالی تکه ای.

شکل ۲۰-۱۰ ← مجموعه ای از ۶ نقطه کنترل نزدیک شده با بخش های چند فرمولی متوالی تکه ای.

ص ۳۱۶

شکل ۲۱-۱۰ ← یک سطح spline تقریبی برای یک کاربرد CAD در طراحی خودرو، طرح های سطح بوسیله بخش های منحنی چند فرمولی طرح ریزی شده و نقاط کنترل سطح با بخش های خط راست به هم وصل شده اند. (به لطف دیوانس و ساوترلند)

ص ۳۱۷

"شرایط اتصال پارامتریک"

برای اطمینان از تحول هموار از یک بخش منحنی پارامتریک تکه ای به دیگری، ما می نوانیم شرایط اتصال متفاوتی را در متصل کردن نقاط تحمیل کنیم. اگر هر بخش از یک spline با یک مجموعه از ویژگی های متناسب پارامتریک شکل زیر معرفی شود ما بوسیله تطبیق مشتقات پارامتریک بخش های منحنی مجاور در مرز عادی آنها، اتصال پارامتریک را آغاز می کنیم.

شکل ۲۲-۱۰ ← شکل های قشر محدب (خط چین ها) برای دو مجموعه از نقاط کنترل.

ص ۳۱۸

اتصال پارامتر یک ترتیب صفر ، که مانند C^0 مورد بحث قرار می گیرد ، بدان معنی است که منحنی ها به همدیگر می پیوندند.آن یعنی مقادیر Z,Y,X که ارزیابی شده در U_1 یرای بخش بعدی منحنی می باشند برابر هستند اتصال پارامتر یک ترتیب اول ،به مانند اتصال C^1 ارجاع داده می شود بدان معنی است که اولین مشتقات پارامتر یک (خطوط تانژانت) ویژگیهای متناسب در معادله۲۰-۱۰ برای دو بخش متوالی منحنی در نقطه ملحق شدنشان برابر هستند.اتصال پارامار یک ترتیب دوم ،یا اتصال C^2 ، بدان معنی است که هر دوی مشتقات پارامتر یک اول و دوم دو بخش منحنی در تقاطع یکسان می باشند.شرایط اتصال پارامتر یک ترتیب بیشتر به سادگی تعریف می شوند. شکل ۲۴-۱۰ مثالهایی ازاتصالات C^2, C^1, C^0 رانشان می دهد با اتصال ترتیب دوم ، سرعتهای تغییر تصاویر تانژانت برای بخشهای اتصال در تقاطع آنها یکسا می باشند. بنابراین ،خط تانژانت به نرمی از یک بخش منحنی به یک دیگر متحول می شود(شکل C۱۰-۲۴) اما با اتصال ترتیب اول سرعتهای تغییر تصاویر تانژانت برای دو بخش می تواند کاملا متفاوت باشد بطوریکه اشکال کلی دو بخش مجاور می تواند بطور ناگهانی تغییر یابند .اتصال ترتیب اول (شکل b۱۰-۲۴) اتصال ترتیب اول اغلب برای رقمی کردن ترسیمات و برخی کاربردهای طراحی کافی می باشددر حالیکه اتصال ترتیب دوم جهت نصب مسیرهای حرکتی برای حرکت دوربین و برای دقت های بیشتر نیازهای CAD مفید می باشد. حرکت یک دوربین در طول مسیر منحنی در شکل (b) ۲۴-۱۰ با مراحل یکسان در پارامتر U ممکن است یک تغییر ناگهانی درشتاب را در مرز دو بخش تجربه کند ، در حالیکه

یک ناپیوستگی را در توالی حرکت بوجود می آورد.اما اگر دوربین در طول مسیر در شکل (C) ۱۰-۲۴ حرکت می کرد،توالی چهارچوب برای حرکت به نرمی در عرض مرز به نرمی متحول می شد.

شرایط اتصال ژئومتریک :
یک روش متناوب برای ملحق شدن دو بخش متوالی منحنی معین کردن شرایط برای اتصال ژئومتریک می باشد.در این مورد ، تنها مشتقات پارامتریک دو بخش برای متناسب شدن با یکدیگر درمرز عادی آنها بجای برابری با یکدیگر مورد نیاز می باشد.
اتصال ژئومتریک ترتیب صفر،که مانند اتصال C^0 مورد بحث واقع می شود،همانند اتصال پارامتریک ترتیب صفر می باشد.یعنی دو بخش منحنی ها باید شرایط متناسب یکسان را در مرز دارا باشند.

شکل ۱۰-۲۳ =< اشکال نمودار منترل (خط چین ها)برای دو مجموعه متفاوت نقاط کنترل

شکل ۱۰-۲۴=< ساختمان تکه ای یک منحنی بوسیله الحاق دو بخش منحنی با استفاده از توال یهای متفاوت اتصال .(a) =< تنها ترتیب اتصال صفر (b) =< اتصال ترتیب اول صفر (c) =< اتصال ترتیب دوم

ص ۳۱۹

اتصال ژئومتریک ترتیب اول ، یا اتصال C^1 ، بدان معنی است که مشتقات اول پاراماریک در تقاطع دو بخش متوالی متناسب می باشند . اگر ما موقعیت پارامتریک را روی منحنی مانند $P(u)$ مشخص کنیم ،در حالیکه بزرگی آن لازم نیست ، جهت $P'(u)$ تصویر تانژانت برای دو بخش متوالی منحنی در نقطه الحاق آنان زیر اتصال C^1 یکسان خواهد بود اتصال ژئومتریک ترتیب دوم ، یا اتصال C^2 ، بدان معنی است که هر دوی مشتقات پارانتریک اول و دوم بخش منحنی در مرزشان متناسب می باشند.زیر اتصال C^2، انحنای دو بخش منحنی در نقطه الحاق هم نظیر خواهند بود. یک منحنی ایجاد شده با شرایط اتصال ژئومتریک شبیه به یک منحنی ایجاد شده بوسیله اتصال پارامتریک اما با تفاوتهای ناچیزی در شکل منحنی می باشد.شکل ۱۰-۲۵ یک مقایسه بین اتصال ژئومتریک و پارامتریک را فراهم می کند.بوسیله اتصال ژئومتریک ،منحنی به سمت بخش مورد نظر با تصویر بزرگترتانژانت کشیده می شود.

تشخیص های spline

سه روش معادل برای مشخص کردن یک تمثال spline خاص وجود دارد : ۱- مامی توانیم مجموعه شرایط مرزی که spline تحمیل شده است را بیان کنیم یا ۲- ما می توانیم ماتریس که spline مورد نظر را مشخص می کند بیان کنیم و یا ۳- ما می توانیم مجموعه ویژگیهای ترکیب کننده (یا ویژگیهای اصلی) که چگونگی ترکیب شدن قیود ژئومتریک مشخص شده روی منحنی را جهت محاسبه موقعیتها در طول مسیر منحنی بیان کنیم.

برای شرح این سه تشخیص معادل ، فرض کنیم که ما تمثال چند فرمولی مکعبی پارامتریک زیر را برای تناسب x در طول مسیر یک بخش spline داریم :

$$X(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \qquad , \qquad 0 \le U \le 1$$

شرایط مرزی برای این منحنی ممکن است برای نثال روی تناسبات نقطه انتهای $X(1)$, $X(0)$ روی مشتقات اول پارامتریک در نقاط انتهای $X'(0), X'(1)$ برپا شود.

این چهار شرایط مرزی برای تشخیص مقادیر چهار ضریب a_x , b_x , c_x , d_x کافی می باشد.

از شرایط مرزی ما می توانیم ماتریسی که انی منحنی spline را بوسیله اولین دوباره نویسی معادله ۲۱-۱۰ مانند ماتریس محصول مشخص می کند را بدست آوریم.

شکل ۲۵-۱۰ => سه نقطه کنترل متناسب شده بوسیله دو بخش منحنی ملحق شده با (a) اتصال پارامتریک و (b) اتصال ژئو متریک ، جائیکه تصویر تانژانت منحنی C_3 در نقطه P_1 دارای یک بزرگی بیشتر از تصویر تانژانت منحنی C_1 در نقطه P_1

برای هر ارزشی از پارامتر d و n ، ما میتوانیم یک بردار گروهی با شکل باز را به همراه ارزش های اعداد صحیح با استفاده از محاسبات زیر بدست می آوریم:

$$\begin{cases} O, 0 \le j < d \\ j - d + 1, d \le j \le n \; U_1 = \\ n - d + 2, j > n \end{cases}$$

برای ارزش های j با گسترده ای از 0 تا n+d بهمراه این تعیین ، گره های ابتدایی d ارزش 0راتعیین کرده اند ، وگره های آخرین d دارای ارزش n-d + 2 هستند الگوی منحنی های B (B - Spines) باشکل باز ،

دارای خصوصیاتی هستند بسیار مشابه با الگوی منحنی Spine بزیه هستند . در حقیقت ، هنگامی که $d=n+1$ (درجه جمله n است) باشد ، الگوهای منحنی B به سطح الگوهای منحنی بزیه کاهش می یابند ، و تمام ارزشهای گرهی 0 یا 1 هستند . برای مثال ، با یک مکعب ، منحنی b باز ($d=4$) و 4 نقطه کنترلی ، برادر گرهی به صورت زیر است :

$$\{0,0,0,0,1,1,1,1\}$$

منحنی چند جمله ای برای یک منحنی b باز ، در طول اولین و آخرین نقاط کنترلی گذر میکند . همچنین ، شیب منحنی های پارامتری در نقطه ابتدائی با خط در ارتباط با دو نقطه کنترلی انتهایی ، موازی است . بسیاری محدودیت های هندسی برای تطبیق بخشهای منحنی برای منحنی های بزیه یکسان هستند .

بهمراه منحنی های بزیه ، اختصاصی دادن نقطه کنترلی چند گانه در وضعیتمختصاتی یکسان ، هر منحنی B را نزدیکتر به آن وضعیت می کشد . از زمانی که منحنی های B منحنی های بسته بوسیله

اختصاصی دادن اولین و آخرین نقطه کنترلی دروضعیت یکسان تولید شده اند .

مثال 2-10: منحنی های B درجه 2 باشکل باز :

ازشرایط 10-63 با $d=3$ و $n=4$ (5 نقطه کنترلی) ، ما ارزش های از شرایط 8 گانه را برای بردار گرهی بصورت زیر بدست می آوریم :

$$\{u_0,u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6,u_7\} = \{0,0,0,2,3,3,3\}$$

گسترده کلی u به 7 تحت فاصله تقسیم شده است ، وهریک از 5 عملکرد مخلوط $B_{k,3}$ در همه 3 تحت واحد ها ، با شروع از وضعیت گرهی U_K تعریف شده است .

بنابراین ، $B_{0,3}$ از $u_0=0$ به $u_3=1$ تعریف شده است ، $B_{1,3}$ از $u_1=0$ و $u_4=2$ و $B_{4,3}$ از $u_4=2$ به $u_7=3$ تعریف شده است . عبارت چند جمله ای واضح برای عملکرد های مخلوط از روابط متناوب زیر بدست آمده اند :

$$B_{0,3}(u) =(1-n)^2 \quad , \quad 0\le u<1$$

$$B_{1,3}\begin{cases}\frac{1}{2}u(4-3u), 0\le u<1\\ \\ \frac{1}{2}(n-n)^2, 1\le u<2\end{cases}$$

شکل 45-10 شکل این عملکرد مخلوط رانشان می دهد . اشکال مکانی منحنی های B دوباره اثبات شده اند . عملکرد مخلوطی$B_{0,3}$ تنها در تحت فاصله از 0 تا 1 غیر 0 است ، ÷س اولین نقطه کنترلی ، تنها منحنی را در این فاصله تحت تأثیر قرار می دهد . بطور مشابه ، عملکرد$B_{3,4}$ خارج از فاصله 2 تا 3 صفر است .وضعیت نقطه کنترل انتهایی ، شکل بخش های ابتدایی ومیانی منحنی را متاثر نمی کند .

فور مولاسیون های ماتریسی برای منحنی های B باز براحتی منحنی های B باشکل دوره ای آنها براحتی تولید نشده اند . این بعلت تعداد ارزش های گرهی در شروع و پایان بردار گرهی است .

منحنی های بدون شکل :

برای منحنی های این کلاس ، ما می توانیم هر ارزش و فواصل را برای بردار گرهی اختصاص دهیم. با منحنی های B بدون شکل ،ما می توانیم ارزش های گرهی داخلی چند گانه و فضا گزاری غیر یکسان ما بین ارزش های گرهی را انتخاب کنیم . برخی مثال ها به قرار زیر هستند :

{0,1,2,3,3,4}

{0,2,2,3,3,6}

{0,0,0,1,1,3,3,3}

{0,0,2,0/6,0/9,1/5}

منحنی B بدون شکل قابلیت انعطاف افزایش یافته را در کنترل یک شکل منحنی مهیا می سازد . با فواصل غیر یکسان زیاد در بردار گرهی ، ما اشکال متفاوت برای عملکرد مخلوط در فواصل متفاوت را بدست می آوریم ، که می تواند برای تنظیم اشکال منحنیspline استفاده شده باشد . با افزایش تعدد گره ما عیار تغییرات را درشکل منحنی تولید و حتی ناپیوستگی هارا معرفی می کنیم .

ارزش های چند گانه گرهی همچنین پیوستگی را به اندازه یک واحد برای هر تکرار یک ارزش ویژه کاهش می دهد .

عملکرد های مخلوط را برای یک منحنی B بدون شکل با استفاده از روش های مشابه با همان منحنی B ِ باز و با شکل بحث شده بدست می آوریم .

با یک تنظیم n+1 نقاط کنترلی داده شده ، ما درجه چند جمله ای را تنطیم و ارزشهای گرهی را انتخاب می کنیم . سپس ، با استفاده از روابط متناوب ، ما می توانیم تنظیم عملکرده ای مخلوط را بدست آورده و یا وضیعت های منحنی را مستقیما برای نمایش منحنی ارزیابی کنیم .

بسته های گرافیکی اغلب فواصل گرهی را بصورت 0 یا 1 برای کاهش محاسبات محدود مکنند .

یک تنظیم ماتریس های اختصاصی می تواند ذخیره شده ، و برای محاسبه ارزشها در طول منحنی spline بدون ارزیابی روابط متناوب برای هر نقطه منحنی رسم شده و استفاده شده باشند .

$$x(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1]\begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ d_x \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}22)$$
$$= \mathbf{U} \cdot \mathbf{C}$$

معادله ۲۲-۱۰ می توانیم شرایط مرزی را به فرم ماتریس بنویسیم و برای ماتریس ضریب بصورت c زیر حل کنیم:

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}_{\text{spline}} \cdot \mathbf{M}_{\text{geom}} \qquad (10\text{-}23)$$

که در ان Mgeom ماتریس چهار عنصری ستونی حاوی مقادیر محدوده هندسی (شرایط مـرزی) روی spline است و Mspline ماتریس ۴*۴ است که مقادیر محدوده هندسی را به ضرایب چند متغیری تغییر میدهد و تعیین مشخصات splineمنحنی را مشخص می کند.

ماتریس Mgeomحاوی مقادیر مختصاتی نقطه کنترل و دیگر شرایط هندسی است که مشخص شده انـد. پـس می توانیم نمایش ماتریس را برای cدرون معادله۲۲-۱۰ جانشین کنیم تا بدست آوریم:

$$x(u) = \mathbf{U} \cdot \mathbf{M}_{\text{spline}} \cdot \mathbf{M}_{\text{geom}} \qquad (10\text{-}24)$$

ماتریس Msplineنمایش spline را مشخص می کند که گاهی ماتریس پایه نامیده می شود که به ویژه بـرای تغییر شکل از یک نمایش splineبه دیگری مفید است.

نهایتا میتوانیم معادله۲۴-۱۰ را بسط دهیم تا نمایش چند متغییری برای محور xاز لحاظ پارامترهـای محـدوده هندسی بدست آوریم:

$$x(u) = \sum_{k=0}^{3} g_k \cdot BF_k(u) \qquad (10\text{-}25)$$

که در آن g_kپارامترهـای محـدوده هسـتندمثل مختصـات نقطـه کنتـرل و شـیب منحنـی در نقـاط کنتـرل و $bf_k(u)$توابع ترکیب کننده چند متغیری هستند. مـا برخـی spline هـای عمـومی بکـار رفتـه و مـاتریس آنهـا و مشخصات تابع کنترل کننده را بحث می کنیم.

۱۰-۷ روشهای درون یابی spline مکعب

این رده splineها غالبا برای ایجاد مسیرهایی برای حرکات شی یا ارائه نمایش برای شی یا نقاشی موجـود بکـار می روند اما splineهای درون یابی نیز گاهی برای طراحی شکلهای شی بکار می روند.چند متغیری هـای مکعبـی مصالحه موجهی بین انعطاف پذیری و سرعت محاسبه ارئه می کنند.

در مقایسه با چند متغیری های درجه بالاترspline های مکعب به محاسـبات و حافظـه کمتـر احتیـاج دارنـد و پایدار ترند.و در مقایسه با چند متغییرهای درجه پایین تر هم برای مدل سازی شکل های منحنی اختیاری انعطاف پذیر تر هستند.

با معلوم بودن دسته ای از نقاط کنترلspline های درون یابی مکعب با تناسب نقـاط ورودی بـا منحنـی چنـد متغیری مکعب قطعه واری بدست می آید که از همه جا حتی نقطه کنترل می گذرد. فرض کنید ما n+1 تا نقطـه کنترل مشخص شده با مختصات زیر داریم:

$$p_k = (x_k, y_k, z_k), \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, n$$

تناسب درون یابی مکعبی این نقاط در شکل ۲۶-۱۰ توضیح داده مـی شـود مـی تـوانیم چنـد متغیـری مکعـب پارامتری را توضیح بدهیم که باید بین هر زوج نقاط کنترل با دسته مطالعات زیر جور داده شود:

$$x(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x$$
$$y(u) = a_y u^3 + b_y u^2 + c_y u + d_y, \qquad (0 \le u \le 1) \qquad (10\text{-}26)$$
$$z(u) = a_z u^3 + b_z u^2 + c_z u + d_z$$

ما برای هر کدام از این سه معادله نیاز مند تعیین مقادیر ۴ ضریب a,b,c,dدر نمایش چند متغیری برای هر کدام از قطعات منحنی n بین n+1 تا نقطه کنترل هستیم و این کار را با گذاشتن شرایط مرزی کافی در نقاط بین قطعات منحنی انجام می دهیم چنانکه می توانیم مقادیر عددی را برای همه ضرایب بدست می آوریم.

در بخش های زیر روش های عمومی برای گذاشتن شرایط مرزی را برایsplineهای درون یابی مکعب بحث می کنیم.

Spline های مکعب طبیعی

یکی از اولین منحنی های spline توسعه یافته برای کاربرد های گرافیکی شامل spline های مکعب طبیعی است این منحنی درون یابی نمایش ریاضی spline طراحی اصلی است. ما spline مکعب طبیعی را با نیاز به آن فرمول بندی می کنیم که ۲ بخش منحنی همجوار دارای مشتقات پارامترهای یک اولیه و ثانویه یکسان در مرز عمومی شان هستند.

سپس spline های مکعب طبیعی دارای پیوستگی C^2 هستند.

اگر n+1 نقطه کنترل برای تناسب داشته باشیم (شکل ۱۰-۲۶) پسn تا بخش منحنی با کلا ۴n ضریب چند متغیری داریم که باید تعیین شود ما درهر n-1 نقطه کنترل داخلی ۴ شرایط مرزی داریم ۲ بخش منحنی روی دو طرف یک نقطه کنترل باید همان مشخصات پارامتری اولیه و ثانویه در آن نقطه کنترل داشته باشند و هر منحنی باید از آن نقطه کنترل بگذرد.

این به ما 4n-1 معادله برای برآورده شدن توسط ضرایب چند متغیری 4n می دهد.ما معادله ای اضافی از نقطه اول کنترل p_0موقعیت شروع منحنی داریم و شرایط دیگر از نقطه کنترل p_nکه باید نقطهآخر روی منحنی باشد.

ما هنوز نیازمند ۲ شرایط اضافی هستیم تا قادر به تعیین مقادیر برای همه ضرایب باشیم یک روش بدست آوردن ۲ شرایط اضافی مرزی شامل گرفتن مشتق ثانویه در p_0,p_n نسبت به صفر است. رهیافت دیگر شامل افزودن ۲ نقطه کنترل موهومی یکی در انتهای توالی اصلی نقطه کنترل است. سپس یک نقطه کنترلp_{n-1} و یکی به نام p_{n+1} را می افزاییم.و همه نقاط کنترل اصلی نقاط درونی هستند و ما 4n تا شرایط مرزی ضروری داریم.

اگر چه spline های مکعب طبیعی مدل ریاضی برای طراحیsplineهستند ولی مضرت مهمی دارند اگر موقعیت هر نقطه کنترل تغییر کند همه منحنی متاثر می شود. پس spline های مکعب طبیعی اجازه هیچ کنترل محلی نمی دهد چنانکه نمی توانیم بخشی از منحنی را بدون مشخص کردن همه دسته جدید نقاط کنترل بازسازی می کنیم.

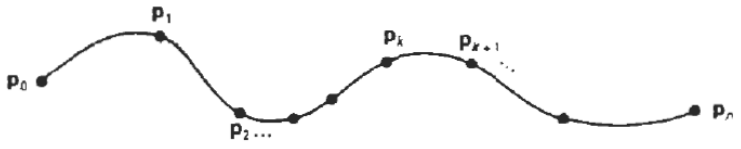


Figure 10-26
A piecewise continuous cubic-spline interpolation of $n + 1$ control points.

شکل ۱۰-۲۶ درون یابی spline مکعب پیوسته قطعهواراز تا نقطه کنترل.

درون یابی Hermite

یک Hermite spline(از روی ریاضیدان فرانسوی charles hermite)یک چند متغیری مکعب قطعه وار درون یابی کننده با تانژانت مشخص در هر نقطه کنترل است.

بی شباهت بهspline های مکعب طبیعی، spline هایHermiteبطور محلی قابل تغییر نیستند چون هر بخش منحنی فقط به شرایط نقطه انتهاییش وابسته است.

اگر تابع نقطه مکعب پارمتری را برای قطعه منحنی بین نقاط کنترل p_1,p_{k+1} نمایش دهد (شکل ۱۰-۲۷) شرایط مرزی که این قطعه منحنی Hermite را تعریف می کند:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(0) &= \mathbf{p}_k \\ \mathbf{P}(1) &= \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{P}'(0) &= \mathbf{D}\mathbf{p}_k \\ \mathbf{P}'(1) &= \mathbf{D}\mathbf{p}_{k+1} \end{aligned} \qquad (10\text{-}27)$$

که DP_K,DP_{K+1} مقادیر را برای مشتقات پارامتری (شیب منحنی)به ترتیب در نقاط کنترل مشخص می کند.

می توانیم معادل برداری معادلات ۱۰-۲۶ را برای این قطعه منحنیHermite به صورت زیر بنویسیم

$$\mathbf{P}(u) = \mathbf{a}u^3 + \mathbf{b}u^2 + \mathbf{c}u + \mathbf{d}, \qquad 0 \le u \le 1 \qquad (10\text{-}28)$$

که در آن جزءX از P بصورت:

$$x(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x$$

است و همینطور برای اجزای معادل ماتریس معادله ۱۰-۲۸ :

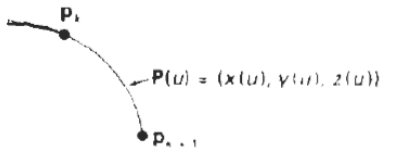
$$\mathbf{P}(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}29)$$

و مشتق تابع کنترل به صورت زیر بیان می شود:

$$\mathbf{P}'(u) = [3u^2\ 2u\ 1\ 0] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}30)$$

با جانشین کردن نقاط انتهایی ۰و۱ برای پارامتر درون ۲ معادله قبلی می توانیم شرایط مـرزیHermite (۱۰-۲۷) را به فرم ماتریس بیان کنیم.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{D}\mathbf{p}_k \\ \mathbf{D}\mathbf{p}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}31)$$



شکل ۱۰-۲۷ تابع نقطه پارامتری برای قطعه منحنیHermite بین نقاط کنترل

با حل کردن این معادله برای ضرایب چند متغیری داریم :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k-1} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k+1} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}32)$$
$$= \mathbf{M}_H \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k+1} \end{bmatrix}$$

که در آن ماتریس Hermite معکوس ماتریس شرایط مرزی است پس معادله ۱۰-۲۹ نسبت به شرایط مـرزی نوشته میشود:

$$\mathbf{P}(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \mathbf{M}_H \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k+1} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}33)$$

نهایتا می توانیم عبارتها را برای توابع ترکیب کننده Hermiteبرای انجام ضرب ها ی مـاتریس در معادلـه ۱۰-۳۳ و جمع آوری ضرایب برای شرایط مرزی بدست بیاوریم یافرم چند متغیری حاصل شود

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(u) &= \mathbf{p}_k(2u^3 - 3u^2 + 1) + \mathbf{p}_{k+1}(-2u^3 + 3u^2) - \mathbf{Dp}_k(u^3 - 2u^2 + u) \\ &\quad + \mathbf{Dp}_{k+1}(u^3 - u^2) \qquad (10\text{-}34) \\ &= \mathbf{p}_k H_0(u) + \mathbf{p}_{k+1} H_1(u) + \mathbf{Dp}_k H_2(u) + \mathbf{Dp}_{k+1} H_3(u) \end{aligned}$$

چند متغیریهای $H_K(U)$ برای $K=1,2,3$ راجع به توابع ترکیب کننده هستند چون مقـادیر محـدوده مـرزی (مختصات نقطه انتهایی و شیب ها)را ترکیب می کنند تا موقعیت مختصات در طول منحنی بدسـت آیدشـکل۲۸-۱۰ شکل ۴ تابع ترکیب کننده Hermiteرا نشان می دهد.

چند متغیری های Hermiteبرای برخی کاربردها رقمی کردن مفیدند در جایی که مشخص کردن یا تقری زدن شیب های منحنی خیلی سخت باشد.

اما برای بیشتر مسائل گرافیک کامپیوتری مفید است تا منحنی هایspline را بدون نیازبه مقـادیر ورودی بـرای شیب های منحنی یا دیگر اطلاعات هندسی عـلاوه بـر نقطـه کنتـرل ایجـاد کنـیم spline هـای -kochanek bartels,cardinal تغییراتی درspline های Hermite هستند که نیاز مند مقادیر ورودی برای مشتقات منحنی در نقاط کنترل نیستند.

روش های های اینspline ها مشتقات پارامتری را ازموقعیت های مختصاتی نقطه کنترل محاسبه میکند.

Spline های کاردینال

مثل spline هایHermite،spline های کاردینال مکعب های قطعه وار درون یابی کننده با مماس های نقطه انتهایی مشخص در مرز هر قطعه منحنی هستند.

شکل ۱۰-۲۸ توابع ترکیب کننده Hermite

تفاوت آن است که مجبور نیستیم تا نتایج را برای مماسهای نقطه انتهایی ارائه کنیم.برای یکspline کاردینال مقدار برای شیب در نقطه کنترل از مختصات دو نقطه کنترل همجوار حاصل می شود.

