دانشگاه صنعتی سهند - دانشکده مهندسی برق

پروژه درس شناسایی سیستم

معرفی دستورات نرم افزار متلب در مورد شناسایی سیستم

استاد راهنما: آقای دکتر زینالی

گردآورنده: بهزاد آقایی

زمستان 94

فهرست

مقدمه

در این پروژه قصد داریم که با برخی از روش های شناسایی سیستم ها که بصورت تابع[1] در نرم افزار MATLAB موجود هستند،آشنا شویم. لذا یکی از مثال‌های محک[2] کنترل در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از روش های مد نظر، عمل شناسایی سیستم انجام می‌پذیرد.

[1] Function
[2] Bench Mark

تحریک پایا[3]

برای تضمین اینکه فرآیند شناسایی سیستم دارای پاسخ یکتای می‌باشد، سیگنال ورودی برای شناسایی سیستم باید دارای ویژگی‌هایی باشد که به این خاصیت تحریک پایا گفته می‌شود.

ممکن است انتخاب نامناسب ورودی باعث این شود که ساختار انتخاب شده، قابل شناسایی نباشد. شرایطی که منجر به چنین حالتی می‌شوند عبارتند از؛

الف) سیستم در حالت حلقه بسته شناسایی شود

ب) ورودی به اندازه کافی تحریک کننده باشد

پ) مرتبه درنظرگرفته شده برای مدل بیشتر از مرتبه واقعی سیستم باشد

که همه موارد فوق نهایتا منجر به وابستگی خطی در بین عناصر بردار رگرسیون می‌شود.

برای بررسی اینکه آیا سیگنال ورودی به اندازه کافی تحریک کننده هست یا خیر می‌توان در در نرم افزار MATLAB از دستور زیر استفاده کرد:

```
>>pexcit(data)
```

که در آن باید سیگنال در ساختار iddata ذخیره شده باشد.

برای مثال برای ورودی پله واحد داریم:

```
>>ones(n,1)
   Data=iddata([],u)
   Pexcit(data)
   = 1
```

سیگنال نویز سفید گوسی[4]

یکی از مناسب ترین ورودی‌ها به سیستم جهت شناسایی، سیگنال نویز سفید می‌باشد. نویز سفید تمامی فرکانس‌ها را با یک دامنه مشخص پوشش می‌دهد. بعبارتی تمامی مدهای سیستم را از خواب بیدار می‌کند. اگر چه در عمل با نویز سفید مشکلاتی وجود دارد،اما در نرم افزار MATLAB میتوان آن را به راحتی ایجاد کرد.

```
>> wgn(m,n,p)
```

دستور فوق یک ماتریس $m \times n$ نویز گوسی(دامنه سیگنال از توزیع گوسی پیروی می‌کند) با توانی معادل p dBW تولید می‌نماید. لازم به ذکر است،سیگنال نویز سفید علاوه بر روش فوق از طریق دستور زیر نیز قابل پیاده سازی است.

```
>> randn(m,n)
```

[3] Persistency of Excitation
[4] White Gaussian Noise

که ماتریسی به بعد $m \times n$ با مقادیر تصادفی[5] ایجاد می‌کند. اگر تعداد این داده ها به بی نهایت میل کند، سیگنال بدست آمده دارای میانگین صفر و واریانس یک خواهد بود.

سیگنال توالی باینری شبه تصادفی[6]

یکی دیگر از سیگنال‌هایی که در شناسایی سیستم بعنوان یک ورودی مناسب شناخته می‌شود،سیگنال PRBS می‌باشد. یکی از مزیت های این سیگنال به نسبت سیگنال نویز سفید،این است که اعمال آن به سیستم عملی‌تر می‌باشد. علاوه بر این نیز سیگنال PRBS به راحتی در کامپیوتر ذخیره سازی می‌شود.

اشکال عمده سیگنال PRBS نسبت به نویز سفید این است که تابع همبستگی آن متناوب می‌باشد. همچنین علاوه بر مبدا در سایر نقاط نیز دارای مقدار می‌باشد. در نرم افزار MATLAB می‌توان از دستور زیر برای تولید سیگنال PRBS استفاده کرد.

```
>> u = idinput(N,type,band,levels)
```

