جلسه اول

Sunday, September 23, 2012
10:54 AM

بسم الله الرحمن الرحیم

دینامیک

سرفصل مطالب

فصل ۱) سینماتیک

۱-۱ سینماتیک ذره

حرکت مستقیم الخط

دستگاه (n-t)

دستگاه (r-θ)

دستگاه ۳ بعدی

حرکت نسبی در صفحه

سینماتیک اجسام مقید

۱-۲ سینماتیک اجسام صلب

شناخت انواع حرکت

تحلیل سرعت جسم صلب

مرکز آنی دوران

تحلیل شتاب جسم صلب

حرکت نسبی در دستگاه چرخان

شتاب کوریولیس

فصل ۲) دینامیک و قوانین نیوتن

۲-۱ دینامیک ذره

تعریف قوانین نیوتن

Sunday, September 23, 2012
10:54 AM

روش حل مسائل نیوتنی
دینامیک نیوتنی در انواع دستگاه‌ها

۲-۲ دینامیک اجسام صلب
حرکت انتقالی
حرکت دورانی
حرکت محوری

فصل ۳) کار و انرژی
۳-۱) کار و انرژی ذره
تعریف کار
انرژی پتانسیل
انرژی جنبشی
قانون بقای انرژی
۳-۲) کار و انرژی اجسام صلب
انرژی جنبشی دورانی
قانون بقای انرژی

فصل ۴) اندازه حرکت و ضربه
۴-۱) اندازه حرکت و ضربه ذره
تعریف اندازه حرکت

Sunday, September 23, 2012
10:54 AM

تعریف ضربه
قانون بقای اندازه حرکت ذره
برخورد
۴-۲) اندازه حرکت اجسام صلب
اندازه حرکت زاویه‌ای
ضربه ناشی از گشتاور
قانون بقای اندازه حرکت

تکالیف	۲	
میان‌ترم اول	۵	(فصل اول)
میان‌ترم دوم	۵	(فصل ۲ و ۳)
پایان‌ترم	۸	
پروژه اختیاری	۲^{+}	

به نام خدا

جلسه دوم

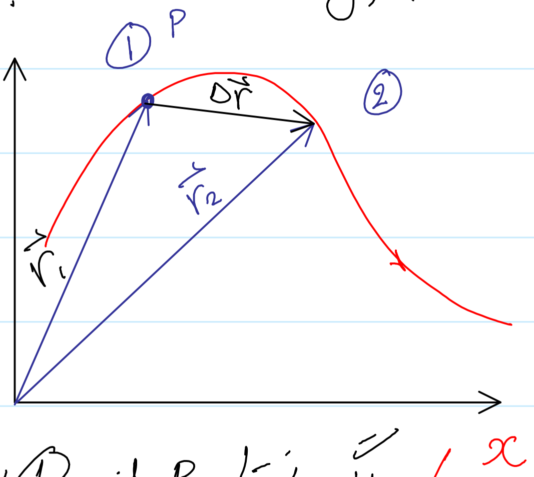
Sunday, September 30, 2012
7:43 AM

فصل ۱) سینماتیک

۱-۱) سینماتیک ذره

در صفحه $(x-y)$ نقطه P را به عنوان یک نقطه مادی به مختصات (x_P , y_P) در نظر بگیرید

موقعیت نقطه P با بردار موقعیت $\vec{r}$ بردار مکان نمایش داده می‌شود



اگر نقطه P از ① به ② حرکت کند تغییر موقعیت $\Delta\vec{r}$ خواهد بود.

$\Delta\vec{r}$ بستگی به مسیر ندارد. ولی مدت زمان حرکت برای ① تا ② را v خواهد بود

حال مفهوم سرعت متوسط را برای حرکت فوق چنین تعریف کرد.

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

اگر تغییرات در مدت زمان خیلی کوتاه رخ دهد

$$\Delta t \to dt$$

آنگاه به مفهوم سرعت لحظه‌ای خواهیم رسید.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

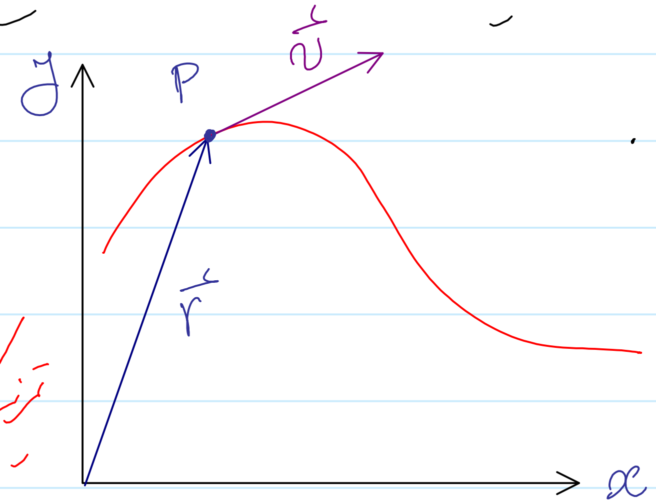
$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

یکی از خواص مهم سرعت لحظه‌ای مماس بر مسیر حرکت است.

$$y = y(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = y'$$

تمرین کلاسی و اثبات کنید

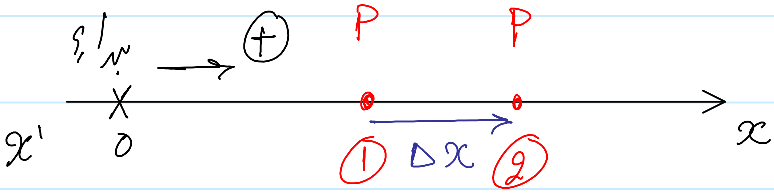


۲-۱-۱) حرکت مستقیم الخط

مبحث

وقتی که نقطه مادی در امتداد خط مستقیم حرکت کند نوع حرکت مستقیم الخط

در این نوع حرکت انتخاب مبدا مختصات و جهت ⊕ آن اختیاری است.



$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow \boxed{v = \frac{dx}{dt}}$$

مثال) ذره‌ای فاصله بین دو نقطه AB را با سرعت‌های ثابت به ترتیب زیر طی می‌کند.

$\frac{1}{3}$ فاصله را با سرعت v ، $\frac{2}{3}$ باقی مانده را با سرعت $\frac{1}{3}v$ ، مطلوب است

سرعت متوسط آن:

$$\bar{v} = \frac{AB}{\Delta t_{AB}} = \frac{AB}{\Delta t_{1/3} + \Delta t_{2/3}} = \frac{AB}{\frac{\frac{1}{3}AB}{v} + \frac{\frac{2}{3}AB}{\frac{1}{3}v}} = \frac{3}{7}v$$

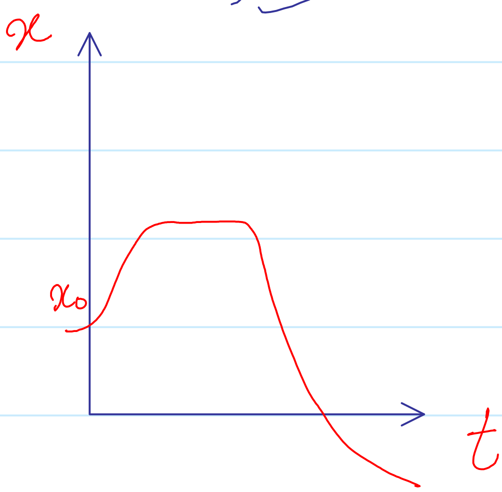
$$v = \frac{dx}{dt} \longrightarrow dx = v\,dt$$

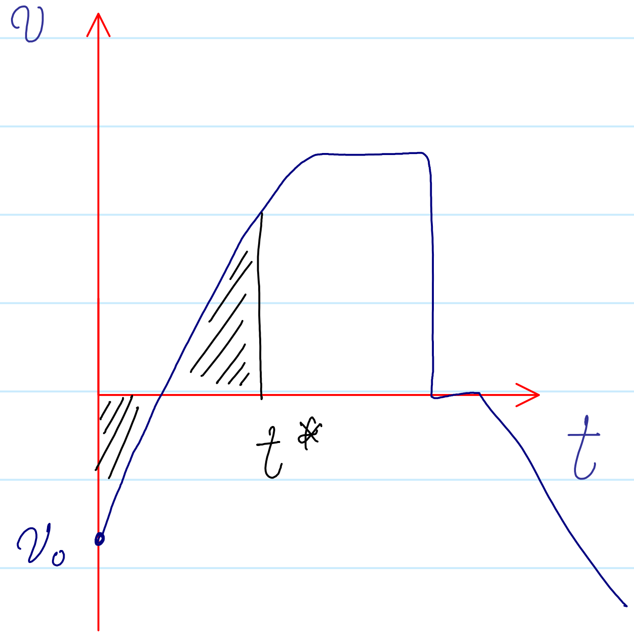
✓ سرعت لحظه‌ای

$$\int_{x_0}^{x} ds = \int_{t_0}^{t} v\,d\tau$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v\,d\tau$$

از آن تا آخر $\longrightarrow t_0$





$$x = v(t - t_0) + x_0$$

v: ثابت

Sunday, September 30, 2012
7:43 AM

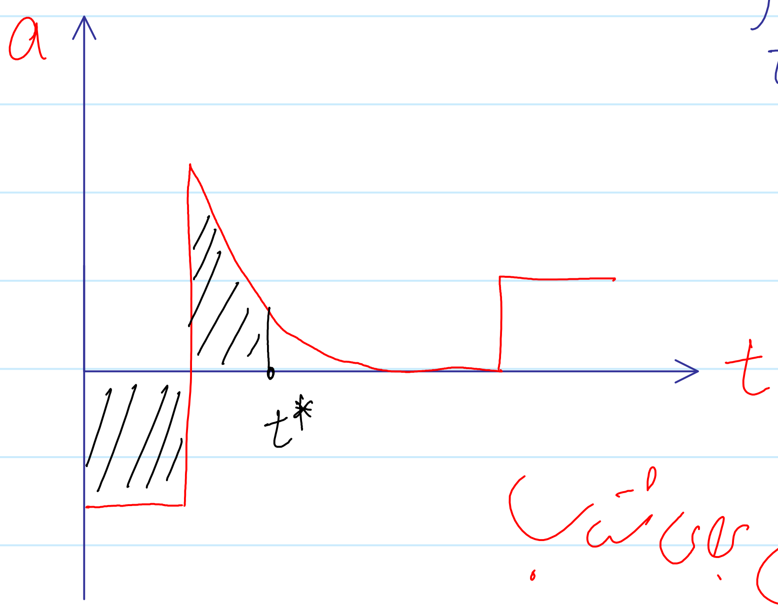
۲/ شتاب ، شتاب متوسط

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \longrightarrow a = \frac{dv}{dt}$$

$$\left.\begin{array}{l} v = \dfrac{dx}{dt} \\ a = \dfrac{dv}{dt} \end{array}\right\} \longrightarrow v\,dv = a\,dx$$

$$dv = a\,dt \longrightarrow v - v_0 = \int_{t_0}^{t} a\,d\tau$$



۳-۱-۱) حالتهای ممکن برای شتاب

الف) $a = f(t)$

ب) $a = f(s)$

ج) $a = f(v)$

ب) $a = f(x)$; $v = \frac{dx}{dt}$ ، $a = \frac{dv}{dt}$

$$v\,dv = a\,dx$$

$$v\,dv = f(x)\,dx$$

$$\rightarrow v = v(x)$$

$$dt = \frac{dx}{v(x)} \rightarrow t = t(x) \rightarrow x = t^{-1}(x)$$

ج) $a = a(v)$

$$dt = \frac{dv}{a(v)} \rightarrow t = t(v)$$

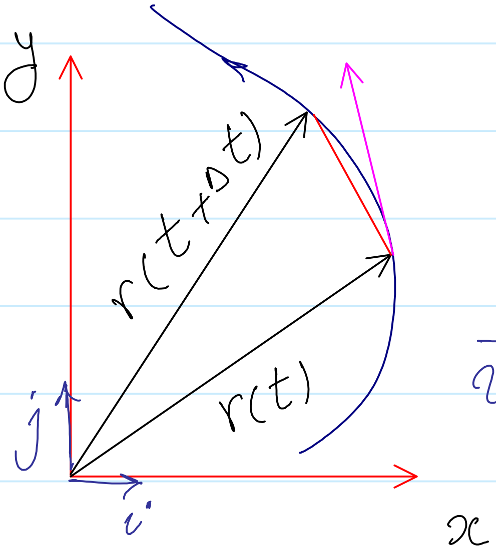
بسمه تعالی

(ادامه سینماتیک ذرات)

جلسه 3

Wednesday, October 03, 2012
10:46 AM

۲-۱-۱) حرکت در صفحه



$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\,\vec{i} + x\,\dot{\vec{i}} + \dot{y}\,\vec{j} + y\,\dot{\vec{j}}$$

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = ? = 0$$

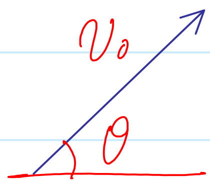
$$\vec{v} = \dot{x}(t)\,\vec{i} + \dot{y}(t)\,\vec{j} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} = \dot{v}_x\,\vec{i} + \dot{v}_y\,\vec{j} = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j}$$

$$tg\,\theta = \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)} = \frac{dy}{dx} = y'$$

حرکت پرتابه :

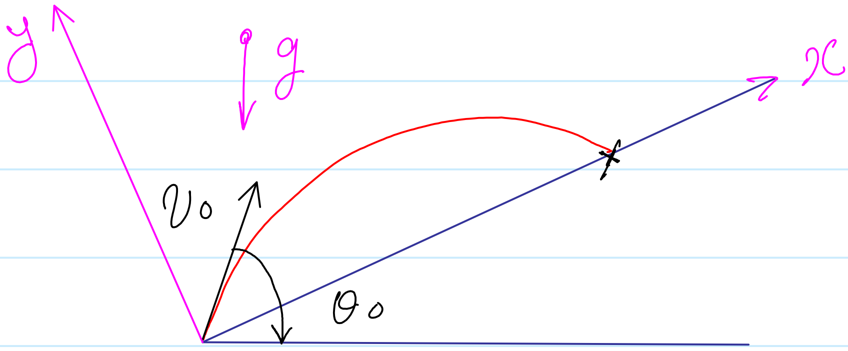
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} \rightarrow v_x = v_{x_0} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \rightarrow v_y - v_{y_0} = -gt \;;\; t_0 = 0 \end{cases}$$



$$v_y = -gt + v_{y_0} \;;\; \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_{y_0} = v_0 \sin\theta_0 \end{cases}$$

$\left\{ v_{y_0} = v_0 \sin\theta_0 \right.$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x - x_0 = v_{x_0} t \\ y - y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{y_0} t \end{cases}$$



۴-۱-۱) دستگاه مختصات (n-t)

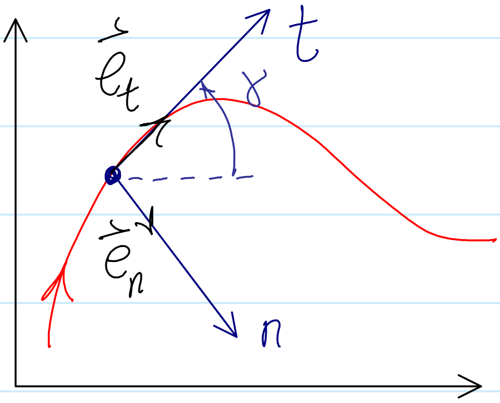
✓ این دستگاه مختصات را دستگاه مختصات سرعتی نیز می‌نامند.

✓ این دستگاه همیشه چسبیده به جسم است.

✓ جهت t این دستگاه در جهت سرعت جسم است.

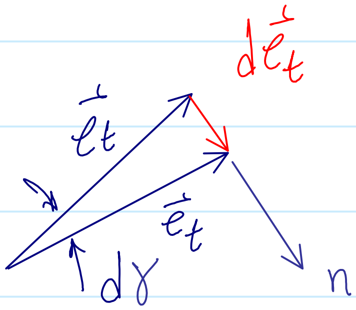
✓ جهت n این دستگاه در جهت انحنای مسیر انتخاب می‌شود.

$$\vec{v} = v_t \vec{e}_t$$



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{v}_t \vec{e}_t + v_t \frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

$$d\vec{e}_t = |e_t|\,d\gamma\,\vec{e}_n$$

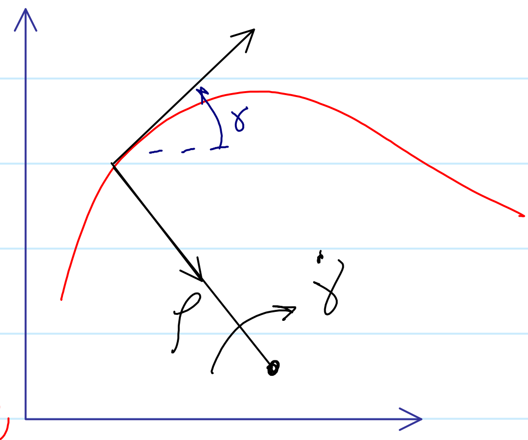


$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \dot{\gamma}\,\vec{e}_n$$

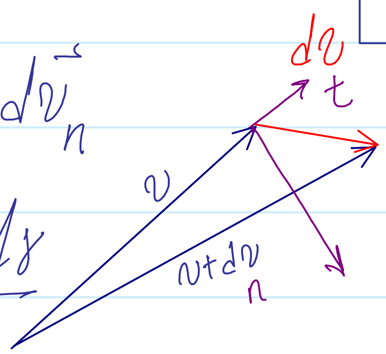
$$\vec{a} = \dot{v}\,\vec{e}_t + v\dot{\gamma}\,\vec{e}_n \Rightarrow \begin{cases} a_t = \dot{v} \\ a_n = v\dot{\gamma} \end{cases}$$

$$a_t = \dot{v}$$

$$a_n = v\dot{\gamma} = \frac{v^2}{\rho} = \rho\dot{\gamma}^2$$



$$d\vec{v} = d\vec{v}_t + d\vec{v}_n$$



$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = \frac{v\,d\gamma}{dt}$$

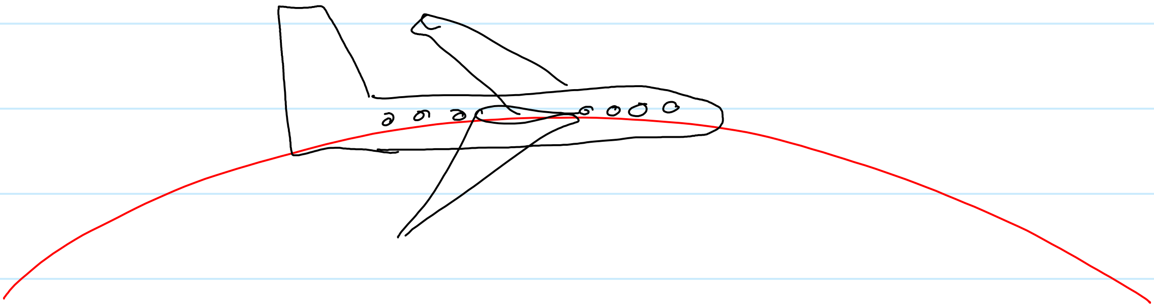
$$\frac{dv_t}{dt}\;a_t = \frac{d(\rho\dot{\gamma})}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

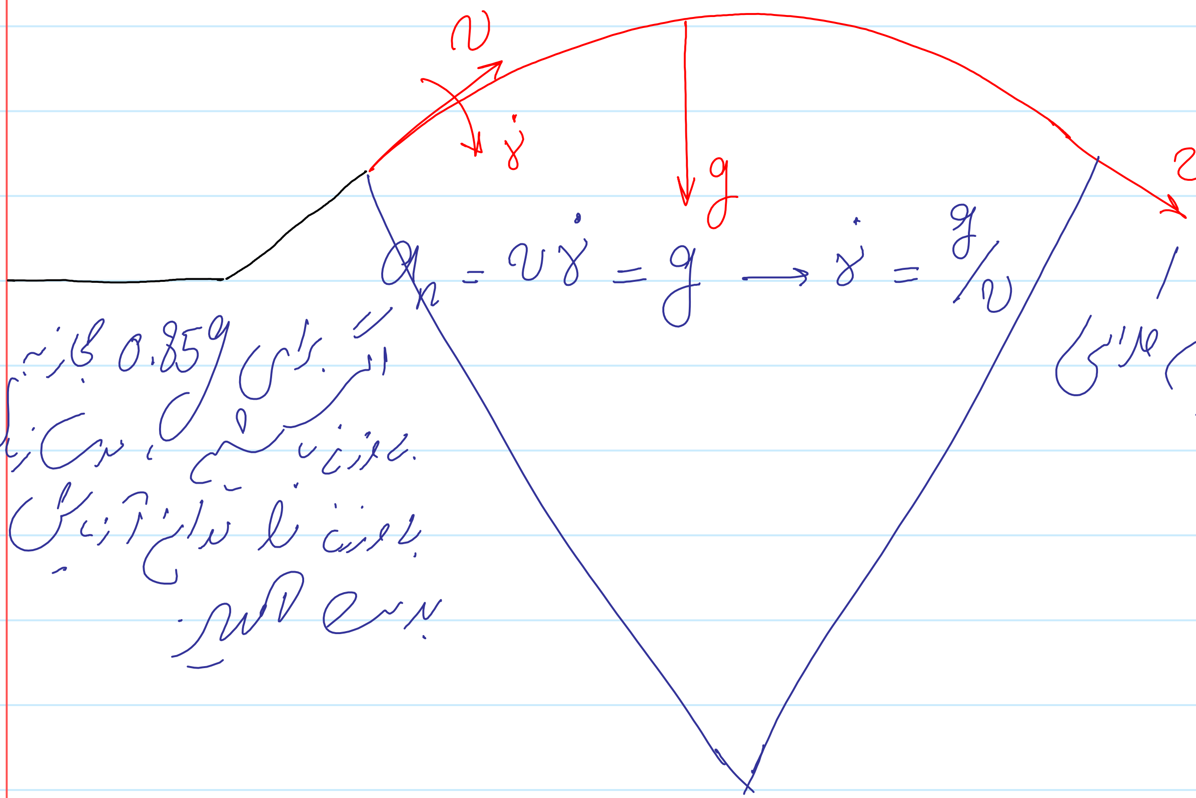
$$\vec{a} = \dot{v}\,\vec{e}_t + v\dot{\gamma}\,\vec{e}_n$$
$$\dot{v}\,\vec{e}_t + \rho\dot{\gamma}^2\,\vec{e}_n$$
$$\dot{v}\,\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\,\vec{e}_n$$

ρ: شعاع انحنای مسیر

γ: زاویه سرعت با افق

مثال) هواپیمایی روی یک مسیری با سرعت 720 km/h در حال حرکت است. برای آزمایش بی وزنی هواپیما با چه $\dot{\theta}$ مسیر انحنا را باید طی کند؟





$$a_n = v\dot{\theta} = g \longrightarrow \dot{\theta} = g/v$$

تمرین طراحی

اگر برای 0.85g مجازیم بی وزنی به شیب ، مدت زمان بی وزنی را تا زمان آزمایش بدست آورید.

