دِموی جزوه فیزیک عمومی ۱

دانشگاه صنعتی امیر کبیر

دکتر صبا

ضرب نقطه‌ای یا درونی بردارها:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (a_x i + a_y j + a_z k)\cdot(b_x i + b_y j + b_z k)$$

$$= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |A||B|\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$$

ضرب برداری یا خارجی بردارها:

$$\vec{A}\times\vec{B} = (a_x i + a_y j + a_z k)\times(b_x i + b_y j + b_z k)$$

$$= a_x b_x (i\times i) + a_x b_y (i\times j) + \cdots$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

مکان ذره در فضا:

اگر نقطه A مختصات ذره‌ای در فضا باشد ($A\Big|\begin{smallmatrix} x \\ y \\ z \end{smallmatrix}$) آن‌گاه بردار مکان ذره A در فضا به

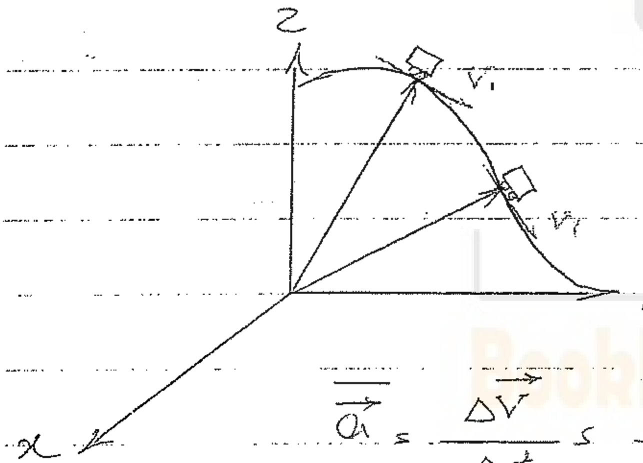
صورت مقابل است. $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$t=0 \longrightarrow r_1 = 2i - j$

$t=1 \longrightarrow r_2 = 2i - 5j + \frac{1}{3}k$ $\Rightarrow$ $\Delta r = -4\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$ بردار جابجایی

$\overline{\vec{V}} = \dfrac{-4j + \frac{1}{3}k}{1-0} = -4\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$ سرعت متوسط در ثانیه اول

$V = -8t\hat{j} + t^2\hat{k} \xrightarrow{t=1} V = -8\hat{j} + \hat{k}$ سرعت در آخر ثانیه اول



شتاب متوسط :

جهت سرعت جهتی جزئی است. چون Δt به صفر میل می‌کند.

پس جهت سرعت مماس بر مسیر است.

$$\overline{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta V_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta V_z}{\Delta t}\hat{k}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

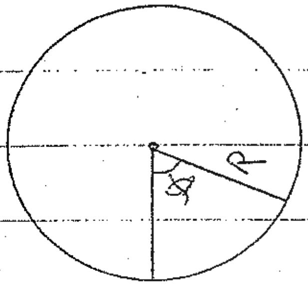
شتاب لحظه‌ای :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0}\overline{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV_x}{dt}\hat{i} + \frac{dV_y}{dt}\hat{j} + \frac{dV_z}{dt}\hat{k}$$

اگر α تابعی از t باشد، آنگاه ω و ϕ هم توابعی از t هستند یعنی

$$\alpha(t) \longrightarrow \omega(t) \longrightarrow \phi(t)$$

همچنین α می‌تواند تابعی از ω و ϕ هم باشد. یعنی بصورت $\alpha(\omega)$ یا $\alpha(\phi)$ باشد.



$$S = R\phi$$

$$dS = R\,d\phi \xrightarrow{(ds = dr)}$$

$$dr = R\,d\phi \xrightarrow{\div dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = R\frac{d\phi}{dt} \longrightarrow \boxed{V = R\omega}$$

$$\frac{dV}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \Longrightarrow \boxed{a_T = R\alpha}$$

$$a_N = \frac{V^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} \Longrightarrow \boxed{a_N = R\omega^2}$$

تعریف حرکت دورانی:

اگر جسمی حول یک محور که از مرکز جرم آن می‌گذرد، بچرخد، به این حرکت، حرکت دورانی گویند.

حال اگر مرکز جرم در حال سکون باشد، این یک حرکت دورانی محض است.

