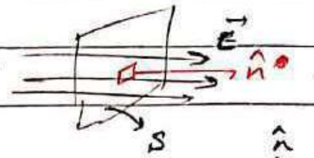
مرور فصل ۲۳ بسمه تعالی

- جلسه اول درس فیزیک ۲ است (دکتر ... آبادی) -

Year:..99... Month:...1... Day:..26..

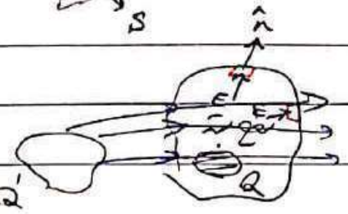
قانون گوس

$\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{A}$ → شار الکتریکی که از سطح S عبور می‌کند.



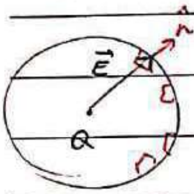
$d\vec{A} = dA\,\hat{n}$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ → فقط بار الکتریکی داخل



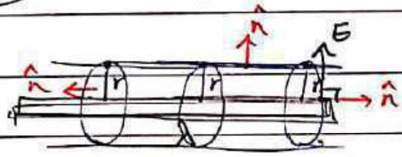
بار Q' تاثیری در سطح بسته ندارد چون از طرفی وارد و از طرفی خارج می‌شود.

(سطحی را پیدا کنیم که میدان الکتریکی روی آن اندازه ثابتی داشته باشد.)



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \to \underbrace{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}_{E}4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \to E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

میله طولانی با طول بی‌نهایت



در هر جایی از فاصله r تا میله را در نظر بگیریم فرقی نمی‌کند چون از هر دو طرف آن بی‌نهایت است.
و میدان الکتریکی از طرف میله ثابت است.

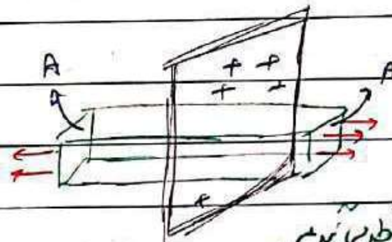
تمام نقاط قاعده راست n به سمت راست است
" " " چپ " " چپ است.
→ پس در راستای میله هیچ مولفه ای نداریم.
و میدان در اطراف میله به سمت بیرون است.

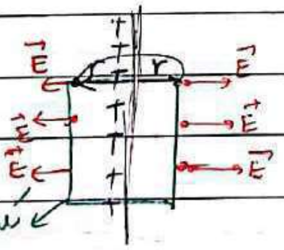
$$\oint \underbrace{E}_{\text{ثابت است}} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \to EA_1 + 0 + 0 = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

هم راستا هستند — قاعده ها

$$\to E2\pi rL = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \to \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

صفحه بی‌نهایت طویل





استوانه در نظر می‌گیریم.

میدان الکتریکی به سمت بیرون و مقدار آن ثابت است (بردار A در راستای E است.)

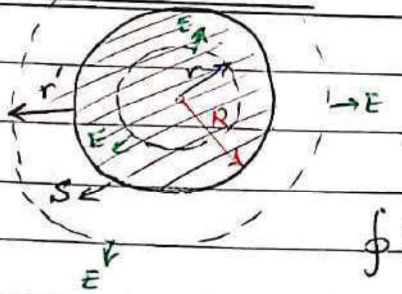
$$EA + EA + \underbrace{0+0+0+0}_{\text{بقیه سطح ها}} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

مرور فصل ۲۳ ۹۹,۱,۲٤

Year:........ Month:........ Day:........

جلسه اول مجازی استاد جهان آبادی

کره توپر نارسانا با چگالی یکنواخت ρ



میدان الکتریکی در تمام خط چین برابر است.

کره تکه‌ای واحد

— سطح گاوسی یا سطح فرضی

$$\oint \vec{E}_{in}\cdot d\vec{A} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

$$E_{in}4\pi r^2 = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E_{in} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} r}$$

قانون گاوس اندازه میدان را به ما می‌دهد. نه جهت

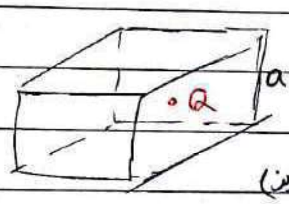
کل کره

$$\oint \vec{E}_{out}\cdot d\vec{A} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E_{out}4\pi r'^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E_{out} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}}$$

[شار الکتریکی گذرنده از یک سطح برابر با بار الکتریکی داخل آن تقسیم بر ε_0 است]

مکعب نارسانا

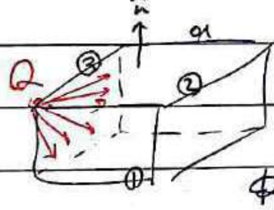


می‌خواهیم بدانیم شار گذرنده از هر سطح چیست؟ ناشی از بار Q در داخل آن (مرکز)

چون شکل از نظر هندسی متقارن است شار هر سطح تفاوتی با هم ندارد.

$$\Phi_{کل} = \oint_{کل\ مکعب} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_6)$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_6 = 6\Phi_1 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{\Phi_1 = \frac{Q}{6\varepsilon_0}}$$ → شار گذرنده از هر سطح



حالا اگر بار Q در رأس باشد

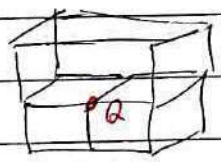
$$\Phi_{کل} = \oint_{مکعب} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

در سطح ۱ و ۲ و ۳ میدان عمود بر $\hat{n}$ هست

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0$$

در دیگر سطوح شار با هم برابر است.

$$\Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = ?$$



۷ مکعب دیگر در نظر می‌گیریم تا یک مکعب به ضلع 2a داشته باشیم که Q در وسط آن است.

کل ۸ تا مکعب $\rightarrow \Phi_{کل} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

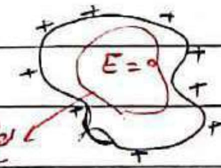
به هر کدام از مکعب‌ها $\frac{1}{8}$ شار کل می‌رسد

مکعب مورد نظر که Q در رأس آن است. $\Phi_{مکعب} = \frac{Q}{8\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{8\varepsilon_0} = \underbrace{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3}_{صفر} + \underbrace{\Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6}_{با\ هم\ برابرند} = 3\Phi_4$$

$$\boxed{\Phi_4 = \frac{1}{24}\frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

Year: ۹۹ Month: ۱ Day: ۲۴



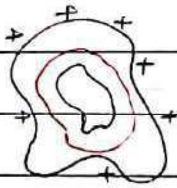
سطح گاوسی

اگر در این سطح رسانا بار قرار دهیم این بار روی سطح بیرونی آن قرار می‌گیرد

چون در حالت استاتیک هستیم میدان الکتریکی درون آن صفر است.

بنابراین بار در داخل نداریم $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q = 0$

هر سطح گاوسی درون رسانا در نظر بگیریم همین است



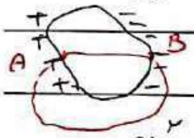
حتی اگر درون سطح رسانا حفره هم داشته باشیم باز هم باری درون حفره نخواهیم داشت و تمام بار روی سطح بیرونی جمع خواهد شد.

با نوشتن قانون گاوس و در نظر گرفتن سطح گاوسی درون رسانا می‌توانیم به این مطلب برسیم.

حتی توزیع به صورت مثبت و منفی هم نخواهیم داشت به صورت مساوی

درون حفره

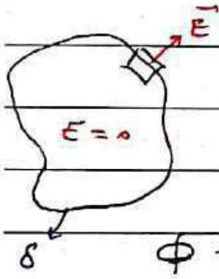
چون اگر این توزیع باشد در داخل حفره میدان خواهیم داشت درحالی که ما درون حفره میدان نداریم.



$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$ اختلاف پتانسیل

اگر از A به A برگردیم $\rightarrow \Delta V = -\oint_A^A \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$

پس در داخل حفره میدان نداریم پس توزیع بار به صورت مثبت و منفی هم نداریم



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$EA = \frac{\delta A}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \frac{\delta}{\varepsilon_0}}$$

میدان روی سطح رسانا

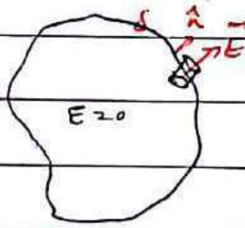
E در هر نقطه متناسب با δ در همان نقطه است.

δ

$$\Phi = E_1A_1 + E_2A_2 + \dots$$

$$= \frac{\delta_1}{\varepsilon_0}A_1 + \frac{\delta_2}{\varepsilon_0}A_2 + \dots \qquad \Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \delta\, dA$$

۱۳۹۹/۱/۲۴ — بسمه تعالی — جلسه دوم کلاس فیزیک ۲ [illegible]



$$\oint \frac{\delta}{\varepsilon_0}\hat{n}\cdot da\,\hat{n} = \frac{1}{\varepsilon_0}\oint \delta\, da = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

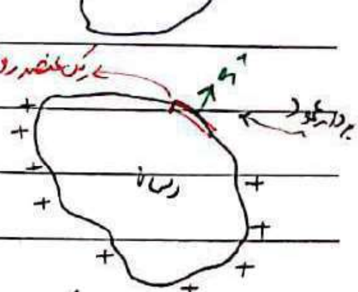
میدان نقطه سطح $\vec{E}_{out}$ میدان ناشی از تمام سطح بعلاوه عنصر سطح

$$\vec{E}_{out} = \vec{E}' + \frac{\delta}{2\varepsilon_0}\hat{n}$$

$$\vec{E}_{in} = 0 = \vec{E}' - \frac{\delta}{2\varepsilon_0}\hat{n}$$

$$\rightarrow \vec{E}' = \frac{\delta}{2\varepsilon_0}\hat{n} \rightarrow \vec{E}_{out} = \frac{\delta}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

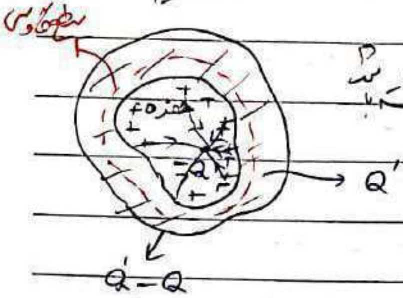
میدان الکتریکی درون جسم به سمت درون است پس منفی است.



وقتی به این عنصر خیلی نزدیک شویم عنصر را خیلی بزرگ می‌بینیم (صفحه بی نهایت طویل)

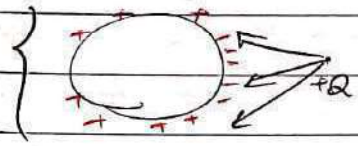
Year: ۹۹ Month: ۱ Day: ۲۶ — جلسه دوم کلاس مجازی استاد دکتر ... آبادی

میدان الکتریکی بقیه‌ی عناصر روی سطح مورد نظر برابر با $\vec{E}'$ است. (دیگر سطح مورد نظر را در نظر نمی‌گیریم)



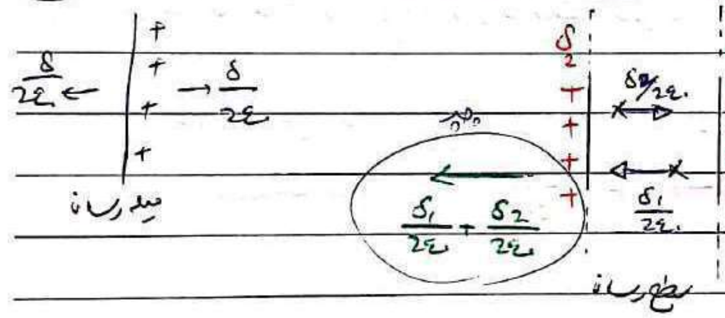
در داخل رسانا میدان صفر است پس باید بار مثبت درون حفره وجود داشته باشد تا بار $-Q$ که در مرکز حفره قرار گرفته را خنثی کند.
و در نزدیکی $-Q$ تجمع این بارهای مثبت بیشتر است.
(توزیع بار را میدان الکتریکی اعمال شده تعیین می‌کند.)

