

# مدیریت تولید

دکتر علیرضا عامریان

گردآورنده: امین دانشی



# به فاع يزوروا وانا و نورا



## سرفصل‌ها :

فصل اول : مفاهیم تولید، تصمیم‌گیری و انواع آن [ اطمینان کامل، عدم اطمینان کامل و مخاطره (ریسک) ] ..... ۴

فصل دوم : تجزیه تحلیل نقطه سر به سر - نقطه بی تفاوتی ..... ۲۳

فصل سوم : کنترل موجودی (مدل EOQ) ..... ۴۷

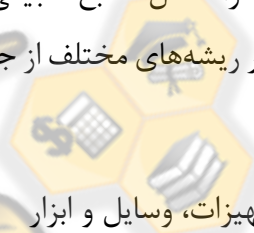


## فصل اول

### مفاهیم تولید، تصمیم‌گیری و انواع آن [ اطمینان کامل، عدم اطمینان کامل و مخاطره (ریسک) ]

**مفاهیم تولید:** تولید در لغت به معنای ایجاد کردن، ساختن، درست کردن، آفریدن و بوجود آوردن است و از لحاظ فنی یا تخصصی به معنای ایجاد تغییر در عوامل تولید و تبدیل آن‌ها به محصول (کالا یا خدمات) به منظور رفع احتیاجات بشر می‌باشد.

**عوامل تولید:** بطور کلی منظور از عوامل تولید، منابعی هستند که برای تولید از آنها استفاده می‌شود. اقتصاددانان عوامل تولید را شامل منابع طبیعی (زمین)، سرمایه (پول)، کار (نیروی انسانی)، و مدیریت (توان کارآفرینی) می‌باشد اما در ریشه‌های مختلف از جمله مدیریت تولید، عوامل تولید بصورت زیر طبقه‌بندی می‌شوند:



۱. نیروی انسانی
۲. ماشین‌آلات، تجهیزات، وسایل و ابزار
۳. مواد تولیدی و ادوات
۴. شیوه، روش، فناوری و تکنولوژی
۵. مدیریت

**تکنولوژی چیست؟** تکنولوژی مجموعه‌ای از فعالیت‌ها، ابزارها و دانش‌هاست که برای عرضه خدمت یا ساخت کالا بکار می‌رود.

#### انواع تکنولوژی:

۱. تکنولوژی دستی (کاربر ۱۰۰٪)
۲. مکانیزه ناقص (کاربر ۸۰٪ - سرمایه بر ۲۰٪)
۳. مکانیزه کامل (سرمایه‌بر ۸۰٪ - کاربر ۲۰٪)
۴. خودکار (سرمایه بر ۱۰۰٪)

## سیستم (سامانه) تولید :

سیستم یا نظام تولید عبارت است از مجموعه‌ای که در یک سازمان صنعتی به منظور تهیه و ایجاد محصولات مختلف دایر شده است. اجزای این مجموعه عبارتند از :

۱. **ورودی‌ها :** که از آن‌ها بعنوان درون‌داد، داده یا نهاده یاد می‌شود، عوامل تولیداند.
۲. **پردازش (فرآیند تبدیل) :** که برای تغییر شکل مواد تولیدی به محصولات تولیدی استفاده می‌شود.
۳. **خروجی‌ها :** از آن‌ها بعنوان برون‌داد، ستانده یا ستاده یاد می‌شود که به خروجی یک سیستم تولیدی، محصولات (کالا یا خدمات) گفته می‌شود.

**مدیریت تولید :** به مجموعه فعالیت‌های برنامه‌ریزی، سازمان‌دهی، هدایت و نظارت عملیات سیستم تولیدی، مدیریت تولید می‌گویند.

## تصمیم‌گیری و انواع آن :

**تصمیم‌گیری :** یعنی فرآیند انتخاب مهمترین راه‌حل از میان راه‌حل‌های ممکن.

## مراحل فرآیند تصمیم‌گیری :

۱. تعریف مسئله
۲. شناسایی راه‌حل‌ها
۳. ارزیابی راه‌حل‌ها
۴. انتخاب راه‌حل بهینه

## شرایط تصمیم‌گیری :

۱. تصمیم‌گیری در شرایط اطمینان کامل
۲. تصمیم‌گیری در شرایط مخاطره (ریسک)
۳. تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان کامل

که هرچه از موقعیت ۱ به موقعیت ۳ حرکت کنیم آگاهی اطلاعات کم می‌شود و ابهام افزایش می‌یابد.

## ۱. تصمیم‌گیری در شرایط اطمینان کامل :

این مدل تصمیم‌گیری زمانی بکار می‌رود که متغیرهای تأثیرگذار موجود در مدل ثابت فرض شوند (در این شرایط متغیر غیر قابل کنترل وجود ندارد) که در قالب مدل منفعت - هزینه مطرح می‌شود.

### پیش‌بینی منفعت - هزینه حاصل از تولید یا فروش یک کالا :

با استفاده از این مدل می‌توانیم درباره عملی بودن یک پروژه تصمیم‌گیری کنیم، یا اینکه از بین چند پروژه تولیدی پیشنهادی، پروژه بهینه را انتخاب کنیم؛ در این راستا لازم است برخی مفاهیم تعریف گردد و در ادامه روابط (فرمول‌های) مورد استفاده در این مدل ارائه شوند.

**هزینه :** همانطور که می‌دانیم به قیمت عوامل تولید، هزینه گفته می‌شود که برخی از این هزینه‌ها، ثابت و برخی دیگر متغیر هستند.

**درآمد :** به کلیه عوایدی که از یک محصول بدست می‌آید درآمد گفته می‌شود. همانطور که می‌دانیم به ما به تفاوت درآمد با هزینه، سود یا زیان گفته می‌شود.

با توجه به مدل منفعت - هزینه برای محاسبه منفعت حاصل از تولید یا فروش یک کالا، روابط زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند :

$$\left\{ \begin{array}{l} M = P - V \\ N = - F + MS \end{array} \right.$$

M : منفعت یک کالا

P : قیمت کالا

V : هزینه متغیر کالا

F : هزینه ثابت

S : فروش یا تولید

۱. اطلاعات زیر برای فروش یک کالا طی یک دوره معین می‌باشد. عملی بودن این پروژه را با استفاده از مدل

منفعت - هزینه بررسی کنید :

هزینه ثابت تولید ۵,۰۰۰,۰۰۰

مجموع درآمد حاصل از فروش ۱۶,۰۰۰,۰۰۰

هزینه متغیر تولید ۷۵٪ قیمت فروش آن است.

$$M = P - V$$

$$M = P - ۷۵\% P = ۲۵\% P$$

$$N = -F + MS$$

$$N = -۵,۰۰۰,۰۰۰ + (۱۶,۰۰۰,۰۰۰ \times ۲۵\%)$$

$$N = -۱,۰۰۰,۰۰۰$$

از آنجایی که منفعت حاصل از این پروژه منفی شده این پروژه عملی نیست.

۲. با توجه به مثال قبل با فرض اینکه میزان درآمد کل ۲۴,۰۰۰,۰۰۰ باشد، با استفاده از مدل منفعت - هزینه

تعیین کنید آیا اجرای این پروژه عملی است؟

$$N = -F + MS$$

$$N = -۵,۰۰۰,۰۰۰ + (۲۴,۰۰۰,۰۰۰ \times ۲۵\%)$$

$$N = ۱,۰۰۰,۰۰۰$$

۳. هزینه‌های متغیر شرکت آلفا ۳۰٪ مبلغ فروش می‌باشد، اگر هزینه‌های ثابت این شرکت ۳۸۰,۰۰۰ واحد باشد، با فرض بر اینکه برای تولید محصول جدید مقدار تولید ۱۰,۰۰۰ واحد و قیمت هر واحد محصول ۵۰,۰۰۰ واحد پولی باشد نسبت به عملی بودن پروژه جدید بررسی‌های لازم را انجام دهید :

$$M = P - V$$

$$M = 50,000 - (30\% \times 50,000) = 35,000$$

$$N = -F + MS$$

$$N = -380,000 + (35,000 \times 10,000) = 349,620,000$$

۴. اگر برای تولید یک کالا هزینه‌های ثابت ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه‌های متغیر ۱۰۰ واحد پولی و قیمت فروش هر واحد ۲ برابر هزینه متغیر آن باشد با توجه به مدل منفعت - هزینه مشخص نمایید که میزان تولید چقدر باشد، تا تصمیم گیرنده اقدام به تولید نماید؟

$$M = P - V$$

$$M = 200 - 100 = 100$$

$$N = -F + MS$$

$$0 = -100,000 + 100 X$$

$$100,000 = 100 X$$

$$X = 1,000$$



۵. به منظور تولید یک کالا دو طرح با مشخصات زیر وجود دارد :

	طرح ۲	طرح ۱
F	۲۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰
V	۲۰۰	۱۵۰
P	۲۵۰	۲۵۰

با استفاده از مدل منفعت - هزینه، پروژه بهینه را مشخص کنید :

برای حل اینگونه سوالات که بحث انتخاب در میان است، ابتدا باید توابع  $N$  برای دو طرح را تشکیل دهیم و آن ها را مساوی هم قرار دهیم تا نقطه بی تفاوتی آنها (محل برخورد دو تابع) مشخص شود؛ سپس می توانیم با توجه به شکل توابع ترسیم شده گزینه بهینه را مشخص کنیم.

$$M = P - V$$

$$M_1 = 250 - 150 = 100$$

$$N = -F + MS$$

$$N_1 = -50,000 + 100S$$

$$M = P - V$$

$$M_2 = 250 - 200 = 50$$

$$N = -F + MS$$

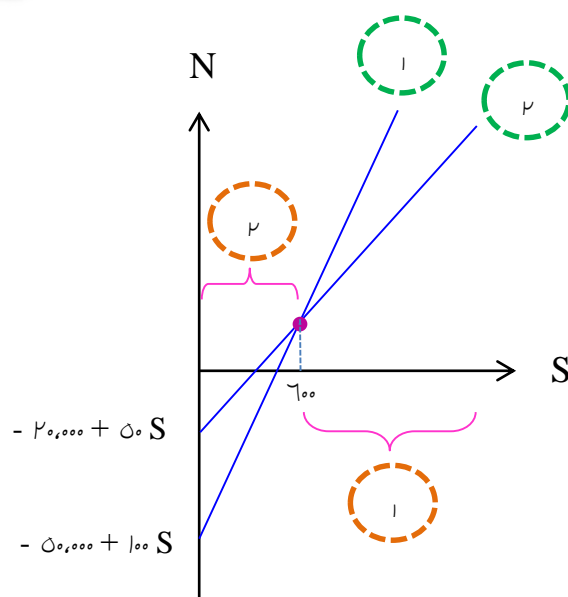
$$N_2 = -20,000 + 50S$$

$$N_1 = N_2$$

$$-50,000 + 100S = -20,000 + 50S$$

$$50S = 30,000$$

$$S = 600$$



اگر میزان تولید از صفر تا ۶۰۰ باشد، طرح ۲ بهینه است؛ چون سود آن بیشتر است (فقط آن بالاتر است). اگر میزان تولید دقیقاً ۶۰۰ باشد هر دو طرح بهینه هستند؛ چون سود آن دو طرح با هم برابر هستند (نقطه بی تفاوتی). اگر میزان تولید از ۶۰۰ بیشتر باشد، طرح ۱ بهینه است؛ چون سود آن بیشتر است (فقط آن بالاتر است).

