بسم الله الرحمن الرحیم

جزوه انتقال جرم دکتر منطقیان

گردآورنده: محمد مرادزاده

شکل صفحه ۳۸ و ۳۹ را بخوانید

مثال ۲-۱ و مثال ۲-۲ در صفحات ۴۱ و ۴۰ خوانده شود

تذکر: نمودارها در جدول ۲-۱ خوانده شود چونکه ممکن است در امتحان به جای عدد جدول داده شود پس باید دقت شود.

ضریب نفوذ در گازها:

$$D_{AB} = \frac{(1/00107 - 1/00024\sqrt{1/MA + 1/MB})\, T^{\frac{3}{2}} \sqrt{1/MA + 1/MB}}{P_t (r_{AB})^2 [f(KT/\varepsilon_{AB})]}$$

نمی خواهد حفظ باشیم

$\frac{\varepsilon_A}{K}$ و $\frac{\varepsilon_B}{K}$ ضرب $\Rightarrow$ $\frac{\varepsilon_{AB}}{K} = \sqrt{\frac{\varepsilon_A \cdot \varepsilon_B}{K^2}}$ و $\frac{KT}{\varepsilon_{AB}} = \frac{T}{\frac{\varepsilon_{AB}}{K}}$

شکل ۲-۴ در صفحه ۴۴ برای موقعی کاربرد دارد که $\frac{KT}{\varepsilon_{AB}}$ را داریم و $f\left(\frac{KT}{\varepsilon}\right)$ را می‌خواهیم.

اگر مولکولی را داشتیم که در جدول ۲-۲ نبود به جدول ۲-۳ مراجعه کرده و به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:
اگر مثلاً r را برای NH_3 خواستیم با توجه به جدول ۲-۳ هم حلقه‌ها کن و هم نیتروژن را داریم و چونکه مولکول N_2 و H_2 تا ۳ داریم به شکل روبرو عمل می‌کنیم: $= 15/6 + 3(3/7)$

اگر تولوئن با فرمول C_7H_8 مورد سؤال باشد چونکه تولوئن یک حلقه بنزنی دارد و باید به ازاء هر حلقه بنزنی ۱۵ تا کم کنیم حل حالت قبل عمل کرده و در پایان ۱۵ تا کم می‌کنیم ـ و اگر نفتالین مورد سؤال باشد چونکه نفتالین ۲ تا حلقه بنزنی دارد ۳۰/۱۵ تا کم می‌کنیم.

نکته: در شکل ۲-۵ صفحه ۴۳ عددی که منحنی بین دو تا نمودار مشترک است هم از چپ و هم از راست خوانده شود باید یکی باشد.

مثال ۲-۳ صفحه ۴۴ خوانده شود

مرداد

۱۳۸۶ JULY 2007
۱۲ رجب ۱۴۲۸

تعطیل

ضریب نفوذ در مایعات:

$$D_{AB} = \frac{7/4 (10^{-8})(\phi M_B)^{\frac{1}{2}} T}{\mu' v_A^{0.6}}$$

نمی خواهد حفظ باشیم

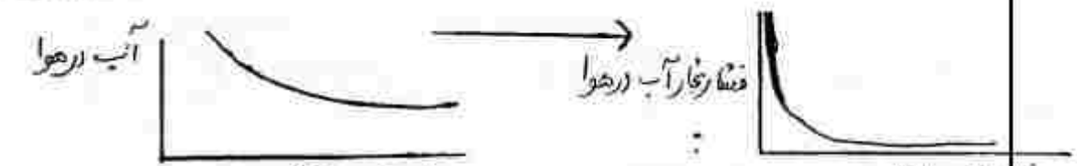
از جدول ۳-۱ ص ۷۰ :

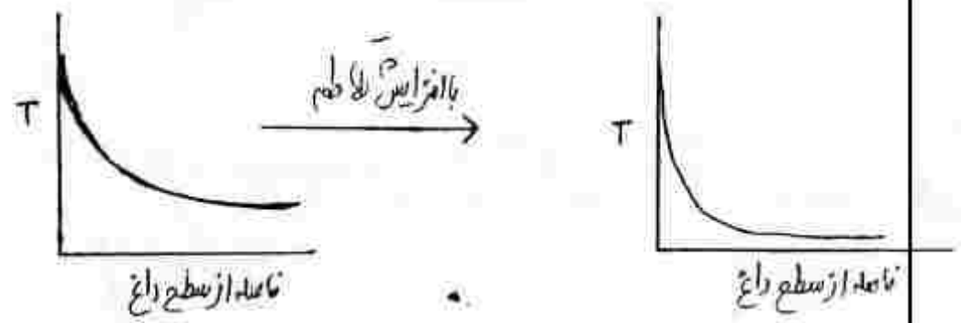
$$F = K_G \bar{P}_{B,M} = K_y \frac{\bar{P}_{B,M}}{P_t} = K_c \frac{\bar{P}_{B,M}}{RT} = \frac{K_y}{M_B} = K'_G P_t = K'_y = K'_c \frac{P_t}{RT} = K'_c C$$

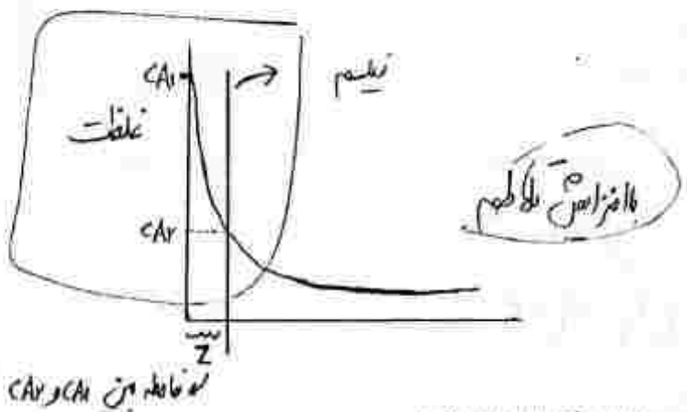
$K_G, K_y, K_c, K_y, K'_G, K'_y, K'_c, K'_c$

$K_x, K_L, K'_c, K'_L, K'_x$

$$F = K_x x_{B,M} = K_L x_{B,M} C = K'_L C = K'_L \frac{P}{m} = K'_x$$







نکته: تمام تغییرات غلظت در نزدیکی فیلم یعنی در جوار Interface (سطح) رخ می دهد.

فرمول (I) که در صفحه ۲۶ نوشته شده در حالت $N_B = 0$ حاصل می شود :

$$N_A = \frac{C D_{AB}}{Z} \ln \frac{C_{B2}}{C_{B1}} \rightarrow N_A = \frac{C D_{AB}}{Z} \frac{C_{A1} - C_{A2}}{C_{B2} - C_{B1}} \ln \frac{C_{B2}}{C_{B1}}$$

$$\rightarrow N_A = \left(\frac{C D_{AB}}{Z_f C_{B,M}} \right) (C_{A1} - C_{A2})$$

در حالت تلاطم برای ضرایب انتقال جرم می شود K_c

برای مایعات می شود K_L

$$\rightarrow N_A = K_c (C_{A1} - C_{A2})$$

$$\rightarrow \frac{F}{C_{B,M}} = K_c \; , \; \boxed{F = K_c C_{B,M}}$$

نکته در مورد Z_F : وقتی که تلاطم باشد و تئوری فیلم را داریم بررسی می کنیم. Z می شود Z_F

فرمول قبلی برای گازها :

$$PV = nRT \rightarrow P = CRT \rightarrow C = \frac{P}{RT}$$

$$C_{A1} = \frac{\bar{P}_{A1}}{RT} \; , \; C_{A2} = \frac{\bar{P}_{A2}}{RT}$$

$$N_A = \frac{C D_{AB}}{Z_F C_{B,M} RT} (\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2})$$ KG

اگر $N_A = -N_B$:

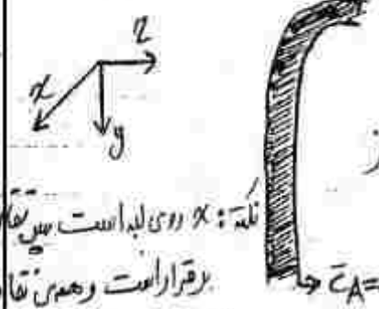
$$N_A = \frac{D_A}{Z} (C_{A1} - C_{A2})$$

K'_c برای گازها K'_L برای مایعات

حرف آخر

انتقال جرم از یک گاز به درون یک لایه‌ی مایع ساکن:

معادله زیر را برای سیال با جریان آرام (laminar flow) با در دست داشتن شروط زیر حل می‌کنیم:



نکته: x روی لبه است پس تقارن برقرار است و همین نقاط نیز هم هستند

۳ شرط مرزی در حل این معادله:

$y = 0$ all $z \rightarrow C_A = C_{A0}$

$z = 0$ all $y \rightarrow C_A = C_{Ai}$ (سطح مشترک مایع و گاز)

$y = L \rightarrow \bar{C}_A = C_{A2L}$

معادله را با ۶ شرط زیر حل می‌کنیم:

۱) هیچ گونه تغییراتی در تغییر نمی‌کند (هیچ یک از متغیرها در جهت z تغییر نمی‌کند)

۲) از نفوذ در امتداد y در مقابل سرعت ریزش سیال صرفنظر می‌شود.

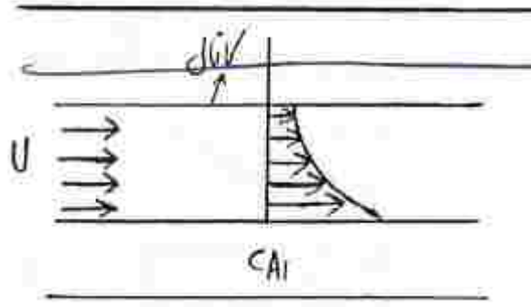
۳) در امتداد z بر اثر نفوذ، سرعت قابل توجهی برای سیال ایجاد نمی‌شود.

۴) هیچگونه واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد.

۵) شرایط فیزیکی (دانسیته، ویسکوزیته، دما، حلالیت، ضریب نفوذ مولکولی) ثابت می‌مانند.

۶) حالت پایدار (steady state) برقرار است و نسبت به زمان هیچگونه تغییراتی نداریم.

از اینجا حذف



برای بدست آوردن C_{A2} باید از سرعت‌ها متوسط گیری کرد

$$\bar{V} = \frac{1}{S} \int U dS \rightarrow \overline{C_{A2}} = \bar{C}_A = \frac{1}{\bar{V} S} \int U C_A dS$$

سطح مقطع

متوسط سرعت

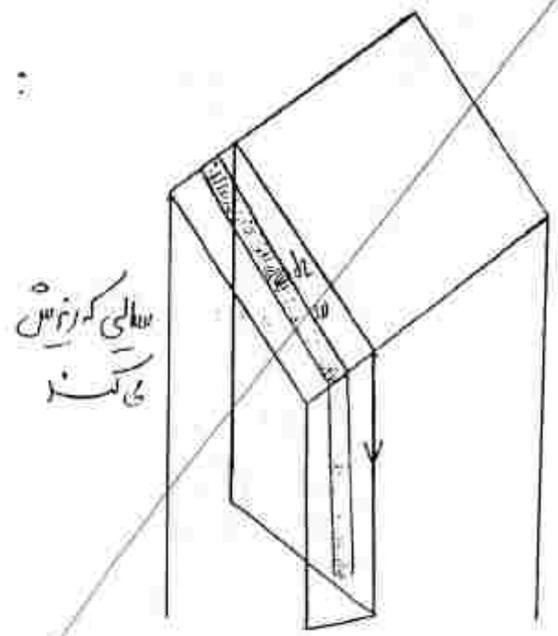
چهار شنبه
۱۳۸۶
۱۷ رجب ۱۴۲۸

WEDNESDAY
AUGUST
2007

$$U_x\frac{\partial C_A}{\partial x}+U_y\frac{\partial C_A}{\partial y}+U_z\frac{\partial C_A}{\partial z}+\frac{\partial C_A}{\partial \theta}=D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right)+R_A$$

: فعلا داریم

$$\boxed{U_y\frac{\partial C_A}{\partial y}=D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}}$$



نکته: در اطراف z، y کم می شود.