اگر $+Q$ در خارج از کره داشتیم توزیع متفاوت بود.



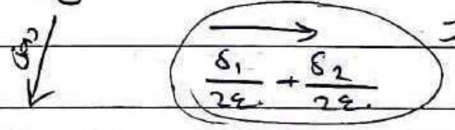
اما در کره ابتدایی که رسانا میدان از جانب درون جسم حس نمی‌شود پس روی سطح کره نیرویی وارد نمی‌شود که بخواهد توزیع بار را تحت الشعاع قرار دهد پس توزیع بار یکنواخت است در سطح بیرونی.
اما چون در داخل این نیرو حس می‌شود پس سطح حفره توزیع یکنواخت بار ندارد.

وقتی بار روی سطح رسانا می‌ریزیم بعضی به راست و بعضی به چپ توزیع می‌شود



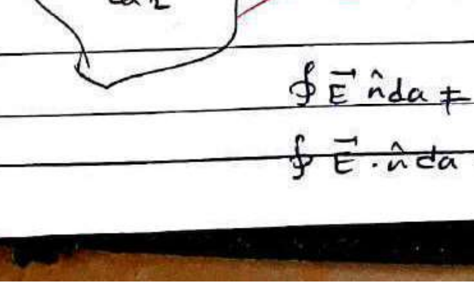
میدان ناشی از صفحه اول $\frac{\delta_1}{2\epsilon_0}$

میدان ناشی از صفحه دوم $\frac{\delta_2}{2\epsilon_0}$



$$\frac{\delta_1}{2\epsilon_0}(-\hat{n}) + \frac{\delta_2}{2\epsilon_0}\hat{n} = 0 \rightarrow \boxed{\delta_1 = \delta_2}$$

$$\delta_{کل} = \delta_1 + \delta_2$$



$F = q.\vec{E} = 0 \rightarrow$ نقطه تعادل

اگر این تعادل پایدار باشد اگر q را جابجا کنیم نیروها باید آن را به جای اول برگردانند.
اگر کره‌ای رسم کنیم، شاری که از این کره عبور می‌کند غیر صفر است.

$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}da \neq 0$ در حالی که در کره ما باری نداریم.

$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}da = \frac{q}{\epsilon_0}$ تناقض

پس خطوط میدان نمی‌توانند به سمت داخل باشد.

جلسه دوم کلاس مجازی استاد محسن آبادی

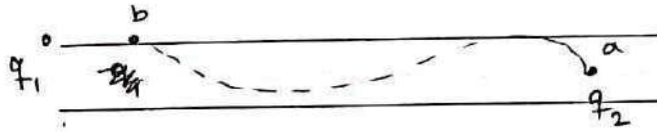
Year: ۹۹ Month: ۱ Day: ۲۴

باید بخشی از خطوط به سمت داخل میدان و بخشی به سمت بیرون باشد.

آن جایی که داخل میدان است تعادل پایدار است و در راستاهایی که میدان به سمت بیرون است تعادل ناپایدار داریم.

(هیچ نقطه نداریم که در همه راستاها پایدار یا ناپایدار باشد) ← قضیه ارنشاو

((مرور پتانسیل الکتریکی))



q_2 را از بی‌نهایت (a) به q_1 (b) می‌آوریم

می‌خواهیم انرژی پتانسیل را پیدا کنیم.

نیرویی وارد بر q_2 در هر لحظه صفر است (خیلی آرام آن را جابه‌جا می‌کنیم)

کاری که ما انجام می‌دهیم در انرژی پتانسیل سیستم ذخیره می‌شود.

$$\Delta U = W_{\text{شخص}} = -W_e = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

قانون کولن — تغییر انرژی پتانسیل

$$= -\int_{r_a}^{r_b} \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\cdot dr\hat{r} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_{r_a}^{r_b} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right) = \Delta U$$

$r_a \to \infty$

$$U_f - \cancel{U_i} = \Delta U = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 \times r_b} \rightarrow \boxed{U = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}} \rightarrow$$ تغییر انرژی پتانسیل نسبت به بی‌نهایت

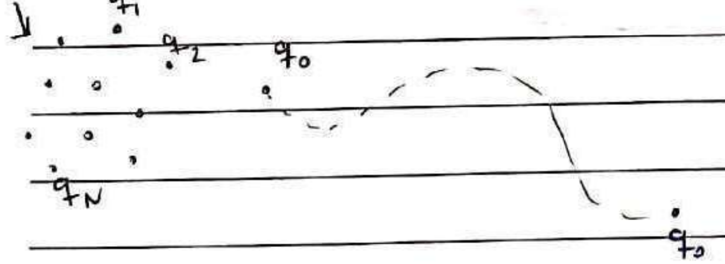
اگر q_2 را واحد بگیریم $\rightarrow \Delta V = \dfrac{\Delta U}{q_2} = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_b}-\dfrac{1}{r_a}\right) \rightarrow$ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه

اختلاف پتانسیل

$$\Delta V = V_f - \cancel{V_i} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ ← اگر بی‌نهایت در نظر بگیریم.

$V_i = 0$

تعدادی بار



$$U = \frac{q_0 q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_0 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \cdots$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\cdots+\frac{q_N}{r_N}\right)$$

در این جا r ها متفاوت است و فاصله q_0 تا هر کدام از بارها می‌باشد.

q_1

$U_1 = 0$ ← اگر فقط ذره q_1 را داشته باشیم

q_2

$$U_2 = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$ ← اگر q_2 را هم بگذاریم.

q_3

$$U_3 = \frac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_3q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}}$$ ← اگر q_3 را هم اضافه کنیم.

$\vdots$ $\vdots$

Year: ۹۹ Month: ۱ Day: ۲۴

جلسه دوم کلاس مجازی استاد حسین آبادی

و همینطور تا N ادامه دهیم $\Rightarrow$ $U_N = \dfrac{q_N q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{1N}} + \dfrac{q_N q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{2N}} + \cdots + \dfrac{q_N q_{N-1}}{4\pi\varepsilon_0 r_{N,N-1}}$

انرژی پتانسیل کل سیستم $\leftarrow$ $U_{کل} = U_1 + U_2 + \cdots + U_N$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

اگر q_0 را هم اضافه کنیم فقط میدان ناشی از آن به بالا اضافه می‌شود.

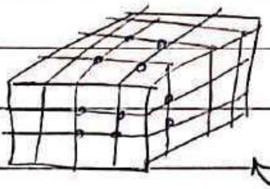
یک خط پر از $+q$ و $-q$ داشته باشیم

$$+q \quad -q \quad \overbrace{-q}^{a} \quad +q \quad -q$$

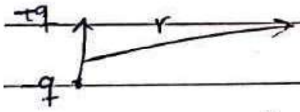
q را می‌خواهیم از جمع جدا کنیم چه قدر باید کار را انجام دهیم

یک بار q را قرار دهیم چه قدر کار باید انجام دهیم؟

شبکه بلوره یونیزاسیون



شبکه‌ای که روی هر کدام از رئوس یک بار مثبت و منفی بگذاریم بعد بخواهیم یکی از آن‌ها را جدا کنیم



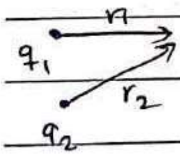
$$V = \frac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

پتانسیل دو قطبی الکتریکی

$$\Delta U = -\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int q_0\vec{E}\cdot d\vec{r} = -q_0\int \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

نیروی الکتریکی

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$



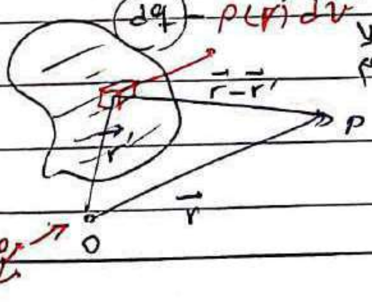
$$V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

حالا اگر توزیع بار داشته باشیم

چگالی حجمی بار — یک عنصر بار

$dq = \rho(\vec{r}')\,dv'$ حجم

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(r')\,dv'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$



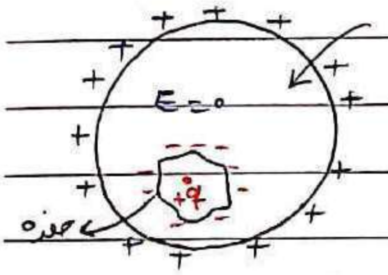
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{حجم کل} \frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

چون باید همه‌ی بارها را ببینیم، باید این نقطه‌ها را در نظر بگیریم.

- بسمه تعالی -

Year: 99 Month: 1 Day: 31

جلسه سوم کلاس فیزیک ۲ استاد حسن آبادی



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

← وقتی طرف چپ صفر است پس طرف راست هم صفر است و باید q صفر باشد

پس بار منفی روی سطح حفره توزیع می‌شود

و طبعاً بار مثبت روی سطح کره رسانا توزیع می‌شود.

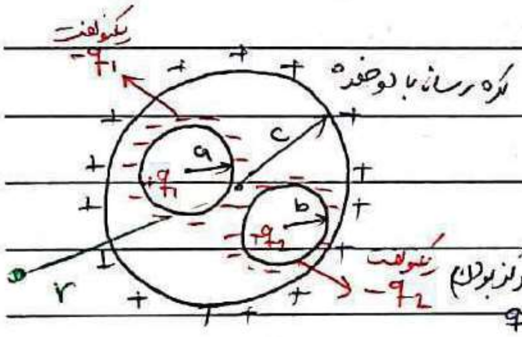
$$\underbrace{\vec{E}_{q}}_{\text{داخل رسانا}} = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{روی کره}} + \vec{E}_{out}$$

توزیع بار در حفره طوری هست که وقتی انتگرال گرفته می‌شود میدان صفر می‌شود.

اگر سطح کره خیلی بزرگ باشد میدان توزیع بارهای سطحی خارجی در داخل صفر است.

پس می‌توانیم توزیع باری داشته باشیم که جمع میدان q و القا شده درون کره صفر شود.

میدان بیرون هم صفر خواهد بود.



کره بزرگ

روی سطح خارجی بار توزیع شده یکنواخت است ←

میدان داخل رسانا صفر است

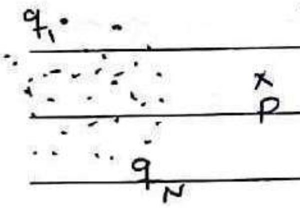
$$E_{out} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1+q_2}{r^2}\right)\hat{r}, \quad r>c$$

میدان بیرون رسانا ← در نقطه‌ای به فاصله r

چگالی بار حفره ۱: $\sigma_1 = \dfrac{-q_1}{4\pi a^2}$

چگالی بار حفره ۲: $\sigma_2 = \dfrac{-q_2}{4\pi b^2}$

میدان در داخل حفره‌ها با قانون گاوس به دست می‌آید.



