

## طراحی کنترل کننده لغزشی برای موتور پله ای مغناطیس دائم

حامد خدادادی  
دانشکده برق دانشگاه علم و صنعت  
[Khodadadi\\_hamed@yahoo.com](mailto:Khodadadi_hamed@yahoo.com)

علی مجذوب قدیری  
دانشکده برق دانشگاه علم و صنعت  
[majzoob\\_ghadiri@yahoo.com](mailto:majzoob_ghadiri@yahoo.com)

### چکیده:

موتور پله ای مغناطیس دائم در سیستم های با دقت بالا که تحت تاثیر عدم قابلیت اطمینان پارامترها، اغتشاش خارج و اشباع کنترل می باشند، بکار می رود.

کنترل مود لغزشی معمولی ( normal sliding mode )، روش سیستم مرکزی ( system center ) و لغزش دینامیک متعدد ( dynamic sliding manifolds ) برای طراحی کنترل کننده های موقعیت دقیق برای یک موتور پله ای مغناطیس دائم بکار می روند. روش " لایه های مرزی " برای حذف پدیده chattering بکار گرفته شده است. سیستم مطلوب ما با طراحی کنترل کننده مود لغزشی ( sliding mode ) بر اساس شبیه سازی کامپیوتری کنترل می شود.

**کلمات کلیدی:** کنترل کننده . کنترل مود لغزشی , *PMSM* , *system center* , *chattering*

### مقدمه :

در این مقاله ابتدا سیستم کنترل موقعیت مطلوب برای *PMSM* ( موتور پله ای با مغناطیس دائم ) بررسی می گردد. کنترل کننده های مود لغزشی معمولی و مود لغزشی دینامیک برای جابجایی نقطه به نقطه طراحی می گردند. روش سیستم مرکزی در طراحی کنترل کننده های مود لغزشی استفاده می شود تا عملکرد خوبی داشته باشند. این مورد هنگامی بکار می آید که محدودیت های کنترل، نیروی کنترلی لازم و کافی را فراهم نمی کند. در ادامه مقاله شبیه سازی سیستم و نتایج حاصل از این شبیه سازی مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۱- مقدمه ای بر کنترل لغزشی :

یک سیستم چند ورودی چند خروجی ( MIMO ) غیرخطی به صورت زیر نمایش داده می شوند :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

که  $x$  بردار حالت و  $n \times 1$  ،  $u$  بردار ورودی کنترلی و  $m \times 1$  و  $y$  بردار خروجی های سیستم و  $m \times 1$  می باشند.

$f(x)$  ,  $G(x)$  ,  $h(x)$  میدان های برداری گسترده می باشند.  
 برای اینکه رفتاری مشخص در خطای خروجی ردگیری حاصل شود :

$$e_i(t) = y_i^*(t) - y_i(t) \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (2)$$

کنترل کننده های مود لغزشی بر طبق الگوریتم دو مرحله ای ذیل طراحی می شوند :

### 1-1- گام اول :

تغییرات خطاهای ردگیری خروجی در سطوح لغزشی به صورت زیر تعریف شده اند :

$$s_i(x) = \sum_{j=0}^{r_i-1} c_{ji} e_i^{(j)}(t) = 0 \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (3)$$

که  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  درجه نسبی برداری بوده و ضرایب  $c_{ji}$  تعریف شده اند تا جایگذاری مقادیر ویژه را در معادلات دیفرانسیل فراهم کنند. درجه نسبی بردای از انتقال سیستم ابتدایی به فرم نرمال زیر می تواند حاصل شود :

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i(x) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x) u_j \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (4)$$

که در مشتقات کاذب آن (Lie derivatives)  $L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x) \neq 0$  برای کمترین  $j$ .

درجه نسبی بردار  $r = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  از معادلات (4) تعریف می شوند اگر ماتریس :

$$E(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & L & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

بازای هر  $x \in X_0$  غیرتکین باشد. در سیستم (1) فرض شده است که  $\sum_{i=1}^m r_i = n$  یعنی اینکه سیستم (1) دینامیک

صفر ندارد و کنترل لغزشی بصورت غیر مشروط قابل اجراست :

### 1-2- گام دوم :

توابع کنترلی غیر پیوسته :

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(t, x), & s_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x), & s_i(x) < 0 \end{cases} \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (5)$$

باید تعریف شوند تا اینکه شرایط وجود لغزش را در سطح لغزشی برداری فراهم کند.

