

## ۳-۱ مقدمه

مدل‌های کاویتاسیون ارائه شده در فصل قبل، مدل‌های فیزیکی هستند که باید بعد از گسسته شدن به صورت عددی حل گردند. کدهای تجاری مختلفی مدل‌های کاویتاسیونی چندفازی بر اساس معادله حالت یا معادله انتقال رایلی-پلست (RP-TEM) را در اختیار محققان قرار می‌دهند. در پژوهش حاضر از کد CFX و مدل کاویتاسیونی بر مبنای RP-TEM استفاده شده است. این برنامه کامپیوتری معادلات RANS<sup>۱</sup> را با استفاده از روش حجم محدود حل می‌کند. معادلات هیدرودینامیکی به طور کاملاً ضمنی در هر گام زمانی گسسته می‌شود، و در یک سیستم کاملاً کوپل حل می‌گردد. برای مسائل دائم مانند پژوهش حاضر، گام زمانی مثل یک پارامتر شتاب رفتار می‌کند. بنابراین جواب در طی چندین تکرار بدست می‌آید. روش حجم محدود از شکل انتگرالی معادلات بقاء بهره می‌گیرد. برای تقریب انتگرال‌ها، به مقادیر متغیرها در مکان‌هایی غیر از گره‌های محاسباتی (نقاط انتگرال‌گیری یا مراکز حجم کنترل) نیاز داریم. تابع زیر انتگرال شامل حاصلضرب چندین متغیر یا گرادیان آن در مکان‌ها می‌باشد. برای محاسبه شارهای جابجایی و پخش مقدار کمیت و گرادیان آن در راستای عمود بر سطح در یک یا چندین محل روی سطح حجم کنترل مورد نیاز است. در ادامه به تشریح مختصر روش حجم محدود پرداخته خواهد شد.

## ۳-۲ معادلات حاکم

در این بخش برای تاکید بیشتر مروری مختصری بر روی معادلات حاکم انجام گرفته است. سری معادلات حاکم شامل فرم بقایی معادلات RANS، به همراه دو معادله انتقال اضافی برای محاسبه دینامیک کاویتاسیون به صورت زیر نوشته می‌شود.

<sup>۱</sup> Reynolds-Averaged Navier-Stokes

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{U}_m) = 0 \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \vec{U}_m) + \rho_m (\vec{U}_m \cdot \vec{\nabla}) \vec{U}_m = -\vec{\nabla} (p_m) + \vec{\nabla} \cdot (\bar{\bar{\tau}} + \bar{\bar{\tau}}_l) + \vec{M}_m + \vec{f} \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial (\alpha_l \rho_l)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{U}_m) = \Gamma_l = \dot{m}_l^v + \dot{m}_l^c \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial (\alpha_{ng} \rho_{ng})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_{ng} \rho_{ng} \vec{U}_m) = 0 \quad (4-3)$$

در معادلات فوق‌الذکر  $\alpha_l$  و  $\alpha_{ng}$  به ترتیب کسر حجمی مایع و کسر حجمی گاز غیر قابل تقطیر<sup>۱</sup> (در تحقیق حاضر از هوا به عنوان گاز غیر قابل تقطیر در شبیه سازی جریان سوپرکاویتاسیون مصنوعی استفاده شده است) را نشان می‌دهند. چگالی مخلوط و لزجت آشفته از روابط زیر محاسبه می‌گردد.

$$\rho_m = \alpha_l \rho_l + \alpha_v \rho_v + \alpha_{ng} \rho_{ng} \quad (5-4)$$

$$\mu_{m,t} = \frac{\rho_m c_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (6-4)$$

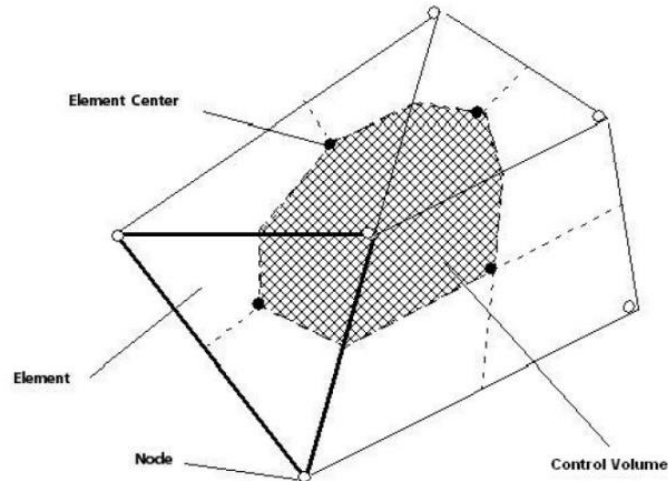
که چگالی هر جزء ثابت فرض می‌شود.