پتانسیل الکتریکی

$$V_P = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{1P}} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{2P}} + \cdots$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_{iP}}$$

اگر به جای نقطه P یک بار الکتریکی q_0 بگذاریم انرژی پتانسیل الکتریکی این گونه به دست می‌آید ←

$$\boxed{\Delta U = q_0 V_P}$$

اگر نسبت به بی‌نهایت بسنجیم

$$\Delta U = -\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int q_0 \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

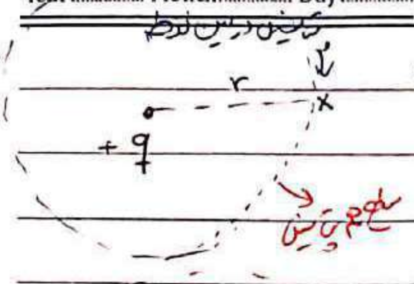
$$\boxed{\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_{r_a}^{r_b}\vec{E}\cdot d\vec{r}}$$

پتانسیل در نقطه r (نقطه r): $\boxed{V(r) = -\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r}}$

۹۹ ۱ ۳۱

Year:............ Month:............ Day:............

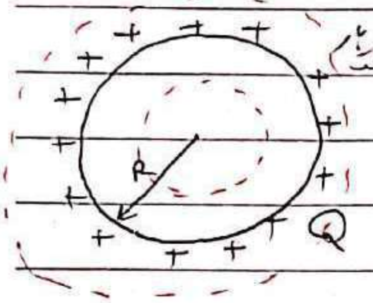
جلسه هفتم کلاس مجازی استاد [illegible]



تمام نقاط روی سطح کره پتانسیل شان این است

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

به این سطح، سطح هم پتانسیل نامیده می‌شود که روی آن پتانسیل ثابت است.



میدان الکتریکی در داخل کره $E = 0 \quad , \; r < R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad r > R$$

حالا پتانسیل را می‌خواهیم

$$\begin{cases} E = 0 \; , & r < R \\ E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \; , & r > R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V = C \;(\text{ثابت}) \; , & r \leq R \\ V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C' \;(\text{ثابت}) & r \geq R \end{cases}$$

پتانسیل

پتانسیل را با استفاده از میدان الکتریکی حساب می‌کنیم:

$$r \rightarrow \infty \rightarrow V = 0 \rightarrow \boxed{C' = 0}$$

پتانسیل پیوسته است اما میدان پیوسته نیست در $r = R$

پیوستگی پتانسیل در $r = R$

$$\rightarrow C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \rightarrow \begin{cases} V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \; , & r \leq R \\ V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \; , & r \geq R \end{cases}$$

چرا پتانسیل در $r = R$ پیوسته است؟؟؟

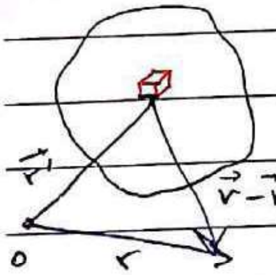
$$\Delta V = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \vec{E} \cdot \Delta \vec{r}$$

محدود — به سمت صفر میل می‌کند

r_a و r_b را خیلی نزدیک می‌کنیم به هم پس انتگرال از بین می‌رود و فقط Δr داریم.

Δr

$$\Delta V \rightarrow 0 \rightarrow$$ پتانسیل پیوسته است ✓



$$V(r) = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Scanned by CamScanner

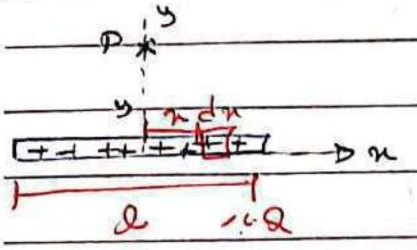
Year: 99 Month: 1 Day: 31

جلسه سوم حل تمرین فیزیک ۲ استاد نجف آبادی

$dq = \lambda dl$

$dq = \rho dV$

$dq = \delta da$



$\lambda = \frac{Q}{l}$

پتانسیل در نقطه y $\quad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\lambda dx}{\sqrt{y^2+x^2}}$

چون تابع زوج است

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times 2 \int_0^{l/2} \frac{\lambda dx}{\sqrt{y^2+x^2}}$

$= \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)\Big|_0^{+l/2}$

$V_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{\frac{l}{2} + \sqrt{(\frac{l}{2})^2 + y^2}}{y}\right) \rightarrow$ پتانسیل در نقطه P

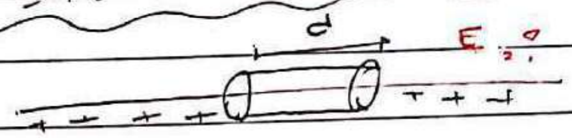
$\boxed{\text{اگر } y \gg l} \rightarrow V_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{\frac{l}{2}+y}{y}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(1 + \frac{l}{2y}\right)$

چون y خیلی بزرگ است پس این کسر خیلی کوچک است

$\ln(1+x) \simeq x$ بسط تیلور $\Rightarrow V_P = \frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 y} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 y}$

$\boxed{\text{اگر } y \ll l} \rightarrow \boxed{V_P = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{l}{y}\right)}$

سیم بی‌نهایت طویل



$\oint \vec{E} \cdot da = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda d}{\varepsilon_0}$

$E \times 2\pi r d = \frac{\lambda d}{\varepsilon_0}$

$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$

$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r \Big|_l^r$

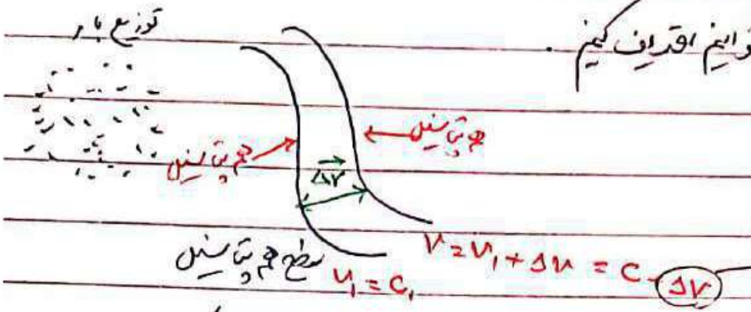
$\boxed{V = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r}{l}\right)} \rightarrow$ شبیه رابطه بالا بدست آمد

(عکس برای درستی رابطه)

Year: ۹۹ Month: ۱ Day: ۳۱

جلسه سوم کلاس فیزیک ۲ استاد کیهان آبادی

برای هر توزیع باری ما سطوح هم پتانسیل می توانیم اقدایف کنیم.



اختلاف پتانسیل این دو سطح: ΔV

کار جابجایی بین این دو سطح $\rightarrow \Delta U = q_0 \Delta V$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{-\int \vec{F} \cdot d\vec{r}}{q_0} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

حالا اگر این دو سطح را خیلی به هم نزدیک کنیم ← دیگر انتگرال نداریم

$$\boxed{dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

$$V = V(x, y, z) \rightarrow dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \rightarrow \text{مشتق جزئی}$$

طرفین چپ

$$-\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

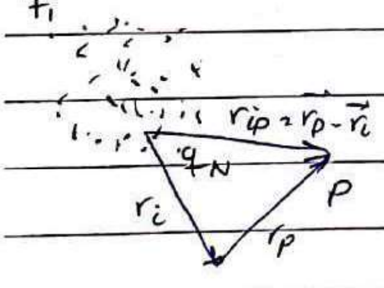
$$\left\{ \begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \right. \longrightarrow \underbrace{\vec{E} = -\vec{\nabla} V}$$

گرادیان ← نوعی عملگر مشتق گیری

گرادیان هر اسکالری بردار می شود.

۹۹/۲/۲۰ — جلسه چهارم کلاس فیزیک ۲ استاد کیهان آباد — بسم تعالی

پیدا کردن پتانسیل برای پیدا کردن میدان است و این هم برای پیدا کردن نیرو است.



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{|r_{ip}|}$$

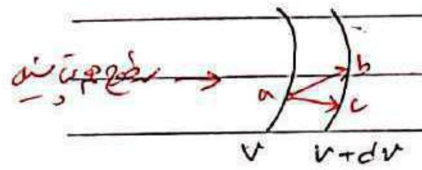
$$E = -\vec{\nabla} V$$

$$V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

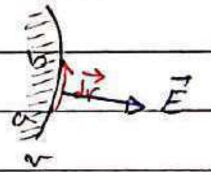
جلسه چهارم کلاس مجازی استاد دهقان آبادی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲

$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r}$ تغییر جزئی پتانسیل از یک نقطه به نقطه دیگر $a \xrightarrow{d\vec{r}} b$



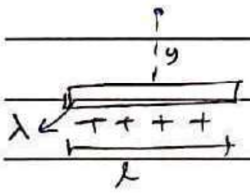
اختلاف هر کدام از این دو ها
همان dV است.



وقتی روی خود سطح حرکت می کنیم
اختلاف پتانسیل صفر است مماس بر سطح

$dV = 0 = -\vec{E}\cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{E} \perp d\vec{r}$

یعنی بردار E بر dr عمود است. پس میدان الکتریکی همواره عمود بر سطح هم پتانسیل است.



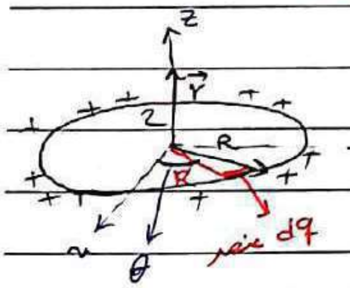
$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{l/2+\sqrt{(l/2)^2+y^2}}{y}\right]$$

پتانسیل این گونه به دست می آید حالا میدان را می خواهیم به دست آوریم.

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dy}\hat{j} \rightarrow \text{مشتق نسبت به } y$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 y}\frac{1}{\sqrt{(l/2)^2+y^2}}\hat{j}$$

حلقه باردار



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$\vec{r} = z\hat{k}$

$\vec{r}' = R\cos\theta\,\hat{i} + R\sin\theta\,\hat{j}$

$dq = \lambda R\,d\theta$

$|\vec{r}-\vec{r}'| = |z\hat{k} - R\cos\theta\,\hat{i} - R\sin\theta\,\hat{j}| = \sqrt{R^2+z^2}$

کل حلقه

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\lambda R\,d\theta}{\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}\times 2\pi$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}$$ → پتانسیل در نقطه P

Year: ۹۶ Month: ۲ Day: ۲

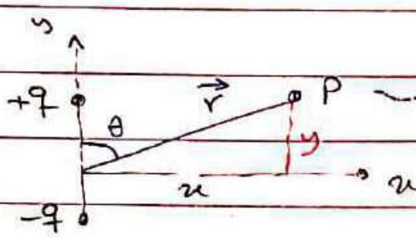
جلسه چهارم فیزیک ۲ استاد رحمن آبادی

حالا بخواهیم میدان را بدست آوریم ، تنها متغیر ما z است .

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \rightarrow E_z = -\frac{dV}{dz}$$ → نسبت به z مشتق می‌گیریم.

$$E_z = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}}\right)$$ → میدان در جهت مثبت است.