$$s(x) = [s_1(x), s_2(x), \dots, s_m(x)]^T = 0 \quad (6)$$

که  $s_i(x)$  بوسیله فرمول (3) تعریف شده اند. برای رسیدن به این مقصود توابع کنترلی (5) باید طوری انتخاب شوند تا

شرایط وجود [1,2,6] را در همسایگی سطح لغزش (6) ارضا نماید.

$$s_i(x) \dot{s}_i(x) < -r_i |s_i(x)| \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (7)$$

که  $r_i > 0$  ، توابع کنترلی که شرایط وجود (7) را برآورده می کنند، می توانند بصورت زیر شناسایی شوند :

$$u_i(t, x) = u_{ieq}(t, x) - r_i \text{sign}[s_i(x)] \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (8)$$

که توابع کنترلی معادل  $u_{ieq}(t, x)$  می بایست از معادله  $\dot{s}_i = 0$  محاسبه شوند.

توابع کنترلی غیر پیوسته می‌تواند به شکل ساده زیر نوشته شود :

$$u_i(t, x) = -U_{i \max} \text{sign}[S_i(x)] \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (9)$$

که

$$U_{i \max} > |u_{ieq}(t, x)| \quad (10)$$

اگر نامساوی (۱۰) برآورده نشود بدلیل محدودیت نیروی کنترل، مود لغزشی در محدوده‌ای در سطح لغزش اتفاق می‌افتد که بدان محدوده لغزش گفته می‌شود.

برای اجتناب از پدیده chattering کنترل یک تقریب وسیع از توابع کنترلی غیرپیوسته می‌تواند به شکل زیر بکار گرفته

شود :

$$u_i(t, x) = -U_{i \max} \text{sat} \left[ \frac{S_i(x)}{e_i} \right] \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (11)$$

که  $e_i > 0$  شکل یک لایه مرزی در همسایگی سطح لغزش می‌باشد.

مشقات چند گانه خطاهای ردیابی خروجی اغلب غیر مشخص هستند. یک تحقق متغیرهای حالت سطح لغزش می‌تواند

از ترکیبی از روش سیستم مرکزی که برای ردیابی خروجی توسعه داده شده استخراج شود.

طراحی سطوح لغزشی به عنوان یک عملگر دینامیک بر روی خطای ردگیری خروجی عمل می‌کنند و بردار حالت در

حذف تاثیرات اغتشاشات غیر تطبیقی رفتار خطای ردگیری خروجی مفید است. واضح است که در محدوده لغزش، رفتار

ردگیری خطا فقط بوسیله معادلات سطوح لغزش (۳) و (۴) توصیف می‌شود و به عدم قطعیت‌های سیستم (۱) وابسته نیست.

مقاومت کنترل‌کننده‌های مود لغزشی آنها را در بسیاری از مسائل مهم از قبیل سیستم‌های کنترل موقعیت بر مبنای

PMSM قابل استفاده نموده است.

## ۲- مدل ریاضی PMSM :

مدل PMSM یک استاتور با دو فاز و یک روتور مغناطیس دائم دارد. چنین موتوری با تقابل بین شار مغناطیسی روتور و

نیروی مغناطیسی ناشی از عبور جریان در سیم پیچ‌های استاتور عمل می‌نماید. مدل ریاضی PMSM در (۱۲) نشان داده

شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_a}{dt} = \frac{[v_a - Ri_a + K_m w \sin(N_r q)]}{L} \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{[v_b - Ri_b + K_m w \cos(N_r q)]}{L} \\ \frac{dw}{dt} = \frac{[-K_m i_a \sin(N_r q) + K_m i_b \cos(N_r q) - Bw - T_f]}{J} \\ \frac{dq}{dt} = w \end{array} \right. \quad (12)$$

که  $v_a$  و  $v_b$  ولتاژ و  $i_a$  و  $i_b$  جریان‌های فاز A و B می‌باشند.  $w$  گشتاور روتور می‌باشد،  $q$  موقعیت روتور بوده و  $J$  نیز

پسماند لحظه‌ای موتور و  $T_f$  گشتاور نیروی اصطکاک و  $K_m$  ثابت گشتاور موتور می‌باشد.  $B$  ضریب اصطکاک چسبندگی،

$R$  میزان مقاومت اهمی سیم پیچ هر فاز است،  $L$  اندوکتانس سیم پیچ هر فاز بوده و  $N_r$  نیز تعداد دندانه‌های روتور

می‌باشد.