۱۰۹	۸۴	۵۶	۲-۳۶	۲-۲۰	۲-۳	۱-۷
۱۱۰	۸۷	۵۷	۳۹	۲۴	۲-۷	۱-۱۰
۱۱۱	۹۴	۵۸	۴۳	۲۷	۲-۱۲	۱-۱۲
۱۱۶	۹۸	۶۴	۴۴	۲۹	۲-۱۳	
۱۲۴	۱۰۱	۶۹	۴۶	۳۱	۱۴	
۱۲۷	۱۰۵	۷۶	۴۸	۳۳	۱۷	
۱۳۰						

بنام خدا

جلسه 4

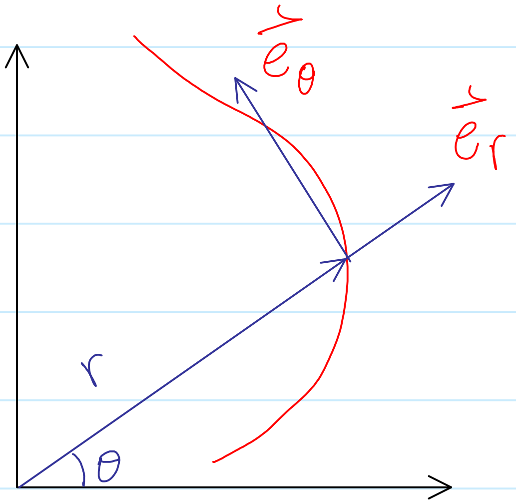
Sunday, October 07, 2012
10:47 AM

(۵-۱-۱) دستگاه مختصات (r-θ)

مختصات (r-θ) چسبیده به جسم است ✓

جهت $\vec{e}_r$ در راستای بردار موقعیت جسم است ✓

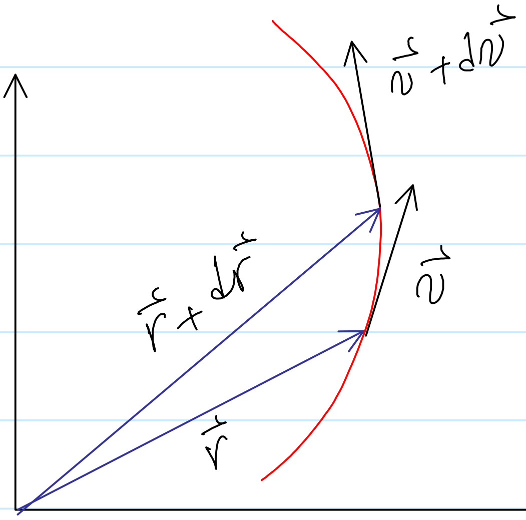
$\vec{e}_\theta$ عمود بر آن در جهت θ قرار دارد.

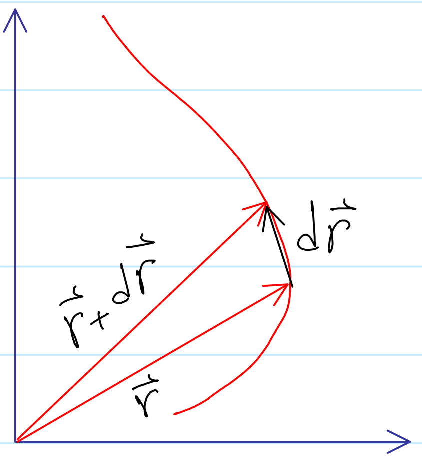


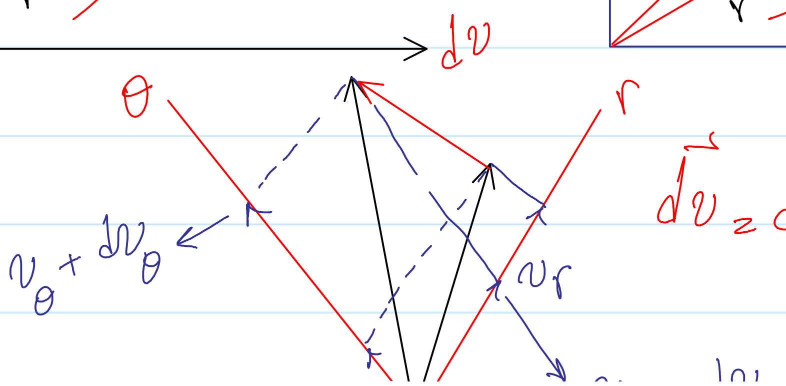
$$\vec{r} = r\,\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\,\frac{d\vec{e}_r}{dt}$$

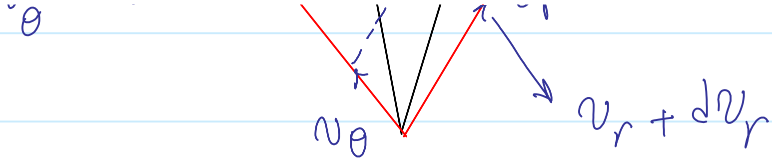
$$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta \longrightarrow \begin{cases} v_r = \dot{r} \\ v_\theta = r\dot{\theta} \end{cases} \qquad \vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$$







$$d\vec{v} = d\vec{v}_r + d\vec{v}_\theta$$



v_θ
$v_r + dv_r$

2

Sunday, October 07, 2012
11:01 AM

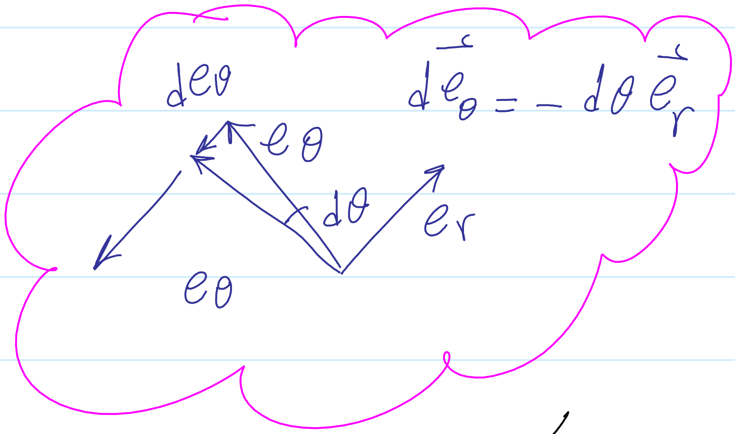
$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\,\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$$

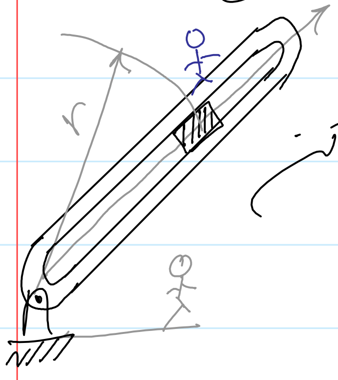
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r}\,\vec{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\ddot{\theta}\,\vec{e}_\theta - r\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r$$

$$= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\vec{e}_\theta$$

$$\begin{cases} \vec{a}_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ \vec{a}_\theta = r\ddot{\theta} + \underbrace{2\dot{r}\dot{\theta}}_{\text{شتاب کوریولیس}} \end{cases}$$



مثال) در شکل زیر یک لغزنده داخل یک دسته شیاردار در حال حرکت و دسته نیز حول محور O در حال دوران است. سرعت دورانی دسته شیاردار 80 rpm و شتاب زاویه‌ای آن -280 rpm/s موقعیت لغزنده در لحظه نشان داده شده 0.25 m و سرعت آن داخل شیار -0.3 m/s (ثابت) است. مطلوبست شتاب کل لغزنده نسبت به شخص ساکن

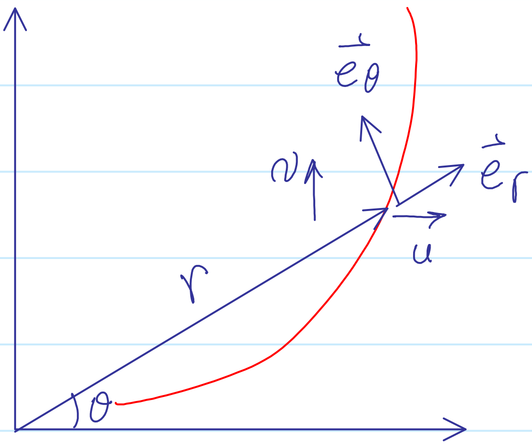


$\dot{\theta} = 80\ \text{rpm}$ $\quad \dot{r} = -0.3\ \text{m/s}$ $\quad \ddot{r} = 0$

$\ddot{\theta} = -280\ \text{rpm/s}$ $\quad r = 0.25\ \text{m}$

Sunday, October 07, 2012
11:14 AM

$$\vec{a} = a_r \vec{e}_r + a_\theta \vec{e}_\theta$$
$$= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$



$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta \\ v = \dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} v_r = \dot{r} \\ v_\theta = r\dot{\theta} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_r \\ a_\theta \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{matrix}$$

تمرین کلاسی : ماتریس تبدیل مختصات $(n-t)$ و $(x-y)$ را بدست آورید:

۲-۱۲۱	۱۵۴
۱۲۴	۱۵۹
۱۲۸	۱۶۰
۱۴۰	۱۶۲
	۱۶۵

به نام خدا

جلسه 5

Sunday, October 14, 2012
10:47 AM

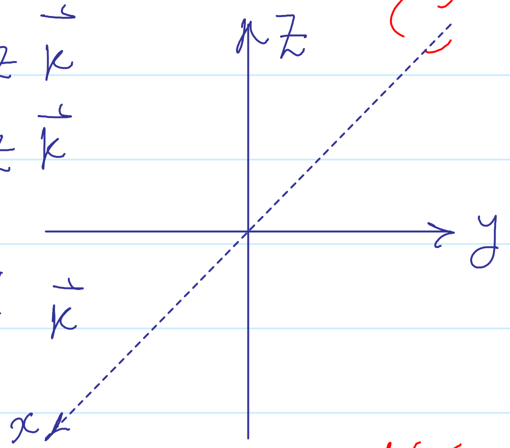
۱-۱-۶) حرکت نقطه مادی در فضا

مختصات کارتزین

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

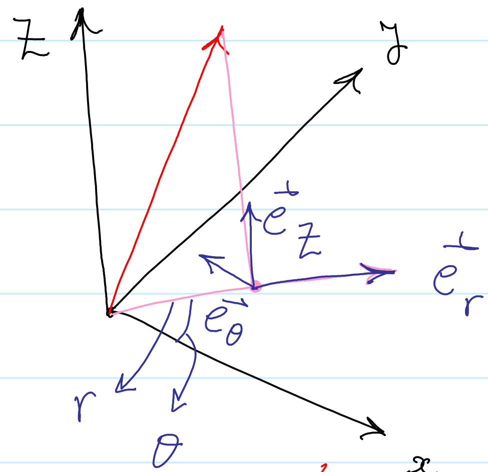


مختصات استوانه‌ای (r-θ-z)

$$\vec{r} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$$

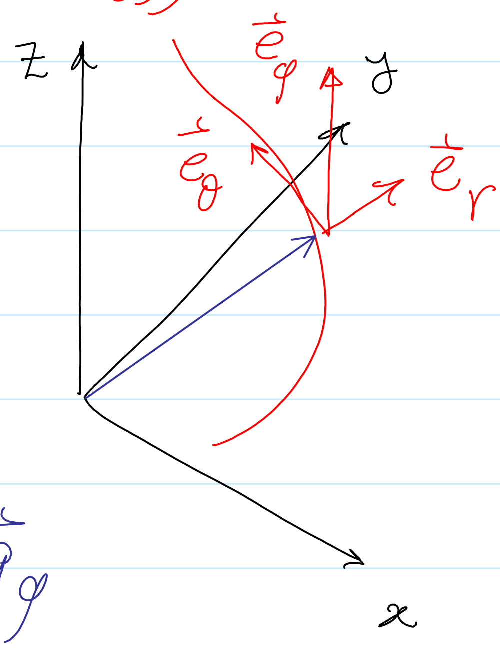


مختصات کروی

$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\cos\varphi\,\vec{e}_\theta + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

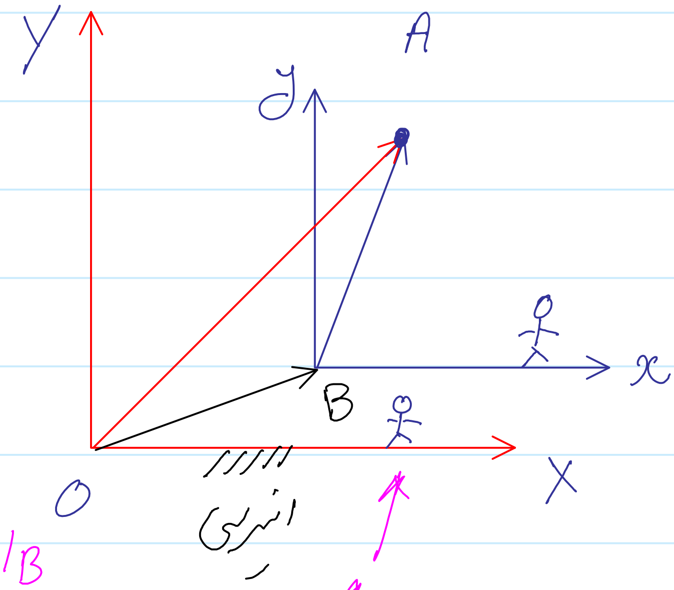
$$\vec{a} = a_r\vec{e}_r + a_\theta\vec{e}_\theta + a_\varphi\vec{a}_\varphi$$

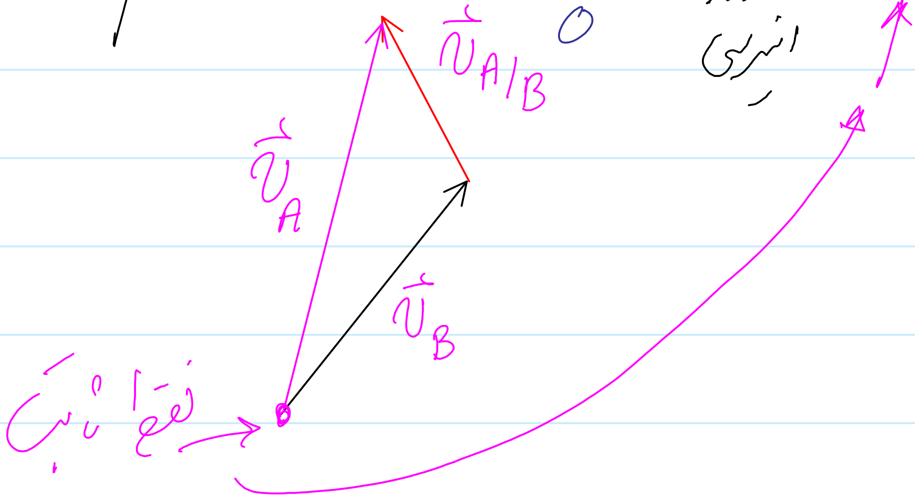


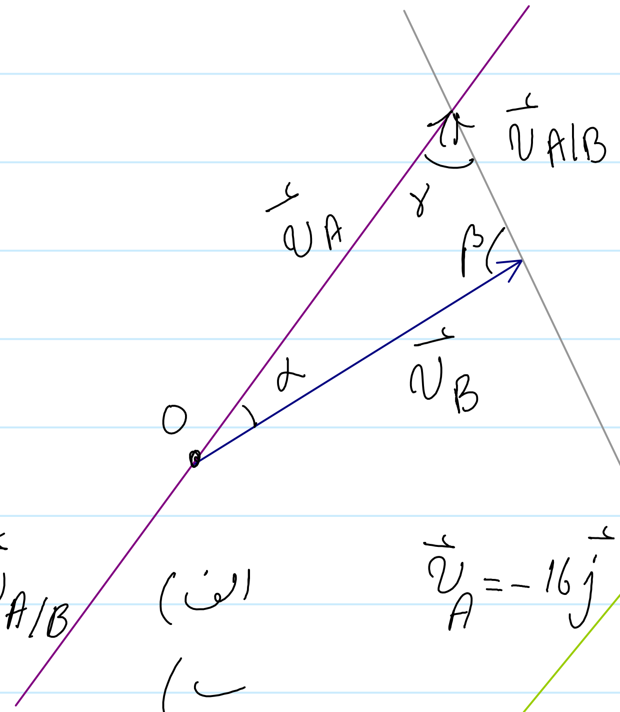
۷-۱-۱) حرکت نسبی در مختصات بدون دوران

$$\vec r_A = \vec r_B + \vec r_{A/B}$$

$$\vec v_A = \vec v_B + \vec v_{A/B}$$







نسبت سرعت نقطه A و B

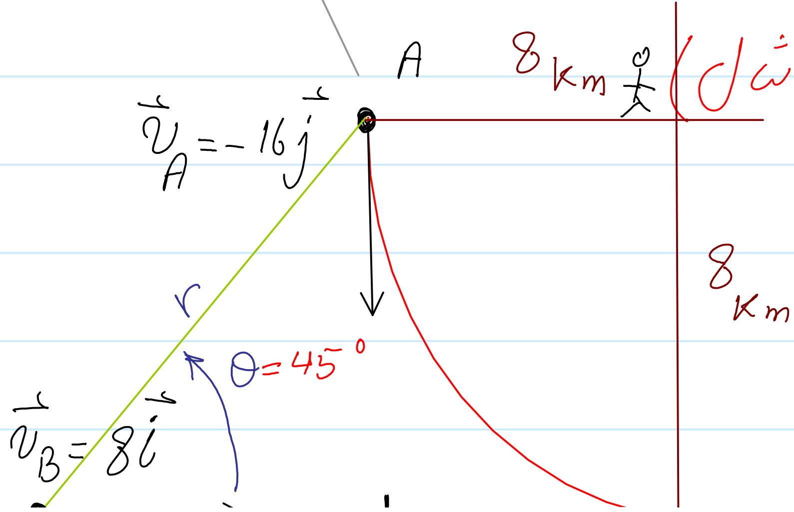
$\vec v_{A/B}$ (الف

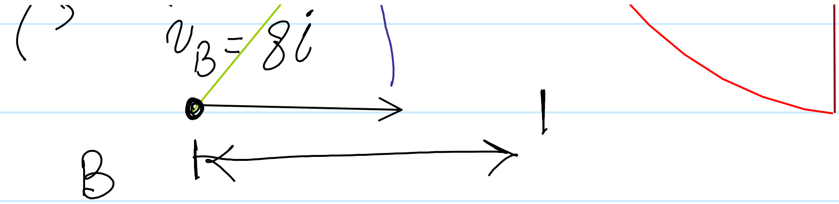
$\dot r, \dot\theta$ (ب

$\vec a_{A/B}$ (ج

$\ddot r, \ddot\theta$ (د

شکل




$v_B = 8i$
B

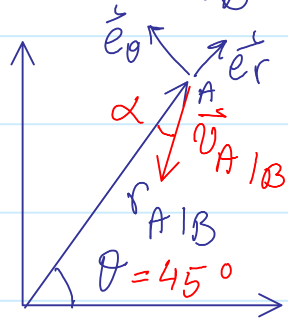
جهت $v_{A/B} \neq r_{A/B}$ جهت

الف) $\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$

$$-16\vec{j} = 8\vec{i} + \vec{v}_{A/B} \Rightarrow \vec{v}_{A/B} = -8\vec{i} - 16\vec{j}$$

ب)

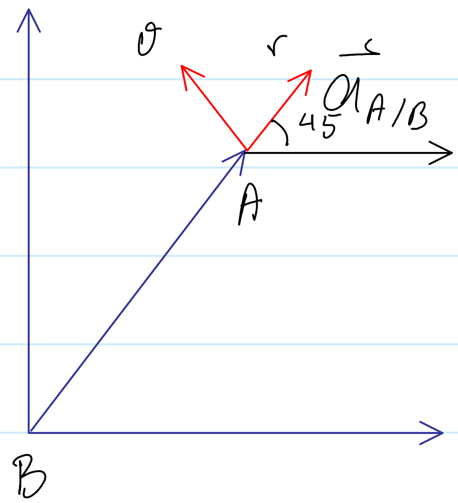
$v_r = \dot{r}$
$$\begin{cases} \vec{v}_r = -v_{A/B}\cos\alpha\,\vec{e}_r \\ \vec{v}_\theta = -v_{A/B}\sin\alpha\,\vec{e}_\theta \end{cases}$$
$v_\theta = r\dot{\theta}$



$\alpha = 18.43°$

ج) $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$

$$\frac{v_A^2}{8}\vec{i} = \vec{a}_{A/B}$$



د) $\vec{a}_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r$

$\vec{a}_\theta = (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$

بسمه تعالی

جلسه 6

Wednesday, October 17, 2012
10:39 AM

۸-۱-۱) حرکت اجسام متصل مقید

✓ اکثر مسائل اجسام متصل مقید به شکل ترکیبی از جرم، قرقره و طناب هستند

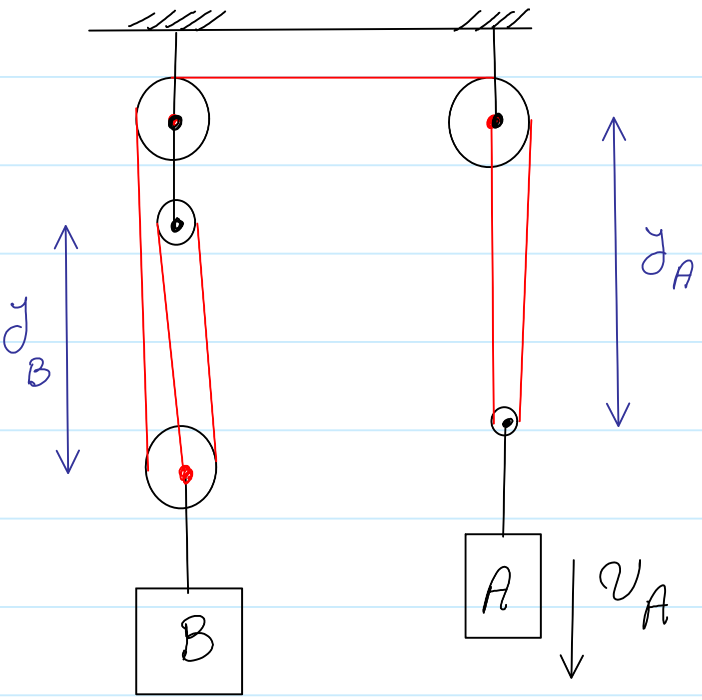
✓ در این مسائل طول طناب ثابت است.