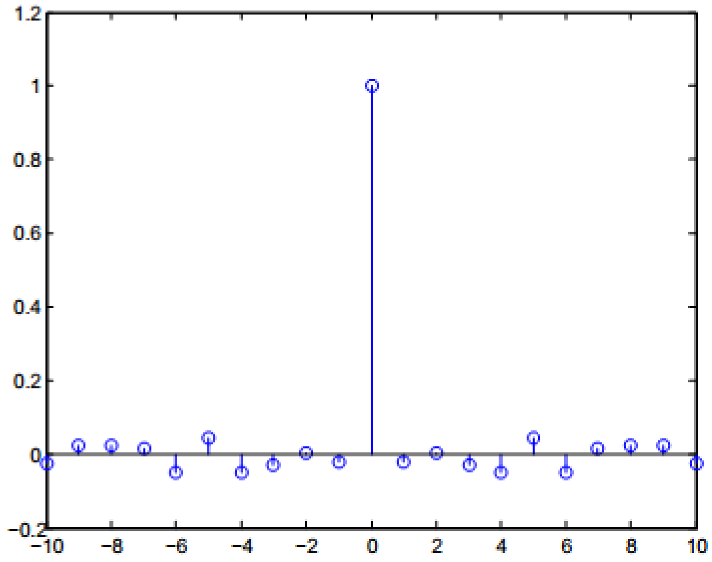
$N = [N\ nu]$ یک دنباله به طول N و تعداد nu کانال ایجاد می‌کند. برای تولید سیگنال PRBS باید نوع ساختار فوق در *'prbs'* تنظیم شود. همچنین مقدار *band* و *level* باید بصورت [0,1] وارد شود.

خودهمبستگی[7] و همبستگی عرضی[8]

با فرض آنکه داده های نمونه برداری شده از ورودی و خروجی سیستم را داشته باشیم،می‌توان خود همبستگی بین درایه های آن را با نرم افزار MATLAB محاسبه کرد. در زیر یک نمونه از محاسبه تابع خودهمبستگی برای سیگنال نویز سفید محاسبه شده است.

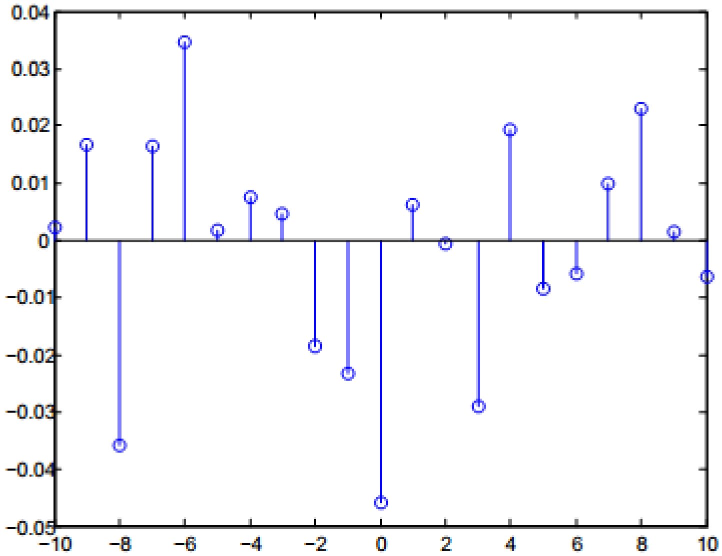
```
>> X=randn(1000,1);
   [r,q]=xcorr(X,10)
```

[5] Random
[6] PRBS
[7] Auto Corrolation
[8] Cross Corolation



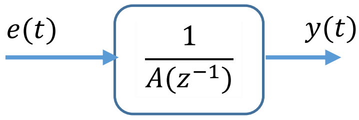
همچنین می‌توان تابع همبستگی عرضی آن را نیز به طریق زیر محاسبه نمود.

```
>> X=randn(1000,1);
   Y=randn(1000,1);
   [r,q]=xcorr(X,Y,10);
```



شناسایی سیستم با مدل AR[9]

ساختار شناسایی برای مدل AR به صورت شکل زیر می‌باشد.



$$A(z^{-1})y_t = e_t$$

سیستم زیر را درنظر می‌گیریم.

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}$$

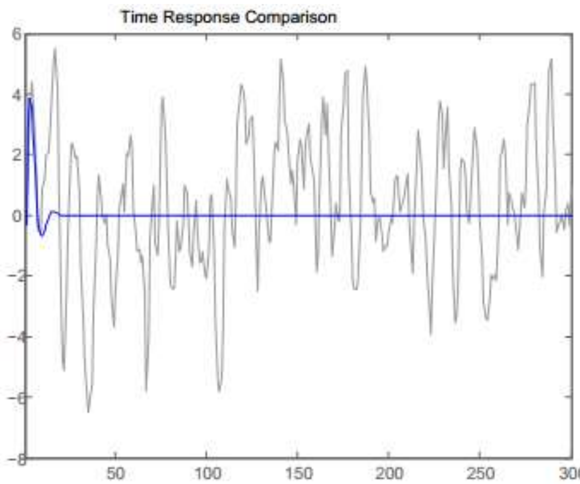
برای تخمین پارامتر های سیستم با روش AR ، از دستور زیر در نرم افزار MATLAB استفاده می‌کنیم:

```
>>ar(y,n,approach)
```