دو قطبی الکتریکی



یک نقطه دلخواه

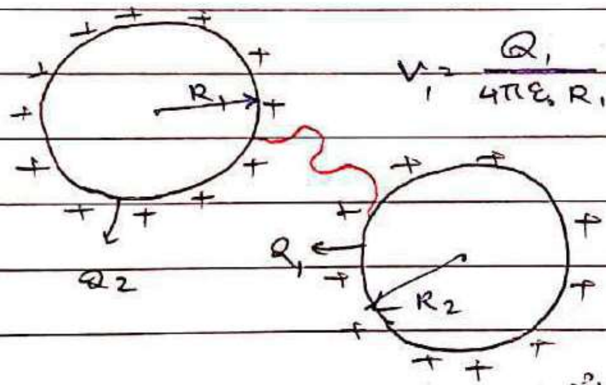
گشتاور دو قطبی

$$V = \frac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{-\partial V}{\partial x} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3xy}{(x^2+y^2)^{5/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{-P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x^2-2y^2}{(x^2+y^2)^{5/2}}$$

کره باردار



$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$ انگار تمام بار در مرکز است .

$$V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

وقتی دو کره به هم نزدیک باشند دیگر پتانسیل این نیست

چون بارها روی یکدیگر اثر می‌گذارند و توزیع متفاوت می‌شود

اما اگر دور باشند همین پتانسیل را دارند

اگر با یک سیم آن ها را متصل کنیم ← بارهای جابجا می‌شوند و در نهایت پتانسیل دو کره با هم برابر می‌شوند

(اثر خود سیم را نادیده می‌گیریم)

$$V_1' = V_2' \Rightarrow \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \rightarrow \boxed{Q_1+Q_2 = Q_1'+Q_2'}$$

$$\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{R_1}{R_2}$$ → بار به نسبت شعاع ها تقسیم می‌شود

به صورت یکنواخت

$$\frac{4\pi R_1^2\,\sigma_1'}{4\pi R_2^2\,\sigma_2'} = \frac{R_1}{R_2} \rightarrow \boxed{\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{R_2}{R_1}}$$ → نسبت چگالی معکوس با نسبت شعاع هاست

چگالی بار

هر چه شعاع کمتر است چگالی بیشتر است

نقاط تیز

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۳

جلسه چهارم حل مسائل مرزی الکتروستاتیک (همان بازی)

هرجایی که نقاط تیز داشته باشیم چگالی بار آن جا بیشتر است (جرقه برق ترمی زند)
در اجسام فلزی باید تیزی را کم کرد به همین خاطر.

اگر بخواهیم پتانسیل مجموعه نقاط را در i به دست آوریم.

$q_1, \dots, i, \dots, q_N$

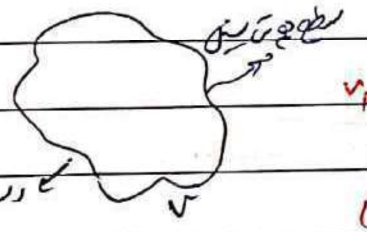
$$V_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$ → بار خود i ام را اثر نمی‌دهیم.

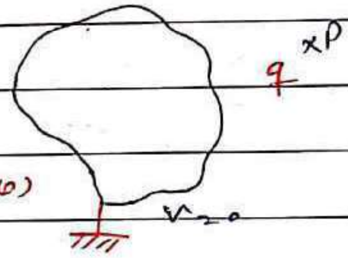
r_{ij}: فاصله بار i ام تا j ام.

$$V'_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{q'_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$ ← اگر مقدار بارها عوض شود و جایشان تغییر نکند

$$K = \sum_{i=1}^{N} (q_i V'_i - q'_i V_i) = ? = 0$$ ← این کمیت را می‌خواهیم بسنجیم

$$\sum_{i=1}^{N} q_i V'_i = \sum_{i=1}^{N} q'_i V_i \Rightarrow \boxed{\text{قضیه تقابل گرین}}$$





رسانایی با پتانسیل ثابت V
در نقطه P بیرون رسانا پتانسیل V_p ایجاد کرده است.

اگر این رسانا را به زمین وصل کنیم. و در نقطه P بار نقطه‌ای q قرار دهیم بار القا شده روی رسانا چه قدر است؟

پیکربندی هر دو یکی است.

در حالت اول $q_1 = 0$, $V_1 = V_p$, $V_2 = V$ (در واقع نقطه را هم ذره حساب کردیم)

V_1: پتانسیل در نقطه P $q_2 =$ نامشخص

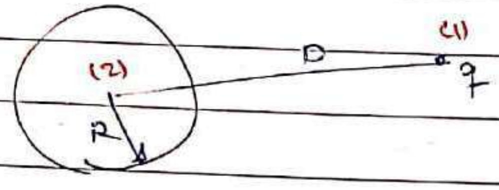
در حالت دوم $q'_1 = q$, $V'_1 =$ نامشخص $V'_2 = 0$ $q'_2 = ?$

$$\cancel{q_1} V'_1 + q_2 \cancel{V'_2} = q'_1 V_1 + q'_2 V_2$$ ← قضیه تقابل

$$0 = qV_p + q'_2 V \rightarrow q'_2 = -q\frac{V_p}{V}$$

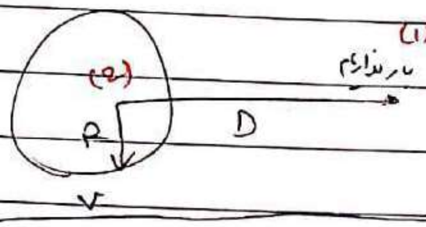
Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲

جلسه ... کلاس ... استاد ... آبادی



کره رسانا به شعاع R که به زمین وصل است.
بار نقطه‌ای q به فاصله D از مرکز کره و بیرون از آن

$q_1' = q$ $\quad v_1$ نامشخص $\quad q_2' = ?$ $\quad v_2' = 0$.



حالت اول
$$\left\{\begin{array}{l} V_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} = V \\ V_1 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 D} \,, \quad q_1 = 0 \end{array}\right.$$

$$q_1 V_1 + q_2 V_2' = q_1' V_1 + q_2' V_2$$

$$0 = q \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 D} + q_2' \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\frac{q}{D} + \frac{q_2'}{R} = 0 \qquad \boxed{q_2' = -q\frac{R}{D}} \rightarrow$$

بار القایی منفی و از نظر قدر مطلق از q کوچک‌تر است.

۹۹,۲,۵

جلسه پنجم درس ... استاد ... آبادی (۲)

سه تعریف

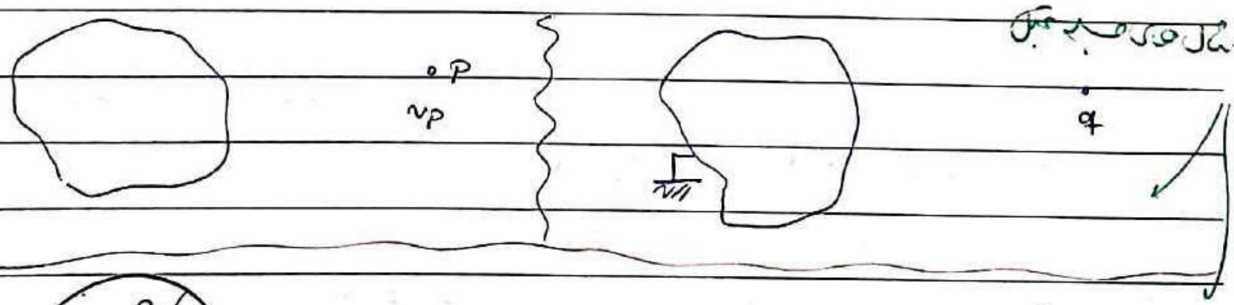
q_1, q_i, q_N

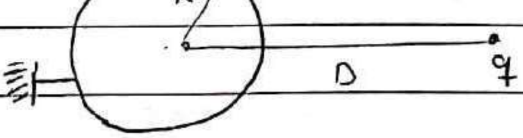
پتانسیل در نقطه i

$$V_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}} \qquad V_i' = \sum_{j=1}^{N} \frac{q_j'}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

$$\sum (q_i V_i' - q_i' V_i) = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{N} q_i V_i' = \sum_{i=1}^{N} q_i' V_i$$ قضیه تقابل

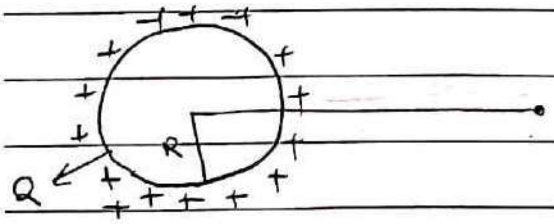
مثال جلسه قبل





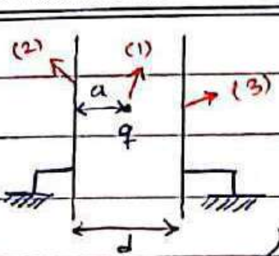
بار القا شده در q را می‌خواهیم

این وضعیت پاسخ از نظر یکتایی مشابه بالایی است.



Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۵

جلسه پنجم کلاس فیزیک ۱ استاد کمال آبادی



دو صفحه رسانا

هر دو صفحه رسانا را به زمین متصل کردیم پس پتانسیل آن ها صفر است

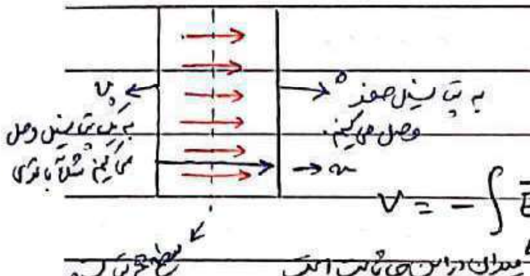
یک بار q را درون این دو قرار می دهیم بار القایی روی دو صفحه رسانا چه قدر است؟

(سه جسم را در نظر می گیریم)

$$\begin{cases} q_1 = q \,, & v_1 = ? \\ q_2 = ? \,, & v_2 = 0 \\ q_3 = ? \,, & v_3 = 0 \end{cases}$$

یک پیکربندی جدید می خواهیم بسازیم که اطلاعاتش را داشته باشیم:

بین یک میدان یکنواخت در درون به وجود می آید.



$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\overset{\text{ثابت}}{E} x + C$$

پتانسیل به صورت خطی تغییر می کند

میدان در این جا ثابت است

اگر x را صفر قرار دهیم پتانسیل v_0

اگر x را d قرار دهیم پتانسیل ۰

$$\boxed{x=0} \rightarrow v_0 = -E \times 0 + C \rightarrow C = v_0$$

$$\boxed{x=d} \rightarrow 0 = -Ed + v_0 \rightarrow E = \frac{v_0}{d}$$

$$V = -\frac{v_0}{d} x + v_0 \qquad \boxed{V = v_0 \left(1 - \frac{x}{d}\right)} \rightarrow$$ پتانسیل در نقاط مختلف بین دو صفحه

$$\begin{cases} q_1' = 0 \,, & v_1' = v_0 \left(1 - \frac{a}{d}\right) \\ q_2' = ? \,, & v_2' = v_0 \\ q_3' = ? \,, & v_3' = 0 \end{cases}$$

معمولا یکی از پتانسیل ها را صفر در نظر می گیریم که در حساب کردن راحت تر شود در استفاده از قانون تقابل.

$$q_1 v_1' + q_2 v_2' + q_3 v_3' = q_1' v_1 + q_2' v_2 + q_3' v_3$$

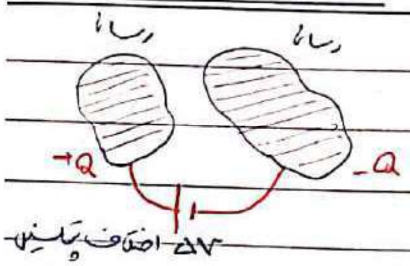
$$q v_0 \left(1 - \frac{a}{d}\right) + q_2 v_0 + \cancel{q_3} \times 0 = 0 + 0 + 0$$

$$\boxed{q_2 = -q \left(1 - \frac{a}{d}\right) = -q \left(\frac{d-a}{d}\right)}$$

از تقارن متوجه می شویم که

$$\boxed{q_3 = -q \frac{a}{d}} \rightarrow Q = q_1 + q_2 = -q$$

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۵ — جلسه پنجم استاد کهن ترابی



خازن: ماده‌ای که می‌توان بار را در آن ذخیره کرد.

مقدار باری که قرار می‌دهیم متناسب با اختلاف پتانسیل است. $Q \propto \Delta V$

$Q = C\,\Delta V$ ، C: ظرفیت

$[C] = \frac{\text{کولن}}{\text{ولت}} = \text{فاراد} \longrightarrow$ کمیت بسیار بزرگی است.