۶. برای تولید کالایی دو طرح مدنظر هستند که مشخصات آن بشرح زیر است :

### طرح اول :

هزینه ثابت : ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی

هزینه متغیر : ۳۰۰ واحد پولی

قیمت فروش : ۵۰۰ واحد پولی

### طرح دوم :

هزینه ثابت : ۴۰,۰۰۰ واحد پولی

هزینه متغیر : ۴۰۰ واحد پولی

قیمت فروش : ۵۰۰ واحد پولی

با استفاده از مدل منفعت - هزینه، پروژه بهینه را مشخص کنید :

$$M = P - V$$

$$M_1 = 500 - 300 = 200$$

$$N = -F + MS$$

$$N_1 = -100,000 + 200 S$$

$$M = P - V$$

$$M_2 = 500 - 400 = 100$$

$$N = -F + MS$$

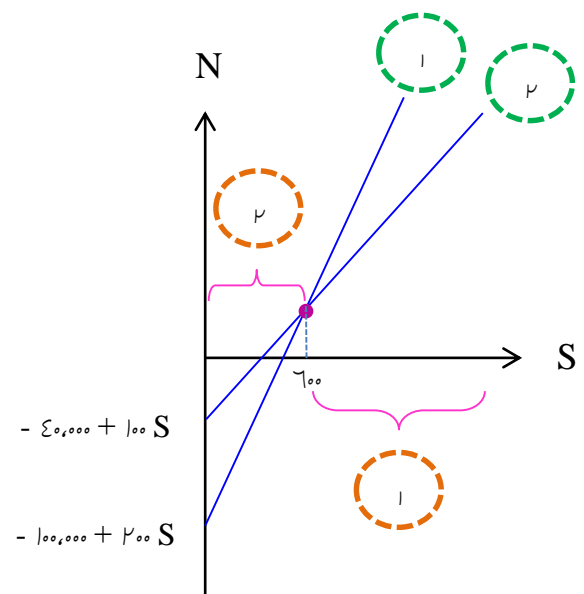
$$N_2 = -40,000 + 100 S$$

$$N_1 = N_2$$

$$-100,000 + 200 S = -40,000 + 100 S$$

$$100 S = 60,000$$

$$S = 600$$



۷. یک شرکت برای تولید یک محصول می‌تواند از دو طرح پیشنهادی یکی را اجرا کند. طرح اول دارای هزینه ثابتی معادل ۹۹,۰۰۰ واحد پولی بوده که هزینه متغیر هر واحد محصول ۳٪ هزینه ثابت آن و قیمت فروش برای این محصول ۳,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد. طرح دوم دارای هزینه ثابتی معادل ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه متغیر ۳,۰۰۰ واحد پولی و قیمت فروش به مبلغ ۳۰۰ واحد پولی از هزینه متغیر آن بیشتر است. لطفاً با استفاده از مدل منفعت - هزینه مشخص کنید که در چه محدوده‌ای از تولید کدام طرح بهتر است.

$$99,000 \times 3\% = 2,970$$

$$M = P - V$$

$$M_1 = 3,000 - 2,970 = 30$$

$$N = -F + MS$$

$$N_1 = -99,000 + 300S$$

$$M = P - V$$

$$M_2 = 3,000 - 3,000 = 0$$

$$N = -F + MS$$

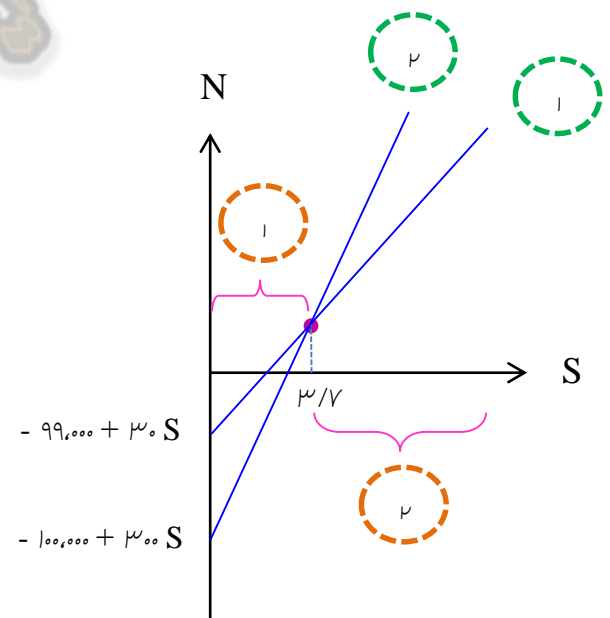
$$N_2 = -100,000 + 300S$$

$$N_1 = N_2$$

$$-99,000 + 300S = -100,000 + 300S$$

$$300S = 1,000$$

$$S = 3/7$$



## ۲. تصمیم‌گیری در شرایط مخاطره (ریسک) :

این نوع تصمیم‌گیری برای زمانی است که در مسئله تعدادی متغیر قابل کنترل و تعدادی متغیر غیرقابل کنترل وجود دارد. بعبارت دیگر اگرچه اطلاعات بطور کامل وجود ندارد، اما احتمال وقوع آن مشخص است. در این شرایط می‌توان با استفاده از مدل ارزش پولی مورد انتظار (EMV) تصمیم گرفت.

### مدل ارزش پولی مورد انتظار (EMV) :

برای تصمیم‌گیری بوسیله مدل (EMV) کافی است ارزش مورد نظر که در آمار به آن  $E(x)$  گفته می‌شود را محاسبه نماییم، که با استفاده از فرمول زیر صورت می‌گیرد :

$$EMV = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

که در این رابطه منظور از  $x_i$  مقدار متغیر مورد نظر و منظور از  $p_i$  احتمال وقوع آن است.

۷. شرکتی برای تولید محصولی جدید می‌تواند یکی از سه فرآیند زیر را بکار گیرد. میزان تقاضا برای این محصول در آینده مشخص نمی‌باشد. اما احتمال وقوع هر یک از حالات تقاضای کم، تقاضای متوسط و تقاضای زیاد مشخص است. اگر میزان سود پیش‌بینی شده از بکارگیری هر یک از فرآیندها مطابق جدول زیر باشد، لطفاً بهترین گزینه را انتخاب کنید :

	کم ۰/۵	متوسط ۰/۳	زیاد ۰/۲
A	۱۰	۱۸	۱۲
B	۱۴	۹	۵
C	۴	۱۰	۱۷

$$EMV = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

$$EMV_A = (10 \times 0.5) + (18 \times 0.3) + (12 \times 0.2) = 12.8$$

$$EMV_B = (14 \times 0.5) + (9 \times 0.3) + (5 \times 0.2) = 10.7$$

$$EMV_C = (8 \times 0.5) + (10 \times 0.3) + (17 \times 0.2) = 11.4$$

فرآیند تولیدی A بهینه است، زیرا سود بیشتری ایجاد می‌کند.

۸. سرمایه‌گذاری مایل است از بین سه گزینه حساب پس‌انداز، سهام پرریسک و سهام کم‌ریسک گزینه‌ای را برای سرمایه‌گذاری به مبلغ ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی انتخاب کند. او حالات مختلف طبیعت را به وضعیت‌های رونق بازار، ثبات بازار و رکود بازار تقسیم بندی نموده که احتمال وقوع هر یک از این حالات بشرح زیر است. اگر بازده وی بصورت جدول زیر باشد، لطفاً گزینه بهینه را برای سرمایه‌گذاری وی معرفی کنید :

	رونق ۰/۳	ثبات ۰/۵	رکود ۰/۲
حساب پس‌انداز	۱۰۰	۸۰	۱۲۰
سهام پرریسک	۶۰	۱۵۰	۹۰
سهام کم‌ریسک	۱۶۰	۱۰۰	۸۰

$$EMV = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

$$EMV_A = (100 \times 0/3) + (10 \times 0/5) + (120 \times 0/2) = 94$$

$$EMV_B = (70 \times 0/3) + (150 \times 0/5) + (90 \times 0/2) = 111$$

$$EMV_C = (160 \times 0/3) + (100 \times 0/5) + (10 \times 0/2) = 114$$

فرآیند تولیدی C بهینه است، زیرا سود بیشتری ایجاد می‌کند.

### ۳. تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان کامل :

این نوع تصمیم‌گیری برای زمانی است که در مسئله متغیرهای غیرقابل کنترل وجود دارد و اطلاعاتی از گذشته در دسترس نیست. همچنین احتمال وقوع نتایج نیز مشخص نمی‌باشد. در این شرایط مسائل تصمیم‌گیری معمولاً قابل تبدیل به معادلات ریاضی نبوده و اتفاقاً باید از ماتریس تصمیم‌گیری برای حل مسائل استفاده شود. نکته قابل توجه آن است که با استفاده از هر یک از تکنیک‌ها یا معیارهای تصمیم‌گیری می‌توان گزینه بهینه را تا حدودی مشخص نمود که البته اعتبار هر کدام از این تکنیک‌ها از نظر بهتر بودن یا بدتر بودن به نظر تصمیم‌گیرنده بستگی دارد که در ادامه با هر یک از این تکنیک‌ها بیشتر آشنا خواهیم شد.

#### ۱. تکنیک بدبینی (حداکثر حداقل‌ها) :

در این تکنیک این طور فرض می‌شود که برای راه‌حل‌های مختلف بدترین نتیجه حاصل خواهد شد. بنابراین باید بعنوان اصلی بهترین گزینه را از میان بدترین نتایج انتخاب نمود. روش پیدا کردن بهترین گزینه براساس این معیار آن است که ابتدا حداقل هر سطر را مشخص نموده و در ستونی با عنوان حداقل سطر یادداشت می‌کنیم و در نهایت بیشترین عدد آن ستون را شناسایی کرده و گزینه متناظر با آن را بعنوان گزینه بهینه می‌پذیریم.

شرکتی برای تولید محصول جدیدی می‌تواند از هر یک از فرآیندهای A یا B یا C استفاده کند. میزان تقاضا برای این محصول در آینده مشخص نیست؛ اما سطح تقاضا می‌تواند به صورت کم، متوسط یا زیاد باشد. میزان سود سالیانه برای ترکیب هر فرآیند و هر سطح تقاضا در جدول زیر آمده است. مطلوب است انتخاب بهترین گزینه به کمک معیار بدبینی :

میزان تقاضا	کم	متوسط	زیاد	
۷۰,۰۰۰	۷۰,۰۰۰	۱۲۰,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰	A
۸۰,۰۰۰	۸۰,۰۰۰	۱۲۰,۰۰۰	۱۸۰,۰۰۰	B
۱۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۱۲۵,۰۰۰	۱۶۰,۰۰۰	C

## ۲. تکنیک خوش‌بینی (حداکثر حداکثرها) :

این شیوه تصمیم‌گیری بهترین گزینه را از بین بهترین نتایج مدنظر قرار می‌دهد. روش تصمیم‌گیری به این صورت است که ابتدا حداکثر هر سطر را مشخص نموده و در ستونی با عنوان حداکثر سطر یادداشت می‌کنیم؛ از بین اعداد آن ستون بیشترین را انتخاب نموده؛ گزینه متناظر با آن را بعنوان گزینه بهینه در نظر می‌گیریم.

حداکثر سطر
۲۰۰,۰۰۰
۱۸۰,۰۰۰
۱۶۰,۰۰۰

### ۳. تکنیک ضریب خوش بینی (واقع گرایی):

اساس این تکنیک آن است که تصمیم گیرنده منطقی نه کاملاً خوش بین است نه کاملاً بدبین؛ بنابراین باید بین خوش بینی و بدبینی تعادل برقرار کند که این کار بوسیله ضریب خوش بینی که آن را با  $\alpha$  نشان می دهند و مقداری بین صفر و یک دارد، انجام می دهد. چنانچه  $\alpha = 1$  باشد، تصمیم گیرنده کاملاً خوش بین و چنانچه  $\alpha = 0$  باشد تصمیم گیرنده کاملاً بدبین می باشد. برای محاسبه معیار واقع گرایی هر گزینه از رابطه زیر استفاده می شود:

$$( \text{حداقل سطر} ) ( 1 - \alpha ) + ( \text{حداکثر سطر} ) \alpha = \text{معیار واقع گرایی}$$

با استفاده از مثال قبل اگر  $\alpha = 0.7$  باشد، گزینه بهینه را مشخص کنید:

واقع گرایی

---

$$( 0.7 \times 200,000 ) + ( 0.3 \times 70,000 ) = 171,000$$

$$( 0.7 \times 180,000 ) + ( 0.3 \times 80,000 ) = 150,000$$

$$( 0.7 \times 160,000 ) + ( 0.3 \times 100,000 ) = 142,000$$

### ۴. تکنیک ارزش مورد انتظار با احتمال یکسان:

این معیار شانس حالات مختلف طبیعی را یکسان در نظر می گیرد؛ بنابراین گزینه ای را بعنوان گزینه بهینه معرفی می کند که متوسط آن از بقیه بیشتر باشد. برای محاسبه گزینه بهینه در این روش کافی است متوسط هر سطر را محاسبه نموده و در نهایت گزینه ای که بیشترین میانگین را دارد بعنوان گزینه بهینه انتخاب کنیم.