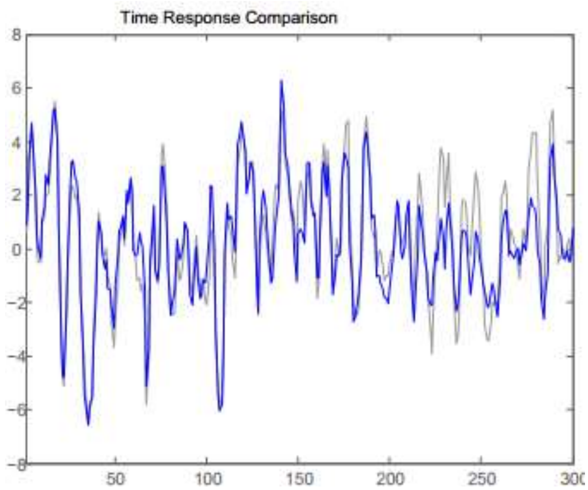
y: سیگنال خروجی

n: مرتبه مدلی که تخمین زده خواهد شد

approach: مشخص کننده الگوریتم حل LS[10] برای تخمین AR



تخمین با مرتبه ای برابر مرتبه سیستم واقعی
با میزان برازندگی حدود 0.18 درصد



تخمین با مرتبه n=150
میزان برازندگی: 60.99 درصد

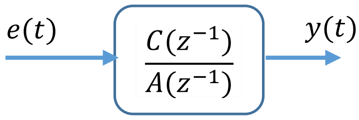
Discrete-time AR model: A(z)y(t) = e(t)
$A(z^{-1}) = 1 - 1.334\, z^{-1} + 0.5759\, z^{-2}$

---

[9] Auto Regressive
[10] Least Sequence

شناسایی سیستم با مدل ARMA[11]

مدل زیر را در نظر می‌گیریم:



$$A(z^{-1})y_t = C(z^{-1})e_t$$

معادله تفاضلی حاکم بر سیستم بصورت زیر اختیار می‌شود:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} \varphi_2 y_{t-2} + e_t + \theta_1 e_{t-1}$$

برای تخمین پارامتر(شناسایی سیستم) با استفاده از ساختار ARMA در نرم افزار MATLAB، از دستور زیر استفاده می‌کنند:

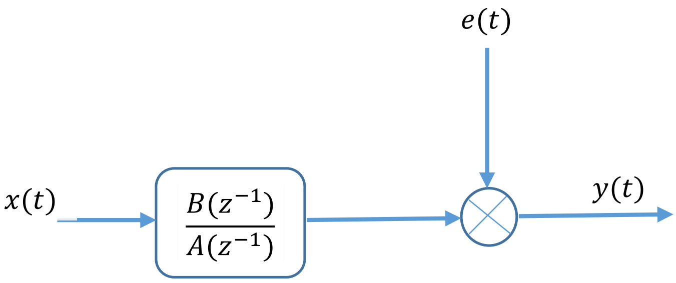
>> model = arima('ARLags',[φ_1, φ_1],'MALags',1,'Constant',0)

شناساسی سیستم با مدل ARX

سیستم تحت مطالعه اصلی دارای ساختاری به فرم زیر می‌باشد.

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-1} + 0.5z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}$$

ساختار و معادله دینامیکی مربوط به مدل ARX در زیر آورده شده است.



$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})x(t) + e(t)$$

برای تخمین پارامتر های مدل با استفاده از ساختار ARX می‌توان از دستور زیر استفاده کرد:

>> arx(data,[n_a , n_b , n_k])

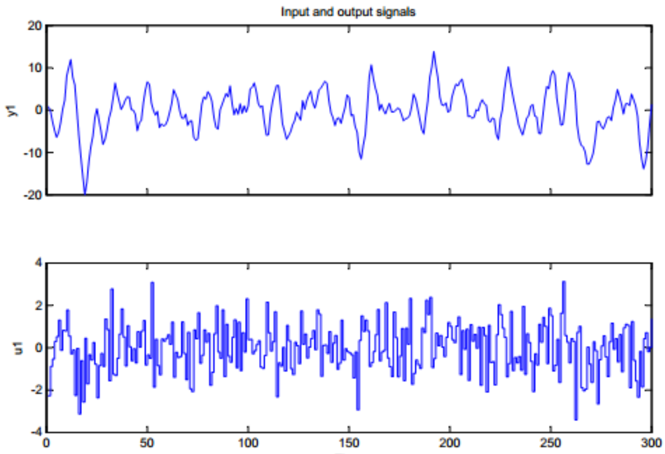
[11] Auto-regressive Moving Average model

ذخیره شده باشند همچنین سایر iddataبرای استفاده از دستور فوق،باید داده های نمونه برداری شده در فرمت
از اهمیت n_aلازم به ذکر است که تعیین پارامتر های آن مطابق آنچه که در زیر آورده شده است،انتخاب می‌شوند.
$n_a=n_b$بعد از مشخص شدن آن معمولا بیشتری به نسبت دیگر درجه ها دارد،زیرا مستقیما روی خروجی اثر می‌گذارد.
اتخاذ می‌شود.