۱) U_y در کنار دیواره صفر است و

هرچه دور می شویم زیاد می شود.

$$\tau_z(WL)-\tau(z+dz)(WL)+(WL\,dz)\rho g=0$$

$$\rightarrow \tau_z-\tau(z+dz)+\rho g\,dz=0$$

چون که می خواهیم برعکس علامت + بزرگتر علامت ⊖ می شود

$$\rightarrow -\mu\left.\frac{du_y}{dz}\right|_{z=z}+\mu\left.\frac{du_y}{dz}\right|_{z=z+dz}+\rho g\,dz=0$$

این قسمت را با قبلی مقایسه کنید

$$\tau_z-\tau(z+dz)+\rho g\,dz=0$$

$$\rightarrow -d\tau+\rho g\,dz=0 \rightarrow +\frac{d\tau}{dz}=\rho g \rightarrow \tau=-\mu\frac{du_y}{dz}$$

$$\rightarrow \frac{d\tau}{dz}=-\mu\frac{d^2u_y}{dz^2}\rightarrow -\mu\frac{d^2u_y}{dz^2}=\rho g$$

شهادت مظلومانه زائرین خانه خدا به دست مأموران آل سعود (۱۳۶۴ هـ ش/ایران یا ۶ ذی القعده ۱۴۰۷ هـ ق)

نکته: در سطح گاز-مایع، گاز می تواند مایع را نگه دارد چونکه وسکوزیته ی گاز کم است و به عبارتی گاز می تواند تنش برشی ایجاد کند پس: $\tau=0$

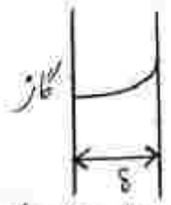
مرداد
۱۳۸۶
۱۹ رجب ۱۴۲۸
AUGUST
2007

تعطیل

$$\frac{d^2u_y}{dz^2}=\frac{-\rho g}{\mu}\rightarrow \frac{du}{dz}=-\frac{\rho g}{\mu}z+c$$

شرایط مرزی: at $z=0$ $\frac{du_y}{dz}=0\rightarrow c=0$

$$\rightarrow \frac{du_y}{dz}=-\frac{\rho g}{\mu}z\rightarrow \boxed{u_y=-\frac{\rho g}{2\mu}z^2+c_1}$$



at $z=\delta$ $U_y=0$

$$0=-\frac{\rho g}{2\mu}\delta^2+C_1$$

$$C_1=\frac{\rho g}{2\mu}\delta^2 \quad , \quad U_y=\frac{\rho g}{2\mu}(\delta^2-z^2)$$

$C_{A,B}=\frac{1}{\tau s}/uc_A\alpha s$

U_y همیشه مقدار U_y از مقداری که z صفر باشد کمتر است که به آن U_{max} می‌گوییم.

$$U_y=\frac{\rho g\delta^2}{2\mu}\left(1-\frac{z^2}{\delta^2}\right)$$

$$z=0 \quad U_y=U_{max}=\frac{\rho g\delta^2}{2\mu}$$

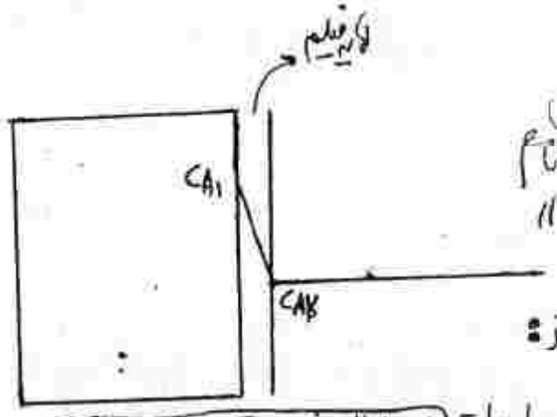
$$U_y=U_{max}\left(1-\frac{z^2}{\delta^2}\right) \quad , \quad \left[U_{max}\left(1-\frac{z^2}{\delta^2}\right)\frac{\partial c_A}{\partial y}=D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}\right]$$

تلاطم: هنگامی که حرکت متقاطع سیال نسبت به جهت وزنا نظم خاصی نداشته باشد

انتقال جرم در محیط متلاطم:

تئوری‌ها:

۱) تئوری فیلم: = انتقال مولکولی



براساس این تئوری موارد زیر اتفاق می‌افتد:

۱/ تمام تغییرات غلظت در ناحیه فیلم رخ می‌دهد یا به عبارتی بغیر از ناحیه فیلم تغییر غلظت نداریم.

۲/ این تئوری می‌گوید تلاطم و حرکت سیال وجود ندارد و سیال ساکن است.

۳/ همچنین این تئوری می‌گوید در هر تلاطمی این تغییرات در جوار یک لایه‌ی ثابت به نام Inter face اتفاق می‌افتد و بقیه تغییرات خیلی کم و ثابت است.

سطح مشترک

- براساس تئوری فیلم: $K\alpha D_{AB}^{n}$ (در تئوری فیلم $n=1$)
- براساس تئوری فیلم: $K_c=\frac{D_{AB}}{Z_f}$ (در کلا طبع)
- براساس تجربه در کتاب کمی قدیم: $0<n<0.5$
- بقیه موارد: $0<n<0.3$ تا $0.5<n<1$ $\rightarrow n\simeq 1$

صدور فرمان مشروطیت (۱۲۸۵ ه.ش)

مرداد ۱۵ دوشنبه ۱۳۸۶ ۲۲ رجب ۱۴۲۸

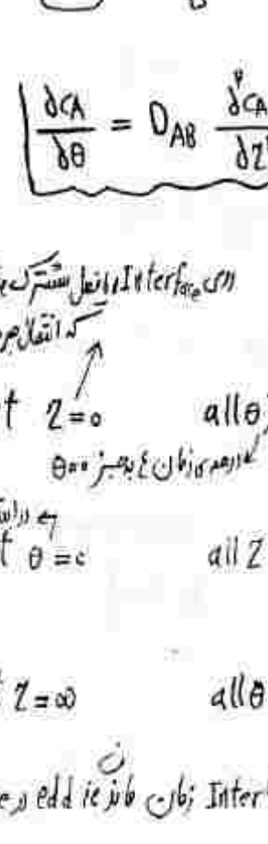
6 MONDAY AUGUST 2007 جولای

θ_c : زمانی که طول مانکشه Eddies به سطح مشترک میرسه

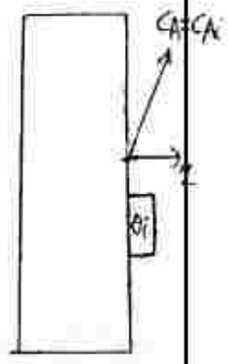
۲) تئوری رسوخ (Penetration) : هیگبی (Higbie) تاکید کرد که در بسیاری از حالات، زمان واقعی شدن سیال در معرض انتقال جرم کوتاه است. بنابراین جهت حصول کرادیان غلظتی مطابق با تئوری لایه (فیلم) که مشخصه‌ی حالت پایا است زمان کافی وجود نخواهد داشت و نفوذ مولکولی در گردابه‌ها اتفاق خاص در جوار سطح مشترک به صورت دوره‌ای جریان تازه سیال را جایگزین می‌کند.

گردابه‌ها (eddies) : براثر تلاطم جابجا می‌شوند

و اکثراً رونده.



$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial Z^2}$ → تعادل دیفرانسیل



شرایط مرزی :

at $Z=0$ all θ : $C_A = C_{Ai}$ → فاز مایع در تعادل با فاز گاز در سطح مشترک

at $\theta=0$ all Z : $C_A = C_{A0}$ → در ابتدای زمان تماس، غلظت مالک صفر

at $Z=\infty$ all θ : $C_A = C_{A0}$ → در عمق بی‌نهایت مایع، غلظت مالک صفر

منظور از شرط دوم از شرایط مرزی : این است که در فواصل دور از Interface زمان ماندن edd ie ها آنقدر کوتاه است که انتقال جرم صورت نمی‌گیرد

مرداد ۱۶ سه شنبه ۱۳۸۶ ۲۳ رجب ۱۴۲۸

7 TUESDAY AUGUST 2007

مراحل نفوذ با مخلوط شدن شرایط یکسان

$K \propto D^{n}$ $\quad 0.9 < n < 0.8$

$K = \sqrt[2]{\frac{D_{AB}}{\pi \theta_c}}$

۳) تئوری تجدید سطح (surface renewal) : توسط : Pr. Danckwerts

دانکورتس، در این تئوری بیان داشت که گردابه‌ها زمان اقامتشان در جوار Inter face یکسان نیست.

بعبارت دیگر دانکورتس بیان داشت که تئوری هیگبی و فرض زمان ثابت قرارگیری گردابه‌ی سیال در سطح مشترک تنها می‌تواند یک حالت خاص از وضعیت واقعی‌تری باشد که در آن گردابه‌ها با زمانهای مختلفی در معرض قرار گیرند.

$N_A = \sqrt{D_{AB} S}\,(C_{Ai} - C_{A0})$ → * ضریب انتقال جرم

$K = \sqrt{D_{AB} S}$ $\quad K \propto D^{0.5}$

S : تابع توزیع گردابه‌ها از نظر سن

$S\theta$: کسری از گردابه‌ها که دارای سن بین θ و $\theta + d\theta$ هستند به کل تعداد گردابه‌ها

$S\theta = \phi e^{-s\theta}$: تابع توزیع

* در عمل : نفوذ به صورت ترکیبی از هر سه حالت صورت می‌گیرد

همان شرایط مرزی موجود در آزمایش قبلی را انجام داریم و به معادله‌ی بالا رسیدیم

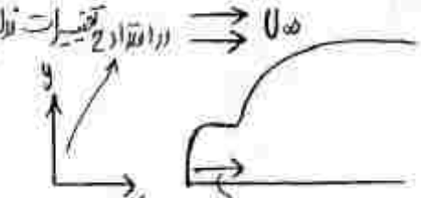
۴) ارزیابی تئوری‌های رسوخ و فیلم :

این تئوری در اکثر موارد صادق نیست

بو نلا خ تئوری لایه مرزی: یک لایه سیال است در مجاورت سطح جامد، هنگامی که جریان سیال روی سطح مذکور لایه
تحو خ مرز را تشکیل می‌دهد، به‌طوری که اثرات لزجت سیال در این لایه قابل توجه است.
در بیرون لایه مرزی سرعت سیال تقریباً برابر سرعت جریان آزاد است.