ظرفیت نه به بار وابسته است نه به اختلاف پتانسیل. بلکه به پیکربندی رساناها وابسته است.

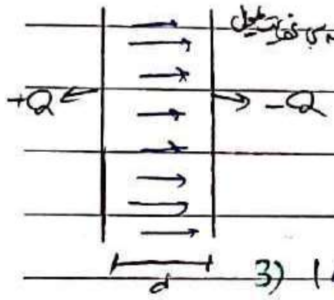
برای پیدا کردن ظرفیت خازن

(۱) میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

(۲) از رابطه $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$ اختلاف پتانسیل دو رسانا حساب می‌شود.

(۳) رابطه ΔV می‌بینیم متناسب با Q به وجود می‌آید؛ اگر $\frac{Q}{\Delta V}$ را بگیریم ظرفیت تعیین می‌شود.

(۱) خازن مسطح



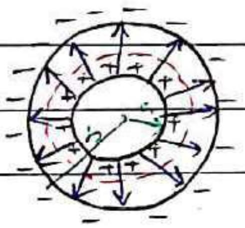
جمع میدان دو صفحه بی‌نهایت طویل

1) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

2) $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d \Rightarrow |\Delta V| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$

3) $|\Delta V| = \frac{Q}{A\varepsilon_0} d \longrightarrow \boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$

(۲) خازن کروی



دو کره هم مرکز رسانا — از قانون گاوس برای تعیین میدان استفاده می‌کنیم.

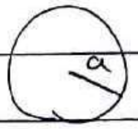
1) $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\quad a < r < b$

2) $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} = +\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Big|_a^b$

$\Delta V = +\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\underbrace{\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}_{\text{منفی است}} \rightarrow |\Delta V| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

3) $C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$

کره زمین



$C_{\text{یک کره}} = 4\pi\varepsilon_0 a \simeq 10^{-10} \times 6.4\times10^{6} \rightarrow$ را به جای a شعاع زمین می‌دهیم

$\simeq 10^{-3}\ F$!!!! ظرفیت کره‌ای به اندازه زمین

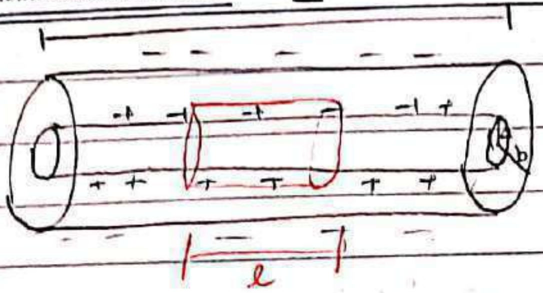
یک میلی‌فاراد است، بنابراین فاراد کمیت بسیار بسیار بزرگی است.

جلسه سوم

Year: 99 Month: 2 Day: 5 L

۳) خازن استوانه ای

دو پوسته استوانه ای .



1) قانون گاوس $\to E \times 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \to \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}} \to$ میدان به صورت شعاعی

(L نسبت به a و b بزرگ است) $= \frac{Q}{L 2\pi\varepsilon_0 r}$

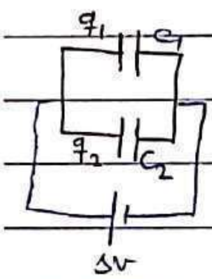
2) $\Delta V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_a^b \frac{dr}{r}$

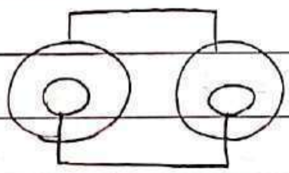
$$\Delta V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right) \to C = \frac{Q}{|\Delta V|} \to C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

اگر L به سمت بی نهایت برود ظرفیت هم به بی نهایت میرود اما برای خازن استوانه ای معمولاً ظرفیت بر واحد طول می گویند.

توجه $C' = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)}$

99/2/7 (بسم تعالی) جلسه ششم الکترواستاتیک آنلاین





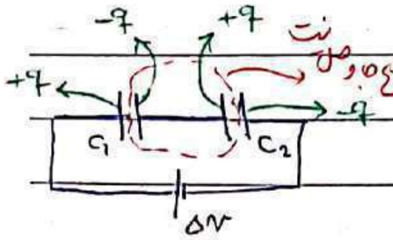
دو خازن موازی $\Leftarrow$

$\equiv$

$q = q_1 + q_2$

$C\Delta V = C_1\Delta V + C_2\Delta V$

$C = C_1 + C_2$

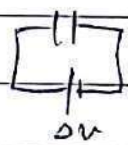


بین دو صفحات که ابتدا بدون بار باشند بدون بار خواهند بود.

دو خازن سری $\Leftarrow$

$\Delta V = V_1 + V_2$

$\equiv$



$q = q_1 = q_2$

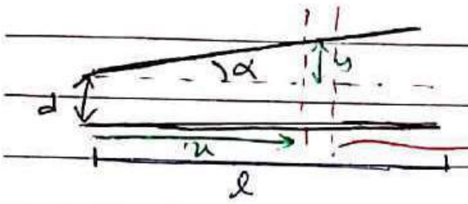
$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Year: 99 Month: 2 Day: 7

جلسه ششم استاد کمن آبادی

[تعیین ظرفیت خازنی که دو صفحه موازی هم نباشند.]



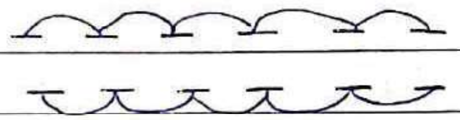
این قسمت را فاصله کوچک می‌گیریم به طوری که تقریبا موازی باشند.

$y = x\tan\alpha$

(عمق صفحه l است)

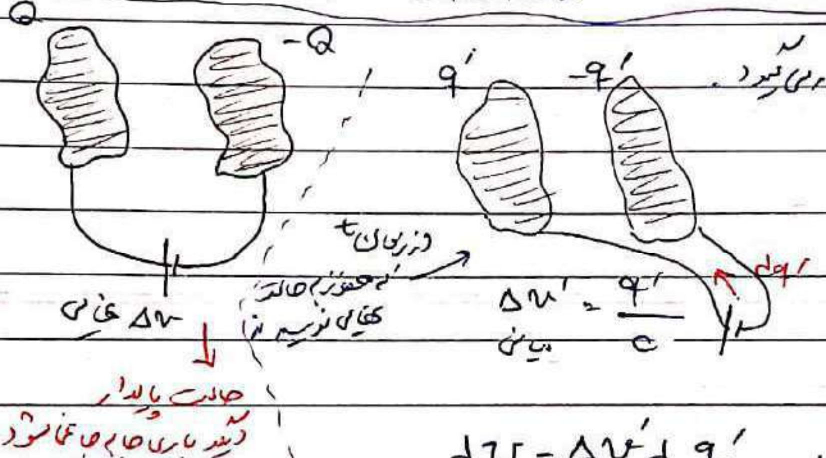
$$D = d + y = d + x\tan\alpha$$

عنصر ظرفیت → $dC_x = \varepsilon_0 \frac{A}{D} = \varepsilon_0 \frac{l\,dx}{d + x\tan\alpha}$ → این‌ها در واقع خازن‌های موازی هستند.



$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$$

$$C = \int_0^l dC_x = \int_0^l \varepsilon_0 \frac{l\,dx}{d + x\tan\alpha}$$



بار خازن Q و $-Q$ روی خازن قرار می‌گیرد.

پس در این زمان اختلاف پتانسیل هم اختلاف پتانسیل نهایی نیست و بار هنوز جاری هست.

در زمان t

به عنوان حالت گذار (های ترسیم نا)

ΔV نهایی ↓ حالت پایدار دیگر بار جابجا نمی‌شود.

$\Delta V'_{\text{میانی}} = \frac{q'}{C}$

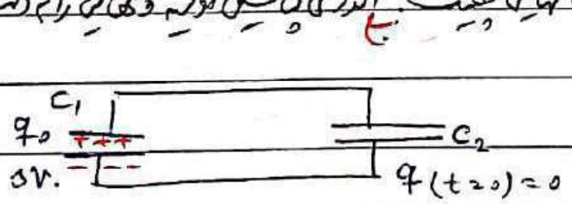
کاری که باتری انجام می‌دهد $\quad dU = \Delta V' dq'$

$\frac{Q}{C} = \Delta V_{\text{نهایی}}$

چه قدر انرژی ذخیره شده؟ $\quad dU = \frac{q'}{C} dq'$

انرژی نهایی ذخیره شده → $U = \int_0^Q \frac{q'}{C} dq' = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$

≡ خازنی با ظرفیت C_1 دارای بار q_0 است و اختلاف پتانسیل آن ΔV_0 می‌باشد. اگر این خازن را به خازن دیگری با ظرفیت C_2 و بدون بار وصل شود (الف) اختلاف پتانسیل نهایی چیست؟ (ب) انرژی پتانسیل اولیه و نهایی را به دست آورید.



q_0 بین دو خازن تقسیم می‌شود ← $q_0 = q_1 + q_2$

اختلاف پتانسیل برابر است ← $C_1\Delta V_0 = C_1\Delta V + C_2\Delta V$

$q_0 = C_1\Delta V_0$

$$\boxed{\Delta V = \frac{C_1}{C_1 + C_2}\Delta V_0} \rightarrow \text{(الف)}$$

جلسه ششم استاد بهمن آبادی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۷

ب)

$U_1 = \frac{1}{2} C_1 (\Delta V_1)^2$

انرژی پتانسیل اولیه

$U_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\frac{C_1^2}{C_1+C_2}(\Delta V_1)^2$

انرژی پتانسیل نهایی

$\Rightarrow \boxed{U_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2} U_1} \leftarrow$ ب

$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

چگالی انرژی = انرژی در واحد حجم = ?

d

انرژی در این حالت ثابت است

چگالی انرژی $\rightarrow u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} C (\Delta V)^2}{Ad}$, $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$

حجم بین خازن

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{\Delta V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

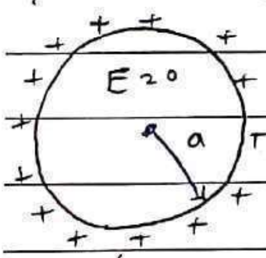
میدان الکتریکی

هرجا E داشته باشیم انرژی داریم

و هرجا نداشته باشیم انرژی هم نداریم.

این رابطه در تمام حالت ها کاربرد دارد نه فقط در حالت خاص خازن مسطح

مثال) می خواهیم انرژی ذخیره شده در کره را بدانیم!



Q بار مثبت

$C = 4\pi\varepsilon_0 a$

راه حل اول

انرژی ذخیره شده در سیستم (خازن) $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \boxed{\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}}$

پوسته کروی رسانا

راه حل دوم

میدان الکتریکی فضا

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

میدان خارجی از طریق قانون گاوس

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{Q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} Q^2 \rightarrow$ انرژی ذخیره شده در واحد حجم

حجم ضخامت پوسته

$dU = u\,dv = u \times 4\pi r^2 dr \leftarrow$ عنصر حجم

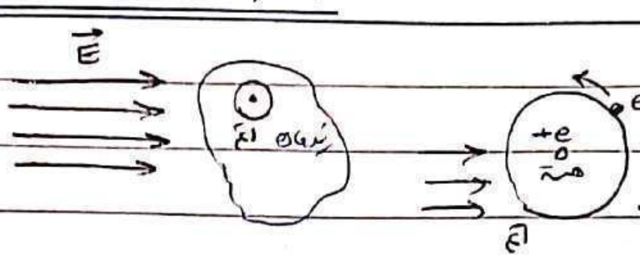
در پوسته

$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2} dr$

$U = \int_a^\infty \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_a^\infty = \boxed{\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}}$

Year: ۹۹ Month: ۷ Day: ۹

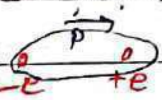
جلسه هفتم فیزیک الک (دکتر آملی)



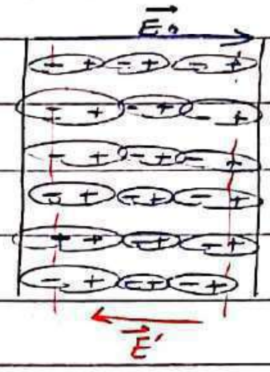
مراکز بار مثبت و منفی بر هم منطبق‌اند و در هسته هستند. وقتی میدان نداریم.
یعنی قطبیدگی نداریم.