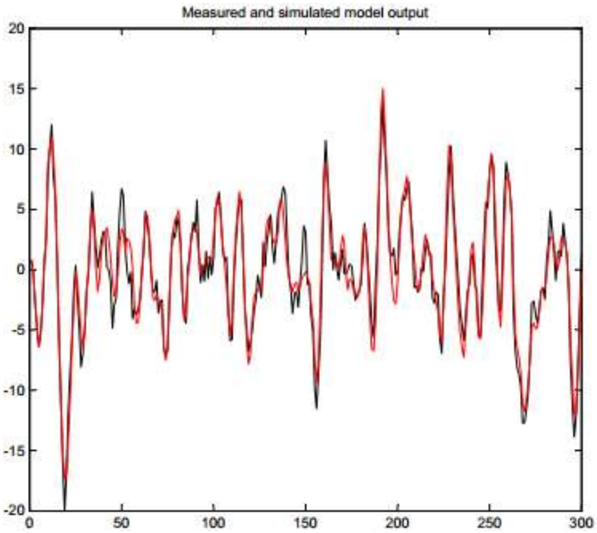
n_a : مرتبه چند جمله‌ای $y(t)$

n_b : مرتبه چند جمله‌ای $x(t)$

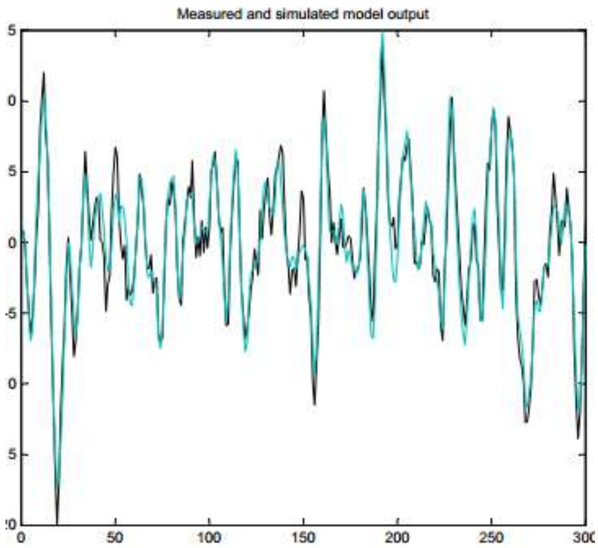
n_k : تاخیر زمانی بین ورودی و خرجی



در صورتی که درجه چند جمله ای $A(z^{-1})$ و $B(z^{-1})$ برابر سیستم اصلی انتخاب شود،ملاحظه می‌شود که پارامترهای تخمین زده شده با مقدار واقعی دارای اختلاف می‌باشد.



تخمین در ازای $n_k=1$, $n_b=10$, $n_a=10$

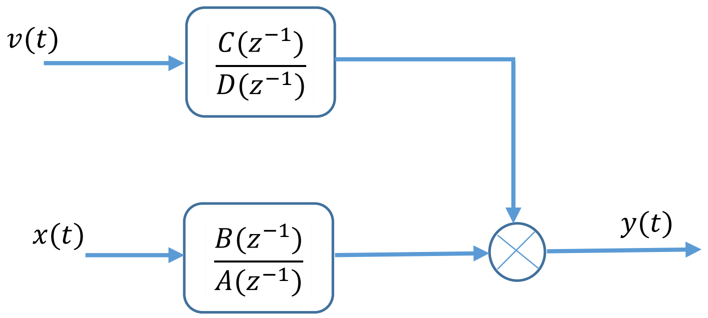


تخمین در ازای $n_k=1$, $n_b=6$, $n_a=6$ و براساس معیار AIC

Discrete-time ARX model: A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)
$A(z^{-1}) = 1 – 1.224\ z^{-1} + 0.4517\ z^{-2}$
$B(z^{-1}) = 0.9264\ z^{-1} + 0.7478\ z^{-2}$

شناسایی سیستم با مدل ARMAX[12]

ساختار و معادله تفاضلی مربوط به مدل ARMAX به صورت زیر می‌باشد.



$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})x(t) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}v(t)$$

در مدل ARMAX، درحالت کلی باید پارامترهای مربوط به چندجمله های $A(z^{-1})$و $B(z^{-1})$ و $C(z^{-1})$ و $D(z^{-1})$ را تخمین می‌زنیم. ولی عموما برای سادگی محاسبات فرمول ARMAX به صورت زیر درنظرگرفته می‌شود.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})x(t) + C(z^{-1})v(t)$$

به عبارت دیگر برای سیگنال e(t)، یک ساختار MA در نظر گرفته می‌شود. این رویه در نرم افزار MATLAB با دستور زیر قابل پیاده سازی می‌باشد.

```
>> armax(data,[na , nb , nc , nk])
```

که پارامترهای n_a , n_b مشابه مدل ARX تعریف می‌شوند و n_c نیز درجه چند جمله ای $C(z^{-1})$ می‌باشد.

