



دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری

دانشکده مهندسی زراعی

گروه: مهندسی کشاورزی - آب

عنوان: نمونه سوالات درس پمپ‌ها و ایستگاه‌های پمپاژ

(ضمیمه جزوه اصلی پمپاژ)

استاد: دکتر رامین فضل‌اولی

نام و نام خانوادگی تنظیم کننده: مهسا صبوری

زمان:

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱

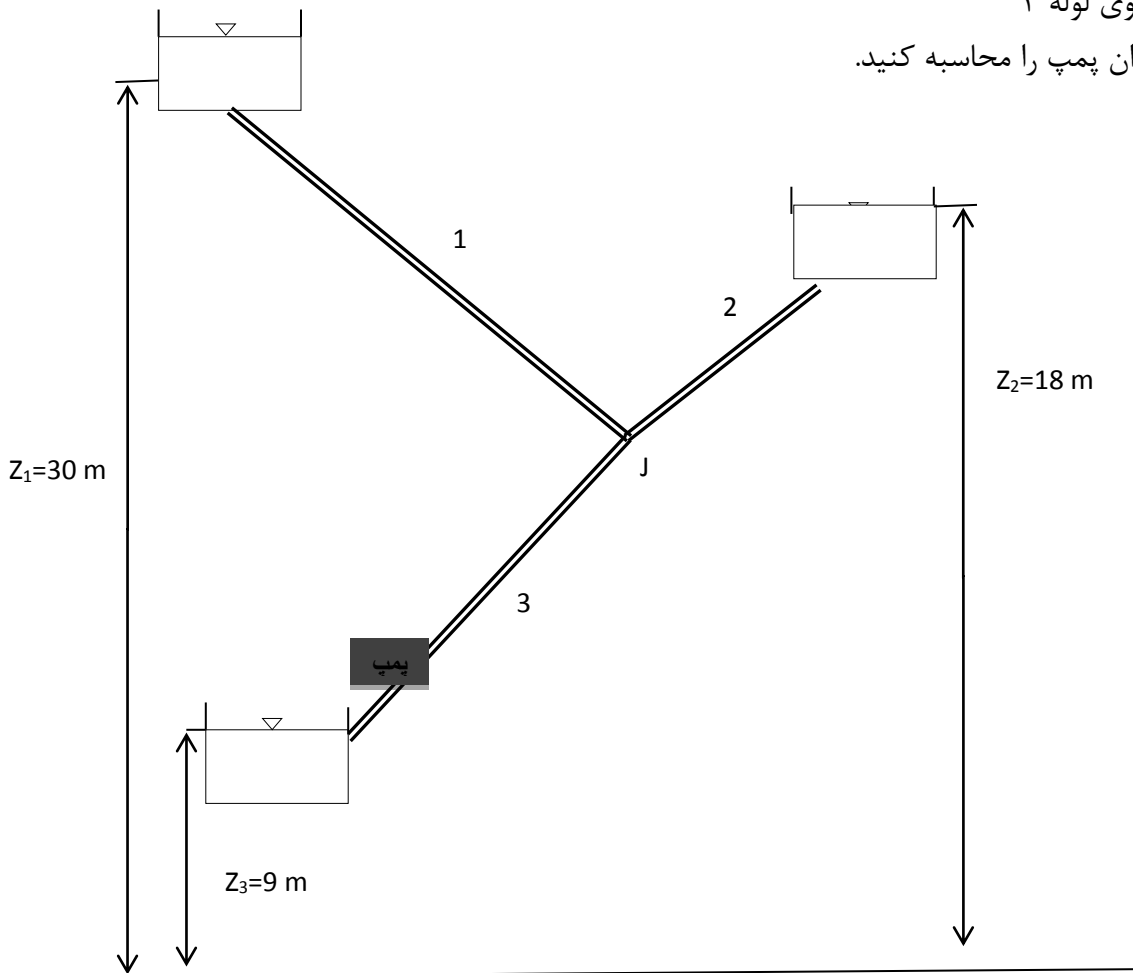
نمونه سوالات فصل سوم:

۱- در شکل زیر با صرف نظر کردن از افت های جزئی دبی لوله ها را برای هنگامی که آب 20° در درون مخازن بوده برای دو حالت (تذکر مهم: این مسئله مربوط به فصل دهم است)

الف) بدون وجود پمپ روی لوله ۳

ب) با وجود پمپ روی لوله ۳

به دست آورده و توان پمپ را محاسبه کنید.



حل مسئله (۱):

$$\theta = 20^\circ \rightarrow \nu = 1.007 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$H_p = 80 - 40 Q^2 \quad \text{منحنی مشخصه پمپ}$$

$$L_1 = 3000 \text{ m} \quad , \quad D_1 = 1 \text{ m} \quad , \quad e_1 = 0.0002 \text{ m}$$

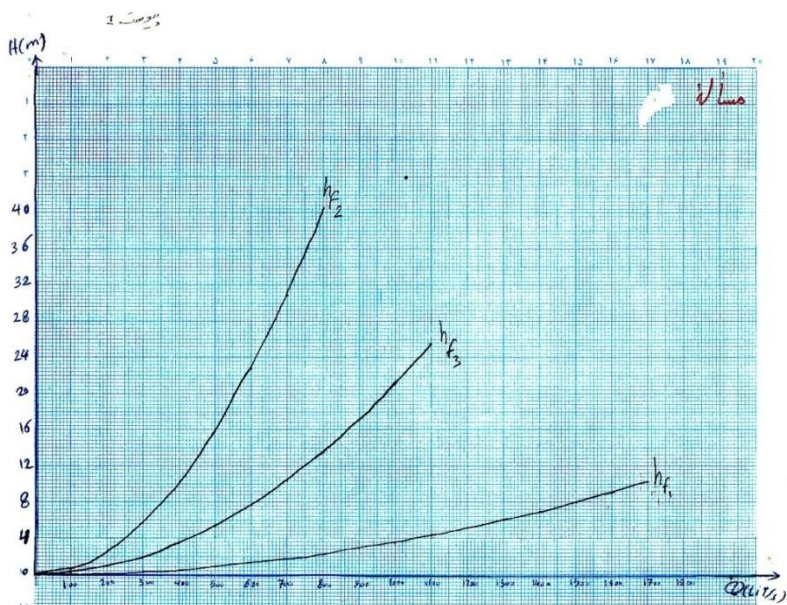
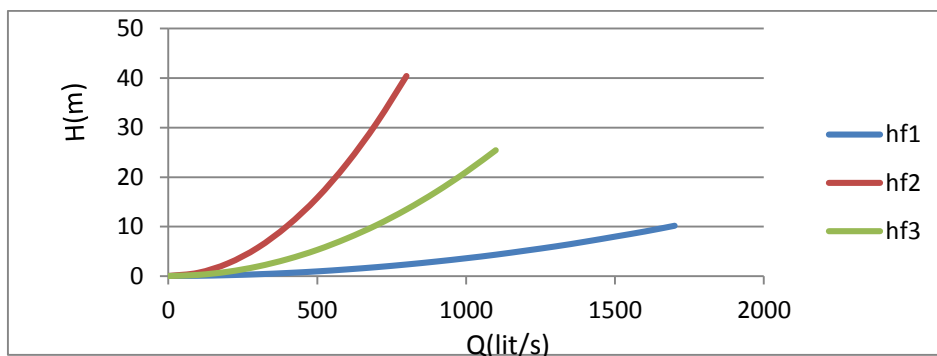
$$L_2 = 600 \text{ m} \quad , \quad D_2 = 0.45 \text{ m} \quad , \quad e_2 = 0.0009 \text{ m}$$

$$L_3 = 1000 \text{ m} \quad , \quad D_3 = 0.6 \text{ m} \quad , \quad e_3 = 0.0006 \text{ m}$$

در حالتی که پمپ وجود نداشته باشد ابتدا فرض می شود که جریان از لوله ۱ به داخل لوله های ۲ و ۳ وارد می شود. لذا دو لوله ۲ و ۳ به صورت موازی با هم خواهند بود و مولفه برآیند آنها با مشخصه لوله ۱ قطع می شود و نقطه کار محل تلاقی این دو منحنی خواهد بود.

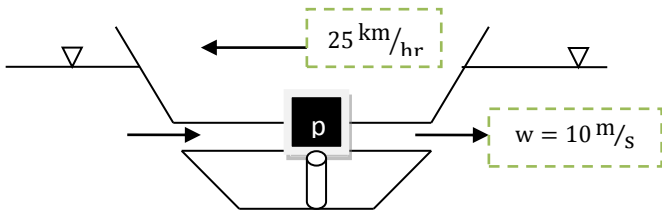
$$h_f = f \frac{L v^2}{D 2g} = \frac{8fLQ^2}{g \pi^2 D^5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{e}{3.71 D} + \frac{2.51 \pi v D}{4Q \sqrt{f}}\right) = -2 \log\left(\frac{e}{3.71 D} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}}\right)$$



Q (l/s)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	
لوله ۱	$L_1=300\text{ m}$, $D_1=1\text{ m}$, $e_1=0.0002\text{ m}$, $z_1=30\text{ m}$																		
f_1	-	0.0183	0.0166	0.0159	0.0154	0.0151	0.015	0.0148	0.0147	0.0146	0.0145	0.0144	0.014	0.0143	0.0143	0.0143	0.0142	0.0142	
$h_{f1}=h_{L1}$ (m)	0	0.045	0.165	0.335	0.611	0.936	1.339	1.798	2.332	2.931	3.594	4.319	5.14	5.991	6.948	7.976	9.011	10.173	
$h_{f1}+z_1$ (m)	30	30.045	30.165	30.335	30.611	30.936	31.339	31.798	32.332	32.931	33.594	34.319	35.14	35.991	36.948	37.976	39.011	40.173	
z_1-h_{f1} (m)	30	29.955	29.835	29.665	29.389	29.064	28.661	28.202	27.668	27.069	26.406	25.681	24.86	24.009	23.052	22.024	20.989	19.827	
لوله ۲	$L_2=600\text{ m}$, $D_2=0.45\text{ m}$, $e_2=0.0009\text{ m}$, $z_2=18\text{ m}$																		
$h_{f2}=h_{L2}$ (m)	-	0.024	0.0237	0.0236	0.0236	0.0235	0.0235	0.0235	0.0235	0.0235	0.0235	0.0235	0.0235	0.024	0.0235	0.0235	0.0234	0.0234	0.0234
$h_{f2}+z_2$ (m)	0	0.645	2.547	5.706	10.145	15.784	22.729	30.937	40.407										
z_2-h_{f2} (m)	18	18.645	20.547	23.706	28.145	33.784	40.729	48.937	58.407										
لوله ۳	$L_3=1000\text{ m}$, $D_3=0.6\text{ m}$, $e_3=0.0006\text{ m}$, $z_3=9\text{ m}$																		
$h_{f3}=h_{L3}$ (m)	-	0.021	0.0203	0.0201	0.02	0.0199	0.0199	0.0198	0.0198	0.0198	0.0198	0.0198	0.02	0.0197	0.0197	0.0197	0.0197	0.0197	
$h_{f3}+z_3$ (m)	0	0.223	0.863	1.922	3.4	5.286	7.612	10.309	13.465	17.042	21.039	25.457							
z_3-h_{f3} (m)	9	9.223	9.863	10.922	12.4	14.286	16.612	19.309	22.465	26.042	30.039	34.457							
منحنی مشخصه پمپ																			
$H_n=80-40Q_2$	80	79.6	78.4	76.4	73.6	70	65.6	60.4	54.4	47.6	40	31.6	22.4	12.4	10.6				
H_n-h_{f3}	80	79.377	77.537	74.478	70.2	64.714	57.988	50.091	40.935	30.558	18.961	6.143							
$z_3+(H_n-h_{f3})$	89	88.377	86.537	83.478	79.2	73.714	66.988	59.091	49.935	39.558	27.961	15.143							
$(H_n-h_{f3})-z_3$	71	70.377	68.537	65.478	61.2	55.714	48.988	41.091	31.935	21.558	9.961	-2.857							

۲- پمپ سانتریفوژی مطابق شکل آب را از جلوی قایق مکش نموده واز نازل خروجی با سرعت $W=10 \text{ m/s}$ به خارج هدایت می کند در اثر این عمل قایق با سرعت ۲۵ کیلومتر در ساعت به جلو حرکت می کند اگر سطح سوراخ نازل پمپ برابر با $A = 225 \text{ cm}^2$ باشد مطلوب است قدرت مورد نیاز پمپ جهت تامین سرعت قایق .



حل مسئله (۲) :

$$V = 25 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \times \frac{1 \text{ hr}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 6.944 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = A \times W = \frac{225}{10^4} \times 10 = 0.225 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P = \gamma Q h = \gamma Q \left(\frac{W^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} \right) = 9810 \times 0.225 \left(\frac{10^2}{19.62} - \frac{6.944^2}{19.62} \right)$$

بار سرعت در خروج از پمپ

بار سرعت حرکت قایق

$$\rightarrow p = 5825.347 \text{ wat} = 5.825 \text{ kwat} \times \frac{1 \text{ hp}}{745.7 \text{ w}} \times \frac{1000 \text{ w}}{1 \text{ kw}} = 7.812 \text{ hp}$$

نمونه سوالات فصل پنجم :

۱- فرض کنید که پمپ خاصی (منحنی مشخصه آن داده شده است) در حداکثر راندمان خود با سرعت

3600rpm کار می کند حداقل NPSH موجود را حساب کنید.

حداکثر ارتفاع مکش مجاز چقدر خواهد بود؟ دمای آب $70^\circ F$ ، ارتفاع از سطح دریا $1500'$ ، $h_1 =$

$3'$ و σ_c را حساب کنید.

حل مسئله (۱) :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1 = 140 \\ N_1 = 1450 \\ NPSH = 10.4 \end{array} \right. \quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \rightarrow \frac{140}{H_2} = \left(\frac{1450}{3600}\right)^2 \rightarrow H_2 = 875'$$

$$\sigma_c = \frac{NPSH_1}{H_1} = \frac{NPSH_2}{H_2} \rightarrow \sigma_c = \frac{10.4}{140} = 0.0743$$

$$NPSH_2 = \sigma_c \times H_2 = 0.0743 \times 875 = 65.01$$

$$\theta = 70^\circ F \rightarrow \frac{\rho V}{\gamma} = 0.84'$$

$$32.08 = \left(\frac{32.67 + 31.50}{2} \right) = \text{فشار جو در ارتفاع } 1500' \text{ از جدول با میانگین گیری}$$

$$Z_{max} = \frac{p_a}{\gamma} - \left(\frac{p_v}{\gamma} + NPSH + h_l \right)$$

$$Z_{S_{max}} = 32.08 - (0.84 + 65.01 + 3) = -36.3'$$

$$C = \sqrt{\frac{g}{\gamma} E_v} \quad \text{or} \quad \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \rightarrow \text{مدول الاستیته آب}$$

$$E_v = 3 \times 10^5 \times 144 \text{ PSF} \quad \text{یا} \quad E_v = 3 \times 10^5 \text{ Psi} \quad \text{برای آب}$$

$$\sqrt{\frac{3 \times 10^5 \times 144}{1.94}} = 4720 \text{ ft/s}$$

سرعت فوق برای حالتی است که لوله غیر قابل ارتجاع فرض شود اگر لوله قابل ارتجاع باشد این مقدار کمتر می شود.

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad K = \frac{E_v}{1 + \left(\frac{D}{e}\right) \left(\frac{E_v}{E}\right)}$$

↓ قطر داخلی لوله
↓ ضخامت جدار لوله
→ مدول الاستیته لوله

نمونه سوالات فصل ششم:

۱- اگر سرعت جریان آب در یک لوله به قطر 2ft و از جنس چدن $E = 24 \times 10^6 \text{ psi}$ با بستن شیر فلکه ای که به فاصله 1000 ft از مخزنی قرار دارد از 2ft/sec به صفر برسد ، افزایش فشار احتمالی که موجب ضربه قوچ می شود را محاسبه نمایید . ضخامت جداره لوله $\frac{3}{4}$ اینچ است ، فرض می شود $K = 3 \times 10^5 \text{ psi}$ است . در ضمن لوله در سرتاسر آن دارای اتصالات انبساطی می باشد . ($\mu = 0.28$)
 حل مسئله (۱):

$$\frac{D}{e} = \frac{2}{\frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{12}} = 32 < 40 \rightarrow \text{لوله با جداره ضخیم و حالت ج}$$

$$C_1 = \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} \left[1 + 2 \frac{e}{D} (1 + \mu) \left(1 + \frac{e}{D} \right) \right] = 1.050$$

$$A = 1 + \frac{e}{D}$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{DC_1}{Ee} \right)}} = \sqrt{\frac{32.2}{62.4 \left(\frac{1}{300000 \times 144} + \frac{2 \times 1.05}{\left(\frac{3}{4}\right) \times 24 \times 10^6 \times 144} \right)}} =$$

$$C = 3962.172 \text{ ft/sec}$$

$$\Delta P = \rho c \Delta V = \frac{\gamma c \Delta V}{g} = \frac{62.4}{32.2} \times 3962.172 \times 2 = 15356.493 \text{ psf}$$

$$\Delta P = \frac{15356.493}{144} = 106.642 \text{ psi}$$

$$\Delta H = \frac{c \Delta V}{g} = \frac{3962.172 \times 2}{32.2} = 246.098 \text{ ft}$$

۲ - یک لوله PVC به قطر داخلی 16 اینچ و به ضخامت 1 اینچ آب را با سرعت 5 ft/s هدایت می نماید ، مطلوبست محاسبه افزایش فشار در پشت شیر فلکه ای که از مخزن به فاصله 5000 فوت قرار دارد در صورتیکه زمان بستن شیر 2 ثانیه باشد و لوله در سرتاسر آن دارای اتصالات انبساطی باشد . تعیین کنید که آیا پدیده ضربه قوچ در محل شیر اتفاق می افتد یا خیر ؟

برای لوله PVC از جدول $E = 4 \times 10^5 \text{ psi}$ ، $K = 3 \times 10^5 \text{ psi}$ ، $\mu = 0.45$

حل مسئله (۲) :

$$\frac{D}{e} = \frac{16}{1} = 16 < 40 \rightarrow \text{لوله با جداره ضخیم و حالت ج}$$

$$C_1 = \frac{1}{A} \left[1 + 2 \frac{e}{D} (1 + \mu) A \right] , \quad A = 1 + \frac{e}{D}$$

$$A = 1 + \frac{1}{16} = 1.0625$$

$$C_1 = \frac{1}{1.0625} \left[1 + 2 \times \frac{1}{16} (1 + 0.45) \times 1.0625 \right] = 1.122$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g} \left(\frac{1}{k} + \frac{DC_1}{Ee} \right)}} = \sqrt{\frac{32.2}{62.4 \left(\frac{1}{3 \times 10^5 \times 144} + \frac{16 \times 1.122}{4 \times 10^5 \times 144} \right)}} = 1241.462 \text{ ft/sec}$$

$$t = \frac{2L}{C} = \frac{2 \times 5000}{1241.462} = 8.055 > 2 \text{ (زمان بستن شیر)} \rightarrow \text{پس ضربه قوچ اتفاق می افتد}$$

$$\Delta P = \rho c \Delta V = \frac{62.4}{32.2} \times 1241.462 \times 5 = 12029.073 \text{ psf} = 83.535 \text{ psi}$$

$$\Delta H = \frac{c \Delta V}{g} = \frac{1241.462 \times 5}{32.2} = 192.774 \text{ ft}$$

۳ - یک لوله فولادی دو سرگیردار به قطر داخلی 6 ft و ضخامت 0.25 اینچ آب را به توربینی که تیغه های آن از فولاد ساخته شده است هدایت می کند . هنگامی که سرعت جریان 8 ft/s است دریچه آب به سرعت بسته می شود . فشار اضافی نزدیک دریچه را که موجب ضربه قوچ می شود محاسبه کنید ، ماکزیمم زمان ممکن برای بستن شیر بدون کاهش این فشار چقدر است ؟ چنانچه طول لوله 15200 ft باشد ، زمان لازم برای اینکه فشار اضافی به 100 psi برسد را تعیین کنید .