یک قطعه spline کاردینال کاملا با ۴ نقطه کنترل متوالی مشخص می شود. ۲نقطه کنترل میانی نقاط انتهایی قطعه هستند و نقطه دیگر در محاسبه شیب های نقطه انتهایی بکار می روند اگر را نمایشی برای تابع نقطه مکعب پارامتری برای قطعه منحنی بین نقاط کنترل در نظر بگیریم (شکل ۱۰-۲۹) ۴ نقطه کنترل از تا برااای گذاشتن نقاط مرزی برای قطعهspline کاردینال بکار می رود:

$$
\begin{aligned}
P(0) &= p_k \\
P(1) &= p_{k+1} \\
P'(0) &= \tfrac{1}{2}(1-t)(p_{k+1} - p_{k-1}) \\
P'(1) &= \tfrac{1}{2}(1-t)(p_{k+2} - p_k)
\end{aligned}
\qquad (10\text{-}35)
$$

شکل ۱۰-۲۹تابع نقطه پارامتری برای قطعهspline کاردینال بین نقاط کنترل

پس شیب ها در نقاط کنترل متناسب در نظر می گیرند

(نسبت به قوسهای $p_{k-1},p_k,p_{k+1},p_{k+2}$) پارامتر را کشش می نامند چون کنترل می کندspline کاردینال با چه سفتی یا نرمی با نقاط کنترل ورودی تناسب می یابد.

شکل ۱۰-۳۱شکل منحنی کاردینال با مقادیر کشش بسیار کوچک و بسیار بزرگ (t) را توضیح می دهد. وقتی t=0 این رده منحنی ها به عنوانspline های catmull-rom یا spline های overhauser در نظر گرفته می شود.

ما با استفاده از روشهای مشابه spline های Hermite شرایط مرزی ۱۰-۳۵ را به فرم ماتریس تبدیل می کند:

$$\mathbf{P}(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \mathbf{M}_C \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{k-1} \\ \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{p}_{k+2} \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}36)$$

که در ماتریس کاردینال:

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} -s & 2-s & s-2 & s \\ 2s & s-3 & 3-2s & -s \\ -s & 0 & s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}37)$$

با $s=(1-t)/2$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(u) &= \mathbf{p}_{k-1}(-su^3 + 2su^2 - su) + \mathbf{p}_k[(2-s)u^3 + (s-3)u^2 + 1] \\ &\quad + \mathbf{p}_{k+1}[(s-2)u^3 + (3-2s)u^2 + su] + \mathbf{p}_{k+2}(su^3 - su^2) \qquad (10\text{-}38) \\ &= \mathbf{p}_{k-1}CAR_0(u) + \mathbf{p}_kCAR_1(u) + \mathbf{p}_{k+1}CAR_2(u) + \mathbf{p}_{k+2}CAR_3(u) \end{aligned}$$

که در آن چند متغیری های برای k= ۰،۱،۲،۳ توابع ترکیب کننده کاردینال هستند شکل۳۲- ۱۰یک نمودار پیاده شده توابع پایه را برای spline های کاردینال با t=0 ارائه می کند.

شکل ۳۰-۱۰ تبدیل مماس در نقاط انتهایی یک قطعه spline کاردینال متناسب با قوس های تشکیل شده با نقاط کنترل مجاور هستند(خطوط نقطه چین)

Splineهای kochanek-bartels

این چند متغیری های مکعب درون یابی کننده شامل گسترش های spline های کاردینال هستند ۲ پارامتر اضافی به معادلات محدوده اضافه می شوند کهSpline های kochanek-bartels را برای فراهم کردن انعطاف پذیری بیشتر در تغییر شکل قطعات منحنی تعریف می کند با توجه به وجود ۴ نقطه کنترل متوالی، به نام های $p_{k-1},p_k,p_{k+1},p_{k+2}$شرایط مرزی را برای قطعه منحنی K-B بین p_k,p_{k+1} به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(0) &= \mathbf{p}_k \\ \mathbf{P}(1) &= \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{P}'(0)_{\text{in}} &= \tfrac{1}{2}(1-t)[(1+b)(1-c)(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}) \\ &\qquad + (1-b)(1+c)(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k)] \qquad (10\text{-}39) \\ \mathbf{P}'(1)_{\text{out}} &= \tfrac{1}{2}(1-t)[(1+b)(1+c)(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) \\ &\qquad + (1-b)(1-c)(\mathbf{p}_{k+2} - \mathbf{p}_{k+1})] \end{aligned}$$

که در آن t پارامتر کشش،b پارامتر انحراف و c پارامتر امتداد (پیوستگی) است در فرمول بندی kochanek-bartelsمشتقات پارامتری در عرض مرزهای قطعه ممتد نیست.

شکل ۳۱-۱۰اثر پارامتری کشش بر شکل یک قطعه spline کاردینال

پارامتر کشش t دارای همان تفسیر در فرمولاسیون spline کاردینال است پس محکم یا سفت بودن قطعات منحنی را کنترل می کند انحراف (b) برای تعدیل مقداری بکار می رود که منحنی در انتهای یک قطعه خم می شود چنانکه قطعات منحنی به سمت یک انتها یا انتهای دیگر کج می شوند.

پارامتر c امتداد بردار مماس در عرض مرزهای قطعات را کنترل می کند اگر c یک مقدار غیر صفر مشخص باشد یک عدم پیوستگی در شیب منحنی در عرض مرزهای قطعه وجود دارد.

Spline های k-b برای مدل سازی مسیرهای انیمیشن طراحی شدند به ویژه تغییرات ناگهانی در حرکت یک شی با مقادیر غیر صفر برای پارامترc شبیه سازی می شود.

شکل ۱۰-۳۲ توابع ترکیب کننده کاردینال برای $t=0,s=0.5$

شکل۳۳-۱۰اثر پارامتر انحراف بر شکل قطعه splineاز نوع k-b

۱۰-۸ منحنی ها و سطوح BEZIER

این روش تخمین زدن spline توسط مهندس فرانسوی Pierre bezier برای استفاده در طراحی بدنه های اتومبیل رنو توسعه یافته است.Spline های Bezier چند ویژگی دارند که آنها را بسیار مفید و آسان برای طراحی منحنی و سطوح می کند. انجام و اجرای آنها راحت است.

بدین دلیل.Spline های Bezier بسیار در سیستم های مختلف CAD و در بسته های عمومی گرافیکی (GLدر سیستم های Silicon Graphics) در دسترس هستند و در بسته های جور شده نقاشی و طراح ی (مثلcricket draw ,Aldus super paint) وجود دارند.

منحنی هایBezier

عموما یک قطعه منحنی Bezier با هر تعداد نقطه کنترل جفت می شود تعداد نقاط کنترل که باید تخمین زده شوند و موقعیت نسبی آنها درجه چند متغیری Bezier را تعیین می کند همانند ماتریس مشخص کننده یا توابع ترکیب کننده مشخص می شود.

برای منحنی های عمومیBEZIER مشخص کردن تابع ترکیب کننده از همه راحت تر است فرض کنید n+1 نقطه کنترل به ما داده شده: $p_k=(x_k,y_k,z_k)$

و kاز ۰ تا n تغییر می کند این نقاط مختصاتی ترکیب می شود تا بردار موقعیت زیر p(u) تولید شود که مسیر تقریب زدن تابع چند متغیری BEZIER بین p_0,p_n را توضیح می دهد:

$$\mathbf{P}(u) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{p}_k BEZ_{k,n}(u), \qquad 0 \le u \le 1 \qquad (10\text{-}40)$$

توابع ترکیب کننده $BEZ_{K,N}(U)$ چند متغییریهای Bernstein هستند:

$$BEZ_{k,n}(u) = C(n, k)u^k(1 - u)^{n-k} \qquad (10\text{-}41)$$

که در آن c(n,k) ضرایب دو متغیری هستند:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n - k)!} \qquad (10\text{-}42)$$

بطور مساوی می توانیم توابع ترکیب کننده BEZIER را با محاسبه برگشت کننده تعریف کنیم:

$$BEZ_{k,n}(u) = (1 - u)\, BEZ_{k,n-1}(u) + uBEZ_{k-1,n-1}(u), \qquad n > k \ge 1 \quad (10\text{-}43)$$

با $BEZ_{k,k} = u^k$, and $BEZ_{0,k} = (1 - u)^k$.

معادله بردار ۴۰-۱۰ دسته ای از ۳ معادله پارامتری را برای مختصات منحنی منفرد نشان می دهد:

$$\begin{aligned} x(u) &= \sum_{k=0}^{n} x_k\, BEZ_{k,n}(u) \\ y(u) &= \sum_{k=0}^{n} y_k\, BEZ_{k,n}(u) \\ z(u) &= \sum_{k=0}^{n} z_k\, BEZ_{k,n}(u) \end{aligned} \qquad (10\text{-}44)$$

قاعده است که منحنی BEZIER یک چند متغیری یک درجه کمتر از نقاط کنترل است.

۳ نقطه یک هذلولی، چهار نقطه یک منحنی و غیره را تولید می کند. شکل ۳۴-۱۰ ظاهر شدن برخی منحنی های BEZIER برای قطعات مختلف نقاط کنترل را در سطح xy(z=0)ثابت می کند.

اگر چه ما با جا گذاریهای معین نقطه کنترل ، چند متغیریهای ؤ را تجزیه می کنیم. مثلا یک منحنی BEZIER با ۳ نقطه کنترل هم خطی یک پاره خط مستقیم است. و دسته ای از نقاط کنترل که همگی در یک موقعیت یکسان مختصاتی هستند یک منحنی BEZIER را تولید می کند که یک نقطه منفرد است.

منحنی های BEZIER عموما در بسته های نقاشی و طراحی و سیستم های CAD یافت می شوند چون اجرای آنها آسان است و قدرت موجهی در طراحی منحنی دارند. روش های موثر برای تعیین موقعیت های مختصات در طول منحنی BEZIER با استفاده از محاسبات برگشت کننده اجرا می شوند.مثلا ضرایب دو متغیری متوالی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$C(n,k) = \frac{n-k+1}{k} C(n,k-1) \qquad (10\text{-}45)$$

شکل ۳۴-۱۰مثالهای منحنی های دو بعدی BEZIER ساخته شده از ۳،۴،۵ نقطه کنترل. خطـوط نقطـه چـین، موقعیت های نقطه کنترل را متصل می کند.

برنامه مثالی زیر روشی را برای ایجاد منحنی های BEZIER توضیح می دهد.

```
#include <math.h>
#include "graphics.h"

void computeCoefficients (int n, int * c)
{
  int k, i;

  for (k=0; k<=n; k++) {
    /* Compute n!/(k!(n-k)!) */
    c[k] = 1;
    for (i=n; i>=k+1; i--)
      c[k] *= i;
    for (i=n-k; i>=2; i--)
      c[k] /= i;
  }
}

void computePoint
  (float u, wcPt3 * pt, int nControls, wcPt3 * controls, int * c)
{
  int k, n = nControls - 1;
  float blend;

  pt->x = 0.0; pt->y = 0.0; pt->z = 0.0;

  /* Add in influence of each control point */
  for (k=0; k<nControls; k++) {
    blend = c[k] * powf (u,k) * powf (1-u,n-k);
    pt->x += controls[k].x * blend;
    pt->y += controls[k].y * blend;
    pt->z += controls[k].z * blend;
  }
}

void bezier (wcPt3 * controls, int nControls, int m, wcPt3 * curve)
{
  /* Allocate space for the coefficients */
  int * c = (int *) malloc (nControls * sizeof (int));
  int i;

  computeCoefficients (nControls-1, c);
  for (i=0; i<=m; i++)
    computePoint (i / (float) m, &curve[i], nControls, controls, c);
  free (c);
}
```

مشخصات منحنی های BEZIER

یک ویژگی بسیار مفید منحنی BEZIER آن است که همیشه از نقاط کنترل اول و آخر می گذردپس شـرایط مرزی در دو انتهای منحنی:

$$\mathbf{P}(0) = \mathbf{p}_0$$
$$\mathbf{P}(1) = \mathbf{p}_n \qquad (10\text{-}46)$$

مقادیر مشتقات اول پارامتری یک منحنی BEZIER در نقاط انتهایی از مختصات نقطه کنترل محاسبه می شود:

$$\mathbf{P}'(0) = -n\mathbf{p}_0 + n\mathbf{p}_1$$
$$\mathbf{P}'(1) = -n\mathbf{p}_{n-1} + n\mathbf{p}_n \qquad (10\text{-}47)$$

پس شیب در آغاز منحنی در طول خط متصل کننده ۲ نقطه اول کنترل است و شیب در انتهای منحنی درطول ۲ نقطه آخر انتهای است همینطور مشتقات دوم پارامتری یک منحنی BEZIER در نقاط انتهایی بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$\mathbf{P}''(0) = n(n-1)[(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) - (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)]$$
$$\mathbf{P}''(1) = n(n-1)[(\mathbf{p}_{n-2} - \mathbf{p}_{n-1}) - (\mathbf{p}_{n-1} - \mathbf{p}_n)] \qquad (10\text{-}48)$$

ویژگی مهم دیگر هر منحنی BEZIER آن است که درون پوسته محدب (مرز محدب چند ضلعی) نقاط کنترل قرار می گیرد این از مشخصات توابع ترکیب کننده BEZIER پیروی می کند آنها همگی مثبت هستند و جمعشان همیشه یک است:

$$\sum_{k=0}^{n} BEZ_{k,n}(u) = 1 \qquad (10\text{-}49)$$

چنانکه موقعیت منحنی به سادگی شامل جمع مقدارهای موقعیت های نقطه کنترل است. ویژگی پوسته محدب برای منحنی های BEZIER مطمئن می کند که چند متغیری به آرامی از نقاط کنترل بدون نوسانات سیار پیروی می کند.

تکنیک های طراحی با استفاده از منحنی های BEZIER

منحنی های بستهBEZIER با مشخص کردن نقاط کنترل اول وآخر در یک موقعیت (مثال شکل ۳۵-۱۰) ساخته می شوند. همچنین مشخص کردن نقاط کنترل چند گانه در یک موقعیت مختصاتی مقدار و ارزش بیشتری به آن موقعیت می دهد.

در شکل ۳۶-۱۰ یک موقعیت مختصاتی شامل ورودی به صورت ۲ نقطه کنترل است و منحنی حاصله به حالت نزدیکتر است نسبت به این موقعیت هل داده می شود.

می توانیم منحنی BEZIER را با هر تعداد از نقاط کنترل تناسب دهیم اما این نیازمند محاسبه توابع چند متغیری درجه بالا تر است.وقتی منحنی های پیچیده ساخته می ود با قطعه قطعه کردن چند قطعه BEZIER با هم درجات کمتر تشکیل می شود.

این کار به ما کنترل بهتری بر روی شکل منحنی در مناطق کوچک می دهد. از آنجا که منحنی های BEZIER از نقاط انتهایی می گذرد آسان است تا قطعات منحنی با هم جور شوند (پیوستگی درجه صفر)

همچنین منحنی های BEZIER دارای وژگی مهمی است که مماس بر منحنی در نقطه انتهایی است که در طول نقطه اتصالی است آن نقطه ،نقطه انتهایی نسبت به نقطه کنترل مجاور است.

پس برای بدست آوردن امتداد درجه اول بین قطعات منحنی می توانیم نقاط کنترل p'_0,p' یک قطعه جدید در طول همان خط مستقیم بصورت نقاط کنترل p_3,p_4 قطعه قبلی را انتخاب کنیم.وقتی دو قطعه منحنی دارای تعداد یکسان نقاط کنترل هستند امتداد C' را با انتخاب نقطه کنترل اول مقطع جدیدی به عنوان نقطه کنترل آخر مقطع قبلی و با گذاشتن موقعیت نقطه کنترل دوم در موقعیت مقطع جدید بدست می آوریم:

$$p_{\cdot} + (p_{\cdot} - p_{\cdot})$$

شکل ۳۵-۱۰ یک منحنی بسته BEZIER ایجاد شده با مشخص کردن نقاط کنترل اول وآخر در همان محل

شکل ۳۶-۱۰ یک منحنی BEZIER با گذاشتن نزدیکتر نسبت به موقعیت معلوم مختصاتی ایجاد می شود این کار با مشخص کردن نقاط کنترل چند گانه نسبت به آن موقعیت انجام می شود.

منحنی تقریب قطعه وار تشکیل شده با ۲ قطعه Bezier پیوستگی درجه صفر و درجه یک بین قطعات منحنی با گذاشتن $p'0 = p1$ وبا ایجاد نقاط هم خط $p1$ و $p2$ و $p'1$ بدست می آیند.

پس ۳ نقطه کنترل هم خط وبا فاصله مساوی هستند.

ما امتداد C2 را بین دو مقطع Bezier با محاسبه موقعیت نقطه کنترل سوم یک مقطع جدید از لحاظ موقعیت های سه نقطه آخر کنترل مقطع قبلی بدست می آوریم:

$$p_{n-2} + 4(p_n - p_{n-1})$$

با نیاز داشتن به امتداد درجه دوم قطعات منحنی Bezier بصورت غیرضروری محدود کننده هستند.این بویژه با منحنی های مکعب صادق است که فقط ۴ نقطه کنترل درهر مقطع دارد. دراین مورد امتداد درجه دوم، موقعیت سه نقطه کنترل را ثابت می کند وفقط یک نقطه باقی می گذارد که می توانیم برای تغییر شکل قطعه منحنی بکار ببریم.

منحنی های Bezier مکعبی

را موجه می کند در حالیکه از افزایش محاسبات موردنیاز با چند متغیری های درجه بالاتر جلوگیری می کند. منحنی های Bezier مکعبی با ۴ نقطه کنترل ساخته می شوند.

۴ تابع ترکیب کننده برای منحنی های Bezier مکعبی با جانشین کردن n=3 درون معادله ۴۱-۱۰ بدست می آیند:

$$BEZ_{0,3}(u) = (1-u)^3$$
$$BEZ_{1,3}(u) = 3u(1-u)^2$$
$$BEZ_{2,3}(u) = 3u^2(1-u) \qquad (10\text{-}50)$$
$$BEZ_{3,3}(u) = u^3$$

پیاده کردن نمودارهای چهارگانه توابع ترکیب کننده Bezier در شی ۳۸-۱۰ داده می شوند. فرم توابع ترکیب کننده تعیین می کند که چگونه نقاط کنترل برشکل منحنی برای مقادیر پارامتر u در محدوده از صفر تا یک اثر می گذارند. در u=0 تنها تابع ترکیب کننده غیر صفر Bez03 است که دارای مقدار ۱ است.

در u=1 تنها تابع غیرصفر Bez3,3 با مقداریک درآن نقطه است. پس منحنی Bezier مکعبی همیشه از نقاط کنترل p0 و p3 خواهد گذشت.تابع های دیگر Bez1,3 و Bez2,3 بر شکل منحنی در مقادیر متوسط پارامتر u اثر می گذارند چنانکه منحنی های حاصله به سمت نقاط p1 و p2 متمایل می شوند.

تابع ترکیب کننده Bez1,3 در u=⅓ ماکزیمم است و Bez2,3 در u=⅔ ماکزیمم است.ما درشکل ۳۸-۱۰ اشاره می کنیم که هرکدام از ۴ تابع ترکیب کننده درهمه محدوده پارامتر u غیرصفر است. پس منحنی های Bezier کنترل محلی شکل منحنی را مقدور نمی کنند.اگر تصمیم بگیریم تا هیچکدام از نقلط کنترل را نگذاریم همه منحنی تحت تأثیرقرار خواهد گرفت.

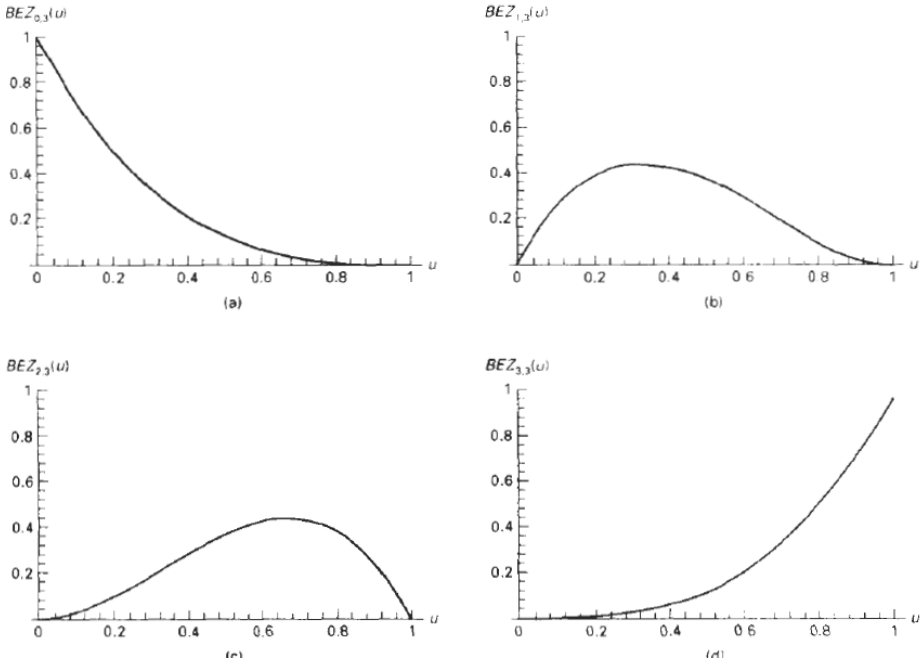
در نقاط انتهایی منحنی Bezier مکعبی، مشتقات اول پارامتری (شیب ها) عبارتند از:

$$\mathbf{P}'(0) = 3(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0), \qquad \mathbf{P}'(1) = 3(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2)$$

ومشتقات ثانویه پارامتری:

$$\mathbf{P}''(0) = 6(\mathbf{p}_0 - 2\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2), \qquad \mathbf{P}''(1) = 6(\mathbf{p}_1 - 2\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)$$

می توانیم ازاین عبارت ها برای مشتقات پارامتری در ساختن منحنی های قطعه وار یا امتداد Ć یا C2 بین مقاطع استفاده کنیم.



۴ تابع ترکیب کننده Bezier برای منحنی های مکعبی

ما با بسط دادن عبارت های چند متغیری برای توابع ترکیب کننده مـی تـوانیم تـابع نقطـه Bezier را بـه فـرم ماتریکس بنویسیم:

$$\mathbf{P}(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \mathbf{M}_{\text{Bez}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}51)$$

که درآن ماتریکس Bezier به صورت زیر است:

$$\mathbf{M}_{\text{Bez}} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}52)$$

که همچنین پارامترهای اضافی را وارد می کند تاتغییر کشـش منحنـی و انحـراف مقـدور شـود. همانطورکـه بـا Spline های درون یابی کننده انجام شده است.اما Spline هـای B مفیـدتر و Spline هـای B ایـن توانـایی را فراهم می کنند.

سطوح Bezier

دودسته منحنی راست گوشه برای طراحی یک سطح شی توسط مشخص کردن یک مـش ورودی نقـاط کنتـرل قابل استفاده اند. تابع بردار پارامتری برای سطح Bezier بافرآورده کـارتزین تـابع هـای ترکیـب کننـده Bezier تشکیل می شود:

$$P(u,v) = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{n} p_{j,k} BEZ_{j,m}(v) BEZ_{k,n}(u) \qquad (10\text{-}53)$$

با Pj,k که محل نقاط کنترل (m=1) در (n=1) رامشخص می کند.

دو نمودار پیاده شدن سطح Bezier راتوضیح می دهد.نقاط کنترل توسط خطوط نقطه چین متصل مـی شـوند وخطوط کامل (تیره) منحنی های ثابت u و ثابت v رانشان می دهد.هرمنحنی ثابت u با تغییردادن v دربازه ازصفر تا یک پیاده می شود.یعنی u دریکی از مقادیردراین بازه واحد ثابت است. منحنی های ثابت u همینطور پیاده مـی شوند.

ش۳۹-۱۰

سطوح Bezier ساخته شده برای (a) m=3 و n=3 (b) m=4 وn=4 خطوط نقطه چین نقاط کنترل را بهـم متصل می کند.

ش۴۰-۱۰

یک سطح مرکب Bezier ساخته شده با مقاطع Bezier متصل شده درخط مرزنشان داده شده. خطوط نقطـه چین، نقاط کنترل مشخص شده رامتصل می کند.امتداد درجه اول باساختن نسبت طول L1 بـه طـول L2 ثابـت برای هرخط هم خط نقاط کنترل درعرض مرزبین مقاطع سطح ایجاد می شود.

سطوح Bezier دارای همان مشخصات منحنی های Bezier هستند و روش راحتی بـرای کاربردهـای طراحـی متعامل فراهم می کنند. برای تکه سطح می توانیم یک مش نقاط کنترل رادر سطح زمینه xy انتخـاب مـی کنـیم سپس ارتفاع هارا بالای سطح زمین برای مقادیر مختصات z نقاط کنتـرل انتخـاب مـی کنـیم. سـپس تکـه هـا بـا استفاده از شرایط مرزی چیده می شوند. شکل ۴۰-۱۰ یک سطح تشکیل شده با دوقطعـه Bezier راتوضـیح مـی دهد. مثل منحنی ها – یک انتقال آرام ازیک قطعه به دیگری با ایجاد هردوامتداد درجه صفر ودرجـه یـک درخـط مرزی بیمه می شود.

امتداد درجه صفر باجورکردن نقاط کنترل درمرز بدست می آیند. امتداددرجه یک باانتخاب کردن نقـاط کنتـرل درطول خط مستقیم در عرض مرز وبا حفظ نسبت ثابت پاره خط های هم خط برای دسته نقتط کنتـرل مشـخص کردن درعرض مرزهای قطعه بدست می آید.

سطوح ومنحنی های B-Spline

اینها پرکاربردترین رده Spline های تقریب زدن هستند.

B-Spline ها دو منفعت برتراز Spline های Bezier دارند:

درجه یک چندمتغیری B-Spline مستقل از تعداد نقاط کنترل گذاشته می شود(با محدودیت های معین)

(۲)B-Spline ها کنترل محلی در شکل منحنی یا سطح Spline را مقدورمی کننـد. رابطـه جـایگزین آن B-Spline ها پیچیده تراز Spline های Bezier است.

منحنی های B-Spline

می توانیم عبارتی عمومی برای محاسبه موقعیت های مختصـاتی درطـول منحنـی B-Spline در فرمولاسـیون تابع ترکیب کننده بنویسیم:

$$\mathbf{P}(u) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{p}_k B_{k,d}(u), \qquad u_{\min} \le u \le u_{\max}, \qquad 2 \le d \le n+1 \qquad (10\text{-}54)$$

که درآن Pk دسته ورودی n+1 نقطـه کنتـرل اسـت.چنـد تفـاوت بـین ایـن فرمولاسـیون B-Spline وبـرای Splineهای Bezier وجود دارند.محد.ده پارامتر u اکنون بـه ایـن بسـتگی دارد کـه مـا چگونـه پارامترهـای B-Spline راانتخاب می کنیم.

وتوابع ترکیب کننده B-Spline (Bk,d) چند متغیری های درجه d-1 است که درآن پارامتر d مـی توانـد بصورتی انتخاب شودکه هر مقدار عدد صحیح در گستره ۱ تا تعداد نقاط کنتـرل n+1 باشـد.(واقعـا" مـی تـوانیم مقدار d رادر ۱ بگذاریم اما سپس منحنی ما فقط یک پیاده شدن نقطه ای ازنقاط کنترل است).

کنترل محلی برای B-Spline ها باتعریف کردن توابع ترکیب کننده در زیربازه های محدوده کلی u بدست می آید.