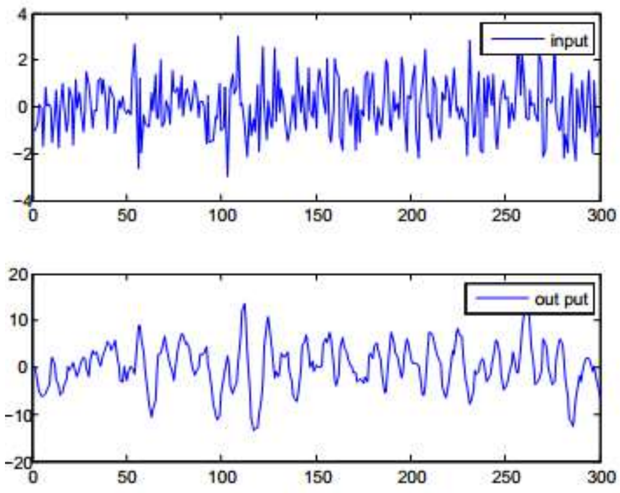
در این قسمت دینامیک $C(z^{-1})=1- z^{-1} +0.2z^{-2}$ در نظر گرفته می‌شود.

پارامترهای تخمین نیز به صورت زیر می‌باشند:

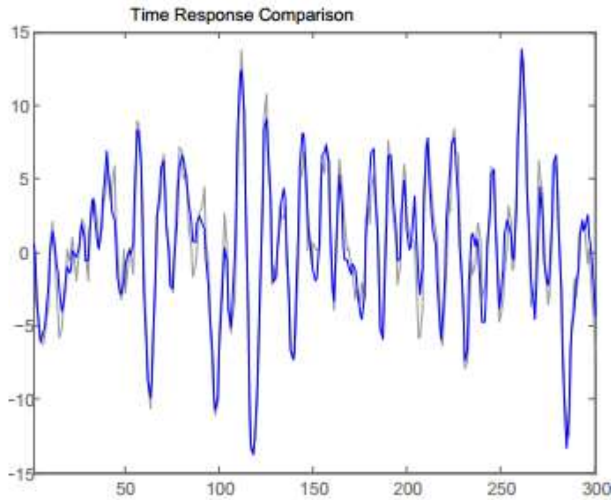
Discrete-time ARMAX model:

$A(z) = 1 – 1.51\ z^{-1} + 0.7195\ z^{-2}$
$B(z) = 0.8757\ z^{-1} + 0.61\ z^{-2}$
$C(z) = 1 – 1.015\ z^{-1} + 0.3077\ z^{-2}$

[12] Auto Regressive Moving Average eXternal input



سیگنال ورودی و خروجی



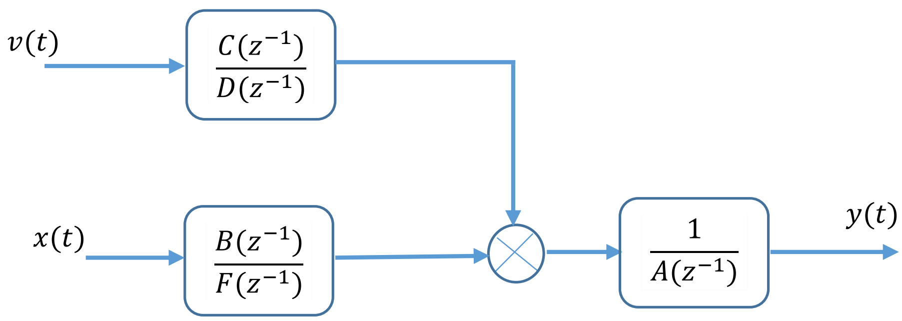
تخمین در ازای $n_a=2$, $n_b=2$, $n_c=2$, $n_k=1$

شناسایی سیستم با روش حداکثر احتمال وقوع تکراری[۱۳]

اگر در ساختار ARMAX که برای سیستم بکار رفت، بردار رگرسیون خطی را بفرم زیر در نظر بگیریم، به ساختار IML می‌رسیم.

$$u^T{}_t = [-y_{t-1} \quad \cdots \quad -y_{t-n} \quad x_t \quad \cdots \quad x_{t-m} \quad v_{t-1} \quad \cdots \quad v_{t-l}]$$

ساختاری که نرم افزار MATLAB برای مدل PEM استفاده می‌کند در شکل زیر نشان داده شده است:



$$A(z^{-1})y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}x_t + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}v_t$$