✓ طول هر طناب جمع جبری طولهای تشکیل دهنده سیستم هستند.

$$L = 2y_A + 3y_B + K$$

$$0 = 2\dot{y}_A + 3\dot{y}_B$$

$$v_B = -\frac{2}{3} v_A$$



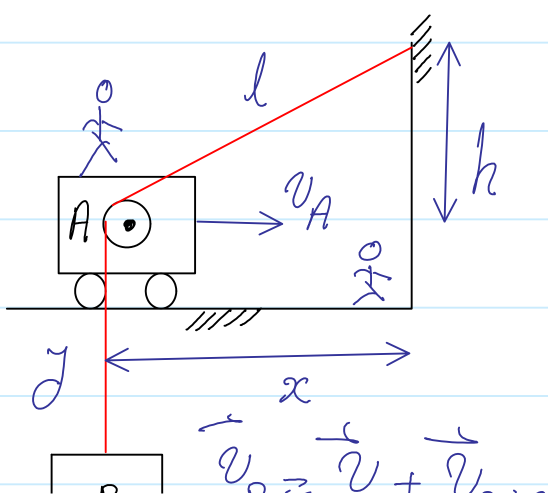
شکل

$$L = l + y$$

$$L = y + \sqrt{x^2 + h^2}$$

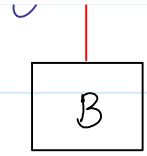
$$0 = \dot{y} + \frac{2x\dot{x}}{2\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$\dot{y} = \frac{-x\dot{x}}{\ldots} = v$$



$\vec{v}_B = \vec{v} + \vec{v}_{\ldots}$

$$\dot{y} = \frac{-x\dot{x}}{\sqrt{x^2+h^2}} = v_{B/A}$$



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

تمرینات

Sunday, October 28, 2012
11:34 AM

۲۱۵ - ۲
۲۱۸
۲۱۹
۲۲۱
۲۲۴
۲۲۷
۲۴۰

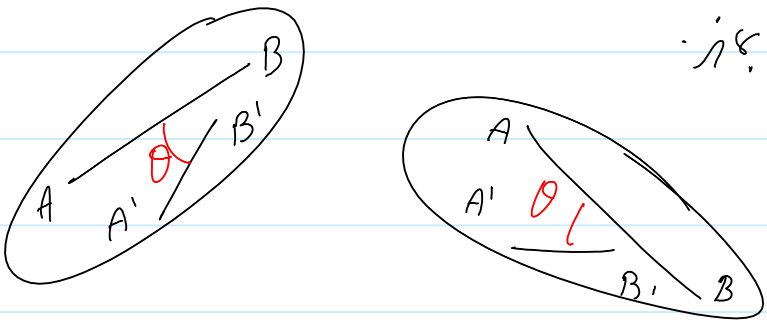
2

Wednesday, October 17, 2012
10:40 AM

۲-۱) سینماتیک اجسام صلب

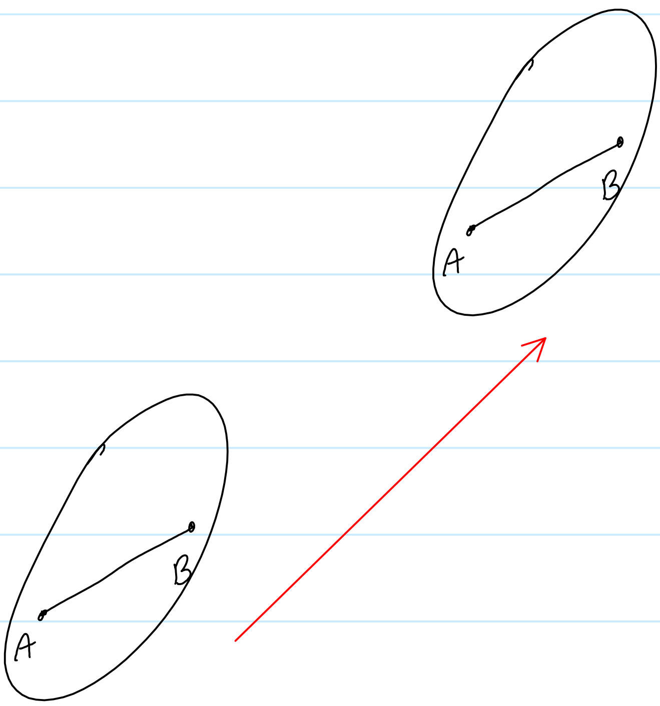
مقدمه

در این بخش هدف بررسی و تحلیل سینماتیک (موقعیت، سرعت، شتاب) اجسام صلب است. جسم صلب به جسمی گفته می‌شود که در فرآیند حرکت دائماً جسم تغییر ابعاد داده نشود. یا به عبارت دیگر اگر دو خط فرضی AB و $A'B'$ دارای زاویه اولیه θ در جسم باشند، بعد از فرآیند حرکت مقدار θ ثابت بماند:

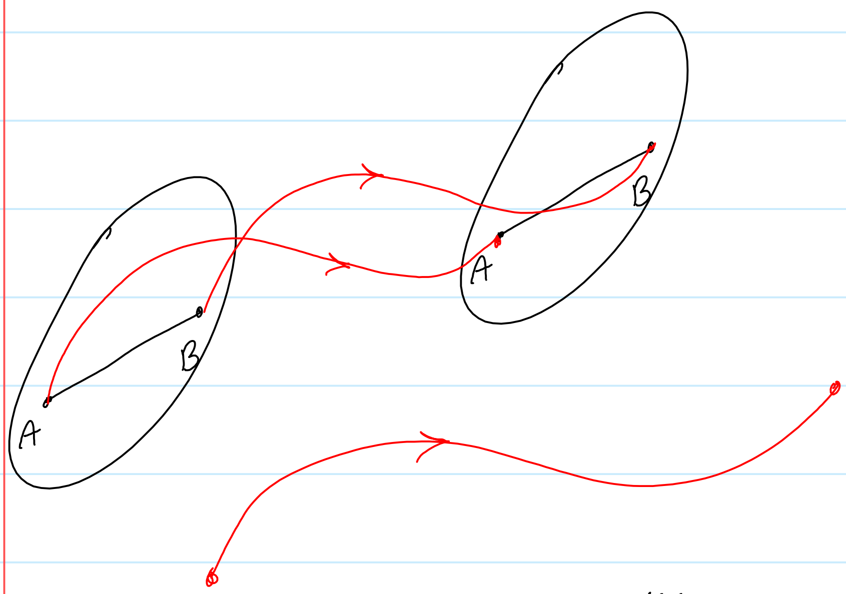


۱-۲-۱) انواع حرکت

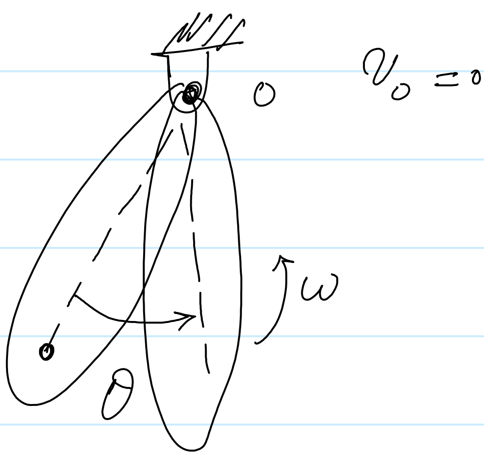
الف) حرکت مستقیم الخط



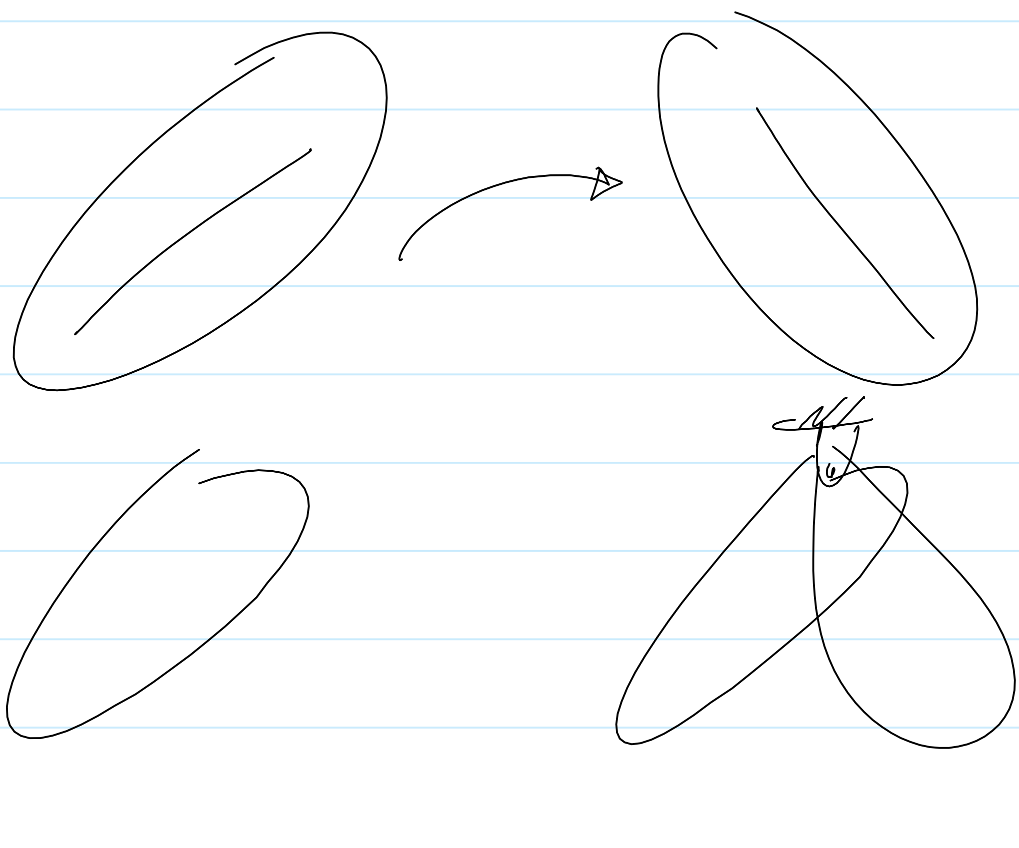
ب) حرکت انتقالی



ج) دوران خالص



د) حرکت عمومی



جلسه7

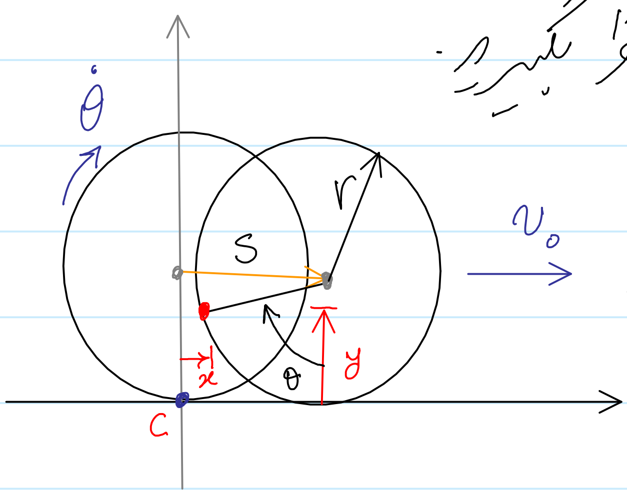
Sunday, October 21, 2012
10:46 AM

بسمه تعالی

۲-۱) تحلیل سرعت اجسام صلب

برای تحلیل و بررسی سینماتیک اجسام صلب و اتصالات با توجه به نوع حرکت یک رابطه هندسی برای یک نقطه نوشت و تحلیل را از آن آغاز کرد. تحلیل سینماتیک به سه روش امکان پذیر است. ۱) روش ابتکاری ۲) روش برداری ۳) روش ترسیمی

۱) روش ابتکاری: در این روش یک رابطه هندسی بین حرکت اجزاء را نوشته و برای محاسبه سرعت اجزاء خواسته شده از آن مشتق گرفته می‌شود. برای مثال یک دیسک دوار را که در سطح بدون لغزش با سرعت ثابت v_0 در حال حرکت است را در نظر بگیرید.

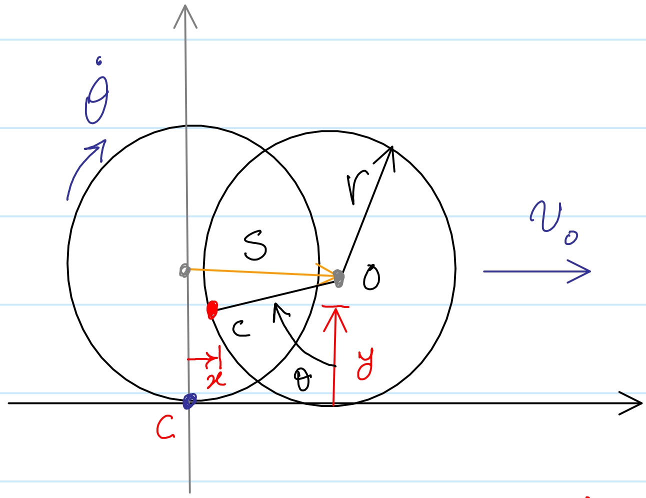


$$\begin{cases} x_c = S - r\sin\theta \\ y_c = r - r\cos\theta \end{cases}$$

$$\dot S = r\dot\theta = v_0$$

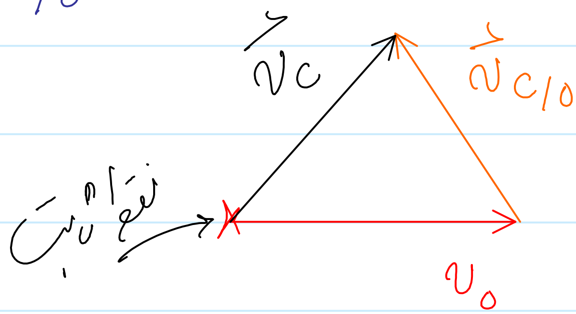
$$\begin{cases} \dot x_c = \dot S - r\dot\theta\cos\theta \\ \dot y_c = 0 + r\dot\theta\sin\theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot x_c = v_0(1-\cos\theta) \\ \dot y_c = v_0\sin\theta \end{cases}$$

$$\vec v_c = \dot x_c\,\vec i + \dot y_c\,\vec j$$

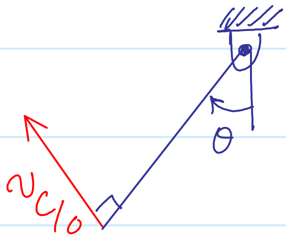


ب) روش ترسیمی : در روش‌های ترسیمی و برداری ابتدا باید ۲ نقطه را روی جسم صلب یا در دلخواه سیستم انتخاب کرد و سپس معادله حرکت نسبی سرعت را برای آن بنویسیم.

$$\vec v_c = \vec v_0 + \vec v_{c/o}$$



ج) روش برداری



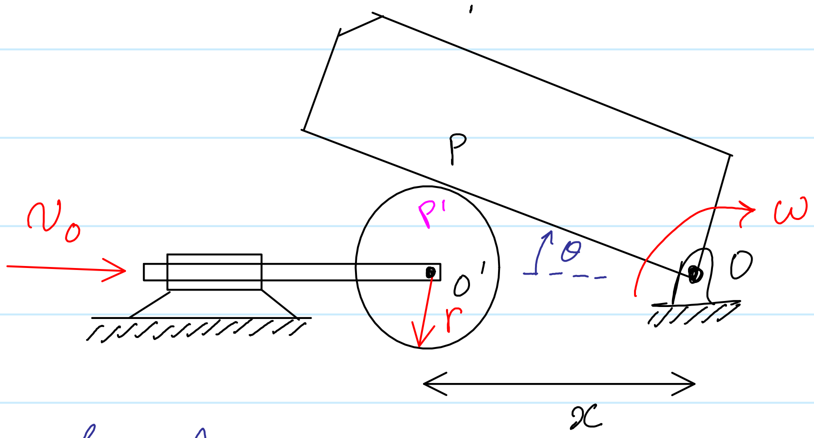
$$\vec v_c = \vec v_0 + \vec v_{c/o}$$

$$= v_0 \vec i - v_0 \cos\theta\, \vec i + v_0 \sin\theta\, \vec j$$

$$\vec v_c = v_0(1-\cos\theta)\vec i + v_0 \sin\theta\, \vec j$$

شکل) سرعت مرکز دیسک v_0 (ثابت) مطلوبست

سرعت زاویه دیسک.



مثلث $O\hat{P}O'$: $\tan\theta = \frac{r}{PO} = \frac{r}{\sqrt{x^2-r^2}} \rightarrow \dot{\theta}(1+\tan^2\theta) = $ " "

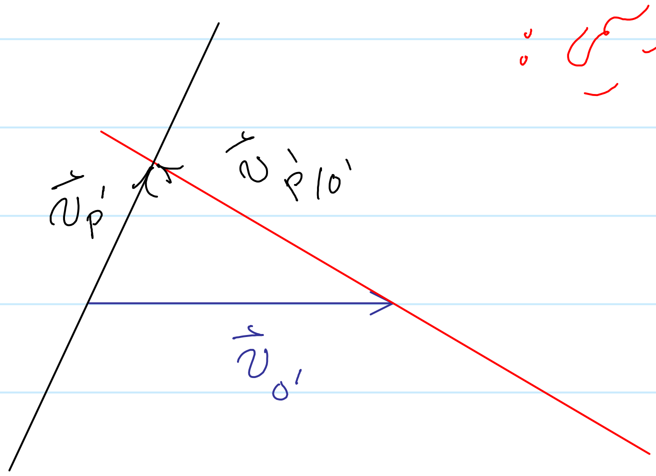
$$\sin\theta = \frac{r}{x} \rightarrow \dot{\theta}\cos\theta = \frac{-r\dot{x}}{x^2}$$

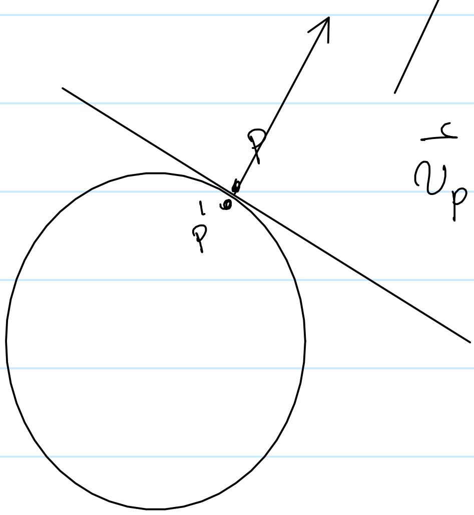
$$\omega = \frac{-r}{x\sqrt{x^2-r^2}}\, v_0 \qquad \dot{\theta} = \omega$$

منفی

ترسیمی:

$$\vec{v}_{p'} = \vec{v}_{o'} + \vec{v}_{p'/o'}$$





$$\vec{v}_p = \vec{v}_{p'}$$

به نام خدا

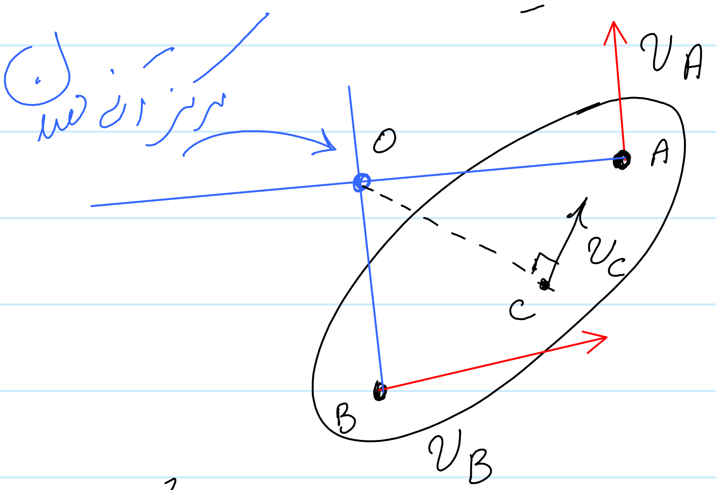
۳-۲-۱) تحلیل سرعت با استفاده از مرکز آنی دوران

جلسه 8

Wednesday, October 24, 2012
10:39 AM

روش مرکز آنی دوران برای تحلیل سرعت و سرعت زاویه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. مرکز آنی دوران نقطه یا مکان هندسی نقاطی است که در یک لحظه سرعت آن صفر و جسم حول آن دوران خالص می‌کند.

برای تعیین نقطه مرکز آنی دوران کافیست جهت سرعت دو نقطه از جسم معلوم باشد. با رسم محور بر جهت سرعتها محل تقاطع دو محور نقطه مرکز آنی دوران حاصل خواهد بود.



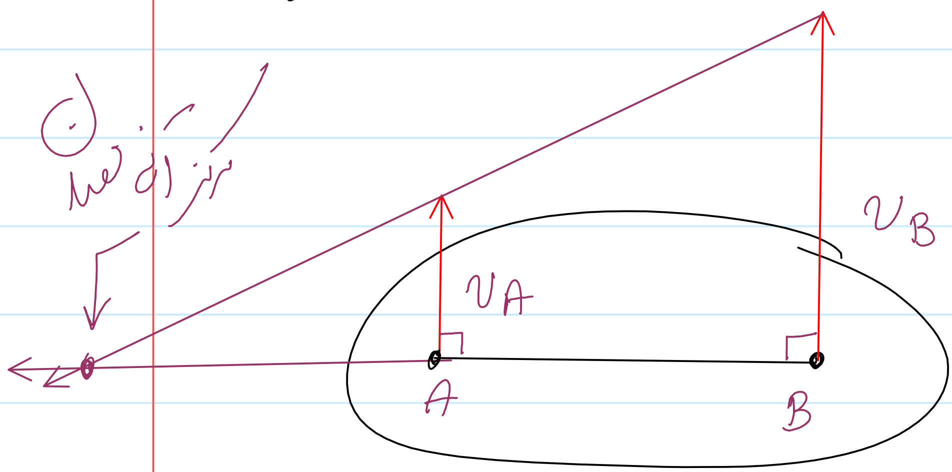
با داشتن مرکز آنی دوران می‌توان سرعت نقاط دیگر از جسم را محاسبه کرد.