حل مسئله (۳) :

$$K = 3 \times 10^5 \text{ psi} \text{ برای آب}$$

$$E = 30 \times 10^6 \text{ psi} \text{ ، } \mu = 0.30 \text{ لوله فولادی}$$

$$\frac{D}{e} = \frac{6}{(0.25/12)} = 288 \geq 40 \Rightarrow \text{لوله با جداره نازک و حالت} \Rightarrow C_1 = 1 - \mu^2$$

$$C_1 = 1 - 0.3^2 = 0.910$$

$$C = \sqrt{\frac{g}{\gamma \left(\frac{1}{k} + \frac{DC_1}{Ee} \right)}} = \sqrt{\frac{32.2}{62.4 \left(\frac{1}{3 \times 10^5 \times 144} + \frac{6 \times 0.91}{30 \times 10^6 \times 144 \times \left(\frac{0.25}{12} \right)} \right)}}$$

$$C = 2481.277 \text{ ft/sec}$$

$$\Delta P = \frac{\gamma}{g} c \Delta V = \frac{62.4}{32.2} \times 2481.277 \times 8 = 38467.499 \text{ psf} = 267.135 \text{ psi}$$

$$t = \frac{2L}{C} = \frac{2 \times 15200}{2481.277} = 12.252 \text{ sec}$$

$$\Delta P = \frac{\gamma}{g} c \Delta V \Rightarrow 144 \times 100 = \frac{62.4}{32.2} \times C \times 8 \Rightarrow C = 928.846 \text{ ft/s}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2L}{C} = \frac{2 \times 15200}{928.846} = 32.729 \text{ sec}$$

نمونه سوالات فصل هفتم:

۱- چرخ پمپ سانتریفوژی با قطر خارجی $D_2 = 30 \text{ cm}$ در سرعت دور $N = 900 \frac{\text{دور}}{\text{min}}$

دبی 4000 لیتر در دقیقه را منتقل می نماید زاویه خروجی پره $\beta_2 = 30^\circ$ و ضخامت آن 8 درصد از سطح مفید عبور سیال را اشغال میکند. پهنای خروجی چرخ $b_2 = 5 \text{ cm}$ است. (زاویه مطلق سیال در ورود 90° فرض شود) مطلوبست ارتفاع تولیدی توسط این چرخ؟

حل مسئله (۱):

$$Q = 2\pi K R b V_m \quad I, \quad u = \frac{2\pi N}{60} R = \omega R \quad II$$

$$N = 900 \frac{\text{دور}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 15 \frac{\text{دور}}{\text{s}}$$

$$D_2 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \Rightarrow R_2 = \frac{0.3}{2} = 0.15$$

$$Q = 4000 \frac{\text{lit}}{\text{min}} = 4000 \frac{\text{lit}}{\text{min}} \times \frac{1\text{m}^3}{1000\text{lit}} \times \frac{1\text{min}}{60\text{sec}} = \frac{1}{15} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

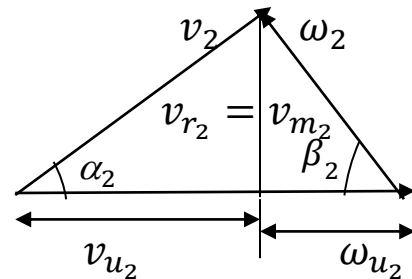
$$\beta_2 = 30^\circ$$

$$k = 100 - 8 = 92\% = 0.92 \quad \text{ضریب انسدادپره ها}$$

$$b_2 = 5\text{cm} = 0.05\text{m}$$

$$\alpha_1 = 90^\circ$$

$$(II) u_2 = (2\pi \times 900 \times 0.15)/60 = 14.137 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$(I) V_{r_2} = V_{m_2} = \frac{Q}{2\pi K_2 R_2 b_2} = (1/15)/(2\pi \times 0.92 \times 0.15 \times 0.05)$$

$$= 1.538 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$V_{u_2} = V_2 \cos \alpha_2 = u_2 - \omega u_2 = u_2 - \frac{V_{m_2}}{\tan \beta_2} = 14.137 - \frac{1.538}{\tan 30} = 11.473$$

$$H_i = \frac{u_2 V_2 \cos \alpha_2 - u_1 V_1 \cos \alpha_1}{g} \quad \alpha_1 = 90^\circ$$

$$H_i = (14.137 \times 11.473)/9.81 = 16.534\text{m}$$

۲- یک پمپ سانتریفوژ که ابعاد پروانه اش به صورت $r_1 = 51\text{mm}$ و $r_2 = 127\text{mm}$ و $\beta_2 = 60^\circ$ است بده $b_1 = 76\text{mm}$ و $b_2 = 38\text{mm}$ و 142 لیتر بر ثانیه را با هد 19.5m تولید می نماید. تعیین کنید:

الف- β_1 ؟ ب- سرعت دوران ج- توان مصرفی د- ازدیاد فشار در پروانه
از اتلاف صرفه نظر کرده و فرض کنید که جریان بدون شوک وارد پروانه میشود.

حل مسئله (۲):

$$\alpha = 90^\circ$$

$$Q = V_{r_1} S_{r_1} = V_1 \sin \alpha_1 \times 2\pi r_1 b_1 \Rightarrow$$

$$0.142 = V_1 \sin 90 \times 2\pi \times 0.051 \times 0.076 \Rightarrow V_1 = 5.831 \frac{m}{s}$$

$$\frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{\omega_1}{\sin 90} = \frac{u_1}{\sin(180 - (\alpha_1 + \beta_1))} = \frac{5.831}{\sin \beta_1} = \frac{\omega_1}{1} = \frac{u_1}{\cos \beta_1}$$

$$H_e = \frac{u_2 V_2 \cos \alpha_2}{g} \Rightarrow \frac{u_2 V_2 \cos \alpha_2}{9.81} = 19.5 \Rightarrow u_2 V_2 \cos \alpha_2 = 191.295$$

$$Q = V_{r_2} S_{r_2} = V_2 \sin \alpha_2 \times 2\pi r_2 b_2 \Rightarrow$$

$$0.142 = V_2 \sin \alpha_2 \times 2\pi \times 0.127 \times 0.038 \Rightarrow V_2 \sin \alpha_2 = 4.683$$

$$\frac{V_2}{\sin \beta_2} = \frac{\omega_2}{\sin \alpha_2} = \frac{u_2}{\sin(180 - (\alpha_2 + \beta_2))} = \frac{V_2}{\sin \beta_2} = \frac{u_2}{\sin(180 - \alpha_2 - 60)}$$

$$= \frac{u_2}{\sin(120 - \alpha_2)}$$

$$V_2 (\sin 120 \times \cos \alpha_2 - \cos 120 \times \sin \alpha_2) = \frac{\sqrt{3}}{2} u_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} V_2 \cos \alpha_2 + 0.5 V_2 \sin \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_2$$

$$u_2 V_2 \cos \alpha_2 = 191.295 \Rightarrow V_2 \cos \alpha_2 = \frac{191.295}{u_2}$$

$$V_2 \sin \alpha_2 = 4.683$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} V_2 \cos \alpha_2 + 0.5 V_2 \sin \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{191.295}{u_2} + 0.5 \times 4.683 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_2$$

$$165.666 + 2.342 u_2 - 0.866 u_2^2 = 0 \Rightarrow u_2 = 15.249 \frac{m}{s}$$

$$u_2 \cot \alpha_2 = \frac{191.295}{4.683} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{4.683 \times u_2}{191.295} = \frac{4.683 \times 15.249}{191.295} \Rightarrow \alpha_2 = 20.471^\circ$$

$$u_2 = \frac{2\pi n r_2}{60} \Rightarrow 15.249 = \frac{2\pi n}{60} \times 0.127 \Rightarrow n = 1146.6 \text{ rpm}$$

$$u_1 = \frac{2\pi nr_1}{60} = \frac{2\pi \times 1146 \times 0.051}{60} = 6.120 \frac{m}{s}$$

$$\frac{5.831}{\sin\beta_1} = \frac{u_1}{\cos\beta_1} = \frac{6.12}{\cos\beta_1} \Rightarrow \frac{\sin\beta_1}{\cos\beta_1} = \frac{5.831}{6.12} = \tan\beta_1$$

$$\Rightarrow \beta_1 = 43.615^\circ$$

$$N_0 = \gamma Q H_e = (9810 \times 0.142 \times 19.5)/1000 = 27.164 km$$

$$\omega_1 = \frac{5.831}{\sin\beta_1} = \frac{5.831}{\sin 43.615} = 8.453 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\omega_2}{\sin 20.471} = \frac{15.249}{\sin(120 - 20.471)} \Rightarrow \omega_2 = 5.408 \frac{m}{s}$$

$$h_p = \frac{(u_2^2 - u_1^2) - (\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2g} \\ = \frac{(15.249^2 - 6.12^2) - (5.408^2 - 8.453^2)}{19.62}$$

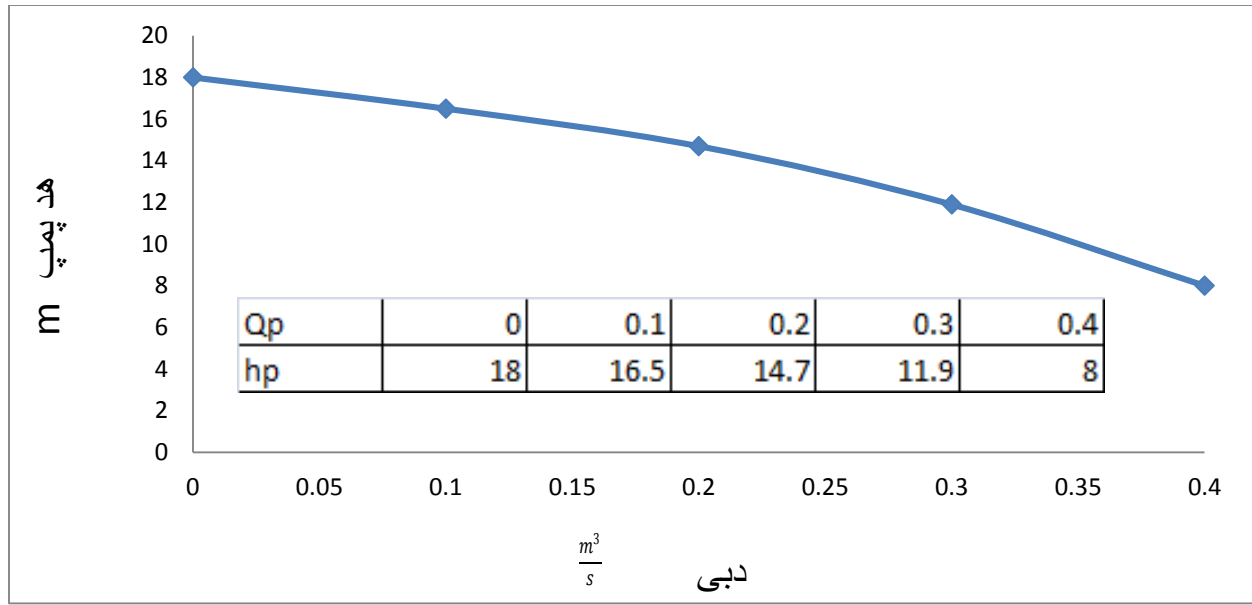
$$h_p = 12.094 \text{ m}$$

$$h_p = \frac{p}{\gamma} \Rightarrow p = \gamma h_p = 9810 \times 12.094 = 118642 \frac{N}{m^2}$$

$$P = 118.642 \frac{kN}{m^2} = kpa$$

نمونه سوالات فصل هشتم :

۱- داده های هد-دبی و منحنی مربوط به یک پمپ در شکل زیر نشان داده شده است. با فرض آنکه دامنه بهره برداری پمپ بین ۰,۱ تا ۰,۳ متر معکب در ثانیه باشد ضرایب a,b,c را در رابطه منحنی مشخصه پمپ که به صورت کلی $H_p = aQ^2 + bnQ + cn^2$ نوشته می شود برای این پمپ بدست آورید.



حل مسئله (۱):

معادلات هیزن ویلیامز در لوله ها:

$$V = 0.3545 C_{HW} D^{0.63} S^{0.54}$$

$$Q = 0.2784 C_{HW} D^{2.63} S^{0.54}$$

$$h_f = \frac{10.68 L Q^{1.852}}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}}$$

(pipe resistance constant) ثابت مقاومت لوله $R^* = \frac{10.68 L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}}$

$v =$ سرعت متوسط جریان ($\frac{m}{s}$)

$S =$ شیب خط انرژی ($s = \frac{h_f}{l}$)

$Q =$ دبی ($\frac{m^3}{s}$)

$L =$ طول لوله (m)

$D =$ قطر لوله (m)

$C_{HW} =$ ضریب هیزن- ویلیامز

$$V = 0.849 C_{HW} R_H^{0.63} S^{0.54}$$

فرمول هیزن ویلیامز در کانالهای روباز :

R_H : شعاع هیدرولی ($R_H = \frac{A}{p}$) بر حسب متر
 برای لوله های دایره ای: $R_H = \frac{D}{4}$ و $V = \frac{4Q}{\pi D^2}$
 n ثابت فرض میشود: (اگر $n = 1450$ rpm باشد)

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \acute{a} \\ b = \acute{b}/n \\ c = \acute{c}/n \\ h_p = aQ^2 + bnQ + cn^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -50 \\ b = -0.00207 \\ c = -0.0000082 \end{array} \right.$$

$$h_p = \acute{a}Q^2 + \acute{b}Q + \acute{c}$$

سه معادله سه مجهول:

$$\left\{ \begin{array}{l} 16.5 = \acute{a} \times 0.1^2 + \acute{b} \times 0.1 + \acute{c} \\ 14.7 = \acute{a} \times 0.2^2 + 0.2 \times \acute{b} + \acute{c} \\ 11.9 = \acute{a} \times 0.3^2 + 0.3 \times \acute{b} + \acute{c} \end{array} \right.$$

$$-2 \left\{ \begin{array}{l} 16.5 = 0.01\acute{a} + 0.1\acute{b} + \acute{c} \\ 14.7 = 0.04\acute{a} + 0.2\acute{b} + \acute{c} \\ 11.9 = 0.09\acute{a} + 0.3\acute{b} + \acute{c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -33 = -0.02\acute{a} - 0.2\acute{b} - 2\acute{c} \\ 14.7 = 0.04\acute{a} + 0.2\acute{b} + \acute{c} \\ -7.933 = -0.06\acute{a} - 0.2\acute{b} - (\frac{2}{3})\acute{c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -18.3 = 0.02\acute{a} - \acute{c} \\ 6.767 = -0.02\acute{a} + \frac{1}{3}\acute{c} \end{array} \right. \Rightarrow +11.533 = +\frac{2}{3}\acute{c}$$

$$\dot{c} = 17.300 \longrightarrow \dot{a} = -50.000 \longrightarrow \dot{b} = -3.000$$

$$h_p = -50Q^2 - 3Q + 17.30$$

$$\text{یا } h_p = -50Q^2 - 0,00207nQ + 0.0000082n^2$$

Q_p	h_p
0.1	16.5
0.2	14.7
0.3	11.9

۲- پمپی آب را از یک چاهک با رقوم سطح آب Elev.=100.00m به یک مخزن مرتفع با رقوم سطح آب Elev.=110.00m پمپاژ می کند. طول لوله مسیر پمپاژ ۲۰۰ متر، قطر آن ۳۰۰ میلیمتر و $e=0.26\text{mm}$ است. با به کار بردن دادهای پمپ مثال قبل و با قرار دادن $\vartheta = 1 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$ برای آب، دبی پمپاژ را تعیین کنید. از رابطه سوامی-جاین که به صورت زیر نوشته می شود برای تعیین f در فرمول دارسی-ویسباخ استفاده نمایید.
رابطه سوامی-جاین

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right) \right]^2}$$

نکته : میزان خطای رابطه فوق در محدوده $5000 \leq Re \leq 10^8$ و $10^{-2} \leq \frac{e}{D} \leq 10^{-6}$ درصد می باشد.