باتوجه به اینکه برخی از عناصر آن مجهول می‌باشند، برای حل آن از روش نیوتن رافسون استفاده می‌کنیم. برای این منظور سیستم را به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

$$(1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2})y_t = \frac{z^{-1}+0.5z^{-2}}{1-1.5z^{-1}+0.7z^{-2}}x_t + \frac{1-z^{-1}+0.2z^{-2}}{1+0.5z^{-1}}v_t$$

13 IML or (IELS/PEM)

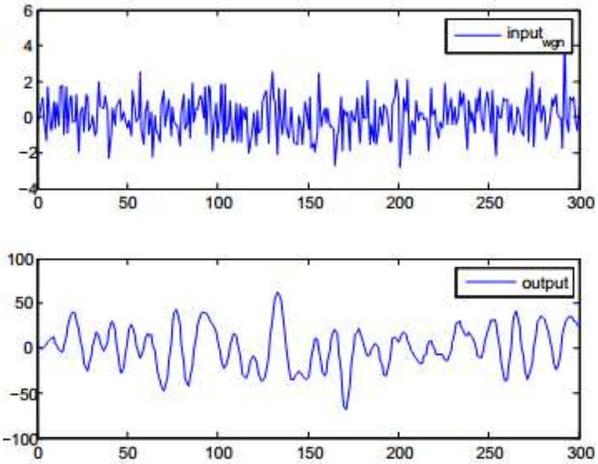
در نرم افزار MATLAB برای تخمین پارامترها از دستور زیر استفاده می‌کنند.

```
>>pem(data,initial-system)
```

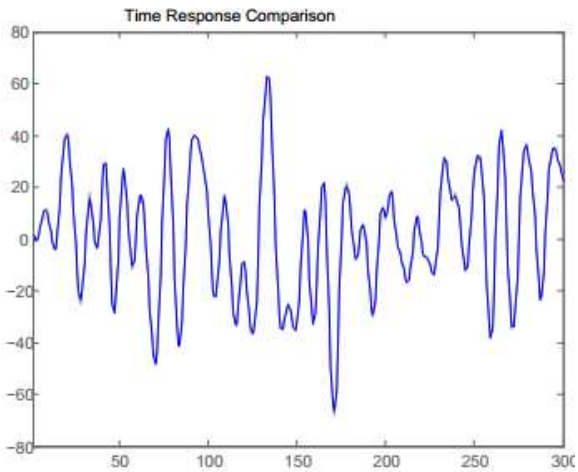
در این ساختار، PEM مقادیر سیستم اولیه را از طریق الگوریتم کمینه سازی خطای پیش بینی شده، بروز رسانی می‌کند. در نسخه های جدید نرم افزار MATLAB باید یک سیستم اولیه باید بعنوان تخمین اولیه برای این دستور تعریف شود. ولی در نسخه های قدیمی تر این نرم افزار داریم:

>>pem(data,[n_a , n_b , n_c , n_d , n_f , n_k])

که مطابق توضیحات قبلی هر کدام از پارامترها، برابر ضرایب چند جمله ای های متناظر هست.



سیگنال ورودی و خروجی



تخمین با $n_a=2, n_b=2, n_c=2, n_d=1, n_f=2, n_k=1$

شایان ذکر است، در شکل بالا با اینکه مرتبه مدل با مرتبه سیستم اصلی یکسان در نظرگرفته شده است، تخمین گر برازندگی برابر با 95.09 درصد برای تخمین نشان می‌دهد. چیزی که در روش ARMAX و ARX با مرتبه یکسان دست یافتنی نبود. پارامترهای تخمین زده شده نیز بصورت زیر می‌باشند:

Discrete-time Polynomial model: $A(z)y(t) = [B(z).F(z)]u(t) + [C(z).D(z)]e(t)$

$A(z) = 1 - 1.447\, z^{-1} + 0.655\, z^{-2}$

$B(z) = 0.9432\, z^{-1} + 0.5788\, z^{-2}$

$C(z) = 1 - 0.9452\, z^{-1} + 0.1963\, z^{-2}$

$D(z) = 1 + 0.5377\, z^{-1}$

$F(z) = 1 - 1.543\, z^{-1} + 0.7376\, z^{-2}$

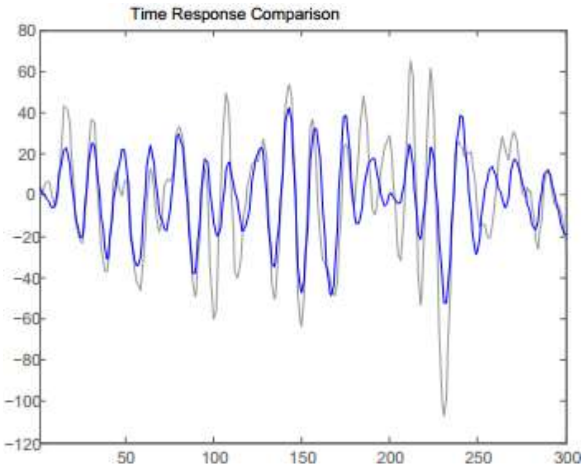
شناسایی سیستم با روش متغیرهای ابزاری[۱۴]

متغیر ابزاری،متغیری است که در بردار رگرسیون جایگزین مولفه های خروجی شود بطوریکی که همبستگی بین آن و سیگنال نویز موجود نباشد. بعنوان مثال می‌توان از خروجی بدون نویز بعنوان متغیر ابزاری یاد کرد ولی از آنجایی که دسترسی به آن نداریم،می‌توان از تخمین آن در بردار رگرسیون استفاده کرد.