با استفاده از مدل مخلوط (همگن) برای تحلیل یک جریان کاویتاسیون آشفته، سیستم معادلات به دو فرض دیگر برای بسته شدن نیاز دارد؛ یکی برای عبارتهای آشفته (نوسان) در معادله مومنتوم و دیگری عبارتهای چشمه در معادله انتقال برای محاسبه کسر حجمی. نرخ انتقال جرم از مایع به بخار و بالعکس که به عنوان عبارات چشمه و چاه در معادله انتقال ظاهر می‌گردد. طبق توضیحات فصل دوم، از معادله رایلی-پلست به دست می‌آید. همچنین از مدل دو معادله‌ای  $k-\varepsilon$  برای محاسبه عبارات نوسانی استفاده شده است. توضیحات مفصل‌تر در فصل دوم ارائه شده است.

<sup>۱</sup> Non-Condensable Gas

## ۳-۳ گسسته سازی عددی

حل تحلیلی معادلات ناویر- استوکس برای یک سری جریان‌های خاص در شرایط ایده‌آل امکان‌پذیر است. حل جریان واقعی با جایگزینی معادلات حاکم با تقریب‌های جبری و استفاده از روش‌های عددی به دست می‌آید. در CFX از روش حجم محدود بر پایه المان استفاده می‌گردد. ابتدا میدان حل شبکه بندی می‌شود. شبکه برای ساختن حجم‌های محدود برای ارضای بقا کمیت‌های وابسته مانند جرم، اندازه حرکت و انرژی به کار برده می‌شود. شبکه بندی سه بعدی است اما برای سادگی این فرآیند به صورت دو بعدی تشریح می‌گردد. شکل (۱-۳) یک شبکه دو بعدی را نشان می‌دهد. تمام متغیرهای حل و خواص سیال در گره‌ها<sup>۱</sup> ذخیره می‌شوند. یک حجم کنترل (ناحیه هاشور خورده) از اتصال مراکز المان‌ها و وسط خطوطی که گره‌ها را به هم وصل می‌کند، به صورت زیر ساخته می‌شود.



شکل (۱-۳): شماتیک حجم کنترل مورد استفاده [۴۷]

برای توضیح روش حجم محدود، معادلات بقا برای جرم، اندازه حرکت و یک کمیت اسکالر در مختصات

کارتزین به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود.

<sup>۱</sup> Node

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j) = 0 \quad (7-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j \bar{U}_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (8-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right) + S_\phi \quad (9-3)$$

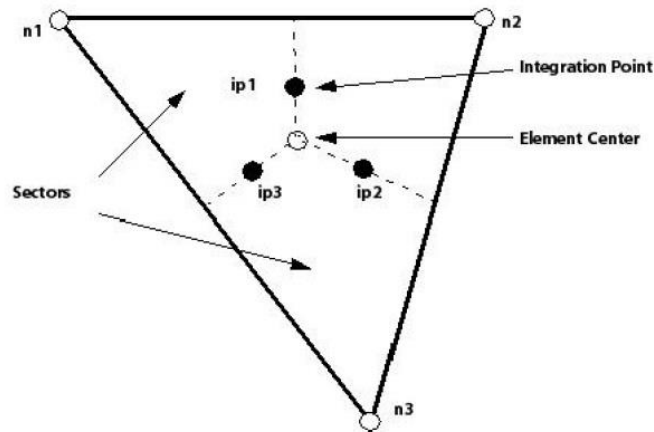
این معادلات حول هر حجم کنترل انتگرال گیری می شوند و با استفاده از تئوری گوس- دیورژانس انتگرال های حجم شامل اپراتور دیورژانس و گرادیان به انتگرال های سطح تبدیل می گردد.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho \bar{U}_j dn_j = 0 \quad (10-3)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \bar{U}_i dV + \int_S \rho \bar{U}_j \bar{U}_i dn_j = -\int_S p dn_j + \int_S \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{U_i} dV \quad (11-3)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_S \rho \bar{U}_j \phi dn_j = \int_S \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_\phi dV \quad (12-3)$$