میانگین

---

$$( 70,000 + 120,000 + 200,000 ) \div 3 = 130,000$$

$$( 80,000 + 120,000 + 180,000 ) \div 3 = 126,667$$

$$( 100,000 + 120,000 + 160,000 ) \div 3 = 126,667$$



## ۵. تکنیک فرصت از دست رفته :

منظور از فرصت از دست رفته تفاوت بهترین گزینه با گزینه انتخاب شده است. برای انتخاب بهترین گزینه در این روش ابتدا باید ماتریس هزینه فرصت از دست رفته تشکیل شود سپس ستون حداکثر سطر براساس آن ماتریس ایجاد شود، و در نهایت کمترین عدد در آن ستون مشخص کننده گزینه بهینه است.

حداکثر سطر	ماتریس هزینه فرصت از دست رفته			
۳۰,۰۰۰	۰	۵,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	A
۲۰,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۵,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	B
۴۰,۰۰۰	۴۰,۰۰۰	۰	۰	C

۹. مدیر یک شرکت خدماتی مجبور است از بین سه برنامه تبلیغاتی زیر یکی را انتخاب کند. حالت‌های مختلف بازار می‌تواند ترقی، تنزل یا ثبات باشد. جدول بازده این شرکت در صورت انتخاب هر برنامه تبلیغاتی تحت شرایط مختلف بازار بشرح زیر است. با استفاده از معیارهای رایج در شرایط عدم اطمینان چنانچه  $\alpha = 0/55$  باشد، گزینه بهینه را براساس هر یک از معیارها مشخص کنید :

درآنگر سطر	ماتریس هزینه فرصت از دست رفته			میانگین		واقع‌گرایی		درآنگر سطر	مراقب سطر	ثبات	تنزل	ترقی
۱۳	۱۳	۱	۰	A	$۶/۶ = ۲/۱$	$۶/۶ = ۲/۱$	$(۰/۵۵ \times ۰/۰) + (۶/۵۵ \times ۰/۰)$	۶	-۱	-۱	۶	۳
۸	۸	۲	۰	B	$۳ = ۳ \div (۱ + ۰ + ۳)$	$۳ = ۳ \div (۱ + ۰ + ۳)$	$(۱/۳ \times ۰/۰) + (۰/۳ \times ۰/۰)$	۵	۳	۴	۵	۳
۷	۰	۰	۷	C	$۰ = ۰ \div (۱ + ۱ + ۳)$	$۰ = ۰ \div (۱ + ۱ + ۳)$	$(۷/۳ \times ۰/۰) + (۰/۳ \times ۰/۰)$	۱۲	-۴	۱۲	۷	-۴



۱۰. کشاورزی می‌خواهد در مورد کشت بهاره خود تصمیم بگیرد که یکی از ۴ محصول زیر را کشت کند. میزان سود او به میزان بارندگی بستگی دارد که البته احتمال آن نیز مشخص نیست. اگر جدول سود وی برای هر محصول در شرایط بارندگی به صورت جدول زیر باشد، اولاً مشخص نمایید این تصمیم‌گیری در چه شرایطی صورت می‌پذیرد؟ ثانیاً محصول بهینه را جهت کشت با استفاده از هر یک از معیارهای تصمیم‌گیری در شرایط مورد نظر مشخص نمایید: ( $\alpha = 0.6$ )



مداخله سطر	ماتریس هزینه فرست از دست رفته		میانگین	واقع گرایی		مداخله سطر	مداخله سطر	زیاد	متوسط	کم	
۱۲,۵۰۰	۱۲,۵۰۰	۰	۵۰۰	$(۴,۰۰۰ \times ۰/۶) + (-۵,۰۰۰ \times ۰/۴) = ۴۰۰$	۴,۰۰۰	-۵,۰۰۰	۲,۵۰۰	-۵,۰۰۰	۲,۵۰۰	۴,۰۰۰	گندم
۱۰,۰۰۰	۱۰,۰۰۰	۵۰۰	۸۳۳	$(۳,۰۰۰ \times ۰/۶) + (-۲,۵۰۰ \times ۰/۴) = ۱۰۰$	۳,۰۰۰	-۲,۵۰۰	۲,۰۰۰	-۲,۵۰۰	۲,۰۰۰	۳,۰۰۰	ذرت
۷,۵۰۰	۷,۵۰۰	۱۵۰۰	۱,۰۰۰	$(۲,۰۰۰ \times ۰/۶) + (۱,۰۰۰ \times ۰/۴) = ۱۲۰۰$	۲,۰۰۰	۰	۰	۱,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	چای
۲,۵۰۰	۰	۱۵۰۰	۳,۳۳۳	$(۷,۵۰۰ \times ۰/۶) + (۱,۰۰۰ \times ۰/۴) = ۴,۹۰۰$	۷,۵۰۰	۷,۵۰۰	۷,۵۰۰	۷,۵۰۰	۱,۰۰۰	۱,۵۰۰	برنج



۱۱. یک موسسه توزیعی که دارای فروشگاه‌های زنجیره‌ای است در نظر دارد فروشگاه جدیدی را تأسیس کند. این فروشگاه می‌تواند در یکی از محل‌های ۵ گانه احداث شود که اطلاعات مربوط به میزان سود آن با توجه به جمعیت منطقه در جدول زیر آمده است. لطفاً مشخص نمایید که این تصمیم‌گیری تحت چه شرایطی انجام می‌شود و بهترین محل را با استفاده از معیارهای رایج در این تصمیم‌گیری مشخص نمایید: ( $\alpha = 0/55$ )

\* این تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان کامل می‌باشد زیرا در ماتریس تصمیم‌گیری، احتمال توزیع جمعیت مشخص نشده است. در ضمن از آنجایی که در اطلاعات سوال  $\alpha$  را داده می‌دانیم که  $\alpha$  در معیار ضریب فوش‌بینی که از تکنیک‌های تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان کامل است، استفاده می‌شود.



ماتریس هزینه فرصت از دست رفته	میانگین	واقع‌گرایی	مراکز سطر	مراکز سطر	سود جمعیت زیاد	سود جمعیت متوسط	سود کم جمعیت
۶۰	۲۱	$50 = (01 \times 03/0) + (00 \times 00/0)$	۵۵	۱۰	۲۰	۱۰	۵۵
۳۰	۷۰	$70 = (01 \times 03/0) + (07 \times 00/0)$	۱۰	۶۰	۷۰	۶۰	۸۰
۵۰	۵۰	$50 = (03 \times 03/0) + (01 \times 00/0)$	۶۰	۳۰	۵۰	۴۰	۶۰
۳۰	۶۳	$63 = (01 \times 03/0) + (011 \times 00/0)$	۱۱	۲۰	۶۰	۲۰	۱۱۰
۳۰	۶۶	$66 = (01 \times 03/0) + (06 \times 00/0)$	۹۰	۳۰	۸۰	۳۰	۹۰





## فصل دوم

### تجزیه تحلیل نقطه سر به سر - نقطه بی تفاوتی

تجزیه و تحلیل نقطه سر به سر :

نقطه سر به سر مدلی است که رابطه بین میزان تولید (حجم تولید) و هزینه و درآمد را مشخص می کند که در واقع بعنوان ابزاری برای تصمیم گیری مدیر مورد استفاده قرار می گیرد. در رابطه با نقطه سر به سر ابتدا لازم است برخی مفاهیم تشریح شود تا به درک بهتر آن کمک کند.

۱. درآمد کل : منظور از درآمد کل میزانی از فروش است که از کل محصولات حاصل می شود و برای محاسبه آن از رابطه زیر استفاده می شود :

$$TR = P \cdot Q$$

قیمت                      تعداد

۲. هزینه کل : به مجموع هزینه های تولید یک کالا گفته می شود که از جمع هزینه ثابت و هزینه متغیر حاصل می شود.

$$TC = FC + VC$$

هزینه ثابت                      هزینه متغیر

هزینه ثابت: هزینه‌ای است که ارتباطی با میزان تولید ندارد. مانند هزینه اجاره ساختمان.

هزینه متغیر: هزینه‌ای است که دقیقاً با میزان تولید ارتباط دارد؛ یعنی با افزایش یا کاهش تولید، افزایش یا کاهش می‌یابد مانند دستمزد.

### نحوه محاسبه هزینه متغیر برای هر واحد محصول:

در تحلیل نقطه سر به سر گاهی ممکن است هزینه ثابت و هزینه متغیر برای هر واحد محصول تفکیک نشده باشد؛ اما هزینه کل و سطح تولید معلوم باشد، در این صورت می‌توانیم با استفاده از رابطه زیر هزینه متغیر را برای هر واحد محصول مشخص کنیم:

$$V = \frac{TC_2 - TC_1}{Q_2 - Q_1}$$

هزینه متغیر

هر واحد

- منظور از  $TC_2$  هزینه کل بزرگتر و منظور از  $TC_1$  هزینه کل کوچکتر است.

- منظور از  $Q_2$  مقدار تولید بزرگتر و منظور از  $Q_1$  مقدار تولید کوچکتر است.

۱. هزینه کل برای تولید ۵۰ واحد از یک کالا ۵۰۰ واحد پولی و برای ۱۰۰ واحد از همان کالا برابر ۱۰۰۰ واحد پولی مطلوب است:

الف) هزینه متغیر برای هر واحد محصول

ب) هزینه متغیر برای ۱۰۰ واحد محصول

ج) هزینه ثابت برای ۵۰ واحد محصول

د) هزینه ثابت برای ۷۰ واحد محصول



$$V = \frac{TC_2 - TC_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{1000 - 500}{100 - 50} = \frac{500}{50} = 10 \quad (\text{الف})$$

$$100 \times 10 = 1000 \quad (\text{ب})$$

$$TC = FC + VC \quad (\text{ج})$$

$$500 = FC + (10 \times 50)$$

$$FC = 500 - 500$$

$$FC = 0$$

(د) همانطور که از تعریف هزینه ثابت مشخص است، در همه سطوح تولید ثابت است. وقتی ما در بند ج مشخص کردیم که هزینه ثابت صفر است، نتیجه می‌گیریم که در سطوح دیگر تولید نیز همان مقدار است و نیازی به مناسبه مجدد ندارد.