توابع کنترل کننده برای منحنی های B-Spline بافرمول های برگشت Cox-deBoor تعریف می شوند:

که درآن هرتابع ترکیب کننده درd زیربازه محدوده کلی u تعریف می شود.دسـته انتخـاب شـده نقـاط انتهـایی زیربازه uj را بعنوان بردار غده درنظر گرفته می شود.می توانیم هرمقداری رابرای نقاط انتهایی زیربازه انتخاب کنیم که رابطه u1<u1+1 رابرآورده می کند.

سپس برابر umin و umax به تعداد نقاط کنترلی که انتخاب می کنیم مقداری که برای پارامتر d انتخاب مـی کنیم وچگونگی ایجاد زیر بازه ها بستگی دارد.

ازآنجا که ممکن است تاعناصربردارغده را چنان انتخاب کرد که مخرج های کسردرمحاسبات قبلی، بتوانند مقدار صفرداشته باشند این فرمول بندی فرض می کند که هرجمله ارزیابی شده بصورت 0/0 باید با مقدار صفر مشـخص شود.

شکل۴۱-۱۰ مشخصات کنترل محلی B-Spline هارا ثابت می کند. علاوه بر کنترل محلی B-Spline ها به ما اجازه می دهد تا تعداد نقاط کنترلی بکار رفته برای طراحی یک منحنی را بدون تغییر دادن درجه چند متغیری،تغییر دهیم.

همچنین هرتعداد نقاط کنترل می تواند افزوده یا تغییر یابد تا شکل های منحنی دستکاری شود.همینطور می توانیم تعداد مقادیر را در بردار غده افزایش دهیم تا به طراحی منحنی کمک کنیم. همچنین وقتی این را انجام می دهیم نیاز داریم تا نقاط کنترلی را بیفزاییم چون سایز بردار غده به پارامتر n بستگی دارد.

منحنی های B-Spline مشخصات زیر را دارند:

منحنی چند متغیری دارای درجه d-1 وامتداد Cd-2 درمحدوده u است.برای n+1 تا نقطه کنترل، منحنی با n+1 تا تابع ترکیب کننده توضیح داده می شود.هرتابع ترکیب کننده Bk,d با d تا زیربازه درمحدوده کلی u تعریف می شود وبا مقدارغده uk آغاز می شود.محدوده پارامتر u بر n+d زیربازه تقسیم می شودو مقادیر n+d+1 دربردار غده مشخص می شود.

شکل۴۱-۱۰

تغییر محلی یک منحنی B-Spline، تغییر دادن نقاط کنترل در (a) منحنی را تولید می کند، (b) که فقط در همجواری نقطه کنترل عوض شده تغییر می یابد.

با مقادیر به نامهای (un+a و ... و u1 و u0) منحنیB-Spline حاصله فقط دربازه ازمقدار غده ud-1 تا مقدار غده un-1 تعریف می شود.

هر قطعه منحنی Spline (بین دومقدار غده متوالی) تحت تأثیر نقاط کنترل d است.

هرنقطه کنترل می تواند برشکل دربیشتر قطعات منحنی d اثربگذارد.

بعلاوه یک منحنی B-Spline درون پیوسته محدب اغلب نقاط d+1 است چنانکه B-Spline ها پیوند محکمی با موقعیت های آغازین دارند برای هرمقدار u در بازه ازمقدارغده ud-1 تا un+1 جمع در همه توابع پایه ای یک است:

$$\sum_{k=0}^{n} B_{k,d}(u) = 1 \qquad (10\text{-}56)$$

ما با معلوم بودن نقاط کنترل ومقدار پارامتر d، نیازمند مشخص کردن مقادیر غده برای بدست آوردن توابع ترکیب کننده با استفاده ازروابط برگشت ۵۵-۱۰ هستیم. سه طبقه بندی عمومی برای بردارهای غده وجود دارد:

یکنواخت، یکنواخت بازو غیریکنواخت

B-Spline ها عموما" مطابق با رده بردارغده انتخاب شده، توضیح داده می شوند .

B-Spline های یکنواخت – دوره ای

وقتی فاصله بین مقادیر غده ثابت است منحنی حاصله را B-Spline یکنواخت مـی نامنـد. مـثلا" مـی تـوانیم بردارغده یکنواخت را ایجاد کنیم:

$$\{-1.5, -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$$

غالبا" مقادیر غده نسبت به محدوده بین صفر و یک نرمالیزه می شوند مثل

$$\{0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$$

در بسیاری ازکاربردها راحت است تا مقادیرغده یکنواخت را با فاصله یک ومقدارآغازین صفرایجاد شود. بردارغـده بعدی مثالی ازاین طرح مشخص کردن است

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

ش ۴۲-۱۰ توابع ترکیب کننده B-Spline دوره ای برای n=d=3 و یک بردار غده عدد صحیح

B-Spline های یکنواخت دارای توابع ترکیب کننده دوره ای هستند پس برای مقادیر n وd همـه توابـع ترکیـب کننده شکل یکسان دارند.هر تابع ترکیب کننده متوالی به سادگی یک نسخه جابجا شده تابع قبلی است:

$$B_{k,d}(u) = B_{k+1,d}(u+\Delta u) = B_{k-2,d}(u + 2\,\Delta u) \qquad (10\text{-}57)$$

که درآن Δu بازه بین مقادیرغده مجاوراست.شکل ۴۲-۱۰ توابع B-Spline درجه دوم یکنواخـت ایجـاد شـده درمثال زیر را برای منحنی با ۴ نقطه کنترل نشان می دهد:

مثال ۱-۱۰

B-Spline های یکنواخت درجه دوم

برای توضیح دادن محاسبه توابع ترکیب کننده B-Spline برای یک بردارغده عدد صحیح یکنواخـت، مـا مقـادیر پارامتر

d=n=3 را انتخاب می کنیم. سپس مقدارغده باید حاوی n+d+1=7 مقدار غده باش

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ومحدوده پارامتر u ازصفر تا ۶ با n+d=6 زیربازه است.

هرکدام از ۴ بازه ترکیب کننده در d=3 زیربازه محدوده کلی u گسترش می یابـد. بااسـتفاده ازروابـط برگشـت ۵۵-۱۰ اولین تابع ترکیب کننده را بدست می آوریم:

$$B_{0,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}u^2, & \text{for } 0 \le u < 1 \\ \frac{1}{2}u(2-u) + \frac{1}{2}(u-1)(3-u), & \text{for } 1 \le u < 2 \\ \frac{1}{2}(3-u)^2, & \text{for } 2 \le u < 3 \end{cases}$$

ما تابع ترکیب کننده ی دوره ای بعدی را بارابطه ۵۷-۱۰ با جانشین کردن u-1 برای u در B0,3 وجابجا کردن موقعیت های آغازین تا یک واحد بدست می آوریم:

$$B_{1,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-1)^2, & \text{for } 1 \le u < 2 \\ \frac{1}{2}(u-1)(3-u) + \frac{1}{2}(u-2)(4-u), & \text{for } 2 \le u < 3 \\ \frac{1}{2}(4-u)^2, & \text{for } 3 \le u < 4 \end{cases}$$

همینطوردوتابع دوره ای باقیمانده با جابجا کردن متوالی B1,3 تا سمت راست بدست می آیند:

$$B_{2,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-2)^2, & \text{for } 2 \le u < 3 \\ \frac{1}{2}(u-2)(4-u) + \frac{1}{2}(u-3)(5-u), & \text{for } 3 \le u < 4 \\ \frac{1}{2}(5-u)^2, & \text{for } 4 \le u < 5 \end{cases}$$

$$B_{3,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-3)^2, & \text{for } 3 \le u < 4 \\ \frac{1}{2}(u-3)(5-u) + \frac{1}{2}(u-4)(6-u), & \text{for } 4 \le u < 5 \\ \frac{1}{2}(6-u)^2, & \text{for } 5 \le u < 6 \end{cases}$$

پیاده شده ی ۴ تابع ترکیب کننده دوره ای درجه دو درشکل ۴۲-۱۰ ارایه می شود که جنبه محلی B-Spline ها را ثابت می کند. نقطه کنترل اول برتابع ترکیب کننده B0,3 (u) ضرب می شود.سپس تغییر دادن موقعیت نقطه کنترل اصلی فقط برشکل منحنی تا بیش از u=3 اثر می گذارد. همینطور نقطه کنترل آخر برشکل منحنی Spline در بازه ای اثر می گذارد که درآن B3,3 تعریف می شود.

همچنین شکل ۴۲-۱۰ محدوده های منحنی B-Spline را برای این مثال توضیح می دهد.همه توابع ترکیب کننده دربازه از ud+1=2 تا un+1=4 وجود دارند. زیر۲ وبالای ۴ همه توابع ترکیب کننده وجود ندارند. این محدوده منحنی چند متغیری است وبازه ای که درآن معادله ۵۶-۱۰ اعتبار دارد.

ش۴۳-۱۰ B-Spline دوره ای درجه دو جورشده با ۴ نقطه کنترل در سطح xy

پس جمع همه توابع ترکیب کننده در این بازه یک است.بیرون این بازه نمی توانیم همه توابع ترکیب کننده را جمع کنیم چون آنها در زیر ۲ وبالای ۴ تعریف نمی شوند.

ارآنجا که گستره منحنی چندمتغیری حاصله از ۲ تا۴ است می توانیم نقاط آغاز وپایان منحنی را با ارزیابی توابع ترکیب کننده در این نقاط ارزیابی کنیم تا بدست بیاوریم:

$$\mathbf{P}_{start} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_1), \qquad \mathbf{P}_{end} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)$$

پس منحنی در نقطه میانی بین ۲ نقطه کنترل اول آغاز می شود ودر نقطه میانی بین ۲ نقطه کنترل آخر پایان می یابد.

همچنین می توانیم مشتقات پارامتری را درموقعیت های آغازین و پایانی منحنی تعیین کنیم.با گرفتن مشتقات توابع ترکیب کننده و جانشین کردن مقادیر نقطه انتهایی برای پارامتر u درمی یابیم:

$$\mathbf{P}'_{start} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0, \qquad \mathbf{P}'_{end} = \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2$$

شیب پارامتری منحنی در موقعیت آغازین موازی خط متصل کننده ۲ نقطه کنترل اول است وشیب پارامتری درانتهای منحنی موازی خط متصل کننده ۲ نقطه کنترل پایانی است.

یک نمودارمثالی پیاده شده منحنی درجه دوم دوره ای B-Spline درشکل ۴۳-۱۰ برای ۴ نقطه کنترل انتخاب شده درسطح xy داده می شود.

درمثال قبلی ذکر کردیم که منحنی درجه دوم بین ۲ نقطه کنترل اول آغاز می شود ودرجایی بین ۲ نقطه کنترل دوم پایان می یابد. این نتیجه برای B-Spline درجه دوم دوره ای تناسب یافته با هر تعداد نقطه کنترل متمایزمعتبر است. عموما" برای چندمتغیری های درجه بالاتر، موقعیت های آغازین و پایانی هرکدام دارای مقدار متوسط d-1 تا نقطه کنترل هستند.

می توانیم منحنی Spline رابه هرموقعیت نقطه کنترل هل بدهیم. این کاررا بامشخص کردن موقعیت درزمانهای چندگانه انجام می دهیم.

عبارت های عمومی برای شرایط مرزی درمورد B-Spline های دوره ای با پارامتری کردن دوباره توابع ترکیب کننده بدست می آیند بطوریکه u درون بازه واحد از صفرتا یک رسم می شود. موقعیت های آغازین و پایانی در u=0 و u=1 بدست می آیند.

B-Spline های دوره ای مکعبی

ازآنجا که B-Spline های دوره ای مکعبی عموما" دربسته های کامپیوتری بکارمی روند بـه فرمولاسـیون ایـن دسته ازSpline ها توجه می کنیم.Spline هـای دوره ای بـویژه بـرای ایجـاد منحنـی هـای بسـته معـین مفیـد هستند.مثلا" منحنی بسته درشکل ۴۴-۱۰ در قطعاتی با مشخص کردن دایره ای ۴ تا از۶ نقطه کنترل نشـان داده شده درهرمرحله ایجاد می شود.

ش۴۴-۱۰ یک B-Spline مکعبی قطعه واردوره ای بسته ساخته شـده بـا مشـخص کـردن دایـره ای ۶ نقطـه کنترل

اگر هیچکدام ازاین ۳ نقطه کنترل متوالی یکسان باشند منحنی ازآن موقعیت مختصاتی می گذرد.برای مکعب ها d=4 وهر تابع ترکیب کننده در ۴ زیربازه با محدوده کلی u گسترش می یابد. اگر مجبور به تناسـب مکعـب بـا ۴ نقطه کنترل باشیم می توانیم از بردار غده عدد صحیح استفاده کنیم:

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

وروابط برگشت ۵۵-۱۰ برای بدست آوردن توابع ترکیب کننده دوره ای هستند همانطورکه دربخـش آخـر بـرای B-Spline های دوره ای درجه دوم انجام دادیم.

مادراین بخش به فرمولاسیون جایگزین برای B-Spline های دوره ای مکعبی توجه می کنیم.ما با شـرایط مـرزی آغاز می کنیم وتوابع ترکیب کننده نرمالیزه شده با بازه0=<u=<1 را بدست می آوریم.

همچنین با این فرمولاسیون به آسانی می توانیم ماتریکس مشخصه را بدست بیـاوریم. شـرایط مـرزی بـرای B-Spline های مکعبی دوره ای با ۴ نقطه کنترل متوالی بنام های p3 و p2 و p1 و p0 بصورت زیر است:

$$\mathbf{P}(0) = \tfrac{1}{6}(\mathbf{p}_0 + 4\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)$$

$$\mathbf{P}(1) = \tfrac{1}{6}(\mathbf{p}_1 + 4\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3) \qquad (10\text{-}58)$$

$$\mathbf{P}'(0) = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_0)$$

$$\mathbf{P}'(1) = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)$$

این شرایط مرزی مشابه شرایط برای Spline های کاردینال هستند.قطعات منحنی با ۴ نقطه کنترل تعریف می شوند و مشتقات پارامتری در آغاز و پایان هرقطعه منحنی موازی قوس های متصل کننـده همجـوار نقـاط کنتـرل هستند.قطعه منحنی B-Spline در موقعیتی نزدیک p1 آغاز می شود ودر موقعیتی نزدیک p2 پایان می یابد.

یک فرمولاسیون ماتریکس برای B-Spline های دوره ای مکعبی با ۴ نقطه کنترل بصورت زیر نوشته می شود:

$$\mathbf{P}(u) = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \mathbf{M}_B \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}59)$$

که درآن ماتریکس B-Spline برای چندمتغیری های مکعبی دوره ای:

$$\mathbf{M}_B = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}60)$$

این ماتریکس باحل کردن برای ضرایب درعبارت چند متغیری مکعبی عمومی با استفاده از۴ شرایط مرزی مشخص شده بدست می آید.

همچنین می توانیم معادلات B-Spline را تغییر دهیم تا شامل پارامتر کشش t باشیم (مثل Spline های کاردینال). پس B-Spline های مکعبی دوره ای با ماتریکس کشش دارای فرم زیر است:

$$\mathbf{M}_{Bt} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -t & 12-9t & 9t-12 & t \\ 3t & 12t-18 & 18-15t & 0 \\ -3t & 0 & 3t & 0 \\ t & 6-2t & t & 0 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}61)$$

که MB راکاهش می دهد وقتی t=1 است.

ماتوابع ترکیب کننده B-Spline دوره ای مکعبی را ازروی گستره پارامترازصفرتا یک با گسترش دادن نمایش ماتریکس به فرم چندمتغیری بدست می آوریم.مثلا" برای مقدار کشش t=1 داریم:

$$\begin{aligned} B_{0,3}(u) &= \tfrac{1}{6}(1-u)^3, \qquad 0 \le u \le 1 \\ B_{1,3}(u) &= \tfrac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4) \\ B_{2,3}(u) &= \tfrac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1) \\ B_{3,3}(u) &= \tfrac{1}{6}u^3 \end{aligned} \qquad (10\text{-}62)$$

B-Spline های یکنواخت باز

ایــن رده از B-Spline هــا ترکیبــی بــین B-Spline هــای یکنواخــت و B-Spline هــای غیریکنواخــت هستند.گاهی باآن به عنوان نوع خاصی از B-Spline یکنواخت رفتار می شود وگاهی در طبقه بنـدی B-Spline غیریکنواخت مورد توجه قرار می کیرد.

برای B-Spline های یکنواخت باز یا به سادگی برای B-Spline های باز،فاصله غده یکنواخـت اسـت بجـز در انتها ها که درآنجه مقادیرغده d بار تکرار می شوند.

۲مثال زیر شامل بردارهای یکنواخت بازغده عدد صحیح است هرکدام با یک مقدارآغازین صفر:

$$\{0, 0, 1, 2, 3, 3,\}, \quad \text{for } d = 2 \text{ and } n = 3$$

$$\{0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 2, 2,\}, \quad \text{for } d = 4 \text{ and } n = 4$$

فرمول

می توانیم این بردارهای غده را نسبت به بازه واحد ازصفر تا یک نرمالیزه کنیم:

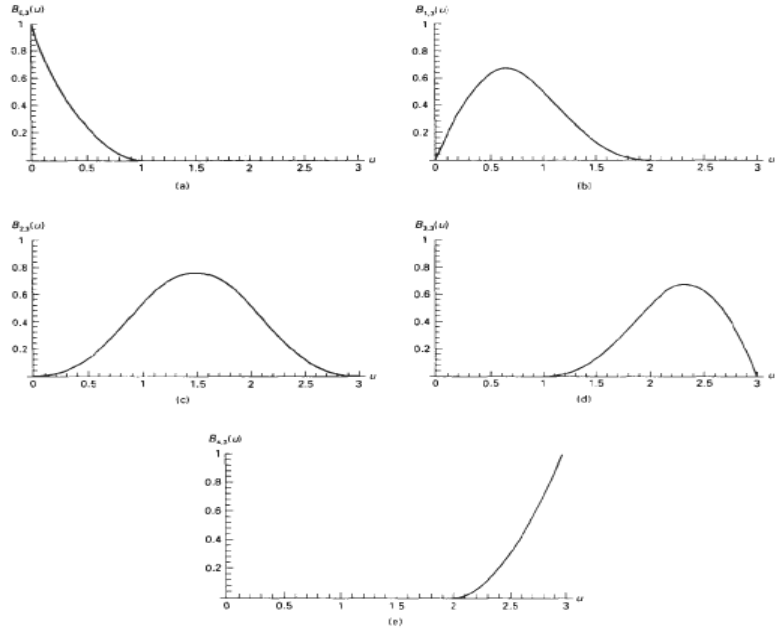
$$\{0, 0, 0.33, 0.67, 1, 1,\}, \quad \text{for } d = 2 \text{ and } n = 3$$

$$\{0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1, 1\}, \quad \text{for } d = 4 \text{ and } n = 4$$

فرمول

سطوح منحنی B spline :

فرمولاسیون یک سطح منحنی B (B - sline) مشابه با منحنی های بزیه است . ما میتوانیم یک عملکرد نقطه برداری را در سرتاسر یک سطح منحنی B (B - sline) با استفاده از ضرب دکارتی عملکرد های مخلوط منحنی B در شکل ، جاییمه ارزشهای برداری Pk1,k2 وضیعت دهای نقاط کنترلی (n1+1) به (n2+1) را اختصاص می دهد بدست آوریم .



شکل 45-10 : عملکردهای محلوط منحنی B با شکل باز برای d=3 و n=4

شکل 10-46 : یک الگوی نمونه ای هلیکو تپد ، طراحی و مدل دهی شده توسط دانیل لانگلونتیس از SOFTIMAGE . ، مونترال ، با استفاده از 180000وصله سطحی منحنی B . منظره با استفاده از ترسیم شعاعی ، نقشه برداری فشرده و نقشه برداری انعکاسی ایجاد شده بود (سهم گرافیکی سیلیکون) .

$$p(u,\gamma)=\sum_{k_1=0}^{n_1}\ \sum_{k_2=0}^{n_2}\ p_{k_1=k_2}\,B_{k_1,d_1}(U)B_{k_2,d_2}(\gamma)$$

سطوح منحنی B– sline خاصیتهای یکسانی را به همان صورت اجزای منحنی های B–sline نشان می دهد . یک سطح میتواند از ارزشهای انتخاب شده برای پارامترهای d1وd2 (چنانکه درجات چند جمله ای مورد استفاده را تعیین میکند) و از بردار گرهی خاصی ساخته شود . شکل 10-46 یک موضوع مدل دهی شده با سطوح منحنی B را نشان می دهد .

10-10

منحنی های بتا : (Beta splines)

تعصیم منحنی های B ، منحنی های بتا Beta spline ها هستند ،همچنین به صورت .B- sline هم ارجاع داده شده اند ،که بوسیله نفوذ شرایط پیوسته هندسی روی اولین و دومین مشتقات پارامتری به شکل قاعده در آمده اند . پارامترهای پیوسته منحنی های برای بتا Beta spline ، پارامترهای بتا نامیده میشود .

حالات پیوسته منحنی های Beta spline :

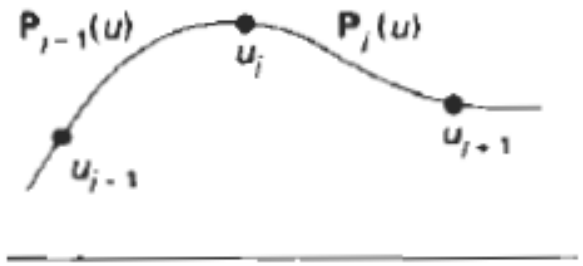
برای یک بردار گرهی اختصاصی شده ، می توانیم بخش های منحنی spline را برای سمت چپ و راست یک گروه ویژه uj بهمراه بردار های وضعیت $P_{j-1}(u)$ و Pj(u) نامزد کنیم (شکل 47-10) . پیوستگی ترتیب صفحه (پیوستگی وضعیتی) ، G^0 در uj وسیله نیازمندیهای زیر بدست آمده است :

$$P_{j-1}(u_j) = P_j(U_j)$$

پیوستگی ترتیبی ابتدایی واحد پیوستگی تانژانتی ، G^1 بوسیله بردار هی متناسب تانژانتی مورد نیاز زیر بدست آمده است :

$$\beta_1 P'_{j-1}(u_j) = P'_j(u_j)، \ \beta > 0$$

شکل 47-10 :



بردار های وضعیت در طول بخش های منحنی در سمت چپ و راست گره u_j .

ایجاد، مشتقات ابتدائی پارامتری متناسب بوده و بردار های تانژانتی واحد در طول گره پیوستگی هستند پیوستگی ترتیبی ثانوی (پیوستگی بردار های انحنا) ، G^2 باشرط زیر اعمال شده است

$$\beta \ p''_{j-1}(u_j) + \beta_2 p'_{j-1}(u_j) = p''_j(u_j)$$

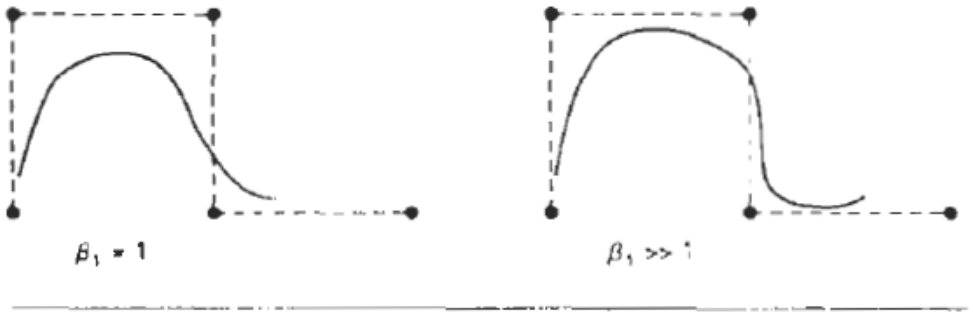
جایی که β_2 میتواند هر عدد حقیقی در نظر گرفته شده باشد و$B_1 > 0$. بردار انحنا یک اندازه از مقدار خم کردن منحنی واقع در وضعیت uj را مهیا می سازد .

هنگامیکه $B_1 = 1$ و $B_2 = 0$ است ،منحنی های B spline به منحنی های B - spline کاهش می یابند.

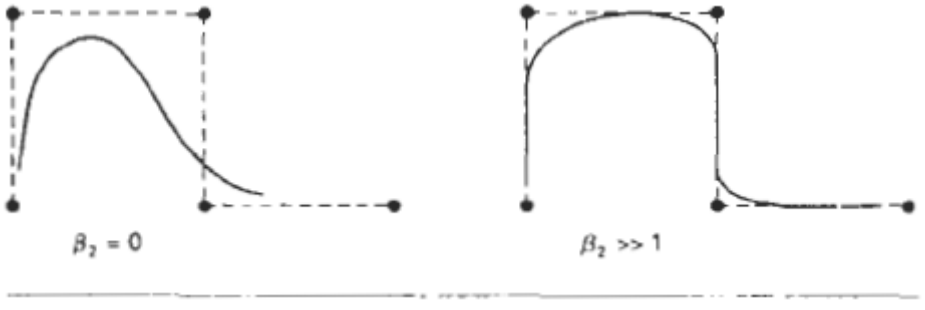
پارامتر B1 ، پارامتر اختلاف معیار نامیده می شود از زمانیکه آن عدم تقارن منحنی را کنترل می کند . برای $B_1 > 1$ ، منحنی تمایل به هموار شدن در سمت راست در جهت بردار تانژانتی در گره ها میباشد برای $0 < B_1 < 1$ منحنی تمایل به هموار شدن بسمت چپ دارد تاثیر B_1 روی شکل منحنی spline در شکل 10-48 نشان داده شده است پارامتر B_2 پارامترکشش نامیده شده است ، از زمانیکه آن کنترل می کند که چطور محکمی یاشلی منحنی spline نمودار کنترلی را سودمند میسازد . برحسب افزایشات B_2 ، منحنی شکل نمودار کنترلی را بصورتی که در شکل 10-49 نشان داده شده است ، نزدیک می کند .

نمایش ماتریس منحنی B دوره ای ، فضایی (مکعبی) :

با بکار بردن حالات مرزی منحنی B برای یک چند جمله ای معکب بهمراه یک بردار گرهی شکلدار ، ما نمایش ماتریسی زیر را برای یک منحنی Beta spline دوره ای بدست می آوریم



شکل10-48: تاثیر پارامتر B_1 روی شکل Beta spline .



شکل10-49: تاثیر پارامتر B_2 روی شکل Beta spline .

$$M_\beta = \frac{1}{\delta}\begin{bmatrix} -2\beta_1^3 & 2(\beta_2+\beta_1^3+\beta_1^2+\beta_1) & -2(\beta_2+\beta_1^2+\beta_1+1) & 2 \\ 6\beta_1^3 & -3(\beta_2+2\beta_1^3+2\beta_1^2) & 3(\beta_2+2\beta_1^2) & 0 \\ -6\beta_1^3 & 6(\beta_1^3-\beta_1) & 6\beta_1 & 0 \\ 2\beta_1^3 & \beta_2+4(\beta_1^2+\beta_1) & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad (10\text{-}68)$$

است $\delta = \beta_2 + 2\beta_1^3 + 4\beta_1^2 + 4\beta_1 + 2$ جائیکه ما ماتریس M_B منحنی B-spline را هنگامیکه $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0$ است بدست می آوریم . وما منحنی B spline را بهمراه ماتریس کشش M_B را هنگامی که $\beta_1 = 1,\ \beta 2 = \frac{12}{t}(1-t)$ است بدست می آوریم .