که  $V$  و  $S$  به ترتیب نواحی انتگرال گیری حجمی و سطحی می باشند.  $dn_j$  مولفه های کارتیزین دیفرانسیلی عمود بر سطح و رو به بیرون است. انتگرال های حجمی عبارت های چشمه و تراکم و انتگرال های سطحی مجموع شارها را معرفی می کنند. گام بعدی در الگوریتم عددی گسسته سازی انتگرال های حجم و سطح می باشد. المان زیر را در نظر می گیریم.



شکل (۳-۲): نمونه یک المان مثلثی شبکه [۴۷]

$$V \left( \frac{\rho - \rho^o}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} = 0 \quad (۱۳-۳)$$

$$V \left( \frac{\rho \bar{U}_i - \rho^o \bar{U}_i}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (\bar{U}_i)_{ip} = \sum_{ip} (p \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{\bar{U}_i} V \quad (۱۴-۳)$$

$$V \left( \frac{\rho \phi - \rho^o \phi^o}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left( \Gamma_{eff} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{\phi} V \quad (۱۵-۳)$$

که  $\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}$  حجم کنترل،  $\Delta t$  گام زمانی و  $\Delta n_j$  بردار سطح گسسته هستند. اندیس  $ip$  نشان دهنده نقطه انتگرال گیری و بالا نویس  $o$  نشان دهنده زمان قبلی است. توجه داریم که در این معادلات از طرح رو به عقب اولر استفاده شده است. با این حال یک طرح مرتبه دوم نیز در دسترس است. اکثر تقریب‌های CFD که مورد استفاده قرار می‌گیرند از بسط سری‌های مانند سری تیلور مشتق می‌گردد. مرتبه دقت یک تقریب با بزرگترین جمله‌ایی که از بسط سری قطع می‌شود، تعریف می‌گردد. با افزایش دقت یک تقریب خطا کمتر شده ولی قدرتمندی روش (پایداری) کاهش می‌یابد.

## ۳-۳-۱ توابع شکل

میدان حل و دیگر خواص باید در نودهای شبکه ذخیره شوند. برای ارزیابی بسیاری از عبارتها، میدان حل و یا گرادیانهای حل باید در نقاط انتگرال گیری تقریب زده شوند. کد CFX از توابع شکل المان محدود برای انجام این تقریبها استفاده می کند. توابع شکل المان محدود، تغییرات کمیت  $\phi$  را که در داخل یک المان را به صورت زیر تعریف می کند [۴۷].

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{node}} N_i \phi_i \quad (۱۶-۳)$$

$$\sum_{i=1}^{N_{node}} N_i = 1 \quad (۱۷-۳)$$

در نود  $j$ ،

$$N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (۱۸-۳)$$

که  $N_i$  تابع شکل نودهای  $i$  اطراف المان و  $\phi_i$  مقدار کمیت است.

گاهی اوقات گرادیانها در نودها مورد نیاز است. در CFX با استفاده از تئوری گوس - دیورژانس

گرادیانهای حجم کنترل به صورت زیر ارزیابی می شود [۴۷].

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_{ip} (\phi \Delta \vec{n}) \quad (۱۹-۳)$$

که  $\Delta \vec{n}$  بردار سطح در  $ip$  است. این فرمول بندی نیازمند این است که مقدار  $\phi$  در نقطه انتگرال گیری با استفاده از توابع شکل المان محدود محاسبه گردد.