با فرض استفاده از ساختار ARX، در نرم افزارMATLAB نیز برای تخمین بر اساس متغیرهای ابزاری از دستور زیر استفاده می‌شود:

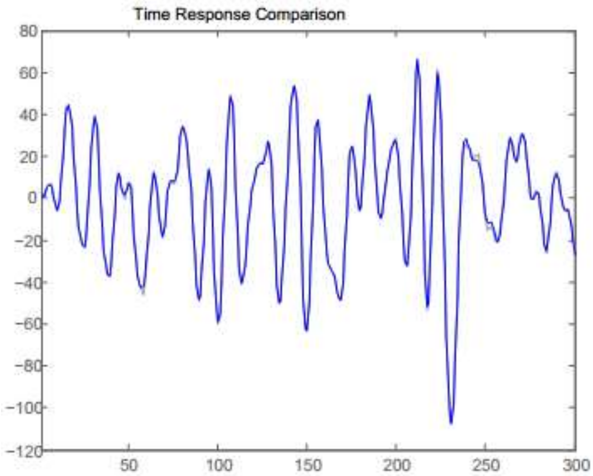
```
>>Iv4(data,[na nb nk])
```

که تعاریف مربوط به پارامترها مطابق روش های قبل می‌باشد.



تخمین با مرتبه $n_a=2$, $n_b=2$, $n_k=1$

برازندگی معادل 35/96 درصد



تخمین با مرتبه $n_a=5$, $n_b=10$, $n_k=1$

برازندگی معادل 95/47 درصد

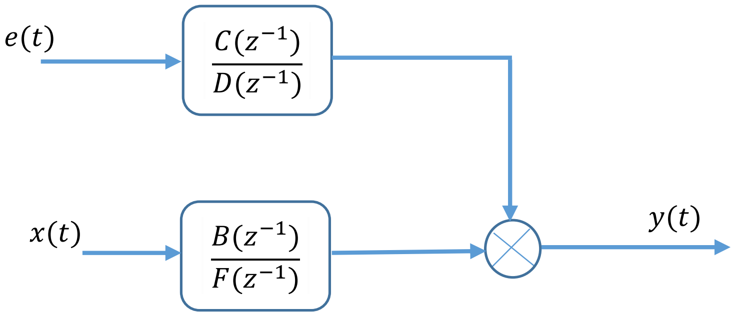
تخمین با مرتبه برابر مرتبه سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.805\, z^{-1} + 0.9512\, z^{-2}$$
$$B(z^{-1}) = 0.5185\, z^{-1} + 1.513\, z^{-2}$$

شناسایی سیستم با روش Box-jenkins

ساختار تعریف شده برای روش EMM در شکل زیر نشان داده شده است.

[14] Instrumental Variables (IV)



$$y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(t-k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}\frac{e_t}{1-q^{-1}}$$

که $\frac{1}{1-q^{-1}}$ بعنوان انتگرال‌گیر در مسیر نویز می‌باشد.

به منظور شناسایی سیستم با روش ذکر شده در نرم افزار MATLAB از دستور زیر استفاده می‌کنند.

```
>>bj(data,order)
```

که order، همان درجه چند جمله ای های معادله تفاضلی فوق می‌باشد و به ترتیب زیر وارد می‌شوند:

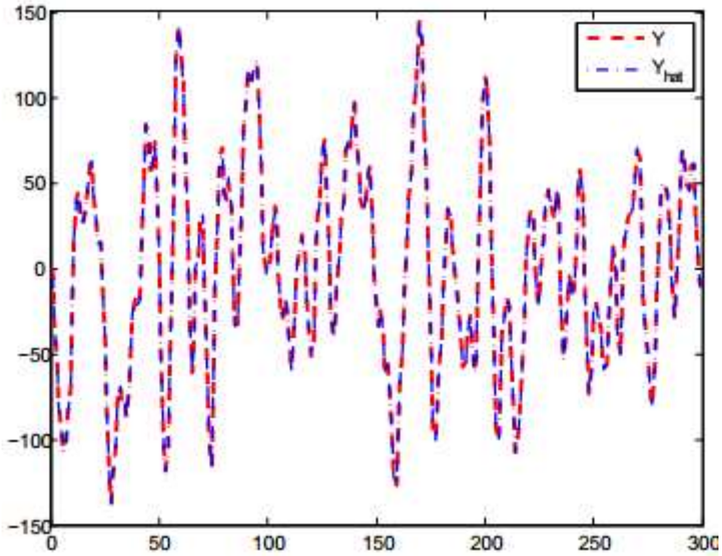
order=[n_b , n_c , n_d , n_f , n_k)