اما وقتی یک میدان اعمال می‌شود. بار مثبت در جهت میدان حرکت می‌کند. و الکترون در خلاف جهت

حالت اول $\;-e\;\;+e$ $\qquad$ حالت دوم $\;\vec E_0\;\; \vec p\;\; -e\;\;+e$ $\qquad$ دوقطبی ایجاد می‌شود



هرچه میدان قوی‌تر باشد دوقطبی بلندتر است یعنی الکترون و پروتون بیشتر جابجا می‌شوند.
و هم راستاتر با خطوط میدان می‌شوند.



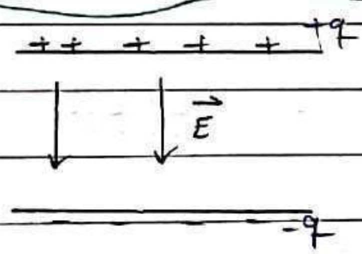
$\vec E = \vec E_0 - \vec E'$ $\qquad$ میدانی که به خاطر دوقطبی‌های القایی به وجود آمده

میدان اولیه بیرونی

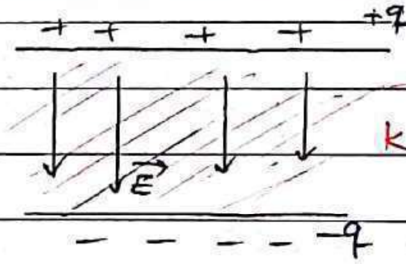
$\vec E' = -\alpha \vec E_0$ $\qquad$ متناسب با E_0، منفی به خاطر خلاف جهت

$\vec E = (1-\alpha)\vec E_0$ $\quad\rightarrow\quad$ میدان الکتریکی کل کوچکتر از $\vec E_0$ است

$= \frac{1}{k}\vec E_0$ $\qquad$ k: ثابت دی‌الکتریک ، وابسته به نوع ماده



خازن منزوی



دی‌الکتریک

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$

سطح الکترودها

$$E = \frac{E_0}{k} = \frac{q}{k\varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon A}$$

$k\varepsilon_0 = \varepsilon \longrightarrow$ گذردهی الکتریکی

ثابت دی‌الکتریک

k بدون بعد است.

(در این جا خازن منزوی و به باطری وصل نیستند)

$$|\Delta V| = E_0 d \qquad\qquad |\Delta V'| = Ed = \frac{E_0}{k}d$$

$$C = \frac{q}{|\Delta V|} \qquad\qquad |\Delta V'| = \frac{|\Delta V|}{k}$$

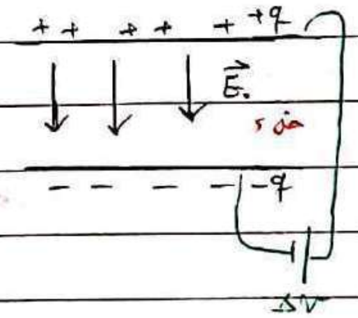
$$C' = \frac{q}{|\Delta V'|} = \frac{kq}{|\Delta V|} = kC$$

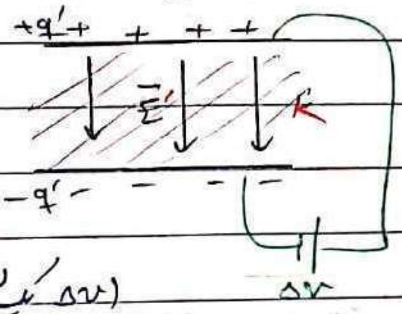
Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۹

جلسه هفتم فیزیک استاد عثمان آبادی

میدان الکتریکی و پتانسیل در حضور دی الکتریک تقسیم بر k می‌شوند و ظرفیت k برابر می‌شود.

اگر به باتری وصل کنیم ظرفیت تغییری نمی‌کند.





(ΔV ثابت)

روی صفحاتی که دی الکتریک داریم دیگر q های q بدون دی الکتریک نیست پس q' داریم.

$E_0 = \frac{q}{A\varepsilon_0}$ $\qquad$ $E' = \frac{q'}{\varepsilon_0 k A}$

$\Delta V = E_0 d$ $\qquad$ $\Delta V = E' d$, $C' = \frac{q'}{\Delta V}$

$\longrightarrow E_0 = E' \longleftarrow$

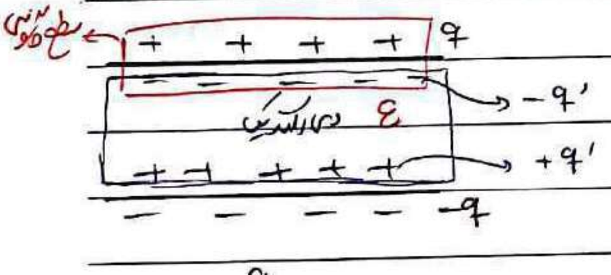
$C = \frac{q}{\Delta V}$

$\longrightarrow q = \frac{q'}{k} \longrightarrow \boxed{q' = kq}$

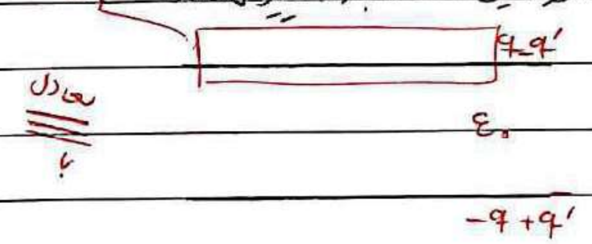
یعنی اگر دی الکتریک داشته باشیم بار بیشتری جذب صفحه‌ها می‌شود

$C' = \frac{kq}{\Delta V} \rightarrow \boxed{C' = kC}$ ← ظرفیت ارتباطی به وصل شدن به منبع ندارد

اثر دی الکتریک این است که بار را تغییر می‌دهد.



معادل با



$E = \frac{q}{k\varepsilon_0 A}$

انگار یک فضای خلأ داریم اما با بار متفاوت

$\frac{q}{k\varepsilon_0 A} = \frac{q-q'}{A\varepsilon_0}$ $\qquad$ $E = \frac{q-q'}{A\varepsilon_0}$

بار قطبش

$\boxed{q' = q\left(1-\frac{1}{k}\right)}$

به جای دی الکتریک خلأ گرفتیم و اثر دی الکتریک را در مقدار بارها لحاظ کرده‌ایم

امکان دارد که اگر میدان بسیار قوی باشد اتم با اولیه خنثی می‌شود و دی الکتریک رسانا می‌شود.

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۹

جلسه هفتم فیزیک استاد [illegible]

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{q-q'}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 k} = \frac{q}{\varepsilon}$$

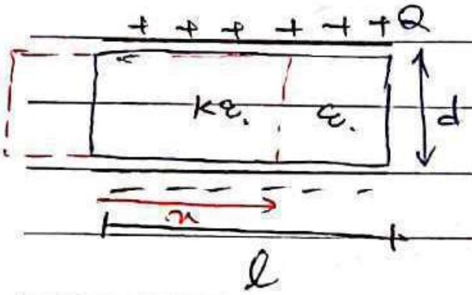
q بار آزاد
q' بار مقید

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon} \rightarrow \oint \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{a} = q \rightarrow \boxed{\oint \vec{D}\cdot d\vec{a} = q}$$

بردار جابه‌جایی $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

بردار جابه‌جایی هیچ ارتباطی با بارهای مقید ندارد فقط بارهای آزاد.

خازن منزوی



دی‌الکتریک را به سمت چپ حرکت می‌دهیم.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2(C_1+C_2)}$$

$$= \frac{Q^2}{2\left[\varepsilon_0\frac{(l-x)l}{d} + \varepsilon_0 k\frac{xl}{d}\right]} \rightarrow U = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 l\left[l-x+kx\right]}$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx} > 0$$ $\longrightarrow$ پس یعنی اگر دی‌الکتریک را بیرون بکشیم بارها نیرو وارد می‌کنند که آن را به داخل بیاورند.

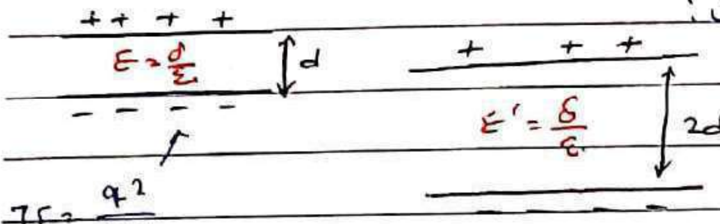
چرا با این که خطوط میدان راستای عمودی دارند اما نیرو به سمت افقی وارد می‌کند ← ؟؟؟

بسمه تعالی

جلسه ششم الکتریسیته

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۱۲

مثال: در یک خازن مسطح منزوی: اگر فاصله بین صفحات دو برابر شود ۱) تغییر انرژی پتانسیل چه قدر است؟
۲) چه قدر کار برای انجام این فرآیند لازم است؟



راه حل اول

چون قطعه منزوی پس بار ثابت است

$U_1 = \frac{q^2}{2C}$ $\qquad U_2 = \frac{q^2}{2C'} = 2U_1$

$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ $\qquad C' = \varepsilon_0 \frac{A}{2d}$

انرژی پتانسیل دو برابر می‌شود

$\Delta U = U_2 - U_1 = U_1 = \frac{q^2}{2C}$

راه حل دوم

کار شخص یعنی تغییر انرژی پتانسیل است $\Delta U = -W$ این برای کار میدان است

$W_{\text{نیروی الکتریکی}} = -W_{\text{کار شخص}}$

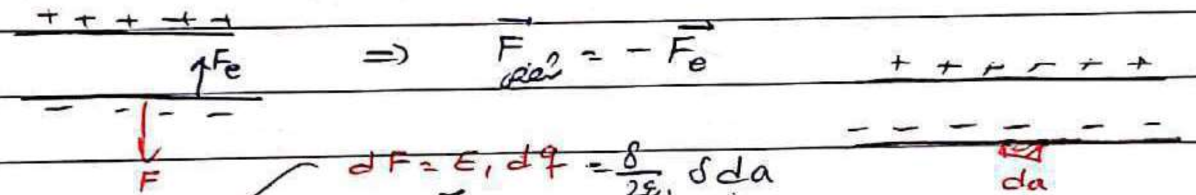
$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$u' = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E'^2$

میدان الکتریکی حالت اول و دوم با هم برابر است

انرژی در واحد حجم هر دو برابر است $u = u'$

حجم $2v = v' \Rightarrow U' = u'v' = 2uv = 2U$



$\vec{F}_{\text{شخص}} = -\vec{F}_e$

$dF = E_1\, dq = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, \sigma\, da$

نیرویی که از طرف صفحه بالا وارد می‌شود

میدان صفحه مثبت

نصف میدان کل

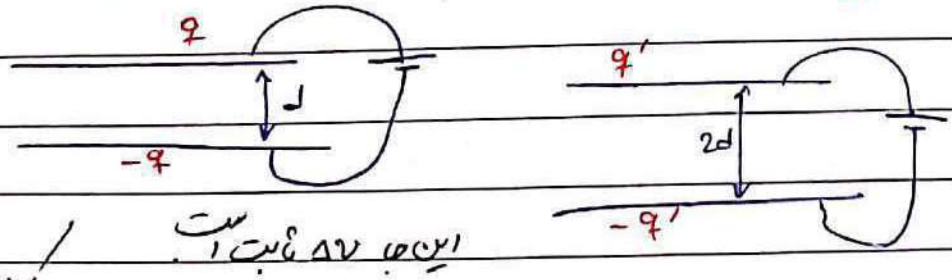
$dF = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} da \rightarrow F = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} A \rightarrow W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int F\, dr$

$\boxed{W = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} A d}$ این همان $\frac{q^2}{2C}$ است. $\rightarrow W = \frac{\sigma^2 A^2}{2\varepsilon_0 A/d} = \frac{q^2}{2C}$

مثال ۲ در یک خازن مسطح متصل به منبع تغذیه اگر فاصله بین دو صفحه دو برابر شود.