حل مسئله (۲):

طول مسیر پمپاژ $L=200\text{m}$

$D=300\text{mm}=0.3\text{m}$

$e = 0.26 \text{ mm}$ زبری جدار لوله

$$v = 1 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^2}{(1000 \times 1000) \text{ mm}^2} = 1 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Q_p = ?$$

$$H_{\text{TS}} = 110 - 100 = 10 \text{ m} \quad \text{ستون کلی استاتیکی (ارتفاع هندسی پمپاژ)}$$

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right) \right]^2}$$

$$Re = \frac{VD}{\vartheta} = \frac{Q4D}{\pi D^2 \vartheta} = \frac{4Q}{\pi D \vartheta}$$

(۱) تعیین افت هد در مسیر پمپاژ با فرض $f=0.02$ (فرض اولیه)

$$h_f = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q_p^2 = \frac{8 \times 0.02 \times 200}{9.81\pi^2 \times 0.3^5} Q_p^2 = 136.011 Q_p^2$$

(۲) تعیین رابطه هر سیستم، h_{SYS} :

$$H_{\text{SYS}} = H_{\text{TS}} + h_f = 10 + 136.011 Q_p^2$$

(۳) تعیین رابطه h_p به عنوان تابعی از Q_p : با فرض دامنه بهره برداری ۰٫۱ تا ۰٫۳ مترمکعب برثانیه برای پمپ از مثال ۱:

$$H_p = 17.30 - 3Q_p - 50Q_p^2$$

(۴) تعیین نقطه بهره برداری: در نقطه بهره برداری $h_p = h_{\text{SYS}}$

$$17.30 - 3Q_p - 50Q_p^2 = 10 + 136.011 Q_p^2$$

$$186.011Q_P^2 + 3Q_P - 7.3 = 0 \rightarrow Q_P = 0.1902 \frac{m^3}{s}$$

این مقدار Q_P در محدوده فرض شده بهره برداری پمپ قرار دارد.

تکرار محاسبات :

	R_e	f	h_f	h_{TS}	$h_{sys} = h_{TS} + h_f$ (m)	h_p (m)	Q_P ($\frac{m^3}{s}$)
تکرار اول	-	0.02	$136.011Q^2$	10	$10+136.011Q^2$	$17.3-3Q_P+50Q_P^2$	0.1902
تکرار دوم	807233.87	0.01949	$132.521Q^2$	10	$10+132.521Q^2$	$17.3-3Q_P+50Q_P^2$	0.1919
تکرار سوم	814448.90	0.01948	$132.494Q^2$	10	$10+132.494Q^2$	$17.3-3Q_P+50Q_P^2$	0.1920
تکرار چهارم	814873.31	0.01948	$132.492Q^2$	10	$10+132.492Q^2$	$17.3-3Q_P+50Q_P^2$	0.1920

$$R_e = \frac{VD}{\vartheta} = \frac{Q4D}{\pi D^2 \vartheta} = \frac{4Q}{\pi D \vartheta}$$

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}}\right) \right]^2}$$

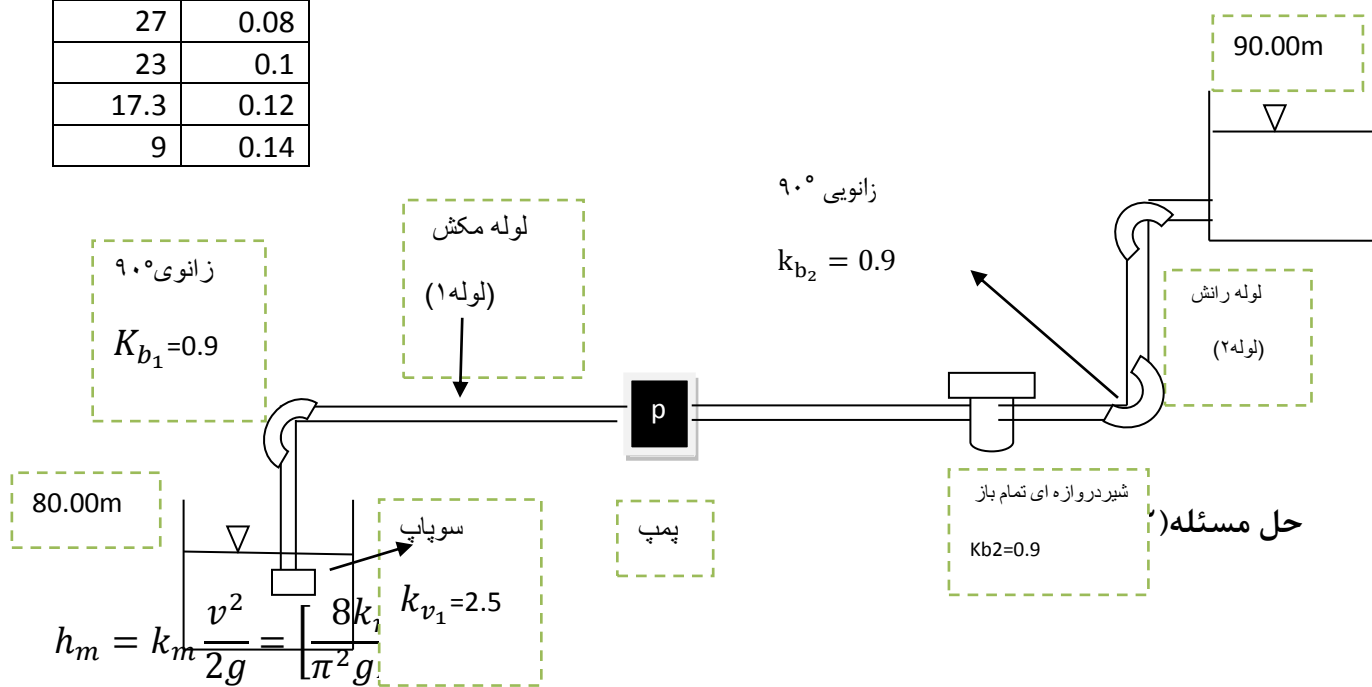
$$h_f = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

۳- یک پمپ آب را از مخزن پایین تر (Elev.=80.00m) به یک مخزن مرتفع (Elev.=90.00m) همانند شکل زیر پمپاژ می کند. طول لوله مکش ۳۰ متر، قطر آن ۳۰۰ میلیمتر و طول لوله رانش ۱۵۰ متر و قطر آن ۲۵۰ میلیمتر است. هردو لوله از جنس چدن نشکن با $e=0.26mm$ هستند. در طول لوله پمپاژ متعلقاتی نصب شده که مقادیر k آنها در شکل نشان داده شده است. داده های هد- دبی در جدول زیر داده شده است. منحنی

هد-دبی را رسم کنید و از روی آن دبی و هد حالت ماندگار را مشخص کنید. از رابطه سوامی - جاین برای تعیین f استفاده کنید. برای آب $\nu = 1.3 \frac{mm^2}{s}$ فرض شود.

جدول ۱- داده های هد-دبی پمپ

هد (m)	دبی ($\frac{m^3}{s}$)
30.8	0
30.9	0.02
30.8	0.04
29	0.06
27	0.08
23	0.1
17.3	0.12
9	0.14



(۱) تعیین رابطه ی هد سیستم

الف) ستون کل استاتیکی = ارتفاع هندسی پمپاژ

$$H_{ST} = 90 - 80 = 10m$$

ب) افت هدهای اصطکاکی

$$h_f = \left[\frac{8l_1}{g\pi^2 D_1^5} f_1 + \frac{8l_2}{g\pi^2 D_2^5} f_2 \right] Q^2$$

$$h_f = \left[\frac{8 \times 30}{9.81 \times \pi^2 \times (0.3)^5} f_1 + \frac{8 \times 150}{9.81 \times \pi^2 \times (0.25)^5} f_2 \right] Q^2 =$$

$$\Rightarrow (1020.085 f_1 + 12691.485 f_2) Q^2$$

ج) افت هدهای فرعی برابرند با:

$$h_m = h_{v_1} + h_{b_1} + h_{v_2} + 2h_{b_2} + h_{ex}$$

$$h_m = \left[\frac{8}{g\pi^2 D_1^4} (k_{v_1} + k_{b_1}) + \frac{8}{g\pi^2 D_2^4} (k_{v_2} + 2k_{b_2} + k_{ex}) \right] Q^2$$

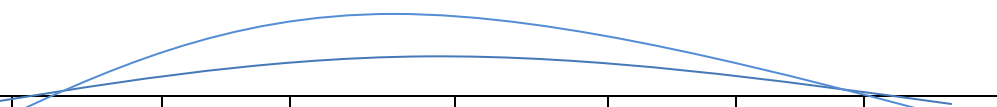
$$h_m = \left[\frac{8}{9.81 \times \pi^2 \times (0.3)^4} (2.5 + 0.9) + \frac{8}{9.81 \times \pi^2 \times (0.25)^4} (0.19 + 2 \times 0.9 + 1) \right] Q^2 = 97.93 Q^2$$

بنابراین رابطه هد سیستم به صورت زیر بدست می آید:

$$h_{sys} = 10 + (1020.085 F_1 + 12691.485 F_2 + 97.93) Q^2$$

(۲) تعیین هد سیستم به ازای مقادیر مختلف دبی:

خلاصه محاسبات در جدول صفحه ی زیر آمده است



R_{e_2}	R_{e_1}	$h_{sys}(m)$	$h_l(m)$	$\sum h_m(m)$	$\sum h_f(m)$	F_2	F_1	$Q(m^3/s)$
		10	0	0	0			0
								0.02
								0.04
								0.06
								0.08
								0.1
								0.12
								0.13
								0.14

معادله ی منحنی پمپ اگر داده می شد می توانستیم به راحتی با سعی و خطا جواب را بدست آوریم ولی اکنون باید از نمودار استفاد کنیم .

$$h_{sys} = h_p$$

$$R_e = \frac{4Q}{\pi DV}$$

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}}\right) \right]^2}$$

(۳) منحنی های هد-دبی پمپ وهد-دبی سیستم در صفحه ی ضمیمه رسم شده اند.

(۴) با توجه به محل تلاقی منحنی های فوق که نقطه ی بهره برداری پمپ است مشخصات نقطه ی کار پمپ

بدست می آید

$$h_p = 15.9m$$

$$Q = 0.124 \frac{m^3}{s}$$

Sikma km_1	3.4	
Sikma km_2	2.99	
H_{ts}	10.00	m

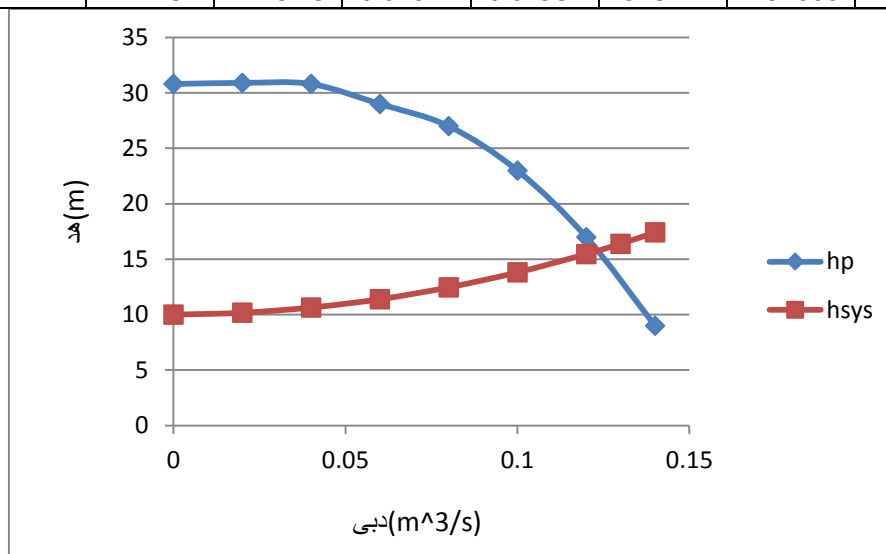
$L_1 =$	30	m
$L_2 =$	150	m
$e =$	0.00026	m

مشخصات پمپ

Hp	Q
m	m^3/s
30.8	0
30.9	0.02
30.8	0.04
29	0.06
27	0.08
23	0.1
17	0.12
9	0.14

مشخصات سیستم

h_{sys}	h_l	h_m	h_f	f_2	f_1	Re_2	Re_1	Q
m	m	m	m	-	-	-	-	m ³ /s
10	0	0	0	0	0	0	0	0
10.17	0.17	0.04	0.13	0.02303	0.02295	78353	65294	0.02
10.64	0.64	0.16	0.48	0.02168	0.02133	156706	130589	0.04
11.39	1.39	0.35	1.04	0.02116	0.02068	235060	195883	0.06
12.46	2.46	0.63	1.83	0.02087	0.02032	313413	261177	0.08
13.81	3.81	0.98	2.83	0.02069	0.02009	391766	326472	0.1
15.46	5.46	1.41	4.05	0.02057	0.01993	470119	391766	0.12
16.39	6.39	1.65	4.74	0.02052	0.01987	509296	424413	0.13
17.41	7.41	1.92	5.49	0.02047	0.01981	548472	457060	0.14



۴- مطابق شکل زیر پمپی آب را از مخزن پایین (Elev.=90.00m) به مخزن بالا (Elev.=100.00m) و نقطه آزاد ۳ (تخلیه آزاد) پمپاژ می کند. مقادیر طول، قطر و ضریب هیزن ویلیامز C_{HW} لوله ها به ترتیب عبارتند از:

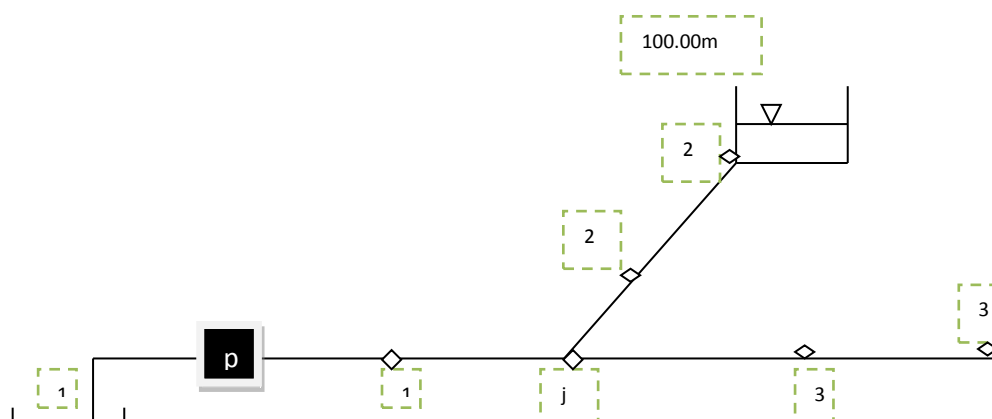
۱- 100.300mm.300m

۲- ۱۳۰.200mm.150m

۳- ۱۰۰.300mm.200m

دبی لوله های ۱ و ۲ و مقادیر هد کل در نقاط ۱ و ۳ را در حالتی که دبی خروجی نقطه ۳ مساوی:

(۱) $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ و (۲) $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ باشد بدست آورید. منحنی مشخصه پمپ همانند مسئله یک است.



حل مسئله (۴):

(۱) محاسبه ثابت مقاومت لوله ها: R_1, R_2, R_3 : با استفاده از فرمول افت هیزن-ویلیامز مقادیر R لوله ها محاسبه می شوند:

$$h_f = \frac{10.68L}{C_{HW}^{1.87} D^{4.87}} Q^{1.852} = R^* Q^{1.852}$$

$$R^* = \frac{10.68L}{C_{HW}^{1.87} D^{4.87}} \rightarrow \begin{cases} R_1 = 222.901 \\ R_2 = 493.882 \\ R_3 = 148.601 \end{cases}$$

(۲) حالت اول، خروجی در نقطه ۳ مساوی $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ باشد:

با فرض $H_j = 100 \text{ m}$ آنگاه $Q_2 = 0$ و $Q_1 = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ با استفاده از رابطه هد-دبی پمپ که در مسئله اول بدست آمد:

$$h_p = 17.3 - 3Q_p - 50Q_p^2$$

$$H_j = 90 + [17.3 - 3 \times 0.1 - 50 \times 0.1^2] - 222.901 \times 0.1^{1.852}$$

$$= 103.366 \text{ m} > 100 \text{ m}$$

بنابراین جهت جریان در لوله ۲ از گره ۲ به سمت مخزن شماره ۲ است.

اگر Q_1 دبی لوله ۱ باشد آنگاه $Q_2 = Q_1 - 0.1$ و $Q_3 = 0.1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ در مسیر ۱-۲-۳ داریم:

$$90 + [17.3 - 3 \times Q_1 - 50 \times Q_1^2] - 222.901 \times Q_1^{1.852} - 493.882 \times (Q_1 - 0.1)^{1.452} = 100$$

با حل معادله فوق به روش سعی و خطا:

$$Q_1 = 0.1316 \frac{m^3}{s} \text{ بنابراین } Q_2 = 0.1316 \frac{m^3}{s} \text{ (از } j \text{ به } ۲)$$

$$H_j = 100.830m$$

$$H_3 = H_j - R_3 Q_3^{1.852} = 100.830 - 148.601 \times 0.1^{1.852} = 98.741m$$

(۳) حالت دوم: خروجی در نقطه ۳ مساوی $0.4 \frac{m^3}{s}$ باشد:

$$\text{بفرض } H_j = 100m \text{ آنگاه } Q_2 = 0, Q_1 = 0.4 \frac{m^3}{s}$$

$$h_j = 90 + [17.3 - 3 \times 0.4 - 50 \times 0.4^2] - 222.901 \times 0.4^{1.852} \\ = 57.256m < 100m$$

بنابراین جهت جریان از لوله ۲ از مخزن ۲ به سمت گره j است.