10-11

منحنی های spline منطقی :

یک عملیات منطقی پویا بسادگی نسبت دو چند جمله ای است . بنابراین ف یک منحنی spline منطقی نسبت دو عملیان منحنی spline است .

برای مثال یک منحنی B spline منطقی می تواند با بردار وضعیتی توصیف شده باشد

$$p(u) = \frac{\sum_{k=0}^{n} w_k p_k \beta_{k,d}(u)}{\sum_{k=0}^{n} w_k \beta_{k,d}(u)}$$

جا هایی که P_k تنظیمی از وضعیت های نقطه کنترلی n+1 هستند پارامترهای ω_k (امگا) ، فاکتور های وزنی برای نقاط کنترلی هستند . مهمتر ، ارزش یک ω_k ویژه ، دقیقتر منحنی بطرف نکته کنترلی P_k ی وزنی شده بوسیله همان پارامتر کشیده شده است . هنگامیکه همه فاکتور های وزنی به ارزش یک تنظیم شده اند ، ما از آنجاییکه ما مخرجی در معامله 10-69 1 است (حاصل جمع عملیات های مخلوط کردن) ، دارای منحنی B sline استاندارد هستیم منحنی های spline منطقی دارای دو مزیت مهم در مقایسه با منحنی هایspline

غیر منطقی هستند در ابتدا ، آنها یک نمایش صحیح برای منحنی های درجه دو (مخروط ها)، ازقبیل دایره ها و بیضی ها را مهیا می سازد .

منحنی هایspline غیر منطقی ، که چند جمله ای هستند ، می توانند تنها مخروط ها را تخمین بزنند این به بسته های گرافیکی اجزا اجازه می دهد تا تمامی اشکال منحنی را بهمراه یک نمایش منطقی منحنی های spline بدون نیاز به یک کتبخانه از عملکرد های منحنی برای جابجایی اشکال متفاوت طراحی شده الگو دهی نمایند .
مزیت دیگر الگو های spline منطقی این است که آنها با توجه به یک دگرگونی نمایش پرسپکتیوی (بخش 3-12) تغییر ناپذیر هستند . این به این معنی است که ما می توانیم یک دگر گونی پرسپکتیوی را برای نقاط کنترلی منحنی منطقی اعمال نماییم و ما نمای صحیح منحنی را بدست خواهیم آورد . منحنی های spline غیر منطقی ، از طرف دیگر ،با توجه به یک دگر گونی نمایشی پرسپکتیوی تغییر ناپذیر نیستند بطور نمونه بسته های طراحی گرافیکی از نمایش های بردار گرهی غیر یکنواخت برای ایجاد منحنی های B spline منطقی استفاده می کنند این منحنی های spline به NURB ها ارجاع داده شده اند (منحتی ها B spline منطقی غیر یکنواخت

نمایش های مختصات هم جنس برای منحنی های spline منطقی ، از آنجایی که فحرج می تواند به صورت فاکتور هم جنس در یک نمایش چهار بعدی از نقاط کنترلی بحث شده باشد ، استفاده شده اند . بنابراین ، یک منحنی منطقی می تواند به صورت تصویری از یک منحنی spline غیر منطقی 4بعدی با فضای 3بعدی در نظر گرفته شده باشد . ایجاد یک نمایش منحنی B - spline منطقی به همراه رویه های یکسان برای ایجاد یک نمایش غیر منطقی ، انجام شده است . با تنظیم نقاط کنترلی داده شده ، درجه چند جمله ای ، فاکتور های وزن دهی ، و بردار گرهی ، ما روابط متناوب را برای بدست آوردن عملیات های مخلوط کردن اعمال می کنیم.

برای رسم بخش های مخروط NURB ما از یک عملکرد منحنی B sline درجه دو (d=3)و سه نقطه کنترلی استفاده می کنیم . ما این کار را به همراه یک عملکرد منحنی B - spline تعریف شده با بردار گرهی باز انحام می دهیم :
{0,0,001,1,1}

که با منحنی B sline درجه 2 بزیه یکسان است . ما سپس عملکردهای وزن دهی برای ارزشهای زیر تنظیم می کنیم :

$$\omega_0 = \omega_2 = 1$$

(۱۰-۷۰)

$$\omega_1 = \frac{r}{1-r'} \quad 0 \le r < 1$$

ونمایش منحنی B - spline منطقی است :

(10-71)

$$\mathbf{P}(u) = \frac{\mathbf{p}_0 B_{0,3}(u) + [r/(1-r)]\mathbf{p}_1 B_{1,3}(u) + \mathbf{p}_2 B_{2,3}(u)}{B_{0,3}(u) + [r/(1-r)]B_{1,3}(u) - B_{2,3}(u)}$$

ما سپس مخروط های متفاوت را (شکل 50-10) به همراه ارزشهای زیر برای پارامتر r به دست می آوریم

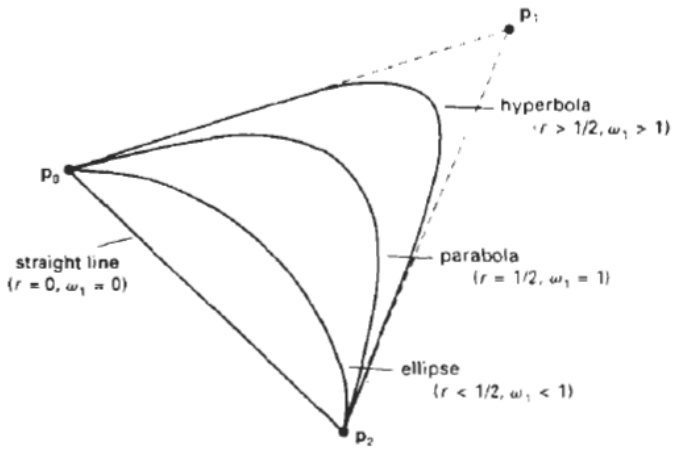
بخش هذلولی $r > 1/2, \omega_1 > 1$

بخش سهمی $r = 1/2, \omega_1 = 1$

بخش بیضی $r < 1/2, \omega_1 < 1$

جز خط مستقیم $r = 0, , \omega_1 = 0$

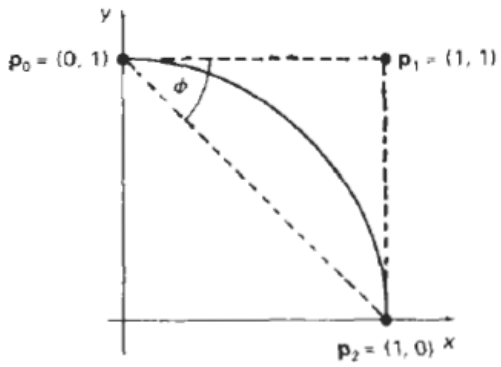
ما می توانیم $\frac{1}{4}$ قوس دایره ای را در اولین ربع از طرح xy (شکل 51-10) به وسیله تنظیم کردن $\omega_1 = \cos\Phi$ و به وسیله انتخاب نقاط کنترلی به صورت زیر تولید کنیم :



شکل 51-10 : یک قوس مدور در اولین ربع از طرح xy

$$P_0=(0,1) \quad , \quad P_1 = (1,1) \quad , \quad P_2 = (1,0)$$

شکل 50-10 بخش های مخروطی تولید شده به همراه ارزش های مختلف فاکتور ω_1 وزنی منحنی spline منطقی



بخش های دیگر از یک واحد دایره ای می تواند به همراه وضیعت های نقطه کنترلی متفاوت به دست آمده باشد . یک دایزه کلمل می تواند با استفاده از دگرگونی در طرح xy تولید شده باشد . برای مثال ، ما می توانیم $\frac{1}{4}$ قوس دایره ای را گرداگرد محورهای xy برای تولید قوس های دایره ای در سه ربع دیگر منعکس می نماییم . در برخی سیستم هایCAD ما یک بخش مخروطی را بوسیله اختصاص دادن سه نقطه روی یک قوس ایجاد می نماییم .
یک نمایش منحنی sline دارای مختصات همجنس منطقی بوسیله محاسبه وضیعت های نقطه کنترلی که نمونه مخروطی انتخاب شده را تولید خواهند کرد تعیین شده است .
به طور یک مثال ، یک نمایش هم جنس برای یک واحد قوسی مدور در اولین ربع از طرح xy است

10-12

تبدیل ما بین نمایشات منحنیsline :
برخی اوقات پسندیده است که توانایی سوئیچینگ از یک نمایش منحنی sline به دیگری وجود داشته باشد . برای مثال ، یک باز نمایی بزیه مناسب ترین برای تقسیم به جز شدن یک منحنی sline است ، مادامی که یک بازنمایی منحنی B - spline انعطاف طرحی برتری را عرضه نماید . پس ما توانایی طراحی یک منحنی را با استفاده از بخش های منحنی B - spline داریم ، سپس ما می توانیم آن را به یک باز نمایی بزیه معادل برای نمایش موضوع با استفاده از یک رویه ریز تقسیمی باز گشتی برای تعیین محل وضیعت های مختصات در طول منحنی تبدیل نماییم .
فرض می کنیم که ما یک توصیف منحنی sline ای از یک موضوعی که می تواند به همراه ضریب ماتریسی زیر توضیح داده شده باشد داریم :

$$P_{(u)} = U.M_{sline} \cdot M_{geox1}$$

جاییکه $M_{sline\ 1}$. توصیف کننده .ماتریسی باز نمایی منحنی sline است ، و M_{geoml} ماتریس ستونی محدودیت های هندسی (برای مثال، مختصات های نقطه کنترلی) است . برای تبدیل به یک لازنمایی ثانوی به همراه ماتریسsplineای $M_{sline\ ۲}$، ما نیاز به تعیین محدودیت هندسی ماتریس $M_{geom\ 2}$ که عملکرد نقطه برداری یکسانی را برای موضوع تولید می کند ، داریم .
آن است ،

$$p(u) = U.M_{spline2}.M_{geom2}$$

$$\begin{bmatrix} x_h(u) \\ y_h(u) \\ z_h(u) \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u^2 \\ 2u \\ 0 \\ 1 + u^2 \end{bmatrix}$$

یا

$$U.M_{spline2}.M_{geom2} = U.M_{spline1}.M_{geoml}$$

از حل شدن μ_{geom2} ما داریم :

$$\mathrm{M}_{geom2} = \mathrm{M}^{-1}_{spline2}.\mathrm{M}_{spline1}.\mathrm{M}_{geom1} = \mathrm{M}_{s1.s2}.\mathrm{M}_{geom1}$$

و ماتریس تبدیلی مورد نیازی که از اولین بازنمایی منحنی به درومین تبدیل شده بصورت زیر محایبه شده است :

$$M_{s1.s2} = M_{spline2}.M_{spline1}$$

یک منحنی B-spline غیر یکنواخت نمی تواند با یک ماتریس spline کلی مشخص شده باشد . اما ما می توانیم توالی گرهی را برای تغییر منحنی B-splineغیر یکنواخت به یک بازنمایی بزیه باز آرایی دنماییم . پس ماتریس بزیه می تواند به هر شکل دیگری تبدیل شده باشد .

مثلال زیر ماتریس دگرگونی را برای تبدیل از یک باز نمایی منحنی B-spline فضایی ، دوره ای به یک بازنمایی منحنیspline بزیه

$$\mathbf{M}_{B,Bez} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(10-76)

$$= 1/6 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

و ماتریس دگرگونی

:

$$\mathbf{M}_{Bez,B} = \begin{bmatrix} -1/6 & 1/2 & -1/2 & 1/6 \\ 1/2 & -1 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(10-77)

$$= \begin{bmatrix} 6 & -7 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 6 \end{bmatrix}$$

نمایش منحنی‌ها و سطوح Spline:

برای نمایش یک منحنی یا سطح Spline، ما باید وضعیت‌های مختصاتی را روی سطح یا منحنی که وضعیت‌های پیکسلی را روی دستگاه نمایش طرح‌ریزی می‌کند، تعیین نمائیم. این به این معنی است که ما باید عملکردهای منحنی Spline چندجمله‌ای پارامتری را در افزایش‌های خاص در سرتاسر گستره عملیات ارزیابی نمائیم. چندین روش وجود دارد که ما می توانیم برای محاسبه وضعیت‌ها در سرتاسر گستره سطح یا منحنی Spline استفاده نمائیم.

قاعده هورند:

ساده‌ترین روش برای ارزیابی کردن یک چند جمله‌ای، بجای محاسبات ناشیانه هر اصطلاح در توالی، قاعده هورند است، که محاسبات را بوسیله فاکتور گیری پی در پی انجام می دهد. این نیازمند یک ضرب و یک جمع در هر گام است. برای یک چند جمله‌ای توان n، n گام وجود دارد.

بطور مثال، فرض می‌کنیم که ما دارای یک بازنمایی منحنی spline فضایی جایی که وضعیت‌های مختصاتی بصورت زیر توضیح داده شده‌اند هستیم:

$$x(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x + ox \qquad (۱۰-۷۸)$$

با توضیحات مشابه برای مختصات‌های z, y برای یک ارزش ویژه از پارامتر x ما این چند جمله‌ای را در ترتیب فاکتورگیری شده زیر ارزیابی می‌کنیم:

$$x(u) = [(a_x u + b_x)u + c_x]u + d_x) \qquad (۱۰-۷۹)$$

محاسبه هر ارزش x نیازمند سه ضرب و سه جمع می‌باشد، درحالی که تعیین هر وضعیت مختصاتی (x, y, z) در طول یک منحنی spline فضایی نیازمند ۹ ضرب و ۹ جمع است.

راه کارهای فاکتورگیری افزوده، می‌تواند برای کاهش تعداد محاسبات نیازمند به روش هورند اعمال شده باشد، به ویژه برای چند جمله‌های ترتیبی بلندتر (توان بزرگتر از۳). اما تعیین دوباره وضعیت‌های مختصاتی در سرتاسر گستره‌ای از یک عملکرد منحنی spline می تواند بسیار سریع‌تر با استفاده از محاسبات افتراقی در مقصد یا روش‌های تقسیم به جزء منحنی spline محاسبه شده باشد.

محاسبات افتراقی در مقصد:

یک روش سریع برای ارزیابی عملکردهای چند جمله‌ای تولید ارزش‌های متوالی بطور بازگشتی به وسیله افزایش ارزش های محاسبه شده پیشین می‌باشد،

برای مثال:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k \qquad (۱۰-۸۰)$$

بنابراین، در ابتدا ما افزایش و ارزش x_k را در هر گام شناسایی می کنیم، ما به ارزش بعدی به وسیله جمع کردن مقدار افزایشی، با ارزش در آن گام می‌رویم.

مقدار افزایشی Δx_k در هر گام تفاضل در مقصد نامیده شده است. اگر ما گستره کلی U را به تحت فاصله‌هایی از اندازه ثابت δ تقسیم کنیم، پس دو وضعیت x پی در پی واقع در $x_{k+1} = x(u_{k+1}), u_k = x(u_k)$ روی خواهد داد، جایی که:

$$U_{k+1} = U_k + \delta, K = 0,1,2,... \qquad (۱۰-۸۱)$$

و $u_0 = 0$ است.

برای توضیح روش، فرض می‌کنیم ما دارای یک بازنمایی منحنی Spline خطی به شکل زیر هستیم $x(u) = a_x U + b_x$. دو وضعیت مختصاتی x متوالی بصورت زیر بازنمایی شده‌اند:

$$\begin{aligned} x_k &= a_x U_k + b_x \\ x_{k+1} &= a_x (U_k + \delta) + b_x \end{aligned} \qquad (۱۰-۸۲)$$

از افتراق دو معادله، ما تفاضل در مقصد را به شکل روبرو بدست می‌آوریم. $\Delta x_k = a_x \delta$

در این حالت، تفاضل در مقصد یک مقدار ثابت است. با چند جمله های ترتیبی بلندتر، تفاضل در مقصد خودش یک عملکرد چند جمله‌ای از پارامتر U به همراه توان یک، کمتر نسبت به چند جمله‌ای اصلی است.

برای بازنمایی منحنی Spline فضایی در معادله ۱۰-۷۸، دو وضعیت مختصاتی x متوالی دارای بازنمایی‌های چند جمله‌ای زیر هستند:

$$\begin{aligned} x_k &= a_x u_k^3 + b_x u_k^2 + c_x u_k + d_x \\ x_{k+1} &= a_x (u_k + \delta)^3 + b_x (U_k + \delta)^2 + c_x (u_k + \delta) + d_x \end{aligned} \qquad (۱۰-۸۳)$$

تفاضل در مقصد اکنون بصورت زیر ارزیابی شده است:

$$\Delta x_k = 3a_x \delta u_k^2 + (3a_x \delta^2 + 2b_x \delta) u_k + (a_x \delta^3 + b_x \delta^2 + c_x \delta) \qquad (۱۰-۸۴)$$

که یک عملکرد درجه ۲ از پارامتر U_k است. از آنجایی که Δx_k یک عملکرد چند جمله‌ای از U است، ما می‌توانیم رویه افزایشی یکسانی را برای بدست آوردن ارزش‌های پی در پی از Δx_k استفاده نماییم، آن است:

$$\Delta x_{k-1} = \Delta x_k + \Delta^2 x_k \qquad (۱۰-۸۵)$$

جایی که تفاضل در مقصد ثانوی، عملکرد خطی است:

$$\Delta^2 x_k = 6a_x \delta^2 u_k + 6a_x \delta^3 + 2b_x \delta^2 \qquad (۱۰-۸۶)$$

با تکرار این روند یک بار دیگر، ما می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta^2 x_{k-1} = \Delta^2 x_k + \Delta^3 x_k \qquad (۱۰-۸۷)$$

با سومین تفاضل در مقصد بصورت مقدار ثابت زیر:

$$\Delta^3 x_k = 6a_k + \delta^3 \qquad (۱۰-۸۸)$$

معادلات ۱۰-۸۰، ۱۰-۸۵، ۱۰-۸۷، ۱۰-۸۸ یک محاسبه تفریقی در مقصد افزایشی، از نقاط در طول منحنی فضایی را محیا می‌سازند. با شروع در $u_0 = 0$ با یک اندازه گاهی δ ، ما ارزش‌های اولیه را برای مختصات x و دو تفاضل در مقصد ابتدایش بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x_0 &= d_x \\ \Delta x_0 &= a_x\delta^3 + b_x\delta^2 + c_x\delta \\ \Delta^2 x_{01} &= 6a_x\delta^3 + 2b_x\delta^2 \end{aligned} \qquad (۱۰-۸۹)$$

یک بار این ارزش‌های اولیه محاسبه شده‌اند، محاسبه برای وضعیت مختصاتی x متوالی نیازمند تنها ۳ جمع است. ما می‌توانیم روش‌های تفاضل در مقصد را برای تعیین وضعیت‌های در طول منحنی‌های Spline هر توان n را اعمال نماییم. هر وضعیت مختصاتی متوالی (x, y, z) به همراه یک سری از جمع های ۳n ارزیابی شده است. برای سطوح، محاسبات افزایشی برای هر دو پارامتر v,U اعمال شده‌اند.

روش‌های تقسیم به جزء کردن:

رویه‌های بازگشتی تقسیم به جزء کردن منحنی Spline که برای تقسیم کردم مکرر یک بخش از منحنی داده شده در یک نیمه استفاده شده‌اند، تعداد نقاط کنترلی افزایشی را در هر گام افزایش می‌دهد. روش های تقسیم به جزء کردن برای نمایش تخمین منحنی‌های Spline مفید هستند از زمانی که ما می‌توانیم روند تقسیم به جزء کردن را ادامه دهیم تا اینکه گراف کنترلی مسیر منحنی را تخمین بزند.

مختصات‌های نقطه کنترلی سپس می‌تواند به صورت وضعیت‌های منحنی رسم شده باشند. یک کاربرد دیگر از تقسیم به جزء کردن تولید نقاط کنترلی زیاد برای شکل بخشیدن به منحنی است. بنابراین، ما می‌توانیم یک شکل منحنی کلی را به همراه تعداد کمی نقاط کنترلی طراحی نماییم، سپس ما می‌توانیم یک رویه تقسیم به جزء کردن را برای به دست آوردن نقاط کنترلی افزوده اعمال نماییم. به همراه نقاط کنترلی اضافه شده، ما می‌توانیم تنظیمات دقیقی را برای بخش‌های کوچک منحنی انجام دهیم.

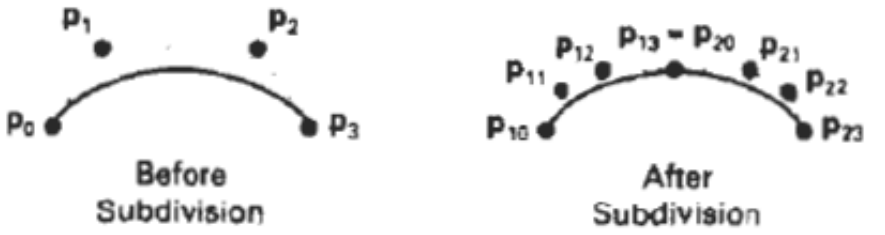
تقسیم به جزءکردن منحنی Spline به آسانی برای یک بخشش منحنی بزیه به دلیل اینکه منحنی در طول اولین و آخرین نقطه کنترلی گذر می‌کند اعمال شده است، گستره پارامتر U همیشه مابین ۰ و ۱ است، و تعیین اینکه چه هنگام نقاط کنترلی به اندازه کافی به مسیر منحنی نزدیک هستند آسان است. تقسیم به جزء کردن بزیه می‌توان برای بازنمایی‌های دیگر منحنی Spline به همراه توالی عملیات زیر اعمال شده باشد:

۱) تبدیل بازنمایی منحنی Spline در حال استفاده به یک بازنمایی بزیه.
۲) اعمال الگوریتم تقسیم به جزء کردن بزیه.
۳) تبدیل بازنمایی بزیه به بازنمایی منحنی Spline اصلی.

شکل ۵۲-۱۰ اولین گام در یک تقسیم به جزء کردن بازگشتی را از یک بخش منحنی بزیه فضایی نشان می‌دهد. وضعیت‌های در طول منحنی بزیه با عملکرد نقطه پارامتری $P(u)$ برای $0 \le u \le 1$ توصیف شده‌اند. در اولین گام از تقسیم به جزء کردن ما نقطه میانی راهی $P(0/5)$ را برای تقسیم کردن منحنی اصلی به دو بخش استفاده می‌کنیم. اولین بخش به همراه عملکرد نقطه‌ای $P_1(s)$ توصیف شده است، و بخش به همراه $P_2(t)$ توصیف شده است، جایی که

$$0 \le u \le 0/5 \quad \text{برای و} \quad s = 2u \qquad (۱۰-۹۰)$$
$$0/5 \le u \le 1 \quad \text{برای و} \quad t = 2u - 1$$

هریک از دو بخش جدید منحنی دارای تعداد یکسانی از نقاط کنترلی همانند بخش منحنی اصلی هستند. همچنین، حالات مدزی (شیب پارامتری و وضعی) واقع در دو انتهاهای هر بخش جدید منحنی باید ارزش‌های وضعیت و شیب را برای منحنی اصلی Error! Objects cannot be created from editing field codes. تطبیق دهد.



این به ما ۴ حالت را برای هر بخش منحنی که ما می‌توانیم برای تعیین وضعیت‌های نقطه کنترلی استفاده کنیم، می‌دهد. برای اولین نیمه از منحنی، ۴ نقطه کنترلی جدید برقرار زیر هستند:
(۱۰-۹۱)

و برای نیمه دوم منحنی، ما ۴ نقطه کنترلی را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$P_{1,0} = P_0$$
$$P_{1,1} = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)$$
$$P_{1,2} = \frac{1}{4}(P_0 + 2P_1 = P_2)$$
$$P_{1,3} = \frac{1}{8}(P_0 + 3P_1 + 3P_2 + P_3)$$

$$P_{2,0} = \frac{1}{8}(P_0 + 3P_1 + 3P_2 + P_3)$$
$$P_{2,1} = \frac{1}{4}(P_1 + 2P_2 + P_3)$$
$$P_{2,2} = \frac{1}{2}(P_2 + P_3) \qquad (۱۰-۹۲)$$
$$P_{2,3} = P_3$$

یک ترکیب کارآمد برای محاسبه نقاط کنترلی جدید می‌تواند
به همراه تنها جمع کردن و
جابه‌جا کردن عملیات زیر بدست آید
(تقسیم به دو):
(۱۰-۹۳)

$$\mathbf{p}_{1,0} = \mathbf{p}_0$$
$$\mathbf{p}_{1,1} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_1)$$
$$\mathbf{T} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)$$
$$\mathbf{p}_{1,2} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_{1,1} + \mathbf{T})$$
$$\mathbf{p}_{2,3} = \mathbf{p}_3$$
$$\mathbf{p}_{2,2} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)$$
$$\mathbf{p}_{2,1} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{T} + \mathbf{p}_{2,2})$$
$$\mathbf{p}_{2,0} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{p}_{1,2} + \mathbf{p}_{2,1})$$
$$\mathbf{p}_{1,3} = \mathbf{p}_{2,0}$$

این گام‌ها می‌توانند به هر تعداد مرتبه‌ا
نقاط کنترلی انجام می‌دهیم یا اینکه ما
باشند. هنگامی که ما برای بدست آو

زء کردن منحنی را برای تقویت بیشتر
ای تقریبی منحنی هستیم، تکرار شده
عمل تقسیم به جزء کردن را انجام

می‌دهیم، ما می‌توانیم رویه تقسیم به جزء کردن را هنگامی که بخش‌های منحنی به مقدار کافی کوچک شدند خاتمه دهیم. یک راه برای تعیین این، بررسی کردن فواصل مابین جفت‌های نزدیک نقاط کنترلی برای هر بخش است. اگر این فواصل بقدر کافی کوچک هستند، ما می‌توانیم عمل تقسیم به جزء کردن را متوقف سازیم. یا ما می توانیم هنگامی که تنظیم نقاط کنترلی هر بخش دقیقاً در طول یک مسیر خط مستقیم باشد، عمل تقسیم به جزء کردن را متوقف سازیم.

روش‌های تقسیم به جزء کردن می‌توانند برای منحنی‌های بزیه هر توانی اعمال شده باشند. برای یک چندجمله‌ای بزیه توان n-۱، نقاط کنترلی ۲n برای هر نیمه از منحنی واقع در اولین گام تقسیم به جزء شدن بصورت زیر هستند:

(۱۰-۹۴)

$$\mathbf{p}_{1,k} = \frac{1}{2^k} \sum_{i=0}^{k} C(k, i)\mathbf{p}_i, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, n$$

$$\mathbf{p}_{2,k} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=k}^{n} C(n-k, n-i)\, \mathbf{p}_i$$

جایی $c(n-k,n-i), c(k,i)$ که ضریب دو جمله‌ای هستند.

ما می‌توانیم روش‌های تقسیم به جزء کردن را برای منحنی های B-Spline غیر یکنواخت بوسیله جمع کردن ارزش‌ها با بردار گرهی اعمال نماییم. اما، درکل، این روش‌ها به کارآمدی تقسیم به جزء بزیه نیستند.

[۱۰-۱۴] .

بازنمایی‌های رونده:

بسته‌های مدل جامد اغلب یک تعداد از تکنیک های ترسیمی را محیا می‌سازند.