۱) تغییر انرژی پتانسیل؟

۲) کار شخص؟



این جا ΔV ثابت است

پس از رابطه $\frac{1}{2}C\Delta V^2$ استفاده می‌کنیم.

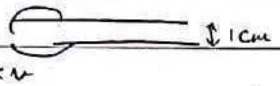
Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۱۲

جلسه هشتم استاد احمدآبادی

اگر میدان از حدی بیشتر باشد می‌تواند ماده را یونیزه کند. (الکترون‌هایشان را بکند)

هوا: $E = 10\ \frac{kV}{cm} = 10^6\ \frac{V}{m}$ → در این هنگام رعد و برق رخ می‌دهد و محیط یونیزه شده است و بارها از ابر به زمین منتقل می‌شوند که همان مسیر رعد زدن شده چون آن مسیر رسانا شده است.

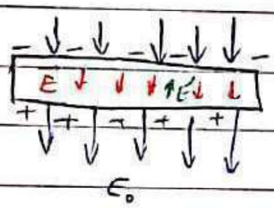
پلاستیک: $E = 100\ \frac{kV}{cm} = 10^7\ \frac{V}{m}$



→ این جا پلاستیک رسانا شده

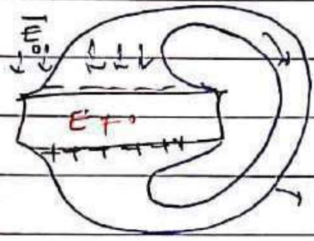
نیم‌رسانا: $10^{10} - 10^{12}$ اتم داشته باشیم ← اگر در این تعداد اتم یک الکترون آزاد داشته باشیم ماده نیم‌رسانا است.

در رساناها مقاومتشان صفر نیست اما اگر دمایشان را بسیار پایین بیاوریم صفر می‌شود و تبدیل به ابررسانا می‌شوند. مثلاً هلیوم در ۳ کلوین تبدیل به ابررسانا می‌شود!

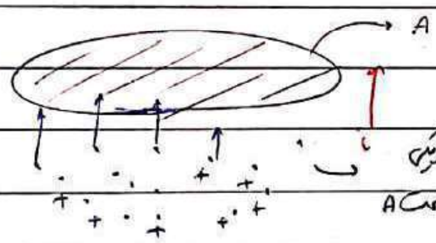


$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{k}$ $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$ → اگر رسانا داشتیم ← $\vec{E} = 0$

k به سمت بی‌نهایت میل کند.



حالا اگر دو سر را با سیم به هم وصل کنیم. بارها حرکت می‌کنند و صفحه مثبت را خنثی می‌کند. پس دیگر میدان داخل صفر نیست (چون بارها در حرکتند)



تعداد بار الکتریکی در حرکت به سمت A

$dt \neq dq$, $i = \frac{dq}{dt}$

بارهایی که در واحد زمان عبور می‌کنند جریان الکتریکی.

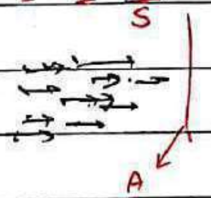
جهت حرکت بارهای مثبت را جهت جریان می‌گوییم.

اما اگر بارهای منفی داشتیم جهت جریان رو به پایین بود.

با اینکه جریان جهت دارد اما برداری نیست چون از قوانین بردارها تبعیت نمی‌کند.

آمپر

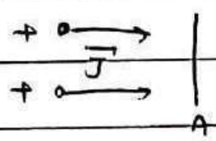
$1\ A = 1\ \frac{C}{s}$



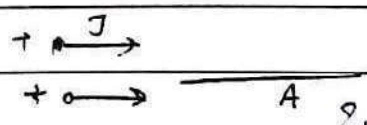
$\vec{J}$ کمیت برداری ← چگالی جریان

جریان تقسیم بر سطح عمود بر جهت جریان

$J = \frac{i}{A}$



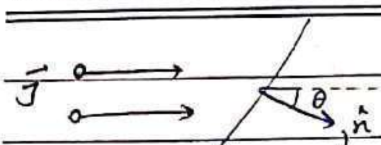
$i = JA$



$i = 0$

اگر سطح در راستای جهت جریان باشد جریانی که عبور می‌کند از A صفر است.

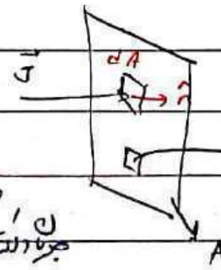
Year: 99 Month: ۲ Day: ۱۲ — جلسه هشتم



بردار عمود بر صفحه

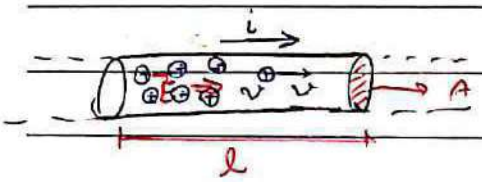
$$\boxed{i = \vec{J} \cdot \vec{A}} \rightarrow JA\cos\theta$$

$$di = \vec{J} \cdot d\vec{a}$$



در این محل چگالی جریان ممکن است اندازه متفاوت باشد

$$i = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{a}$$ جریان الکتریکی گذرنده از سطح A



بخشی از سیم حامل جریان

بارهای مثبت در جهت میدان حرکت می‌کنند

سرعت سوق ، v ثابت $\rightarrow t = \frac{l}{v}$

$$J = \frac{i}{A} = \frac{Q/t}{A} \qquad Q = nAlq \rightarrow$$ بار هر

تعداد بارها/ذرات باردار در واحد حجم

$$J = \frac{\frac{nAlq}{l/v}}{A} = nqv \longrightarrow \boxed{J = nqv} \Rightarrow \boxed{J = \rho v}$$

چگالی بار الکتریکی

۱۳۹۹,۲,۱۴ — سرعت سوق — جلسه نهم

$$\overset{q}{\circ} \rightarrow \vec{v} \qquad \vec{J} = nq\vec{v} = \rho\vec{v}$$

چگالی جریان — تعداد در واحد حجم — چگالی بار — سرعت سوق

سیم رسانا مسی

$r = 10^{-3}\ m$

$\rho_m = 9 \times 10^3\ \frac{kg}{m^3}$ چگالی مس

$M = 64\ g/mol$ جرم مولی مس

$i = 1A$ جریان عبور کننده از سیم

$$J = \frac{i}{A} = \frac{1}{\pi r^2} = 3 \times 10^5\ \frac{Amper}{m^2}$$

$$n = N\left(\frac{\rho_m}{M} N_A\right) = 1 \times \frac{9 \times 10^3}{64 \times 10^{-3}} \times 6.02 \times 10^{23} \simeq 10^{29}$$

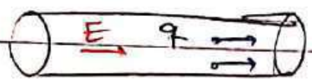
N = تعداد الکترون برای اتم $= 1$ ، N_A عدد آووگادرو

$$v_d = \frac{J}{nq} = \frac{3 \times 10^5}{10^{29} \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{-5}\ m/s$$

q بار یک الکترون

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۱۴

جلسه هفتم استاد دهقان آبادی



$$\left.\begin{array}{l}\vec{v} \propto \vec{E} \\ \vec{v} \propto \vec{J}\end{array}\right\} \rightarrow \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

رسانندگی الکتریکی

۱) اگر σ تابعی از میدان نباشد محیط خطی است. $\sigma = \sigma(E)$

۲) ناهمسانگرد بودن ← یعنی σ تابعی از جهت میدان است $J_y = \sigma_y E_y$ و $J_x = \sigma_x E_x$

۳) گاهی σ تابعی از مکان است. ← در این صورت محیط ناهمگن است.

$\sigma = \sigma(x, y, z)$

اگر σ تابعی از میدان نباشد رابطه روبرو قانون اهم است. $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

$$\sigma = \frac{A/m^2}{V/m} = \frac{A}{V.m} \rightarrow \frac{1}{\Omega . m} \rightarrow$$ واحد σ

$\frac{1}{\Omega} =$ زیمنس $= S$

قبلاً بهش می‌گفتن مو

$$\rightarrow \sigma = \left[\frac{S}{m}\right]$$

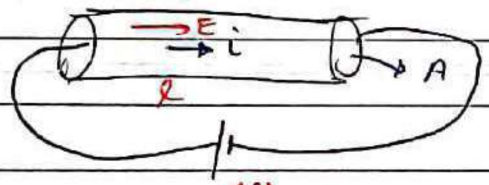
ρ → با ρ قبلی فرق داره!

مقاومت ویژه

واحد مقاومت ویژه $\rho = \frac{1}{\sigma} \quad [\rho] = \Omega . m$

معکوس رسانندگی الکتریکی

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \rightarrow \boxed{\vec{E} = \rho \vec{J}}$$



$E = \frac{\Delta v}{l} \quad , \quad \rho = \frac{E}{J} = \frac{\Delta v / l}{i / A}$ مقاومت ویژه

$$\rho = \left(\frac{\Delta v}{i}\right) \frac{A}{l}$$

مقاومت الکتریکی R

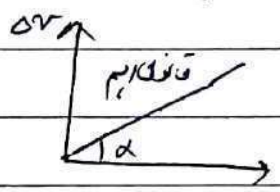
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

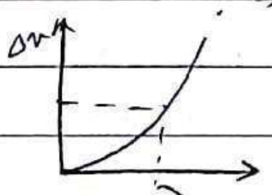
$$\boxed{\Delta V = R i}$$

قانون اهم

R تابعی از اختلاف پتانسیل و جریان نیست.