اگر Q_1 دبی لوله ۱ باشد آنگاه $Q_2 = 0.4 - Q_1$ و $Q_3 = 0.4 \frac{m^3}{s}$ در مسیر 1- j -2 داریم:

$$90 + [17.3 - 3 \times Q_1 - 50 Q_1^2] - 222.901 \times Q_1^{1.852} - 493.882 \\ \times (0.4 - Q_1)^{1.852} = 100$$

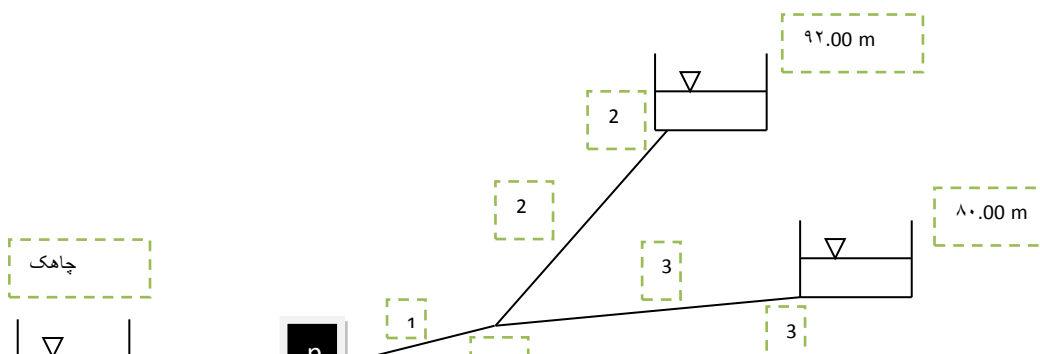
با حل معادله فوق به روش سعی و خطا:

$$Q_1 = 0.2531 \frac{m^3}{s} \rightarrow Q_2 = 0.4 - Q_1 = 0.1469 \frac{m^3}{s} \quad Q_3 = 0.4 \frac{m^3}{s}$$

$$H_j = 90 + [17.3 - 3 \times 0.2531 - 50 \times 0.2531^2] - 222.901 \\ \times 0.2531^{1.852} = 85.839m$$

$$H_3 = H_j - R_3 Q_3^{1.852} = 85.839 - 148.601 \times 0.4^{1.852} = 58.610m$$

۵- در سیستم شکل زیر، پمپی با منحنی مشخصه همانند مسئله یک، آب را از چاهکی به دو مخزن یکی با Elev.=92.00m و دیگری با Elev.=80.00m پمپاژ می کند. اگر مقادیر طول، قطر و C_{HW} لوله ها همانند مسئله چهار باشد، دبی هر لوله و HGL در نقطه J در حالتی که رقوم سطح آب در چاهک مساوی $80.00m$ و $98.00m$ باشد را بدست آورید.



حل مسئله (۵):

(۱) محاسبه ثابت مقاومت لوله ها، R_1 ، R_2 ، R_3 : از مسئله قبل داریم:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 222.901 \\ R_2 &= 493.882 \\ R_3 &= 148.601 \end{aligned} \right\}$$

(۲) حالت اول: *Elev.* در چاهک مساوی $80.00m$ باشد:

اگر فرض شود $H_1 = H_2 = 92.00m$ باشد آنگاه $Q_2 = 0$ بنابراین برای لوله ۱:

$$80 + [17.3 - 3 \times Q_1 - 50Q_1^2] - 222.901 \times Q_1^{1.852} = 92.00$$

$$Q_1 = 0.1179 \frac{m^3}{s} \quad \leftarrow \text{با سعی و خطا}$$

به طور مشابه برای لوله ۳ داریم:

$$92 - 148.601Q_3^{1.852} = 80 \quad \rightarrow Q_3 = 0.2570 \frac{m^3}{s}$$

چون $Q_1 < Q_3$ بنابراین نتیجه گرفته می شود که باید $H_1 < 92.00m$ باشد به طوری که $Q_1 + Q_2 = Q_3$ حال با قرار دادن $Q_2 = mQ$ ، $Q_1 = Q$ ، $Q_3 = (1+m)Q$ ، در مسیر 1-2-3 داریم:

$$80 + [17.3 - 3Q - 50Q^2] - 222.901Q^{1.852} - 148.601[(1+m)Q]^{1.852} = 80.00 \quad (\text{الف})$$

یا به طور مشابه برای مسیر 2-3-1 داریم:

$$92 - 493.882(mQ)^{1.852} - 148.601[(1+m)Q]^{1.852} = 80.00$$

از حل دستگاه دو معادله دو مجهول غیرخطی فوق مقادیر Q ، m بدست می آیند:

برای حل دستگاه فوق به ترتیب زیر عمل می کنیم(البته دو روش برای حل دستگاه فوق داریم):

۱- استفاده از روش تبدیلی و جایگذاری

۲- استفاده از روش سعی و خطا، روش نیوتن رافسون و تشکیل ماتریس ژاکوبین

(۱) ابتدا با استفاده از روش تبدیل و جایگذاری با استفاده از معادله (ب):

$$12 = 493.882(mQ)^{1.852} - 148.601[(1+m)Q]^{1.852} \quad *$$

$$\Rightarrow Q = \left[\frac{12}{493.882(m)^{1.852} - 148.601(1+m)^{1.852}} \right]^{\frac{1}{1.852}}$$

حال Q را در رابطه الف قرار می دهیم :

$$17.3 - 3 \times \left[\frac{12}{493.882(m)^{1.852} + 148.601(1+m)^{1.852}} \right]^{\frac{1}{1.852}} - 50 \left[\frac{12}{493.882(m)^{1.852} + 148.601(1+m)^{1.852}} \right]^{\frac{2}{1.852}} - 222.901 \times \left[\frac{12}{493.882(m)^{1.852} + 148.601(1+m)^{1.852}} \right] - 148.601 \left[(1+m)^{1.852} \times \left[\frac{12}{493.882(m)^{1.852} + 148.601(1+m)^{1.852}} \right] \right] = 0$$

از حل معادله فوق: با ماشین حساب ۴۸۰۰ جا نمی شود با استفاده از صفحه گسترده Excel حل می

شود M=0.4290

با بدست آمدن m، Q از رابطه * بدست می آید:

$$Q_1 = Q = 0.1525 \frac{m^3}{s}, Q_2 = 0.0654 \frac{m^3}{s}, Q_3 = 0.2179 \frac{m^3}{s}$$

$$92 - 493.882Q_2^{1.852} = H_j \quad \rightarrow H_j = 88.84m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = F_1(m, Q) \\ F_2 = F_2(m, Q) = 0 \end{array} \right. \quad \text{۲- با استفاده از روش نیوتن رافسون به کمک ماتریس ژاکوبین}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial m} & \frac{\partial F_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial F_2}{\partial m} & \frac{\partial F_2}{\partial Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1(m, Q) \\ F_2(m, Q) \end{bmatrix}$$

$$F_1(m, Q) = 493.882(mQ)^{1.852} + 148.601[(1+m)Q]^{1.852} - 12 = 0$$

$$F_2(m, Q) = 50Q^2 + 222.901Q^{1.852} + 148.601[(1+m)Q]^{1.852} + 3Q - 17.3 = 0$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial m} =$$

خیلی سنگین می شود.

(۳) حالت دوم، Elev. در چاهک مساوی 98.00m باشد.

با تعقیب روش حالت اول، خواهیم داشت :

اگر فرض شود $H_j = H_2 = 92.00m$ باشد، آنگاه $Q_2 = 0$ بنابراین برای لوله ۱:

$$98 + [17.3 - 3Q_1 - 50Q_1^2] - 222.901Q_1^{1.852} = 92.00$$

با سعی و خطا:

$$Q_1 =$$

و به طور مشابه برای لوله ۳ داریم:

$$92 - 148.601Q_3^{1.852} = 80 \quad \rightarrow Q_3 = 0.2570 \frac{m^3}{s}$$

چون $Q_1 > Q_3$ بنابراین نتیجه گرفته می شود که باید $H_j > 92.00m$ باشد به طوری که $Q_1 =$

$Q_2 + Q_3$. حال با قرار دادن $Q_1 = Q$ ، $Q_2 = mQ$ ، $Q_3 = (1-m)Q$ در مسیرهای 1-j-2

، 1-j-3، دو معادله به دست می آیند که از حل آنها داریم:

(الف) -در مسیر 1-j-2

$$98 + [17.3 - 3Q - 50Q^2] - 222.901Q^{1.852} - 493.882[(m)Q]^{1.852} = 92$$

(ب)-درمسیر 3-j-1

$$98 + [17.3 - 3Q - 50Q^2] - 222.901Q^{1.852} - 148.601[(1 - m)Q]^{1.852} = 80$$

از معادله الف

$$23.3 - 3Q - 50Q^2 - 222.901Q^{1.852} = 493.882[(m)Q]^{1.852}$$
$$\rightarrow mQ = \left[\frac{(23.3 - 3Q - 50Q^2 - 222.901Q^{1.852})}{493.882} \right]^{\frac{1}{1.852}}$$

حال به جای MQ در رابطه (ب) قرار می دهیم:

$$35.3 - 3Q - 50Q^2 - 222.901Q^{1.852} - 148.601 \left(Q - \left[\frac{(23.3 - 3Q - 50Q^2 - 222.901Q^{1.852})}{493.882} \right]^{\frac{1}{1.852}} \right)^{1.852} = 0$$

باحل معادله فوق:

$$m = 0.0257, Q = 0.2643 \frac{m^3}{s}$$

$$\text{بنابراین } Q_3 = 0.2575 \frac{m^3}{s}, Q_2 = 0.0068 \frac{m^3}{s}, Q_1 = 0.2643 \frac{m^3}{s}$$

$$H_j = 92 + 493.882Q_2^{1.852} \rightarrow H_j = 92.05m$$

۶- در یک پمپ سانتریفوژ با مشخصات $r_1 = r_{2/3} = 50 \text{ mm}$, $b_1 = 2b_2 = 25 \text{ mm}$, $\beta_1 = \beta_2$, $\alpha_1 = 90^\circ$, هد تئوری در نقطه بهترین بازده برابر با 30 m و دبی برابر با 30 Lit/s می باشد. مطلوبست محاسبه زوایای β_1 و β_2 و سرعت دورانی پروانه پمپ. راهنمایی: از ضخامت تیغه ها صرف نظر کرده و فرض کنید که جریان به خوبی هدایت می شود.

حل مسئله (۶):

$$r_1 = 50\text{mm} = 0.05\text{m}$$

$$Q = V_{r_1} S_{r_1} = V_{r_2} S_{r_2} \quad \text{رابطه پیوستگی}$$

$$r_2 = 150\text{mm} = 0.15\text{m}$$

$$b_1 = 25\text{mm} = 0.025\text{m}$$

$$Q = V_1 \sin \alpha_1 2\pi r_1 b_1 = V_2 \sin \alpha_2 2\pi r_2 b_2$$

$$b_2 = 12.5\text{mm} = 0.0125\text{m}$$

$$H_e = 30\text{m}$$

$$0.03 = V_1 \sin \alpha_1 (2\pi \times 0.05 \times 0.025)$$

$$Q = 30 \text{ Lit/s} = 0.030 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= V_2 \sin \alpha_2 (2\pi \times 0.15 \times 0.0125)$$

$$\alpha_1 = 90^\circ, \beta_1 = \beta_2 = ? \quad , \quad n = ?$$

$$V_1 \sin \alpha_1 = 3.820$$

$$V_2 \sin \alpha_2 = 2.546$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \text{(I)} \quad V_1 = 3.820 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_e = \frac{V_{u_2} u_2 - V_{u_1} u_1}{g} \rightarrow H_e = \frac{U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1}{g}$$

رابطه اولر:

$$30 = \frac{U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1}{9.81}$$

$$U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1 = 294.300 \quad \text{(II)}$$

$$U_1 = r_1 \omega = r_1 \cdot \frac{2\pi n}{60}$$

$$U_2 = r_2 \omega = r_2 \cdot \frac{2\pi n}{60}$$

رابطه سینوس ها برای مثلث های سرعت ورودی و خروجی :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{W_1}{\sin \alpha_1} = \frac{U_1}{\sin(180 - (\alpha_1 + \beta_1))} = \frac{U_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)} \\ \frac{V_2}{\sin \beta_2} = \frac{W_2}{\sin \alpha_2} = \frac{U_2}{\sin(\alpha_2 + \beta_2)} \end{array} \right.$$

$$\beta_1 = \beta_2 \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{W_1}{\sin \alpha_1} = \frac{u_1}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \cos \alpha_1 \sin \beta_1} \\ \frac{V_2}{\sin \beta_1} = \frac{W_2}{\sin \alpha_2} = \frac{u_2}{\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 \sin \beta_1} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 + V_1 \cos \alpha_1 \sin \beta_1 = U_1 \sin \beta_1 \\ V_2 \sin \alpha_2 \cos \beta_1 + V_2 \cos \alpha_2 \sin \beta_1 = U_2 \sin \beta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 \times \\ u_2 \times \end{cases} \begin{cases} 3.82 \cot \beta_1 + V_1 \cos \alpha_1 = U_1 \\ 2.546 \cot \beta_1 + V_2 \cos \alpha_2 = U_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3.82 \cot \beta_1 u_1 + V_1 u_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 \\ 2.546 u_2 \cot \beta_1 + V_2 u_2 \cos \alpha_2 = u_2^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow V_2 u_2 \cos \alpha_2 - V_1 u_1 \cos \alpha_1 + 2.546 u_2 \cot \beta_1 - 3.82 \cot \beta_1 u_1 = u_2^2 - u_1^2$$

$$\rightarrow 294.3 + \cot \beta_1 (2.546 u_2 - 3.820 u_1) = u_2^2 - u_1^2$$


$$\rightarrow 294.3 + \cot \beta_1 (2.546 \times \frac{2\pi n}{60} r_2 - 3.82 \times \frac{2\pi n}{60} r_1) = (\frac{2\pi n}{60} r_2)^2 - (\frac{2\pi n}{60} r_1)^2$$

$$\rightarrow 294.3 + \cot \beta_1 \times n \left(\frac{2.546 \times 2\pi \times 0.15}{60} - \frac{3.82 \times 2\pi \times 0.05}{60} \right) = n^2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 (0.15^2 - 0.05^2)$$

$$\rightarrow 294.3 + n \cot \beta_1 \times 0.01999 = 0.00022 n^2$$

$$\rightarrow 0.00022 n^2 - 0.01999 n \cot \beta_1 - 294.3 = 0 \quad (\text{III})$$

از طرفی داشتیم:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{u_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)} = \frac{2\pi n r_1}{60(\sin \alpha_1 \cos \beta_1 + \cos \alpha_1 \sin \beta_1)} \\ \alpha_1 = 90^\circ, V_1 = 3.820 \text{ m/s}, r_1 = 0.05 \text{ m} \end{cases}$$


$$\frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{2\pi n r_1}{60 \cos \beta_1} \rightarrow \cot \beta_1 = \frac{2\pi}{60} \times \frac{0.05}{3.820} n \rightarrow \cot \beta_1 = 0.00137n \text{ (IV)}$$

حال رابطه ی (IV) را در رابطه (III) قرار می دهیم:

$$\rightarrow 0.00022n^2 - 0.01999n \times 0.00137n - 294.3 = 0$$

$$0.00022n^2 - 0.00003n^2 - 294.3 = 0$$

$$\rightarrow 0.00019n^2 = 294.3 \rightarrow n = 1244.6 \text{ rpm}$$

$$\rightarrow \cot \beta_1 = 0.00137 \times n = 0.00137 \times 1244.6 = 1.705 \rightarrow \beta_1 = \beta_2 = 30.39^\circ$$

۷- اعداد پروانه یک پمپ سانتریفوژ عبارتست از: $\beta_1 = \beta_2 = 30^\circ$, $r_1 = 75mm$, $b_1 = 50mm$, $r_2 = 160mm$, $b_2 = 30mm$ برای دبی 55 lit/s و در هنگامی که جریان بدون شوک وارد تیغه ها می شود. محاسبه کنید:

الف) سرعت دورانی پرواز (ب) هد (ج) گشتاور (پ) توان مصرفی (ه) ازدیاد فشار در پروانه ، از اتلافات صرفنظر کرده و $\alpha_1 = 90^\circ$ فرض نمائید.
حل مسئله (۷):

$$H_e = \frac{U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1}{g}$$

ضریب مربوط به سطح مقطع مفید جریان $s_r = 2\pi k r b$

$$Q = V_{r_1} S_{r_1} = V_{r_2} S_{r_2} \quad Q = V_{r_1} 2\pi r_1 b_1 = V_{r_2} 2\pi r_2 b_2$$

$$u_1 = \frac{2\pi n}{60} r_1$$

$$V_1 \sin \alpha_1 2\pi r_1 b_1 = V_2 \sin \alpha_2 2\pi r_2 b_2$$

$$0.055 = V_2 \sin \alpha_2 \times 2\pi \times 0.16 \times 0.03 = V_1 \sin 90 \times 2\pi \times 0.075 \times 0.05$$

$$V_1 = \frac{0.055}{2\pi \times 0.075 \times 0.05} = 2.334 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_1}{\sin \beta_2} = \frac{W_1}{\sin \alpha_2} = \frac{U_1}{\sin(180 - (90 + 30))}$$

$$\frac{2.334}{\sin 30} = \frac{W_1}{1} = \frac{U_1}{0.866}$$

$$U_1 = 4.042 \text{ m/s} = \frac{2\pi n r_1}{60} = \frac{2\pi n 0.075}{60}$$

$$n = 515 \text{ rpm} \quad w_1 = 4.668 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \frac{2\pi n r_2}{60} = \frac{2\pi \times 515 \times 0.16}{60} = 8.629 \text{ m/s}$$

$$U_2 = 8.629 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_2}{\sin 30} = \frac{8.629}{\sin(180 - \alpha_2 - 30)} = 1.824$$

$$V_2 = \frac{1.824}{\sin \alpha_2}$$

$$\frac{1.824}{\sin \alpha_2} \sin(150 - \alpha_2) = 4.315$$

$$\frac{\sin 150 \cos \alpha_2 - \cos 150 \sin \alpha_2}{\sin \alpha_2} = \frac{4.315}{1.824}$$

$$0.5 \cot \alpha_2 + 0.866 = 2.366$$

$$\cot \alpha_2 = 3.000$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{1}{3} \quad \alpha_2 = \cot^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\alpha_2 = 18.435^\circ = 18^\circ 26' 6''$$

$$V_2 = \frac{1.824}{\sin 18.435}$$

$$V_2 = 5.768 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_2}{\sin 30} = \frac{W_2}{\sin \alpha_2} \rightarrow \frac{5.768}{\sin 30} = \frac{W_2}{\sin 18.435}$$

$$W_2 = 3.648 \text{ m/s}$$

$$H_e = \frac{U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1}{g}$$

$$H_e = \frac{8.629 \times 5.768 \cos 18.435}{9.81} = 4.813 \text{ m}$$

(ج)

$$M=PQ(V_{u_2}r_2 - V_{u_1}r_1)$$

$$M=1000 \times 0.055(5.768 \times \cos 18.435 \times 0.16) = 48.154 (N.m)$$

(د)

$$N_o=\gamma QH_e = 9810 \times 0.055 \times 4.813 = 2596.854 \text{ watt}$$

$$\Delta h_p = \frac{(u_2^2 - u_1^2) - (w_2^2 - w_1^2)}{2g} = \frac{(8.629^2 - 4.042^2) - (3.648^2 - 4.668^2)}{19.62} = 3.395 \text{ m}$$

نمونه سوالات فصل نهم :

۱- داده های آزمایش پمپاژ برای پمپی با قطر پروانه 0.4463m (17.57in) که با سرعت 1170 rpm کار می کند در شکل زیر (نقاط a تا g) و در جدول ۲ نشان داده شده است.