مثال محک زیر را در نظر می‌گیریم.

$$y_t = \frac{13.65z^{-1} + 6.87z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}u(t-1) + \frac{1 + 0.5z^{-1}}{1 - z^{-1} + 0.87z^{-2}}e_t$$

پارامترهای تخمین زده شده بصورت زیر می‌باشند:

Discrete-time BJ model: y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + [C(z)/D(z)]e(t)
B(z) = 13.7 z^{-1} + 6.976 z^{-2}
C(z) = 1 + 0.4919 z^{-1}
D(z) = 1 - 1.019 z^{-1} + 0.9117 z^{-2}
F(z) = 1 - 1.497 z^{-1} + 0.6975 z^{-2}



سیگنال خروجی – تخمین خروجی

همان گونه که از شکل نیز پیداست، تخمین خوبی از خروجی در ازای مرتبه برابر مرتبه سیستم اصلی بدست آمده است. میزان برازندگی نیز برابر 93.56 درصد می‌باشد که نشان می‌دهد در عین دارا بودن مرتبه کمتر، به میزان برازندگی خوبی دست یافته ایم.

شناسایی با مدل چندجمله ای خطای خروجی(OE)[۱۵]

ساختاری با معادله تفاضلی زیر در نظرگرفته می‌شود:

$$y_t = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(t-k) + e_t$$

که y_t خروجی، u_t ورودی و e_t نیز خطا (خطای ناشی از مدلسازی و نویز سنسورها) می‌باشد.

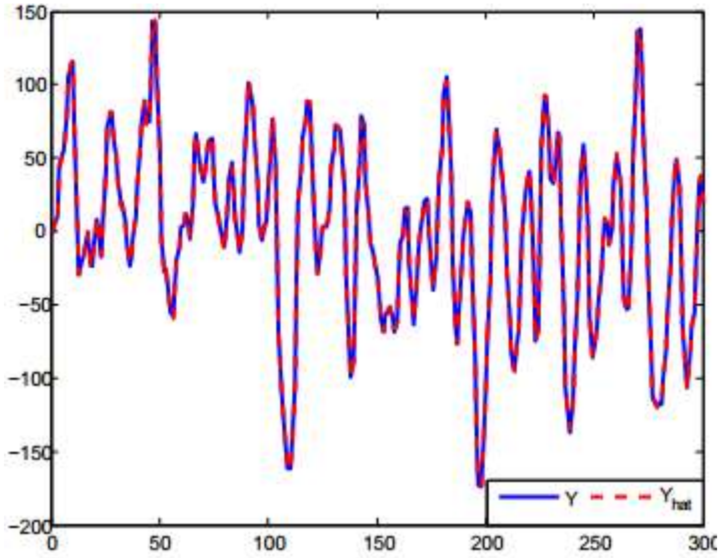
>>oe(data,[n_b ,n_f ,n_k)

برای مثال محک به فرم زیر داریم؛

$$y_t = \frac{13.65z^{-1} + 6.87z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}u(t-1) + e_t$$

Discrete-time OE model: y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + e(t)
B(z) = 13.66 z^{-1} + 6.859 z^{-2}
F(z) = 1 - 1.499 z^{-1} + 0.6996 z^{-2}

[15] Output-Error



سیگنال خروجی – تخمین خروجی

میزان برازندگی: 98.28 درصد

- **شایان ذکر است در همه روش های فوق میتوان به برازندگی بالاتری دست یافت در این صورت مرتبه مدل نیز افزایش می‌یابد. از آنجایی که طراحی کنترل کننده و ... برای سیستم با مرتبه بالا به مراتبی سخت تر از سیستم با مرتبه پایین است،لذا سعی می‌شود یک مصالحه ای بین اصل برازندگی و اصل ساده گرایی برقرار شود.**

معیار اطلاعات آکایکا

یکی از روش های تعیین درجه مدل، استفاده از معیار AIC می‌باشد. با انتخاب مرتبه سیستم از طریق روش فوق مصالحه بسیار خوبی بین برازندگی و ساده گرایی انجام می‌شود.

در نرم افزار MATLAB برای محاسبه معیار AIC برای مدل تخمین زده شده از دستور زیر استفاده می‌کنند:

```
>>aic (model1 , model2 ,...)
```

که بصورت برداری از ضریب آکایکای هر مدل می‌باشد. در نهایت می‌توان با انتخاب کمترین مقدار AIC، مدل متناظر را انتخاب کرد.