## ۳-۳-۲ محاسبه فشار و کوپل سرعت - فشار

حل معادلات ناویر- استوکس به خاطر نبودن یک معادله مستقل برای فشار پیچیده است. از این گذشته معادله پیوستگی در جریان‌های غیر قابل تراکم یک متغیر حاکم ندارد. بنابراین پایستاری جرم پیش از آنکه یک معادله دینامیکی باشد، یک قید سینماتیکی برای میدان سرعت است. یک راه حل خروج از این مشکل، طراحی میدان فشار با هدف تضمین ارضای معادله پیوستگی است. این مساله با اینکه مقداری عجیب به نظر می‌رسد ولی توجه داریم که در یک جریان غیر قابل تراکم فشار مطلق اهمیت چندانی ندارد و تنها گرادیان فشار است که بر جریان تاثیر می‌گذارد. در جریان‌های قابل تراکم، معادله پیوستگی را می‌توان برای محاسبه چگالی به کار برد، که در این حالت فشار از معادله حالت به دست می‌آید. این روش برای جریان غیر قابل تراکم یا جریان‌های با عدد ماخ پایین مناسب نیست. در CFX تمام متغیرها در نقاط یکسان شبکه قرار داده می‌شود و از حجم‌های کنترل یکسان برای همه متغیرها استفاده می‌گردد. از آنجایی که بسیاری از جملات در هر یک از معادلات لزوما یکسانند، بنابراین تعداد ضرایبی که باید محاسبه و ذخیره شوند، به حداقل خواهد رسید. چنین آرایشی، آرایش همجا<sup>۱</sup> نامیده می‌شود و در دامنه‌های حل پیچیده بسیار مفید است. آرایش همجا در محاسبات جریان‌های غیر قابل تراکم برای مدت زیادی مورد استفاده قرار نمی‌گرفت و این به دلیل مشکلات ناشی از عدم پیوند سرعت-فشار و وقوع نوسانات فشار بود. از اواسط دهه ۱۹۶۰ که شبکه‌های ناهمجا معرفی شدند تا اوایل ۱۹۸۰ شیوه آرایش همجا به ندرت استفاده می‌شد. از سال ۱۹۸۰ که الگوریتم‌های پیوند سرعت-فشار بهبود یافتند، محبوبیت روش‌های همجا نیز افزایش یافتند. در CFX از آرایش شبکه همجا که حجم‌های کنترل برای تمامی معادلات انفصال یکسان هستند، استفاده می‌گردد. همانند بحثی که پاتانکار<sup>۲</sup> [۴۹] انجام داده است، به هر حال

---

<sup>1</sup> Collocated

<sup>2</sup> Patankar

روش‌های همجا به عدم پیوند میدان فشار منجر می‌شود. ری و چو<sup>۱</sup> یک گسسته سازی جایگزین برای جریان‌های جرمی و کوپل سرعت-فشار ارائه کردند که این گسسته سازی توسط ماجومدار<sup>۲</sup> برای از بین بردن وابستگی حل دائم به گام زمانی اصلاح شده است. استراتژی مشابهی در CFX به کار گرفته شده است. با استفاده از معادله‌ای شبیه معادله مومنتوم، سرعت‌های جابجایی (جرم-انتقال) در هر نقطه انتگرال‌گیری به صورت زیر به دست می‌آید [۴۷].

$$\bar{U}_{i,ip} = \bar{U}_{i,ip} + f_{ip} \left( \left. \frac{\partial p}{\partial x_i} \right|_{ip} - \left. \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right|_{ip} \right) - c_{ip} f_{ip} (\bar{U}_{i,ip}^\circ - \bar{U}_{i,ip}^\circ) \quad (20-3)$$

$$f_{ip} = \frac{d_{ip}}{1 - c_{ip} d_{ip}} \quad (21-3)$$

$$d_{ip} = \frac{V}{A} \quad (22-3)$$

$$c_{ip} = \frac{\rho}{\Delta t} \quad (23-3)$$

که  $A$ ، تقریب ضریب مرکزی معادله مومنتوم شامل عبارت گذرا است. مقادیر متوسط در نقاط انتگرال‌گیری از میانگین نقاط همسایه بدست می‌آید. بالا نویس  $\mathbf{O}$ ، گام زمانی قبلی را نشان می‌دهد [۴۷].