بازنمایی‌های رونده برای رسم موضوعات ۳ بعدی که دارای تقارن‌های انتقالی، چرخشی، یا دیگر تقارن‌ها می‌باشند مفید هستند. ما می‌توانیم اکثر موضوعات را بوسیله اختصاص دادن یک شکل و یک رویش دو بعدی که شکل را در طول یک منطقه از فضا جابه‌جا می‌کند نمایش دهیم. یک تنظیم خروجی های دو بعدی، از قبیل دایره‌ها و چهار گوشه‌ها، می‌توانند برای بازنمایی‌های رونده بصورت گزینه‌های فهرست مهیا شده باشند. روش‌های دیگر برای بدست آوردن اشکال دو بعدی شامل ترسیم‌های منحنی Spline بسته و برش‌های مقطعی متقاطع از موضوعات جامد هستند.

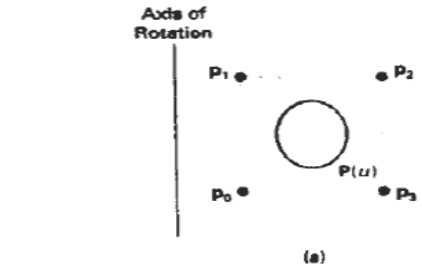
شکل ۱۰-۵۳ یک رویش انتقالی را توضیح می‌دهد. منحنی Spline دوره‌ای در شکل ۱۰-۵۳ (a) مقطع متقاطع موضوع را تعریف می‌نماید. ما سپس یک رویش انتقالی را به وسیله جابه‌جایی نقاط کنترلی P_0 در طول P_3 از یک تنظیم فاصله در طول یک مسیر خط مستقیم عمود بر طرح مقطع متقاطع، انجام می‌دهیم.

شکل

انتقال نقاط کنترلی از منحنی Spline دوره‌ای در (a) مدل جامد را در (b) ایجاد می‌کند، که سطح می‌تواند به همراه عملکرد نقطه‌ای توصیف شده باشد.

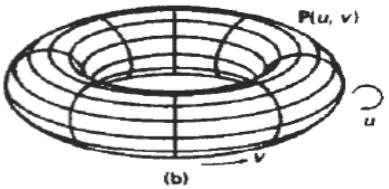
شکل ۵۴-۱۰: رسم یک مدل جامد به همراه یک رویش چرخشی.

چرخش نقاط کنترلی منحنی Spline دوره‌ای در (a) گرداگرد محور چرخشی داده شده مدل جامدی را ایجاد می‌کند که در شکل (b) نشان داده شده است، که سطح می‌تواند به همراه عملکرد نقطه‌ای $P(u,v)$ توصیف شده باشد.



در فواصل در طول این مسیر، ما شکل مقطعی مقاطع ، ـل در جهت رویش را برای بدست آوردن بازنمایی قاب سیمی نشان داده ش

یک مثال از طراحی موضوعی با استفاده از یک رویش ـت. این بار، مقطع متقاطع منحنی Spline دوره‌ای گرداگرد یک محور از متقاطع برای تولید بازنمایی قالب سیمی نشان داده شده در شکل ۵۴-۱۰ ا



هر محور می تواند برای یک رویش چرخشی انتخاب ش ـمود بر طرح مقطع متقاطع منحنی spline در شکل ۵۴-۱۰ (a) استفاده نماییم، ما یک شکل دو بعدی را تولید می‌کنیم.

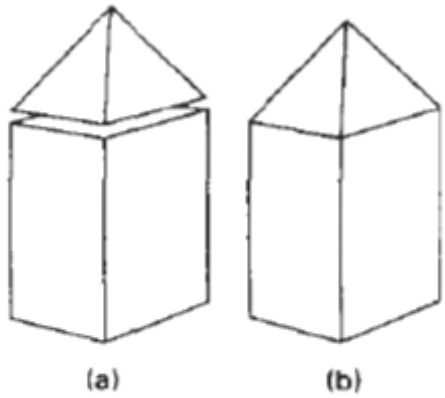
اما اگر مقطع متقاطع نشان داده شده در این شکل دارای عمق باشد، پس ما از یک موضوع سه بعدی برای تولید دیگری استفاده می‌کنیم.

درکل: ما می توانیم رسم‌های رویشی را با استفاده از هر مسیر تعیین کنیم. برای رویش‌های چرخشی، ما می‌توانیم در طول یک مسیر دایره‌ای در طول هر فاصله زاویه‌ای از ۰ تا ۳۶۰° حرکت نماییم. برای مسیرهای غیر دایره‌ای، ما می‌توانیم عملکرد منحنی توصیف کننده مسیر و فاصله‌ی حرکت در طول مسیر را تعیین نماییم. در مجموع، ما می‌توانیم اندازه یا شکل مقطع متقاطع را در طول مسیر رویش تغییر دهیم. یا ما می توانیم جهت مقطع متقاطع در ارتباط با مسیر رویش را بصورتی که ما شکل را در طول یک منطقه از فضا جابه‌جا می‌کنیم، تغییر دهیم.

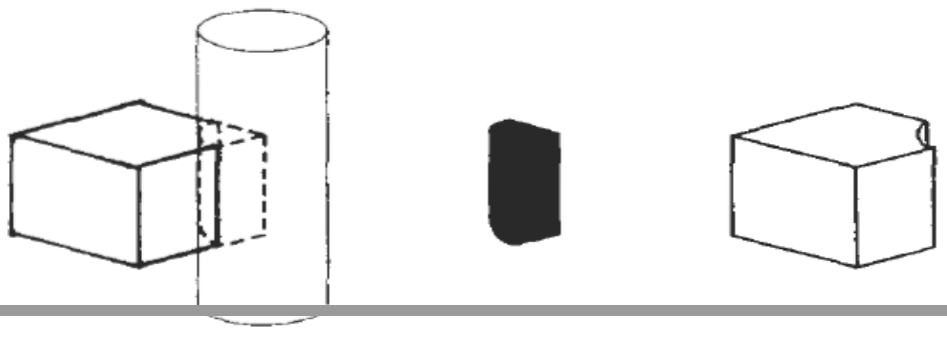
[۱۰-۱۵] .

روش‌های هندسه‌ی فضایی بنیانی

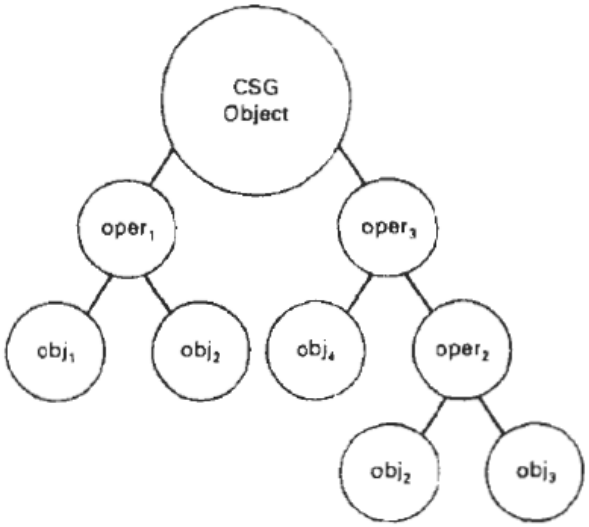
تکنیک دیگر برای مدل دهی جامد ملحق کردن حجم‌های تجمع یافته بوسیله همپوشانی موضوعات سه بعدی با استفاده از عملیات‌های تنظیمی می‌باشد. این روش مدل دهی، هندسه فضایی بنیانی (CSG) نامیده شده است، که یک حجم جدید را بوسیله اعمال عملیات پیوستگی، کند.



اشکال ۵۵-۱۰ و ۵۶-۱۰ مثال‌هایی برای شکل‌گیری نشان می‌دهد. در شکل ۵۵-۱۰ (a)، یک بلوک و یک هرم نزدیک به همدیگر قرار داده شده‌اند. با اختصاص دادن عملیات پیوستگی، ما موضوعات ترکیب شده نشان داده شده در شکل ۵۵-۱۰ (b) را به دست می‌آوریم. شکل ۵۶-۱۰ (a) یک بلوک و یک استوانه را به همراه حجم‌های همپوشانی نشان می‌دهد. با استفاده از عملیات تقاطعی، ما الگوی جامد نتیجه را در شکل ۵۶-۱۰ (b) بدست می‌آوریم. با یک عملیات تفاضلی، ما می توانیم به الگوی جامد نشان داده شده در شکل ۵۶-۱۰ (c) برسیم. یک برنامه کاربردی CSG به همراه یک تنظیم اولیه از موضوعات سه بعدی (اولیه‌ها)، از قبیل بلوک‌ها، هرم‌ها، استوانه‌ها، مخروط‌ها، کره‌ها و سطوح منحنی Spline بسته آغاز می‌شود. عناصر اولیه می‌توانند بوسیله بسته CSG بصورت گزیده‌های فهرستی، محیا شده باشند، یا عناصر اولیه خودشان می‌توانند با استفاده از روش‌های رویشی، رسم‌های منحنی Spline، یا رویه‌های مدل دهی دیگر، شکل یافته باشند. برای ساخت یک شکل سه بعدی جدید با استفاده از روش‌های CSG، ما ابتدا دو عنصر اولیه را انتخاب کرده و آنها را به درون وضعیت در برخی مناطق از فضا می‌کشیم. سپس ما یک عملیات را (پیوستگی، تقاطعی، یا تفاضلی) را برای ترکیب کردن حجم‌هایی از دو عنصر اولیه انتخاب می‌نماییم. اکنون ما دارای یک موضوع جدید، در مجموع برای عناصر اولیه، که ما می‌توانیم برای شکل دهی به دیگر موضوعات از آنها استفاده کنیم، هستیم. ما به رسم اشکال جدید، با استفاده از ترکیباتی از عناصر اولیه و موضوعات ایجاد شده در هر گام، ادامه می‌دهیم تا اینکه، دارای شکل نهایی شویم.



یک موضوع طراحی شده با این رویه به همراه یک ساختار درختی دو رویی بازنمایی شده است. یک مثال بازنمایی درختی برای یک موضوع CSG در شکل ۵۷-۱۰ داده شده است.

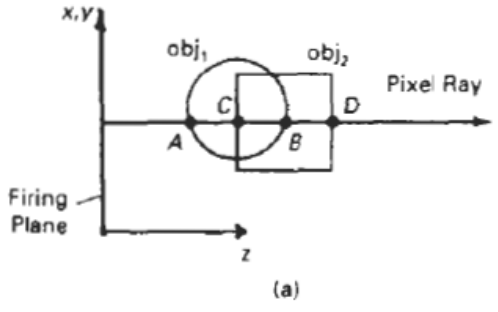


روش‌های تبدیل شعاعی عموم هنگامی که موضوعات به همراه بازنمایی‌های مدزی توصیف شده هستند، استفاده شده‌اند. ما تبدیل شعاعی را به وسیله رسم موضوعات مرکب در مختصات‌های سراسری به همراه طرح *xy* مطابق با طرح پیکسلی یک نمایشگر ویدیویی، اعمال می‌نماییم. این طرح سپس بصورت طرح اشتعال ارجاع داده شده، از آنجایی که ما یک شعاع از هر وضعیت پیکسلی در طول موضوعاتی که ترکیب شده اند را آتش می‌زنیم. (شکل ۵۸-۱۰). ما سپس تقاطعات سطحی را در طول هر مسیر شعاعی تعیین، و نقاط تقاطعی را بر طبق فاصله از سطح اشتعال مرتب سازی می‌کنیم.

محدودیت‌های سطحی برای موضوع مرکب بوسیله عملیات تنظیمی خاص تعیین شده‌اند. یک مثال از تعیین تبدیل شعاعی از محدودیت‌های سطحی برای یک موضوع CSG در شکل ۵۹-۱۰ داده شده است، که مقطع متقاطع *yz* دو عنصر اولیه و مسیر یک شعاع پیکسلی عمود بر سطح اشتعال را نشان می‌دهد. برای عملکرد پیوستگی، حجم جدید، مناطق داخلی مرکب تصرف شده بوسیله یک یا هر دو عنصر اولیه است. برای عملیات تقاطعی، حجم جدید، منطقه داخلی مشترک با هر دو عنصر اولیه است.

شکل ۵۵-۱۰: ترکیب دو موضوع (a) به همراه یک عملیات پیوستگی یک موضوع جامد مرکب، منفرد را تولید می‌کند.
شکل ۵۶-۱۰: (a) دو موضوع همپوشانی کننده. (b) یک موضوع CSG سه گوش شکل دهی شده به همراه عملیات تقاطعی. (C) یک موضوع CSG شکل دهی شده به همراه یک عملیات تفاضلی بوسیله تفریق حجم همپوشانی کننده استوانه از حجم بلوک
و یک عملیات تفاضلی حجم یک عنصر اولیه را از دیگری تفریق می‌نماید.
هر عنصر اولیه می‌تواند در مختصات ناحیه‌ای خودش تعریف شده باشد (مدل دهی). سپس، یک شکل مرکب می‌تواند بوسیله اختصاص دادن ماتریس‌های دگرگونی مدل دهی که دو عنصر اولیه را در یک وضعیت همپوشانی در مختصات‌های سراسری قرار می‌دهند، فرم دهی شده باشد. معکوس این ماتریس‌های مدل دهی می‌تواند برای تبدیل شعاع‌های پیکسلی به مختصات‌های مدل دهی، جایی که محاسبات متقاطع سطحی برای عناصر اولیه منفرد اجرا شده‌اند، استفاده شده باشد.

پس تقاطعات سطحی برای دو موضوع، مرتب شده و برای تعیین محدودیت‌های موضوع مرکب بر طبق عملیات تنظیمی خاص استفاده شده اند.
این رویه برای هر جفت از موضوعاتی که در درخت CSG برای یک موضوع ویژه ترکیب شده‌اند، تکرار شده است.



(a)

Operation	Surface Limits
Union	A, D
Intersection	C, B
Difference ($obj_2 - obj_1$)	B, D

(b)

Figure 10-59

بطوری که یک موضوع CSG طراحی شده است. تبدیل حجم و توده استفاده شده است. برای تعیین حجم موضوع، ه ن‌های کوچک بصورتی که در شکل ۶۰-۱۰ نشان داده شده است. تقسیم می‌کنیم. سپس حجم V_{ij} موضوع را برای یک برش مقطع متقاطع به همراه منطقه A_{ij} در طول مسیر یک شعاع از چهارگوش واقع در وضعیت (i, j) بصورت زیر تخمین بزنیم:

Figure 10-58

(۱۰-۹۵)

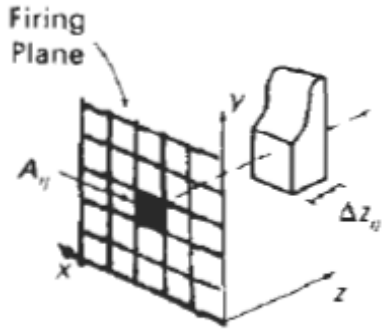


Figure 10-60

جایی که Δz_{ij} عمق موضوع در طول سطح از وضعیت (i,j) می باشد. اگر موضوع دارای حفره‌های داخلی باشد، Δz_{ij}، حاصل جمع فواصل مابین جفت‌های نقاط تقاطعی در طول شعاع است. حجم کلی موضوع CSG بصورت زیر محاسبه شده است:

$$V \simeq \sum_{i,j} V_{ij} \qquad (۱۰-۹۶)$$

شکل ۱۰-۵۷: یک بازنمایی درخت CSG برای یک موضوع

شکل ۱۰-۵۸: تکمیل عملیات‌های CSG با استفاده از تبدیل شعاعی

شکل ۱۰-۵۹: تعیین محدودیت‌های سطحی در طول یک شعاع پیکسلی

شکل ۱۰-۶۰: تعیین حجم موضوع در طول یک مسیر شعاعی برای یک منطقه کوچک A_{ij} روی سطح اشتعال

با عملکرد تراکمی داده شده، $P(x,y,z)$ ،برای موضوع، ما می‌توانیم حجم را در طول شعاع از وضعیت (i,j) بصورت زیر تخمین بزنیم.

$$m_{ij} \approx A_{ij} \{P(x_{ij}, y_{ij}, z)dz \qquad (۱۰-۹۷)$$

جایی که انتگرال یک بعدی می‌تواند اغلب بدون انجام انتگرال گیری فعلی، بسته به شکل عملیات تراکمی، تخمین زده شده باشد. حجم کلی موضوع CSG بصورت زیر تخمین زده شده است.

$$m \approx \sum_{m,i,j} M_{ij} \qquad (۱۰-۹۸)$$

دیگر خاصیت های فیزیکی، از قبیل مرکز حجم هدف و ممان اینرسی، می‌توانند با محاسبات مشابه بدست آمده باشند. ما می‌توانیم محاسبات تخمینی را برای ارزش‌های خاصیت‌های فیزیکی بوسیله اتخاذ تقسیم به جزء کردن‌های دقیق‌تر در سطح اشتعال بهبود بخشیم.

اگر اشکال موضوع با درخت های درخت OC بازنمایی شده‌اند، ما می‌توانیم عملیات‌های تنظیمی را در رویه‌های CSG بوسیله پویش ساختار درختی توصیف کننده محتویات اکتانت‌های فضایی، تکمیل نمائیم. این رویه، که در

بخش بعدی بحث شده است، اکتان‌ها و تحت اکتان‌های یک واحد مکعبی را برای تعیین کردن مناطق اشغال شده بوسیله دو موضوعی که ترکیب شده‌اند، جستجو می‌کند.
[۱۰-۱۶] .

درختهای OC:

ساختارهای درخت سلسله مراتب، که درختهای OC نامیده شده‌اند، برای بازنمایی موضوعات جامد در برخی سیستم‌های گرافیکی استفاده نشده‌اند. تصویر سازی پزشکی و دیگر برنامه‌های کاربردی که نیازمند نمایش مقطع‌های متقاطع موضوع هستند عموماً از بازنمایی‌های درخت OC استفاده می کنند. ساختار درخت چنان سازمان دهی شده است که هر گره در ارتباط با یک ناحیه از فضای سه بعدی است. این بازنمایی برای الگوهای جامد مزیتی از انسجام فضایی برای کاهش نیازمندی‌های ذخیره‌ای برای موضوعات سه بعدی دارد. آن همچنین یک بازنمایی مناسب را برای اطلاعات ذخیره‌ای گرداگرد باطن‌های موضوعی محیا می‌سازد.

رویه رمزگذاری درخت OC برای یک فضای سه بعدی یک توسعه از یک طرح رمزگذاری برای فضای دو بعدی است، که رمزگذاری درخت فاصله نامیده شده است.

درخت‌های فاصله بوسیله تقسیمات پی در پی یک ناحیه دو بعدی (معمولاً یک میدان) به ربع‌های دایره، تولید شده‌اند. هر گره در درخت فاصله دارای ۴ عنصر اطلاعاتی است، یکی برای هر یک از ربع‌های دایره در ناحیه (شکل ۶۲-۱۰). اگر تمام پیکسل‌های درون یک ربع دایره دارای رنگ یکسان باشند (یک ربع دایره همجنس)، عنصر اطلاعاتی برابر در گره همان رنگ را ذخیره می کند. در مجموع، یک نشان در عنصر اطلاعاتی برای نشان دادن این که ربع دایره همجنس است، تنظیم می‌شود.

فرض می‌کنیم تمام پیکسل‌ها در ربع دایره ۲ از شکل ۶۱-۱۰ به رنگ قرمز یافت شده‌اند. کد رنگی برای قرمز سپس در عنصر اطلاعاتی دو از گره قرار داده شده است و از جهت دیگر، چهارگوش بصورت ناهمجنس بیان شده است، و آن چهارگوش خودش به چهارگوش‌های دیگر تقسیم شده است (شکل ۶۲-۱۰).

عنصر اطلاعاتی برابر در گره اکنون ۴ گوش را بصورت ناهمجنس نشان داده و اشاره گر را روی گره بعدی در درخت فاصله ذخیره می‌کند.

یک الگوریتم برای تولید یک درخت فاصله ارزش‌های تراکمی پیکسلی را آزموده و گره‌های درخت فاصله را بر طبق آن تنظیم می‌نماید. اگر هر چهارگوش در فضای اصلی دارای یک خصوصیت رنگ منفرد باشد، درخت فاصله دارای تنها یک گره است. برای یک ناحیه ناهمجنس از فضا، تقسیم به جزء کردن‌های پی در پی به چهارگوش‌ها تا زمانی که همه چهارگوش‌ها همجنس هستند ادامه می‌یابد. شکل ۶۳-۱۰ یک بازنمایی درخت فاصله، برای یک ناحیه حاوی یک میدان به همراه یک رنگ جامد که از رنگ یکنواخت اختصاصی شده برای تمام میدان‌های دیگر در ناحیه متفاوت است را نشان می دهد.

رمزگذاری‌های، درخت فاصله ذخیره سازی قابل توجهی را در حافظه هنگامی که میدان‌های بزرگ در یک ناحیه از فضا وجود دار

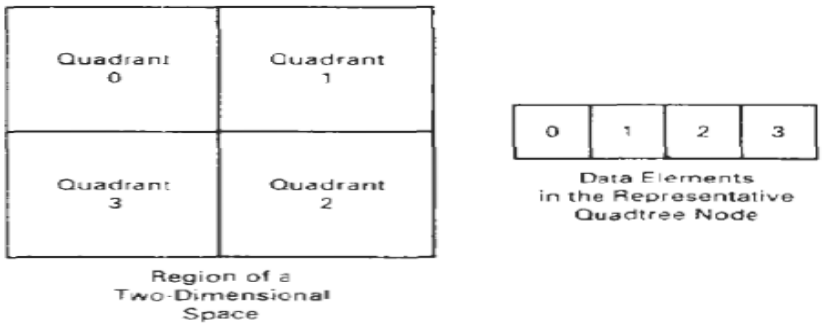
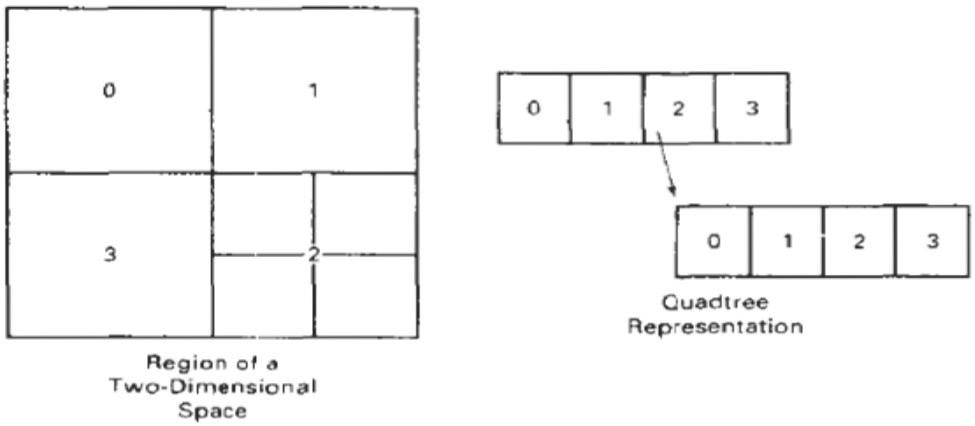


Figure 10-61

شده باشد، مـ سله شامل بیشترین سطوح n می‌باشد. هر گره در درخت فاصله (quac tree) در بیشترین حالت دارای ۴ نسل بی‌واسطه می‌باشد.

یک طرح رمزگذاری درخت OC نواحی فضای ۳ بعدی را (معمولاً مکعب‌ها) به اکتان‌ها تقسیم و ۸ عنصر اطلاعاتی در هر گره از درخت را ذخیره می‌سازد (شکل ۶۴-۱۰).



عناصر انف Voxelها در

Figure 10-62

یک اکتان ذخیره شده است.

شکل ۶۳-۰ پس زمینه جامد.

نواحی خالی یگر تقسیم به جزء شده ده‌اند.

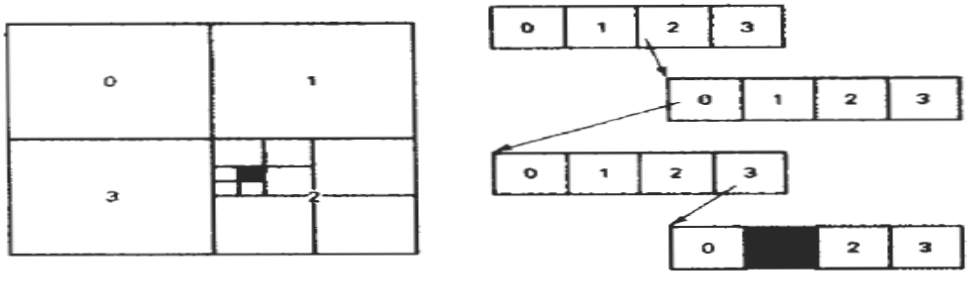


Figure 10-63

رویه‌ها برای تولید درخت های OC مشابه همان برای درخت‌های فاصله هستند.
Voxel ها در هر اکتان آزمایش شده‌اند و تقسیم به جزء کردن‌های اکتان تا اینکه ناحیه از فضا شامل تنها اکتان‌های هم جنس باشد، ادامه می‌یابند. هر گره در درخت OC می‌تواند اکنون از ۰ تا ۸ نسل بی‌واسطه باشد.
الگوریتم‌ها برای تولید درخت‌های OC می‌توانند برای قبولی تعریفات موضوعات در هر شکل، از قبیل یک شبکه چندضلعی، وصله‌های سطحی خم شده، یا ساختارهای هندسی جامد، ساخت یافته باشند. با استفاده از ارزش‌های مختصاتی بیشینه و کمینه موضوع، ما می‌توانیم یک جعبه (متوازی السطوح) را گرداگرد موضوع تعریف نماییم. این ناحیه از فضای ۳ بعدی حاوی موضوع سپس، اکتان به اکتان، برای تولید بازنمایی درخت OC، آزمایش شده است.
بطوری که یک بازنمایی درخت OC برای یک موضوع جامد برقرار شده است، روال‌های ساختی متفاوت می‌توانند برای الگوی جامد اعمال شده باشند. یک الگوریتم برای انجام عملیات‌های تنظیمی می‌تواند برای دو بازنمایی درخت OC برای ناحیه یکسان از فضا اعمال شده باشد. برای یک عملیات پیوستگی، یک درخت OC جدید به همراه نواحی ترکیب شده برای هریک از موضوعات ورودی ایجاد شده است.
بطور مشابه، عملیات‌های تقاطعی یا تفاضلی بوسیله یافتن نواحی هم پوشانی در دو درخت OC انجام شده‌اند. درخت OC جدید (octree) سپس بوسیله هریک از اکتان‌های ذخیره‌ای جایی که دو موضوع هم پوشانی شده یا ناحیه بوسیله یک موضوع اما نه دیگری اشغال شده باشد، شکل دهی شده است.
چرخش های درخت OC سه بعدی بوسیله اعمال دگرگونی‌هایی به اکتان‌های اشغال شده خاتمه یافته است. تشخیص سطحی قابل رویت بوسیله جستجوی اکتان‌ها از جلو و عقب انجام شده است. اولین موضوع تشخیص داده شده قابل رویت است، چنان که اطلاعات می‌تواند به یک بازنمایی درخت فاصله برای نمایش انتقال یافته باشد.