۲. اگر یک شرکت تولیدی برای تولید ۵۰۰ واحد از محصولی ۱۱,۰۰۰ واحد پولی هزینه کل داشته باشد و برای تولید ۳۲۰ واحد از همان محصول هزینه کل برابر ۷,۴۰۰ واحد پولی باشد، مطلوب است:

(الف) هزینه متغیر برای هر واحد محصول

(ب) هزینه متغیر برای ۵۰۰ واحد محصول

(ج) هزینه ثابت شرکت

$$V = \frac{TC_2 - TC_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{11000 - 7400}{500 - 320} = \frac{3600}{180} = 20 \quad (\text{الف})$$

$$500 \times 20 = 10,000 \quad (\text{ب})$$

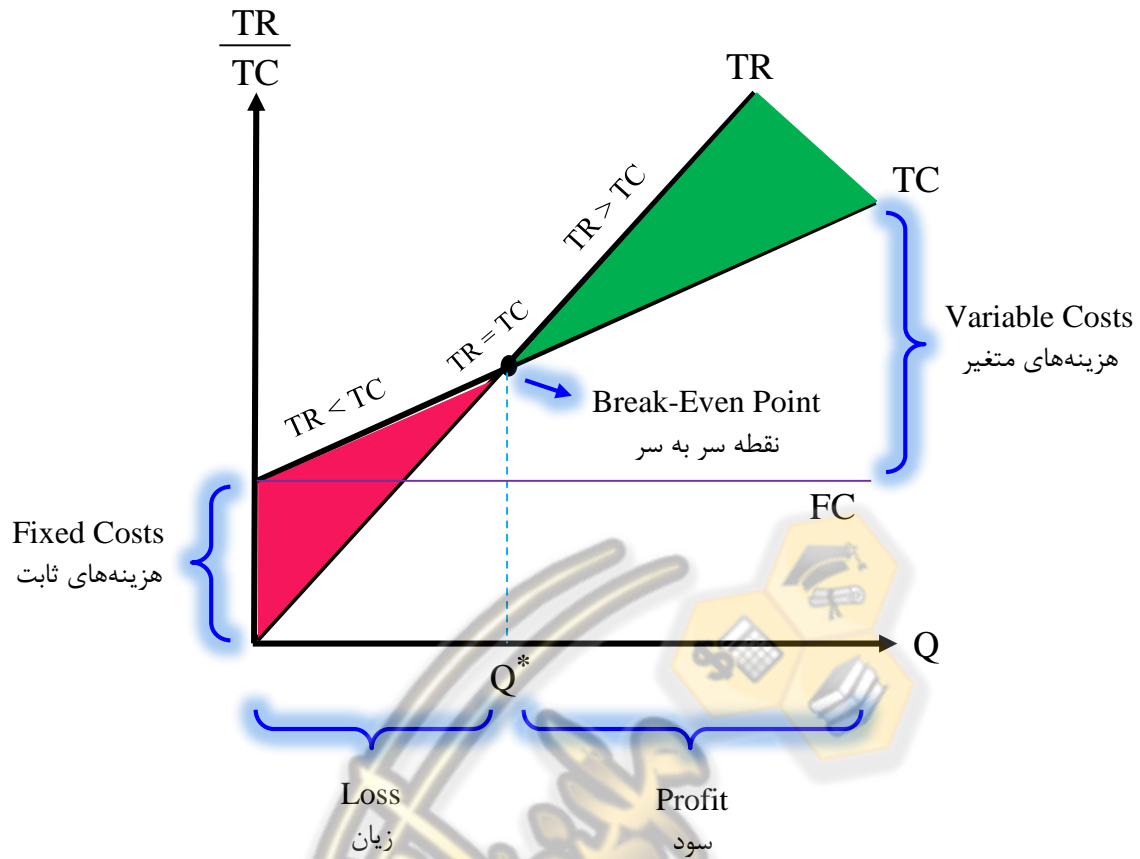
$$TC = FC + VC \quad (\text{ج})$$

$$11,000 = FC + 10,000$$

$$FC = 11,000 - 10,000$$

$$FC = 1,000$$

تجزیه و تحلیل خطی نقطه سر به سر :



در تجزیه و تحلیل نقطه سر به سر، محور افقی میزان تولید است که با  $Q$  نشان می‌دهیم و محور عمودی بیانگر درآمد کل ( $TR$ ) و هزینه کل ( $TC$ ) می‌باشد که به طور توأم نشان می‌دهیم. در تجزیه و تحلیل خطی نقطه سر به سر توابع درآمد و هزینه خطی هستند. جایی که این دو تابع (این دو خط) یکدیگر را قطع کنند بیانگر نقطه سر به سر است که در آن  $TR = TC$  است. قبل از نقطه سر به سر منحنی  $TC$  بالاتر واقع شده است؛ یعنی اینکه هزینه‌ها از درآمدها بیشتر است که به آن منطقه (ناحیه) زیان گفته می‌شود یعنی  $TR < TC$ . بعد از نقطه سر به سر وضعیت برعکس می‌شود یعنی منحنی  $TR$  بالاتر واقع می‌شود به این معنی که درآمدها از هزینه‌ها بیشتر است که به آن منطقه (ناحیه) سود گفته می‌شود یعنی  $TR > TC$ .

در بحث محاسبه نقطه سر به سر با دو مفهوم روبرو هستیم :

**مفهوم اول :** میزان یا تعداد تولید (فروش) در نقطه سر به سر

**مفهوم دوم :** مبلغ ریالی فروش در نقطه سر به سر

که هر کدام از این‌ها روابط جداگانه‌ای دارند :

**الف) محاسبه میزان (تعداد) (مقدار) تولید در نقطه سر به سر :**

$$Q^* = \frac{FC}{P - V}$$

تعداد فروش یا تولید

قیمت یک واحد در نقطه سر به

هزینه متغیر یک واحد

\* به مخرج این رابطه "حاشیه فروش" گفته می‌شود.

**ب) محاسبه مبلغ تولید یا فروش در نقطه سر به سر :**

$$S^* = \frac{FC}{1 - \frac{V}{P}}$$

\* به مخرج این رابطه "درصد حاشیه فروش" گفته می‌شود.

۳. شرکتی محصولی تولید می‌کند که بهای فروش هر واحد آن ۲,۰۰۰ واحد پولی، هزینه نیروی کار برای هر واحد آن ۵۰۰ واحد پولی و هزینه مواد اولیه برای هر واحد آن ۵۰۰ واحد پولی می‌باشد. اگر هزینه‌های ثابت ۲,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه نقطه سر به سر بر حسب واحد

ب) محاسبه نقطه سر به سر بر حسب قیمت

$$Q^* = \frac{FC}{P - V} = \frac{2,000,000}{2,000 - (500 + 500)} = \frac{2,000,000}{1,000} = 2,000 \quad \text{(الف)}$$

$$S^* = \frac{FC}{1 - \frac{V}{P}} = \frac{2,000,000}{1 - \frac{1,000}{2,000}} = \frac{2,000,000}{\frac{1}{2}} = 4,000,000 \quad \text{(ب)}$$

۴. در شرکتی هزینه ثابت عملیاتی ۲,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد و هزینه متغیر هر واحد ۱٪ هزینه ثابت عملیاتی است. اگر قیمت هر بسته ۴ تایی از این محصول ۱۰۰ واحد پولی باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه نقطه سر به سر بر حسب واحد

ب) محاسبه نقطه سر به سر بر حسب قیمت

$$P = 100 \div 4 = 25$$

$$V = 2,000 \times 1\% = 20$$

$$Q^* = \frac{FC}{P - V} = \frac{2,000}{25 - 20} = \frac{2,000}{5} = 400 \quad (\text{الف})$$

$$S^* = \frac{FC}{1 - \frac{V}{P}} = \frac{2,000}{1 - \frac{20}{25}} = \frac{2,000}{\frac{5}{25}} = 10,000 \quad (\text{ب})$$

۵. یک مؤسسه آموزشی از هر دانش‌پذیر ۱۵,۰۰۰ واحد پولی بابت ثبت نام دریافت می‌کند. کل هزینه متغیر برای هر دانش‌پذیر معادل ۱۲,۵۰۰ واحد پولی است. اگر کل هزینه ثابت این مؤسسه معادل ۵,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی باشد، لطفاً مشخص کنید این مؤسسه باید چند دانش‌پذیر ثبت نام کند تا زیان نکند؟

$$Q^* = \frac{FC}{P - V} = \frac{5,000,000}{15,000 - 12,500} = \frac{5,000,000}{2,500} = 2,000$$

### نقطه سر به سر چند محصول :

برای محاسبه نقطه سر به سر برای کارخانه‌ای که چند محصول را به طور همزمان تولید می‌کند، حتماً باید سهمیه وزنی کل را داشته باشیم. به این منظور باید سهمیه وزنی هر محصول را بدست آوریم تا از مجموع آنها سهمیه وزنی کل مشخص شود. روش کار به این صورت است که ابتدا باید درصد حاشیه فروش  $(1 - \frac{V}{P})$  برای هر محصول را داشته باشیم تا آن را در درصد فروش هر محصول ضرب کنیم تا در نهایت سهمیه وزنی برای هر محصول مشخص شود. در نهایت برای محاسبه نقطه سر به سر ریالی (قیمت) کل محصولات کارخانه به صورت یکجا از رابطه زیر استفاده می‌شود :

$$S^* = \frac{FC}{\text{مجموع سهمیه وزنی}}$$

۶. کارخانه‌ای سه محصول تولید می‌کند که هزینه ثابت کل کارخانه برابر ۵۰,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد، اگر اطلاعات مربوط به درصد فروش و درصد حاشیه فروش به شرح جدول زیر باشد، مطلوب است : محاسبه نقطه سر به سر که بیانگر کل محصولات کارخانه باشد.

محصول	درصد فروش	درصد حاشیه فروش	سهمیه وزنی
A	۶۰٪	۲۵٪	۱۵٪
B	۲۰٪	۱۵٪	۳٪
C	۲۰٪	۳۰٪	۶٪
			$\sum = ۲۴٪$

$$S^* = \frac{FC}{\text{مجموع سهمیه وزنی}} = \frac{۵۰,۰۰۰,۰۰۰}{۲۴\%} = ۲۰,۸۳۳,۳۳۳ \text{ ریال}$$

۷. شرکتی سه نوع کالای مختلف تولید می‌کند. اطلاعات مربوط به آنها در جدول زیر آمده است. اگر هزینه ثابت شرکت برابر ۳۰,۰۰۰ واحد پولی باشد، مطلوب است: محاسبه نقطه سر به سر کل محصولات شرکت :

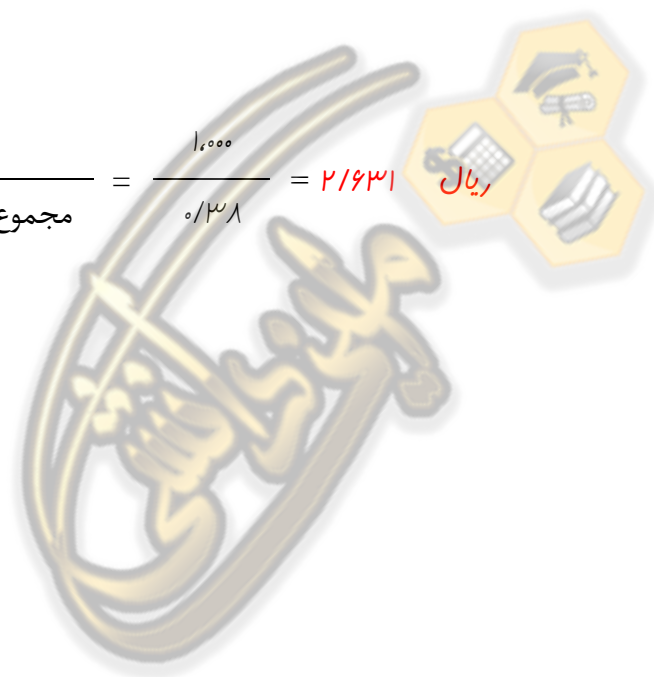
محصول	قیمت فروش	هزینه متغیر	درصد فروش	$1 - \frac{V}{P}$	سهامیه وزنی
A	۲۰,۰۰۰	۱۰,۰۰۰	۴۰٪	۵۰٪	۲۰٪
B	۱۵,۰۰۰	۷,۵۰۰	۴۰٪	۵۰٪	۲۰٪
C	۴۰,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۲۰٪	۵۰٪	۱۰٪
					$\Sigma = ۵۰٪$

$$S^* = \frac{FC}{\text{مجموع سهامیه وزنی}} = \frac{۳۰,۰۰۰}{۵۰\%} = ۶۰,۰۰۰ \text{ ریال}$$

۸. اطلاعات تولید دو محصول به شرح زیر است. با فرض اینکه هزینه ثابت ۱۰,۰۰۰ واحد پولی باشد، نقطه سر به سر کل کارخانه را محاسبه کنید :