### ۳-۳-۳ تقریب عبارت جابجایی<sup>۳</sup>

طرح‌های مختلفی برای گسسته ساختن معادلات جابجایی در CFX در دسترس قرار دارد. در حالت کلی این فرآیند به صورت زیر انجام می‌شود.

$$\phi = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r} \quad (24-3)$$

<sup>1</sup> Rhie and Chow

<sup>2</sup> Majumdar

<sup>3</sup> Advection



که  $\phi_{up}$ ، مقدار کمیت  $\phi$  در گره بالادست، بردار  $\bar{r}$ ، بردار بین گره بالادست و گره محاسبه شونده است.  $\beta \nabla \phi \cdot \Delta \bar{r}$  تصحیح جابجایی عددی نامیده می‌شود که خاصیت ضد دیفیوژن دارد، و به طرح رو به باد<sup>۱</sup> افزوده می‌گردد. انتخاب  $\beta = 0$  به طرح رو به باد مرتبه اول منجر می‌شود، در حالیکه  $\beta = 1$  دارای دقت مرتبه دوم است. در اکثر محاسباتی که ما انجام دادیم از طرح High Resolution استفاده کردیم. این طرح از یک دستورالعمل غیر خطی برای محاسبه  $\beta$  در هر گره استفاده می‌کند. شارهای جابجایی با معلوم بودن مقادیر  $\beta$  و  $\nabla \phi$  در گره بالادست ارزیابی می‌شود. در این روش ابتدا بیشترین و کمترین مقدار  $\phi$  در هر گره با استفاده از یک الگوی گره‌های نزدیک مجاور (به همراه خود گره) محاسبه می‌گردد. سپس برای نقاط انتگرال‌گیری حول گره، معادله (۳-۲۴) با در نظر گرفتن اینکه مقادیر بدست آمده برای  $\phi$ ، بین  $\phi_{min}$  و  $\phi_{max}$  باشد، حل می‌شود. نهایتاً  $\beta$  کمترین مقدار از نقاط انتگرال‌گیری حول گره، به خود اختصاص می‌دهد. این طرح در جلوگیری از نوسانات غیر فیزیکی و همچنین بهبود نرخ همگرایی بسیار توانمند است [۴۷].

### ۴-۳ شرایط مرزی

هر حجم کنترل یک معادله جبری ایجاد می‌کند. انتگرال‌های حجمی برای تمام حجم کنترل‌ها با روش یکسانی محاسبه می‌شوند، اما شارهای عبوری از سطوح حجم کنترل که منطبق بر مرز ناحیه است، کار ویژه‌ای می‌طلبند. این شارهای مرزی یا باید معلوم باشند و یا به صورت ترکیبی از مقادیر داخلی و اطلاعات مرزی بیان شوند. معمولاً شارهای جابجایی در مرز ورودی تعیین می‌شوند. شارهای جابجایی در دیواره‌های نفوذ ناپذیر و صفحات تقارن صفر است و معمولاً فرض می‌شود که در مرز خروجی مستقل از مختصات عمود بر آن است. در این حالت از تقریب‌های بالادستی برای تعیین مقادیر متغیر مرزی استفاده می‌گردد. در چنین حالتی شارهای

<sup>۱</sup> Upwind

پخش با استفاده از تقریب‌های یک سویه برای گرادیان‌های نرمال محاسبه می‌شوند. اگر گرادیان مشخص شده باشد، از آن برای محاسبه شار استفاده می‌شود و یک تقریب برای شار بر حسب مقادیر گره‌ها می‌توان برای محاسبه مقدار مرزی متغیر به کار گرفت.

### ۳-۴-۱ مرز ورودی

در مرز ورودی، همه کمیت‌ها باید تعیین شوند. بر اساس مولفه‌های پروفیل سرعت و یا نرخ جریان جرمی، شرط مرزی ورودی را می‌توان تعیین کرد. کمیت‌های آشفته نیز مستقیم یا غیر مستقیم (بر اساس شدت آشفستگی و مقیاس طول) مشخص می‌شوند. انرژی جنبشی آشفته و استهلاك از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$k_{inlet} = \frac{3}{2} I^2 U^2 \quad (25-3)$$

$$\varepsilon_{inlet} = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L_t} \quad (26-3)$$

که  $I$  شدت آشفستگی می‌باشد که معمولاً برای تونل‌های آب ۰/۰۱ در نظر گرفته می‌شود. همچنین  $L_t$  نیز مقیاس طول گردابه است که باید تعیین گردد [۳۷] و [۴۷]. در نهایت کسر حجمی‌ها نیز باید در مرز ورودی مشخص شوند که برای مایع ۱ و برای بخار صفر تنظیم می‌شود.