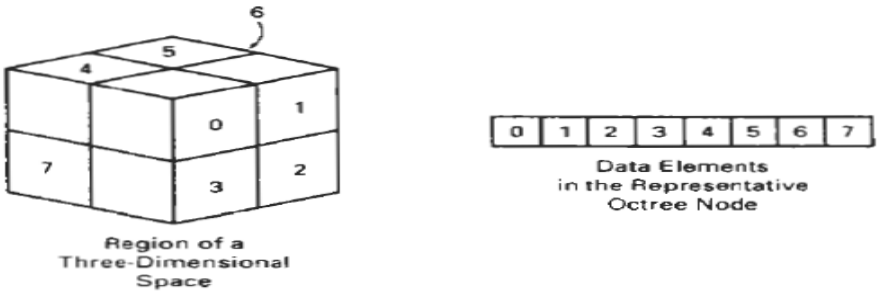


Figure 10-64

شکل ۶۴-۱۰: ناحیه یک فضای سه بعدی تقسیم شده به اکتان‌های شماره گذاری شده و گره درخت OC در ارتباط با ۸ عنصر اطلاعاتی.
[۱۰-۱۷] .

درخت‌های BSP:

این طرح بازنمایی مشابه با کدگذاری درخت OC است، به جز اینکه ما اکنون فضا را به جای ۸ قسمت در هر گام آن را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. با یک درخت تقسیم بندی فضایی دوتایی، ما یک صحنه را به دو بخش در هر گام به همراه یک سطحی که می‌تواند در هر وضعیت و جهت باشد، تقسیم به جز می‌کنیم. در یک کدگذاری درخت OC، صحنه در هر گام به همراه ۳ سطح عمودی متقابل ردیف شده با سطوح مختصاتی کارتزین تقسیم به جز شده است.

برای تقسیم به جز سازگار فضا، درخت‌های BSP می‌توانند یک بخش بندی بسیار کارآمد از آن جایی که ما می‌توانیم سطوح بریده شده را برای درخواست توزیع فضایی موضوعات بخش بندی و جهت دهی نماییم، محیا سازند. این می‌تواند عمق بازنمایی درختی را برای یک صحنه، در مقایسه با درخت OC، کاهش داده و بنابراین زمان را برای جستجوی درخت کاهش دهد. در مجموع، درخت‌های BSP برای تشخیص سطوح قابل مشاهده و برای بخش بندی فضا در الگوریتم‌های رسم شعاعی مفید هستند.

[۱۰-۱۸]

.

روش‌های هندسی فرکتال:

تمامی بازنمایی‌های موضوع که ما در بخش قبلی بررسی کردیم از روش‌های هندسی اقلیدسی استفاده کرده‌اند، آن است که، اشکال موضوعی با معادلات توصیف شده بودند. این روش‌ها برای توصیف موضوعات ساخته شده مناسب هستند: آنهایی که دارای سطوح صاف و اشکال منظم هستند. اما موضوعات طبیعی، از قبیل کوهها و ابرها، دارای اشکال نامنظم هستند، و روش‌های اقلیدسی این موضوعات را بصورت واقعی مدل دهی نمی‌کنند. موضوعات طبیعی می توانند بصورت واقعی با روش‌های هندسی فرکتال، جایی که رویه‌ها به جای معادلات برای موضوعات مدل استفاده شده‌اند، توصیف شده باشند. بصورتی که می‌توانستیم انتظار داشته باشیم، موضوعات تعریف شده رویه‌ای دارای خصوصیاتی هستند که بطور کلی از موضوعات تعریف شده با معادلات تفاوت دارند.

بازنمایی‌های هندسی فرکتال برای موضوعات بصورت عمومی در بسیاری از رشته‌ها برای توصیف و توضیح اشکال نمود طبیعی اعمال شده‌اند. در گرافیک کامپیوتری ما از روش‌های فرکتال برای تولید نمایش‌هایی از موضوعات طبیعی و تصوراتی از سیستم‌های فیزیکی و حسابی مختلف استفاده می‌کنیم.

یک موضوع فرکتال دارای دو خصوصیت پایه‌ای است: جزئیات نامحدود در هر نقطه و یک خود تشابهی خاص مابین قسمتهای موضوع و اشکال کامل موضوع.

خاصیتهای خود تشابهی یک موضوع می‌توانند اشکال مختلفی، بسته به انتخاب بازنمایی فرکتال به خود بگیرند. ما یک موضوع فرکتال را با یک رویه‌ای که یک عملیات تکرار شده برای تولید جزئیات در تحت قسمتهای موضوع را معین می‌کند، توصیف می‌کنیم. موضوعات طبیعی با رویه‌هایی که از لحاظ فرض عمل به تعداد نامحدودی از دفعات تکرار می‌شوند بازنمایی شده‌اند. نمایش‌های گرافیکی موضوعات طبیعی، البته، با یک تعداد محدودی از گام‌ها تولید شده‌اند.

اگر ما در روی یک شکل اقلیدسی پیوسته تمرکز کنیم، هیچ ماده پیچیده‌ای را نمی‌یابیم، و ما سرانجام نمای بزرگ نمایی شده‌ای را برای یکنواختی بدست می‌آوریم.

کوه دور- منظره نزدیک – باز هم نزدیکتر- شکل65-10. ظاهر ناهموار کوه در طرح سطوح درشت نمایی در موضوع فشرده‌سازی تصاویر، ما ادامه به دیدن جزئیات بیشتر در دشت نمایی می‌کنیم همانطور که ما در منظره اصلی انجام می‌دادیم. طرح کوه برخلاف آسمان ادامه به داشتن همان شکل ناهمواری همانطور که ما در موقعیت منظره نزدیک و نزدیکتردیدیم دارد.(شکل۶۵-۱۰).

وقتی که ما نزدیک کوه می‌شویم، جزئیات بیشتر در لبه‌های اختصاصی و گردالهها آشکار می‌شود. حتی نزدیکتر، ما طراحی از صخره‌ها را می‌بینیم، سپس سنگ‌ها و بعد دانه‌های شن. در هر مرحله نقشه پیچها و تغییرات بیشتری را آشکار می‌کند. اگر ما دانه‌های شن را برداریم و آنها را زیر میکروسکوپ قرار دهیم، ما دوباره همان جزئیات تکرار شده در سطح ملکولی را می‌بینیم. شکل‌های مشابه توصیف کننده خط ساحلی و لبه‌های گیاهان و ابرها می‌باشد. تمرکز در رسم نشان دهندۀ موضوع فشرده‌سازی تصاویر توسط انتخاب پنجره‌های کوچکتر و تکرار روش کار فشرده‌سازی تصاویر برای تولید جزئیات در پنجره جدید بدست می‌آید. یک نتیجه از جزئیات نامحدود موضوع فشرده‌سازی تصاویر این است که سایز مشخصی ندارد. همانطور که ما جزئیات بیشتر و بیشترین را ملاحظه می‌کردیم، اندازه موضوع تمایل به بی‌نهایت دارد، اما توسعه هماهنگ موضوع در ناحیه محدودی از فضا می‌دود می‌ماند ما می‌توانیم میزان دگرگونی در جزئیات موضوع با شماره‌ای که بعد فشرده‌سازی تصاویر نامیده می‌شود توصیف کنیم.

برعکس ابعاد اقلیدسی، این شماره به طور لازم صحیح نیست. ابعاد فشرده‌سازی تصاویر یک شیء بعضی وقت‌ها به ابعاد کسری رجوع می‌کند که اساسی برای اسم فشرده‌سازی تصاویر می‌باشد. روش‌های فشرده‌سازی تصاویر به طور مفیدی برای مدلسازی پهنای وسیعی از پدیده‌های طبیعی اثبات شده است. در کاربرد نمودار معرفی فشرده‌سازی تصاویر برای مدل زمین، ابرها، آب، درختان و گیاهان دیگر، پرهای تیر، خز و سطوح بافت مختلف، و فقط برای ساختن الگوهای خوب به کار می‌رود. در نظم دیگر الگوهای فشرده‌سازی تصاویر در توزیع ستارگان، سواحل رودخانه و دهانه آتشفشانی ماه، در زمینه باران، در تنوع ذخیره فروختن، در موسیقی، در جریان ترافیک، در بهره‌برداری خاصیت شهری، و در مرز نواحی همگرایی برای تکنیک‌های تجزیه عددی به کار می‌رود. –روش کار تولید فشرده‌سازی تصاویر: یک موضوع فشرده سازی تصاویر توسط کاربرد تکراری تغییر عمل تعیین شده نکاتی در یک ناحیه‌ای از فضا. اگر $p_{\circ} = (x_{\circ}, y_{\circ}, z_{\circ})$ نکته اولیه انتخاب شده باشد، هر تکراری از تبدیل کار F سطوح موفقیتی را از جزئیات با محاسبات تولید می‌کند.

$$P_1 = F(P_{\circ}) \ , \ p_2 = F(p_1) \ , \ p_3 = F(p_2)$$

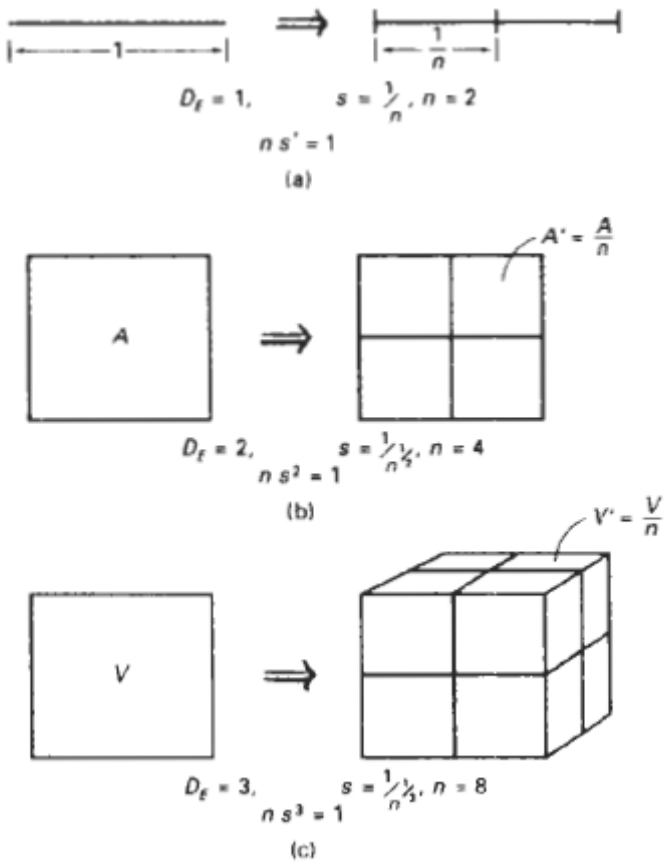
به طور کلی، وظیفه تغییر می‌تواند برای تنظیم نقطه مشخصی به کار رود، یا ما می‌توانیم از وظیفه تغییر برای تنظیم اولیه به کار ببریم، از جمله خطوط مستقیم، منحنی‌ها، نواحی رنگ، سطوح و اشیاء جامد، همچنین ما می‌توانیم از روش کار تولید تصادفی با جبری در هر تکرار استفاده کنیم. وظیفه تغییر شاید در واژه تغییر هندسی (مقیاس، ترجمه، چرخش) شرح داده شود یا این می‌تواند با تغییر متناسب غیر خطی و پارامتر تعمیم تنظیم شود. با وجود این موضوع فشرده سازی تصاویر، با شرح، شامل جزئیات نامحدود، ما از وظیفه تغییر تعدادی از زمان‌های محدود به کار می‌بریم. بنابراین، موضوعاتی که ما شرح دادیم واقعاً ابعاد محدودی را دارند. روش نمایش رویه‌ای یک فشرده سازی تصویر واقعی تعدادی از تغییرات برای تولید جزئیات بیشتر و بیشتر افزایش می‌یابد. میزان جزئیات شامل در رسم نهایی نشان دهنده‌ی یک موضوع بستگی به تعدادی از تکرار ایجاد شده و راه حل ارائه سیستم دارد. ما نمی‌توانیم جزئیات متنوعی را که کوچکتر از اندازه یک پیکسل است نشان دهیم. برای دیدن

بیشتر جزئیات موضوع، ما در بخش انتخاب شده و تکرار وظیفه کار تکرار تمرکز می‌کنیم. طبقه‌بندی فشرده سازی تصاویر: تشابه خود فشرده‌سازی تصاویر قسمت‌هایی دارد که با شرح تمام موضوع هستند. شروع بایک شکل اولیه، ما قسمت‌های ذخیره موضوع را توسط استفاده از پارامتر مقیاس گذاری برای سراسر (کل) شکل می‌سازیم. ما می‌توانیم از همان عامل مقیاس برای همه‌ی قسمت‌های ذخیره شده استفاده کنیم، یا ما می‌توانیم از عوامل مقیاس مختلف قسمت‌های کوچک شده با مقیاس مشخص یک موضوع استفاده کنیم. اگر همچنین ما تنوع تصادفی را به کار بریم برای ذخیره قسمت‌های کوچک شده با مقیاس مشخص، فشرده‌سازی تصاویر به طور آماری مشابه با خودش گفته می‌شود. قسمت‌ها سپس خواص آماری یکسانی دارند. به طور آماری فشرده‌سازی تصاویر مشابه با خود به طور رایج برای الگوی درختان، بوته‌ها و گیاهان و دیگر استفاده می‌شود. فشرده‌سازی تصاویر پیوسته با خود قسمت‌هایی را دارد که با پارامترهای مقیاس گذاری مختلف s_x, s_y, s_z در جهات هم پایه مختلف ایجاد شده‌اند. و ما همچنین می‌توانیم شامل تغییر تصادفی برای دست یابی به فشرده‌سازی تصاویر آماری پیوسته باشیم. زمین، آب، و ابرها به طور نمونه الگویی با آمار روش‌های ساختاری فشرده‌سازی تصاویر پیوسته می‌باشند. تغییر ناپذیری مجموعه فشرده سازی تصاویر با تغییر غیر خطی شکل می‌گیرد. این گروه از فشرده‌سازی تصاویر شامل مجذور خود فشرده‌سازی تصاویر از جمله مجموعه ماند لیبرات، که با وظایف مجذور در فضای پیچیده ایجاد می‌شود، و معکوس فشرده‌سازی تصاویر با روش کار وارونه شکل می‌گیرد. **ابعاد فشرده‌سازی تصاویر:** جزئیات متنوع در موضوع فشرده‌سازی تصاویر می‌تواند با تعدادی از D که بعد فشرده‌سازی تصاویر نامیده می‌شود، که اندازه زبری، یا چند پارچگی بودن شی را توصیف می‌کند. دیدن ناهمواری بیشتر اشیاء ابعاد فشرده‌سازی تصاویر بیشتری دارد. ما می‌توانیم مقداری روش کار تکراری را برای موضوعات فشرده سازی تصاویر تنظیم کرده و از ارزشی برای ابعاد D فشرده سازی تصاویر تنظیم کنیم. با روش کار دیگری شاید ما قادر به تعیین ابعاد فشرده‌سازی تصاویر از خواص ساخت موضوع باشیم، با وجود این، به طور کلی، ابعاد فشرده‌سازی تصاویر برای محاسبه مشکل می‌باشد. التزامی برای ابعاد فشرده‌سازی تصاویر از فشرده‌سازی تصاویر مشابه، ساخته شده با عامل سنجش مفرد s، توسط تجزیه با

تقسیم‌بندی موضوع اقلیدسی بدست می‌آید. شکل 66-10 نشان دهنده‌ی رابطه‌ی بین عامل سنجش s وتعداد قسمت‌های ذخیره شده n برای بخش فرعی واحد بخش خط مستقیم، یک چهارگوش و یک مکعب می‌باشد. با S=1.2 خط واحد بخش (شکل 66-10(a)) به دو بخش با ارتفاع مساوی تقسیم می‌شود.

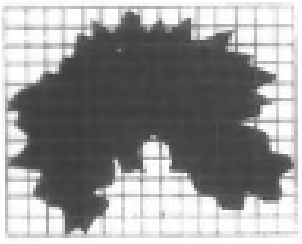
به طور مشابه چهارگوش در شکل 66-10(b) به چهار ناحیه مساوی و مکعب 66-10(c) شکل. به هشت قسمت مساوی تقسیم می‌شود. برای هر یک از این موضوعات، رابطه‌ی بین تعداد بخش‌های ذخیره و عامل مقیاس گذاری $S^{D}r=1$ هست. در مقیاس با موضوع اقلیدس، بعد D فشرده‌سازی تصاویر برای موضوعات مشابه با خود می‌تواند از طریق $ns^{D}=1$ بدست آید. حل این التزام برای D، بعد مشابه فشرده‌سازی تصاویر، ما $D=\frac{In\,n}{In(1/s)}$ را داریم.

برای فشرده‌سازی مشابه ساختار با مقیاس متفاوت برای قسمت‌های مختلف، ابعاد فشرده‌سازی تصاویر مشابه از رسیدگی رابطه‌ی $\sum_{k=1}^{n} s^{D}k=1$ بدست می‌آید. جایی که S_k عامل مقیاس گذاری برای قسمت ذخیره شماره k هست. در شکل 66-10 ما به بخش فرعی شکل‌های ساده رسیدگی می‌کردیم (خط مستقیم، چهارگوشی، جعبه).



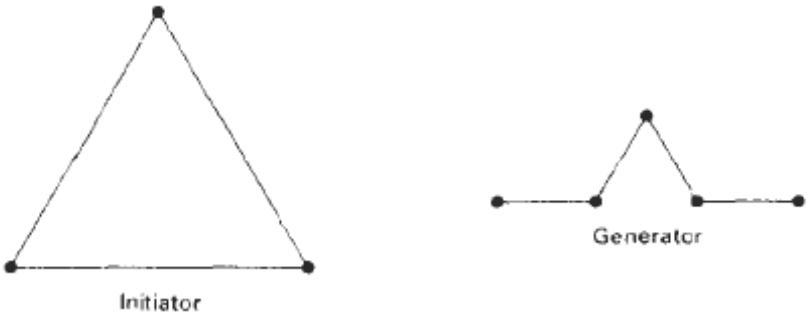
اگر ما شکل‌های پیچیده‌تری داشته باشیم، شامل خطوط منحنی و موضوعاتی با سطوح غیر مسطح، تعیین ساختار و خواص قسمت‌های ذخیره شده بسیار مشکل است. برای موضوعات شکل‌های کلی، ما می‌توانیم از روش‌های پوشش مکان نگر که تقریباً با بخش خط مستقیم، و چند ضلعی تقسیم بندی شده می‌تواند تقریباً با چهارگوش کوچک یا راست گوشه باشد. شکل‌های پوششی دیگر، از جمله دایره، کره، و استوانه، می‌تواند همچنین به طور تقریبی در برآمدگی یک شیء در تعدادی از قسمت‌های کوچک استفاده شود. روش‌های پوششی به طور رایج در ریاضی برای تعیین خواص هندسی از جمله ارتفاع، نواحی یا صدای یک شیء توسط خلاصه خواص گروهی از پوشش اشیاء کوچکتر استفاده شود. ما همچنین می‌توانیم از روش‌های پوششی برای تعیین ابعاد فشرده‌سازی تصاویر D تعدادی موضوعات استفاده کنیم. مفهوم پوشش مکان‌نگر در اصل برای توسعه مفهوم خواص هندسی

برای شکل‌های غیر استاندارد استفاده شده بود. روش‌های گسترش پوشش استفاده از دایره یا کره منجربه استفاده از نظریه ابعاد هاسدورف – بسیکویچ یا ابعاد کسری می‌شود. ابعاد هاسدورف – بسیکویچ می‌تواند به عنوان ابعاد فشرده‌سازی تصاویر تعدادی از اشیاء استفاده شود، اما، به طور کلی ارزیابی آن مشکل می‌باشد. رواج بیشتر ابعاد فشرده‌سازی تصاویر یک شیء با روش‌های پوشش جعبه استفاده از راست گوشه یا متوازی السطوح تخمین زده شده است. شکل 67-10 نظریه پوشش جعبه را شرح می‌دهد. اینجا، فضای داخل مرز بزرگ بی‌قاعده می‌تواند تقریباً توسط مجموعی از نواحی پوشش راست گوشه کوچک استفاده شود. ما از روش‌های پوشش جعبه توسط اولین تعیین توسعه هم پایه یک شیء به کار می‌بریم، سپس ما موضوع را به تعدادی از جعبه‌های کوچک استفاده از عامل مقیاس داده شده تقسیم‌بندی می‌کنیم. تعداد جعبه‌ها n که برای پوشش یک شی استفاده می‌شود ابعاد جعبه گفته می‌شود و n وابسته به ابعاد D فشرده سازی تصویر یک شی می‌باشد. برای آماری موضوعات شبیه خود با تنها عامل مقیاس گذاری S، ما می‌توانیم شی را با چهارگوش یا مکعب پوشش دهیم. سپس ما از تعداد n پوشش جعبه‌ها و استفاده از Eq 10—101 برای تخمین ابعاد فشرده‌سازی تصویر محاسبه می‌کنیم. برای اشیاء پیوسته به خود، ما شی را با جعبه‌های قائم الزاویه می‌پوشانیم، از جهات مختلف به طور متفاوت مدرج هستند.م در این مورد، تعداد جعبه‌های n استفاده شده با پارامترهای تغییر پیوسته برای تخمین ابعاد فشرده سازی تصویر به کار می روند. ابعاد فشرده‌سازی تصاویر یک شی همیشه بزرگتر از ابعاد اقلیدسی مشابه هستند (یا ابعاد مکان‌نگر) که به سادگی کمترین تعداد پارامترها احتیاج به تعیین اشیا دارد.

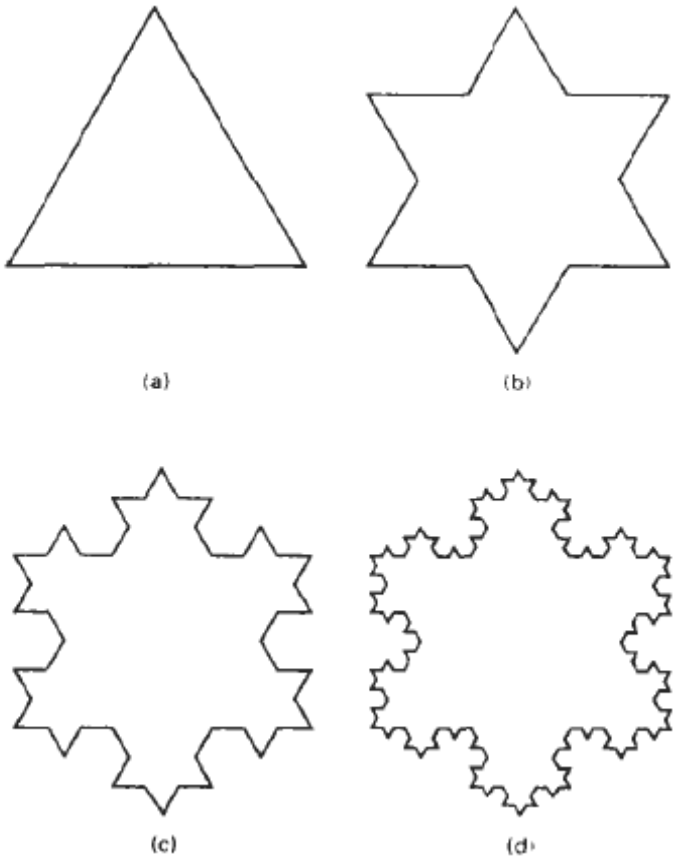


منحنی اقلیدسی یک بعدی هست، سطح اقلیدس دو بعد دارد، و اقلیدس جامد سه بعد دارد. برای منحنی فشرده سازی تصاویری که کاملاً در دو بعد صفحه قرار دارد، بعد D فشرده‌سازی تصویر بزرگتر از 1 (بعد منحنی اقلیدسی) می‌باشد. D نزدیکتر به 1 منحنی فشرده‌سازی تصویر نرم و صاف می‌باشد. اگر D=2 ما منحنی پیانو داریم که منحنی کاملاً ناحیه محدودی را از دو بعد فضا پر می‌کند. برای 2<D<3 منحنی تقاطع خود و نواحی که می‌تواند با تعدادی از زمان‌های نامحدود پوشیده شود. منحنی فشرده‌سازی تصویر می‌تواند برای مدل مرز اشیاء طبیعی، از جمله خط ساحلی استفاده شود. منحنی فشرده‌سازی تصویر سه بعدی (آنهایی که به طور کامل در یک سطحی قرار ندارند) همچنین بعد D فشرده‌سازی تصویر بزرگتر از 1 هست. اما D می‌تواند بزرگتر از 2 بدون تقاطع خود باشد. منحنی که حجمی از یک فضا را پر می‌کند بعد D=3 و یک فضای تقاطع خود منحنی بعد فشرده‌سازی تصویر D>3 را دارد. سطوح فشرده‌سازی تصویر به طور نمونه بعدی در محدوده‌ی $2 < D \leq 3$ دارد. اگر D=3، سطح آن حجمی از فضا را پر می‌کند. و اگر D>3، در اینجا یک اشتراک حجم را می‌پوشاند.

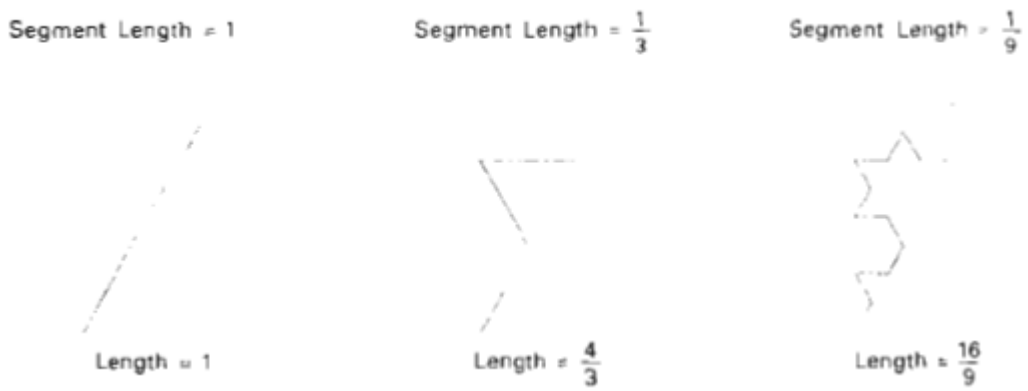
زمین، ابرها و آب به طور نمونه مدلی با سطوح فشرده‌سازی تصویر می‌باشند. ابعاد فشرده‌سازی تصویر جامد معمولاً در محدوده $3 < D \leq 4$ می‌باشد. دوباره، اگر D=4، ما اشتراک موضوع را داریم، فشرده‌سازی تصویر جامدات می‌تواند به عنوان مثال برای نمونه خواص ابر از جمله تراکم بخار آب یا درجه حرارتی در یک ناحیه از فضا استفاده می‌شود.