(۱) مختصات نقاط متناظر با نقاط a تا g را برای پمپ با قطر پروانه جدید 0.3810m (15in) (نقاط a تا b) تعیین کنید.

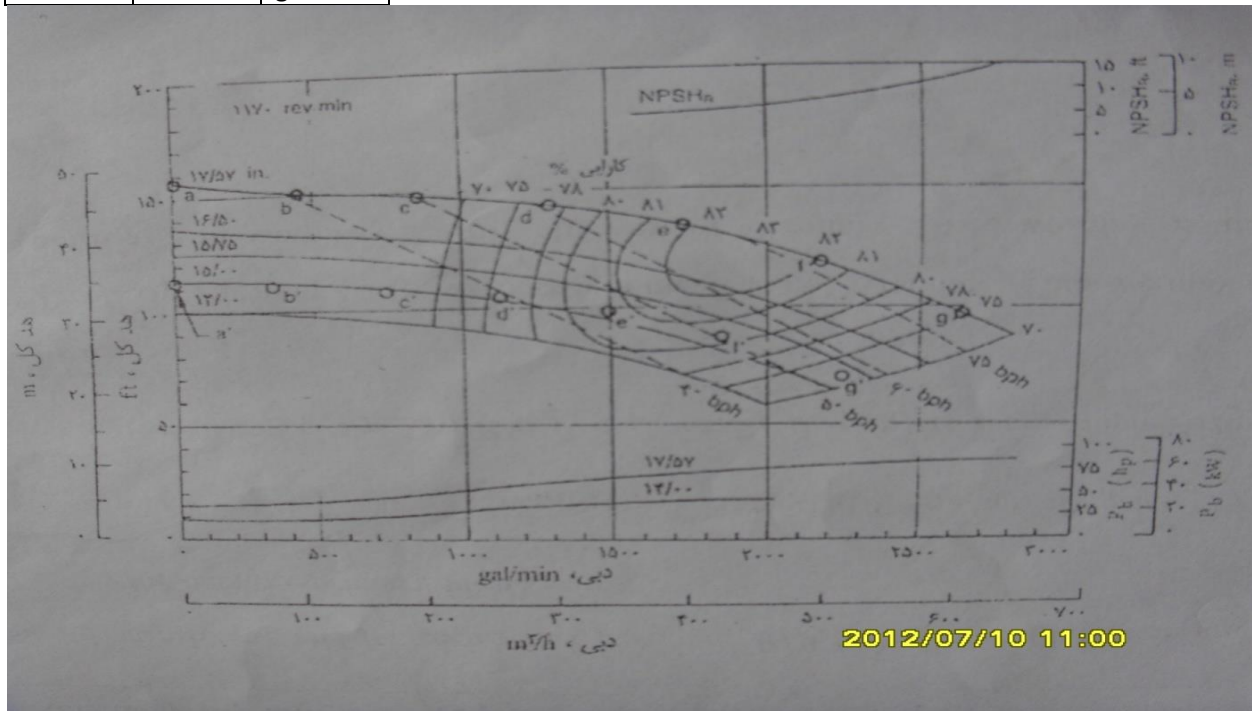
(۲) نتایج بند (۱) را با منحنی ارائه شده در شکل که مبتنی بر آزمایش است مقایسه کنید.

(۳) برای آن که عملکرد پروانه جدید مساوی پروانه قبلی باشد، سرعت دوران چقدر باید افزایش یابد؟

جدول ۲- داده های پمپ

نقطه	دبی (m ³ /h)	هد (m)
a	0	47.6
b	100	46.3
c	200	45.3
d	300	44
e	400	41

36.5	500	f
29.8	600	g



حل مسئله (۱):

(۱) محاسبه مختصات نقاط a تا g: با استفاده از فرمولهای (۴) و (۵) از صفحه (۹-۲) جزوه درسی پمپ
 ایستگاههای پمپاژ و با ثابت در نظر گرفتن n خواهیم داشت:

$$\frac{Q_I}{Q_{II}} = \frac{(nD^3)_I}{(nD^3)_{II}} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} Q_{II} = Q_I \frac{D_{II}^3}{D_I^3} \\ H_{PII} = H_{PI} \frac{D_{II}^2}{D_I^2} \end{cases}$$

$$\frac{H_{PI}}{H_{PII}} = \frac{(n^2 D^2)_I}{(n^2 D^2)_{II}}$$

$$a (0,47.6) \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} Q_{a'} = Q_a \left(\frac{D_{II}^3}{D_I^3} \right) = 0 \times \left(\frac{D_{II}^3}{D_I^3} \right) = 0 \\ H_{Pa'} = H_{Pa} \frac{D_{II}^2}{D_I^2} = 47.6 \times \left(\frac{0.3810}{0.4463} \right)^2 = \end{cases}$$

و به همین ترتیب برای سایر نقاط مختصات نقاط جدید بدست می آید، نتایج محاسبات در جدول زیر:

نقطه	دبی ($\frac{m^3}{h}$)	هد (m)	نقطه متناظر	دبی ($\frac{m^3}{h}$)	هد (محاسبه شده) m	هد قرانت شده از گراف منحنی
a	0	47.6	a'	0	34.7	
b	100	46.3	b'	62.2	33.7	
c	200	45.3	c'	124.4	33	
d	300	44	d'	186.6	32.1	
e	400	41	e'	248.9	29.9	
f	500	36.5	f'	311.1	26.6	
g	600	29.8	g'	373.3	21.7	

(۲)-مراجعه به مرجع اصلی

(۳)-محاسبه سرعت دوران جدید برای عملکرد یکسان دو پروانه: از کاربرد معادله ۸ صفحه ۹-۲ جزوه پمپاژ

$$n_2 = n_1 \sqrt{\frac{H_{P2}}{H_{P1}}} = 1170 \times \sqrt{\frac{47.6}{34.7}} = 1370.3 \text{ rpm}$$

۲- برای آبیاری یک مزرعه قرار است که آب به وسیله لوله فولادی به قطر داخلی 4in و به کمک پمپی با مشخصات داده شده در جدول زیر از رودخانه مجاور تامین شود، طول لوله با در نظر گرفتن طول معادل اتلاف انرژی در اتصالات برابر با ۱ کیلومتر و سطح مزرعه در محلی که آب از لوله خارج خواهد شد ۶ متر بالاتر از آب رودخانه است.

الف) شدت جریان آب و توان مصرفی پمپ چقدر است؟

ب) اگر امکان نصب پمپی در نزدیکی رودخانه وجود نداشته باشد پمپ را در چه فاصله ای از رودخانه می توان نصب کرد؟

دبی $Q(m^3/s)$	۰,۰	۰,۰۰۵	۰,۰۱۰	۰,۰۱۵	۰,۰۲۰	۰,۰۲۵	$h = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$
بار (هد) پمپ $H_p(m)$	۲۲,۶	۲۲,۰	۲۱,۰	۱۹,۰	۱۶,۵	۱۳,۰	$h = k \frac{v^2}{2g}$
راندمان (%) η	۰,۰	۴۰,۰	۶۶,۰	۸۴,۰	۸۷,۰	۷۶,۰	

حل مسئله (۲):

$$h_p = \frac{8fL}{gD^5\pi^2} Q^2 \quad , \quad h_m = \frac{8\sum k_i}{gD^4\pi^2} Q^2 \quad , \quad \sum_{i=1}^n K_i \frac{v^2}{2g}$$

$$K = \frac{8}{g\pi^2 D^4} \left(\sum_{i=1}^n k_i + f \frac{L}{D} \right)$$

$$TDH = TSH + KQ^2 \quad , \quad L = 1000 \quad , \quad D = 4'' = 4 \times 0.0254$$

$$K = \frac{8}{g\pi^2 D^4} \left(1 + f \frac{L}{D} \right) = 776.54 + 7.643 \times 10^6 f$$

$$TDH = 6 + (776.54 + 7.643 \times 10^6 f) Q^2$$

محل تلاقی منحنی فوق با منحنی مشخصه پمپ نقطه کار پمپ را می دهد.

$$e_m = \frac{Bh_p}{Bh_p + fh_p} \quad \text{افت مکانیکی} \quad \text{راندمان مکانیکی}$$

$$wH_p = Bh_p + fh_p \quad \text{افت هیدرولیکی}$$

$$e_m = \frac{Bh_p - fh_p}{Bh_p} \quad \text{پمپ :}$$

$$, \quad Bh_p = \frac{\gamma Q h}{550 e}$$

$$e = e_m \cdot e_h \cdot e_r \quad \text{(راندمان کل)}$$

روابط تشابه:

$$Q_i = K_2 D_i^3 n_i \quad , \quad T_i = K_3 \gamma_i D_i^5 n_i^2 \quad , \quad P_i = K_4 \gamma_i D_i^5 n_i^3 \quad , \quad h_i = K_1 D_i^2 n_i^2$$

۳- پمپ سانتریفوژی با پروانه ای به قطر 18" دارای دبی $25 \frac{ft^3}{s}$ می باشد. ارتفاع معادل فشار روی پمپ $h=100'$ و $n=1200rpm$ اگر راندمان آن $e=85\%$ باشد:

۱- Bh_p را حساب کنید.

۲- اگر دور را به $n=1800rpm$ برسانید مقدار h, Q, h_p را حساب کنید.

۳- مقدار K_4, K_2, K_1 را حساب کنید.

حل مسئله (۳):

$$Bh_p = \frac{\gamma Q h}{550e} = \frac{62.4 \times 25 \times 100}{550 \times 0.85} = 333.7 \quad \text{اسب بخار}$$

$$h = K_1 D^2 n^2 \longrightarrow 100 = K_1 (1.5)^2 (1200)^2$$

$$K_1 = 309 \times 10^{-7}$$

$$h = k_1 D^5 n^2 \longrightarrow h_2 = 309 \times 10^{-7} \times (1.5)^2 (1800)^2 = 225 ft$$

$$Q = k_2 D^3 n \longrightarrow 25 = K_2 (1.5)^2 (1200) \longrightarrow K_2 = 617 \times 10^{-5}$$

$$Q_2 = K_2 D_2^3 n_2 \longrightarrow Q_2 = 617 \times 10^{-5} (1.5)^3 (1800) \longrightarrow Q_2 = 37.5 \frac{ft^3}{s}$$

$$Bh_p = K_4 \gamma D^5 n^3 \longrightarrow 333.7 = K_4 (62.4) (1.5)^5 (1200)^3 \longrightarrow K_4 = 4.075 \times 10^{-10}$$

$$Bh_p = 4.075 \times 10^{-5} \times 62.4 \times (1.5)^5 (1800)^3 = 1126 \quad \text{اسب بخار}$$

۴- در یک آبیاری بارانی دبی مورد نیاز طرح ۱۱۴۰ لیتر در دقیقه برآورد شده است. آب می بایست از چاهی با عمق ۱۵ متر استخراج و سپس با سیستم بارانی در سطح مزرعه پخش شود. افت اصطکاکی در لوله ها از چاه تا آب پاشها مجموعاً ۵ متر و فشار لازم در آبپاشها ۱۰ متر است. پمپ توسط موتوری به حرکت درمی آید که سرعت چرخش شافت آن ۱۷۵۰ دور در دقیقه است.

الف- مناسب ترین تیپ پمپ (نوع پروانه پمپ) را برای این طرح تعیین کنید.

ب- فشاری راکه یک پمپ پروانه ای با جریان محوری در حداکثر اندمان با همان دبی و سرعت تولید میکند حساب کنید.

حل مسئله (۴):

الف- معادله سرعت مخصوص دینامیکی را بکار میبریم:

$$n_s = 3.65n \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H_n^{\frac{4}{3}}}$$

$$H_n = 15.0 + 5.0 + 10 = 30.0m, Q = 1140 \frac{Lit}{min} \times \frac{1min}{60s} \times \frac{1m^3}{1000Lit} = 0.019 \frac{m^3}{s}$$

$$\Rightarrow n_s = 3.65 \times 1750 \times \frac{0.019^{\frac{1}{2}}}{30^{\frac{4}{3}}} \cong 68.7rpm \cong 70rpm$$

چون سرعت مخصوص دینامیکی در محدوده پمپهای جریان شعاعی است لذا مناسب ترین پمپ برای این منظور پمپ با پروانه شعاعی میباشد.

ب- چنانچه سرعت مخصوص دینامیکی را در پمپهای پروانه ای با جریان محوری ۱۰۰۰ در نظر بگیریم بر اساس معادله سرعت مخصوص دینامیکی میتوانیم بار فشار تولیدی را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$H_n^{0.75} = 3.65n \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{n_s} = 3.65 \times 1750 \times \frac{0.019^{0.5}}{1000} = 0.880m$$

$$H = 0.843m$$

۵- اگر معادله منحنی مشخصه پمپی با دور موتور ۱۲۰۰ rpm به صورت زیر باشد:

$$h_p = 12 - 0.1Q^2$$

مطلوبست: الف- تعیین معادله ی منحنی مشخصه این پمپ هنگامی که دور موتور آن به ۲۴۰۰ rpm تغییر یابد.

ب- تعیین معادله منحنی مشخصه برآیند پمپ ها هنگامی که سه عدد از این نوع پمپ رابه صورت سری درسیستم ببندیم (برای $n=1200 \text{ rpm}$)

ج- تعیین معادله منحنی مشخصه برآیند پمپها هنگامی که سه عدد از این نوع پمپ رابه صورت موازی درسیستم ببندیم (برای $n=1200 \text{ rpm}$):

حل مسئله (۵):

الف -

$$n_1 = 1200 \text{ rpm}$$

$$n_2 = 2400 \text{ rpm}$$

$$Q_1 = \frac{n_1}{n_2} Q_2 = \frac{1200}{2400} Q_2 = 0.5 Q_2$$

$$h_1 = \frac{n_1^2}{n_2^2} h_2 = \frac{1200^2}{2400^2} h_2 = 0.25 h_2$$

$$n_1 = 1200 \text{ rpm} \xrightarrow{\text{منحنی مشخصه}} h_1 = 12 - 0.1 Q_1^2$$

$$n_2 = 2400 \text{ rpm} \longrightarrow 0.25 h_2 = 12 - 0.1 (0.5 Q_2)^2$$

$$\Rightarrow h_2 = 48 - 0.1 Q_2^2$$

منحنی مشخصه پمپ بادور موتور 2400 rpm :

$$h_p = 48 - 0.1 Q^2$$

ب - درحالتی که سه عدد از این پمپها به صورت سری درسیستم وصل شوند دبی هر سه پمپ یکسان و برابر دبی می باشد و هدی که توسط هر پمپ به سیستم اضافه میشود به میزان $1/3$ هدکل میباشد:

$$\frac{h_p}{3} = 12 - 0.1 Q^2$$

ولذا منحنی مشخصه برآیند سه پمپ (درحالت سری) به صورت زیر است:

$$h_p = 36 - 0.3Q^2$$

ج - درحالی که سه عدد از این نوع پمپ به صورت موازی در سیستم بسته شود، دبی ای که از هر پمپ میگذرد ۳ / ۱ دبی کل سیستم است و هدی که توسط هر پمپ اضافه می شود برابر با هدی کل در سیستم میباشد. بنابراین :

$$h_p = 12 - 0.1\left(\frac{Q}{3}\right)^2$$

ولذا منحنی مشخصه برآیند سه پمپ (در حالت موازی) به صورت زیر است:

$$h_p = 12 - 0.011Q^2$$

۶- در یک سیستم آبیاری بارانی دبی ۳۰۰۰ لیتر در دقیقه با بار فشار ۶۲ متر توسط یک پمپ در جریان است. قطر پره های پمپ ۲۵ سانتی متر و سرعت چرخش آن ۱۷۶۰ دور در دقیقه است. در این طرح یک موتور با قدرت خروجی ۵۴ اسب بخار برای چرخاندن پمپ مورد نیاز است. می خواهیم سیستم موجود را طوری تغییر دهیم تا با آبپاشهای با فشار کم کار کند و نتیجه افت فشار کاهش یابد در سیستم جدید دبی مورد نیاز تغییر داده نشده است اما فشار آب به ۵۰ متر کاهش داده می شود. تصمیم گرفته شده است که پمپ موجود را نگهداریم و فقط پره ها را تراش کاری کنیم تا در سیستم جدید کار گذاشته شود.

الف- تعیین کنید قطر پره های مورد لزوم را برای شرایط جدید و قدرت لازم برای چرخاندن پمپ جدید را.

ب- حساب کنید دبی را که می بایست با یک پمپ دیگر تامین شود تا نیاز آب اولیه 3000 lit/s برای هنگامی که پمپ تغییر داده شده است تامین گردد.

