

مکانیک سیالات فصل ۸ (آنالیز ابعادی و قوانین شباهت در مدل سازی)

* کمیت های اصلی: طول (L)، زمان (T)، جرم (M)، دما (θ)

* کمیت های فرعی: $P = FV = \rho \Delta V = [ML^2T^{-3}]$ $Q = [L^3T^{-1}]$ $T_p = FxL = [ML^2T^{-2}]$

لا دور $\frac{W}{V} = \frac{MLT^{-2}}{L^3} = [ML^{-2}T^{-2}]$ $\rho = \frac{F}{A} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = [ML^{-1}T^{-2}]$ $E = FxL = [MLT^{-2}]$

لا دور مخصوص $\frac{N}{m^3}$ $\rho g_s = [MT^{-1}]$ ω سرعت زاویه ای $rad/s = [T^{-1}]$ $\sigma^{-1} = Hz = [T^{-1}]$

ویکوزیته دینامیک $\mu = \frac{kg \cdot m}{s^2 m^2} = [ML^{-1}T^{-1}]$ $\nu = \frac{m^2}{s} = [L^2T^{-1}]$

مدول الاستیسیته $K = \frac{N}{m^2} = [ML^{-1}T^{-2}]$ $\rho = \frac{N}{m} = [MT^{-2}]$

* گروه های بدون بعد را پارامتر Π می نامند. هر پارامتر بدون بعد را می توان به صورت تابعی از پارامترهای بی بعد بنویست:

$$\frac{F}{\rho v^2 D^2} = f\left(\frac{\rho v D}{\mu}\right) \rightarrow F = \rho v^2 D^2 \lambda\left(\frac{\rho v D}{\mu}\right)$$

* تعداد کمیت های متغیر در یک پدیده است. m تعداد کمیت های اصلی مؤثر در تمام پارامتر است.

* n تعداد کمیت های بدون بعد قابل ایجاد است. * طبق قضیه Π باید $m - n$ پارامتر بدون بعد، ترکیبی از متغیرهای تکراری

(همه یا برخی از آنها) و یکی از متغیرهای غیر تکراری است.

* کمیت های بدون بعد مهم در مکانیک سیالات:

عدد رینولدز $Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$

سرعت موج در سیال $Ma = \frac{v}{c}$

عدد فرود $Fr = \frac{v}{\sqrt{g L}}$

عدد اولفر $Eu = \frac{\Delta P}{\rho v^2}$

عدد وبری $We = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$

* اگر پارامتر بدون بعد داشته باشیم که تابعی از دو پارامتر دیگر است یعنی $\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$

* شباهت هندسی: $L_r = \frac{L_m}{L_p}$ ← مقایسه یا اشل هندسی $V_r = \frac{V_m}{V_p} = L_r^3$ $A_r = \frac{A_m}{A_p} = L_r^2$

* شباهت سینماتیکی: سرعت های نمونه پروتوتایپ و نمونه مدل هم جهت باشند و نسبت آنها مقدار ثابتی باشد. $V_r \leftarrow$

$$V_r = \frac{V_m}{V_p}$$

* نمونه اصلی را پروتوتایپ گویند و نمونه ای اغلب کوچکتر را مدل گویند. (prototype, model)

* شباهت دینامیکی: اولاً شباهت هندسی و سینماتیکی برقرار باشد، ثانیاً نیروهای هم جهت و متناسب باشند.

در شباهت دینامیکی تمامی اعداد بدون بعد مدل و پروتوتایپ با هم برابرند.

$$F_r = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \frac{(F_\mu)_m}{(F_\mu)_p} = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \dots$$

* هرگاه جریان با سرعت v و فاصه سطح آزاد داشته باشیم ← از عدد رینولدز استفاده می کنیم.

$$V_r = \left(\frac{v_m}{v_p}\right) \frac{1}{L_r} \quad \text{و} \quad V_r = \frac{L_r}{t_r} \rightarrow t_r = \frac{L_r}{v_r} = \frac{L_r}{v_p / L_r} = L_r^2 \quad t_r = L_r^2$$

* مثال برای حالت فوق: جریان داخلی لوله ها، حرکت زیر دریایی هادر اعماق آب، آزمایش تونل باد، آزمایش تونل هوا با ثابت بودن فشار و دما