### ۳-۴-۲ مرز خروجی

در خروجی ما معمولاً اطلاعات کمی راجع به جریان داریم. به همین دلیل این مرز را سعی می‌کنیم از جریان پایین دست منطقه‌ای مفید دورتر در نظر می‌گیریم. در مرز خروجی فقط فشار استاتیکی نسبی بر اساس عدد کواویتاسیون تنظیم می‌گردد. سایر کمیت‌های جریان در این مرز از حل جریان به دست می‌آید.

## ۳-۴-۳ تقارن آینه‌ای

در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی مسائل دو بعدی و متقارن محوری از این شرط مرزی استفاده شده است. مولفه سرعت عمود بر سطح تقارن صفر است ( $U_n = 0$ ). همچنین گرادیان کمیت‌ها در جهت عمود بر سطح تقارن نیز صفر فرض می‌گردد ( $\partial\phi/\partial n = 0$ ).

## ۳-۴-۴ شرط مرزی دیوار

سرعت سیال در یک دیوار نفوذ ناپذیر صفر است (شرط عدم لغزش). این وضعیت بدین صورت است که سیال لزج به مرز جامد می‌چسبد. زمانی که از دیوار هیچ جریانی عبور نمی‌کند، عبارات‌های جابجایی همه کمیت‌ها صفر می‌گردد. کمیت‌های توربولانس از طریق تابع دیوار محاسبه می‌شوند. برای حالت لغزش آزاد مولفه سرعت موازی دیوار مقدار محدود دارد ولی سرعت در جهت عمود بر دیوار و همچنین تنش برشی صفر است.

۳-۴-۵ شرط مرزی باز<sup>۱</sup>

از این شرط مرزی برای برای در نظر گرفتن محیط بی‌نهایت در مرزها استفاده شده است. این شرط بدین صورت است که سیال می‌تواند از این مرز عبور کند، یا در امتداد آن حرکت کند و یا اینکه ترکیبی از دو حالت می‌تواند رخ دهد. با تنظیم مولفه‌های سرعت با استفاده از این شرط مرزی می‌توان زاویه حمله مورد نظر را در جریان‌های با زاویه حمله غیر صفر ایجاد کرد. از این شرط مرزی در مطالعه سوپرکاویتاسیون مصنوعی، در مرز تزریق نیز استفاده شده است.

---

<sup>۱</sup> Opening Boundary Condition

### ۳-۵ شرایط اولیه

قبل از شروع حل، باید مقادیری به عنوان مقادیر اولیه در میدان محاسباتی وجود داشته باشد که حل معادلات با استفاده از این مقادیر آغاز گردد. بنابراین فرض می‌شود که بخاری در مرحله اول وجود ندارد به عبارت دیگر کسر حجمی مایع ۱ و کسر حجمی بخار صفر تنظیم می‌شود. در هر موردی که مطالعه شده، سرعت ورودی به عنوان سرعت اولیه نیز در نظر گرفته می‌شود. کمیت‌های توربولانسی شدت آشفتگی ۱ درصد (معمولاً شدت آشفتگی ورودی تونل آب) و مقیاس طول نیز که برای مسائلی نظیر، مانند مسائل بررسی شده در تحقیق حاضر برابر درصدی از قطر ورودی میدان حل فرض می‌شود، به صورت اتوماتیک انتخاب می‌شود. از آنجایی که جریان به صورت دائم حل می‌شود، فرضیات فوق برای شروع حل به عنوان یک راه انداز، فرضیات مناسبی است. همچنین جریان دما ثابت در دمای ۳۰۰ کلوین در نظر گرفته شده است.