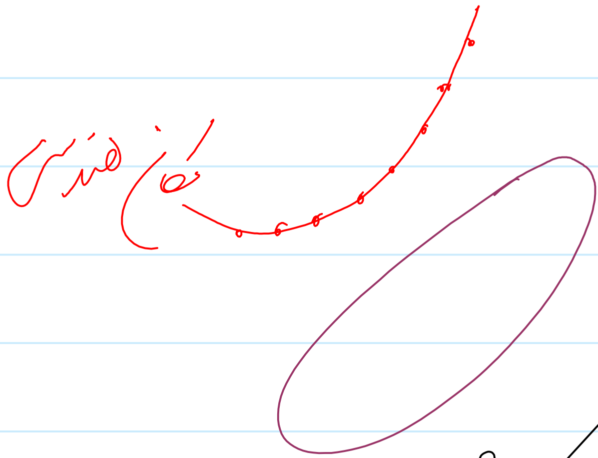
اگر حداقل یکی از سرعت نقاط معلوم باشد می‌توان سرعت زاویه‌ای جسم را حول مرکز دوران محاسبه کرد.

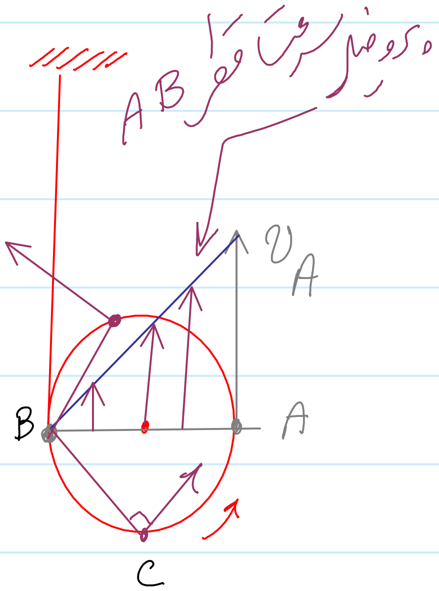
$$\omega = \frac{v_A}{r_A}$$

$$v_C = \omega r_C \;;\; \vec{v}_C = \vec{\omega} \times \vec{r}_C$$

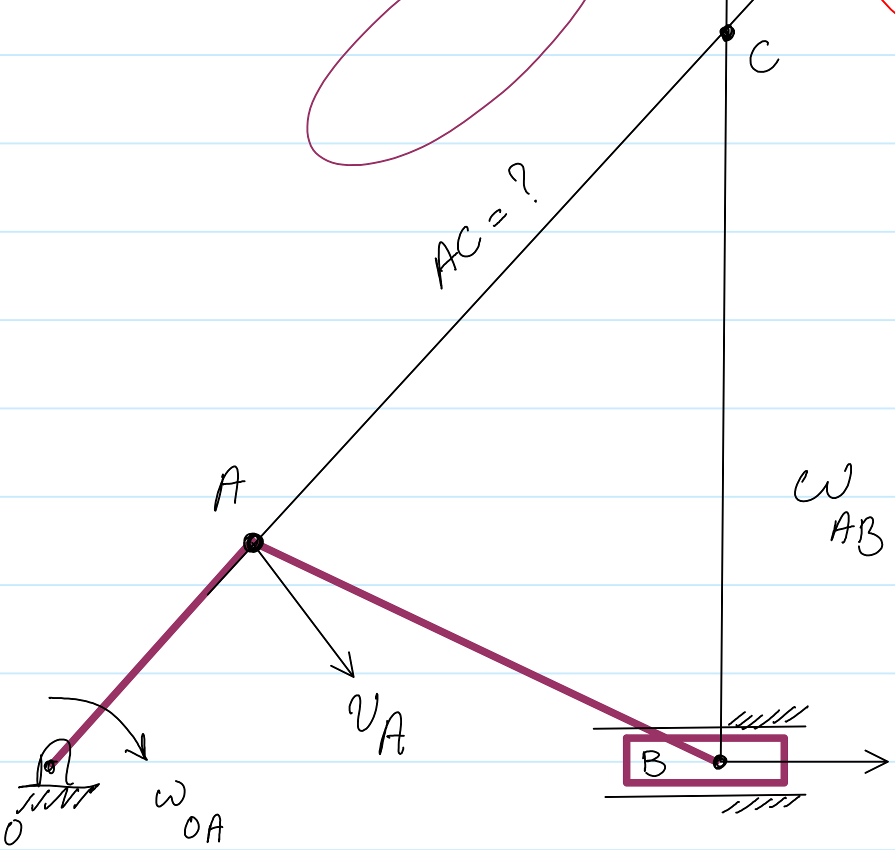
اگر سرعت دو نقطه با هم موازی باشند و عمود بر
امتداد دو نقطه باشند ، مرکز آنی دوران امتداد نوک بردار سرعت‌ها و امتداد
دو نقطه خواهد بود.







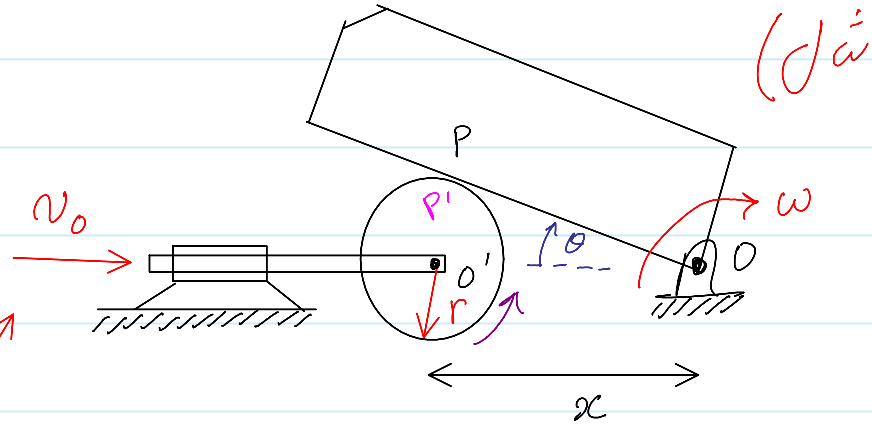
(شکل



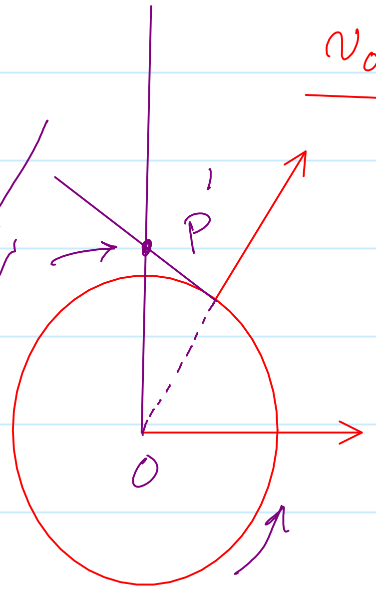
$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AC}$$

Wednesday, October 24, 2012
10:39 AM

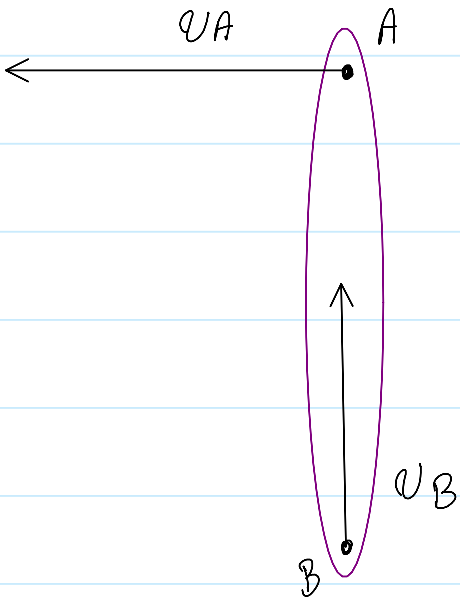
شکل



مرکز آنی دوران



مرکز آنی دوران کجاست؟



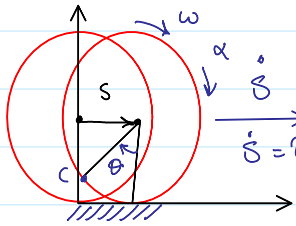
جلسه 9

Sunday, October 28, 2012
10:48 AM

بسمه تعالی

۴-۲-۱) تحلیل حرکت شتاب‌دار چرخ صلب

روش اسکالر:



$\dot{s}$ $\quad$ $\ddot{s}$

$\dot{s} = v_0 = r\omega$

$$\begin{cases} x_c = s - r\sin\theta \\ y_c = r - r\cos\theta \end{cases}$$

$$\vec{v}_c = v_0(1-\cos\theta)\vec{i} + v_0\sin\theta\,\vec{j}$$

$\ddot{s} = a_0 = r\alpha$

$$\vec{a}_c = [a_0(1-\cos\theta) + r\omega^2\sin\theta]\vec{i} + [a_0\sin\theta + r\omega^2\cos\theta]\vec{j}$$

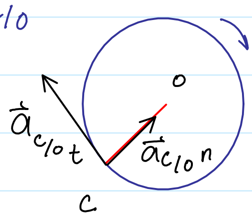
روش برداری:

$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$a_\theta =$

$$\begin{cases} \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} \\ \vec{a}_r = \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r} \end{cases}$$

$$\vec{a}_c = \vec{a}_0 + \vec{a}_{c/o} = a_0\vec{i}$$



$$\vec{a}_{c/o} = \vec{a}_{c/o\,n} + \vec{a}_{c/o\,t}$$

$$\vec{a}_{c/o\,n} = \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -r\sin\theta \\ -r\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}\right]$$

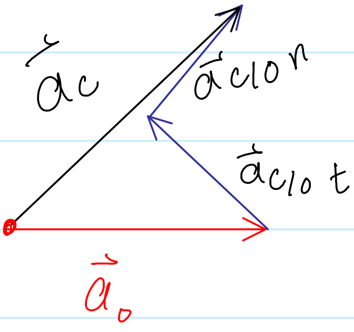
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} +r\omega\cos\theta \\ -r\omega\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\omega^2\sin\theta \\ r\omega^2\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_{c/o\,t} = \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\omega} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -r\sin\theta \\ -r\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\dot{\omega}\cos\theta \\ +r\dot{\omega}\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sunday, October 28, 2012
10:48 AM

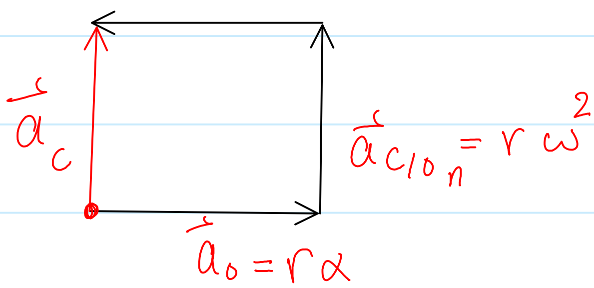
روش ترسیمی :

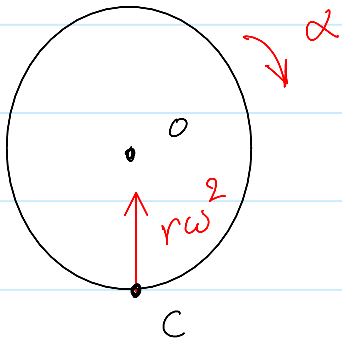
$$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{C/O}$$



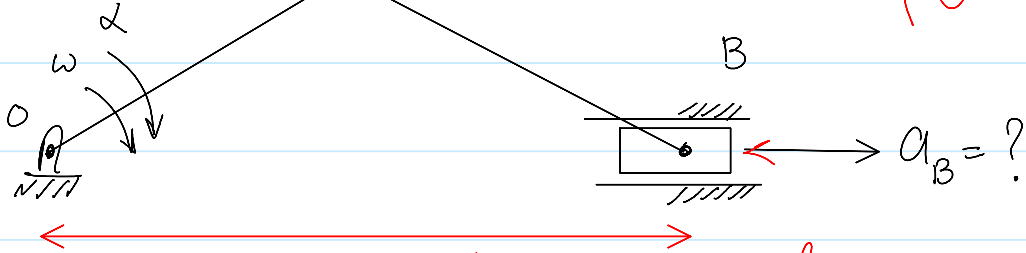
$$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{C/O}$$

$$\vec{a}_{C/O\,t} = r\alpha$$

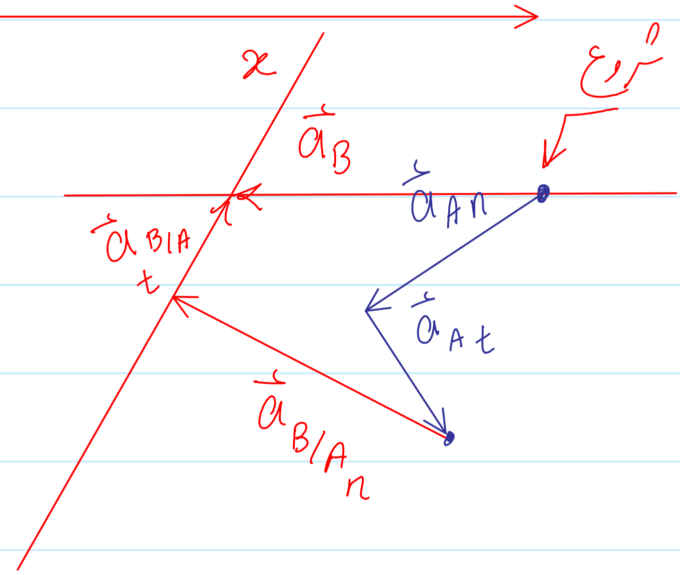




شکل)



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$



3

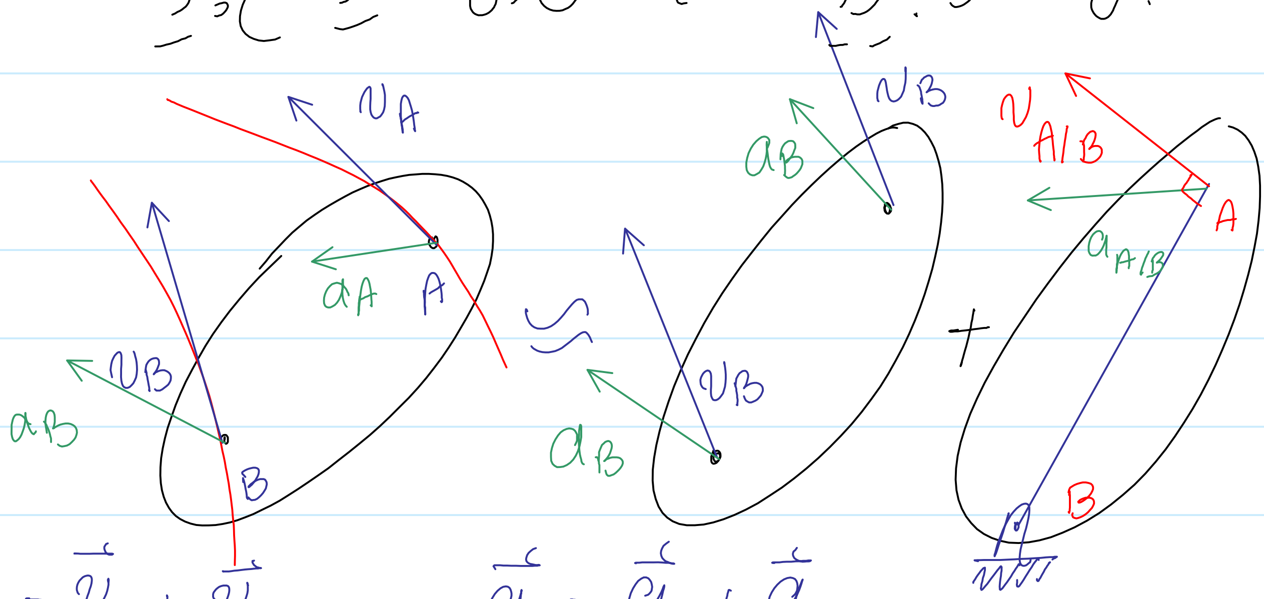
Sunday, October 28, 2012
10:48 AM

۲۶-۵	۵۴	۹۱	۱۲۰	
۲۸	۵۵	۹۶	۱۲۱	
۳۰	۵۶*	۹۷	۱۲۳-۵	تب →
۳۷	۶۰	۹۸	۱۲۵*	۱۴۹
۳۸	۶۴*	۱۰۴	۱۲۸	۱۵۴
۴۱*	۷۷	۱۰۶	۱۳۴	۱۵۶
۴۴	۷۹	۱۰۷	۱۳۵	۱۵۸
۴۶	۸۳*	۱۱۰	۱۳۹	
۴۹	۸۴*	۱۱۴	۱۴۴*	

باسمه تعالی

۳-۱) حرکت در دستگاه‌های دوار

جسمی را درنظر بگیرید که دو نقطه از آن روی دو مسیر امکان پذیر حرکت کند.



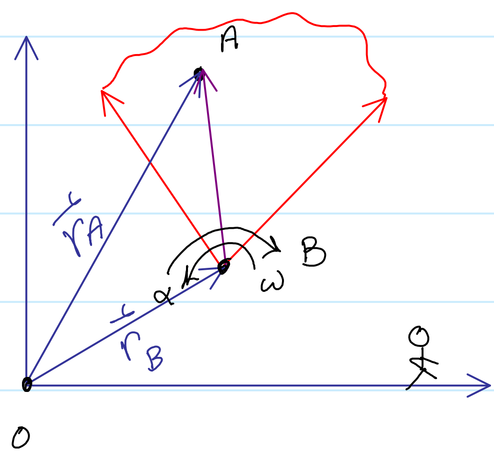
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B} \qquad \vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}\times\vec{r} \qquad \vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{{A/B}_n} + \vec{a}_{{A/B}_t}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}$$



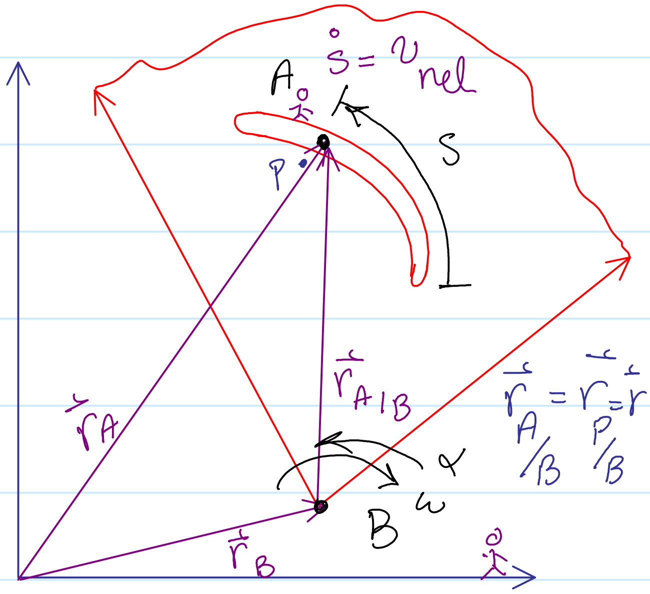
2

Sunday, November 04, 2012
10:47 AM

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/P} + \vec{v}_{P/B}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

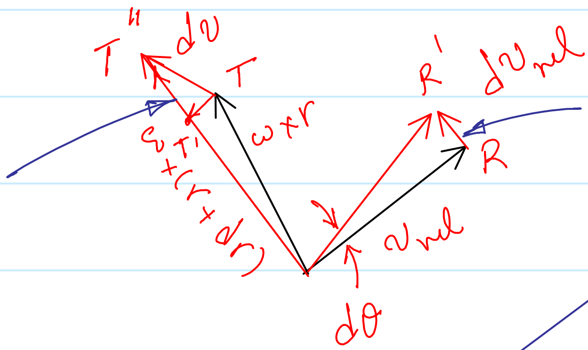


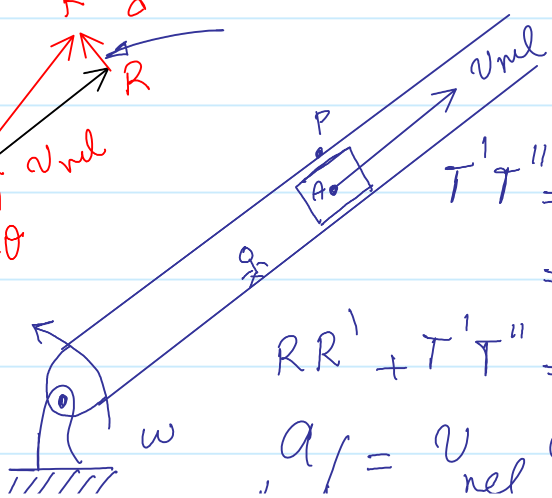
$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/P} + \vec{a}_{P/B} \quad ; \quad \vec{a}_{A/P} = \ddot{s} = \vec{a}_{rel}$$

$$\vec{a}_{P/B} \neq \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}}_{\text{شتاب کوریولیس}} + \vec{a}_{rel}$$



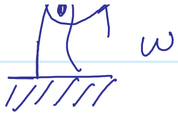


$$RR' = v_{rel}\, d\theta$$

$$T'T'' = (r+dr)\omega - r\omega = dr\,\omega$$

$$RR' + T'T'' = v_{rel}\, d\theta + \omega\, dr$$

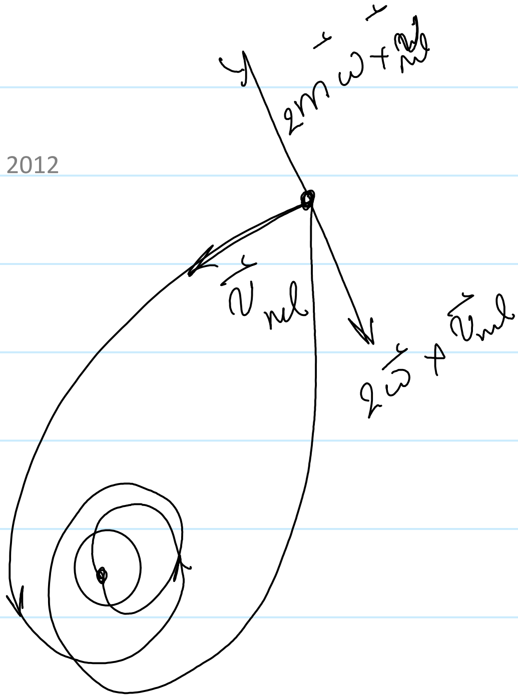
$$a_{\perp} = v_{rel}\,\omega + \omega\, v_{rel} = 2\omega v_{rel}$$