حل مسئله (۶):

الف -

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2 D_1^2}{n_2^2 D_2^2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \rightarrow D_2 = D_1 \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{0.5} = 25 \times \left(\frac{50}{62}\right)^{0.5} = 22.45 \text{ cm}$$

بنابراین قطر پره ها باید حدود ۱۰٪ (2.5cm) تراش داده شود،

$$\text{تراش درصد} = \frac{25 - 22.45}{25} \times 100 = 10.2\%$$

برای تعیین قدرت از معادله ذیل استفاده می کنیم:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1^3 D_1^5}{n_2^3 D_2^5} = \frac{D_1^5}{D_2^5} \rightarrow N_2 = N_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 = 54 \times \left(\frac{22.45}{25}\right)^5 = 31.534 \text{ HP}$$

ب-دبی جریان برای سیستم جدید با استفاده از رابطه ذیل بدست می آید:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 D_1^3}{n_2 D_2^3} = \frac{D_1^3}{D_2^3} \rightarrow Q_2 = Q_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 = 3000 \times \left(\frac{22.45}{25}\right)^3 = 2172.452 \text{ lit/min}$$

چون در نظراست دبی در همان حد ۳۰۰۰ لیتر در دقیقه باقی بماند لذا می بایست یک پمپ دیگر به اندازه اختلاف آنها آب را انتقال دهد یعنی:

$$Q_{dd} = Q_1 - Q_2 = 3000 - 2172.452 = 827.548 \text{ lit/min}$$

نمونه سوالات فصل دهم :

۱- منحنی های مشخصه $H=f(Q)$, $\eta=f(Q)$ یک پمپ سانتریفوژ برای سرعت ثابت $n=1470\text{rpm}$ مطابق شکل پیوست داده شده است.

این پمپ در روی یک لوله رانش بده 50 l/s را به ارتفاع 120 m (ارتفاع هندسی پمپاژ) پمپ می کند.

۱. نقطه کار پمپ (H, Q, η) و توان جذب شده توسط پمپ را تعیین کنید.

۲. معادله افت بار در لوله رانش را به صورت زیر می نویسیم:

$$h_f = aQ^2 + b$$

h_f = افت بار Q = بده جریان

ضریب a را برای لوله رانش مورد نظر بدست آورید.

۳. اگر دو پمپ یکسان با منحنی مشخصه داده شده را به صورت سری در روی لوله رانش مذکور را به هم مرتبط سازیم در اینصورت بده و راندمان هریک از دو پمپ را بدست آورید.

(حذف) ۴. اگر تنها یک پمپ در روی دو لوله موازی نظیر لوله رانش مذکور کار کند در اینصورت دبی و راندمان پمپ را بدست آورید .

۵. منحنی مشخصه $H=f(Q)$ پمپ مذکور را برای سرعت $n=1100 \text{ rpm}$ رسم کنید.

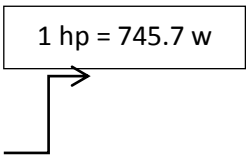
(حذف) ۶. هزینه پمپاژ هر متر مکعب آب را در حالت (۱) بدست آورید . در صورتی که بدانیم راندمان الکتروموتور ۹۵٪ و قیمت هر کیلووات ساعت انرژی برابر ۱۰ ریال می باشد .

حل مسئله (۱):

۱. مختصات دو نقطه از منحنی مشخصه سیستم (مجرای رانش) در صورت مسئله داده شده است. به این صورت که منحنی مشخصه سیستم باید از نقطه ای که بده در آن صفر است با ارتفاع 120m شروع شود و در نقطه ای که دبی به ۵۰ l/s می رسد منحنی مشخصه پمپ را قطع نماید که این نقطه همان نقطه کار پمپ است و مختصات آن با توجه به شکل به صورت زیر به دست می آید:

$$D \text{ نقطه کار پمپ } \left\{ \begin{array}{l} Q_D = 50 \text{ l/s} \\ H_D = 445 \text{ m} \\ \eta_D = 69.5 \% \end{array} \right.$$

1 hp = 745.7 w



$$p = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9810 \times 50/1000 \times 445}{0.695} = 314061 \text{ w} = 314.06 \text{ kw} = 421.16 \text{ hp}$$

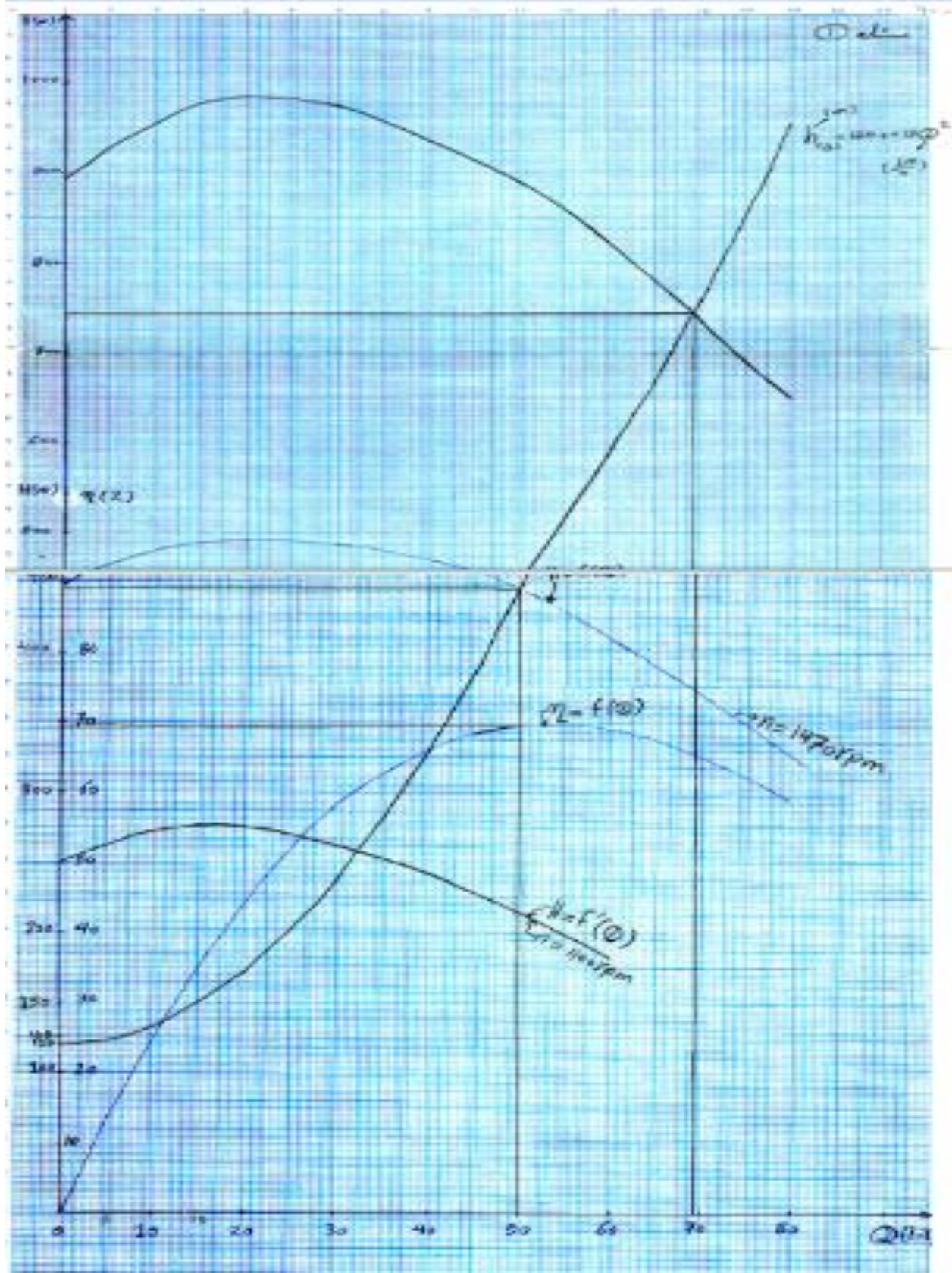
۲. می دانیم منحنی مشخصه مجرای رانش (منحنی مشخصه سیستم) با عبارتی به شکل $h_{\text{sys}} = H_{\text{TS}} + h_f$ بیان می شود و با توجه به اینکه $H_{\text{TS}} = 120 \text{ m}$ است، داریم:

$$H_{\text{sys}} = 120 + aQ^2$$

که معادله فوق معادله یک سهمی است که از نقطه $\begin{cases} Q = 0 \text{ l/s} \\ H = 120 \text{ m} \end{cases}$ و نقطه کار پمپ $\begin{cases} Q = 50 \text{ l/s} \\ H = 445 \text{ m} \end{cases}$ می گذرد بنابراین با توجه به مختصات نقطه کار پمپ می توان ضریب a را به شکل زیر به دست آورد:

$$445 = 120 + a \times \left(\frac{50}{1000}\right)^2 \implies 325 = 0.0025a \implies \underline{a = 130000}$$

$n_2 = 1100 \text{ rpm}$	Q_2	0	3.7	7.5	11.2	15	22.4	37.4	46.8	59.9
--------------------------	-------	---	-----	-----	------	----	------	------	------	------



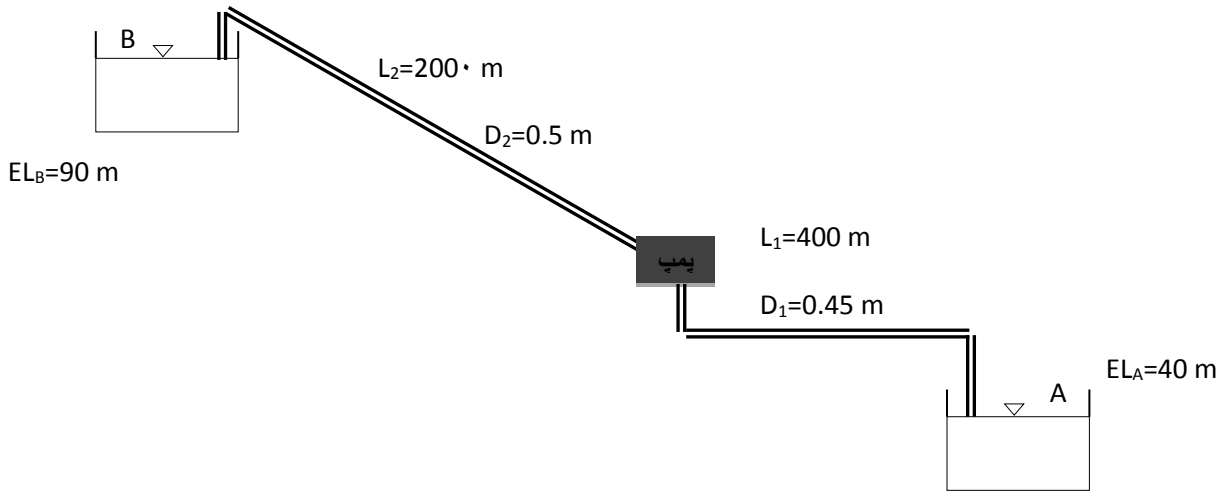
۲- منحنی مشخصه و منحنی های هم راندمان یک پمپ در نمودار زیر ارائه گردیده است. در صورتیکه قرار باشد پمپ فوق الذکر را در مسیر خط لوله مطابق کروکی زیر قرار دهیم :

۱. پیدا کنید نقطه کار پمپ و انرژی مصرف شده برای پمپاژ یک مترمکعب آب اگر راندمان الکتروموتور 95% باشد.

۲. اگر دبی $Q=150 \text{ L/s}$ مورد تقاضا باشد در اینصورت n' (دور پمپ در دقیقه) را حساب کنید.

۳. برای دبی $Q=160 \text{ L/s}$ درصد تراش چرخ را به دست آورید.

($n=1450 \text{ rpm}$, $f=0.03$)



حل مسئله (۲) :

Q (l/s)	0	30	60	90	120	150	180	210
h_{f1} (m)	0	0.048	0.193	0.435	0.774	1.209	1.741	2.37
h_{f2} (m)	0	0.143	0.571	1.285	2.284	3.569	5.14	6.996
h_f (m) کل	0	0.191	0.765	1.72	3.058	4.778	6.881	9.366
$H_{TS}+h_f$ (m)	50	50.191	50.765	51.72	53.058	54.778	56.881	59.366

در جدول فوق :

$$h_{f1} = \frac{8f_1 L_1 Q^2}{g\pi^2 D_1^5} = \frac{8 \times 0.03 \times 400 Q^2}{9.81 \times \pi^2 \times 0.45^5} \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$h_{f2} = \frac{8f_2 L_2 Q^2}{g\pi^2 D_2^5} = \frac{8 \times 0.03 \times 2000 Q^2}{9.81 \times \pi^2 \times 0.5^5} \quad \text{m}^3/\text{s}$$

از تلاقی منحنی مشخصه پمپ و منحنی مشخصه سیستم مختصات نقطه کار پمپ به صورت زیر بدست می آید:

$$D \begin{cases} Q = 156 \frac{l}{s} = 561.6 \text{ m}^3/hr \\ H = 55.167m \\ \eta = 79 \% \end{cases}$$

$$\text{انرژی مصرفی توسط پمپ} = \frac{\gamma Q H \eta}{\eta_p} = \frac{9810 \times 0.156 \times 55.167}{0.79} = 106868 \text{ w}$$

$$\text{انرژی مصرفی کل (پمپ+کوپلیگ+الکتروموتور)} = \frac{106868}{\eta_{motor}} = \frac{106868}{0.95} = 112493 \text{ w} = 112.493 \text{ kw}$$

انرژی مصرفی برای انتقال

$$561.6 \text{ m}^3/hr \text{ آب} \quad 112.493 \text{ kw}$$

$$\Rightarrow X = 0.2 \text{ kw}$$

انرژی مصرفی برای انتقال X

$$1 \frac{m^3}{hr} \text{ آب}$$

انرژی مصرفی برای $1 \frac{m^3}{hr}$ آب معادل 0.2 kw است .

.۲

$$Q_2 = 150 \text{ l/s} \rightarrow n_2 = ?$$

$$n_2 = n_1 \frac{Q_2}{Q_1} = 1450 \times \frac{150}{156} = 1394 \text{ rpm}$$

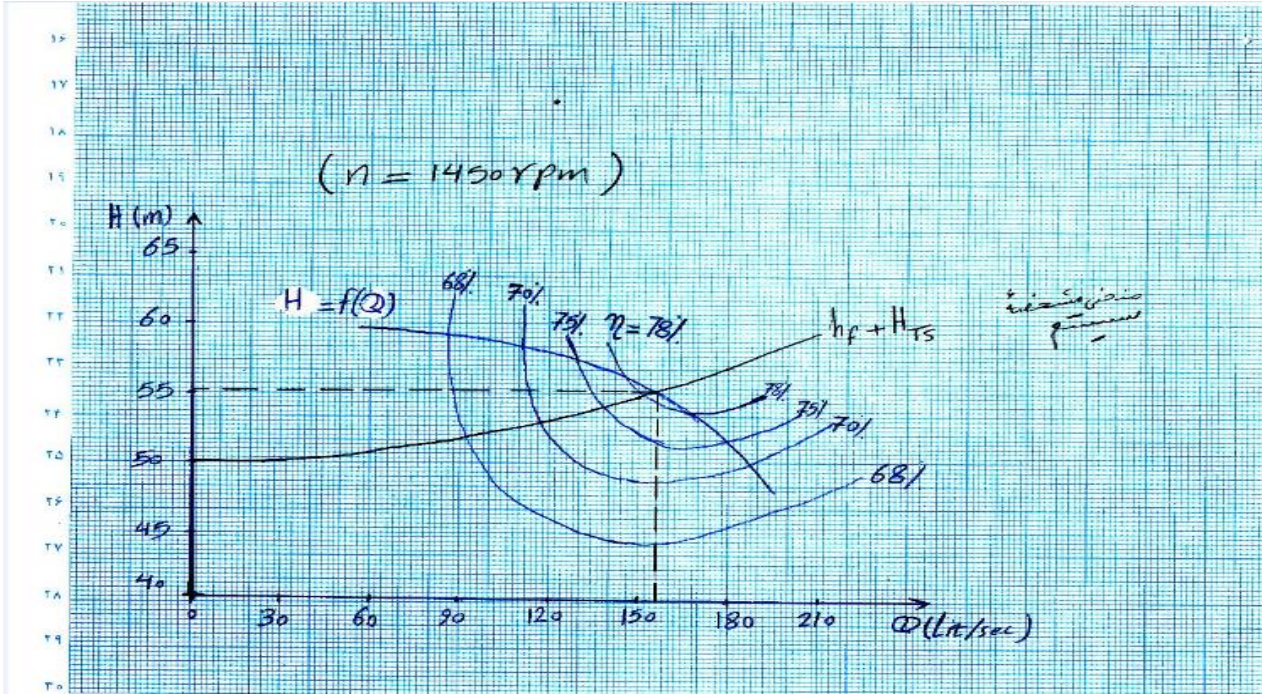
$$H_2 = H_1 \frac{n_2^2}{n_1^2} = 55.167 \times \frac{1394^2}{1450^2} = 50.988 \text{ rpm}$$

.۳

$$\frac{D_2}{D_1} = \sqrt[3]{\frac{Q_2}{Q_1}} = \sqrt[3]{\frac{160}{156}} = 1.008 \rightarrow D_2 = 1.008 D_1$$

$$\text{درصد تراش چرخ} = \frac{D_1 - D_2}{D_1} = \frac{D_1 - 1.008 D_1}{D_1} \times 100 = 0.8 \%$$

به مقدار 0.8% به قطر چرخ باید افزوده شود



۳- منحنی مشخصه دو پمپ P_2 ، P_1 و مشخصات لوله رانش مطابق پیوست داده شده است (و شکل مقابل)

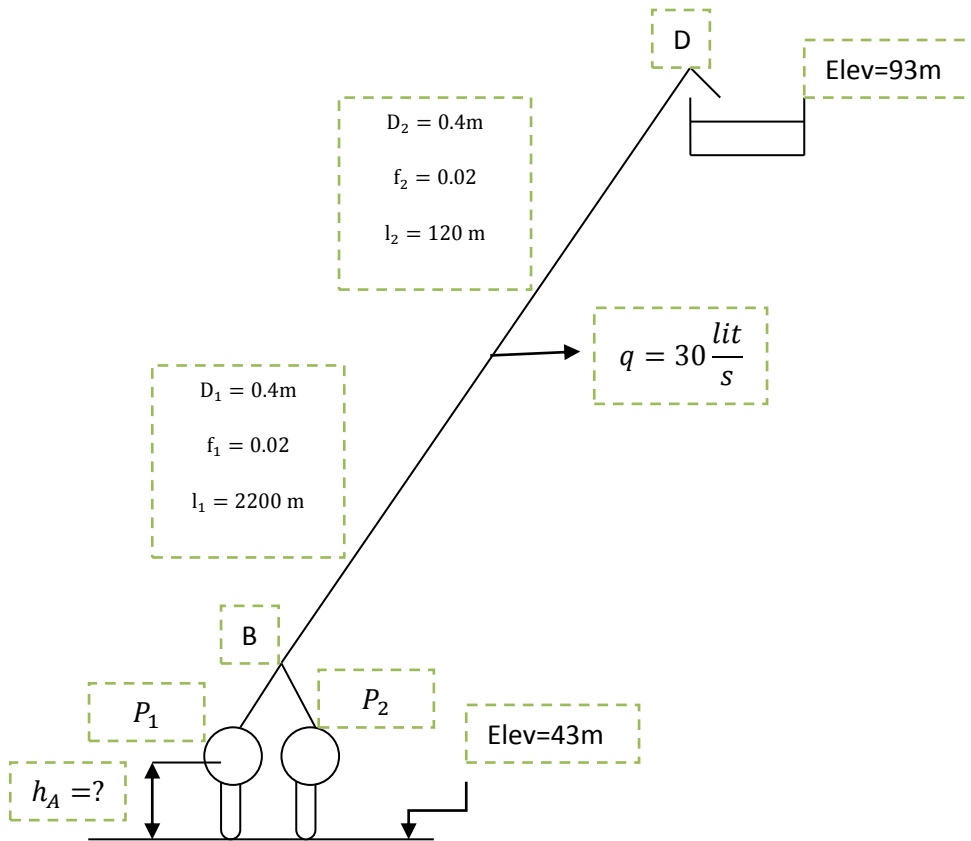
۱- نقطه کار دو پمپ را بدست آورید.