محصول	P قیمت هر واحد	V هزینه هر واحد	نسبت فروش	درصد فروش	$1 - \frac{V}{P}$	سهمیه وزنی
A	۳۰	۱۵	۶	۰/۶	۰/۵	۰/۳
B	۴۰	۳۲	۴	۰/۴	۰/۲	۰/۸
			<u>۱۰</u>			$\Sigma = ۰/۳۸$

$$S^* = \frac{FC}{\text{مجموع سهمیه وزنی}} = \frac{۱۰,۰۰۰}{۰/۳۸} = ۲۶۳۱ \text{ ریال}$$





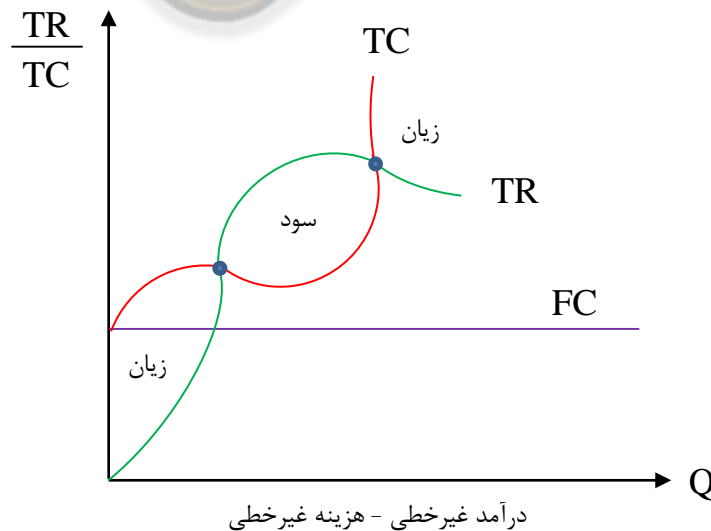
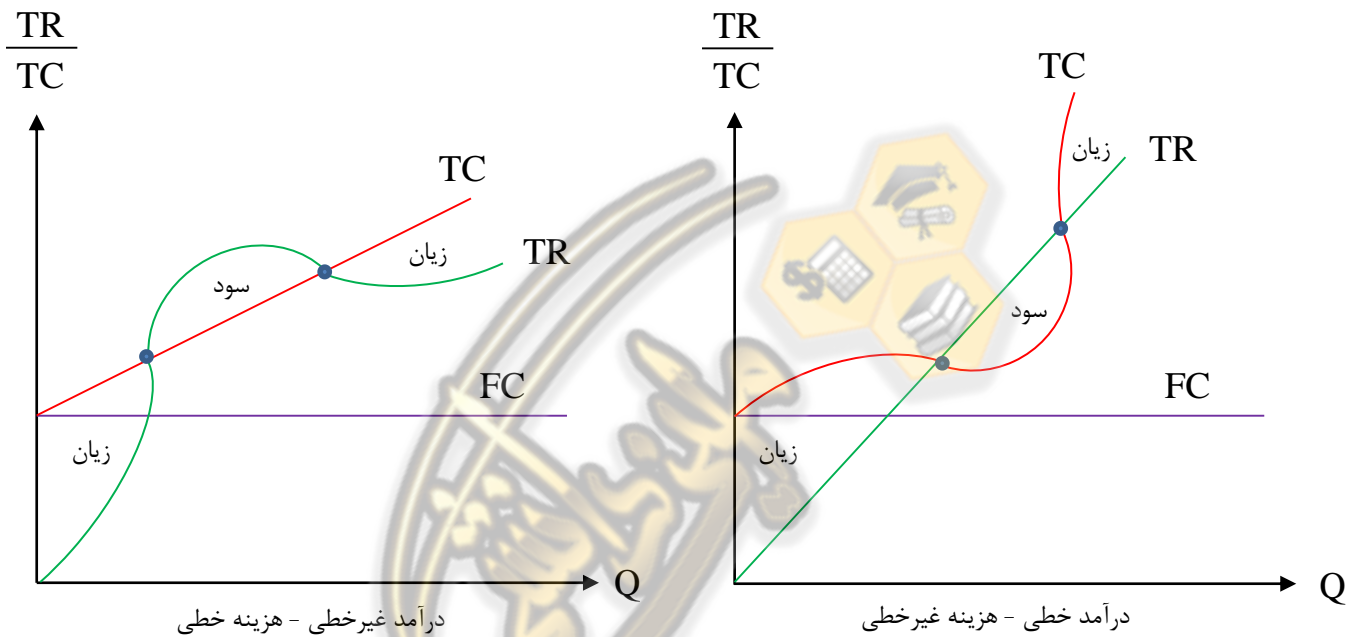
۹. شرکتی سه نوع محصول تولید می کند که اطلاعات مربوط به آنها در جدول زیر آمده است. اگر هزینه های ثابت شرکت ۴۰,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی باشد و سهم فروش هر محصول به نسبت ۴، ۴ و ۲ باشد، مطلوب است: محاسبه نقطه سر به سر کل شرکت.

محصول	قیمت فروش	هزینه متغیر	درصد فروش	$1 - \frac{V}{P}$	سهمیه وزنی
A	۳۰,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	$\frac{4}{10} = 0.4$	۵۰%	۰/۲
B	۱۵,۰۰۰	۸,۰۰۰	$\frac{4}{10} = 0.4$	۴۷%	۰/۱۸۸
C	۱۵,۰۰۰	۳,۰۰۰	$\frac{2}{10} = 0.2$	۸%	۰/۱۶
					$\Sigma = 0.548$

$$S^* = \frac{FC}{\text{مجموع سهمیه وزنی}} = \frac{40,000,000}{0.548} = 72,992,700 \text{ ریال}$$

## تجزیه و تحلیل غیرخطی نقطه سر به سر :

آنچه تاکنون درباره نقطه سر به سر گفته شد اشاره به خطی بودن رابطه درآمد و هزینه در یک مؤسسه تولیدی داشت. اما همیشه قرار نیست این رابطه خطی باشد، زیرا در دنیای واقعی ممکن است با افزایش تولید، قیمت محصولات کاهش یابد در نتیجه منحنی درآمد کل غیرخطی می‌شود؛ یا اینکه ممکن است با افزایش مصرف مواد اولیه، هزینه مواد اولیه بطور کلی افزایش نیابد؛ در آن صورت منحنی هزینه کل غیر خطی می‌شود که در این شرایط بحث غیرخطی بودن نقطه سر به سر مطرح می‌شود :



## محاسبه ی نقطه ی سر به سر غیر خطی :

با استفاده از تکنیک غیرخطی نقطه سر به سر قادر خواهیم بود میزان  $Q^*$  که بیانگر نقطه سر به سر است را محاسبه نماییم. برای این کار لازم است توابع درآمد کل (TR) و هزینه کل (TC) را با هم مساوی قرار دهیم و با حل آن، نقطه یا نقاط سر به سر را مشخص می‌نماییم. نکته قابل توجه آن است که در این مبحث می‌توانیم میزانی از تولید که حداکثر کننده سود است را نیز از طریق مشتق تابع سود بدست آوریم.

هزینه - درآمد = سود

$$\pi = TR - TC$$

۱۰. اگر تابع درآمد یک واحد تولیدی به صورت  $Q^2 - 2Q$  و تابع هزینه آن به صورت  $Q^2 - 4Q + 40$  باشد، مطلوب است : محاسبه نقطه سر به سر.

$$TC = TR$$

$$Q^2 - 4Q + 40 = Q^2 - 2Q$$

$$Q^2 - 4Q + 40 - Q^2 + 2Q = 0$$

$$-2Q = -40$$

$$Q = 20$$

اگر ۲۰ عدد تولید کند در نقطه سر به سر قرار دارد.

۱۱. یک شرکت تولیدی معادله هزینه خود را به صورت  $TC = Q^2 - 10Q + 225$  تعریف نموده است؛ چنانچه بهای فروش هر واحد کالا در این شرکت ۴۰ واحد پولی باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه نقطه ی سر به سر

ب) محاسبه میزان تولید حداکثرکننده سود

ج) محاسبه حداکثر مبلغ سود

$$TR = P \cdot Q$$

$$TC = TR$$

(الف)

$$Q^2 - 10Q + 225 = 40Q$$

$$TR = 40Q$$

$$Q^2 - 10Q + 225 - 40Q = 0$$

$$Q^2 - 50Q + 225 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -50 \quad c = 225$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1600$$

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-(-50) \pm \sqrt{1600}}{2(1)}$$

$$Q = 5$$

$$Q = 45$$

(ب)

$$\pi = TR - TC$$

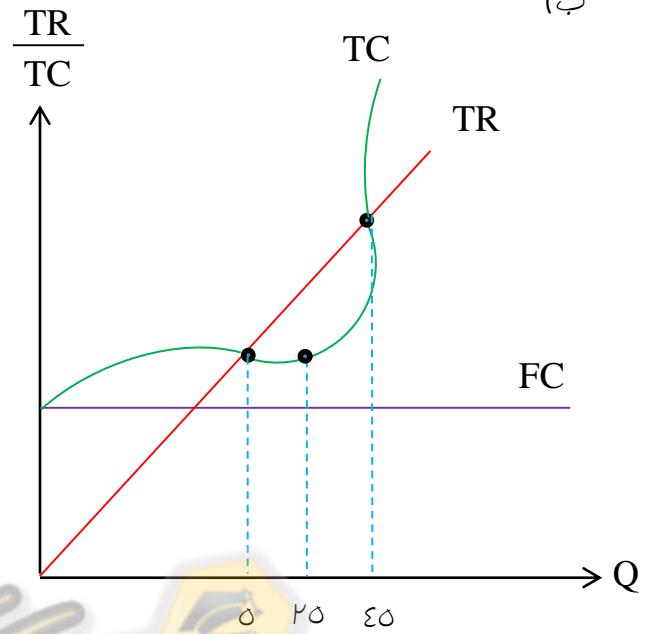
$$\pi = \varepsilon \cdot Q - (Q^2 - 1 \cdot Q + 225)$$

$$\pi = \varepsilon \cdot Q - Q^2 + 1 \cdot Q - 225 = 0$$

$$\pi = -Q^2 + 5 \cdot Q - 225 = 0$$

$$\pi = -2Q + 50 = 0$$

$$Q = 25$$



(ج) کافی است پاسخ بند ب که بیانگر میزان تولید حداکثرکننده سود است (۲۵) در تابع سود جایگذاری شود تا میزان حداکثر مبلغ سود مشخص شود.

$$\pi = - (25)^2 + 5 \cdot (25) - 225 = 400 \quad \text{واحد پولی}$$

۱۲. اگر تابع درآمد و هزینه شرکتی به صورت  $TR = 75Q - 25Q^2$  و  $TC = 25Q + 10$  تعریف شود،  
مطلوب است :

الف) محاسبه نقطه سر به سر

ب) محاسبه میزان تولید حداکثرکننده سود

ج) محاسبه حداکثر مبلغ سود

$$TR = TC$$

الف)

$$75Q - 25Q^2 = 25Q + 10$$

$$-25Q^2 + 50Q - 10 = 0$$

$$a = -25 \quad b = 50 \quad c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1500$$

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-(50) \pm \sqrt{1500}}{2(-25)}$$

$$Q = 178$$

$$Q = 0.22$$

$$\pi = TR - TC$$

(ب)

$$\pi = 70Q - 20Q^2 - (20Q + 10)$$

$$\pi = 70Q - 20Q^2 - 20Q - 10 = 0$$

$$\pi = -20Q^2 + 50Q - 10 = 0$$

$$\pi = -50Q + 50 = 0$$

$$Q = 1$$

$$\pi = -20(1)^2 + 50(1) - 10 = 15 \text{ واحد پولی}$$

(ج)