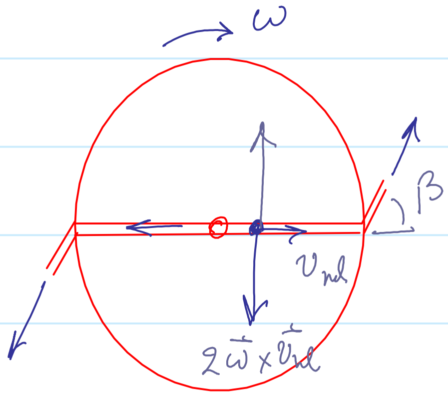


$$a_{\text{کوریولیس}} = v_{rel}\,\omega + \omega\, v_{rel} = 2\omega v_{rel}$$

3

Sunday, November 04, 2012
10:47 AM





بسمه تعالی

جلسه 11

Wednesday, November 07, 2012
10:47 AM

(ادامه شتاب کوریولیس)

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}\times\vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{v}}_{rel}$$

$$\dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j}) = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + x\dot{\vec{i}} + y\dot{\vec{j}}$$

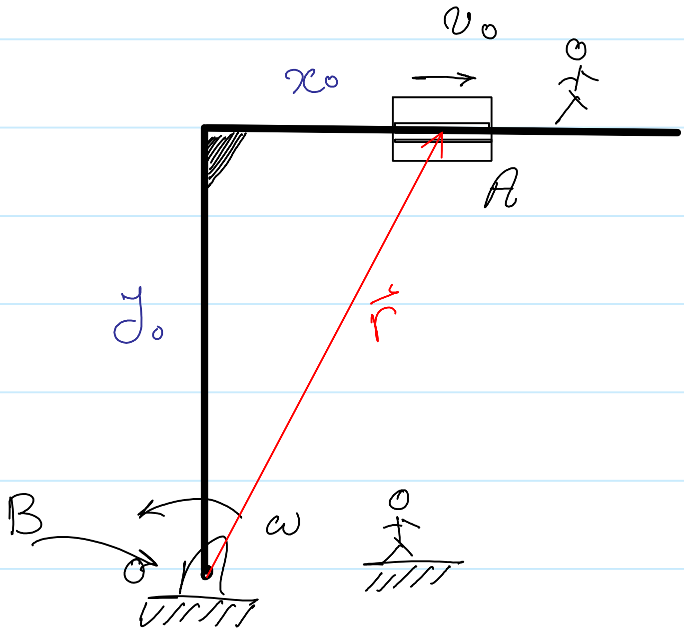
$$\rightarrow \dot{\vec{r}} = \vec{\omega}\times\vec{r} + v_{rel}$$

$$\rightarrow \vec{\omega}\times\dot{\vec{r}} = \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r} + \vec{v}_{rel}) = \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \underline{\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel}}$$

$$\dot{\vec{v}}_{rel} = \frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}) = \underline{\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel}} + \vec{a}_{rel}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + 2\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

مثال) در شکل زیر یک لغزنده روی میله AB با سرعت ثابت v_0 در حال حرکت است. میله نیز حول o با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در حال دوران است. مطلوبست شتاب مطلق لغزنده نسبت به ناظر روی زمین.



$$\vec a_A = \vec a_B + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r) + \dot{\vec\omega}\times\vec r + 2\vec\omega\times\vec v_{rel} + \vec a_{rel}$$

$$\vec r = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad \vec\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} ; \quad \vec v_{rel} = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec a_{rel} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec a_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad \dot{\vec\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec a_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cancel{\times} \\ \\ -y_0\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0$$

$$\vec a_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_0\omega \\ \\ 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 \\ +\omega v_0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\vec a_A = \begin{pmatrix} -\omega^2 x_0 \\ -\omega^2 y_0 + 2\omega v_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wednesday, November 07, 2012
10:47 AM

	۱۹۱-۵	۱۷۷	۱۵۹-۵
۲۰۷	۱۹۲	۱۷۹	* ۱۶۱
۲۰۹	۱۹۵	* ۱۸۲	۱۶۴
۲۱۱	۱۹۷	۱۸۴	۱۶۷
	۱۹۹	* ۱۸۶	۱۶۸
	۲۰۴		۱۷۰
	۲۰۵		۱۷۲

به نام خدا

Wednesday, November 14, 2012
10:45 AM

فصل ۲) سینتیک

۱-۲) سینتیک ذرات

قوانین نیوتن

بنام خدا

(ادامه سینتیک ذره)

جلسه 13

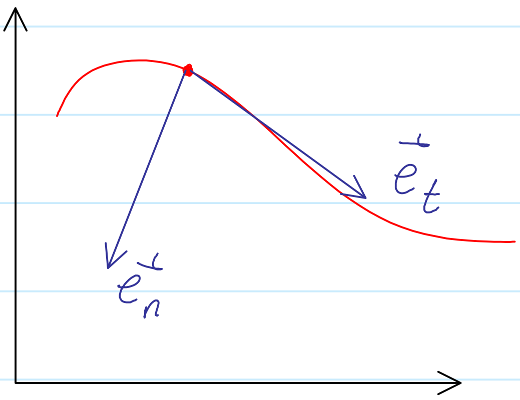
Wednesday, November 14, 2012
10:49 AM

۲-۱-۲) دستگاه مختصات (n-t)

$$\left[\sum \vec{F} = m\vec{a}\right]$$

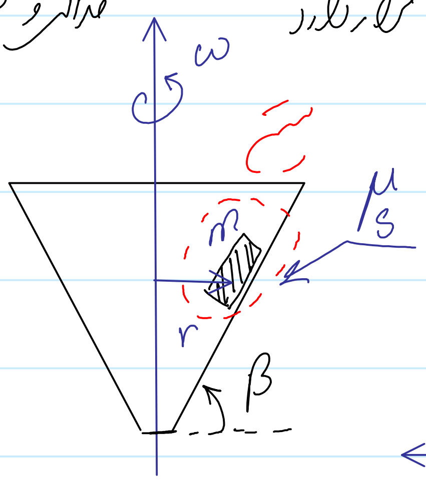
$$\left[\sum F_t = m a_t\right]$$

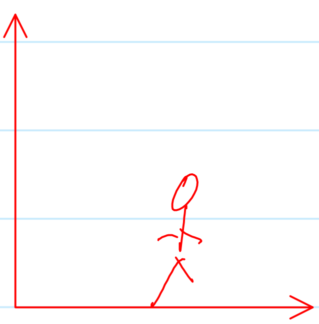
$$a_t = \dot{v}$$

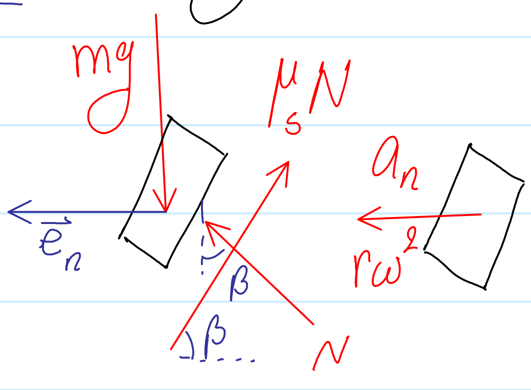


$$\left[\sum F_n = m a_n\right] ; \quad a_n = v^2/\rho = v\dot{\gamma} = \rho\dot{\gamma}^2$$

مثال) جسمی روی سطح یک مخروط قرار دارد. حداکثر و حداقل ω را چنان تعیین کنید که جسم روی سطح نلغزد.







$$\left[\sum F_n = m a_n\right]$$

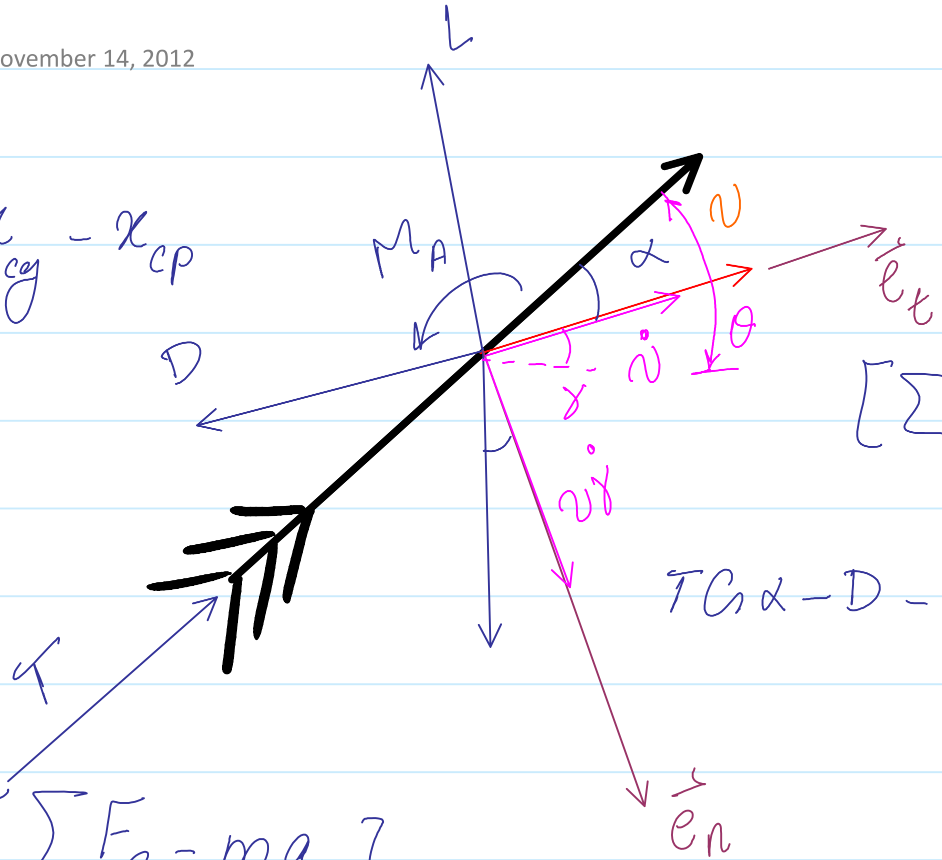
$$N\sin\beta \mp \mu_s N\cos\beta = m r \omega^2$$

ω_{min} و N

$$\left[\sum F_y = 0\right]$$

$$-mg \pm \mu_s N \sin\beta + N\cos\beta = 0$$

$S.M. = x_{cg} - x_{cp}$



$\left[\sum F_t = m a_t\right]$

$T\cos\alpha - D - mg\sin\gamma = m\dot{\nu}$

$\left[\sum F_n = m a_n\right]$

$-T\sin\alpha + mg\cos\gamma - L = m\nu\dot{\gamma}$

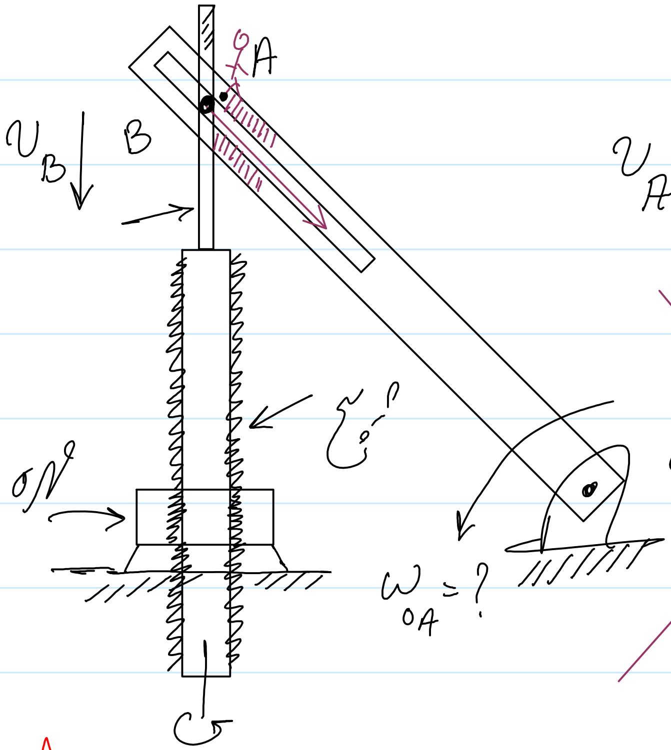
3

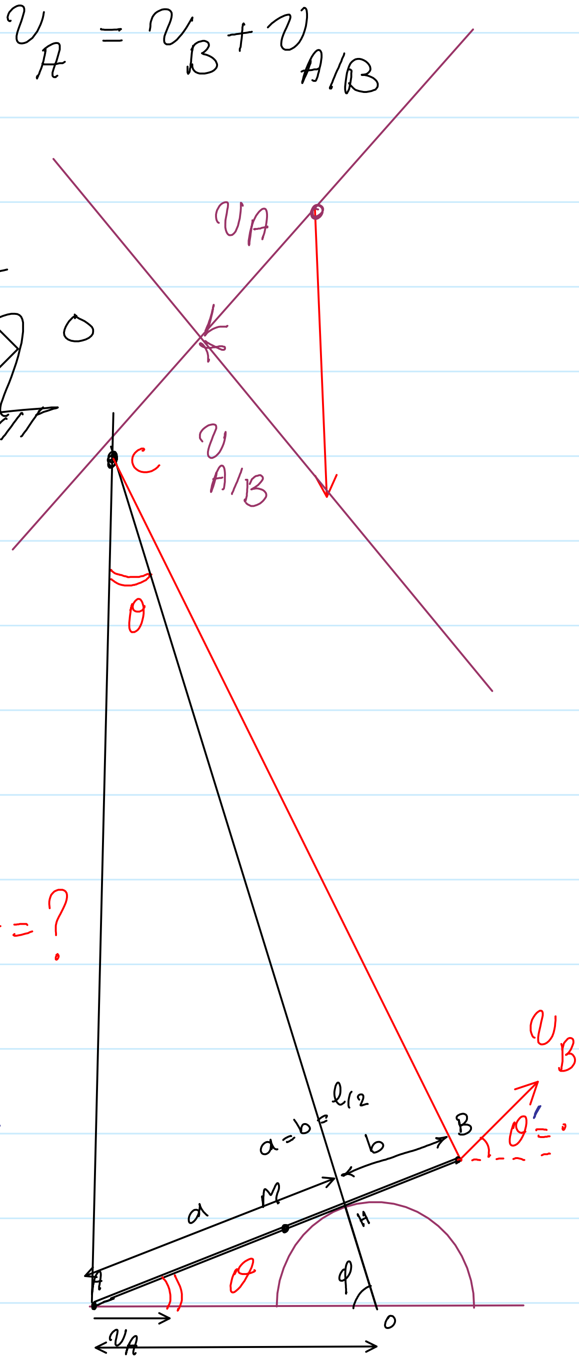
Wednesday, November 14, 2012
10:49 AM

سؤال؟

1)

$$v_A = v_B + v_{A/B}$$





$\triangle AHC : \quad CA = \dfrac{a}{\sin\theta}$

$$\omega = \frac{v_A \sin\theta}{a}$$

$CA = ?$

$$v_B = CB\,\omega$$

روش برداری

$$\vec{v}_H = \vec{v}_A + \vec{v}_{H/A}$$

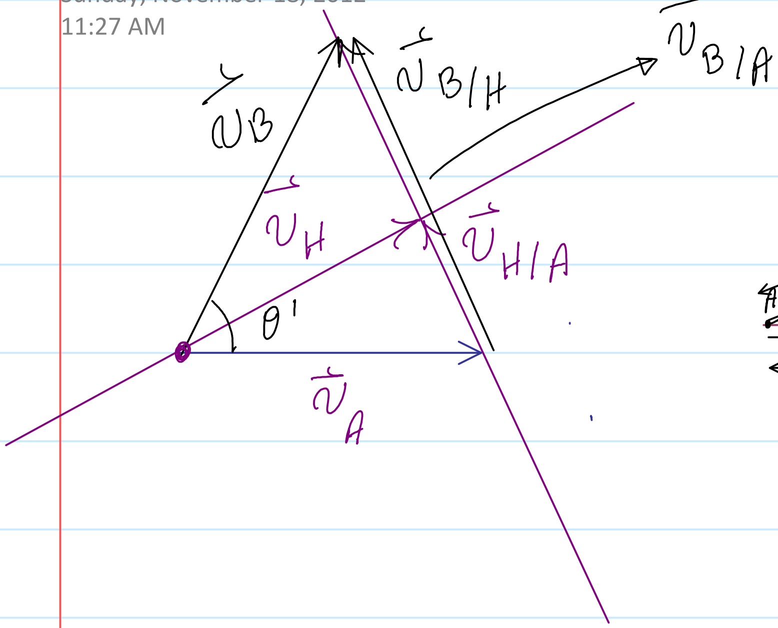
$$\vec{v}_H = v_A \vec{i} + v_{H/A}(-\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\varphi\,\vec{j})$$

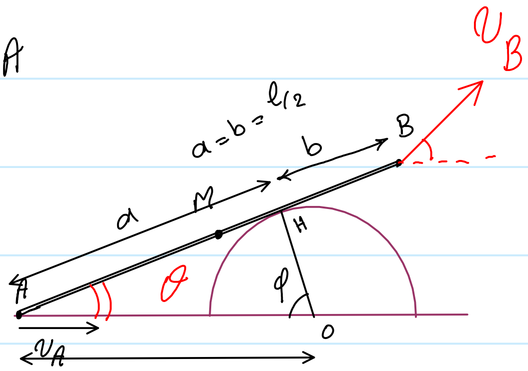
$$\vec{v}_H = (v_A - v_{H/A}\cos\varphi)\,\vec{i} + v_{H/A}\sin\varphi\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} v_{H/A} \\ v_H \end{cases}$$

$$v_H \cos\theta\,\vec{i} + v_H \sin\theta\,\vec{j} = {}''\,\vec{i} + {}''\,\vec{j}$$

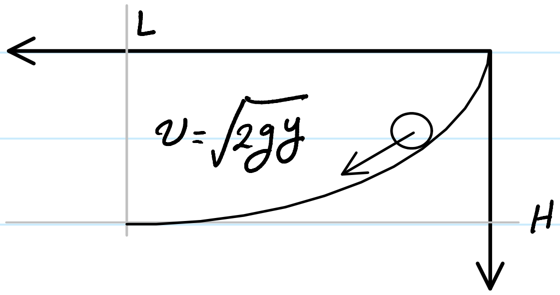
Sunday, November 18, 2012
11:27 AM

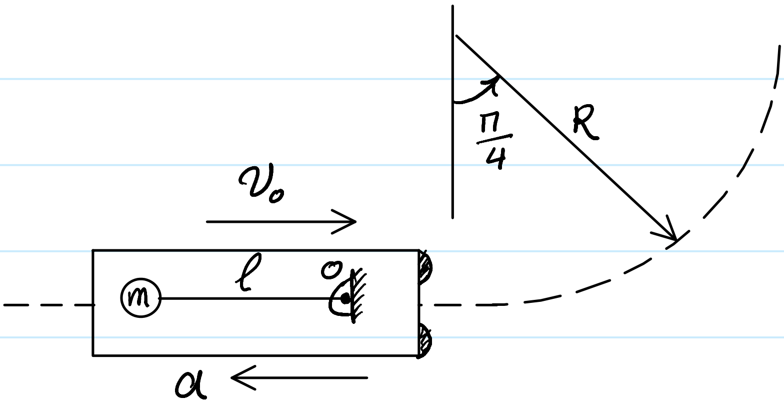




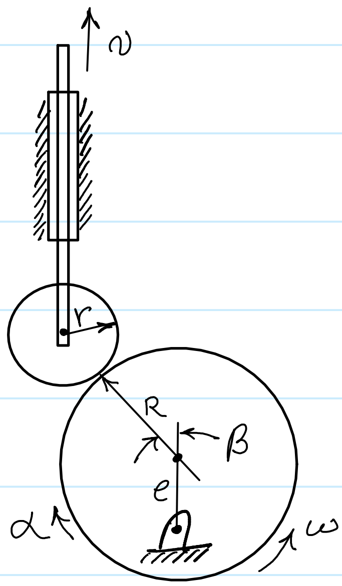
$$\vec{v}_{B/A} = \omega l$$

Saturday, December 01, 2012
11:12 PM





Saturday, December 01, 2012
11:58 PM

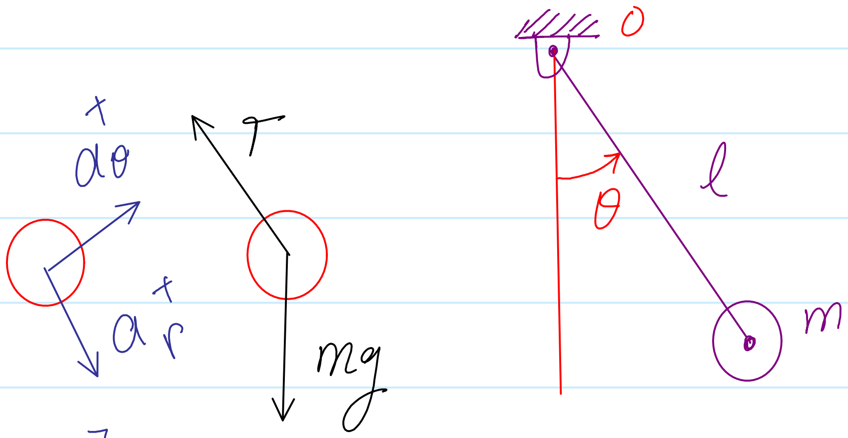


جلسه 14

Sunday, December 09, 2012
10:42 AM

بسمه تعالی

مطلوبست معادله حرکت یک پاندول و تغییرات کشش طناب در آن (شکل)



$$\left[\sum F_r = m a_r\right]$$

$$-T + mg\cos\theta = m(\cancel{\ddot r} - r\dot\theta^2)$$

$$\left[\sum F_\theta = m a_\theta\right]$$

$$-mg\sin\theta = m(r\ddot\theta + \cancel{2\dot r\dot\theta}), \quad r = l$$

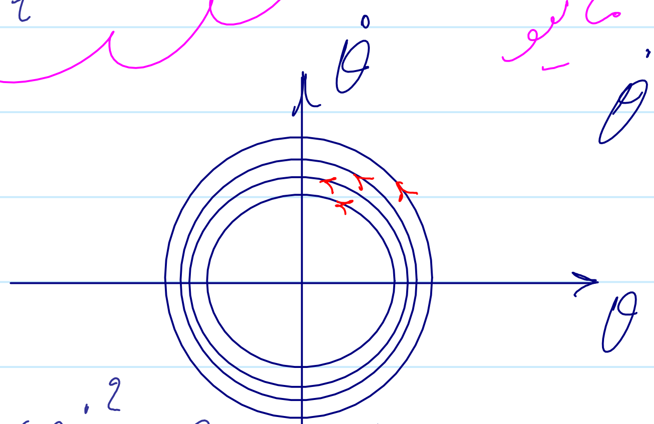
$$\ddot\theta + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

~~معادله دافینگ~~ ماتیو $\theta < 6^\circ$

$$\ddot\theta + \frac{g}{l}\theta = 0$$

دیفرانسیل

$$\theta = \theta(t)$$

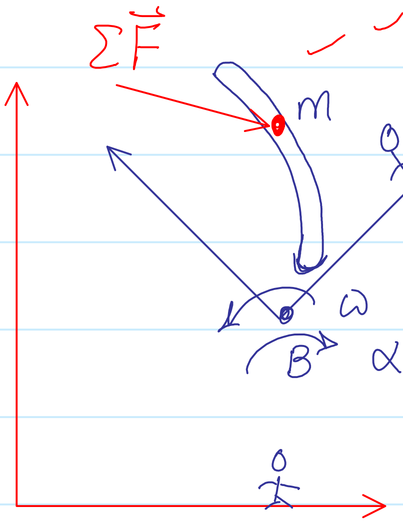


$$T = m(r\dot\theta^2 + g\cos\theta)$$ ببرید

2

Sunday, December 09, 2012
10:43 AM

۲-۵) سینتیک ذره در دستگاه متحرک



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = m(\vec{a}_{B} + \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r} + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + 2\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel})$$

دستگاه B

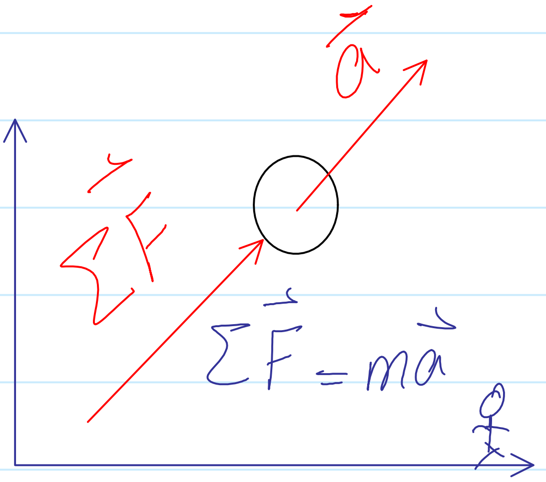
$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_{\text{مطلق}}$$

$$\sum \vec{F} = m(\vec{a}_{\text{دستگاه}} + \vec{a}_{\text{نسبی}})$$

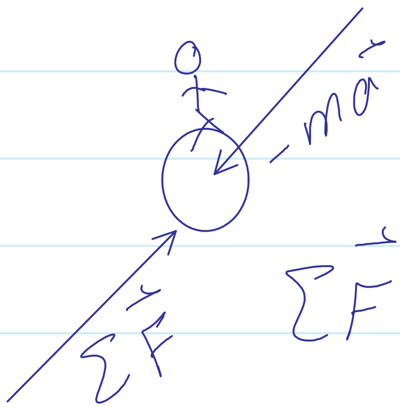
۲-۶) قانون دالامبر

تحلیل دینامیک اجسام به تحلیل استاتیک تبدیل می‌شود.