در طراحی کنترل کننده لغزشی بهتر است که مدل ریاضی PMSM به مختصات DQ تبدیل شود. تبدیل DQ ولتاژ و جریان فاز به صورت زیر نشان داده شده است :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(N_r q) & \sin(N_r q) \\ -\sin(N_r q) & \cos(N_r q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(N_r q) & \sin(N_r q) \\ -\sin(N_r q) & \cos(N_r q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}$$

حاصل بکاربردن تبدیل DQ و اعمال آن به سیستم (۱۲) معادلات زیر می‌باشند.

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{[v_d - Ri_d + N_r L w i_q]}{L} \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{[v_q - Ri_q + N_r L w i_d - K_m w]}{L} \\ \frac{dw}{dt} = \frac{[K_m i_q - Bw - T_f]}{J} \\ \frac{dq}{dt} = w \end{cases} \quad (14)$$

### ۳- فرمول بندی مساله :

PMSM با معادلات دیفرانسیل یک سیستم غیرخطی و با ورودی کنترلی  $v_d$  و  $v_q$  که باید شرط  $v_d^2 + v_q^2 = v_a^2 + v_b^2 \leq V$  را ارضا نمایند، توصیف می‌شوند که  $V$  در ۴۰ ولت ثابت شده است. در این نامساوی  $v_{q \max} = 5 \text{ volts}$  و  $v_{d \max} = 39.7 \text{ volts}$  برای محدودیت سیگنال کنترل در شبیه‌سازی کامپیوتری انتخاب شده‌اند.

مساله، طراحی دو کنترل کننده لغزشی برای  $v_d$  و  $v_q$  می‌باشد که ردگیری رویه مرجع موقعیت زاویه‌ای  $q$  داده شده را فراهم می‌کند.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_1(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|q_r - q\| = 0 \quad (15)$$

حضور دو ورودی کنترلی این امکان را می‌دهد که رویه‌ای برای ردگیری دومین خروجی کنترلی داشته باشیم که ثابت خواهیم کرد در مفهومی دیگر نمایش سیستم است. جریان مستقیم  $i_d$  می‌تواند به عنوان خروجی دوم بکار رود. رویه مرجع تعریف شده از پیشینه کردن گشتاور  $K_m i_q$  در سرعت ثابت  $w$  بدست می‌آید که عبارتست از :

$$i_{dr} = -\frac{N_r L K_m w^2}{R^2 + (N_r w L)^2} \quad (16)$$

همچنین، دومین ردگیری از معادله زیر حاصل می‌شود :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_2(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|i_{dr} - i_d\| = 0 \quad (17)$$

هر دو خطای ردگیری در سطوح لغزشی محلی تجزیه شده و به صورت خطی معین در سطوح  $S_i = 0$  و  $S_2 = 0$  نمایش داده می‌شوند.

ضرایب  $c_{ji}$  با جایگذاری مناسب مقادیر ویژه مطلوب در معادلات دیفرانسیل ردگیری مطلوب را فراهم می‌کنند.

#### ۴- طراحی کنترل کننده لغزشی مطلوب برای PMSM :

در اولین گام سطوح لغزش باید طراحی گردند. درجه نسبی برداری برای سیستم (۱۴) از تبدیل به فرم نرمال و به صورت  $r = [1, 3]$  بدست آمده است. سطوح لغزشی به صورت زیر طراحی شده اند :

$$s_1 = (\dot{q}_r - \ddot{q}_r) + c_{21}(q_r - q) + c_{11}(q_r - q) = 0 \quad (18)$$

$$s_2 = (i_{dr} - i_d) = 0$$

خط مشی سیستم مرکزی برای اعتبار بخشیدن به دیفرانسیل چندگانه خطاهای ردگیری خروجی توسعه داده شده که سطح لغزش متناظر با آن به صورت زیر طراحی و نوشته شده است :

$$s_1 = (i_{qr} - i_q) + c_{22}(w_r - w) + c_{12}(q_r - q) = 0 \quad (19)$$

$$s_2 = (i_{dr} - i_d) = 0$$

که رویه ردگیری شده  $i_{qr}$  و  $w_r$  اینچنین تعریف شده اند :

$$\begin{cases} w_r = \dot{q}_r \\ i_{qr} = \frac{J}{K_m} \ddot{q}_r + \frac{B}{K_m} \dot{q}_r \end{cases} \quad (20)$$