۱۳. یک کارخانه محصولات خود را به قیمت هر بسته ۱۰ تا ۵۰ واحد پولی به فروش می‌رساند. اگر تابع هزینه کل این کارخانه به صورت  $TC = x^2 - 25x + 100$  باشد، ضمن محاسبه نقطه سر به سر مشخص کنید حداکثر سودی که کارخانه کسب خواهد کرد چند واحد پولی است؟

$$TC = TR$$

$$x^2 - 25x + 100 = 5x$$

$$x^2 - 30x + 100 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -30 \quad c = 100$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 500$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-(-30) \pm \sqrt{500}}{2}$$

$$x = 26$$

$$x = 4$$

$$\pi = -(10)^2 + 30(10) - 100 = 125 \quad \text{واحد پولی}$$

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = 5x - (x^2 - 25x + 100)$$

$$\pi = -x^2 + 30x - 100$$

$$\pi = -x^2 + 30x$$

$$\pi = -x^2 = -30$$

$$x = 15$$



۱۴. اگر معادله قیمت یک شرکت به صورت  $P = 400 - 10X$  تعریف شده باشد و  $X$  نشان دهنده تعداد تولید انجام شده باشد و هزینه متغیر به ازای هر واحد تولید به شرح جدول زیر باشد و کل هزینه ثابت ۱,۰۰۰ واحد پولی باشد، لطفاً مشخص نمایید حداکثر سود در چه سقفی از تولید ایجاد می‌شود:

×	احتمال	۰/۳۰	۰/۳۵	۰/۱۵	۰/۲۰
	هزینه متغیر	۸۰	۸۶	۶۰	۶۵

$۲۴ + ۳۰ + ۹ + ۱۳ = ۷۶$

$$TR = P \cdot X$$

$$TC = FC + VC$$

$$TR = 400X - 10X^2$$

$$TC = 1,000 + 76X$$

$$TR = 400X - 10X^2$$

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = 400X - 10X^2 - (1,000 + 76X) = 0$$

$$\pi = 400X - 10X^2 - 1,000 - 76X = 0$$

$$\pi = -10X^2 + 324X - 1,000 = 0$$

$$\pi = -10X^2 + 324X = 0$$

$$\pi = 324 \div 10 = 19/2$$

## نقطه بی تفاوتی :

یکی از مباحث مطرح شده در تجزیه و تحلیل نقطه سر به سر بحث نقطه بی تفاوتی می باشد که در آن تصمیم گیرنده به دنبال آن است تا بداند سطح بهینه (مقرون به صرفه) استفاده از هر دستگاه (تکنولوژی) در بین چند دستگاه (تکنولوژی) را مشخص نماید. برای این کار کافی است توابع هزینه کل هر دستگاه یا تکنولوژی را مشخص نماییم و سپس آنها را ترسیم کنیم. برای محاسبه سطح تولید (Q) که بیانگر بی تفاوتی است و از روی شکل نیز قابل تشخیص است کافی است توابع هزینه قطع شده در آن نقطه را مساوی هم قرار دهیم.

۱۵. یک شرکت تولیدی می تواند از سیستم های تولید مکانیزه و اتوماتیک استفاده نماید. اگر اطلاعات مربوط به هزینه این سیستم های تولیدی به شرح جدول زیر باشد، لطفاً مشخص نمایید که استفاده از کدام سیستم تولیدی در چه سطحی از تولید بهینه است؟

شرح	هزینه ثابت هر واحد	هزینه متغیر هر واحد
۱ مکانیزه	۱۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۰
۲ اتوماتیک	۱۵,۰۰۰,۰۰۰	۱۰

$$TC = FC + VC$$

$$TC_1 = 10,000,000 + 20Q$$

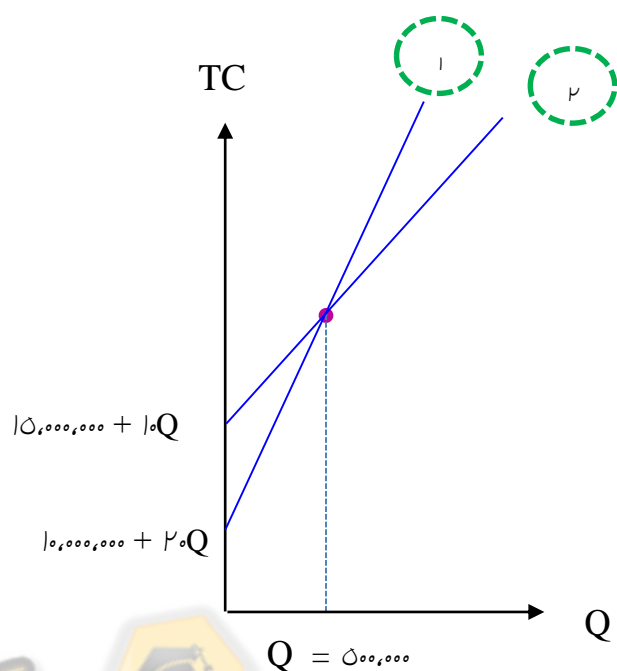
$$TC_2 = 15,000,000 + 10Q$$

$$TC_1 = TC_2$$

$$10,000,000 + 20Q = 15,000,000 + 10Q$$

$$Q = 500,000$$

اگر میزان تولید ۵۰۰,۰۰۰ باشد، در نقطه بی تفاوتی قرار می‌گیریم یعنی  $TC_1 = TC_2$  بنابراین فرقی نمی‌کند که از سیستم مکانیزه استفاده کنیم یا سیستم اتوماتیک زیرا هزینه استفاده از هر دو سیستم برابر است. اگر میزان تولید کمتر از ۵۰۰,۰۰۰ باشد، سیستم مکانیزه مقرون به صرفه است زیرا فقط هزینه کل آن پایین‌تر است یعنی هزینه آن نسبت به سیستم اتوماتیک کمتر است. اگر میزان تولید بیش از ۵۰۰,۰۰۰ باشد، سیستم اتوماتیک مقرون به صرفه است زیرا فقط هزینه آن پایین‌تر است.



۱۶. یک شرکت تولیدی می‌تواند سه نوع ماشین‌آلات جهت تولید یک کالا استفاده نماید؛ ماشین نوع اول تمام اتوماتیک و دارای هزینه ثابت معادل ۷۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه متغیر ۲ واحد پولی برای تولید هر واحد محصول است. ماشین نوع دوم نیمه‌اتوماتیک بوده که هزینه ثابت آن ۲۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه متغیر برای هر واحد محصول ۱۰ واحد پولی می‌باشد. ماشین نوع سوم تکنولوژی سنتی دارد و با هزینه ثابت ۱۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه متغیر برای هر واحد کالا ۲۰ واحد پولی است. لطفاً مشخص نمایید که با استفاده از هر ماشین در چه سطحی از تولید بهینه است؟

$$TC = FC + VC$$

$$TC_{\text{تمام اتوماتیک}} = 70,000 + 2Q$$

$$TC_{\text{نیمه اتوماتیک}} = 20,000 + 10Q$$

$$TC_{\text{سنتی}} = 10,000 + 20Q$$

$$A : \Rightarrow TC_{\text{نیمه اتوماتیک}} = TC_{\text{سنتی}}$$

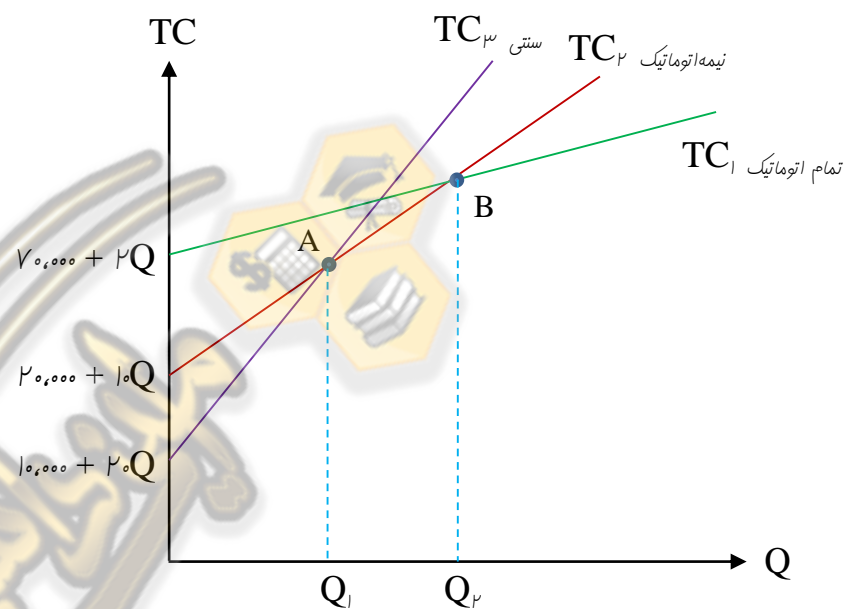
$$20,000 + 10Q = 10,000 + 20Q$$

$$Q = 1,000$$

$$B : \Rightarrow TC_{\text{تمام اتوماتیک}} = TC_{\text{نیمه اتوماتیک}}$$

$$70,000 + 2Q = 20,000 + 10Q$$

$$Q = 6,250$$



اگر میزان تولید بین ۰ تا ۱,۰۰۰ باشد، تکنولوژی سنتی بهینه است؛ زیرا منحنی  $TC_s$  در این محدوده از تولید پایین‌تر از بقیه است. اگر میزان تولید دقیقاً ۱,۰۰۰ باشد، در نقطه بی‌تفاوتی (نقطه A) بین تکنولوژی سنتی و نیمه‌اتوماتیک قرار داریم زیرا هزینه این دو تکنولوژی برابر است. اگر میزان تولید بین ۱,۰۰۰ تا ۶,۲۵۰ باشد، تکنولوژی نیمه‌اتوماتیک از بقیه بهتر است زیرا در این محدوده از تولید منحنی  $TC_2$  از بقیه پایین‌تر است. اگر میزان تولید دقیقاً ۶,۲۵۰ باشد در نقطه بی‌تفاوتی (نقطه B) بین تکنولوژی نیمه‌اتوماتیک و تمام اتوماتیک قرار داریم، زیرا هزینه این دو تکنولوژی با هم برابر است. اگر میزان تولید بیش از ۶,۲۵۰ باشد، تکنولوژی تمام اتوماتیک بهینه است؛ زیرا هزینه این تکنولوژی در این محدوده از تولید کمتر از بقیه است یعنی منحنی  $TC_1$  از این به بعد پایین‌تر از بقیه قرار می‌گیرد.

۱۷. اطلاعات زیر در مورد هزینه‌های ثابت و متغیر ۳ محل برای احداث کارخانه جدید در دسترس می‌باشد. لطفاً مشخص نمایید در چه نرخ از تولید هر یک از این اماکن برای تأسیس کارخانه مذکور بهینه است :