با قرار دادن دستگاه مختصات روی جسم (چسبیده)

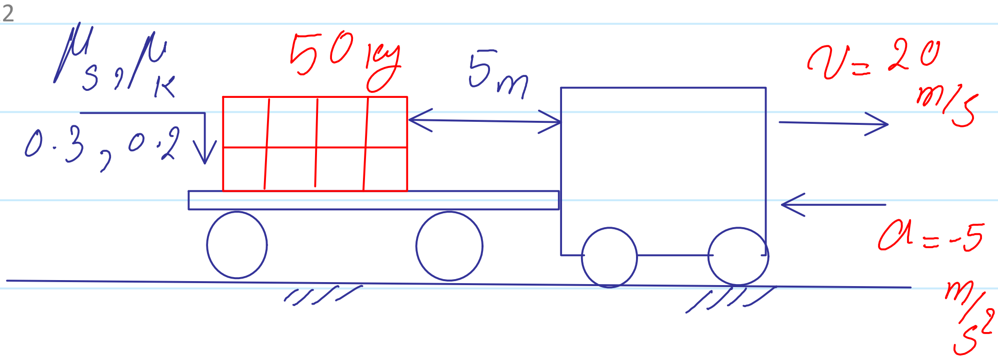


$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



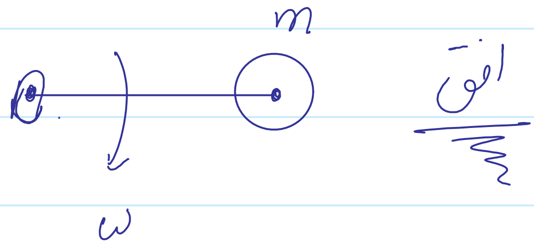
$$\sum \vec{F} - m\vec{a} = 0$$

Sunday, December 09, 2012
10:43 AM

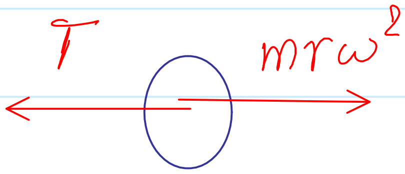


ترمز ناگهانی : از دو دیدگاه نیوتنی و دالامبر با چه سرعتی به پشت اتاق جانبو برخورد

$$\left[\sum \vec{F} = m\vec{a}_r\right]$$



$$T = mr\omega^2$$



$$T - mr\omega^2 = 0$$

نیروی جانب مرکز

۵۱-۳ ، ۵۴ ، ۵۵ ، ۵۶ ، ۶۵ ، ۶۷ ، ۷۲ ، ۷۳

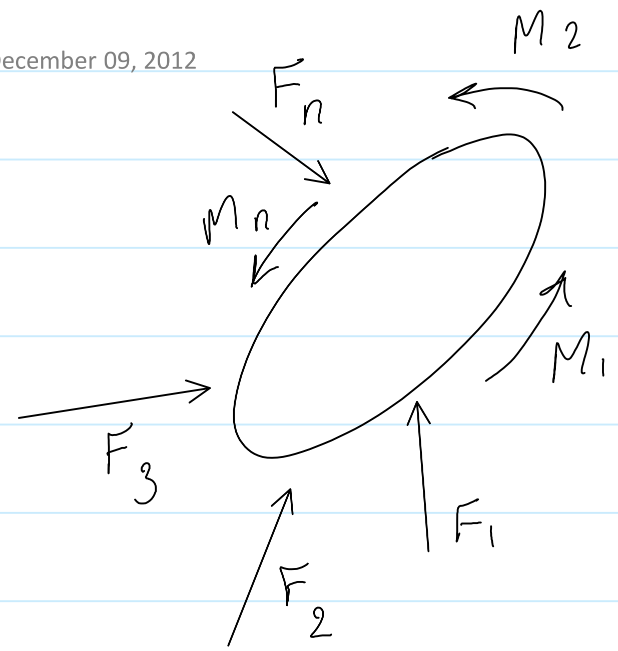
۷۹ ، ۸۲ ، ۸۶ ، ۸۹ ، ۹۵ ، ۹۶* ، ۹۸* ، ۹۹* ، ۱۰۰*

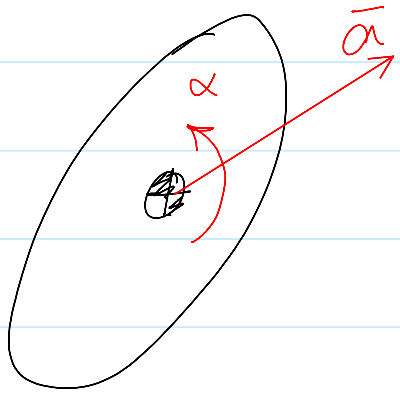
۱۰۱* ، ۳۱۴-۳ ، ۳۱۷ ، ۳۱۹ ، ۳۲۱ ، ۳۲۲ ، ۳۲۴ ، ۴۲۵ ، ۴۲۶

۳۲۷ ، ۳۲۸ ، ۳۲۹ ، ۴۴۰ ، ۳۶۵ ، ۳۶۷ ، ۳۶۹ ، ۴۷۱

Sunday, December 09, 2012
10:43 AM

۷-۲) سینتیک اجسام صلب

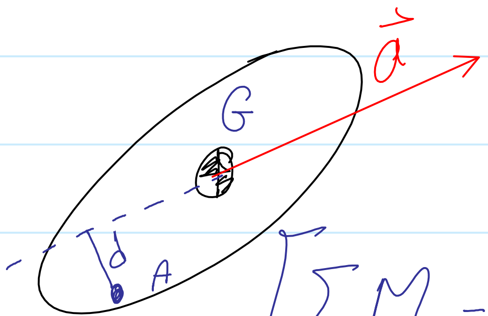




الف) حرکت انتقالی

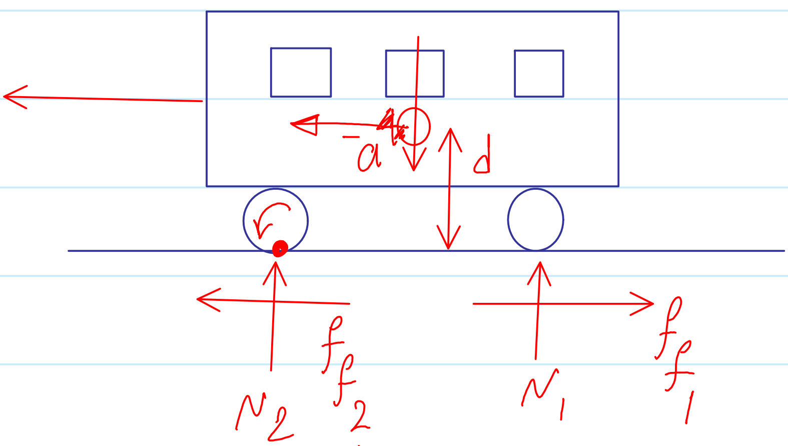
$$\left[\sum \vec{F} = m\vec{\bar{a}}\right]$$

$$\left[\sum \vec{M}_G = 0\right]$$



$$\left[\sum M_A = m\bar{a}d\right]$$

$$\alpha = 0$$



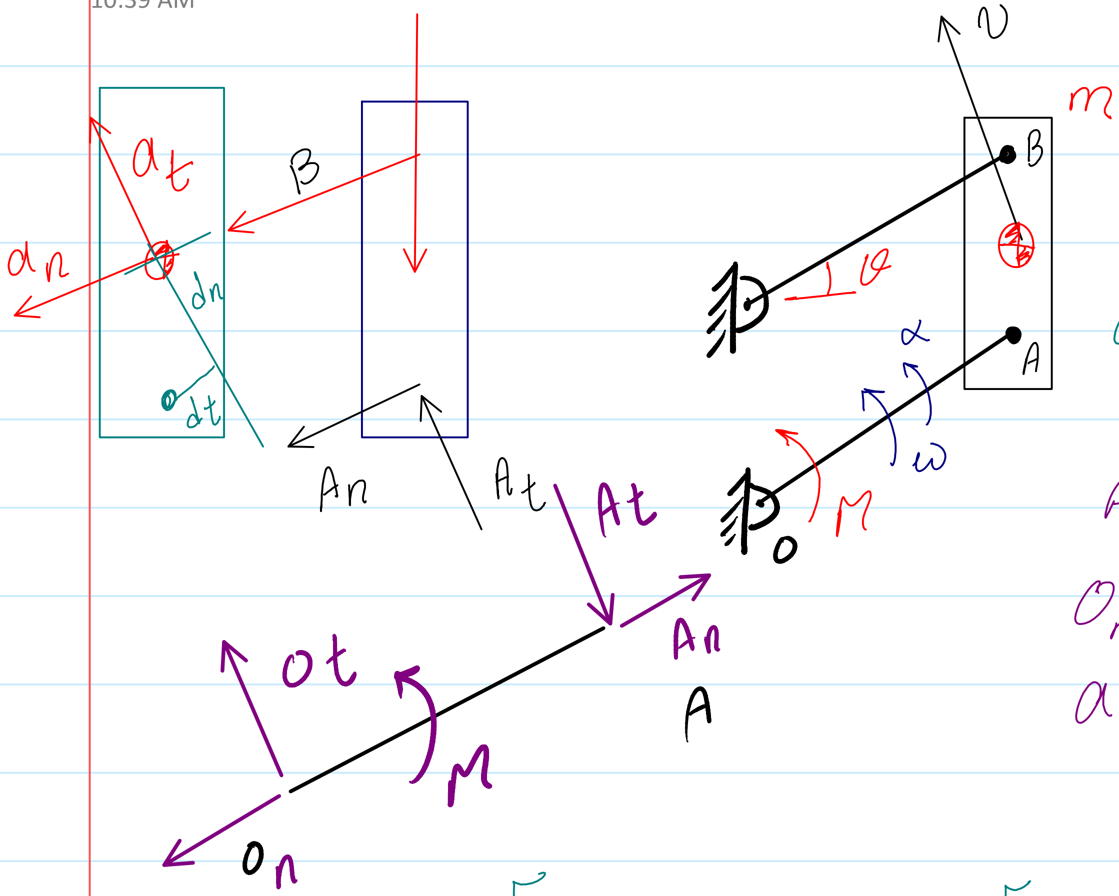
(دوار)

بسمه تعالی (ادامه دینامیک انتقالی)

جلسه 15

Wednesday, December 12, 2012
10:39 AM

(شکل



$a_t = \alpha \overline{OA}$

مجهولات: A_n , A_t

O_n , O_t

a , α

B

m جسم: $[\sum F_t = m a_t]$ $[\sum F_n = m a_n]$

$[\sum M = m \bar{a} d]$

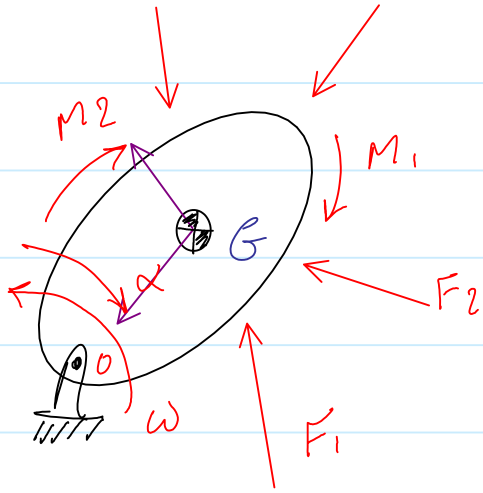
$\sum M = m a_t d_t + m a_n d_n$

OA جسم: $[\sum F_t = 0]$ $[\sum F_n = 0]$ $[\sum M_o = 0]$

حرکت دورانی (

2

Wednesday, December 12, 2012
10:40 AM



$$\left[\sum F_t = m a_t\right]$$

$$\left[\sum F_n = m a_n\right]$$

$$a_t = \alpha\, \overline{OG}$$

$$\left[\sum M_G = I_G \alpha\right]$$

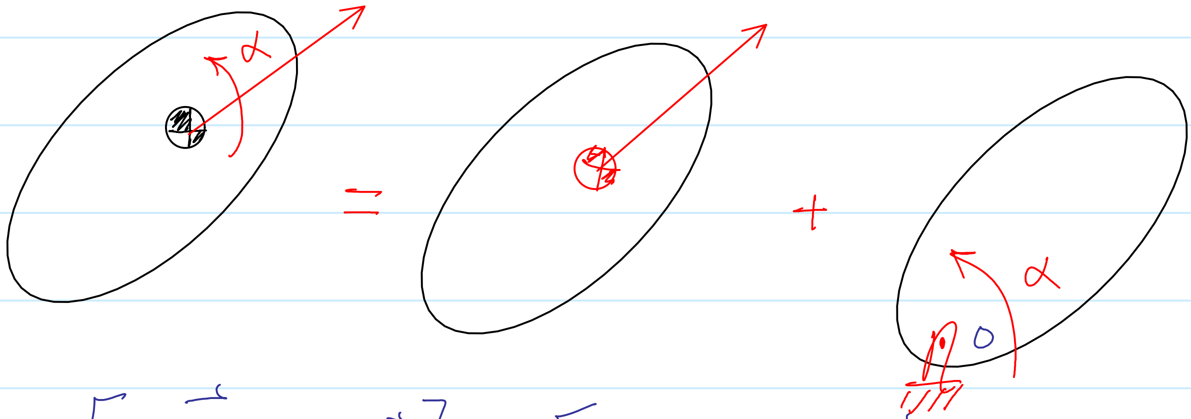
$$I_x = \int y^2\, dm \; ; \; I_y = \int x^2\, dm$$

$$I_z = J = \int r^2\, dm \qquad I = \bar{I} + m d^2$$

$$\left[\sum M_O = I_O \alpha\right] \rightarrow (\bar{I} + m d^2)\alpha = \bar{I}\alpha + m a_t d$$

$$\left[\sum M_O = \bar{I}_G \alpha + m a_t d\right]$$

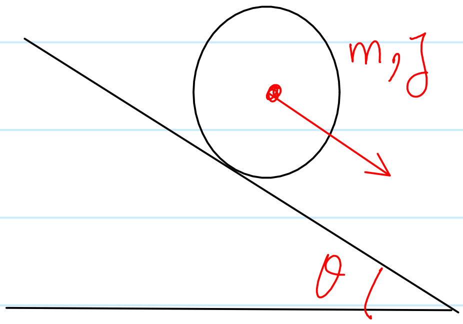
حرکت عمومی (

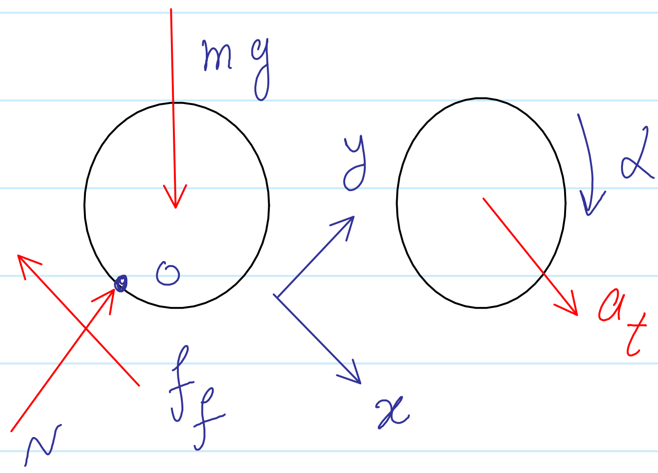


$$\left[\Sigma \vec{F} = m\vec{a}\right] \quad \left[\Sigma M_o = I_o \alpha\right]$$

(جبری (حرکت در صفحه) $\left[\Sigma M_o = \bar{I}\alpha + m\bar{a}d\right]$ *

مثال) یک رینگ فلزی از سطح شیب دار به سمت پایین بدون لغزش در حال پایین آمدن است. الف) شتاب حرکت ب) نیروی اصطکاک





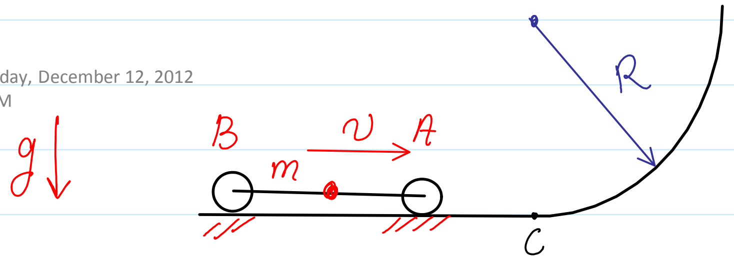
$$\left[\Sigma M_o = \bar{I}\alpha + mad\right]$$

$$mg\,\sin\theta\, r = \bar{I}\alpha + mad \;;\; \bar{I} = \frac{2}{5}mr^2 \;;\; a = r\alpha$$

$5g\,\sin\theta$ … $5g\,\sin\theta$

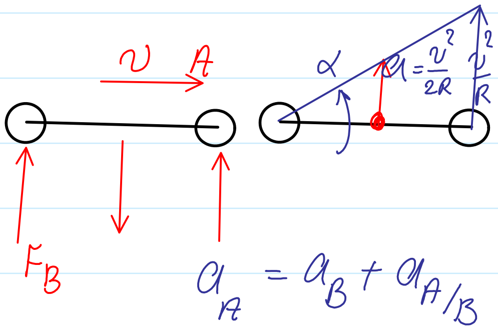
$\frac{\quad}{7r}$; $a = \frac{\quad}{7} g \sin\theta$; $F_f = \frac{\quad}{7} mg \sin\theta$

(شکل



$$\left[\sum M_B = \bar{I}\alpha + m\bar{a}d\right]$$

$$F_A L - mg\frac{L}{2} = \frac{1}{12} m L^2 \alpha + m\bar{a}\frac{L}{2}$$



$$a_A = a_B + a_{A/B}$$

$$a_A = \frac{v^2}{R}\,;\; a_B = 0$$

جلسه 18

Sunday, December 16, 2012

10:40 AM

فصل ۳) کار و انرژی

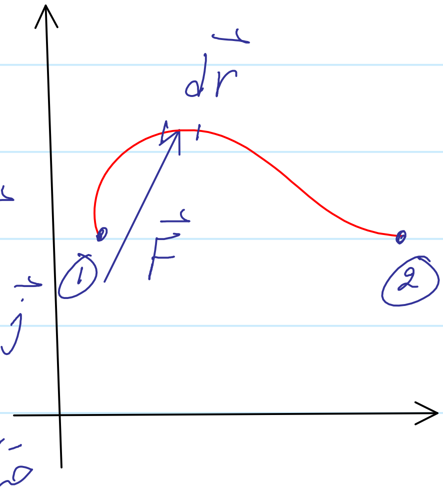
۳-۱) کار و انرژی اجسام ذره‌ای

روش انرژی یکی از مهمترین روشها و در عین حال راحت‌ترین روشها برای حل مسائل دینامیک به حساب می‌آید.

$$dw = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j}$$



$${}_1W_2 = \int_1^2 (F_x\,dx + F_y\,dy)$$

حتماً باید مسیر حرکت مشخص باشد.

$$\begin{cases} \vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} \\ y = y(x) \end{cases}$$

گرانش : $F = mg \Rightarrow {}_1W_2 = mgh_2 - mgh_1$

نیوتنی : $F = ma \Rightarrow {}_1W_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

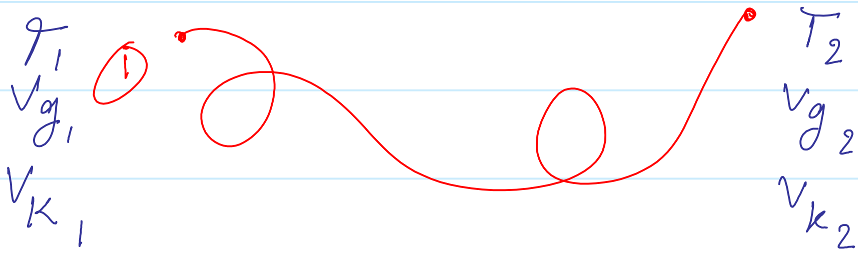
کشسان : $F = kx \Rightarrow {}_1W_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \Delta T = {}_1U_2$$

قانون بقای انرژی :

(بدون اصطکاک)

2



$$\Delta T + \Delta V_g + \Delta V_K = 0$$

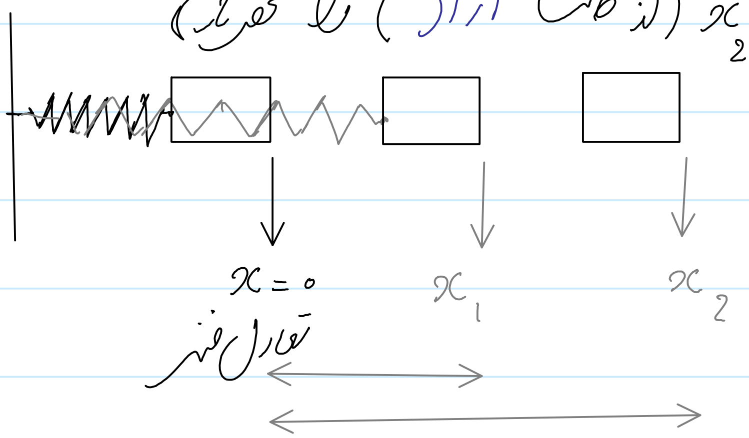
مراحل حل به روش انرژی :

1 انتخاب سیستم

2 استفاده گیری از ابتدا و انتهای حرکت .