تئوری لایه مرزی: فاصله‌ای که در آن سرعت از ۰ به ۹۹٪ U_∞ برسد.

U_∞ ← در اطراف جسم تغییرات نداریم



چرا در جهت x هر چه جلوتر رویم کم می‌شود؟
زیرا دیرتر به U_∞ می‌رسد

معادله پیوستگی: $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$ (1)

$\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y}$

شیب تغییرات سرعت است

$\rightarrow C_A\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + U_x\frac{\partial C_A}{\partial x} + U_y\frac{\partial C_A}{\partial y} + U_z\frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial \theta}$

$= D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right) + R_A$

ناویر - استوکس

$$\begin{cases} U_x\frac{\partial C_A}{\partial x} + U_y\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}\right) & (2) \\ \text{معادله‌ی سرعت}: U_x\frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y\frac{\partial U_x}{\partial y} = \nu\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2}\right) & (3) \\ \text{معادله‌ی حرارت}: U_x\frac{\partial T}{\partial x} + U_y\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) & (4) \end{cases}$$

$N_A = \frac{D_{AB}}{Z_f}(C_{A,0} - C_{A,L})$

$f \sim \frac{D_{AB}^c}{Z_f}$

$f = CK'C$

* رابطه‌ی f, K_L مهم است.

شرایط مرزی برای حل معادلات دیفرانسیل:

ابتدای پرموده

at $x = 0$ ally $U_x = U_\infty$, $U_y = 0$ و $T = T_\infty$

ضریب نفوذ حرارتی: $\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$ ← thermal diffusivity

$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ ← اعداد بدون بعد

Sc: عدد اشمیت

Pr: Prandtl

شهادت حضرت امام موسی کاظم علیه السلام (۱۸۳ ه.ق)

تعطیل

برای اینکه بتوانیم داده‌ها، نظرات و سرعت را بدون بعد کنیم به شکل زیر عمل می‌کنیم:

برای t $\xrightarrow{\text{بی‌بعدگذاری}}$ $\frac{t - t_i}{t_0 - t_i} = \Pi_T$

t_0: دمای توده سیال

t_i: دمای سیال در نقل مشترک

برای C_A $\xrightarrow{\text{بی‌بعدگذاری}}$ $\frac{C_A - C_{Ai}}{C_{A0} - C_{Ai}} = \Pi_{AB}$

$\frac{U_x - (U_{x,z=0})}{U_0 - (U_{x,z=0})}$

$f = CK'C$ $f = CK'C$

تعطیـــــل

برای U_x $\xrightarrow{\text{بی‌بعدگیری}}$ $\frac{U_x}{U_\infty} = \Pi V$

at $z=0$: $t=t_i$, $C_A=C_{Ai}$, $U_x=0$

at $z=0$: $\Pi_{AB} = \Pi_T = \Pi V = 0$

at $z=0$: $\Pi_{AB} = \Pi_T = \Pi V = 1$

$\frac{\partial \Pi_{AB}}{\partial x} = \frac{\partial C_A}{\partial x}$, ——

شدت انتقال حرارت :
$$q_x = -\alpha \left[\frac{\partial (tC_p\rho)}{\partial z}\right]_{at\,z=0} = h(t_i - t_0)$$

شدت انتقال مومنتوم :
$$\tau_{gc} \neq -\nu \left[\frac{\partial (u_x \rho)}{\partial z}\right]_{at\,z=0} = \frac{f u_\infty}{2}(\rho u_\infty - 0)$$

یا

$$\tau_{i\,gc} = \nu \left[\frac{\partial (u_x \rho)}{\partial z}\right]_{at\,z=0} = \frac{f u_\infty}{2}(\rho u_\infty - 0)$$

شدت انتقال جرم :
$$N_A = j_A = -D_{AB}\left(\frac{\partial C_A}{\partial z}\right)_{at\,z=0} = K_L(C_{Ai} - C_{A\infty})$$

$$N_A = \frac{D_{AB}}{2f}(C_{A,b} - C_{A,c})$$

$K(-)$

$D_{AB}\frac{C_{Ai} - C_{A\infty}}{\delta} = K(C_{Ai} - C_{A\infty}) \rightarrow K = \frac{D_{AB}}{\delta}$ ⟵ درکتاب بی‌بعدیه

$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho \bar{v}^2}$ ، $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$

اعداد بدون بعد :

$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$ اشمیت

عدد شروود $= Sh = \frac{KL}{D_{AB}}$ ، $Re_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu}$ ↑ رینولدز x ، فاصله

$L = x$ ، $Pr = \frac{\nu \rho C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$ ← ضریب نفوذ

عدد ناسلت $= Nu = \frac{hL}{K}$

نتیجه: ممکن است گفته شود اثبات عدد شروود را بدست بیاورید.

$$\frac{Sh}{Re_x Sc^{1/3}} = \frac{Nu}{Re_x Pr^{1/3}} = \frac{f}{2} = 0.332\, Re_x^{-1/2}$$

ضریب اصطکاک کره/استوانه

برای $Pr \geq 0.6$ و انتقال جرم ضعیف

معادله‌ی بالا در مواردی کاربرد دارد که شدت انتقال جرم کم بوده و انتقال حرارت یا جرم از لبه‌ی صفحه آغاز شود و عدد رینولز کمتر از تقریباً ۸۰۰۰۰ باشد.

نکته : عدد گراشف و عدد گلیلت و سایر عددها برای امتحان لازم نیست بلد باشیم.

* هوای سیالی با ولاز سرعت به سطحی برخورد کند و تبادل حرارت و دیفوزیونی را داشته باشیم و ما خواهیم انتقال جرم در مدار ناصله به خورد چقدر است؟

$N_A = -k_c(C_{AL} - C_{A0}) = ?$

C_{AL}: سلول آخر ، C_{A0}: کوره

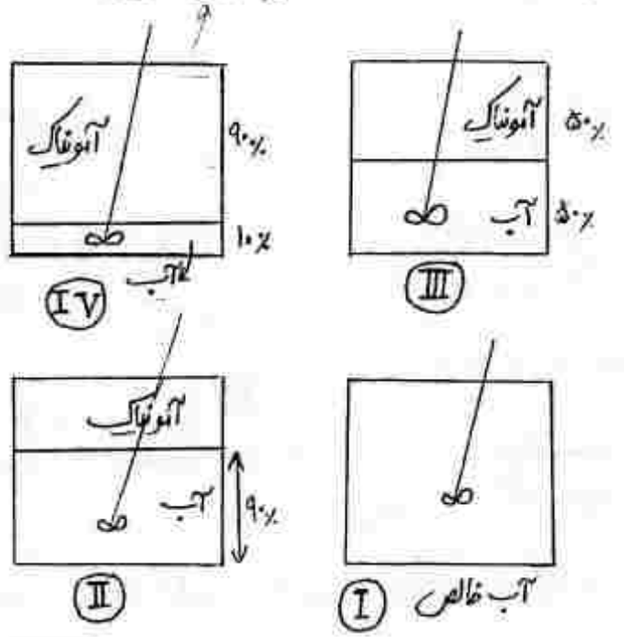
اول عدد رینولز را پیدا و بعد عدد اشمیت. وارد فرمول شروود را داریم و هر ایتا را ضرب کنیم شدورد بدست می‌آید که k_c پیدا می‌شود آنگاه N_A را محاسبه می‌کنیم

C_{A0}

* تفاوت کار دل تبدیل کره با لوله تفاوت

((۵))

فصل پنجم - انتقال جرم بین فازها - ص ۱۵۶ :



نکته در مورد شکل ها :

۱) غلظت های (II) و (III) و (IV) بعد از مدتی هم خوردن به تعادل می رسند .

۲) انتقال جرم در محلول با آمونیاک بیشتری داشته باشیم . (غلظت های (IV))

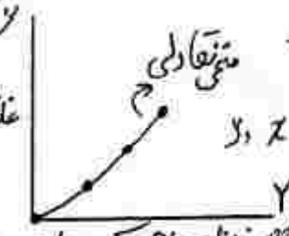
۳) در غلظت های (IV) از همه غلظت آمونیاک در محلول بیشتر است .

* در آب غلظت در حدود کم است در فصل مشترک زیاد است ولی در گاز برعکس .

* در کنار فصل مشترک ، سرعت زیاد است .

محدوده ی جزء A ← نهایت بین ۰ تا ۱ است . ۰ و ۱

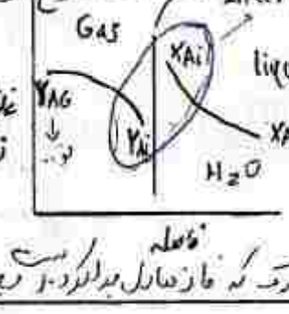
محدوده ی نسبت ها ← تا بینهایت می تواند باشد . ۰ X ∞



نظریه ی اتردو مقاومت : (۱ فصل مشترک Interface ۲ فازها : gas و liquid)

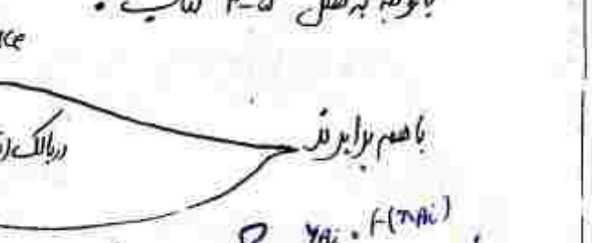
۲ بزرگ : منظور نسبت ها

۱ کوچک : منظور جزء ها



* مقاومت های فازی تنها در داخل فازها سیال وجود دارد پس مقاومتها در برابر انتقال حل شوند . و اطراف سطح مشترک که فازها تعادل برقرار کرده اند وجود ندارد

با توجه به شکل ۵-۴ کتاب :



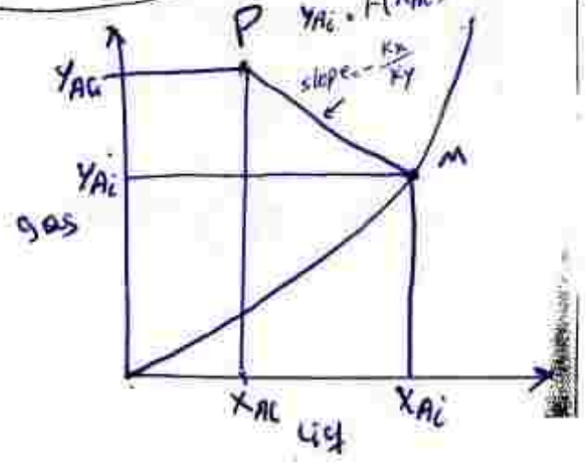
سرعت انتقال

در گاز $N_A = K_y (y_{AG} - y_{Ai})$

در مایع $N_A = K_x (x_{Ai} - x_{AL})$

$K_x (x_{Ai} - x_{AL}) = K_y (y_{AG} - y_{Ai})$

$-K_x (x_{AL} - x_{Ai}) = K_y (y_{AG} - y_{Ai})$



$* \; y_{A,i} = f(x_{A,i})$

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$

$\rightarrow \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{AL} - x_{Ai}} = -\frac{k_x}{k_y}$ ← شیب خط (نسبت ضرایب انتقال جرم در آن فاز)

معادله‌ی خطی که مختصات نقطه‌ای که بر آن یک بالک در توده بوده و بر آن بالک باشد را به اینترفیس وصل کند

"فصل مشترک"

مختصات اینترفیس: مختصاتش، مختصات تعادلی است یعنی گاز و مایع در سطح باهم در تعادلند یعنی در اینترفیس ما مقاومتی نداریم و یعنی فازها در هر حالتی از هم اشباع هستند در صورتی که بالک‌ها می‌توانند اشباع باشند یا نباشند.