خط مشی و روش مود لغزشی دینامیک برای از بین بردن اثرات اغتشاش غیر تطبیقی بر ردگیری خروجی بکار می رود و به فرم زیر می باشند :

$$s_1 = (i_{qr} - i_q) + W(s)(q_r - q) = 0 \quad (21)$$

$$s_2 = (i_{dr} - i_d) = 0$$

که  $W(s)$  یک تابع انتقال می باشد که برای فراهم کردن رفتار مناسب و مشخص خطای ردگیری طراحی شده است. ضرایب سطوح لغزشی به کمک کمینه کردن معیار  $ITAE$  و با زمان نشست تعریف شده  $0.03 \text{ sec}$  تعیین شده اند که عبارتند از :

$$c_{21} = 4.6 \times 10^2, c_{11} = 1.1 \times 10^5, c_{12} = 0.11, c_{22} = 26.3$$

$$W(s) = \frac{54.09s + 8.746 \times 10^3}{s + 564.97}$$

در دومین گام توابع کنترلی بر پایه فرمول های (۸) و (۱۰) طراحی و در زیر نمایش داده شده اند :

$$v_q = -5sat \left( \frac{s_1}{0.1} \right), v_d = -39.7sat \left( \frac{s_2}{0.1} \right) \quad (22)$$

در ادامه به بررسی شبیه سازی کامپیوتری و نتایج حاصله می پردازیم.

#### ۵- شبیه سازی کامپیوتری :

بسته نرم افزاری MATLAB برای شبیه سازی کامپیوتری بکار گرفته شده است و الگوریتم مرتبه ۴ رانگ کوتا با گام 0.0001 ثانیه برای حل معادلات دیفرانسیل استفاده شده است.

مجموعه پارامترهای زیر در حالت اسمی برای مدل ریاضی PMSM بکار رفته اند :

$$L = 0.0015 \text{ mH} \quad Nr = 50$$

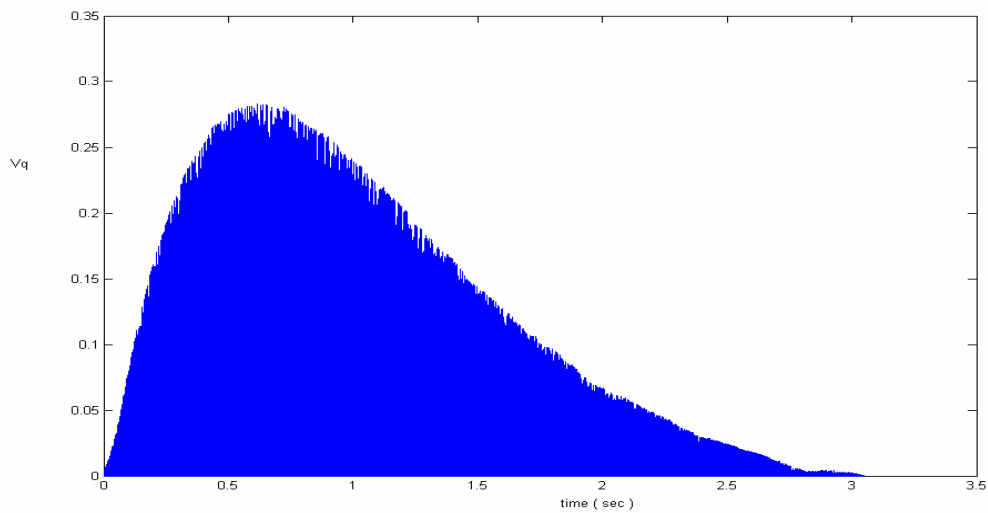
$$Km = 0.19 \text{ Nm/A} \quad J = 0.000045 \text{ Kgm}^2$$