کلیه متغیرها v_1 , v_2 و h_1 , h_2 (از مرجع اختیاری)

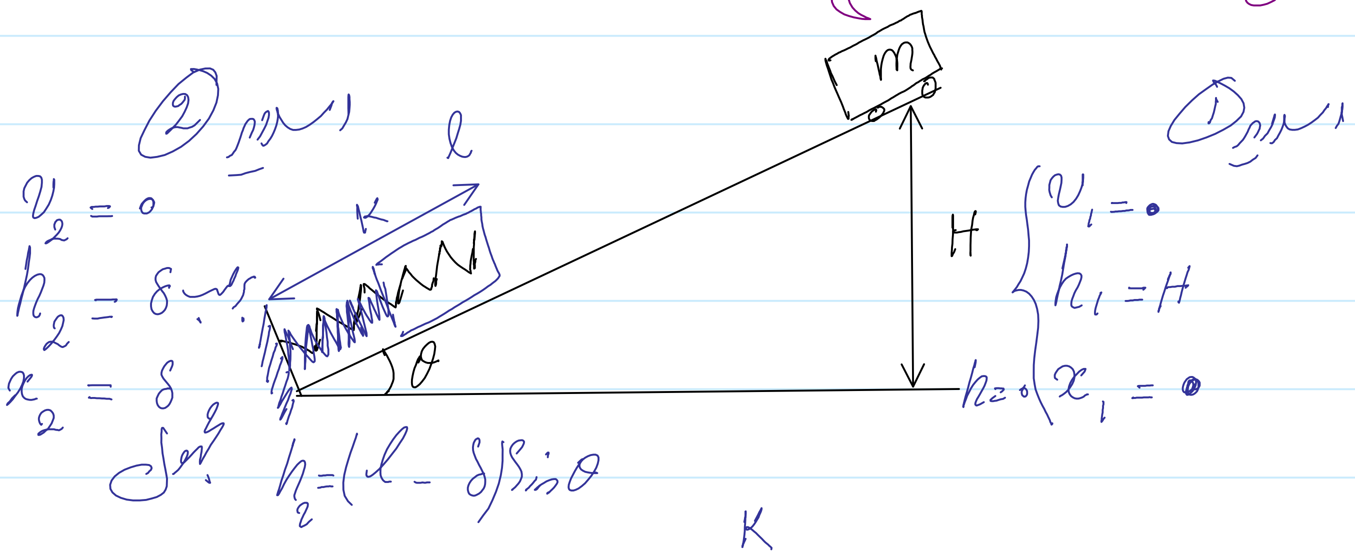
x_1 و x_2 (از حالت آزاد) را مشخص کنید.

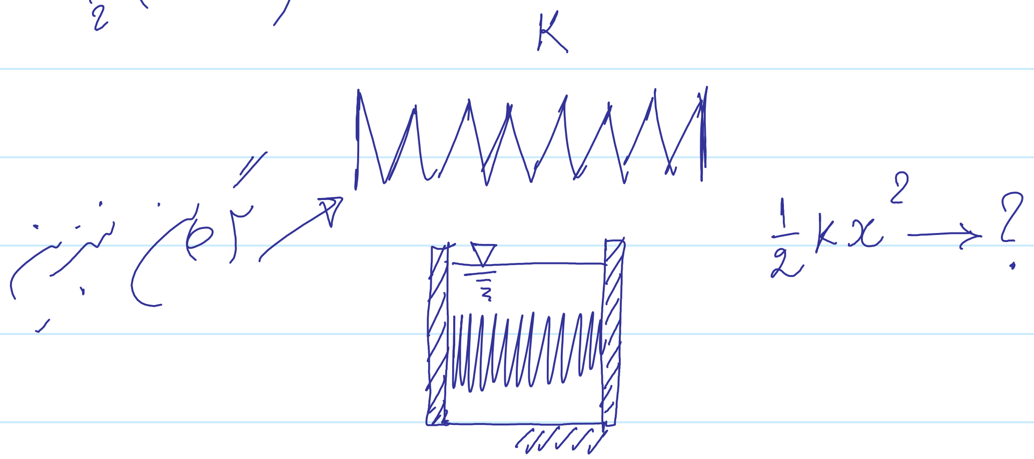


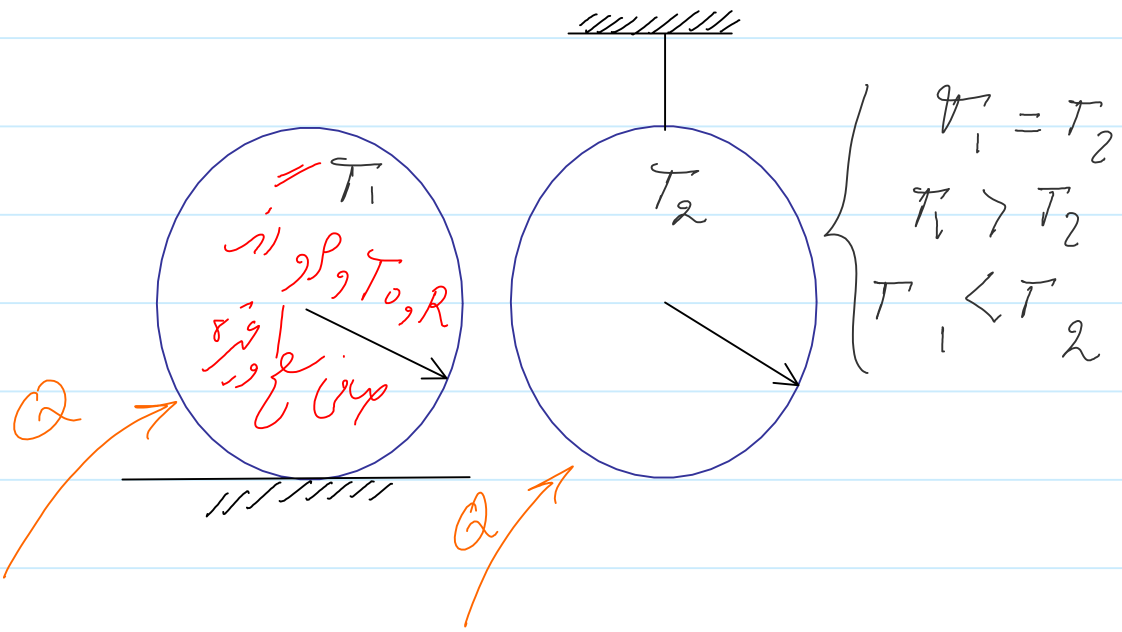
$$\Delta T + \Delta V_g + \Delta V_K = 0$$

3

شکل جرم m از روی سطح شیب دار رها می‌شود و در انتهای سطح به فنر برخورد کرده و از l فشرده می‌کند. مطلوبست مقدار فشردگی فنر.



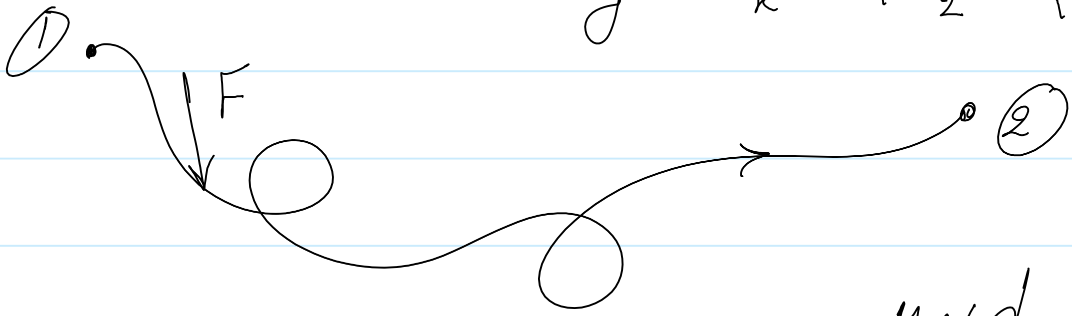




Sunday, December 16, 2012
10:40 AM

(نیروی غیر پایستار)

$$\Delta T + \Delta V_g + \Delta V_k = {}_1U_2 = {}_1W_2$$

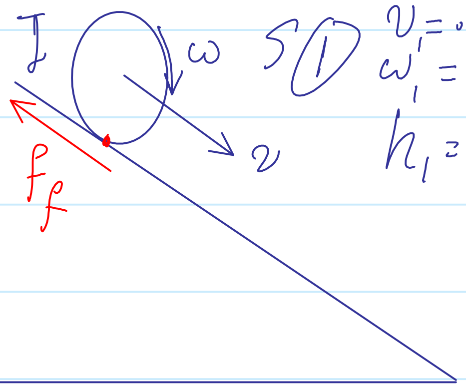


$$= -\mu N d = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

(کار و انرژی اجسام صلب)

$$\Delta T_v + \Delta V_g + \Delta V_k + \Delta T_\omega = 0$$

$$T_\omega = \frac{1}{2} I \omega^2$$

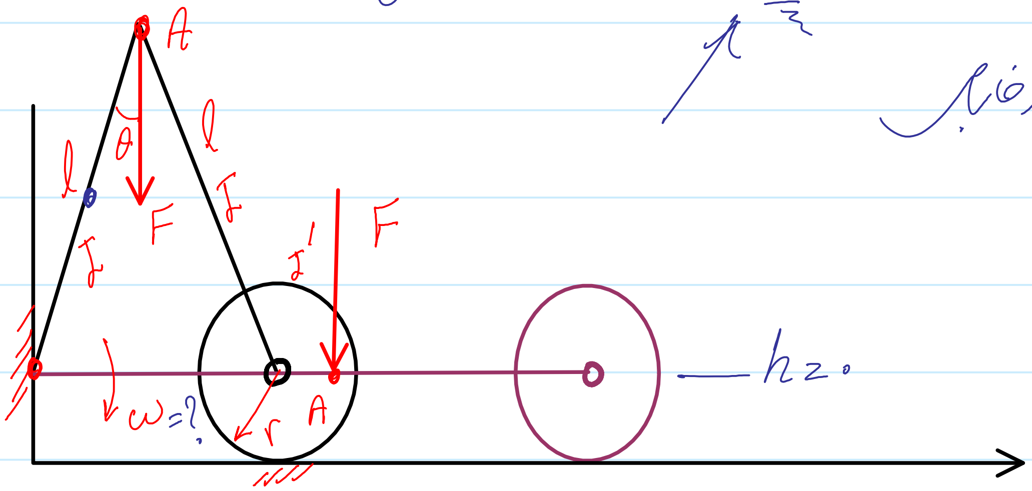


S① $v_1 = 0$, $\omega_1 = 0$, $h_1 = mgH$

S② $v_2 = v$, $\omega_2 = \omega$, $h_2 = 0$

$$\Delta T_v + \Delta T_\omega + \Delta V_g + \Delta V_k = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int M d\theta$$

گشتاور خارجی



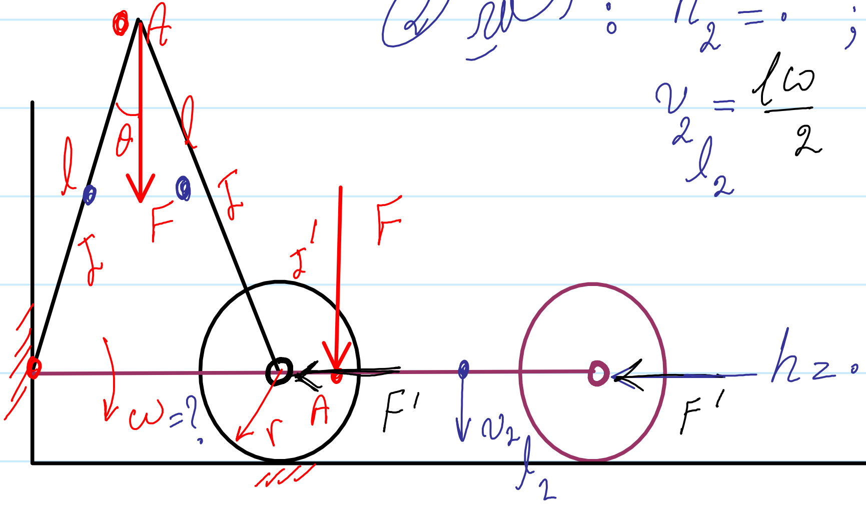
① حالت ۱ : $v_{l_1} = 0$ $\omega_{l_1} = 0$ $h_{l_1} = \frac{l}{2}\cos\theta$ $v_{1D} = 0$ $h_1 = 0$

$v_{1 l_2}' = 0 \quad \omega_{1 l_2}' = 0 \quad h_{2 l_2}' = \frac{l}{2}\cos\theta \quad \omega_{1D} = 0$

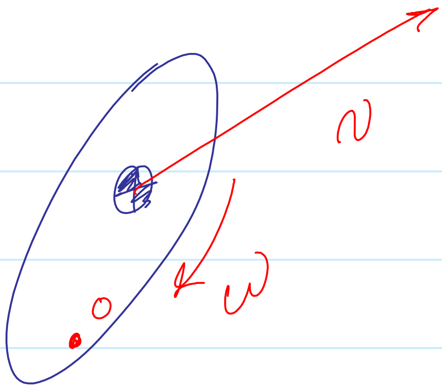
Sunday, December 16, 2012
12:03 PM

② روش : $h_2 = 0$; $\omega_{2_{l_1}} = \omega$ $\quad \omega_{2D} = 0$

$v_{2_{l_2}} = \frac{l\omega}{2}$ $\quad \omega_{2l_2} = \omega$ $\quad v_{2D} = 0$



$$= F l \cos\theta - F'(2l - 2l\sin\theta)$$



$$T = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$$

$$I_o = \bar{I} + m d^2$$

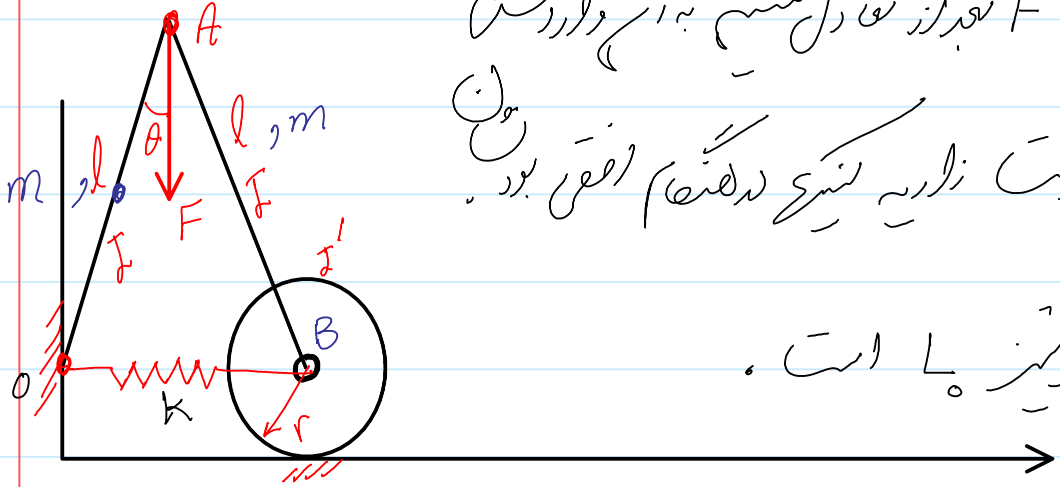
به نام خدا

(ادامه انرژی)

در سیستم زیر با نیروی F بعد از تعادل سیستم به آن وارد شده

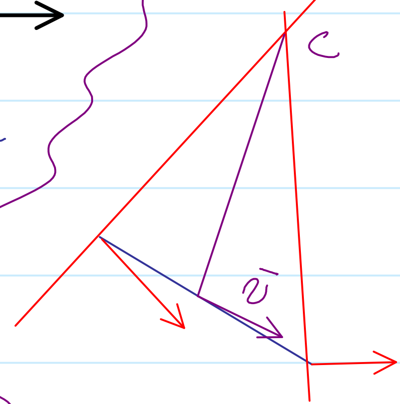
مطلوبست سرعت زاویه‌ای میله‌ها هنگامی که افقی بودن.

طول آزاد فنر نیز با است.



S①

$$T_{l_1} = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 = \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2 + \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$



$\omega_{1l_1} = 0$, $h_{1l_1} = \frac{1}{2} l \cos\theta$

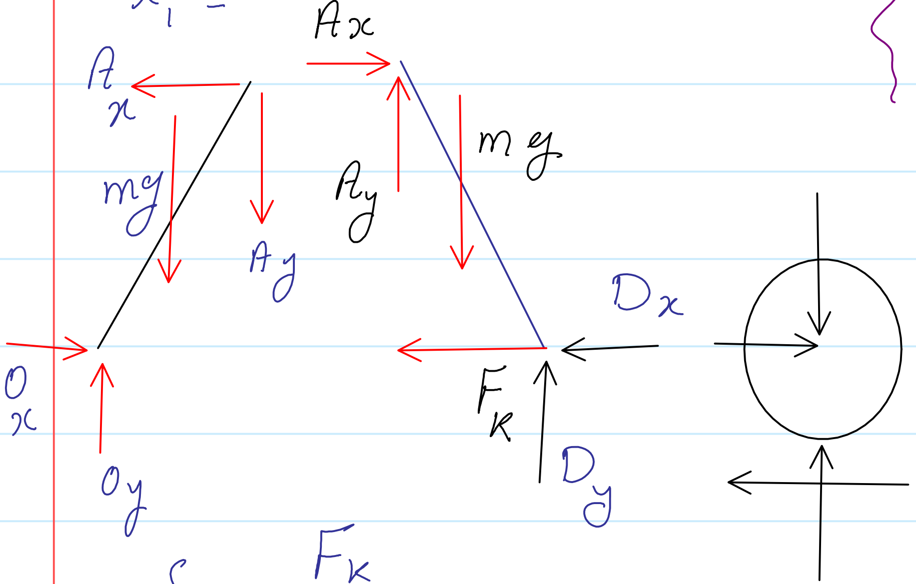
$\omega_{1l_2} = 0$, $h_{1l_2} = \frac{1}{2} l \cos\theta$; $v_{1l_2} = 0$

$\omega_{1D} = 0$; $v_{1D} = 0$, $h_{1D} = 0$

$x_1 =$

$$\frac{1}{2} I_C \omega^2 = \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2 + \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$I_C = \bar{I} + md^2$$



O_x, O_y

A_x, A_y

$\cancel{D_x}$, D_y

F_K

$$\delta = \frac{F_K}{K} = x_1$$

S②

$\omega_{2l_1} = \omega$; $\omega_{2l_2} = \omega$; $v_{2l_2} = \frac{l}{2}\omega$; $h_2 = 0$; $x = 2l$

$\omega_{2_{l_1}} = \omega \,;\quad \omega_{2_{l_2}} = \omega \,;\quad v_{2_{l_2}} = \frac{l}{2}\omega \,;\quad h_i = 0 \,;\quad x_2 = x - L_0$

Monday, December 17, 2012
8:39 AM

فصل ۴) ضربه و اندازه حرکت

۴-۱) ضربه و اندازه حرکت اجسام ذره‌ای

✓ طبق تعریف اندازه حرکت جسمی به جرم m که با سرعت $\vec{v}$ در حرکت است برابر است با:

$$\vec{G} = m\vec{v} \quad (kg\cdot m/s) \quad (N\cdot S)$$

✓ یک کمیت برداری:

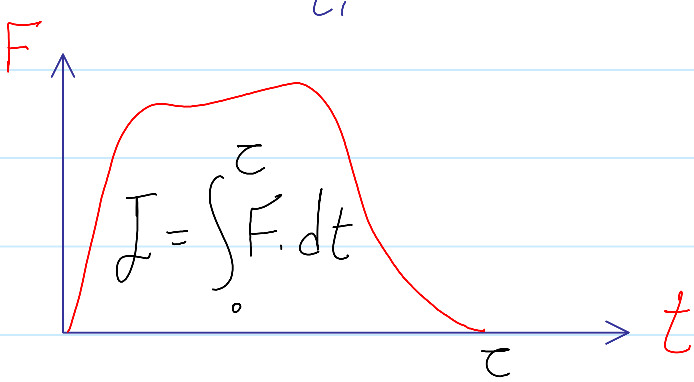
$$\vec{G} = G_x\vec{i} + G_y\vec{j}$$

✓ ضربه: طبق تعریف عبارتست از حاصلضرب نیرو در مدت زمان اعمال آن.

$$\Delta I = F\cdot\Delta t$$

$$\Delta\vec{I} = \sum\vec{F}\cdot\Delta t$$

$$I = \int_{t_1}^{t_2}\sum\vec{F}\,dt \; ; \; \sum F = \sum F(t)$$



3

Monday, December 17, 2012
8:39 AM

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$ برای m ثابت

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\sum \vec{F} = \dot{m}\vec{v} + m\dot{\vec{v}}$$ { ۳ معادله

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{G}}{dt}$$

$$d\vec{G} = \sum \vec{F}\,dt \Rightarrow \vec{G}_2 - \vec{G}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}\,dt$$