ضرایب کلی عملی انتقال ماده: معرفی شده در دوره‌ی تحت آموزش ما

"معنی متعادل" ← اگر کلی انتقال ماده در دوره‌ی

مختصات نزدیک شده ← مقاومتی در برابر انتقال در فاز بزرگ

$N_A = K_y (y_{AG} - y_A^*)$

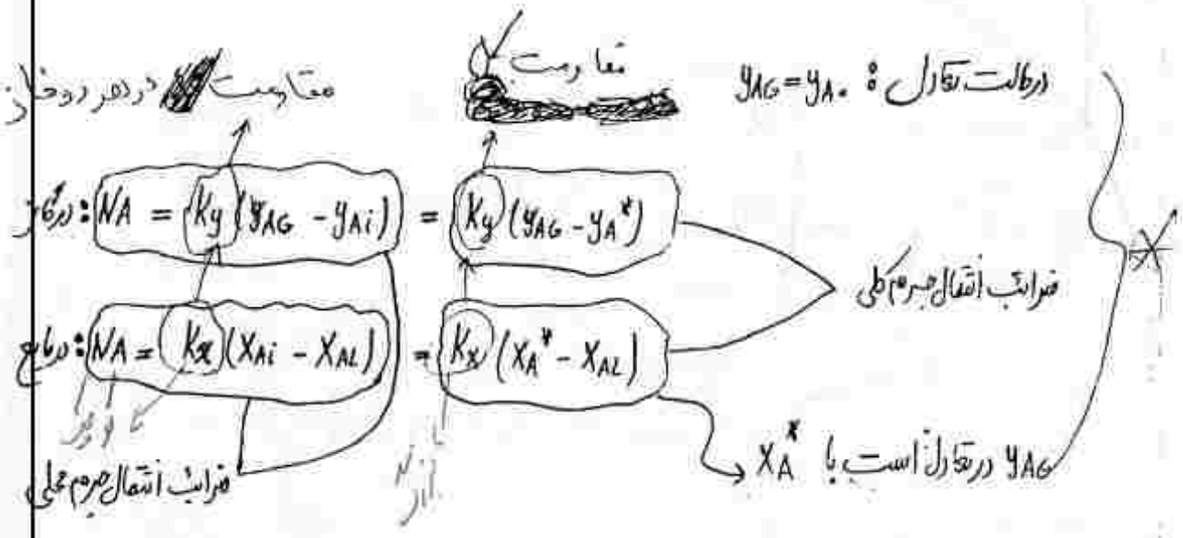
ضریب کلی انتقال جرم بر حسب فاز

در حالتیکه x_{AL} را از روی y_A^* می‌خوانیم

یا

x_{AL} در تعادل است با y_A^*

در صورتیکه این شروط برقرار باشد می‌توان N_A را بصورت بالا نوشت



مرداد ۱۳۸۶ ۳ شعبان ۱۴۲۸ AUGUST 2007

تعطیل

N_A: overall mass transfer

k_x: ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع

k_y: " " " " " " گاز

ولادت حضرت امام حسین علیه السلام (۳ ه.ق) و روز پاسدار - آغاز بازگشت آزادگان به میهن اسلامی (۱۳۶۹ ه.ش)

فصل اول

بسم الله الرحمن الرحیم : خود درجهت ماهش علاقه

سرعت حرکت ازدید ناظر ثابت — مولی متوسط

قانون اول فیک → $J_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial z} = -C D_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z}$

شدت مولی انتقال A با نفوذ مولکولی ازدید ناظر J_A که با سرعت متوسط مولی U_m در حرکت است ، واحد آن : کیلومول بر متر مربع در ثانیه $\frac{Kmole}{m^2.S}$

سرعت متوسط ازدید ناظر ثابت ← $J_A = C_A(U_A - U_m)$ ← از طرفی $U_m = \frac{U_A C_A + U_B C_B}{C}$ ← $C = C_A + C_B$

$N_A = C_A U_A$ ← از قبل داشتیم $G_A = \frac{\dot{m}_A}{S} = \rho_A U_A$

$\rightarrow \frac{G_A}{\mu_A} = N_A = \frac{\rho_A}{M_A} U_A = C_A U_A$

از طرفی : $U_m = \frac{N_A + N_B}{C}$

if ① : $U_m = \frac{C_A U_A + C_B U_B}{C}$

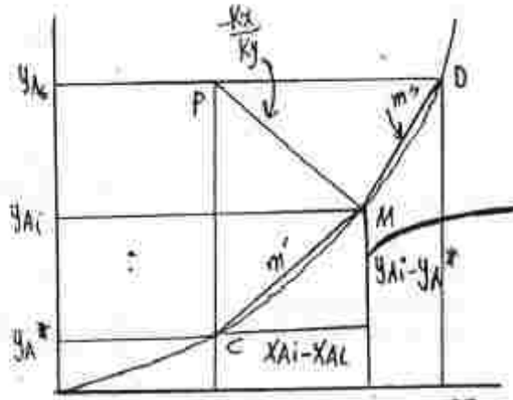
② $J_A = C_A(U_A - U_m)$ ← جایگذاری ← $J_A = C_A\left(U_A - \frac{C_A U_A + C_B U_B}{C}\right)$

$\rightarrow J_A = C_A U_A - \frac{(N_A + N_B)C_A}{C}$ → if $\begin{cases} \frac{C_A}{C} = x_A \\ N_A + N_B = 0 \end{cases}$

ناظم دریس :

انتقال جرم

$$y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*) = (y_{AG} - y_{Ai}) + m'(x_{Ai} - x_{AL})$$



$$m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{x_{Ai} - x_{AL}} \rightarrow y_{Ai} - y_A^* = m'(x_{Ai} - x_{AL})$$

رابطه‌ی بین ضرایب کلی انتقال جرم و ضرایب فلمی انتقال جرم

$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + \frac{m' N_A}{k_x}$$

$\frac{1}{K_y}$ بزرگ بقیه کوچک

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$$

- مقاومت کل در مقابل انتقال جرم براساس فاز گاز
- مقاومت فلمی فاز گاز در مقابل انتقال جرم براساس فاز گاز
- مقاومت فلمی فاز مایع در مقابل انتقال جرم براساس فاز گاز

اثبات

$$m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{x_{Ai} - x_{AL}} \rightarrow y_{Ai} - y_A^* = m'(x_{Ai} - x_{AL})$$

$$y_{Ai} - y_A^* = \frac{N_A}{K_y} - \frac{N_A}{k_y} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{N_A}{K_y} = \frac{m' N_A}{k_x} + \frac{N_A}{k_y} \Rightarrow$$

ولادت حضرت ابوالفضل العباس علیه السلام (۲۶ ه.ق) - کودتای آمریکا برای بازگرداندن شاه ۱۳۳۲ (ه.ش)

$$N_A = k_y(y_{Ai} - y_{AL}) \quad (1)$$

$$N_A = k_y(y_{AG} - y_{Ai}) \quad (2) \rightarrow \frac{N_A}{k_y}$$

$$N_A = k_x(x_A^* - x_{AL}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m'' k_y} + \frac{1}{k_x}$$

فعل توضیحات معادله‌ی قبلی فقط برای مایع

$$(1) \Rightarrow N_A = k_x(x_A^* - x_{Ai}) + (x_{Ai} - x_{AL}) \quad (B)$$

$$\rightarrow (1) = \frac{N_A}{k_x}$$

$$(2) \Rightarrow (x_A^* - x_{Ai}) m' = y_{AG} - y_{Ai} \quad (4)$$

$$\Rightarrow (x_A^* - x_{Ai}) m' = \frac{N_A}{k_y} \Rightarrow x_A^* - x_{Ai} = \frac{N_A}{k_y m''}$$

$$(B) \Rightarrow \frac{N_A}{k_x} - \frac{N_A}{k_x} = \frac{N_A}{k_y m''} \Rightarrow$$

$$x_A^* - x_{AL} = \frac{N_A}{k_x} - \frac{N_A}{k_x}$$

$$\frac{N_A}{k_y} = (y_{AG} - y_{Ai})$$

$$x = (x_{Ai} - x_{AL})$$

* دوموردکه k_y با k_y باهم برابری شوند: ← توضیحات در صفحه‌ی آخر

* مقاومت فلمی فازی کنترل می‌شود

(۱) m' بسیار کوچک و k_x بسیار بزرگ باشد.

(۲) m'' خیلی بزرگ و k_y خیلی بزرگ باشد.

* ۱) مقاومت فلمی فازی کنترل می‌شود که در تقابل با آن غلظت فاز دیگری بیشتر تغییر می‌کند.

۲) مقاومت فلمی فازی کنترل می‌شود که در تقابل با آن غلظت فاز دیگری تقریباً ثابت می‌ماند.

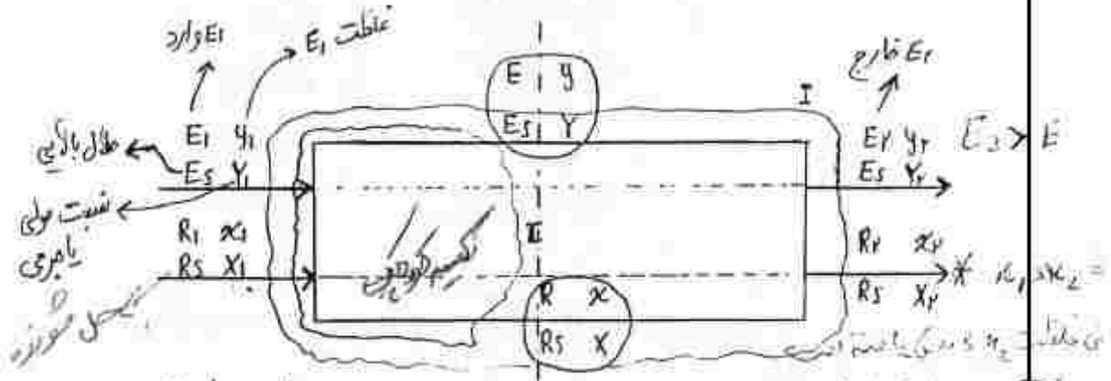
$$\frac{\text{مقاومت در فاز گاز}}{\text{مقاومت کل در هر دو فاز}} = \frac{1/k_y \text{ کوچک}}{1/K_y \text{ بزرگ}}$$

$$\frac{\text{مقاومت در فاز مایع}}{\text{مقاومت کل در هر دو فاز}} = \frac{1/k_x \text{ کوچک}}{1/K_x \text{ بزرگ}}$$

نکته: اگر دو تا شرط بالا برقرار باشد، دو تا معادله‌ی بالا برابر ۱ می‌شود.

اگر مایع و گاز هر دو جریان از بالا به پائین داشته جریان همسو است در غیر اینصورت جریان مخالف است.