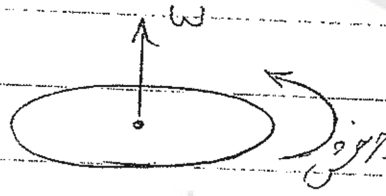
* در روابط بالا بدست آمده، φ، ω و α بردار هستند. به بعضی از خواص بردارها در مختصات

دکارتی را ندارند مثلاً : $\vec{\phi}_1+\vec{\phi}_2 \neq \vec{\phi}_2+\vec{\phi}_1$

قانون دست راست برای تعیین جهت ω :

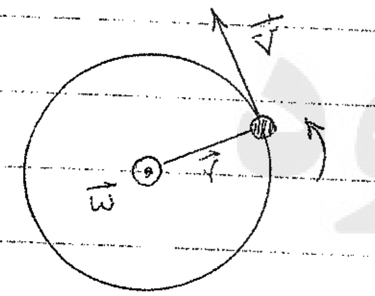
چهار انگشت دست راست را در جهت چرخش قرار می دهیم، جهت بردار ω را انگشت شست نشان می دهد

جهت ω ها که همواره بر صفحه دوران عمود است.



نکته : جهت α در امتداد ω است.

با توجه به شکل مقابل، می توان روابط بدست آمده قبلی را به صورت برداری بازنویسی کرد.



$$V = R\omega \Longrightarrow \boxed{\vec{V} = \vec{R} \times \vec{\omega}}$$

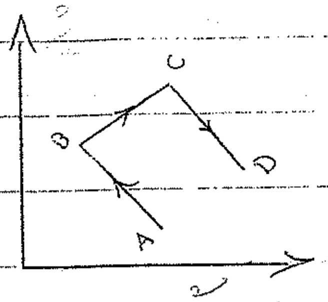
$$a_T = R\alpha \Longrightarrow \boxed{\vec{a}_T = \vec{\alpha} \times \vec{r}}$$

/ یک اثبات

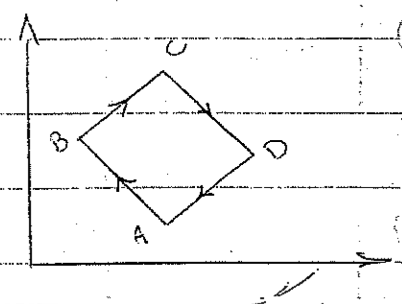
$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt}(\vec{r}) + \frac{d\vec{r}}{dt}(\vec{\omega})$$

$$a = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \underbrace{\vec{V}}_{\vec{R} \times \vec{\omega}} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