$$R = 0.55 \Omega \quad B = 0.0008 \text{ N m sec/rad}$$

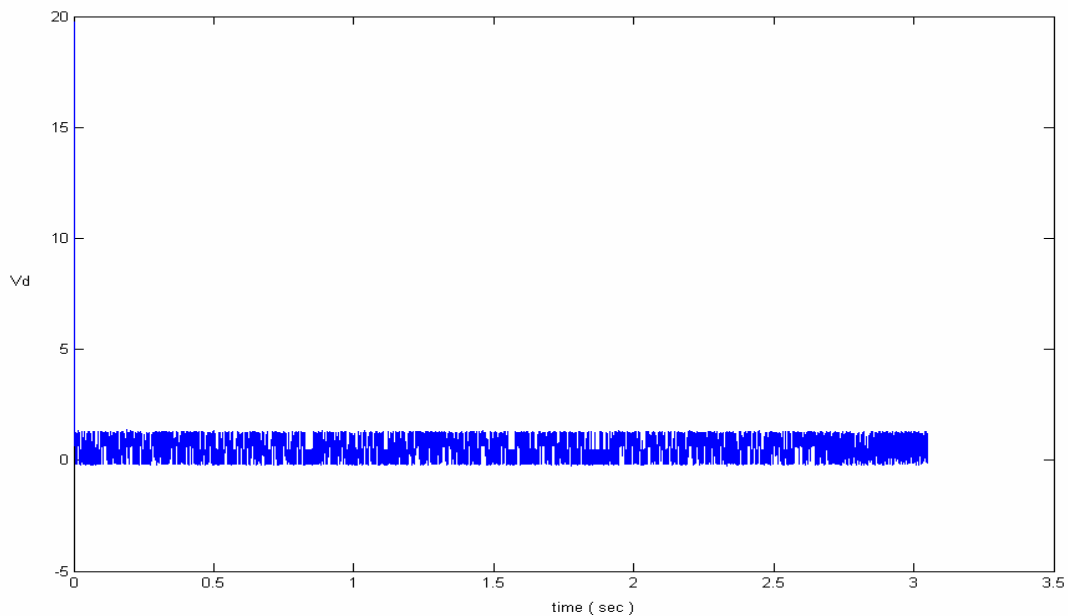
کنترل‌کننده لغزشی در حالت اسمی سیستم موقعیت PMSM طراحی شده است. نتایج شبیه سازی در ادامه مقاله آورده شده است.

#### ۶- نتایج شبیه سازی:

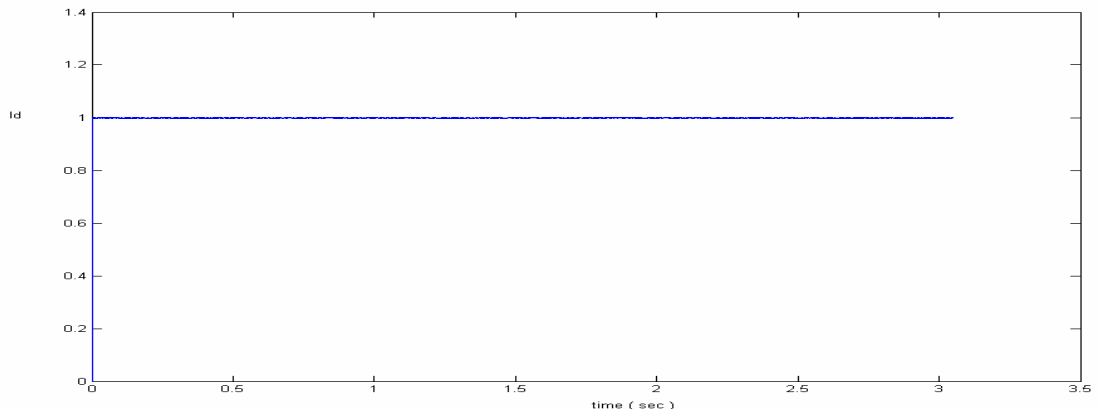
نتایج حاصل از طراحی و شبیه سازی کنترل کننده لغزشی برای سیستم در شکل های زیر آورده شده است. در شکل های (۱) و (۲) رفتار ورودی های کنترلی و در شکل (۳) دقت بالای ردگیری موقعیت زاویه ای و جریان مستقیم برای کنترل کننده مود لغزشی نشان داده شده است. در شکل (۴) رفتار سطوح لغزشی نمایش داده شده است و در شکل (۵) موقعیت روتور و موقعیت مطلوب با هم مقایسه شده است.