ولادت حضرت امام زین العابدین علیه السلام (۳۸ ه.ق) - کودتای آمریکا برای بازگرداندن شاه ۱۳۳۲ (ه.ش)



فرآیندهای پایا یا ماندگار (Steady - state cocurrent processes) :

موازنه جرم برای کل مواد : $E_1 + R_1 = E_2 + R_2$

موازنه در کسیر کوچک برای کل مواد : $E_1 + R_1 = E + R$

موازنه کلی برای ماده منتقل شونده : $E_1 y_1 + R_1 x_1 = E_2 y_2 + R_2 x_2$

موازنه در کسیر کوچک برای ماده منتقل شونده : $E_1 y_1 + R_1 x_1 = E y + R x$

$E_s = R_s$ ← یعنی خیلی مقدوری

$E_{s1} + R_{s1} = E_{s2} + R_{s2}$

برای کل مواد

$E_s = E_{s1} = E_{s2}$

$R_s = R_{s1} = R_{s2}$

در واقع :

نکته : R_s ، ۱ و ۲ ندارد یعنی بعبارتی ما R_{s1} و R_{s2} نداریم .

$E = E_s + E_y \rightarrow E - E_y = E_s \Rightarrow E(1-y) = E_s \Rightarrow$

$\begin{cases} y = \frac{y}{y} \\ 1-y = \frac{y}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow E\left(\frac{y}{2}\right) = E_s \Rightarrow E_y = E_s Y$

برای ماده منتقل شونده : اگر خواستیم معادله‌ای بنویسیم فقط برای ملال می‌نویسیم و فقط E_s

برای نسبت ها می‌نویسیم .

$E_s Y_1 + R_s X_1 = E_s y_2 + R_s X_2$

$\begin{cases} R\alpha = R_s X \\ E y = E_s Y \end{cases}$ حول

اگر یک طرف مولی باشد طرف دیگر هم باید مولی باشد

$R = R_s + R\alpha$

$R - R\alpha = R_s \rightarrow R(1-\alpha) = R_s$

$R\left(\frac{\alpha}{x}\right) = R_s \rightarrow R\alpha = R_s X \rightarrow E y = E_s Y$

$\frac{\alpha}{x} \Rightarrow X = \frac{\alpha}{1-\alpha}$

نسبت جرمی x مقدار جرم ملال = کل جرمی در جزء جرمی یا

نسبت مولی x جزء ملال = کل در جزء مولی

نسبت مولی یا وزنی : $X = \frac{\alpha}{1-\alpha}$

$1-\alpha = \frac{\alpha}{X}$

$R_s X_1 - R_s X_2 = E_s Y_2 - E_s Y_1$

$R_s (X_1 - X_2) = E_s (Y_2 - Y_1)$

برای موازنه بستن از ابتدا تا انتهای دستگاه که از کسیر بزرگ نتیجه گرفتیم

معادله‌ی خطی است

$\Rightarrow \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = -\frac{R_s}{E_s}$ شیب

operating line

معادله خط حامل در جریان تقطیر

$E_S Y_1 + R_S X_1 = E_S Y + R_S X$ در حالت

$R_S (X_1 - X) = E_S (Y - Y_1)$ ← برای هر نقطه‌ای در داخل سیستم اگر این میزان جرم را بیابیم صدق می‌کند در نتیجه از کلیه‌ی کوچک نتیجه گرفتیم.

اثبات معادله‌ی بالا: $E_1 y_1 + R_1 x_1 = E y + R x$

(جزء مورد نظر در فاز ورودی E) (جزء مورد نظر در فاز ورودی R) (جزء مورد نظر در فاز E در هر نقطه‌ای)

$\rightarrow E_S Y_1 + R_S X_1 = E_S Y + R_S X$

$\rightarrow R_S (X_1 - X) = E_S (Y - Y_1)$

معادله خط عامل or operating line

$\times(-) \rightarrow Y - Y_1 = -\frac{R_S}{E_S}(X - X_1)$ ← شیب خط عامل (همواره منفی)

معادله‌ی خط عامل یا operating line برای استخراج مداوم با جریان موازی و همسو (co-current)

مثال: 100 Kg/hr آب همراه با استون وارد یک دستگاه استخراج با جریان همسوی مداوم می‌شود تا غلظت استون (برحسب جزء وزنی) از ٪۷۰ به ٪۱۰ برسد، اگر برای این استخراج از 50 Kg بر ساعت تولوئن خالص استفاده کنیم، غلظت خروجی استون را در تولوئن تعیین کنید.

Y_2 ← منبت وزنی

حلال: 50 Kg/hr

$R_S = 100 (1 - ٪۷) = 30 \text{ Kg/hr}$ ← مالص دستگاه

$E_S = E_1 = 50 \text{ Kg/hr}$

$X_1 = \frac{x_1}{1 - x_1} = \frac{٪۷}{1 - ٪۷} = \frac{7}{3}$

$X_2 = \frac{x_2}{1 - x_2} = \frac{٪۱}{1 - ٪۱} = \frac{1}{9}$

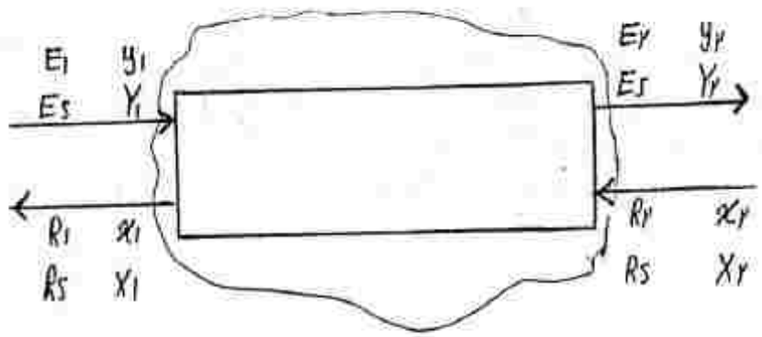
$R_S (X_1 - X_2) = E_S (Y_2 - Y_1) \rightarrow 30 \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{9}\right) = 50 (Y_2 - 0)$

$\rightarrow Y_2 = \frac{3}{5}\left(\frac{7}{3} - \frac{1}{9}\right)$

$\rightarrow Y_2 = \frac{4}{3}$ ← نسبت وزنی استون در تولوئن خارجی

تعطیل

انتقال جرم پایدار مختلف الجهت (counter current):



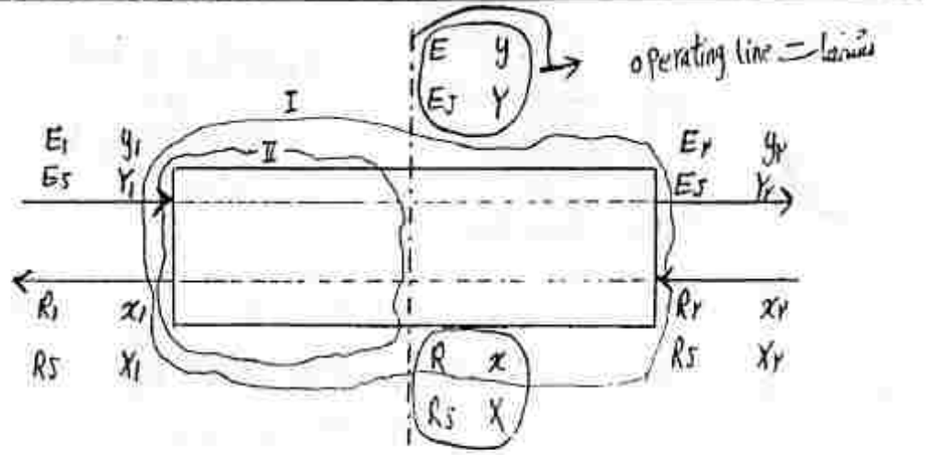
موازنه‌ی جرم یا مول کل در سراسر دستگاه ⟵ $E_1 + R_2 = E_2 + R_1$

نکته: موازنه‌ی مول کل در مواردی که واکنش شیمیایی رخ می دهد نمی توانیم بنویسیم و باید موازنه‌ی جرم را بنویسیم و موازنه‌ی جزیی همیشه صدق می کند.

موازنه‌ی جرم یا مول ماده تشکیل شونده در سراسر دستگاه ← $E_1 y_1 + R_2 x_2 = E_2 y_2 + R_1 x_1$ ، $\frac{R_S}{E_S}$

$E_S Y_1 + R_S X_2 = E_S Y_2 + R_S X_1$

معادله‌ی بالایی بر اساس جلال ⟵ $E_S (Y_1 - Y_2) = R_S (X_1 - X_2)$



موازنه کل ماده در کسر کوچک ⟵ $E_1 + R = E + R_1$

موازنه برای جزء تشکیل شونده در کسر کوچک ⟵ $E_1 y_1 + R x = E y + R_1 x_1$

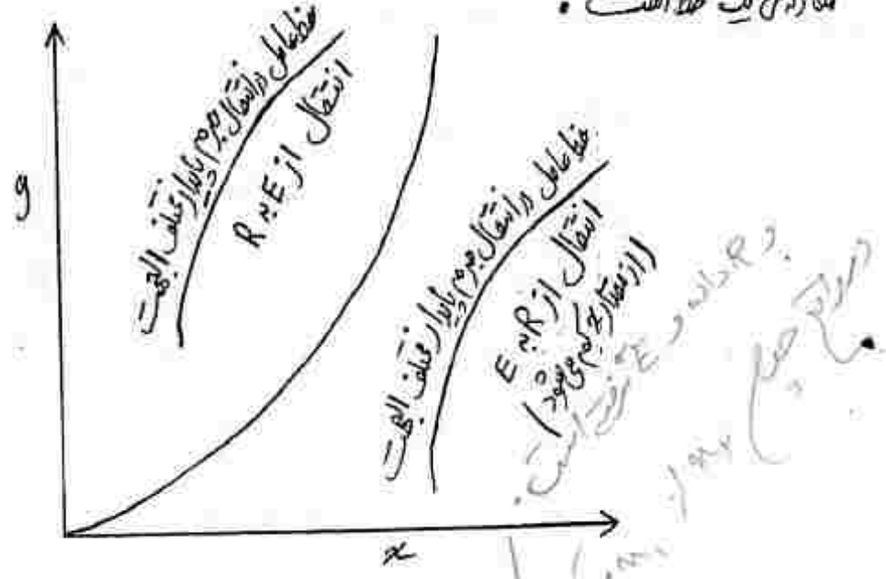
موازنه‌ی معادله‌ی آخر صفحه‌ی قبلی براساس جلال ← $E_S Y_1 + R_S X = E_S Y + R_S X_1$

معادله‌ی خط عامل برای انتقال جرم با دو اختلاف جهت ← $E_S (Y - Y_1) = R_S (X - X_1)$

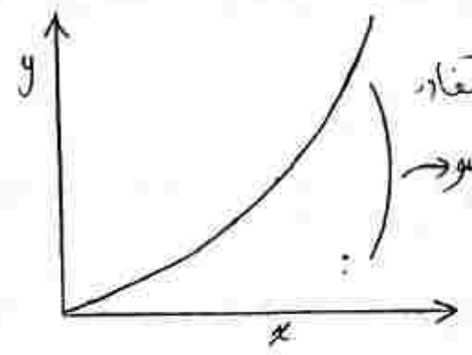
خطی با شیب $\frac{R_S}{E_S}$ که شیب آن منفی است ← $Y = \frac{R_S}{E_S}(X - X_1) + Y_1$