۲- پمپهای P_2 ، P_1 هر یک به تنهایی چه دبی و چه ارتفاعی ایجاد می کنند؟

۳- حداکثر ارتفاع مکش h_A را طوری تعیین کنید که هرگاه هر یک از دو پمپ به تنهایی کار کنند پدیده جدار خوردگی به وجود نیاید.

۴- در صورتیکه دو پمپ همیشه باهم کار کنند حداکثر h_A را چند متر می توان در نظر گرفت؟ (از افت بار در لوله مکش صرف نظر می شود)

۵- (حذف) در صورتیکه راندمان الکتروموتور را ۹۰٪ در نظر بگیریم و بهاء هر کیلووات ساعت انرژی برابر ۱۰ ریال باشد هزینه مصرف انرژی برای پمپاژ هر متر مکعب آب را در حالیکه دو پمپ کار کنند بدست آورید.



($n=1450$ rpm)

$$\frac{P_{\text{atm}}}{\gamma} - \frac{P_{\text{v}}}{\gamma} = 10\text{m}$$

حل مسئله (۳):

$$h_{f1} = \frac{8f_1 l_1 Q^2}{g \pi^2 D_1^5} = \frac{8 \times 0.02 \times 2200 Q^2}{9.81 \times \pi^2 \times 0.4^5}$$

$$h_{f2} = \frac{8f_2 l_2 Q^2}{g \pi^2 D_2^5} = \frac{8 \times 0.02 \times 1200 (Q - 0.03)^2}{9.81 \times \pi^2 \times 0.4^5}$$

Q(lit/s)	0	10	20	30	40	50	75	100	125	150	175
h_{f1} (m)	0	0.036	0.142	0.32	0.568	0.888	1.997	3.55	5.547	7.988	10.873
h_{f2} (m)	0	0	0	0	0.019	0.077	0.392	0.949	1.748	2.789	4.072
h_f کل (m)	0	0.036	0.142	0.32	0.587	0.965	2.389	4.499	7.295	10.777	14.945
$H_{TS} + h_f$	50	50.036	50.142	50.32	50.587	50.965	52.389	54.499	57.295	60.777	64.945

برای وقتی که دوپمپ به صورت موازی بسته شوند مختصات نقطه کار دوپمپ به صورت زیر خواهد بود:

$$Q = 167 \text{ lit/s} \quad , \quad H = 63.5m$$

در این حالت سایر مشخصات از گراف به صورت زیر بدست می آید :

$$\eta_1 = 63.4\% \quad , \quad \eta_2 = 66.8\% \quad , \quad H_1 = H_2 = H = 63.5m$$

$$Q_1 = 65.5 \text{ lit/s} \quad , \quad Q_2 = 93.75 \text{ lit/s} \quad \rightarrow \quad Q_1 + Q_2 = 161.25 \text{ lit/s}$$

$$Q - (Q_1 + Q_2) = 167 - 161.25 = 5.75 \text{ lit/s} \quad \text{خطای ناشی از ترسیم}$$

$$NPSH_{r1} = 2.7m \quad , \quad NPSH_{r2} = 4.6m$$

هرگاه هر دوپمپ همیشه باهم کار کنند حداکثر h_A با توجه به $NPSH_r$ بزرگتر یعنی $NPSH_{r2}$ به صورت

زیر بدست می آید:

$$z_{smax1} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - NPSH_{r1} - h_{f1} = 10 - 2.7 = 7.3m$$

$$z_{smax2} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - NPSH_{r2} - h_{f2} = 10 - 4.6 = 5.4m$$

پس حداکثر ارتفاع نصب پمپ ها ۵,۴ متر خواهد بود. (در حالت کار موازی آنها)

- اگر پمپ (۱) به تنهایی کار کند:

$$NPSH_{r1} = 3.4m$$

$$h_A = z_{smax} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - NPSH_{r1} = 10 - 3.4 = 6.6m$$

-اگر پمپ (۲) به تنهایی کار کند:

$$NPSH_{r_2} = 6.8m$$

$$h_A = z_{smax} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - NPSH_{r_2} = 10 - 6.8 = 3.2m$$

$$\eta_{motor} = 90\%$$

$$N = \gamma H \left(\frac{Q_1}{\eta_{motor} \eta_{PUMP}} + \frac{Q_2}{\eta_{motor} \eta_{PUMP}} \right) \\ = 9810 \times 63.5 \left(\frac{0.0655}{0.9 \times 0.634} + \frac{0.09375}{0.9 \times 0.668} \right) = 168647 W$$

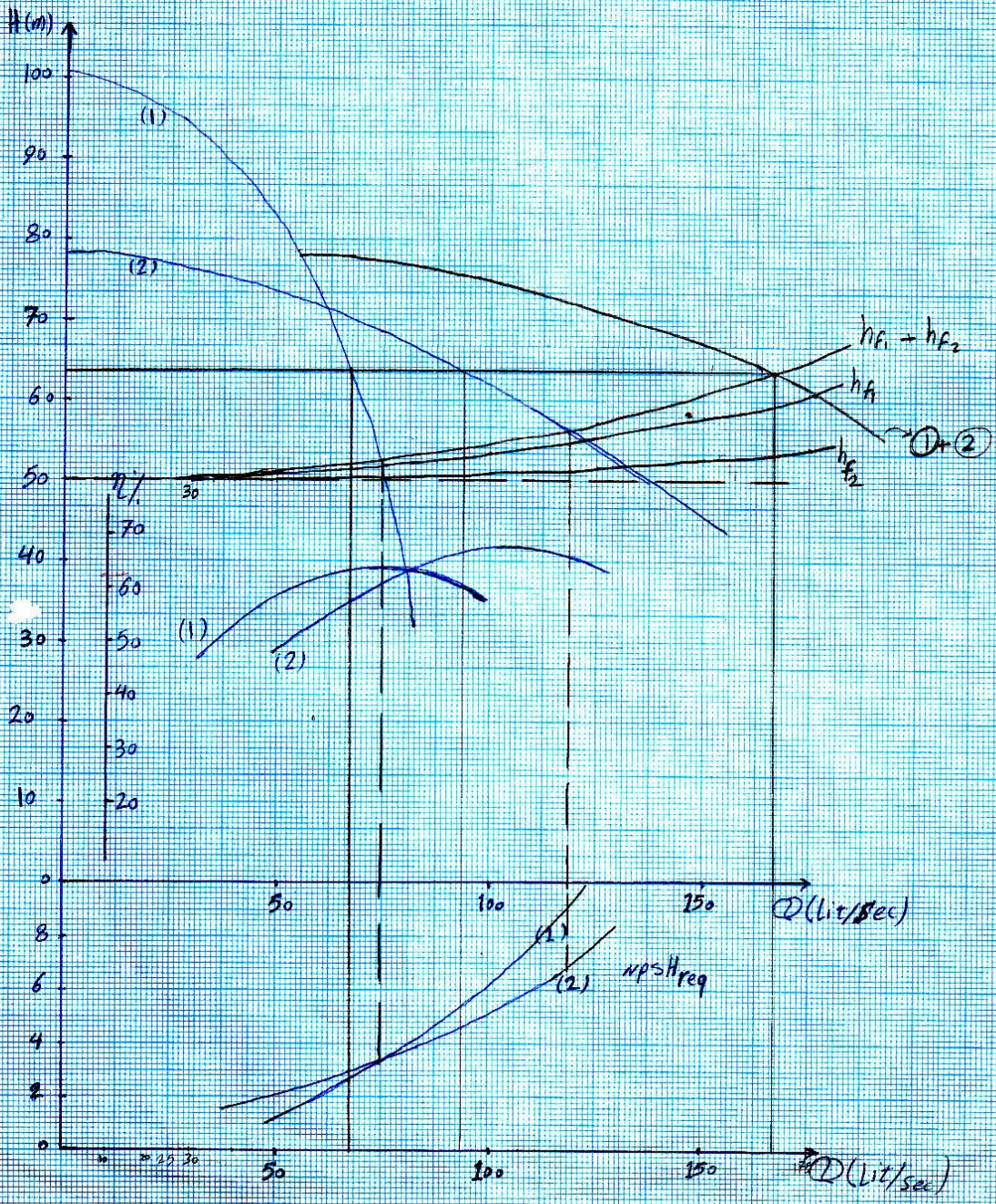
$$N = 168.647 KW = 168.647 W$$

انرژی مصرفی برای انتقال آب

$$\begin{array}{ccc} 580.5 \frac{m^3}{hr} & 168.647kw & \\ \frac{1m^3}{hr} & x & \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 580.5 \frac{m^3}{hr} & 168.647kw & \\ \frac{1m^3}{hr} & x & \end{array}} \right\} \longrightarrow x=0.291kw \end{array}$$

هزینه مصرف انرژی برای پمپاژ هر متر مکعب آب در ساعت

$$\text{هزینه} = 10 \times 0.291 = 2.905 \text{ rials}$$



۴- دو پمپ متشابه با منحنی مشخصه جدول ذیل برای انتقال آب بین دو منبع با اختلاف ارتفاع ۱۵ متر به کار گرفته شده است طول لوله بین دو منبع ۲.۵km و قطر لوله ۲۰۰mm و جنس لوله از PVC با زبری مطلق $e=0.15\text{mm}$ میباشد افتهای موضعی شامل شیرها و دریچه ها و زانویی ها و غیره را برابر $\sum J_x = 10 \frac{v^2}{2g}$ منظور کنید. نقطه کار

الف) یک پمپ (ب) دو پمپ به صورت موازی (ج) دو پمپ به صورت سری را بدست آورید.
ضریب افت واریسی و ایزباخ f را با استفاده از دیاگرام مودی یا معادله کلبروک بدست آورید.

$$\vartheta = 1.13 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

دبی (lit/s)	0	10	20	30	40
h(m)	30	27.5	23.5	17	7.5
η	-	44	58	50	18

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{e}{3.7d} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right]$$

حل مسئله (۴):

نقطه کار یک پمپ:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q=22.5\text{Lit/sec} \\ H=22.0\text{m} \\ \eta =56.0\% \end{array} \right.$$

نقطه کار دو پمپ به صورت موازی

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1+Q_2 = Q = 28.5\text{m} \rightarrow \text{برای هریک از پمپها } Q_{1,2} = \frac{28.5}{2} = 14.25 \frac{\text{Lit}}{\text{s}} \\ H_1=H_2=H=25.5\text{m} \\ \eta=53\% \end{array} \right.$$

راندمان هریک از پمپها

نقطه کار دو پمپ به صورت سری:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q=32.5\text{Lit/sec } Q_1 = Q_2 \\ H = 29.5\text{m} \rightarrow \text{هریک از پمپها ۱۴,۷۵ متر، هد ایجاد می کنند} \\ \eta=43\% \text{ برای هریک از پمپها با این راندمان کار می کنند.} \end{array} \right.$$

Q(Lit/sec)	0	10	20	30	40
v(m/sec)	0	0.318	0.637	0.955	1.273
$V^2/2g(\text{m})$	0	0.00515	0.02068	0.04648	0.0826
R_e	0	5.63E4	1.13E5	1.69E5	2.25E5
F	0	0.023	0.0211	0.0204	0.02
$h_l(\text{m})$	0	1.481	5.454	11.852	20.65
$\sum j_x = 10v^2/2g$	0	0.0515	0.2068	0.4648	0.826
$h_{f(\text{m})}$ افت کل	0	1.533	5.661	12.317	21.476
$h_{f+h_{TS}}$	15	16.533	20.661	27.317	36.476

$$\vartheta = 1.13 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad L = 2.5\text{km} = 2500\text{m} \quad R_e = \frac{VD}{v}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \times \frac{0.2^2}{4} \text{ m}^2 \quad V = \frac{Q/1000}{A}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{e}{3.7d} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right] \quad \sum j_x = 10v^2/2g$$

$$h_L = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad h_f = h_L + \sum j_x$$

دوپمپ موازی:

Q(Lit/s)	0	20	40	60	80
H(m)	30	27.5	23.5	17	7.5

$$Q = Q_1 + Q_2$$

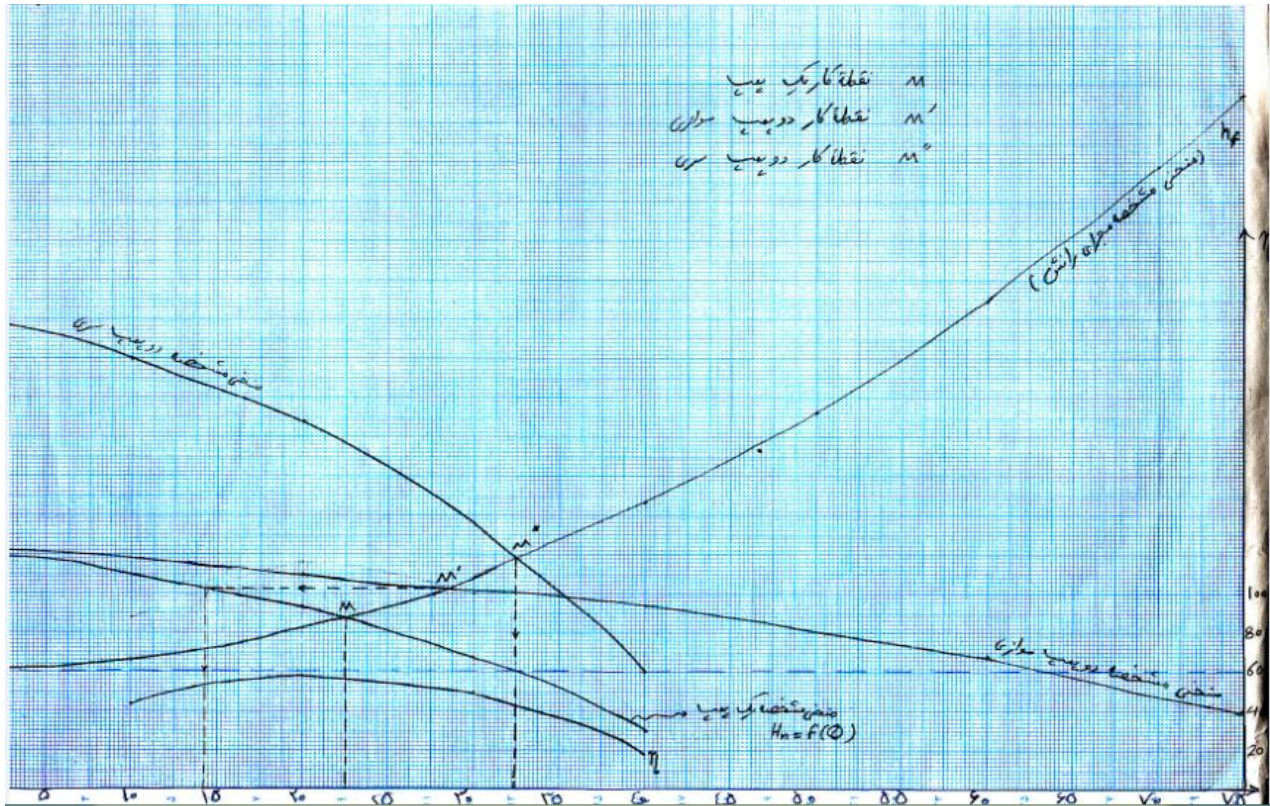
$$H = H_1 = H_2$$

دوپمپ سری:

Q(Lit/s)	0	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
H(m)	۶۰	۵۵	۴۷	۳۴	۱۵