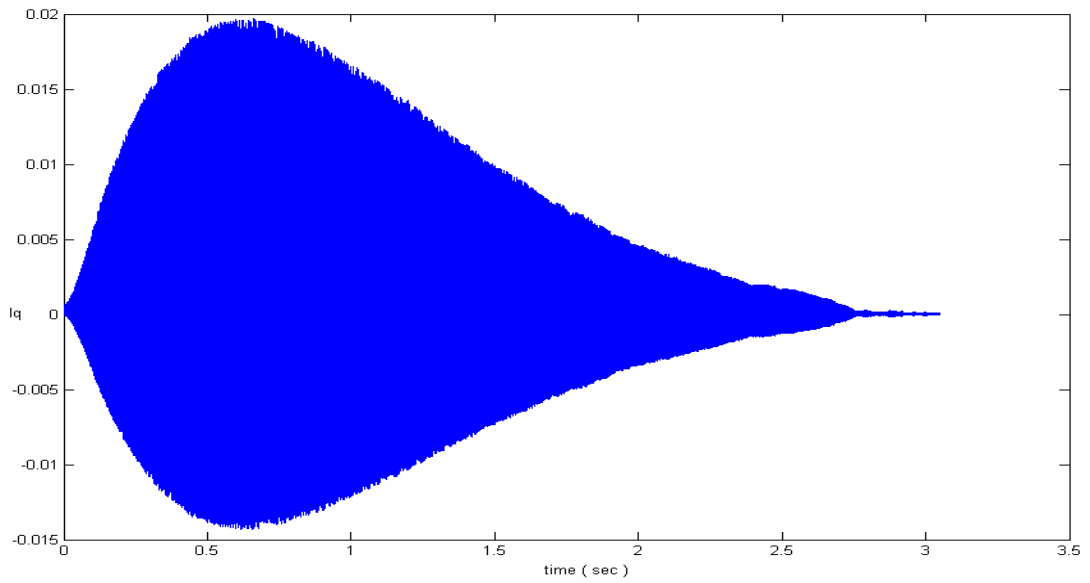
شکل ۱- ورودی کنترل  $v_q$



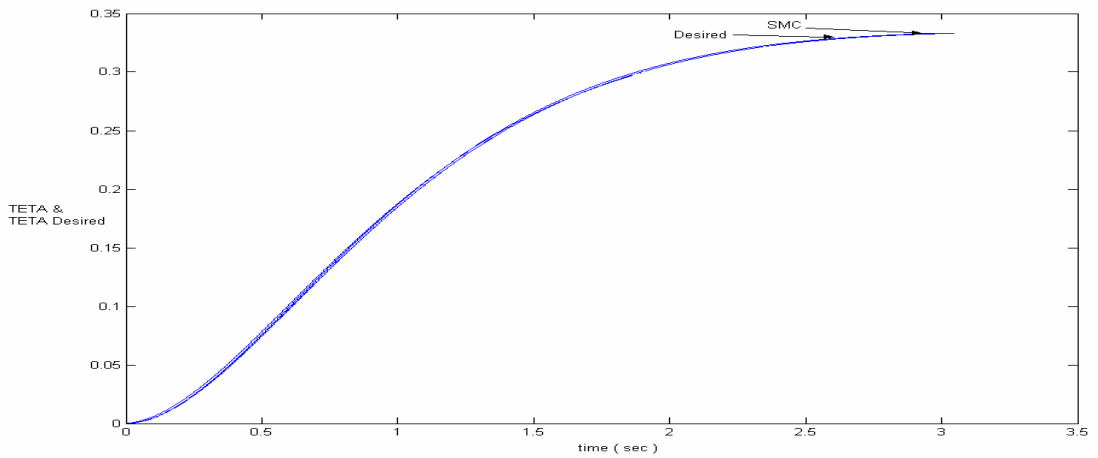
شکل ۲- ورودی کنترل  $v_d$



شکل ۳- ردگیری جریان  $i_d$



شکل ۴- رفتار سطوح لغزشی



شکل ۵- مقایسه موقعیت روتور و موقعیت مطلوب

### نتیجه گیری :

کنترل کننده‌های لغزشی دقت ردگیری بالایی را در حالت اسمی سیستم‌های تغییر موقعیت مبتنی بر PMSM دارد. رفتار این سیستم‌ها در هنگام تاثیر اغتشاش و عدم اطمینان دستگاه به کمک کنترل کننده لغزشی، بسیار دقیق می‌باشد. علاوه بر این، پیاده سازی این کنترل کننده‌ها نسبت به کنترل کننده های دیگر مانند کنترل کننده خطی ساز فیدبک راحت تر و ساده تر می‌باشد. همچنین کنترل کننده مود لغزشی مقاومت زیادی نسبت به تغییر پارامترها و اغتشاشات خارجی دارد.

### فهرست مراجع:

- [1] Youngju Lee, Y.B. Shtessel "Comparison of a feedback linearization controller and sliding mode controllers for a permanent magnet stepper motor" IEEE-28th Southeastern Symposium on System Theory (SSST '96) March 31 - April 02, 1996, pp. 258-262
- [2] Changsheng Li Elbuluk, M. Dept. of Electr. Eng., Akron Univ., OH, USA;" IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference "
- [3] Andreescu G. D.; Popa A.; Spilca A " Two Sliding Mode Based Observers for Sensorless Control of PMSM Drives "