نمودار اینکه $\frac{R_S}{E_S}$ دارای شیب مثبت است یا بعبارتی معادله‌ی $Y = \frac{R_S}{E_S}(X - X_1) + Y_1$

معادله‌ی یک خط است:

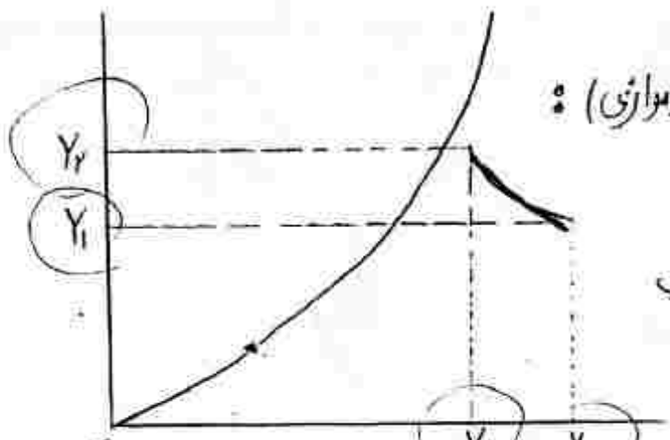


نمودار اینکه معادله‌ی $E_2 + R_1 x_1 = E_1 y_1 + R_2 x_2$ بصورت یک منحنی است نه یک خط:



خط عامل در انتقال جرم پایدار همسو

خط عامل در جریان پایدار همسو (موازی):



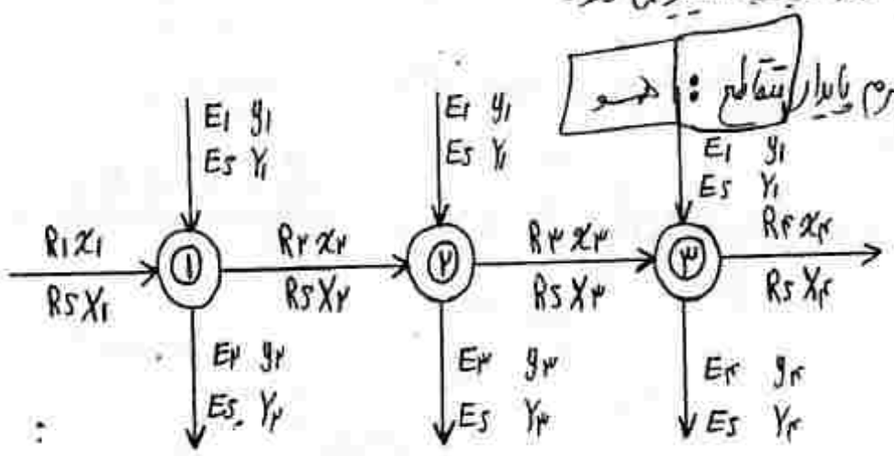
شکل ۵-۸ کتاب ص ۱۲۹

خط عامل یک خط راست می‌شود

نکته: عنصرها
① اگر y براساس x ها باشد، شکل بصورت بالا می‌شود یعنی یک خط است.
② اگر براساس میزها باشد، شکل بصورت منحنی (شکل ۵-۹) می‌شود.

۱- همواره دارای یک درجه آزادی است.
۲- در مراحل جزء سطحی، استخراج از یک مرحله، تعداد مراحل را مشخص می‌کند.
۳- اگر R_s یک ثابت باشد، شیب تغییر نمی‌کند.

انتقال جرم پایدار متقاطع: همسو



فرض کردیم که مشخصات موادی که درهمدیگر پراکنده می‌شود یکسان باشد:

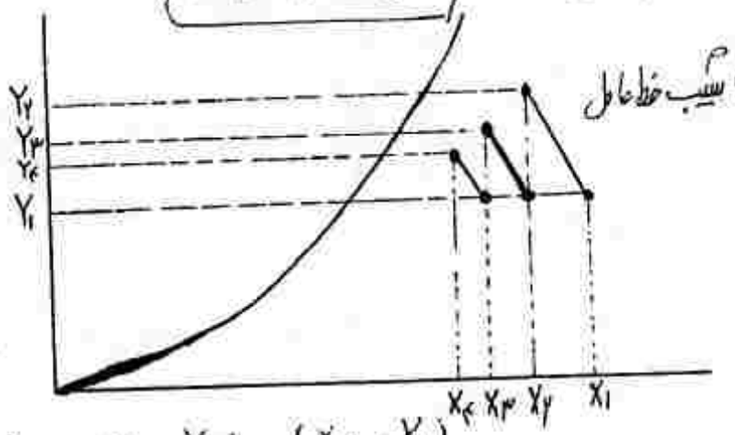
مقدار E ثابت و R_s تغییر کند

$$E_5 Y_1 + R_5 X_1 = R_5 X_2 + E_5 Y_2 \checkmark$$

$$E_5 (Y_1 - Y_2) = R_5 (X_2 - X_1)$$

خط عامل برای سیستم متقاطع وقتیکه مقدارشان ثابت بماند:

شیب خط عامل: $-\frac{R_5}{E_5}$



(X_0, Y_0) (X_1, Y_0) (X_2, Y_0)
(X_1, Y_1) (X_2, Y_2) (X_3, Y_3)

تعطیـــــل

$E_{mR} = \frac{X_1 - X_2}{X_1 - X_2^*}$ یا $E_{mR} = \frac{X_2 - X_1}{X_2 - X_1^*}$

$E_{mE} = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 - Y_2^*}$ یا $E_{mE} = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2 - Y_1^*}$

Y_2^* در تعادل است با X_2

$A = \frac{R_s}{mE_s}$ نسبت طال‌ها / شیب خطوط تعادلی

→ (Absorption parometer) پارامتر جذب

روز سیاه و غم‌انگیز دوم تیر (انفجار دفتر نخست وزیری به دست منافقان و شهادت مظلومانه شهیدان رجایی و باهنر ـ ۱۴۰۰ ش)

تعطیـــــل

$E_{mE} = \frac{E_{mR}}{E_{mR}(1 - \frac{1}{A}) + \frac{1}{A}}$

$S = \frac{1}{A}$ (فاکتور استریپینگ) (Stripping factor)

نکته: وقتیکه یک واحد مثل واحد تعادلی عمل کند E_{mE} نهایتاً ۱ می‌شود.

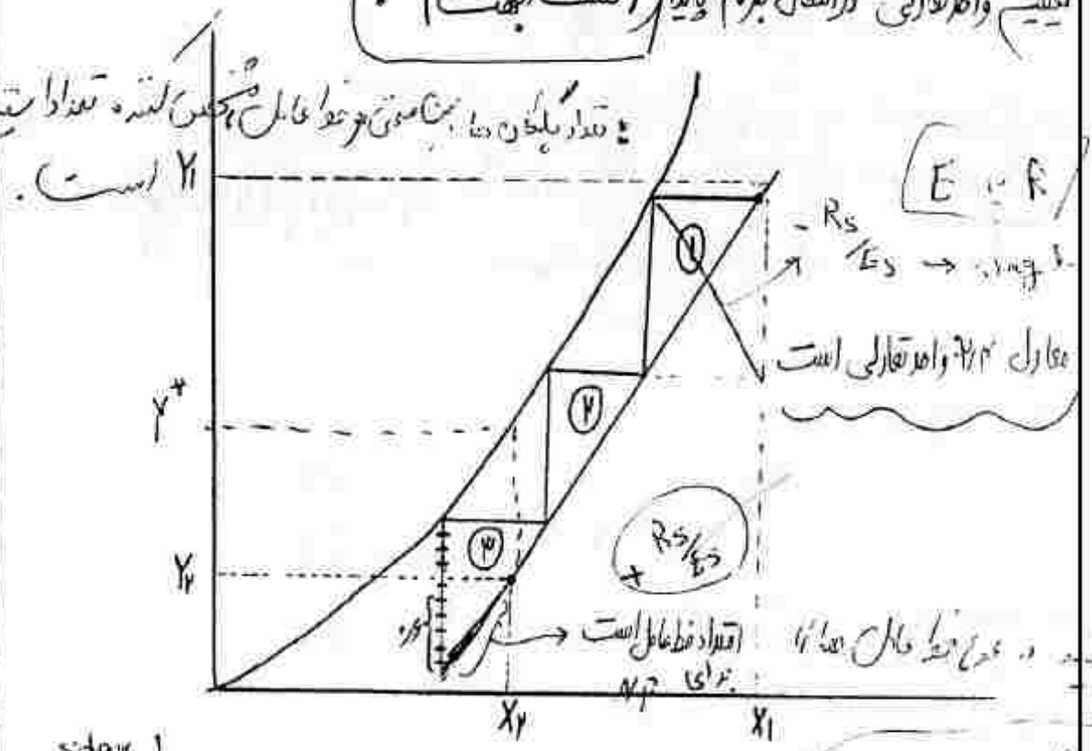
" " نتواند به تعادل برسد E_{mE} نهایتاً زیر ۱ می‌شود.

تعطیـــــل

مدت تعادل

بالاترین کارایی

تعیین واحد تعادلی در انتقال جرم پایا (مختلف الجهت):



تعداد پلکان‌ها بستگی به مقدار خط عامل تعیین کننده تعداد سینی‌ها دارد.

Y_2^* معادل Y_2 واحد تعادلی است

تعداد خط عامل برای رسیدن از X_1 به X_2

stag 1

$E_s Y_2 + R_s X_0 = E_s Y_1 + R_s X_1 \Rightarrow R_s(X_0 - X_1) = E_s(Y_1 - Y_2)$

نکته‌ها:

(۱) هرقدر خط عامل به منحنی تعادلی نزدیک باشد تعداد واحد تعادلی بیشتر است.

(۲) " " " از " فاصله بگیرد " " کمتر است.

(۳) هرچه تعداد واحد تعادلی کم باشد برج خوب کار نمی‌کند و ما می‌خواهیم که برج خوب کار کند و ایده‌آل برای برج بد است ← در کل باید تعداد واحد تعادلی زیاد باشد.

ولادت حضرت قائم عجل الله تعالی فرجه (۲۵۵ هـ ق) (تعطیل) و روز جهانی مستضعفان

۵

* از مقاومت ۱-۵ و ۲-۵ یعنی: $\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m' k_y} + \frac{1}{k_x}$ و $\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$ نتیجه می‌شود به شرط آنکه تمام مقاومت‌ها در یکی از فازها خلاصه شود این است که ضریب انتقال جرم علی در فاز دیگر خیلی بزرگ باشد همچنین اگر منحنی تعادلی در محدوده‌ی عملیاتی مسئله‌ی موردنظر به یک خط افقی نزدیک باشد همه‌ی مقاومت در فازی که با x نشان داده شده و اگر شیب منحنی تعادلی در محدوده‌ی عملیاتی مسئله‌ی موردنظر به سمت بینهایت میل کند همه‌ی مقاومت در فازی که با علامت ۱ (فاز دایم) نشان داده شده محذوف خواهد شد.