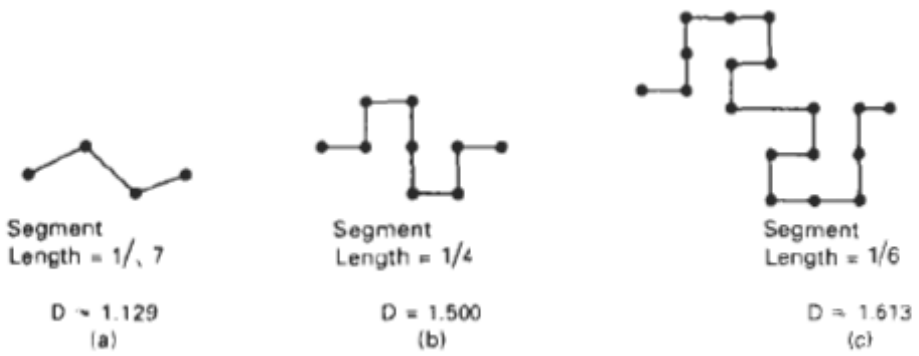
شکل 10-68: آغازگر و مولد برای منحنی کوچ. ساختار هندسی تعیین فشرده سازی تصویر مشابه. برای ساختار هندسی جبری (غیر تصادفی) فشرده‌سازی تصویر مشابه، ما با شکل هندسی داده شده شروع می‌کنیم، که آغازگر نامیده می‌شود. قسمت های کوچک آغازگر سپس با الگوهایی جانشین می‌شود که مولد نامیده می‌شود. به عنوان مثال، اگر ما از آغازگر و مولد نشان داده شده در شکل 10-68 استفاده کنیم، ما می‌توانیم الگوها (نمونه‌ها)یی از برف دانه را بسازیم، یا منحنی کوچ، نشان داده شده در شکل 10-69 هر خط مستقیم قطعه در آغازگر با چهار خط ارتفاع مساوی قطعه‌ها در هر مرحله جانشین کنیم. عامل مقیاس 1/3 هست، بنابراین بعد فشرده‌سازی تصویر $D = In4 / In3 \approx 1.2619$ هست. همچنین، ارتفاع هر بخش خط در آغازگر توسط عامل 4/3 از هر مرحله افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع منحنی فشرده سازی تصویر تمایل به بی‌نهایت با جزئیات بیشتر اضافه شده در منحنی دارد (شکل 10-70).



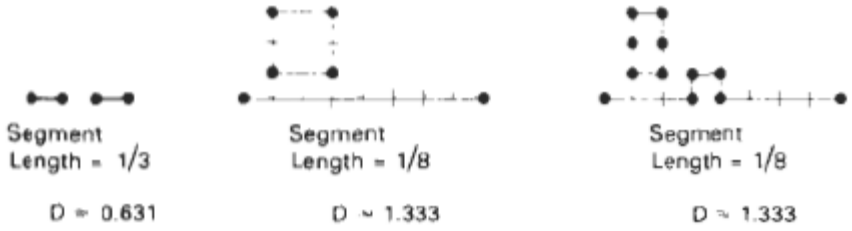
شکل 69-10: اولین سه تکرار در تولید منحنی کوچ.



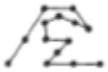
شکل 70-10: ارتفاع هر طرف از منحنی کوچ توسط عامل 4/3 در هر مرحله افزایش می‌یابد، در حالی که ارتفاع بخش خطی توسط عامل 1/3 کاهش می‌یابد.



شکل 10-71: ساختار منحنی مشابه و ابعاد فشرده‌سازی تصویر پیوسته.

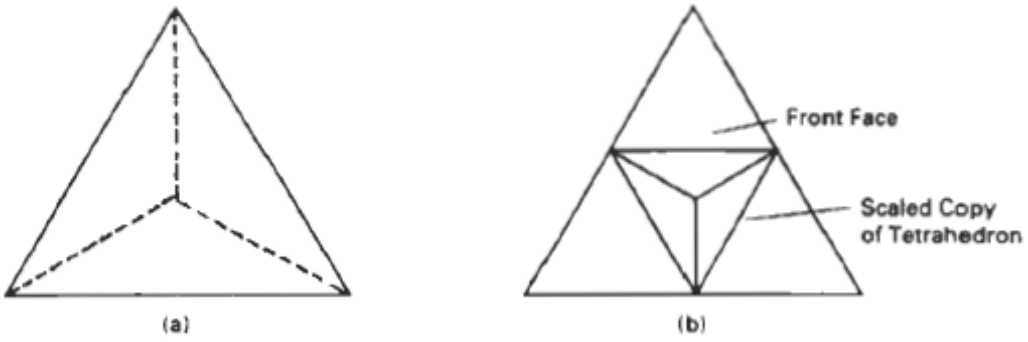


شکل 10-72: مضرب مولد با قسمت‌های غیر متصل.



شکل 10-73: برف دانه‌ای که منحنی پیانو را پر می‌کند. مثال‌های مشابه دیگر ساختار منحنی فشرده‌سازی تصویر در شکل 10-71 نشان داده شده است. این مثال‌ها ظاهر ناهموار بیشتری را از اشیاء با ابعاد فشرده سازی تصویر بالا شرح می‌دهد. ما همچنین می‌توانیم از مولد با اجزا ترکیب کننده بالای فشرده سازی تصویر استفاده کنیم. تعدادی مثال از مولد مرکب در شکل 10-72 نشان داده شده است. استفاده از تغییر تصادفی با ترکیب مولد، ما می‌توانیم مدل تنوع اشیاء طبیعی که قسمت‌های ترکیب شده، از جمله پخش ساحل در خط ساحلی داشته باشیم. شکل 10-73 نشان دهنده‌ی یک مثال از ساختار مشابه استفاده از چندین عامل مقیاس می‌باشد. بعد فشرده‌سازی تصویر این موضوع از Eq10-102 تعیین می‌شود. به عنوان مثال ساختار فشرده سازی تصویر مشابه برای سطح، ما

درجه‌بندی چهاروجهی منظم را در شکل 74-10 توسط یک عامل 1/2 نشان داده‌ایم، پس درجه را در شی در هر یک از چهار سطح اصلی از چهار وجهی قرار می‌دهیم. هر صورت چهار وجهی اصلی در 6 صورت کوچک معکوس شده است و صورت اصلی ناحیه توسط یک عامل 3/2 افزایش می‌یابد. بعد فشرده‌سازی تصویر این سطح $D = \frac{In6}{In2} \approx 2.58496$ هست که نشان دهنده سطح نسبتاً چند پاره‌ای می‌باشد.

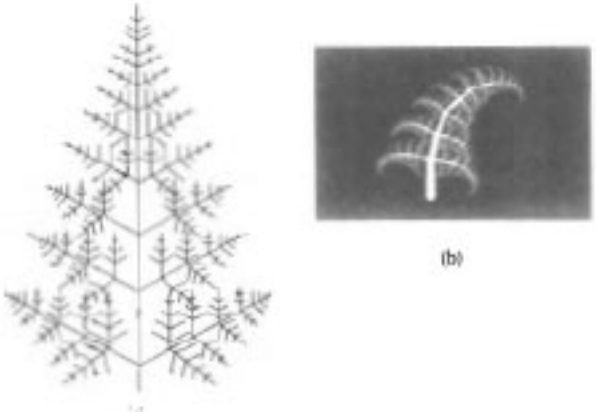


شکل 74-10: مقیاس چهاروجهی در (a) توسط عامل 1/2 و موقعیت درجه‌بندی نسخه در یک صورت چهاروجهی اصلی سطح فشرده‌سازی تصویر تولید می‌کند. (b). راه دیگر ایجاد اشیاء فشرده‌سازی تصویر مشابه سوراخ کردن آغازگر داده شده است، به جای اضافه کردن نواحی سطحی بیشتر می‌باشد. شکل 75-10 نشان دهنده‌ی تعدادی مثال‌های اشیاء فشرده سازی تصویر ایجاد شده در این روش می‌باشد.

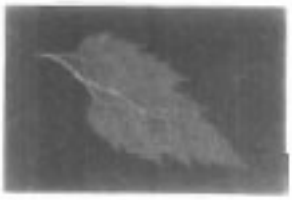
ساختار مهندسی آماری فشرده سازی تصاویر مشابه: یک روشی که ما می‌توانیم تعدادی غیر تصادفی را در ساختارهای مهندسی یک فشرده‌سازی تصویر مشابه معرفی کنیم این است که یک مولد تصادفی را در هر مرحله از تنظیم شکل‌های از پیش تعریف شده معرفی کنیم. روش دیگر برای اشیاء مشابه مولد تصادفی محاسبه جانشین‌سازی تصادفی به طور هم پایه می‌باشد. برای مثال در شکل 67-10 ما یک الگوی تصادفی برف دانه را توسط انتخاب تصادفی، نقطه میانی جانشین سازی فاصله در هر مرحله ایجاد می‌کنیم.

شکل 10-75: سه بعد قطعه مشابه با مولد که ذخیره قسمت‌های کوچک آغازگر را دارد.

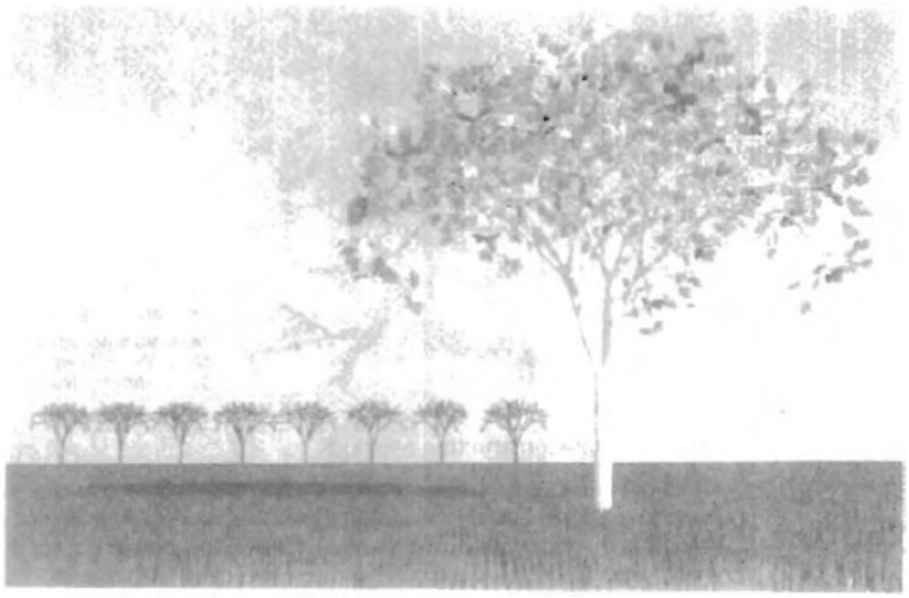
شکل 10-76: الگوی برف دانه‌ی تغییر یافته که از جانشین سازی تصادفی نقطه میانی استفاده می‌کند. نمایش دهنده‌ی درختان و گیاهان دیگر که می‌توانند با روش‌های مهندسی مشابه ساخته شوند.



شکل 10-77 نشان دهنده‌ی ساختار مشابه برای یک سرخس است. در (a) این شکل، هر شاخه نسخه درجه‌بندی از کل جسم می‌باشد، و (b) نشان دهنده‌ی انتقال کامل سرخس با یک کاربرد پیچ خورده در هر شاخه می‌باشد. مثال دیگر این روش در شکل 10-78 نشان داده شده است. اینجا پارامترهای مقیاس تصادفی و جهات شاخه‌ها برای مدل رگه‌های الگوهای برگ استفاده می‌شود. یک بار گروهی از اشیاء فشرده‌سازی تصویرها ایجاد شده بودند، ما می‌توانیم یک مدلی از منظره توسط جاگذاری نمونه‌های تغییر شکل یافته مختلف از فشرده سازی تصویر اشیا با هم داشته باشیم. شکل 10-79 نمونه‌ای را با نمونه درخت فشرده‌سازی تصویر شرح می‌دهد. در شکل 10-80 جنگل فشرده‌سازی تصویر ارائه شده است. برای مدل پیچ‌دار و شکل‌های کج تعدادی از درختان، ما می‌توانیم از وظایف پیچ خوردگی به خوبی مقیاس برای ایجاد تصادفی شاخه‌های مشابه به کار بریم. شکل 10-77: ساختار مشابه برای یک سرخس. (تواضع پیتراپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).

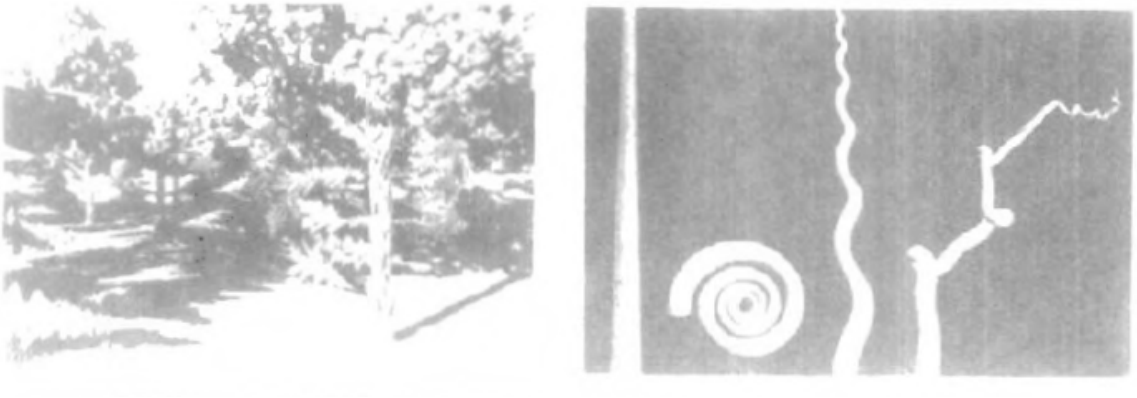


شکل 10-78: ساختار مشابه تصادفی شاخه سرخس در کل برگ. مرز برگ محدود به رشد سرخس می‌باشد (تواضع پیتراپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).



شکل 79-10: منظره مدل استفاده از موارد اشیاء چندگانه.

برگ‌های فشرده سازی تصاویر متصل به درخت هستند و موارد بسیاری از درختان برای ایجاد بیشه استفاده شده است. چمن با چندین مورد از مخروط‌های سبز ایجاد شده است. (تواضع جان سی هارت، محل دانشگاه واشنگتون). این روش‌ها در شکل 81-10 شرح داده شده‌اند. شروع با استوانه مخروط شده در قسمت چپ این تصویر، ما می‌توانیم از تغییر برای معرفی استفاده کنیم (در توالی از چپ به راست) مارپیچی، مارپیچ و الگوهای تصادفی پیچ‌خوردگی. یک درخت مدلسازی شده با پیچش‌های تصادفی در شکل 82-10 نشان داده شده است. پوسته درخت در این نشان دهنده استفاده نقشه تکان ناگهانی (ضربت) و فشرده‌سازی تصاویر براونی اختلاف در الگوهای ضربت می‌باشد، همانطور که در بخش پایین بحث شده است.

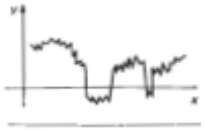


شکل 80-10: جنگل فشرده‌سازی تصویر با چندین مورد از برگ‌ها، سرسوزن‌ها، علف‌ها و پوسته درختان هست (تواضع جان سی هارت، محل دانشگاه واشنگتن). شکل 81-10: نمونه شاخه‌های درختان با حالت مارپیچی، حلزونی و پیچش ناگهانی (تواضع پیتی اپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).

شکل 82-10: نمونه شاخه‌های درختان با اسکویگول تصادفی (تواضع پیتر اپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).

روش‌های ساختاری فشرده سازی تصاویر پیوسته: ما می‌توانیم معرفی واقیعت بالایی را برای عوارض زمینی و موضوعات طبیعی دیگر با استفاده پیوسته روش‌های فشرده سازی تصاویر که مدل پر موضوع به عنوان حرکت کسر

براونی به دست آوریم. این یک توسعه‌ای از حرکت براونی استاندارد، یک شکلی از حرکت تصادفی، که نامنظمی را توصیف می‌کند، حرکت زیگزاگی ذرات در گازیاسیال اتنر می‌باشد.

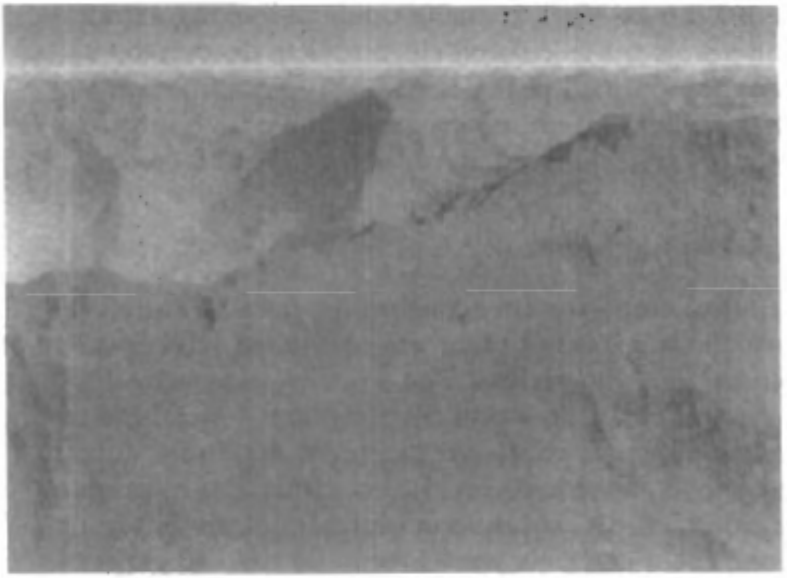


شکل 83-10 حرکت تصادفی راه را در صفحه xy شرح می‌دهد. آغاز از یک موقعیت داده شده، ما مدار بخش خط مستقیم را در جهت تصادفی و با یک ارتفاع تصادفی قرار می‌دهیم. سپس ما به طرف انتهای اولین بخش و تکرار فرآیند حرکت می‌کنیم. این روش را برای هر شماره از بخش خطی تکرار می‌کنیم، و ما می‌توانیم خواص آماری خط مستقیم را در روی فاصله زمانی t محاسبه کنیم. حرکت براونی کسری اضافه کردن یک پارامتر اضافی به توزیع آماری توصیف حرکت براونی بدست می‌آید. این پارامترهای اضافی ابعاد فشرده‌سازی تصویر را برای راه حرکت تنظیم می‌کند. یک راه براونی کسری می‌تواند برای مدل یک منحنی فشرده‌سازی تصویر استفاده شود. با دو بعد از نظم ارتفاع براونی کسری تصادفی روی یک صفحه سطح زمین، ما می‌توانیم مدل سطح کوه را توسط اتصال به ارتفاع از نوع به هم پیوستن چند ضلعی تنظیم کنیم.

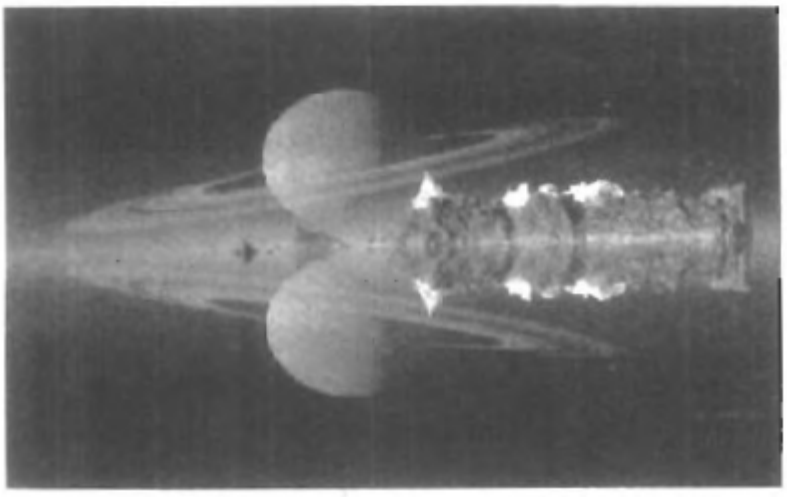
شکل 84-10: حرکت سیاره براونی مشاهده شده از سطح حرکت کسری سیاره براونی، با اضافه کردن دهانه آتشفشان در پیش زمینه (تواضع R.V ووس و B.B مندل برات، پذیرفته شده از هندسه فشرده‌سازی تصویر طبیعت توسط بنوییت B. مندل برات، نیویورک W.H فری من و همکارانش 1983). شکل 83-10: یک مثال از حرکت براونی (حرکت تصادفی) در سطح xy. اگر ارتفاع تصادفی در سطح کرده تولید شود، ما می‌توانیم کوه‌ها، دره‌ها و اقیانوس‌ها یک سیاره را مدل قرار دهیم. در شکل 84-10: حرکت براونی برای ایجاد تغییر ارتفاع در سطح سیاره استفاده شده بود. ارتفاع سپس با رنگ کد گذاری شده بنابراین آن ارتفاع کمتر آبی رنگ آمیزی شده بود (اقیانوس‌ها) و ارتفاع بیشتر سفید (برف در روی کوه‌ها). حرکت کسری براونی برای ایجاد ترکیب عوارض زمینی در پیش زمینه استفاده شده بود.

دهانه آتش فشانی با قطر تصادفی و موقعیت‌های تصادفی ایجاد شده بودند، استفاده از شیوه پیوسته فشرده‌سازی تصویر که به خوبی توزیع دهانه آتش فشانی مشاهده شده، سواحل رودخانه‌ها، الگوهای باران و سیستم‌های مشابه دیگر اشیاء را توصیف می‌کند. با تنظیم کردن بعد فشرده سازی تصویر در محاسبات حرکت کسری براونی، ما می‌توانیم ترکیب ناهمواری عوارض زمینی را تغییر دهیم. ارزش برای ابعاد فشرده‌سازی تصویر در مجاورت $D \approx 2.15$ ایجاد ترکیب واقعی کوه، در حالی که ارزش‌های بیشتر نزدیک به 3.0 می‌تواند برای ایجاد چشم‌انداز ماوراء عالم خاکی نگاه غیرطبیعی استفاده شود. ما همچنین می‌توانیم درجه‌بندی ارتفاع برای عمق دره‌ها و افزایش قله‌ی کوه‌ها محاسبه کنیم. تعدادی مثال از ترکیبات عوارض زمینی که می‌تواند نمونه‌ای با روش فشرده‌سازی تصاویر باشد در شکل 85-10 داده شده است. منظره نمونه با فشرده‌سازی تصویر ابرها روی فشرده‌سازی تصویر کوه‌ها در شکل 86-10 نشان داده شده است.

(a)



(b)



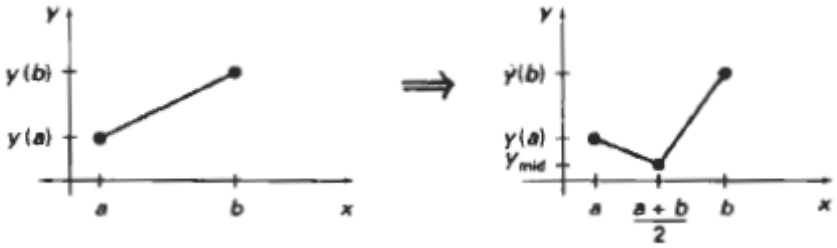
(c)

روش‌های جانشین سازی نقطه میانی تصادفی: محاسبات حرکت کسری براونی زمان بر هستند، زیار ارزیابی متناسب عوارض زمین روی سطح زمین با سری فوریر محاسبه شده است، که مجموعی از عبارت کسینوس و سینوس می‌باشد. تغییر شکل سریع فوریر (FFT) روش‌هایی هستند که به طور نمونه استفاده می‌شوند، اما این هنوز یک فرآیند آرام برای مولد منظره فشرده‌سازی تصویر می‌باشد. بنابراین، اتفاق سریعتر روش جانشین سازی نقطه میانی، مشابه با روش‌های جانشین‌سازی تصادفی استفاده شده در ساختار هندسی، پیشرفت داده شده تقریباً در حرکت کسری براونی نشان داده شده برای عوارض زمین و پدیده‌های طبیعی دیگر می‌باشد. این روش‌ها به طور اساسی برای مولد جان بخشی قاب‌ها برای فیلم‌های افسانه علمی شامل عوارض زمین غیر طبیعی و ترکیب سیارات استفاده شده بودند. روش‌های جانشین سازی نقطه میانی الان به طور رایج در بسیاری از کاربردها، شامل جان بخشی آگهی تلویزیونی استفاده می‌شوند. با وجود این روش‌های جانشین‌سازی تصادفی نقطه میانی سریعتر از محاسبات حرکت کسری براونی هستند، آنها ترکیبات عوارض زمینی واقعی کمتری را تولید می‌کنند. شکل 10-87 روش جانشین سازی نقطه میانی برای تولید راه حرکت تصادفی را در سطح xy شرح می‌دهد. شروع با بخش خط مستقیم، ما جانشینی ارزش y را برای موقعیت میانی خط به عنوان میانگین ارزش y نقطه پایانی به اضافه‌ی انحراف تصادفی محاسبه می‌کنیم: $(10-103)\, y_{mid} = \frac{1}{2}[y(a)+y(b)+r]$ برای حرکت براونی تقریبی، ما ارزشی برای r از یک توزیع گاشیان با متوسط o و واریانس متناسب با $[b-a]^{2H}$ جایی که H=2-D , D>1 بعد فشرده سازی تصویر هست انتخاب می‌کنیم. روش دیگر برای دست‌یابی به یک انحراف تصادفی $r=sr_B[b-a]$ هست، پارامتر s به عنوان عامل سطح زبری انتخاب شده است و r_B به عنوان ارزش تصادفی گاشیان با متوسط o و واریانس 1 می‌باشد. جدول مراجعه می‌تواند برای دست یابی به ارزش گاشیان استفاده شود. فرآیند سپس توسط محاسبه‌ی جابجا شدن ارزش y برای موقعیت میانی هر نیم خط تقسیم بندی شده تکرار می‌شود. و ما ادامه به

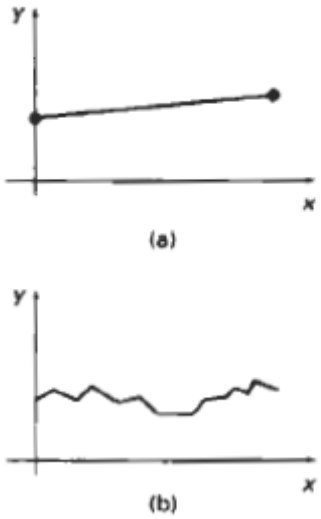
تقسیم بندی تا بخش خط تقسیم بندی شده که کمتر از ارزش حاضر است می‌دهیم. در هر مرحله، ارزش تغییر تصادفی r کاهش می‌یابد، تا زمانی که آن متناسب با عرض [b-a] از بخش خطی تقسیم شده باشد.

شکل 85-10: تغییر در مدل ترکیبات عوارض زمین با حرکت کسری براونی (تواضع R.V(a) ووس و B.B ماندل بورت پذیرفته شده از هندسه طبیعت فشرده سازی تصویر توسط بنوییت B مندل بورت (نیویورک: H- Wفری من و همکارانش 1983) و (b) و (c) کن ماسگرا و بنوییت B، مندل بورت، ریاضی و علم کامپیوتر، دانشگاه یال).

شکل 86-10: مدل منظره با فشرده‌سازی تصویر ابرها و کوه‌ها (متواضع کن ماسگرا و بنوییت B مندل بورت، ریاضی و علم کامپیوتر، دانشگاه یال).



شکل 87-10: جانشینی تصادفی نقطه میانی بخش خط مستقیم.