### ۳-۶ شبکه بندی

برای هندسه‌های مختلف که مورد بررسی قرار گرفته، شبکه‌های با تعداد سلول مختلف با استفاده از نرم افزار Gambit ایجاد شده است. برای هر مورد مطالعات مورد نیاز برای به دست آوردن تعداد سلول مناسب روی هر شبکه انجام شده که در بخش نتایج به تفصیل ارائه خواهد شد.

### ۳-۷ پردازش موازی

در سال‌های اخیر نیاز محققین به سرعت بیشتر با پردازشگرهای چندگانه امکان‌پذیر شده است. مزیت پردازش موازی نسبت به ابرکامپیوترهای موازی قابلیت مقیاس بندی آنها است. بنابراین روش کارآمدتر، تقسیم کردن

دامنه حل به زیردامنه‌ها و اختصاص هر کدام از آنها به یک پردازشگر می‌باشد. از آنجایی که هر پردازشگر نیاز به داده‌هایی دارد که در زیردامنه‌های دیگر مستقر می‌شوند، تعویض داده‌ها بین پردازشگرها و یا همپوشانی اطلاعات ذخیره شده، ضروری به نظر می‌رسد. روش‌های صریح به سادگی موازی می‌شوند، چرا که از گام‌های اولیه، تمام عملیات بر داده‌ها انجام می‌شود. بعد از هر گام داده‌ها در نواحی حد فاصل بین زیر دامنه‌های مجاور تعویض می‌گردد. پردازش موازی در روش‌های ضمنی مشکل‌تر است، با این وجود محاسبات ماتریس ضرایب و بردار منبع از داده‌های قدیمی استفاده می‌کنند که به خوبی موازی‌سازی را می‌توان انجام داد. اجرای موازی حل‌کننده CFX بر اساس مدل SPMD<sup>1</sup> می‌باشد. این مدل در ویرایش‌های مختلف کد، برای سیستم تک پردازنده و سیستم‌های چند پردازنده یکسان می‌باشد. در حالت کلی پردازش موازی به دو مرحله تقسیم می‌شود.

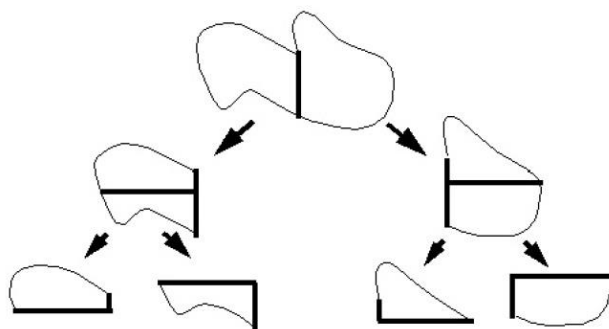
- ۱- مرحله تقسیم‌بندی شبکه: که در این مرحله شبکه به چندین بخش یا زیردامنه تقسیم می‌شود.
- ۲- مرحله اجرای موازی: هر زیردامنه به یک پردازنده اختصاص داده می‌شود. بیش از یک بلوک شبکه نیز را می‌توان به هر پردازنده اختصاص داد که در این صورت همه آنها را می‌توان به عنوان یک زیر مجموعه منطقی در نظر گرفت.

ارتباط بین پردازش‌ها در طول اجرای موازی با استفاده از کتابخانه‌های ارسال پیام<sup>۲</sup> PVM و MPI انجام می‌گردد. ویرایش‌های مختلف این کتابخانه‌ها در دسترس قرار دارد. در همه موارد، فرآیندهای پردازش یک اجرای موازی بین پردازنده‌های یک میزبان مشترک، توزیع می‌گردد. موارد متعددی را در یک اجرای موازی باید مد نظر قرار داد. همان طور که قبلاً گفته شد، مرحله اول در پردازش موازی تقسیم بندی شبکه است.