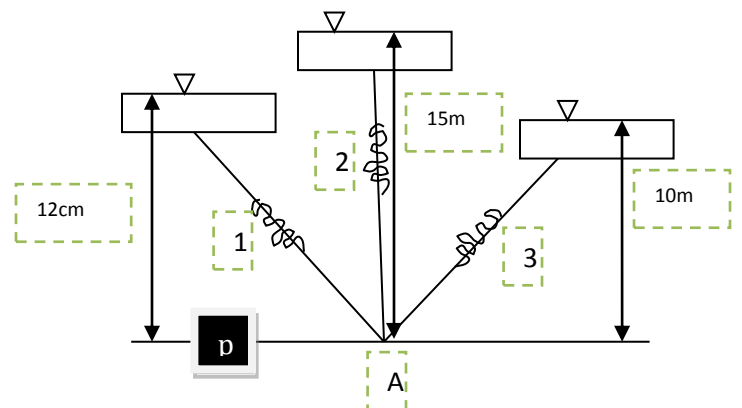
$$Q = Q_1 = Q_2$$

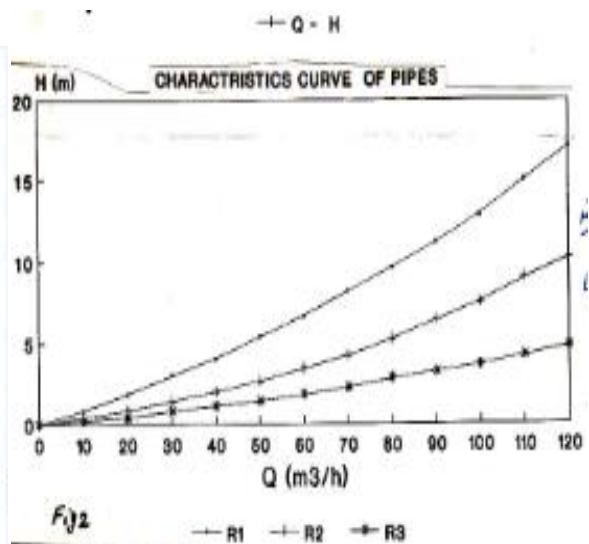
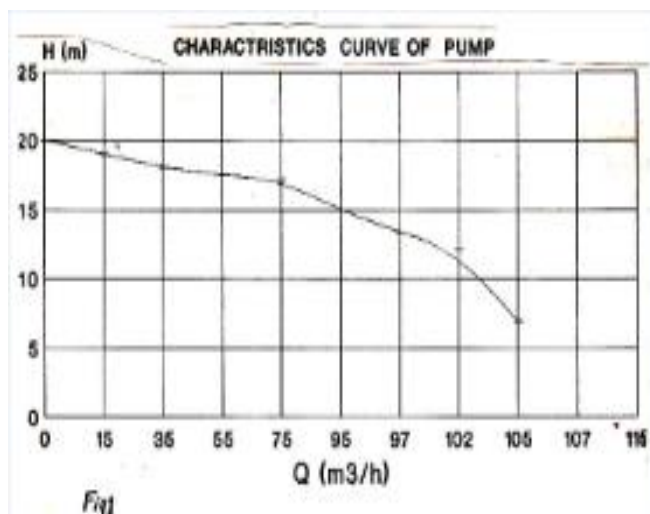
$$H = H_1 + H_2$$



۵- منحنی های مشخصه پمپ و مدار شکل زیر به صورت نشان داده می باشد، مطلوب است تعیین:

الف- دبی کل Q ب- دبی های Q_1, Q_2, Q_3 ج- فشار مانومتریک نقطه A





حل مسئله (۵):

ابتدا منحنی های مشخصه مدار را با ارتفاع استاتیکی هر کدام جمع می نماییم منحنی های حاصل در شکل ۳ نشان داده شده است. این سه مدار بایکدیگر موازی بوده و بنا به قاعده جمع مدارهای موازی، مدار برآیند آنها ترسیم می گردد (به علت ملایم بودن شیب منحنی ها، عملاً ترسیم برآیند آنها در این صفحه مقدر نمی باشد). منحنی برآیند مدارها، منحنی مشخصه پمپ را در نقطه ای مثل M قطع می کند که نقطه کار پمپ می باشد. از نقطه M، خطی به موازات محور افقی رسم می شود. این خط منحنی های $(R_1 + 12)$ ، $(R_2 + 15)$ ، $(R_3 + 10)$ را در نقاطی قطع می کند، که مختصات نقاط بدست آمده، معرف دبی و فشارهایی است که در ابتدای هر کدام از شاخه ها وجود دارد. بدیهی است فشارهای کلیه شاخه ها همان فشار نقطه M خواهد بود که برابر فشار نقطه A می باشد.

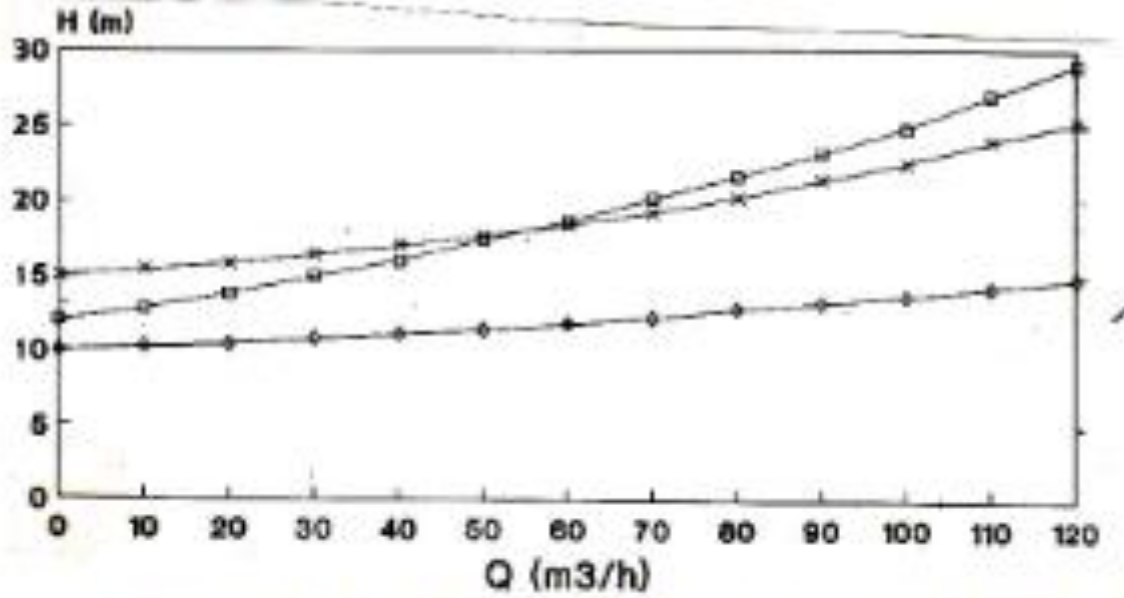


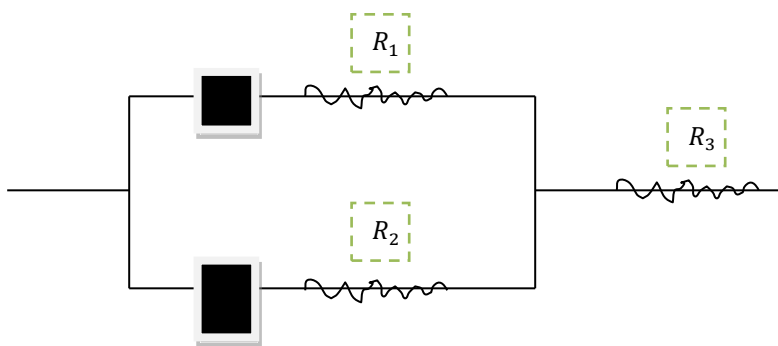
Fig 3 \blacksquare $R_1 + 12$ \times $R_2 + 15$ \odot $R_3 + 10$

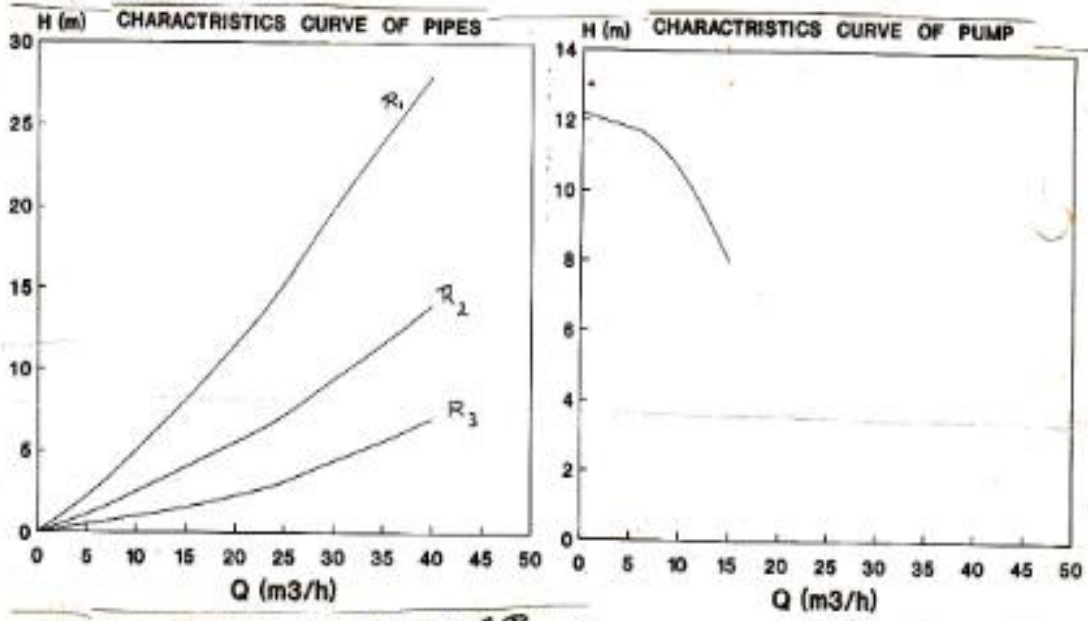
۶- دو پمپ مشابه بامنحنی مشخصه زیر بر روی مدار شکل زیر کار می کنند. منحنی تغییرات افت مدار بر حسب دبی نیز به صورت داده شده در شکل می باشد. مطلوبست تعیین:

الف- دبی کل Q

ب- دبی های Q_1, Q_2, Q_3

ج- ارتفاعی که هر پمپ تولید می کند.





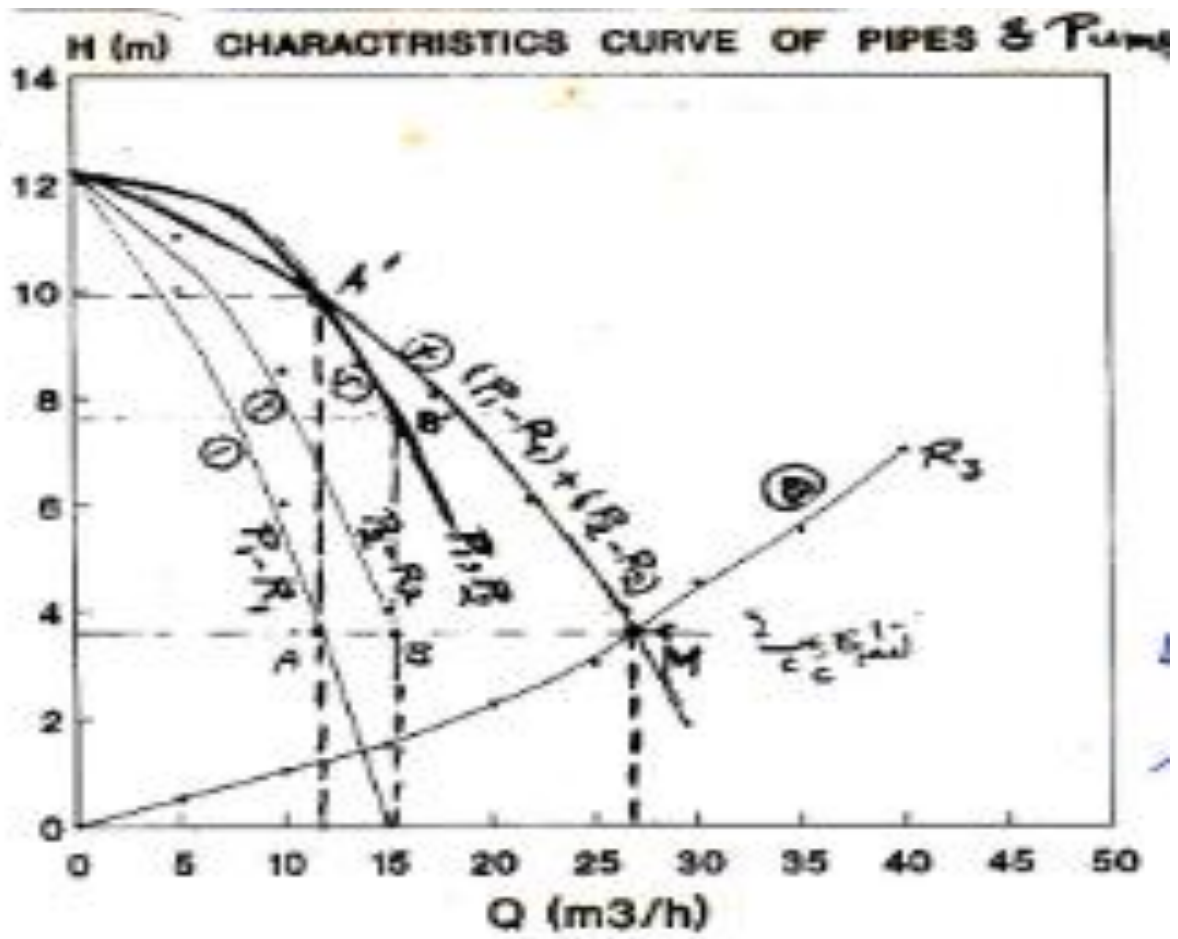
حل مسئله (۶):

مشخصه های $P_1 - R_1$ ، $P_2 - R_2$ را رسم نموده، از آنجایی که دو پمپ به صورت موازی در مدار قرار گرفته اند بنابراین به صورت نشان داده شده در منحنی (۴) بایکدیگر جمع می شوند. از تلاقی منحنی (۴) و منحنی (۵) (مشخصه مجرای R_3)، نقطه کار پمپ (M) بدست می آید. از نقطه M خطی موازی محور افقی رسم می شود تا منحنی های (۱) و (۲) را در نقاط A, B قطع نماید. مقادیر دبی هر یک از این نقاط دبی هایی هستند که در هر یک از شاخه ها جریان دارد، چنانچه نقاط متناظر A, B را روی منحنی مشخصه پمپها بدست آوریم، ارتفاع ایجاد شده توسط هر پمپ مشخص خواهد شد.

M(26.7,3.7)

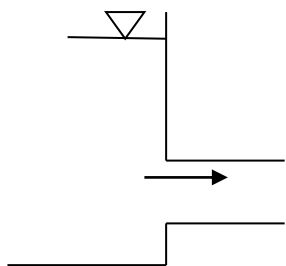
پمپ P_1 ، دبی $11.7 \frac{m^3}{s}$ با ارتفاع $9.9m$ ایجاد خواهد کرد.

پمپ P_2 ، دبی $15 \frac{m^3}{s}$ با ارتفاع $7.8m$ ایجاد خواهد کرد.

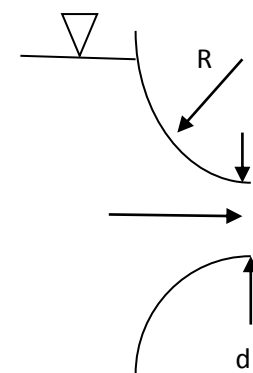


پیوست الف: افت‌های جزئی در اتصالات

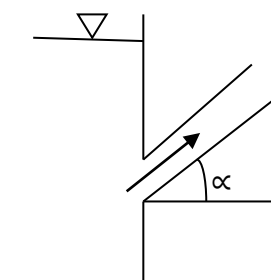
معادله عمومی افت در اتصالات: $h_m = k \frac{v^2}{2g}$



$K=0.50$

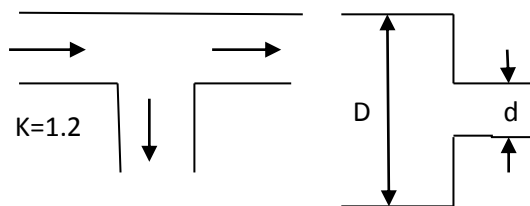


R/d	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
K	0.25	0.17	0.08	0.05	0.04

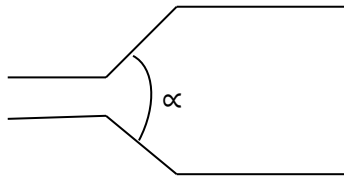


$K=0.505+0.303\sin \alpha+0.226\sin^2 \alpha$

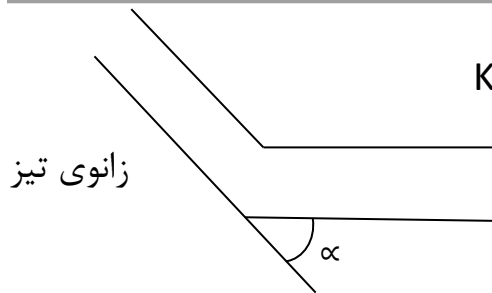
تنگ شدگی



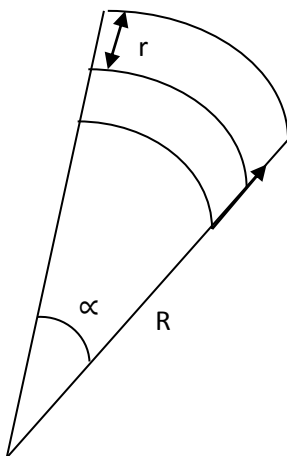
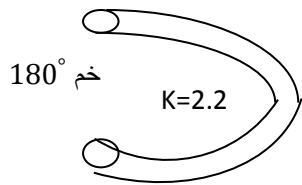
d/D	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8
K	0.5	0.5	0.42	0.33	0.25	0.15



α°	20	40	60	80
K	0.20	0.28	0.32	0.35



$$K = 67.6 \times 10^{-6} (\alpha^\circ)$$



$$K = \left(0.13 + 1.85 \left(\frac{r}{R} \right)^{2.5} \right) \sqrt{\frac{\alpha^\circ}{180}}$$