محل	هزینه ثابت	هزینه متغیر		
		مواد اولیه	نیروی کار	سربار
A	۲۰۰,۰۰۰	۰/۲	۰/۴	۰/۴
B	۱۸۰,۰۰۰	۰/۲۵	۰/۷۵	۰/۷۵
C	۱۷۰,۰۰۰	۱	۱	۱

$$TC = FC + VC$$

$$TC_1 = 200,000 + Q$$

$$TC_2 = 180,000 + 1/75Q$$

$$TC_3 = 170,000 + 3Q$$

$$TC_1 = TC_2$$

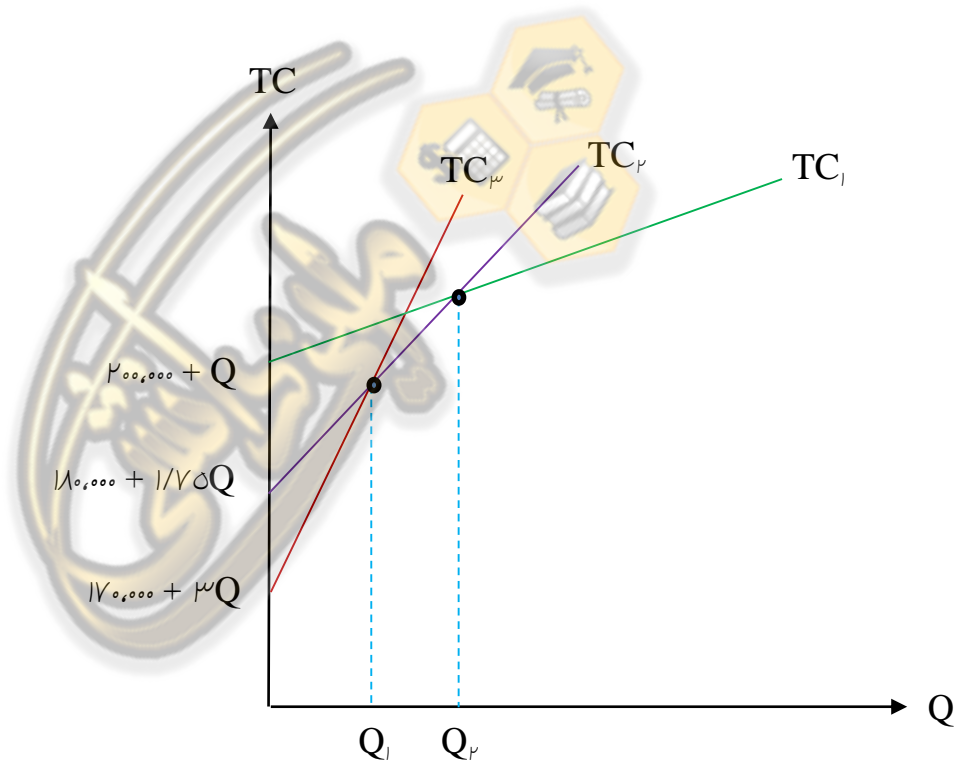
$$200,000 + Q = 180,000 + 1/75Q$$

$$Q = 26,666$$

$$TC_2 = TC_3$$

$$180,000 + 1/75Q = 170,000 + 3Q$$

$$Q = 1,000$$



۱۸. فرض کنید به همراه مسئول خرید یک شرکت تولیدی به عنوان مشاور به یک سفر کاری رفته‌اید. تمامی امور مربوط به تصمیم‌گیری جهت خرید به شما واگذار شده است. برای خرید یک کالای خاص می‌توانید از یکی از اماکن ۳گانه با اطلاعات زیر خرید کنید. کدام یک از این اماکن را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟

مکان ۳	مکان ۲	مکان ۱	شرح
۴۰۰	۴۲۰	۳۵۰	هزینه استفاده از امکانات
۶۰	۸۰	۵۰	هزینه رفت و آمد
۴	۳	۶	هزینه خرید و حمل تا شرکت برای هر واحد

} FC  
 --- VC

$$TC = FC + VC$$

$$TC_1 = 400 + 6Q$$

$$TC_2 = 500 + 3Q$$

$$TC_3 = 420 + 4Q$$

$$TC_1 = TC_2$$

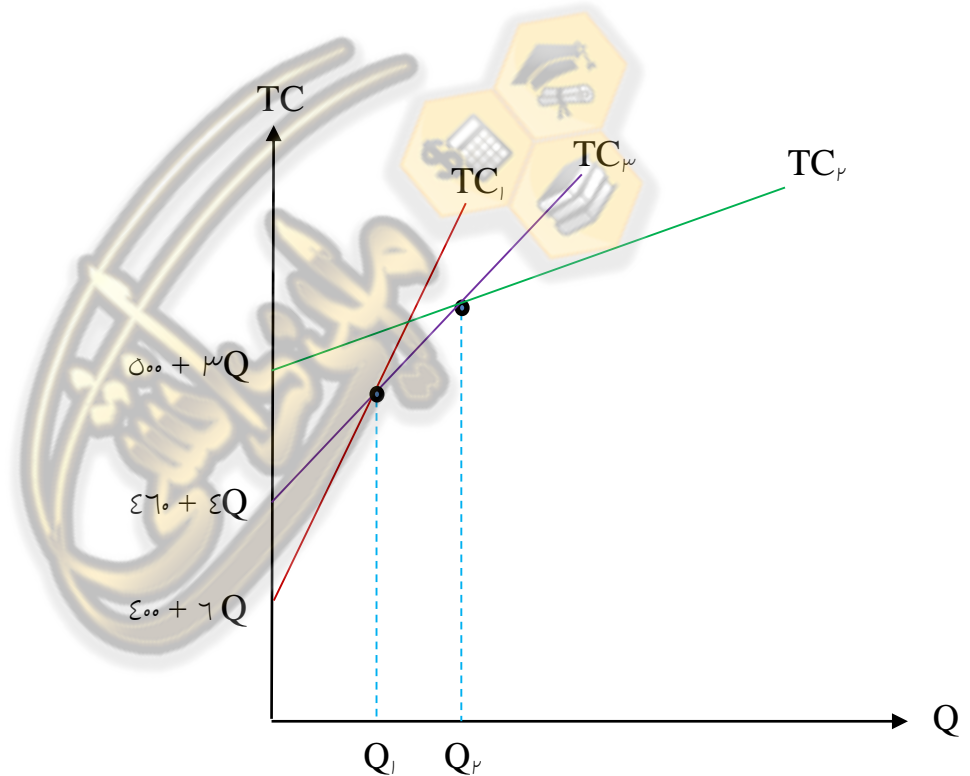
$$400 + 6Q = 500 + 3Q$$

$$Q = 33.33$$

$$TC_2 = TC_3$$

$$500 + 3Q = 420 + 4Q$$

$$Q = 80$$





## فصل سوم

### کنترل موجودی (مدل EOQ)

مدل‌های ریاضی کنترل موجودی جهت کنترل میزان موجودی و کمک به شخص تصمیم‌گیرنده در جهت تعیین مناسب‌ترین سطح موجودی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل که یکی از مهم‌ترین مدل‌های ریاضی است برای تجزیه و تحلیل مشکلات موجود در حوزه انبارداری کاربرد دارد و علت توجه به مسائل انبارداری آن است که گاهی اوقات موجودی انبار برای بسیاری از سازمان‌ها رقم عمده‌ای در ترازنامه آن سازمان را تشکیل می‌دهد که عدم توجه به آن می‌تواند منجر به انحلال سازمان گردد. زیرا اگر تولیدکننده در ذخیره اموال با کمبود مواجه شود ناچار است تولید را متوقف کرده و از این بابت زیان قابل توجهی می‌کند و از طرف دیگر اگر مازاد بر نیاز، موجودی داشته باشد مستلزم صرف هزینه‌هاست که بابت نگهداری مازاد موجودی پرداخت می‌شود بنابراین کنترل موجودی در انبار به عنوان یکی از وظایف اصلی مدیریت اموال است که دلایل آن عبارتند از :

۱. در مواردی که انتقال کالا از مبدأ به مصرف‌کننده زمان‌بر باشد و تقاضای مصرف‌کننده باید به موقع پاسخ داده شود. به طور مثال اگر انتقال کالا از انبار به خرده‌فروشی یک هفته زمان ببرد لازم است متوسط مصرف خرده‌فروشی در انبار نگهداری شود.

۲. وقتی که مقدار بیشتری کالا نسبت به آنچه نیاز است، تولید و خریداری شود؛ زیرا تولید و خریداری به صورت یکجا بصره است و گاهی مشمول تخفیف می‌شود.

۳. در مواردی که تقاضا برای یک کالا متغیر و فصلی باشد که از طریق نگهداری موجودی تغییرات تقاضا پوشش داده می‌شود.

۴. در مواردی که سطوح متغیری از موجودی احتیاج است تا مقادیر خواسته شده توسط مصرف‌کننده قابل پاسخ‌گویی باشد؛ در واقع علاوه بر موجودی انبار به یک ذخیره ایمنی نیز احتیاج است تا تغییرات غیرمعمول بیش از حد تقاضا قابل پاسخ‌گویی باشد.

بنابراین به دلایل فوق یکی از وظایف مدیریت انبار، کنترل موجودی است که میزان موجودی از مقدار مشخصی کمتر یا بیشتر نشود.

## روش‌های تعیین موجودی انبار :

۱. تعیین نقطه سفارش و میزان سفارش
۲. تعیین حداقل موجودی (ذخیره احتیاطی)
۳. تعیین حداکثر موجودی

**تعیین نقطه سفارش و میزان سفارش :** نقطه سفارش عبارتست از میزانی از کالا که وقتی موجودی انبار به آن مقدار رسید باید سفارش خرید برای تأمین موجودی صادر شود. برای محاسبه نقطه سفارش مجدد از رابطه زیر استفاده می‌شود :

ذخیره احتیاطی + (مدت تهیه کالا  $\times$  متوسط مصرف) = نقطه سفارش

همچنین میزان سفارش عبارتست از تعدادی کالا که در هر بار سفارش باید درخواست شود. برای محاسبه میزان سفارش از رابطه زیر استفاده می‌شود :

فاصله زمانی دو سفارش  $\times$  متوسط مصرف = میزان سفارش



۱. در یک شرکت تولیدی فاصله زمانی دو سفارش ۸ ماه است. اگر مدت تهیه کالا ۲ ماه طول بکشد و متوسط مصرف ماهانه برابر با ذخیره احتیاطی یعنی ۴۰ واحد کالا باشد مطلوب است :

الف) محاسبه نقطه سفارش

ب) محاسبه میزان سفارش

الف) ذخیره احتیاطی + (مدت تهیه کالا × متوسط مصرف) = نقطه سفارش

$$نقطه سفارش = ( ۴۰ \times ۲ ) + ۴۰ = ۱۲۰$$

ب) فاصله زمانی دو سفارش × متوسط مصرف = میزان سفارش

$$میزان سفارش = ۴۰ \times ۱ = ۳۲۰$$

عذر ۱۲۰ یعنی اینکه وقتی موجودی کالا به ۱۲۰ رسید باید سفارش صادر شود و عذر ۳۲۰ یعنی اینکه باید به میزان ۳۲۰ واحد کالا سفارش داده شود.

۲. اگر متوسط مصرف روزانه کالایی ۲۰۰ واحد باشد و ذخیره احتیاطی ۱/۵ برابر آن در نظر گرفته شود برای ۵ روز انتظار، نقطه سفارش را پیدا کنید.

ذخیره احتیاطی + (مدت تهیه کالا × متوسط مصرف) = نقطه سفارش

$$نقطه سفارش = ( ۲۰۰ \times ۵ ) + ۳۰۰ = ۱۳۰۰$$

۳. یک کارخانه تلویزیون سازی سالانه ۲۰۰ روز فعالیت می کند که به ۸,۰۰۰ دستگاه لامپ تصویر نیاز دارد؛ اگر زمان لازم برای تهیه سفارش لامپ تصویر ۳ روز و ذخیره احتیاطی نیز ۵۰ دستگاه لامپ تصویر در نظر گرفته شود، با توجه به اینکه فاصله زمانی بین دو سفارش یک ماه می باشد، مطلوب است :