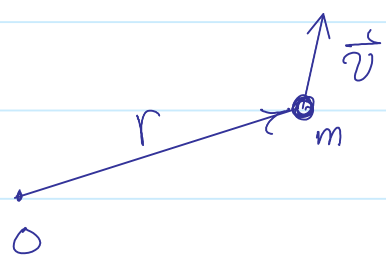
$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}\,dt$$

اندازه حرکت زاویه‌ای

طبق تعریف عبارت است از :

$$\vec{H}_o = \vec{r} \times \vec{G} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

$$\vec{h}_o = \vec{r} \times \vec{v}$$



$$\vec{h}_o = \frac{\vec{H}_o}{m}$$

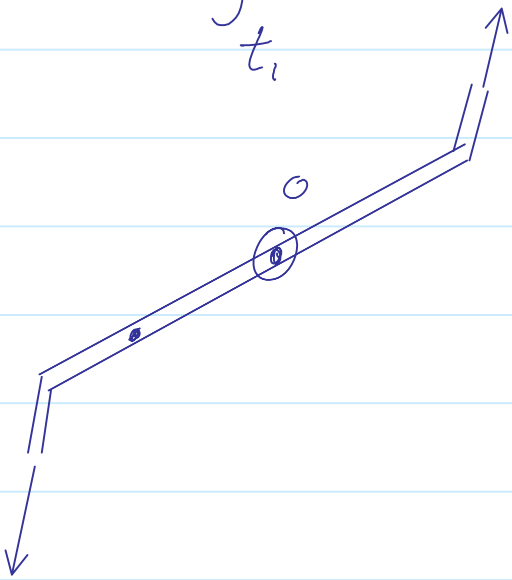
4

Monday, December 17, 2012
8:39 AM

$$\sum M_o = \frac{dH_o}{dt}$$

$$d\vec{H}_o = \sum M_o \, dt$$

$$\vec{H}_{o_2} - \vec{H}_{o_1} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M}_o \, dt$$



بقای اندازه حرکت

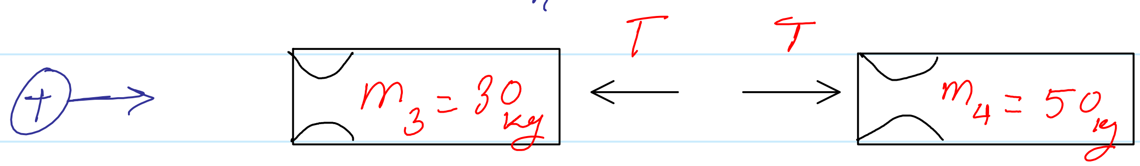
اگر برآیند نیروها (گشتاورها) وارد بر جسم صفر باشد، مقدار اندازه حرکت (زاویه‌ای) در طول حرکت ثابت است.

$$\vec{G}_1 = \vec{G}_2 \quad ; \quad \vec{H}_{o_1} = \vec{H}_{o_2}$$

نکته

مثال) در جدایش مراحل ۳ و ۴ یک موشک که با سرعت 15000 km/h حرکت می‌کند، موتور مرحله ۴ به مدت 0.5 s روشن می‌شود. به سبب ضربه وارده از گازهای واقع مرحله ۳ از مرحله ۴ جدا می‌شود. بعد از جدایش سرعت مرحله ۴ ، 10 m/s بیشتر از مرحله ۳ می‌شود. مطلوبست سرعت هر مرحله بعد از جدایش.

$$ {}^{3}v_1 = {}^{4}v_1 = 15000\ km/h $$



روش اول:

سیستم مرحله ۳ :

$$ m_3\,{}^{3}v_2 - m_3\,{}^{3}v_1 = \int_0^{0.5} -T\,dt $$

سیستم مرحله ۴ :

$$ m_4\,{}^{4}v_2 - m_4\,{}^{4}v_1 = \int_0^{0.5} T\,dt $$

$$ {}^{4}v_2 = {}^{3}v_2 + 10 $$

روش دوم:

$$ \Delta G = 0 \Rightarrow G_2 - G_1 = 0 $$

$S(1)$: ${}^{3}v_1 = v_0$; ${}^{4}v_1 = v_0$

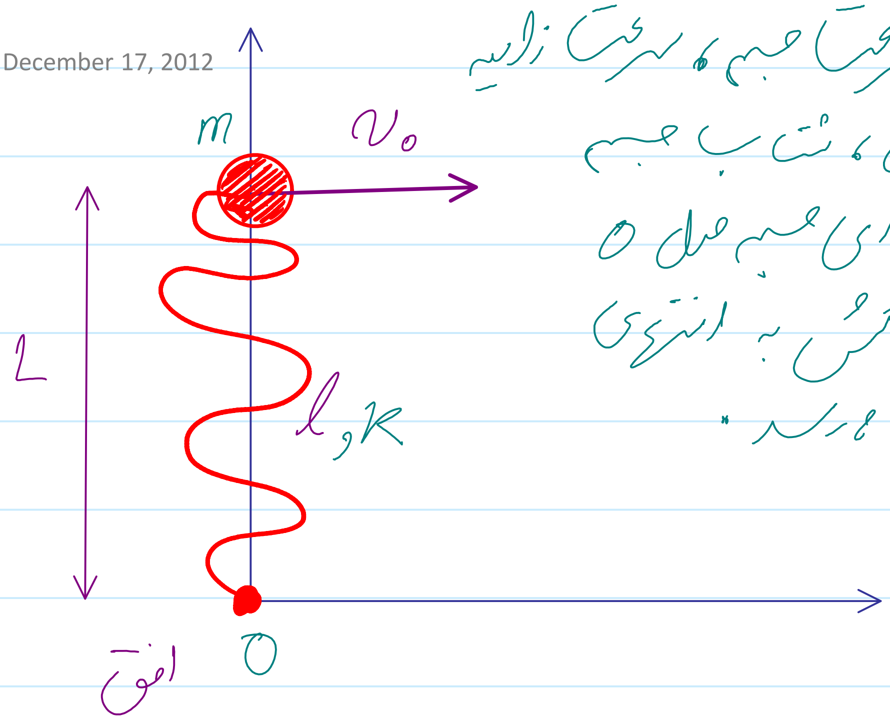
$S(2)$: ${}^{4}v_2$; ${}^{3}v_2$

$$ \Rightarrow \begin{cases} +m_3\,{}^{3}v_2 + m_4\,{}^{4}v_2 - (+m_3 v_0 + m_4 v_0) = 0 \\ {}^{4}v_2 = {}^{3}v_2 + 10 \end{cases} $$

$(2):\ v_2\ ;\ v_2$

$$\begin{cases} \ldots + m_4 v_2 - (+m_3 v_0 + m_4 v_0) \\ {}^4v_2 = {}^3v_2 + 10 \end{cases}$$

Monday, December 17, 2012
9:59 AM

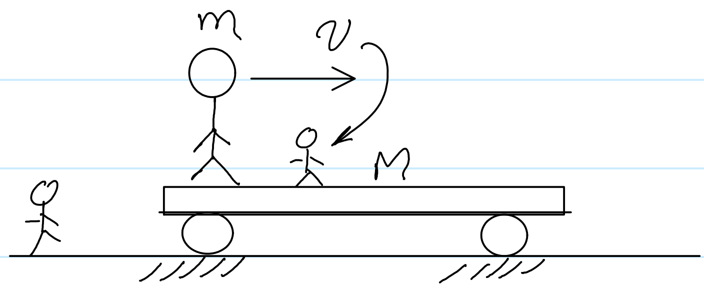


مطلوبست سرعت جسم و سرعت زاویه
جسم حول O و شتاب جسم
شتاب زاویه ای جسم حول O
هنگامی که کشش به انرژی
کششی خود برسد.

اندازه حرکت

		۱۵۳-۳	۱۱۷-۳
		۱۵۸	۱۲۰
۲۲۹	۱۹۵-۳	۱۶۵	۱۲۶*
۲۳۰	۱۹۷*	۱۶۷	۱۲۸*
۲۳۱	۱۹۹	۱۶۹*	۱۳۵
۲۳۴	۲۰۴	۱۷۰*	۱۴۳*
۲۳۷	۲۱۰	۱۷۴*	۱۴۴
۲۳۶	۲۱۳	۱۷۷	۱۴۶
۲۴۲	۲۱۸	۱۷۹	
۲۴۴	۲۲۳	۱۸۰	
۲۴۹	۲۲۵*		
	۲۲۶		

انرژی



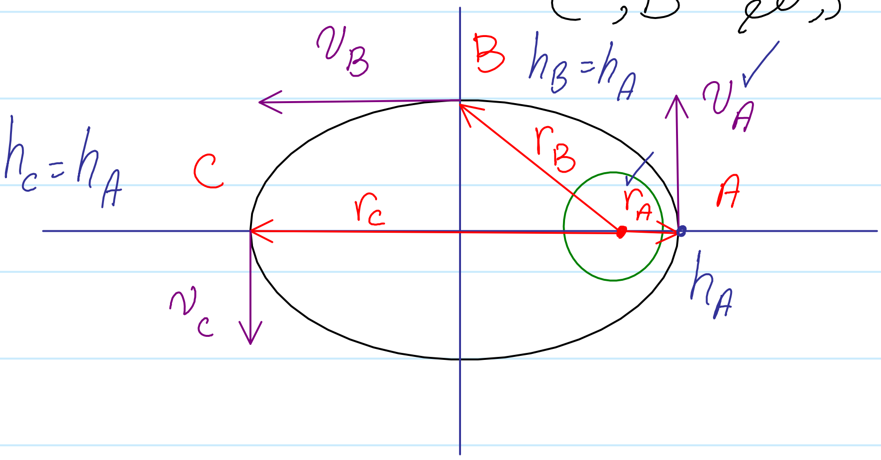
Monday, December 17, 2012
10:18 AM

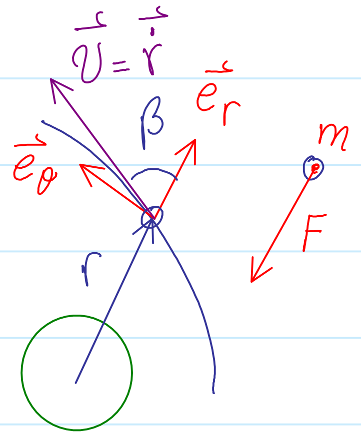
انرژی صلب

۱۵۸-۶	۱۴۱	۱۱۵-۶
۱۵۹	۱۴۲ *	۱۱۸
۱۶۰	۱۴۶	۱۱۹
۱۶۳	۱۵۰ *	۱۲۰
۱۷۰	۱۵۲	۱۲۱
		۱۲۷
		۱۲۹
		۱۳۰ *
		۱۳۵ *

Wednesday, December 19, 2012
10:45 AM

مثال) سرعت یک ماهواره در نقطه حضیض به ارتفاع 390 km از سطح زمین 33880 km/h است. در مدار بیضوی نشان داده شده مطلوب است سرعت ماهواره در نقطه B و C





$$F = G\frac{m_o m}{r^2} \qquad \left[\sum F_r = m a_r\right]$$

$$-G\frac{m_o m}{r^2} = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$$

$$\left[\sum F_\theta = m a_\theta\right]$$

$$0 = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$$

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right) = 0$$

$$\Rightarrow r^2\dot{\theta} = \text{ثابت}$$

$$\vec{H}_o = \vec{r} \times \vec{v}\, m \quad ; \quad \vec{h}_o = \vec{r} \times \vec{v} = r v \sin\beta\, \vec{e}_h$$

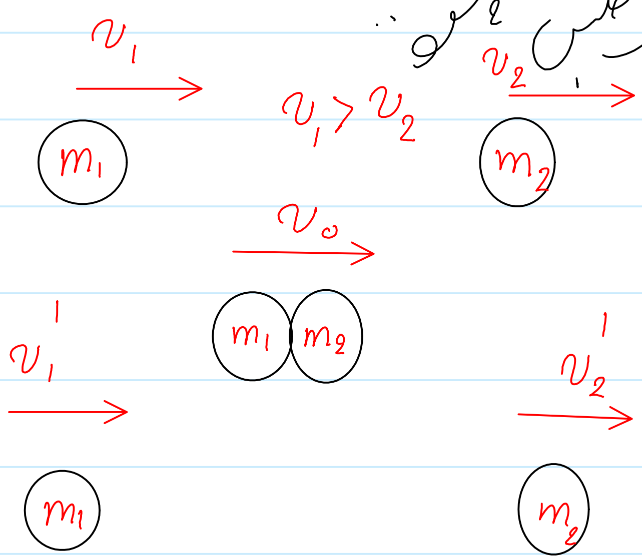
$$h = r^2 \dot{\theta} = \text{ثابت}$$

اندازه حرکت زاویه‌ای یک ماهواره حول زمین مقدار ثابتی است.

۴-۴) برخورد

✓ در فرآیند برخورد دو جسم، نیروهای تماسی بسیار بزرگ در مدت زمان کوتاهی بوجود می‌آید.

✓ این فرآیند بسیار پیچیده است و باعث تغییر شکل دو جسم، ایجاد صدا، ایجاد گرما و حتی تغییر جنس می‌شود.



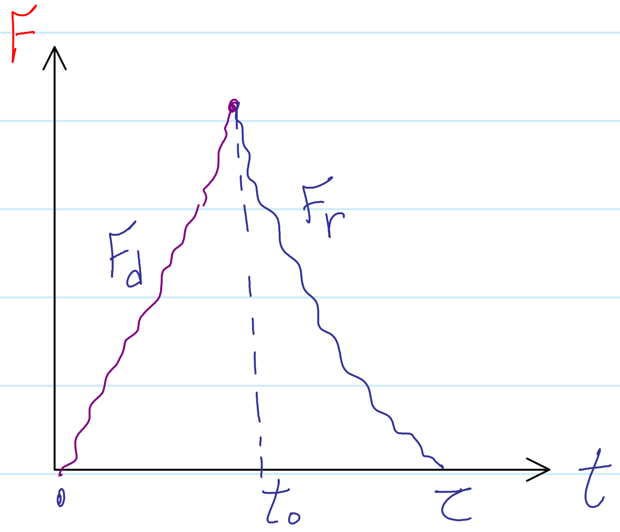
$G_1 \; , \; G_2$

$$G_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \;;\; G_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$G_1 = G_2 \;;\; E_1 \neq E_2$$

4

Wednesday, December 19, 2012
10:45 AM



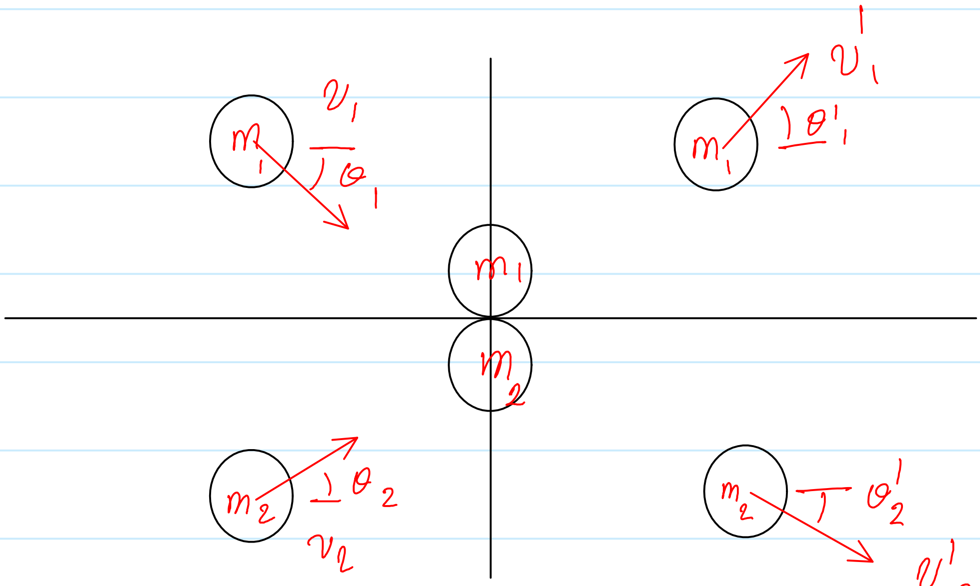
ضریب بازگشت

ضریب الاستیک

$$e = \frac{\text{ضربه بعد از برخورد}}{\text{ضربه قبل از برخورد}}$$

$$m_1: \begin{cases} \text{ضربه بعد از برخورد} = \int_{t_0}^{\tau} F_r\,dt = m_1(v_0 - v_1') \\ \text{ضربه قبل از برخورد} = \int_{0}^{t_0} F_d\,dt = m_1(v_1 - v_0) \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} e = \dfrac{v_0 - v_1'}{v_1 - v_0} \\ m_2: \Rightarrow e = \dfrac{v_2' - v_0}{v_0 - v_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}}$$

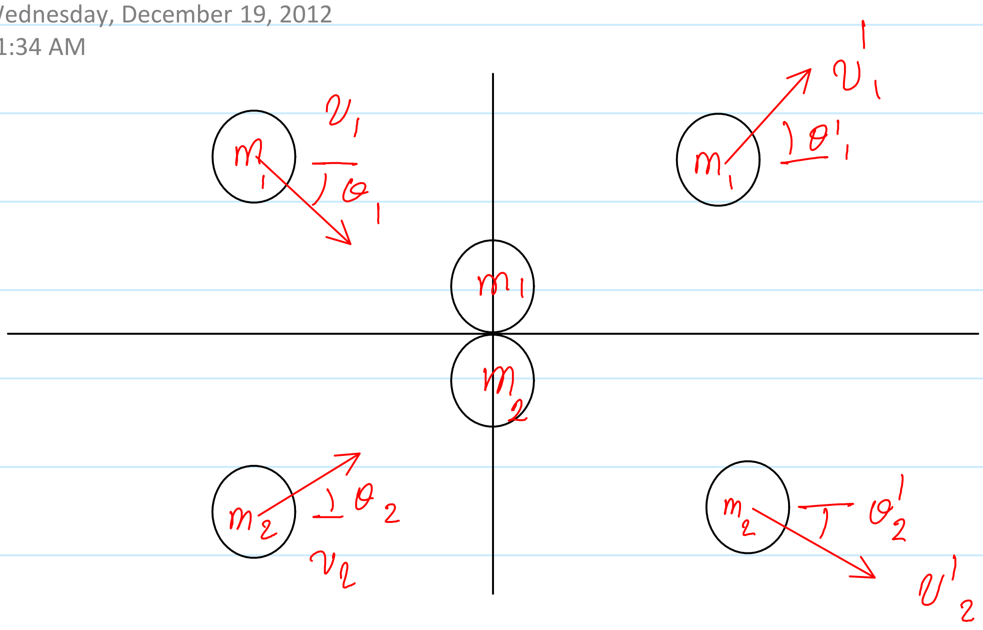


مجهولات:

$$\begin{cases} v_1', \theta_1' \\ v_2', \theta_2' \end{cases}$$

Wednesday, December 19, 2012

11:34 AM



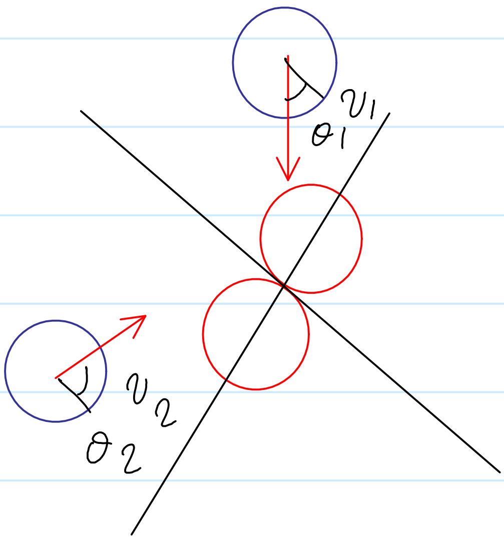
مجهولات :

$$\begin{cases} v_1' , \theta_1' \\ v_2' , \theta_2' \end{cases}$$

$$\Delta G_y = 0 \Rightarrow m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 v_{1y}' + m_2 v_{2y}'$$

$$\Delta G_x = 0 \Rightarrow m_1 v_{1x} = m_1 v_{1x}' \; ; \; m_2 v_{2x} = m_2 v_{2x}'$$

$$e = \frac{v_{2y}' - v_{1y}'}{v_{1y} - v_{2y}}$$

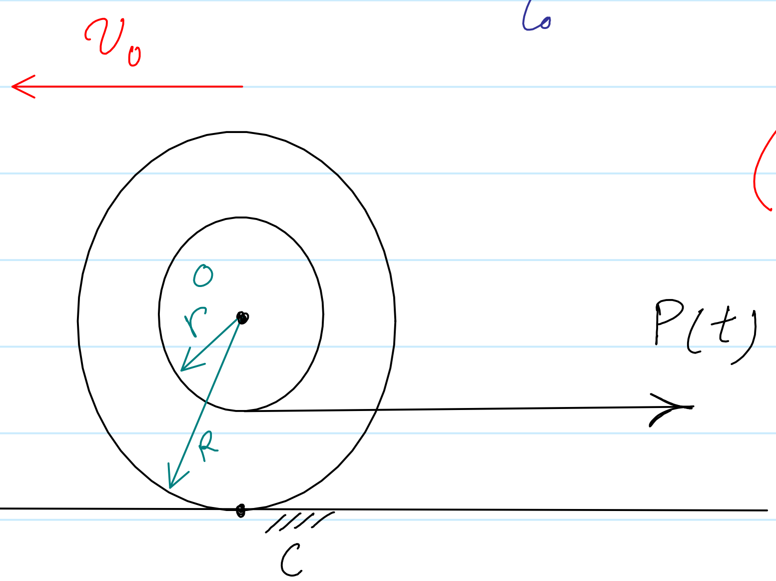


۴-۶) اندازه حرکت و ضربه اجسام صلب

$$G = mv \quad \Rightarrow \Delta G = \int_{t_0}^{t_f} \sum \vec{F}\, dt$$

$$H_o = I_o \omega = \bar{I}\omega + m\bar{v}d \quad \Rightarrow \Delta H_o = \int_{t_0}^{t_f} \sum M_o\, dt$$

(شکل



$$\begin{cases} \int_0^{t_2} \sum \vec{F}_x\, dt = G_{x_2} - G \\ \int_0^{t_2} \sum M_G\, dt = H_{G_2} - H_{G_1} \end{cases}$$

$$-R \times \begin{cases} \int_0^{t_2} (P(t) - f_f)\, dt = mv + mv_0 \\ \int_0^{t_2} (Pr - f_f R)\, dt = I_G \omega - I_G \omega_0 \end{cases} + \qquad ; \quad v = R\omega$$

از روابط بالا ضربه را برحسب ω بدست آورید