واحد تغییرها:

$D_{AB} = m^2/s$ ، $P_t = P = \bar{P} = N/m^2 or Pa$ ، $N_A = kmol/m^2.s$

$r_a = nm$ ، $\frac{\varepsilon_{AB}}{K}$ ، $\frac{K_T}{\varepsilon_{AB}}$ = بی‌بعد ، $C_A = gmol/l$

$M = Kg/kmol$ یا g/mol ، $\left(\frac{\rho}{m}\right) = kmol/m^3$

$\nu = m^2/s$ ، $\alpha = m^2/s$ ، $D = m^2/s$

$K_y = kmol/m^2 s$ ، $K_x = kmol/m^2 s$ ، $K_L = K_C = kmol/m^3$

۵

مثال) می‌خواهیم شب جرمی ماده A را در آب از $\frac{1}{5}$ به $\frac{7}{5}$ کاهش دهیم محلول (آب + ماده A) با رکابت جرمی $100\ kg/s$ وارد دستگاه می‌شود و حلال فاقد تولوئن برای جذب A به طور همسو وارد یک دستگاه پایا می‌شود. شب جرمی A را در تولوئن خروجی تعیین کنید. سرعت جرمی تولوئن $150\ kg/s$ است.

شهریور ۱۳۸۶ سه شنبه

فرمول: $R_S (X_1 - X_2) = E_S (Y_2 - Y_1)$

$E_1 = E_S = 150\ kg/s$ ، $R_1 = 100\ kg/s$ ، $R_S X_1 = R_1 Y_1$:

$X_1 = \frac{7}{5}$ ، $X_2 = \frac{1}{5}$

$X_1 = \frac{x_1}{1 - x_1}$

$Y_1 = 0$ چون در تولوئن خالص وارد می‌شود $\frac{7}{5} = \frac{x_1}{1 - x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{7}{12}$

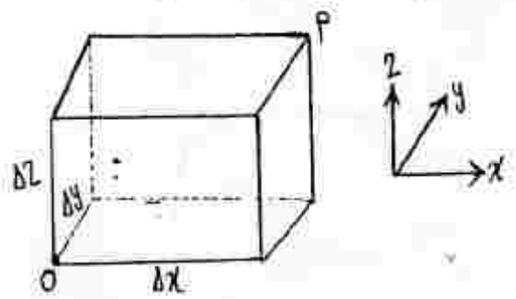
$R_S \propto \frac{7}{5} = 100 \propto \frac{7}{12} \Rightarrow R_S = \frac{500}{12}\ kg/s$

$\Rightarrow \frac{500}{12}\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) = 150 \cdot Y_2 \Rightarrow Y_2 = \frac{1}{3}$

$$j_A = C A U_A - x_A N_T \rightarrow j_A = N_A - x_A N_T \quad \text{یا} \quad N_A = j_A + x_A N_T$$

(حرکت A نسبت به حرکت کلی)

قانون دوم فیک : بر اساس موازنه‌ی جرم شرایط غیر ماندگار را بررسی می‌کند.



جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر محور x وارد این المان حجمی می‌شود: $M_A N_{A,x} (\delta y \delta z)$ (x در جهت x)

جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر محور y وارد این المان حجمی می‌شود: $M_A N_{A,y} (\delta x \delta z)$ (y در جهت y)

جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر محور z وارد این المان حجمی می‌شود: $M_A N_{A,z} (\delta x \delta y)$ (z در جهت z)

جمع ورودی‌ها

جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر بردار x از المان حجمی خارج می‌شود: $M_A N_{A,x+\Delta x} (\delta y \delta z)$

(x + Δx در نقطه P)

خروجی

جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر بردار y از المان حجمی خارج می‌شود: $M_A N_{A,y+\delta y} (\delta x \delta z)$

جرم A که در واحد زمان از سطح عمود بر بردار z از المان حجمی خارج می‌شود: $M_A N_{A,z+\delta z} (\delta x \delta y)$

جمع خروجی‌ها

المان حجم : ورودی − خروجی + تولید = ذخیره

یا

تولید = ذخیره − خروجی + ورودی

یا

تولید = ذخیره + ورودی − خروجی

ذخیره : $\frac{\delta \rho_A}{\delta \theta} (\delta x \delta y \delta z)$ (θ در اینجا مثلاً x یا y یا z نیست بلکه در جمع است قبل تولید)

تولید : $R_A M_A (\delta x \delta y \delta z)$

R_A (سرعت تولید) : مقدار مول A که در واحد زمان در واحد حجم مورد نظر (المان) تولید می‌شود.

* تمرین: رابطه ۲ سرعت انتقال جرم دوم فیک

δA: حجم A در واحد حجم
δB: حجم B در واحد حجم

انتقال جرم:

$$\left[M_A N_{A,x}|_{x+\delta x}(\delta y \delta z) - M_A N_{A,x}|_{x}(\delta y \delta z)\right] + \left[M_A N_{A,y}|_{y+\delta y}(\delta x \delta z) - M_A N_{A,y}|_{y}(\delta x \delta z)\right]$$
$$+ \left[M_A N_{A,z}|_{z+\delta z}(\delta x \delta y) - M_A N_{A,z}|_{z}(\delta x \delta y)\right] + \frac{\delta \rho_A}{\delta \theta}(\delta x \delta y \delta z) = R_A M_A (\delta x \delta y \delta z)$$

طرفین تقسیم بر $\delta x \delta y \delta z$ و از M_A فاکتور می‌گیریم

$$M_A\left[\frac{N_{A,x}|_{x+\delta x} - N_{A,x}|_{x}}{\delta x} + \frac{N_{A,y}|_{y+\delta y} - N_{A,y}|_{y}}{\delta y} + \frac{N_{A,z}|_{z+\delta z} - N_{A,z}|_{z}}{\delta z}\right] + \frac{\delta \rho_A}{\delta \theta} = R_A M_A$$

وقتی بالا را به سمت صفر میل می‌دهیم یعنی در ابعاد کوچکتری آنرا بررسی می‌کنیم: کم کم می‌شود δ

$$\frac{\partial (N_{A,x} M_A)}{\partial x} + \frac{\partial (N_{A,y} M_A)}{\partial y} + \frac{\partial (N_{A,z} M_A)}{\partial z} + \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = R_A M_A \quad (1)$$

$$\frac{\partial (N_{B,x} M_B)}{\partial x} + \frac{\partial (N_{B,y} M_B)}{\partial y} + \frac{\partial (N_{B,z} M_B)}{\partial z} + \frac{\partial \rho_B}{\partial \theta} = R_B M_B$$

از جمع دو معادله: $\dfrac{\partial (M_A N_{A,x} + M_B N_{B,x})}{\partial x}$ ($\dot{m}_x = \rho u_x$) $+ \dfrac{\partial (M_A N_{A,y} + M_B N_{B,y})}{\partial y}$ ($\dot{m}_y = \rho u_y$)

$$+ \frac{\partial (M_A N_{A,z} + M_B N_{B,z})}{\partial z}$$ ($\dot{m}_z = \rho u_z$) $+ \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = R_A M_A + R_B M_B$

$R_A M_A$: تولید شده A در واحد حجم — $R_B M_B$: مصرف شده B در واحد حجم

نکته: الزاماً $R_A M_A + R_B M_B$ صفر است ولی $R_A + R_B$ الزاماً صفر نیست زیرا ممکن است A و B به هم بپیوندند

$$\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

$$\rightarrow \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

نکته: در شرایط کم دما و یا فشار می‌توانیم سیالات تراکم‌پذیر را به تراکم ناپذیر تبدیل کنیم.

(Steady State) در شرایط پایدار: $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$:

برای سیالات تراکم ناپذیر

$$\rightarrow \rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

تیر

۱۳۸۶ JULY 2007 ۲۸ جمادی الثانیه ۱۴۲۸

(Continuity) قانون پیوستگی

که در کلیه سیالات در حالت پایدار صدق می‌کند.

تعطیل

$N_A = j_A + x_A N_T$ — A جزء مولی — $\rightarrow N_A = j_A + x_A (N_A + N_B)$ $\left[M_A C_A = \rho_A\right]$

در استاتیک $\rightarrow N_{A,x} = j_{A,x} + \frac{C_A}{C}\underbrace{\left(N_{A,x} + N_{B,x}\right)}_{N_x}$ ضرب M_A $\Rightarrow$ $\left[\frac{N_x}{C} = U_x\right]$

$$M_A N_{A,x} = M_A j_{A,x} + \frac{C_A}{C}(M_A N_x)$$

نکته: اگر حرکت نداشته باشیم یعنی حرکت مایکرومکروسکوپیک باشد در هر ۴ مورد زیر موارد دومی (سومی) در مقابل اولی حذف می‌شوند

$$M_A N_{A,x} = M_A j_{A,x} + \rho_A U_x$$

$$\rightarrow M_A N_{A,x} = -M_A D_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial x} + \rho_A U_x$$

$$\rightarrow \frac{\partial (M_A N_{A,x})}{\partial x} = -M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + \rho_A \frac{\partial u_x}{\partial x} + U_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x}$$

$$\rightarrow \frac{\partial (M_A N_{A,y})}{\partial y} = -M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + \rho_A \frac{\partial u_y}{\partial y} + U_y \frac{\partial \rho_A}{\partial y}$$

$$\rightarrow \frac{\partial (M_A N_{A,z})}{\partial z} = -M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} + \rho_A \frac{\partial u_z}{\partial z} + U_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z}$$

از معادله ① و ارغاب و آنس میخایی:

$$-M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} - M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} - M_A D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} + \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = 0$$

$\xrightarrow{M_A}$ طرفین تقسیم بر $\frac{\rho_A}{M_A} \leftarrow$

$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \right)$$

قانون دوم فیک

Advection : حرکت سیال همراه با نفوذ مولکولی

$$c_A \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_x \frac{\partial c_A}{\partial x} + v_y \frac{\partial c_A}{\partial y} + v_z \frac{\partial c_A}{\partial z} + \frac{\partial c_A}{\partial \theta} =$$

$$\rightarrow R_A + D_{AB} \left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \right)$$ ← (انتقال جرم) mass transfer

$$c_A \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial \theta} =$$

انتقال گرما ← $\frac{Q}{\rho c_p} + \frac{K}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$ ← (انتقال گرما) Heat transfer

Q: انتقال گرما یا میزان حرارت تولید شده ، $\alpha = \frac{K}{\rho c_p}$

اثبات اینکه ضریب نفوذ A در B = ضریب نفوذ B در A : $\{D_{AB} = D_{BA}\}$

$$N_A = -D_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial x} + (N_A + N_B) \frac{c_A}{c}$$

$$N_B = -D_{BA} \frac{\partial c_B}{\partial x} + (N_A + N_B) \frac{c_B}{c}$$

$$N_A+N_B = -D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial x} - D_{BA}\frac{\partial c_B}{\partial x} + (N_A+N_B)\frac{C_A+C_B}{C}$$

توضیحات اضافی: $C = C_A + C_B \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{نسبت به } x \text{ مشتق}} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial c_A}{\partial x} + \frac{\partial c_B}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial c_A}{\partial x} = -\frac{\partial c_B}{\partial x}$

$$\rightarrow -D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial x} - D_{BA}\frac{\partial c_B}{\partial x} = 0 \rightarrow -D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial x} - D_{BA}\left(-\frac{\partial c_A}{\partial x}\right) = 0$$

$$\rightarrow -D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial x} + D_{BA}\frac{\partial c_A}{\partial x} = 0 \rightarrow \underbrace{D_{AB} = D_{BA}}$$