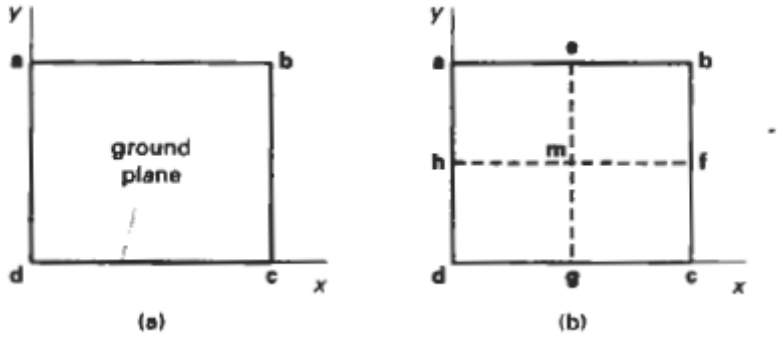


شکل 88-10: تولید راه حرکت تصادفی از بخش خط مستقیم با چهار تکرار فرآیند جانشینی نقطه میانی تصادفی.

شکل 88-10 نشان دهنده‌ی منحنی فشرده سازی تصویر که با این روش بدست می‌آید. ترکیبات عوارض زمین توسط تولید کاربرد فرآیند جانشینی نقطه میانی تصادفی در سطح قائم الزاویه زمین می‌باشد (شکل 89-10).

ما شروع به تعیین ارزش ارتفاع z در هر یک از چهارگوشه (d,c,b,a در شکل 89-10) در سطح زمین می‌کنیم.

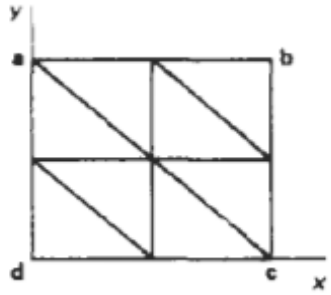
پس ما سطح زمین را در قسمت میانی هر لبه برای دست یابی به پنج موقعیت جدید در صفحه تقسیم نبدی می‌کنیم: m,h,g,f,e. ارتفاع در موقعیت میانی h,g,f,e در لبه‌های سطح زمین می‌تواند به عنوان میانگین ارتفاع نزدیکترین دو رئوس مثبت یک انحراف تصادفی محاسبه شود.



شکل 10-89: سطح زمین قائم الزاویه (a) به چهار بخش مساوی در صفحه تقسیم می‌شود (b) برای مرحله اول در جانشینی نقطه میانی فرآیند تصادفی برای محاسبه‌ی ارزیابی عوارض زمین به کار می‌رود. برای مثال، ارتفاع z، در موقعیت میانی e استفاده شده در رئوس b, a محاسبه شده است، و ارتفاع در موقعیت میانی f برای رئوس استفاده شده c , b محاسبه شده است:

$$Ze = (Z_a + Z_b)f2 + r_e \qquad Zf = (Z_b - Z_e)f2 + r_f$$

ارزش‌های تصادفی r_f , r_e می‌توانند از یک توزیع گاشیان با متوسط o و واریانس متناسب با صفحه جدا افزایش با قدرت 2H با H=3-D و جایی که D>2 بعد فشرده سازی تصویر برای سطح بدست می‌آید. ما همچنین می‌توانیم انحراف تصادفی از محصول عامل زمان سطح زبری زمان‌های صفحه جدا یک جدول ارزش جستجو شده برای ارزش گاشیان با متوسط o و واریانس 1 محاسبه کنیم. ارتفاع z_m از سطح زمین با موقعیت میانی m می‌تواند با استفاده از موقعیت e , g یا موقعیت f , h محاسبه شود. متناوباً ، ما می‌توانیم z_m را با استفاده از تعیین ارتفاع از چهار گوشه سطح زمین محاسبه کنیم: $Z_m = (Z_a + Z_b + Z_e + Z_d)/4 + r_m$. این فرآیند برای هر یک از چهار بخش صفحه در هر مرحله تا جداسازی صفحه از ارزش انتخاب شده کوچکتر می‌شود. سطح سه گوش به هم پیوسته می‌تواند به عنوان ارزیابی مولد شکل گیرد. شکل 10-90 نشان دهنده‌ی هشت سطح شکل به هم پیوسته در اولین مرحله بخش فرعی می‌باشد. در هر سطح از بازگشت، مثلث‌ها به طور موفق به قسمت‌های کوچکی از سطوح به هم متصل تقسیم بندی می‌شوند. وقتی که فرآیند بخش فرعی کامل می‌شود، اتصالات مطابق با موقعیت منبع روشن منتقل می‌شوند ارزش‌هایی برای پارامترهای دیگر شرح داده شده است و رنگ انتخاب شده و سطح بافت برای عوارض زمین می‌باشد. روش جانشین سازی تصادفی نقطه میانی می‌تواند برای تولید دیگر ترکیب منظره نزدیک عوارض زمین به کار رود. برای مثال، ما می‌توانیم از همان روش‌ها برای دست‌یابی به ترکیب سطح برای امواج آب یا الگوهای ابر روی سطح زمین استفاده کنیم.



شکل 10-90: هشت سطح شکل به هم پیوسته روی سطح زمین در اولین مرحله فرآیند جانشین سازی نقطه میانی تصادفی برای تولید ترکیب عوارض زمین می‌باشد.

کنترل نقشه برداری عوارض زمین: یک روش برای کنترل جانشینی قله‌ها و دره‌ها در فشرده‌سازی تصویر عوارض زمین مدل منظره با روش جانشینی نقطه میانی تحمیل محاسبه‌ی ارتفاع برای فاصله مشخصی روی نواحی مختلف از سطح زمین می‌باشد. ما می‌توانیم این تنظیمات را روی سطوح کنترل شده روی سطح همانطوری که در شکل 10-91 شرح داده شده است انجام دهیم. سپس ما ارتفاع تصادفی را در هر صفحه موقعیت نقطه میانی در روی سطح زمین که بستگی به اختلاف بین کنترل ارتفاع و میانگین محاسبه ارتفاع برای آن موقعیت محاسبه می‌کنیم. این روش ارتفاع در فاصله از پیش تعیین شده در مورد کنترل سطح ارتفاع نگه داشته می‌شود.

شکل 10-91: سطوح کنترل روی سطح زمین. سطوح کنترل می‌تواند برای مدل موجود ترکیبات عوارض زمین در صخره‌های کوه‌هاف یا بعضی نواحی دیگر، توسط ساخت سطح شکل با استفاده از ارتفاع در حد فاصل نقشه برای یک ناحیه خاص استفاده شود. یا ما می‌توانیم ارتفاعها را برای رئوس کنترل چند ضلعی برای طراحی ترکیب

عوارض زمین خود تنظیم کنیم. همچنین، سطوح کنترل هر شکلی می‌تواند داشته باشد. سطوح به آسانی قابل رسیدگی هستند، اما ما می‌تانیم از سطوح کروی یا شکل های منحنی دیگر استفاده کنیم. ما ارزش‌های تصادفی را در توزیع گاشیا جایی که متوسط μ و انحراف استاندارد Q وظیفه کنترل ارتفاع انتخاب می‌کنیم. یک روش برای تنظیم ارزش‌ها μ و Q ساختن هر دوی آنها متناسب با تفاوت بین ارتفاع میانگین محاسبه و کنترل ارتفاع از پیش تعیین شده در هر موقعیت صفحه می‌باشد. برای مثال، برای موقعیت صفحه e در شکل 89-10 ما متوسط و میانگین استاندارد را به این شکل تنظیم می‌کنیم:

$$\mu_e = ZC_e - (Z_a + Z_b)/2_1 \quad Q_e = S|\mu_e|$$

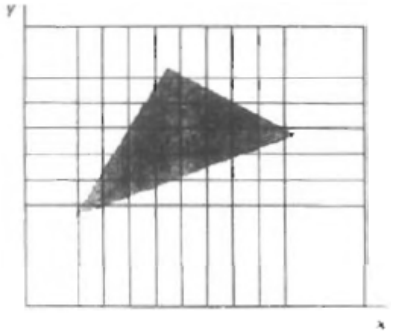
جایی که ZC_e ارتفاع کنترل برای موقعیت سطح زمین e_1 , $O<S<1$ عامل معرفی مقیاس گذاری هست. ارزش‌های کوچکتر برای S ($S<o,1$) گفته می‌شود) مطابقت محکمتری را برای پوشش عوارض زمین تولید می‌کند، و ارزش‌های بزرگتر از s نوسان بیشتری را در ارتفاع عوارض زمین ایجاد می‌کنند. برای تعیین ارزش کنترل ارتفاع روی یک سطح کنترل، ما اول سطح پارامترهای A , B , C , D را محاسبه می‌کنیم. برای هر موقعیت سطح زمین (x , y) ارتفاع در سطح شامل کنترل چند ضلعی سپس توسط این روش محاسبه می‌شود:

$$x=(-Ax-By-D)/C$$

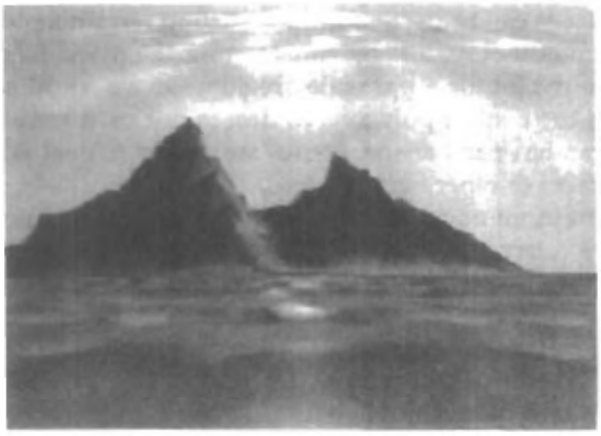
روش‌های افزاینده سپس می‌توانند برای محاسبه‌ی کنترل ارتفاع روی موقعیت سطح روی زمین استفاده شوند. برای اجرای کارآمد این محاسبات، ما اول سطح زمین را به شبکه‌های موقعیت xy همانطور که در شکل 92-10 نشان داده شده است تقسیم بندی می‌کنیم. سپس هر کنترل سطح چند ضلعی پروژه‌ای بر روی سطح زمین می‌باشد. سپس ما می‌توانیم موقعیت صفحه را در نقشه کشی کنترل چند ضلعی با استفاده از فرآنیدهای مشابه برای پر کردن خط پیمایش این نواحی تعیین کنیم. آن، برای هر y خط پیمایش در شبکه سطح زمین که حد وسط لبه‌های چند ضلعی هستند، ما تقاطع روی خط و تعیین موقعیت صفحه درونی پروژه کنترل چند ضلعی را محاسبه می‌کنیم.

محاسبات برای کنترل ارتفاع در آن سطح موقعیت‌ها می‌تواند تغییرات پله‌ای را به این شکل ایجاد کند:

$$Zc_1 + 1j = ZCij - \Delta x(A/C)_1 \quad ZCij + 1 = ZC_{ij} - \Delta y(B/C)$$



شکل 92-10: نقشه کشی کنترل سطح مثلثی در صفحه سطح زمین.

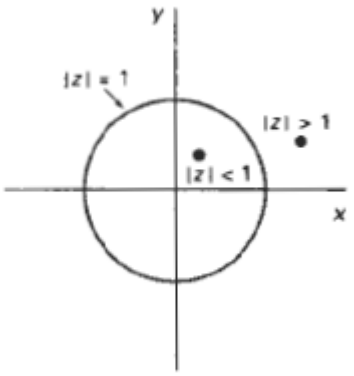


شکل 93-10: مدل منظره مرکب با روش جانشینی نقطه میانی و کنترل سطوح روی سطح زمین. ترکیب سطح برای عوارض زمین، آب و ابرها مدل بودند و به طور جداگانه منتقل شده بودند، سپس برای ایجاد شکل مرکب ترکیب شده بودند. (متواضع اینگل کیات، موسسه تکنولوژی اطلاعات، منتشر شده از سنگاپور). با $\Delta y, \Delta x$ مثل سطح فاصله گذاری در جهات x , y. این طرز عمل وقتی که روش‌های موازی خاصی را دارد برای فرآیند کنترل روی موقعیت سطح به کار می‌رود. شکل 93-10 نشان دهنده‌ی ساختار منظره کنترل سطوح برای ساختار سطوح

عوارض زمین، آب و ابرها روی سطح زمین است انتقال سطح آلگوریتم سپس برای لبه‌های چند ضلعی و فراهم کردن رنگ‌های مناسب سطوح به کار می‌روند.

مجذور خود فشرده سازی تصاویر: روش دیگر برای تولید اشیاء فشرده سازی تصاویر تکرار کاربرد و وظیفه تغییر شکل در نقاط فضای پیچیده می‌باشد. در دو بعد شماره پیچیده می‌تواند نشان دهنده‌ی $Z=x+iy$ ، جایی که x و y شماره‌های واقعی هستند و $i^2=-1$ است. در سه بعد و چهار بعد فضا نقاط نشان دهنده‌ی قسمت چهار گانه هستند. وظیفه مجذور پیچیده $f(2)$ چیزی است که شامل محاسبات Z^2 هست، و ما می‌توانیم از وظایف مجذور خود برای تولید شکل‌های فشرده سازی تصاویر استفاده کنیم. بستگی به انتخاب موقعیت داخلی برای تکرار انتخاب شده است، کاربرد تکاراری وظیفه مجذور خود یکی از سه نتایج ممکن را ایجاد خواهد کرد (شکل 10-49). موقعیت تغییر شکل می‌تواند از هم دور شده و به بی‌نهایت برسد – موقعیت تغییر شکل می‌تواند به علم نزدیک شده و به نقطه محدود نهایت برسد، جذب کننده نامیده می‌شود- موقعیت تغییر شکل در مرز بعضی موضوعات باقی بماند. به عنوان مثال، عمل مجذور فشرده نکردن تصاویر $f(z)=z^2$ در سطح پیچیده نقاط را با رابطه‌ی آنها به دایره واحد (شکل 95-10) تغییر می‌دهد. هر نقطه z که حجم آن $|Z|$ بزرگتر از 1 هست در طول توالی موقعیت که تمایل به بی‌نهایت دارد تغییر می‌یابد.

شکل 94-10: برون دادهای ممکن تغییر شکل مجذور خود $f(Z)$ در سطح پیچیده، بستگی به موقعیت، اولین انتخاب شده موقعیت دارد.



شکل 95-10: یک دایره واحد در سطح پیچیده. فشرده نکردن تصویر کار مجذور پیچیده $f(z)=z^2$ به آن نقاطی حرکت می‌کند که در داخل دایره اصلی قرار دارد، در حالی که نقاطی در خارج از دایره به فاصله دورتری از دایره حرکت می‌کند.

هر نقطه‌ی اولیه‌ای در دایره در همان دایره باقی می‌ماند. یک نقطه‌ای با $|2|<1$ به طرف مبدأ مناسب تغییر شکل می‌یابد.

نقاط در روی دایره $|2|=1$ در روی همان دایره باقی می‌مانند. برای بعضی وظایف، مرز بین آن نقاط که به سوی بی نهایت حرکت می‌کنند و آنهایی که تمایل به سوی فشرده سازی تصویر محدود دارند. مرز فشرده شده تصویر جسم مجموعه جولیا گفته می‌شود. به طور کلی ما می‌توانیم در مرزهای فشرده سازی تصویر توسط تست رفتار موقعیت انتخاب شده قرار بگیریم. اگر یک موقعیت انتخاب شده از هم دور شده و به بی نهایت یا به هم نزدیک شده و به جذب نقطه برسد ما می‌توانیم موقعیت نزدیک دیگری را امتحان کنیم. ما این فرآیند را تا زمانی که در نتیجه در موقعیت مرز فشرده سازی تصویر قرار گیریم تکرار می‌کنیم. سپس، تکرار مجذور تغییر شکل، شکل فشرده سازی تصویر را تولید می‌کند. برای تغییر شکل ساده در سطح پیچیده روش سریعتر برای موقعیت واقع شده در منحنی

استفاده از وظیفه تغییر شکل معکوس می‌باشد. نقطه اولیه انتخاب شده در داخل یا خارج از منحنی سپس به هم نزدیک شده و به موقعیت فشرده سازی تصویر منحنی می‌رسد. وظیفه‌ای که در فشرده سازی تصویر غنی می‌باشد تغییر شکل مجذور می‌باشد: $Z' = f(Z) = \lambda Z(1-Z)$ جایی که λ ارزش پیچیده ثابتی را تعیین می‌کند. برای این وظیفه، ما می‌توانیم از روش معکوس برای قرار گرفتن در منحنی فشرده‌سازی تصویر استفاده کنیم. ما اول شرایط را برای دست‌یابی به معادله‌ی درجه دوم باز می‌آراییم. $z^2 - z + z'/\lambda = o$ تغییر شکل معکوس سپس فرمول درجه دوم می‌باشد: $Z = f^{-1}(z') = \frac{1}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4z'/\lambda}\right)$ با استفاده از عمل حساب پیچیده، ما این معادله را برای قسمت‌های واقعی و فرضی حل می‌کنیم مثل z.

شکل 69-10: واقع شدن در مرز فشرده سازی تصویر با وظیفه معکوس مجذور می‌باشد. $z' = f^{-1}(z)$

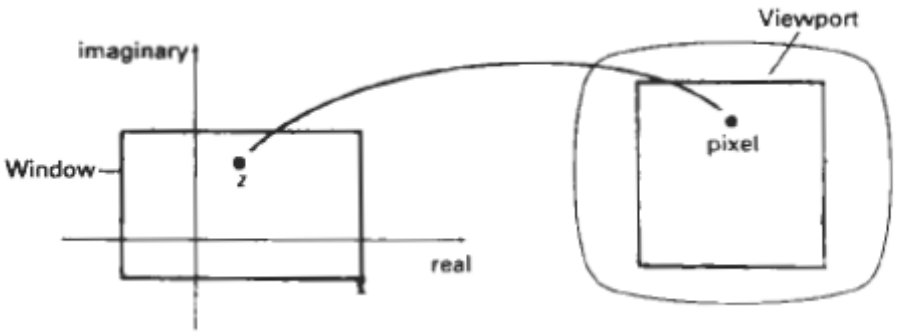
$$x - \mathrm{Re}(Z) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{|discr| + \mathrm{Re}(discr)}{2}}\right) \qquad y = I_m(z) = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{|discr| - \mathrm{Re}(discr)}{2}}$$

با فرمول درجه دوم مشخص کننده $1 - 4z'/\lambda$ می‌باشد. مقدار کمی از ارزش‌های اولیه برای x , y (10 گفته می‌شود) می‌تواند قبل از اینکه ما شروع به نقشه منجنی فشرده سازی تصویر کنیم محاسبه شده و دور انداخته شود. همچنین از وقتی که این وظیفه دو بازده ممکن تغییر شکل یافته موقعیت (x , y) هستند، ما می‌توانیم به طور تصادفی هم علامت مثبت و منفی را در هر مرحله از تکرار به درازی $I_m(discr) \geq o$ انتخاب می‌کنیم. هر جایی که $I_m(discr) < o$ دو موقعیت ممکن دوم و چهارم درجه دوم می‌باشد. در این مورد x , y باید جهات مخالفی داشته باشند. فرآیند زیر اجرایی از وظیفه مجذور، و دو مثال منحنی در نقشه شکل 79-10 می‌دهد.

شکل 97-10: تولید منجنی فشرده سازی تصویر با وظیفه معکوس $f(z)=\lambda z(1-z)$ با فرآیند مجذور: $(a)\lambda=3,(b)\lambda=2+i$. هر منحنی نقشه‌ای با 10000 نقطه می‌باشد. نقشه سه بعدی در متغیرهای λ,y,x از وظیفه مجذور خود $|\lambda|=1$ با $f(z)=\lambda z(1-z)$ در شکل 98-10 داده شده است. هر بخش تقاطع ضریب محاسبات از این نقشه منحنی فشرده سازی تصویر در سطح پیچیده می‌باشد. یک شکل فشرده سازی تصویر مشهور از مجموعه ماندل بورت بدست می‌آید، که ارزش پیچیده مجموعه z که از هم تحت تغییر شکل مجذور از هم دور نمی‌شوند: $Z_o=Z \quad k=1,2,3,... \quad Z_k=Z_{k-1}^2+Zo$ این است که ما اول یک نقطه z در سطح پیچیده انتخاب می‌کنیم، سپس ما موقعیت تغییر شکل یافته را محاسبه می‌کنیم Z^2+Z. در مرحله بعد، ما این موقعیت مجذور تغییر شکل یافته و ارزش Z اصلی را اضافه می‌کنیم. ما این فرآیند را تا زمانی که ما بتوانیم تعیین کنیم آیا تغییر شکل از هم دور شدنی هست یا نه تکرار می‌کنیم. مرز ناحیه همگرایی در سطح پیچیده فشرده‌سازی تصویر می‌باشد.

شکل 98-10: وظیفه $f(z)=\lambda z(1-z)$ نقشه‌ای در سه بعد با ارزش λ نرمال نقشه‌ای در محور عمودی می‌باشد. (تواضع آلن نورتون، تحقیق IBM). برای اجرای تغییر شکل 109-10 ما اول یک پنجره‌ای در سطح پیچیده انتخاب می‌کنیم. موقعیت‌ها سپس در این پنجره در موقعیت رنگ کدپیکسل نقشه برداری می‌شوند و در پرده نمایش عکس روی صفحه انتخاب می‌شوند. (شکل 99-10) رنگ‌های پیکسل طبق میزان واگرایی نقطه مشابه در سطح پیچیده زیر تغییر شکل 109-10 انتخاب میشوند. اگر حجم شماره پیچیده بزرگتر از ۲ باشد، سپس آن به سرعت واگراییدن زیر عمل مجذور می‌رود. بنابراین، ما می‌توانیم حلقه‌ای را برای تکرار عمل مجذور تنظیم کنیم تا هم حجم شماره پیچیده به بیشتر از 2 تجاوز کرده و یا ما باید به تعداد تکرار خودکار برسیم تنظیم کنیم.

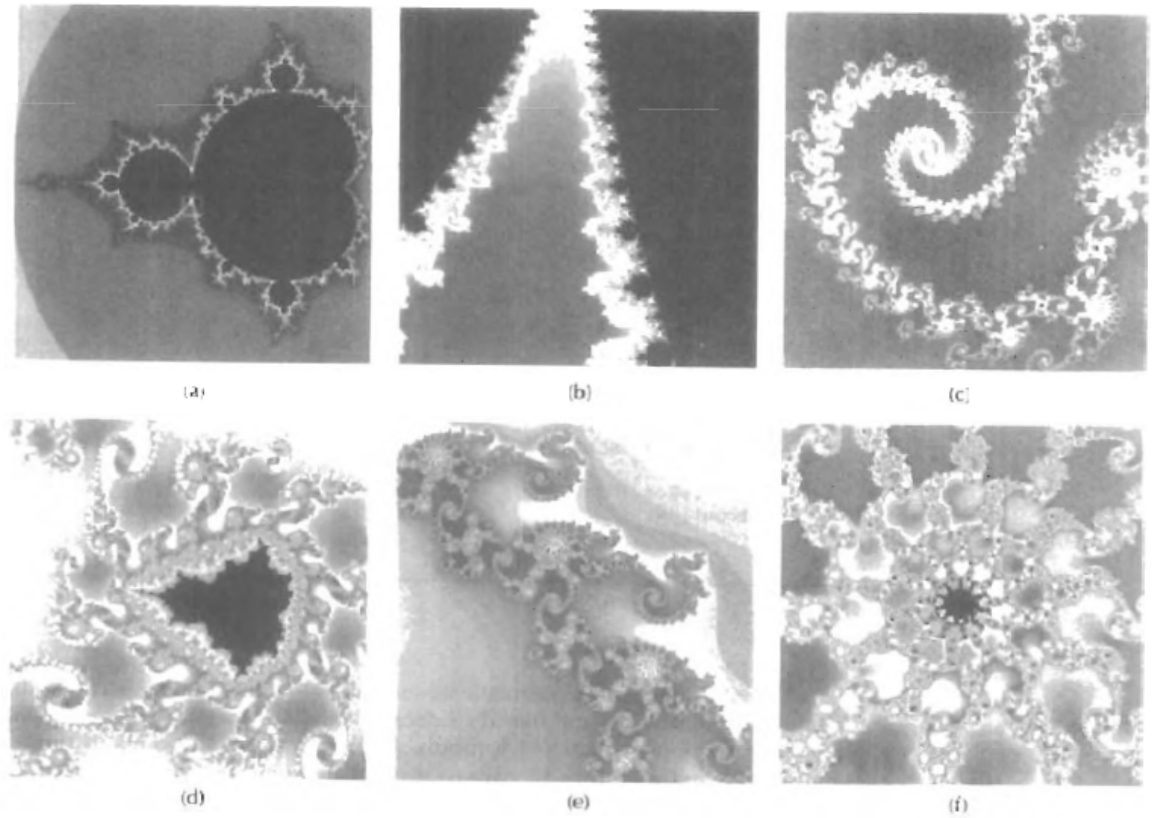
بیشترین تعداد تکرار معمولاً به مقداری ارزش بین 100 , 1000 تنظیم می‌شود، با وجود این ارزش‌های کمتر می‌توانند برای افزایش سرعت محاسبات استفاده شوند. با تنظیمات کمتر برای تکرار محدود، با وجود این، ما تمایل به از دست دادن مقداری جزئیات در مرز (مجموعه جولیا) ناحیه همگرایی داریم، در انتهای حلقه، ما ارزش رنگ را براساس تعداد تکرار اجرا توسط حلقه انتخاب می‌کنیم. برای مثال، ما می‌توانیم پیکسل را رنگ سیاه کنیم اگر تعداد تکرار در ارزش بسیار بالا باشد، و ما می‌توانیم رنگ پیکسل را قرمز کنیم اگر تعداد تکرار نزدیک o باشد.



شکل 10-99 موقعیت نقشه برداری در سطح پیچیده موقعیت رنگ کد پیکسل در صفحه مانیتور می‌باشد. ارزش‌های رنگ دیگر می‌توانند مطابق با ارزش تکرار محاسبه در شکل فاصله از o تا ارزش بسیار انتخاب شوند. با انتخاب نقشه برداری رنگ‌های مختلف، ما می‌توانیم نمایش متنوعی را نشان داده و برای مجموعه مندل بورت تولید کنیم. یک انتخاب از کد رنگ برای مجموعه در شکل 10-100(a) نشان داده شده است. مجموعه مندل بورت نشان دهنده الگوریتم در فرآیند زیر داده شده است. قسمت اصلی شامل مجموعه منطقه زیر از سطح پیچیده می‌باشد:

$$-1.25 \le I_m(z) \le 1.25 \quad , \quad -2.25 \le \mathrm{Re}(z) \le o.75$$

ما می‌توانیم جزئیات را در طول مرز مجموعه با انتخاب موفق نواحی با پنجره‌های کوچکتر کشف کنیم بنابراین ما می‌توانیم در ارائه نواحی انتخاب شده تمرکز کنیم. شکل 10-100 نشان دهنده‌ی ارائه کد رنگ از مجموعه ماندل بورت بوده و یک سری از تمرکزات مقداری از ترکیبات مجموعه قابل توجهی را شرح می‌دهد.



شکل 100-10: تمرکز در مجموعه ماندل بورت. شروع با ارائه مجموعه ماندل بورت (a)، ما در نواحی انتخاب شده تمرکز می‌کنیم (b) در طول (f). جعبه سفید طرح نشان دهنده‌ی ناحیه پنجره انتخاب شده برای هر تمرکز متوالی می‌باشد. (تواضع برایان اِ وانس، دانشگاه وندربیلت).