چرخه



چرخه برگشت ناپذیر



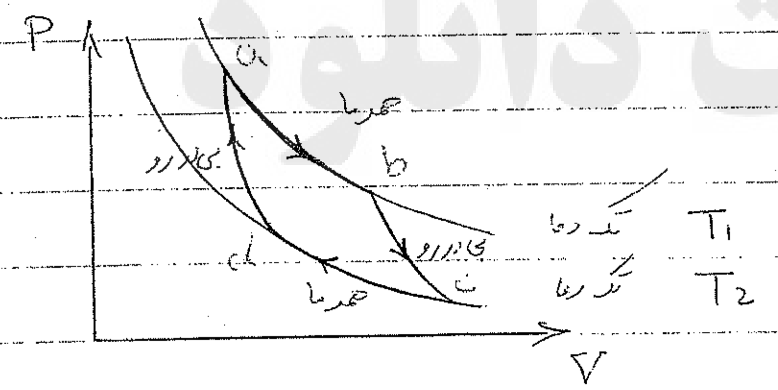
چرخه برگشت پذیر

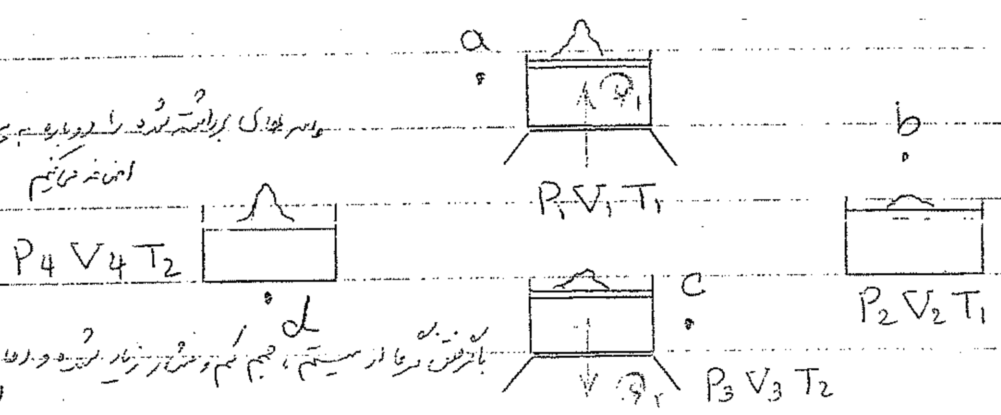
ویژگی کلی چرخه:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \longrightarrow \Delta U = Q - W \longrightarrow \Sigma Q = \Sigma W$$

$W_{\text{چرخه}} =$ سطح داخل چرخه

چرخه کارنو:





وزنه‌های برداشته شده را دوباره به پیستون اضافه می‌کنیم

وزنه‌ها را برداشته سیستم را ایزوله می‌کنیم.

با گرفتن گرما از سیستم، حجم کم و فشار زیاد شده و دما ثابت است

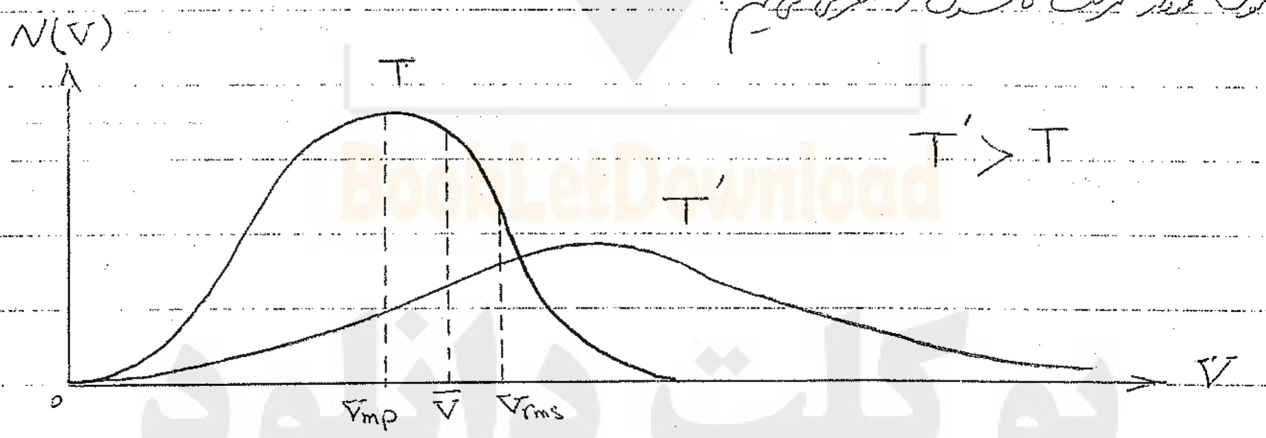
* نکته: همواره $\bar{V} < V_{rms}$ است.

اگر از معادله $N(V)$ برحسب V مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{dN(V)}{dV} = 0 \longrightarrow \boxed{V_{mp} = \sqrt{\frac{2KT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}}$$

V_{mp} محتمل ترین سرعت نامیده میشود یعنی سرعتی که به ازای آن $N(V)$ بیشینه است.

اکنون نمودار توزیع سرعت ماکسول را رسم میکنیم:



توجه: مساحت زیر منحنی توزیع سرعت ماکسول متناظر با کسری از مولکولهاست که تندی آنها بین صفر و بی نهایت قرار دارد. همه مولکولها در این گروه قرار دارند پس مقدار این مساحت کل برابر واحد (۱) است. یعنی $\int_0^\infty N(V)\,dV = 1$.

حال با افزایش دما مولکولها سرعت بیشتری گرفته و سرعت آن به سمت ∞ میل میکند. بنابراین نمودار کشیده تر شده و به تبع آن و با توجه به ثابت بودن سطح زیر منحنی، قله منحنی کاهش می یابد.

پایان

جهت دانلود نسخه ی کامل محصول

روی دکمه زیر کلیک نمایید