الف) محاسبه نقطه سفارش

ب) محاسبه میزان سفارش

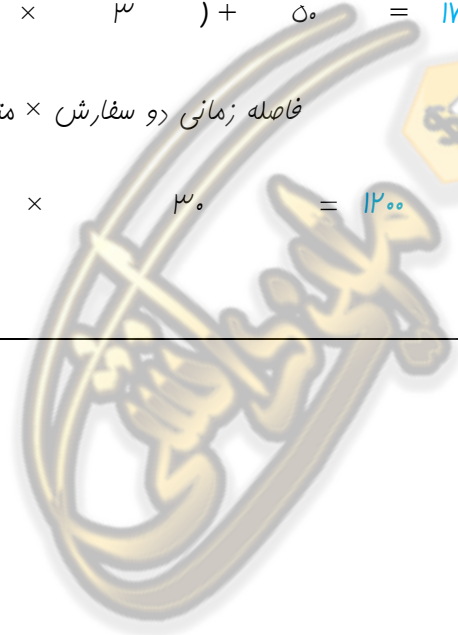
$$\frac{۸,۰۰۰}{۲۰۰} = ۴۰$$

الف) ذخیره احتیاطی + (مدت تهیه کالا × متوسط مصرف) = نقطه سفارش

$$۱۷۰ = ۵۰ + (۳ \times ۴۰) = \text{نقطه سفارش}$$

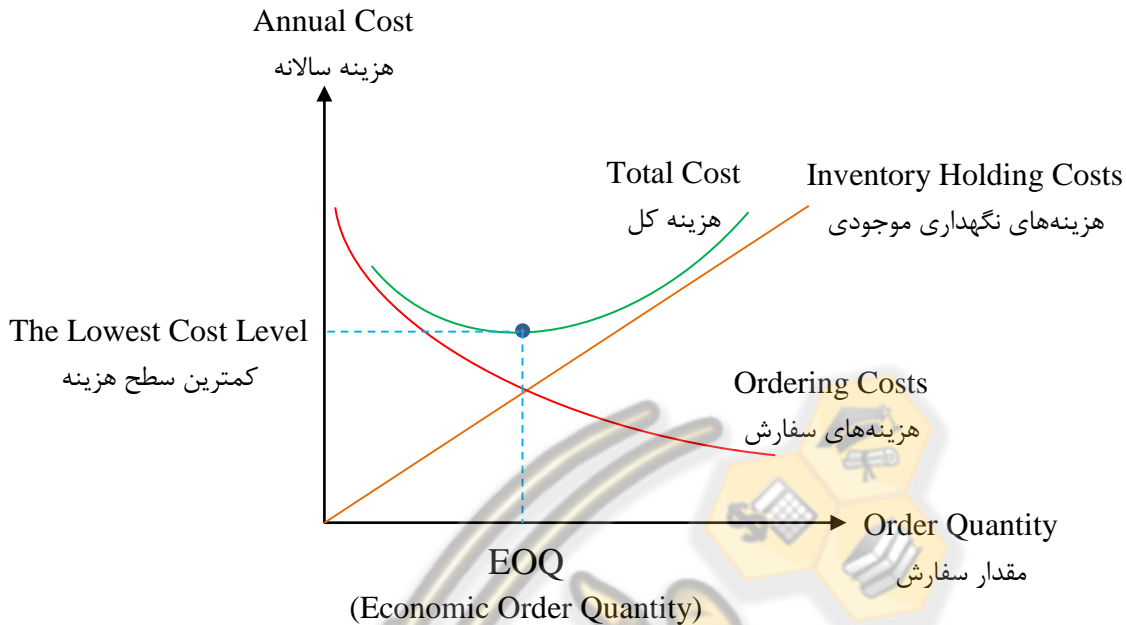
ب) فاصله زمانی دو سفارش × متوسط مصرف = میزان سفارش

$$۱۲۰۰ = ۳۰ \times ۴۰ = \text{میزان سفارش}$$



## سیستم کنترل موجودی و مدل اقتصادی ترین مقدار سفارش (EOQ) :

در این سیستم تلاش بر آن است که مقدار سفارش در هر نقطه به گونه‌ای باشد که کل هزینه‌های سفارش حداقل گردد.



نکته قابل توجه آن است که در این مدل هزینه‌های سفارش و نگهداری بررسی می‌شوند که از مجموع آن‌ها، هزینه کل به دست می‌آید. برای محاسبه هزینه سفارش از رابطه زیر استفاده می‌شود :

$$\text{هزینه سفارش} = \frac{D}{Q} \cdot C_o$$

تقاضا (نیاز)  $\rightarrow$   $D$   $\rightarrow$  هزینه  $\rightarrow$   $C_o$   $\rightarrow$  سفارش  $\rightarrow$   $Q$   $\rightarrow$  مقدار

همچنین برای محاسبه هزینه نگهداری از رابطه زیر استفاده می‌شود :

$$\text{هزینه نگهداری} = \frac{Q}{2} \cdot C_h$$

$\rightarrow$  نگهداری  $\rightarrow$   $C_h$

در نتیجه برای محاسبه هزینه کل از رابطه زیر استفاده می‌شود:

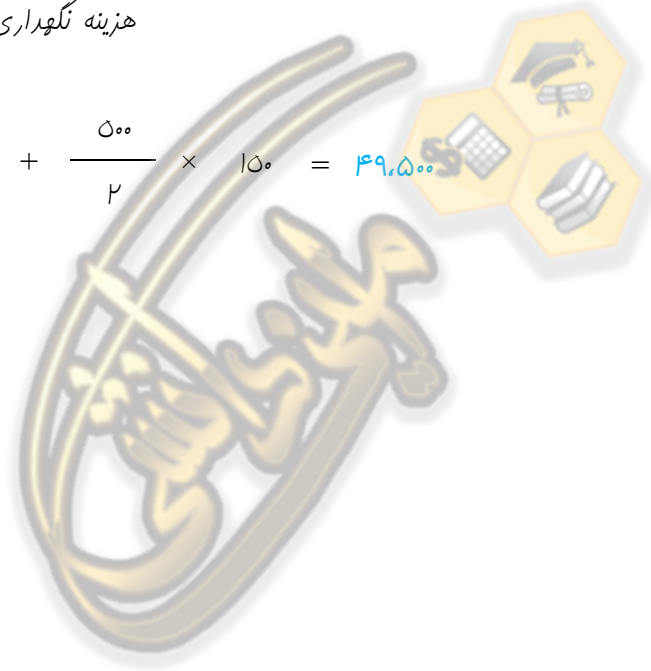
$$\text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} = \text{هزینه کل}$$

---

۴. چنانچه میزان نیاز سالانه از کالایی ۶۰,۰۰۰ واحد و میزان سفارش در هر مرتبه ۵۰۰ واحد و هزینه هر بار سفارش ۱۰۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۵۰ واحد پولی باشد، کل هزینه این کالا را به دست آورید.

$$\text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} = \text{هزینه کل}$$

$$= \frac{60,000}{500} \times 100 + \frac{500}{2} \times 150 = 49,500$$



از مدل EOQ برای محاسبه مقدار بهینه سفارش استفاده می‌شود که بایستی از رابطه زیر استفاده نمود :

$$EOQ \text{ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

و بدنبال آن برای محاسبه تعداد دفعات بهینه سفارش از رابطه زیر استفاده می‌شود :

$$N^* = \frac{D}{Q^*}$$

همچنین برای محاسبه فاصله زمانی بهینه برای انجام سفارش به شرط آنکه سال ۳۶۰ روز کاری باشد از رابطه زیر استفاده می‌شود :

$$P^* = \frac{360}{N^*}$$

۵. یک شرکت تولیدی برای سفارش مواد اولیه خود از مدل EOQ استفاده می‌کند. قیمت هر کیلو مواد اولیه در این شرکت ۳۵۰ واحد پولی و میزان نیاز به این مواد، سالانه ۲۱,۹۰۰ کیلوگرم می‌باشد. اگر هزینه سفارش در هر مرتبه ۳۰۰ واحد پولی و هزینه نگهداری کالا در انبار معادل ۲۸٪ بهای آن باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه مقدار بهینه سفارش

ب) محاسبه تعداد دفعات بهینه سفارش

ج) محاسبه فاصله بهینه سفارش

$$\text{EOQ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \times 21,900 \times 300}{91}} = 366 \text{ کیلوگرم} \quad \text{الف)}$$

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{21,900}{366} = 60 \text{ مرتبه} \quad \text{ب)}$$

$$P^* = \frac{360}{N^*} = \frac{360}{60} = 6 \text{ روز} \quad \text{ج)}$$

۶. یک شرکت تولیدی اطلاعات زیر را از سیستم انبار خود منتشر کرده است. میزان نیاز در سال ۱۵۰,۰۰۰ واحد، میزان سفارش در هر مرتبه ۴۰,۰۰۰ واحد، هزینه هر بار سفارش ۴,۰۰۰ واحد پولی، هزینه نگهداری هر واحد ۲۰٪ بهای هر واحد است و بهای هر واحد نیز ۱۵ واحد پولی است، مطلوب است:

الف) محاسبه میزان اقتصادی سفارش

ب) محاسبه تعداد مطلوب دفعات سفارش

ج) محاسبه مطلوب ترین فاصله سفارش

د) هزینه کل سیستم EOQ را با سیستم فعلی مشخص کنید:

$$EOQ \text{ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \times 150,000 \times 4,000}{15 \times 20\%}} = 20,000 \quad \text{(الف)}$$

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{150,000}{20,000} = 7.5 \text{ مرتبه} \quad \text{(ب)}$$

$$P^* = \frac{360}{N^*} = \frac{360}{7.5} = 48 \text{ روز} \quad \text{(ج)}$$

$$TC_{EOQ} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} \quad \text{(د)}$$

$$= \frac{150,000}{20,000} \times 4,000 + \frac{20,000}{2} \times 3 = 40,000$$

همانطور که ملاحظه می‌شود TC براساس سیستم فعلی که مقدار سفارش در آن ۴۰,۰۰۰ واحد بود، معادل ۷۵,۰۰۰ واحد پولی بوده است. زمانی که مقدار سفارش بهینه شود یعنی به ۲۰,۰۰۰ تبدیل شود، TC معادل ۴۰,۰۰۰ واحد پولی می‌شود؛ یعنی هزینه کل کاهش می‌یابد.

۷. یک شیرینی فروش سالانه ۲۵,۰۰۰ کیلو آرد نیاز دارد. هزینه سفارش در هر مرتبه ۱۰۵۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر کیلو آرد در انبار ۱۰۰ واحد پولی است. مطلوب است: محاسبه حداقل هزینه کل.

$$EOQ \text{ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \times 25,000 \times 1050}{100}} = 724$$

$TC_{EOQ} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش}$

$$= \frac{25,000}{724} \times 1050 + \frac{724}{2} \times 100 = 72,456$$





۸. داده‌های زیر در مورد یک کالا از بخش حسابداری کارخانه آلفا استخراج شده است. اگر هر سال ۲۸۸ روز کاری فرض شود و هزینه هر بار سفارش ۱۴۰,۰۰۰ واحد پولی، قیمت هر واحد کالا ۱۲۰,۰۰۰ واحد پولی، تقاضای سالیانه ۸۰۰,۰۰۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر واحد کالا ۲۰٪ قیمت آن باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه مقدار بهینه سفارش

ب) محاسبه تعداد دفعات بهینه سفارش

ج) محاسبه فاصله ی بهینه سفارش‌ها

د) محاسبه حداقل هزینه کل

$$EOQ \text{ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \times 800,000 \times 140,000}{120,000 \times 20\%}} = 3,055 \quad \text{(الف)}$$

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{800,000}{3,055} = 262 \text{ مرتبه} \quad \text{(ب)}$$

$$P^* = \frac{360}{N^*} = \frac{360}{262} = 1 \text{ روز} \quad \text{(ج)}$$

$$TC_{EOQ} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} \quad \text{(د)}$$

$$= \frac{800,000}{3,055} \times 140,000 + \frac{3,055}{2} \times 280,000 = 73,340,000$$

۹. یک مجتمع کشاورزی سالانه ۱۸,۰۰۰ کیسه کود شیمیایی مصرف می‌کند. هزینه سفارش در هر مرتبه ۷۵۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر کیسه کود شیمیایی در انبار ۱۵٪ بهای فروش آن است و بهای فروش هر کیسه نیز ۶۰۰ واحد پولی است. اگر میزان سفارش در هر مرتبه ۱,۰۰۰ کیسه باشد، لطفاً به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) فاصله بهینه سفارش را بدست آورید.

ب) حداقل هزینه کل چقدر است؟

ج) هزینه کل سیستم فعلی را با مدل EOQ مقایسه کنید.

$$EOQ \text{ یا } Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \times 18,000 \times 750}{90}} = 541 \text{ کیسه} \quad (\text{الف})$$

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{18,000}{541} = 33 \text{ مرتبه}$$

$$P^* = \frac{360}{N^*} = \frac{360}{33} = 11 \text{ روز}$$

$$TC_{EOQ} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} \quad (\text{ب})$$

$$= \frac{18,000}{541} \times 750 + \frac{541}{2} \times 90 = 49,295$$

$$TC_{\text{فعلی}} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش} \quad (\text{ج})$$

$$= \frac{18,000}{1,000} \times 750 + \frac{1,000}{2} \times 90 = 51,500$$

# *Production Management*

*Dr . Alireza Ameriyan*

*Collector : Amin Daneshi*