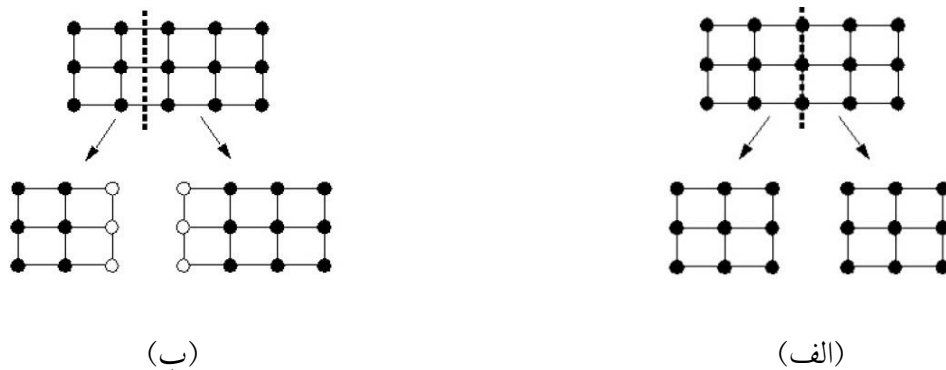
<sup>1</sup>Single Program Multiple Data

<sup>2</sup>Message Passing Interface

تقسیم‌بندی شبکه فرآیندی است که در آن میدان حل به چندین بخش تقسیم می‌شود و هر بخش توسط یک پردازنده جداگانه حل می‌شود. تاکنون روش‌های تقسیم‌بندی متفاوتی توسعه داده شده است، اما اکثر آنها بر اساس دو بخشی کردن بازگشتی استوار است و تنها تفاوت این روش‌ها در مرحله دو بخشی کردن می‌باشد. شبکه اصلی ابتدا به دو شبکه تقریباً هم اندازه تقسیم می‌گردد، این تقسیم‌بندی تا رسیدن به تعداد زیردامنه‌های مورد نظر ادامه می‌یابد. این فرآیند در شکل (۳-۳) نشان داده شده است. هر شبکه سه بعدی را می‌توان بر اساس گره و یا بر اساس المان تقسیم‌بندی کرد. در تقسیم‌بندی بر اساس المان، شبکه در طول سطوح المان بدون تقسیم المان‌ها در محل گره‌ها تقسیم می‌شود. در تقسیم‌بندی بر اساس گره‌ها شبکه در عرض سطوح المان‌ها، بین گره‌ها تقسیم می‌گردد. تفاوت این دو روش در شکل (۴-۳) مشاهده می‌شود.



شکل (۳-۳): شماتیک دو بخشی شدن بازگشتی



شکل (۴-۳): انواع تقسیم بندی شبکه الف) بر اساس گره، ب) بر اساس المان

در کد CFX تقسیم‌کننده‌های مختلفی در دسترس قرار دارد. همگی آنها از تقسیم‌بندی شبکه بر اساس گره‌ها که با حل‌کننده خطی بر پایه گره‌سازی دارد، استفاده می‌کنند. بسته نرم‌افزاری تقسیم‌کننده میدان عمومی در سال ۱۹۹۶ توسط کاریپیس و کومار<sup>۱</sup> [۴۷] ارائه شد و در حال حاضر الگوریتم فوق پیشرفته تقسیم‌کننده شبکه است. این الگوریتم یک تقسیم‌کننده گراف چند سطحی می‌باشد. ایده اصلی این الگوریتم بدین صورت است که یک گراف شامل اطلاعات هندسه‌ی شبکه‌ای باید تقسیم شود، ساخته می‌شود. این گراف ابتدا با چند راس درشت (در حدود چند صد) تشکیل می‌گردد. دو بخشی کردن برای گراف درشت محاسبه شده، سپس نتایج تقسیم‌بندی روی شبکه اصلی طرح‌ریزی می‌شود. این تقسیم‌کننده از یک الگوریتم سریع خیلی کارآمد استفاده می‌کند. تمام فرآیند کاملاً اتوماتیک است. مقدار حافظه مورد نیاز این تقسیم‌کننده نسبت به تقسیم‌کننده‌های دیگر قابل توجه است، کارآمدی، کیفیت بالا (ناحیه همپوشانی پایین)، سرعت بالا و اتوماتیک بودن استفاده از MeTiS را توجیه‌پذیر می‌سازد. همچنین در مرجع [۴۷] نیز، به استفاده از این تقسیم‌کننده تاکید شده است. در مطالعات سه بعدی که در پژوهش حاضر انجام شده از پردازش موازی و تقسیم‌کننده MeTiS استفاده شده است.

---

<sup>1</sup> Karypis and Kumar