ضریب نفوذ B در A و ضریب نفوذ A در B برابرند

بررسی سرعت انتقال جرم در شرایط پایدار (Steady state): سیستم دوتایی (AB)

$$N_A = -D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial z} + (N_A+N_B)\frac{c_A}{c}$$

تغییر مستقل: z
تغییر وابسته: c_A

$$N_A - (N_A+N_B)\frac{c_A}{c} = -D_{AB}\frac{dc_A}{dz}$$

$$dz = \frac{-cD_{AB}}{cN_A-(N_A+N_B)c_A}dc_A \rightarrow \int_{z_1}^{z_2} dz = \int_{c_{A1}}^{c_{A2}} \frac{-cD_{AB}}{cN_A-(N_A+N_B)c_A}dc_A$$

$$\rightarrow \underbrace{z_2 - z_1}_{z} = -cD_{AB}\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} \frac{dc_A}{cN_A-(N_A+N_B)c_A}$$

ولایت مطلقه امام محمد باقر علیه السلام (۵۷ ه.ق) فارابی پژوهشی و تأمین اجتماعی

$$Z = -cD_{AB}\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} \left(\frac{-1}{N_A+N_B}\right)\frac{-(N_A+N_B)dc_A}{cN_A-(N_A+N_B)c_A}$$

$$Z = \frac{cD_{AB}}{(N_A+N_B)}\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} \frac{-(N_A+N_B)dc_A}{cN_A-(N_A+N_B)c_A}$$

$$Z = \frac{cD_{AB}}{N_A+N_B}\ln\frac{cN_A-(N_A+N_B)c_{A2}}{cN_A-(N_A+N_B)c_{A1}} \rightarrow Z = \frac{cD_{AB}}{N_A+N_B}\ln\frac{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A2}}{c}}{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A1}}{c}}$$

$$I = \frac{1}{N_A+N_B}\cdot\frac{cD_{AB}}{Z}\ln\frac{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A2}}{c}}{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A1}}{c}}$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B}\cdot\frac{cD_{AB}}{Z}\ln\cdot\frac{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A2}}{c}}{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{c_{A1}}{c}} \quad (I)$$

تمرین: معادله‌ی تغییرات غلظت c_A را با Z در شرایط نفوذ دوجزیی پایدار بدست آورید.

$$c_A = f(Z)$$

جواب در برگه‌ی بالایی

نکته: گاز

$CH_4 \rightarrow C + 2H_2$ (A → B)

$N_A = -\frac{1}{2} N_B$ یا $N_B = -2 N_A$

سرعت انتقال جرم در حالتهای ویژه:

(کلی) در حالت عادی:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \cdot \frac{cD_{AB}}{Z} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{c_{A2}}{c}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{c_{A1}}{c}}$$

در حالت خاص: $N_B = 0$ ← ترتیبات جانبی جزء ثابت نسبت

جذب گاز توسط مایع: absorption

جذب گاز توسط جامد: adsorption

$$\frac{N_A}{N_A+N_B} = 1 \rightarrow N_A = \frac{cD_{AB}}{Z} \ln \frac{1-\frac{c_{A2}}{c}}{1-\frac{c_{A1}}{c}}$$

$$N_A = \frac{cD_{AB}}{Z} \ln \frac{\frac{c-c_{A2}}{c_{B2}}}{\frac{c-c_{A1}}{c_{B1}}}$$

$c_{A1} + c_{B1} = c$ و $c_{A2} + c_{B2} = c$

$$c_{A1} - c_{A2} = c_{B2} - c_{B1} \rightarrow \frac{c_{A1}-c_{A2}}{c_{B2}-c_{B1}} = 1$$

$$N_A = \frac{cD_{AB}}{Z} \cdot \frac{c_{A1}-c_{A2}}{c_{B2}-c_{B1}} \ln \frac{c_{B2}}{c_{B1}}$$

$$N_A = \frac{cD_{AB}}{Z} \left(\frac{\ln \frac{c_{B2}}{c_{B1}}}{c_{B2}-c_{B1}} \right) (c_{A1}-c_{A2})$$

$c_{B,M}$ ← عکس متوسط لگاریتمی

$c_{B,M}$ متوسط لگاریتمی c_{B1} و c_{B2} است:

$$c_{B,M} = \frac{c_{B2}-c_{B1}}{\ln c_{B2} - \ln c_{B1}}$$

سرعت انتقال جرم در حالت‌های ویژه:

اما همان معادله‌ی تعادلی صفحه‌ی قبلی ← $N_A = \frac{cD_{AB}}{Z c_{B,M}} (c_{A1} - c_{A2})$

برای گازها:

$c_A = \frac{\bar{P}_A}{RT}$ ، $PV = nRT$ ، برای کل گاز: $P = cRT$

فشار جزئی A: $\bar{P}_A = c_A RT \rightarrow c_A = \frac{\bar{P}_A}{RT}$

رابطه I برای گازها:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \frac{D_{AB} P_t}{RTZ} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{\bar{P}_{A2}}{RT}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{\bar{P}_{A1}}{RT}} \frac{\frac{P_t}{RT}}{\frac{P_t}{RT}}$$

تیر

۱۳۸۶ JULY
۵ رجب ۱۴۲۸ 2007

تعطیل

* در ابتدا ابایدازرابطه‌ی (I)، NA را برای گازها بدست می‌آوریم سپس NB = ۰ را برای گازها بدست می‌آوریم

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \cdot \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{\bar{P}_{A2}}{P_t}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{\bar{P}_{A1}}{P_t}}$$

برای $N_B = 0$: بر حسب فشار جزیی گازها ← مثل مرحله‌ی قبلی بر $N_B = 0$ عمل می‌کنیم

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{zRT} \ln \frac{1-\frac{\bar{P}_{A2}}{P_t}}{1-\frac{\bar{P}_{A1}}{P_t}} \rightarrow N_A = \frac{D_{AB}P_t}{zRT} \ln \frac{\bar{P}_{B2}}{\bar{P}_{B1}}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{P}_{A1}+\bar{P}_{B1} &= P_t \\ \bar{P}_{A2}+\bar{P}_{B2} &= P_t \end{aligned}\right\} \rightarrow \bar{P}_{A1}-\bar{P}_{A2} = \bar{P}_{B2}-\bar{P}_{B1}$$

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \frac{\bar{P}_{A1}-\bar{P}_{A2}}{\bar{P}_{B2}-\bar{P}_{B1}} \ln \frac{\bar{P}_{B2}}{\bar{P}_{B1}}$$

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \underbrace{\frac{\ln \frac{\bar{P}_{B2}}{\bar{P}_{B1}}}{\bar{P}_{B2}-\bar{P}_{B1}}}_{\text{عکس متوسط لگاریتمی}} (\bar{P}_{A1}-\bar{P}_{A2})$$

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTz\,\bar{P}_{B,M}} (\bar{P}_{A1}-\bar{P}_{A2})$$

نفوذ یا بخار A از درون جسم B

می‌دانیم:

$$\begin{cases} \frac{C_{A1}}{C} = x_{A1} \leftarrow \text{برای مایعات} \rightarrow \frac{C_{A2}}{C} = x_{A2} \\ \frac{C_{A1}}{C} = y_{A1} \leftarrow \text{برای گازها} \rightarrow \frac{C_{A2}}{C} = y_{A2} \end{cases}$$

برای مایعات:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \frac{CD_{AB}}{z} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - x_{A2}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - x_{A1}}$$

برای گازها:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - y_{A2}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - y_{A1}}$$

در حالت $N_B = 0$:

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTz} \ln \frac{y_{B2}}{y_{B1}} \quad , \quad \frac{y_{A1}-y_{A2}}{y_{B2}-y_{B1}} = 1$$

برای گازها:

$$N_A = \frac{D_{AB}P_t}{RTz\,P_{B,M}} (P_{A1}-P_{A2})$$

$$P_{B,M} = \frac{P_{B_2}-P_{B_1}}{\ln(P_{B_2}/P_{B_1})}$$

برای مایعات:

$$N_A = \frac{D_{AB}\,C}{z\,x_{B,M}} (x_{A1}-x_{A2})$$

$C \rightarrow (\frac{\rho}{m})_{average}$

$$D_{AM} = \frac{1}{y_B/D_{AB} + y_C/D_{A,C}}$$

$$x_A = \frac{c_A}{c} = \frac{n_A}{\sum n} \quad , \quad X_A = \frac{c_A}{c_B} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{x_A}{1-x_A}$$

✓ در حالت خاص : $N_A = -N_B$: برای گازها :

$$N_A = -D_{AB}\frac{dc_A}{dz} + x_A(N_A + N_B)$$

$$N_A = -D_{AB}\frac{dc_A}{dz} \quad , \quad c_A = \frac{\bar{P}_A}{RT} \text{ یا } c_A = cy_A = \frac{P_t}{RT}y_A$$

$$N_A = -D_{AB}\frac{d\bar{P}_A}{RTdz} \rightarrow dz = \frac{-D_{AB}}{N_A RT}d\bar{P}_A$$

$$z = \frac{D_{AB}}{N_A RT}(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2}) \rightarrow N_A = \frac{D_{AB}}{RTz}(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2})$$

$N_A = \frac{D_{AB}}{z}(c_{A1} - c_{A2})$ ← برای c و مایعات و گازهای قابل استفاده است

$N_A = \frac{D_{AB}}{z}\left(\frac{\rho}{m}\right)_{ave}(x_{A1} - x_{A2})$ ← برای مایعات استفاده می‌شود

✓ نفوذ در مخلوط‌های چند جزیی در حالت پایا :

n جزء ← 2 جزء

$CH_4 \rightarrow C$
$O_2 \rightarrow B$
$C_2H_6 \rightarrow A$

$$\frac{1}{D_{Am}} = \frac{\sum_{i=A}^{n}\frac{1}{D_{Ai}}(y_i N_A - y_A N_i)}{N_A - y_A\sum_{i=A}^{n} N_i}$$

D_{Am} ← ماکسول استفان

$$\rightarrow D_{Am} = \frac{N_A - y_A\sum_{i=A}^{n} N_i}{\sum_{i=A}^{n}\frac{1}{D_i}(y_i N_A - N_i y_A)}$$

بدازای $i=B=C=\cdots$ صفری شود

بدازای $i=A$ کلاً صفری شود

اگر $N_B = N_C = \cdots = 0$ یا شد یعنی فقط N_A داشتیم فرمول به شکل زیر در می‌آید :

$$\sum N_i = N_A \rightarrow D_{Am} = \frac{N_A(1-y_A)}{N_A\sum_{i=B}^{n}\frac{1}{D_{Ai}}(y_i)}$$

چونکه اگر همه‌ها N_A شوند همه‌ها صفری شوند

$$\rightarrow D_{Am} = \frac{1}{\sum_{i=B}^{n}\frac{\frac{y_i}{1-y_A}}{D_{Ai}}}$$ ← y_i'

جزء مولی در شرایطی که A در نظر گرفته شود $= \frac{1}{\sum_{i=B}^{n}\frac{y_i'}{D_{Ai}}}$ ← در شرایطی که N_A داریم و بقیه N_iها صفرند