زمانی به این رابطه قانون اهم می‌گویند که R تابعی از i نباشد



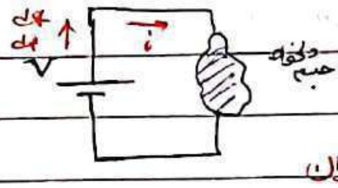


← غیراهمی

نسبت می‌شود مقاومت در اون نقطه خاص

مسئله‌ای است دکلمن آباد
محاسبه مقدار n ؟

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۱۴



می‌خواهیم بدانیم چه قدر انرژی برای جابجا کردن dq در حال صرف کردن هستیم؟

$$dU = V\,dq$$

$$\text{توان } P = \frac{dU}{dt} = v\frac{dq}{dt} = vi$$ ← این رابطه همیشه برقرار است

$$R = \frac{v}{i} \quad , \quad \boxed{P = Ri^2}$$ ← این رابطه توان به شرط برقراری $R = \frac{v}{i}$ برقرار است

الکترون‌ها در ابتدا شروع به شتاب گرفتن می‌کنند و بعد به دلیل نیروی اصطکاک وارد شده به یک سرعت نهایی (سرعت سوق) می‌رسند. (مثل سقوط که به سرعت ثابت می‌رسد)

$\vec{E}$ $\xrightarrow{q}$

$$F = ma \rightarrow qE - bv = m\frac{dv}{dt}$$

متناسب با سرعت و در خلاف آن
مدلی برای تعیین اصطکاک ناشی از برخوردها

$$\int_0^v \frac{dv}{qE - bv} = \int_0^t \frac{1}{m}dt \rightarrow -\frac{1}{b}\ln(qE - bv)\Big|_0^v = \frac{1}{m}t$$

$$= \ln\left(\frac{qE - bv}{qE}\right) = -\frac{b}{m}t$$

$$\rightarrow \ln\left(1 - \frac{b}{qE}v\right) = -\frac{b}{m}t$$

$$\rightarrow v = \frac{qE}{b}\left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right) = \frac{qE}{b}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \tau = \frac{m}{b}$$

در زمان طولانی $e^{-t/\tau}$ صفر می‌شود و سرعت سوق نهایی $\frac{qE}{b}$ می‌شود.

$$v_d = \frac{qE}{b} = \left(\frac{q\tau}{m}\right)E$$

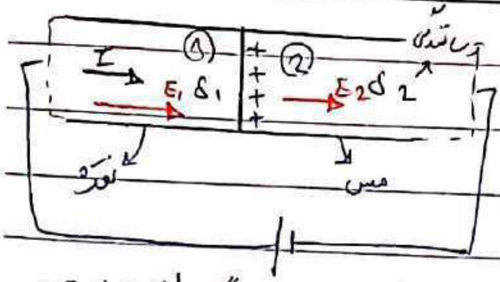
$$J = nqv_b = \underbrace{\left(\frac{nq^2\tau}{m}\right)}_{\sigma}E \rightarrow \boxed{\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}}$$ ← هرچه ذرات سبک‌تر باشند راحت‌تر جابجایی کنند

Scanned by CamScanner

بسم تعالی

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۱۴

جلسه دهم الکترومغناطیس ۲ آنلاین

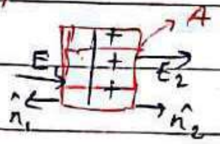


جریان I در سیم برقرار است نشان دهید بار در محل اتصال دو ماده وجود دارد برابر $\varepsilon_0 I \left(\frac{1}{\sigma_1} - \frac{1}{\sigma_2}\right)$ است
(جریان پایا I)

جریان در ابتدا پایا نیست در زمان بسیار کوتاهی پایا می شود.
در ابتدا مقداری بار روی محل اتصال ذخیره می شود. جریان ثابت است سطح مقطع این دو هم ثابت است پس چگالی جریان هم برابر است

$$J_1 = J_2 \longrightarrow \sigma_1 E_1 = \sigma_2 E_2 \quad (A)$$

پس یک نقطه اتصال به این صورت داریم ←



(سطح گاوسی)

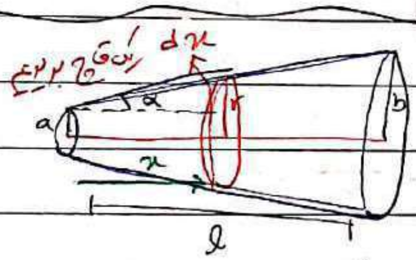
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$-E_1 A + E_2 A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

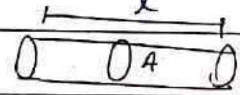
$$Q = \varepsilon_0 A (E_2 - E_1) \rightarrow Q = \varepsilon_0 A E_1 \left(\frac{E_2}{E_1} - 1\right) \overset{(A)}{=} \varepsilon_0 A E_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1\right)$$

$$Q = \varepsilon_0 A \underbrace{\sigma_1 E_1}_{J_1} \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1}\right) \rightarrow \boxed{Q = \varepsilon_0 I \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1}\right)}$$

اگر دو ماده از نظر رسانندگی یکسان بودند هیچ باری در محل اتصال تجمع نمی کرد.
اما این بار تجمعی در واقع باعث می شود میدان در دو طرف برابر نشود که در نهایت منجر به پایایی جریان می شود.
وقتی تمام بارهای آزاد و القایی را در نظر می گیریم محیط در واقع برای ما خلا می شود. پس می توانیم قانون گاوس را به کار ببریم.



مثال - سیم با مقطع متغیر به شکل مخروط ناقص
سطح مقطع ها به ترتیب a و b است
و طول سیم l می باشد. مقاومت سیم چه قدر است؟



$$dR = \rho \frac{dx}{\pi r^2} \quad \rightarrow$$ می توانیم مقطع dx ها را ثابت بگیریم.

$R = \rho \frac{l}{A}$ ← مقطع ثابت

در این حالت dx ها به صورت مقاومت های سری هستند

$$R = \rho \int \frac{dx}{\pi r^2} \qquad \boxed{r = x\tan\alpha + a}$$

← α ثابت است

سری: $R = \sum R_i$
موازی: $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

$$\tan\alpha = \frac{b-a}{l}$$

$$R = \rho \int_0^l \frac{dx}{\pi r^2}$$

$$R = \rho \int_a^{a + l\tan\alpha = b} \frac{dr}{(\pi\tan\alpha) r^2} = \frac{\rho}{\pi\tan\alpha}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

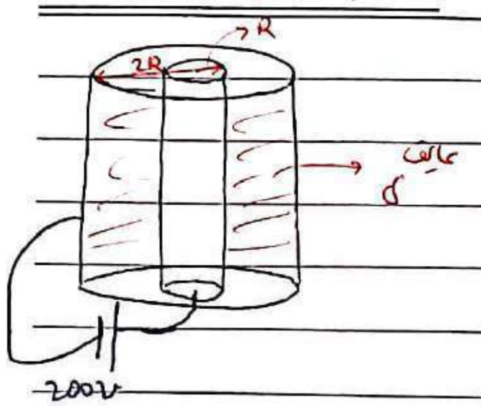
تغییر متغیر → $dr = \tan\alpha \, dx$

$$R = \frac{\rho l}{\pi(b-a)}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \rightarrow \boxed{R = \rho \frac{l}{\pi a b}}$$

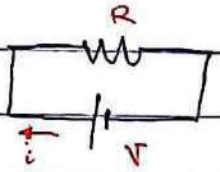
Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۱۶

جلسه دهم درس الکترومغناطیس

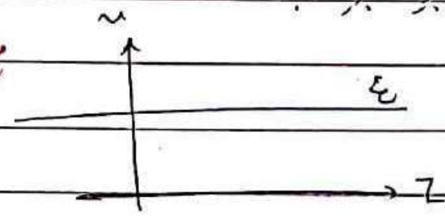
مثال - مغزی و بیرونی را به اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت وصل می‌کنیم
پس جریان نشتی عبور می‌کند. در داخل عایق $I = 2\times10^{-9}A$
مقدار رسانندگی را می‌خواهیم؟



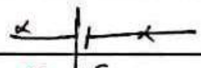
منبع:
- منبع ولتاژ ← بستگی به جریان عبوری ندارد. همواره اختلاف پتانسیل ثابت دارد
- منبع جریان ← در منبع جریان، جریان ثابت است.



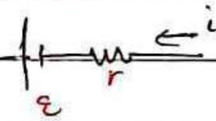
منبع ولتاژ



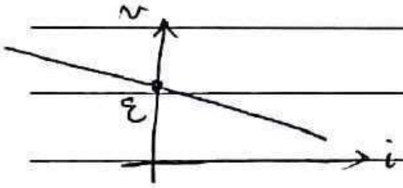
v ثابت به ازای هر جریانی



ایده‌آل ε



$v = \varepsilon - ir$ ← پس اختلاف پتانسیل به i وابسته است.



اگر جریان منفی شود (جهت برعکس شود) اختلاف پتانسیل بیشتر می‌شود.

۱) منبع ولتاژ ← ایده‌آل و غیر ایده‌آل

۲) مقاومت: سری: $R = \sum R_i$ ، موازی: $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

۳) خازن C

$q = cv$ ← $dq = c\,dv$ ← $i = \frac{dq}{dt} = c\frac{dv}{dt}$

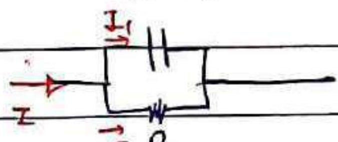
$dv = \frac{1}{c}\, i\,dt$ → $\int_{v_0}^{v} dv = \frac{1}{c}\int_0^t i\,dt$

جریان تخلیه است تا زمانی که خازن را باردار کند.

$$\boxed{v - v_0 = \frac{1}{c}\int_0^t i\,dt}$$

یک خازن ایده‌آل مقاومت بین صفحاتش بی‌نهایت است.

خازن غیر ایده‌آل



$I = I_1 + I_2$. یک خازن با یک مقاومت بزرگ.

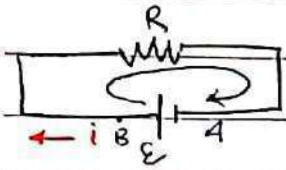
چون مقاومت R زیاد است اکثر جریان از خازن عبور می‌کند.

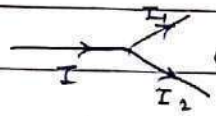
بسمه تعالی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۱۹

جلسه دهم استاد دکتر آبان

خازن ایده آل خازنی است که مقاومت بین دو دیواره آن بی نهایت باشد.

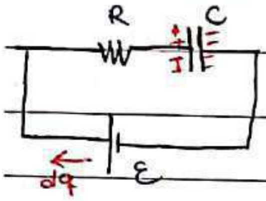




تقارن بار الکتریکی → $I = I_1 + I_2$ → قانون اول کیرشهف

جمع اختلاف پتانسیل های کل حلقه صفر است → بقای انرژی

$\varepsilon - RI = 0$ → قانون دوم کیرشهف



در این جا i ثابت نیست به خاطر وجود خازن

کاری که باتری انجام می دهد به بار dq را از یک نقطه به نقطه دیگر می برد:

$$\varepsilon dq = Ri^2 dt + d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

بعد با رسیدن به مقاومت هدر می رود

انرژی که در مقاومت هدر رفت

یک دیواره پتانسیل انرژی جمع در خازن ذخیره می شود.

مشتق گیری

$$\varepsilon \frac{dq}{dt} = Ri^2 \frac{dt}{dt} + \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt}$$

$$\varepsilon \frac{dq}{dt} = Ri^2 + \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} \rightarrow \boxed{\varepsilon = Ri + \frac{q}{C}}$$ → همان قانون کیرشهف

$\frac{dq}{dt} = i$

$$\rightarrow \varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\varepsilon C = RC\frac{dq}{dt} + q \rightarrow \frac{dq}{\varepsilon C - q} = \frac{1}{RC} dt$$

انتگرال گیری

$$\int_0^q \frac{dq}{\varepsilon C - q} = \int_0^t \frac{1}{RC} dt \rightarrow -\ln(\varepsilon C - q)\Big|_0^q = \frac{1}{RC} t$$

$$\ln\left(\frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C}\right) = -\frac{1}{RC} t$$

$$\ln\left(1 - \frac{q}{\varepsilon C}\right) = -\frac{1}{RC} t \rightarrow 1 - \frac{q}{\varepsilon C} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

بار نهایی $q(t \to \infty) = \varepsilon C$

که دیگر جریان نداریم.

$RC = \tau$ ثابت زمانی → واحدش از جنس زمان است

$$t = \tau \rightarrow q = \varepsilon C (1 - e^{-1}) \Rightarrow \boxed{q = 0.63\, \varepsilon C}$$

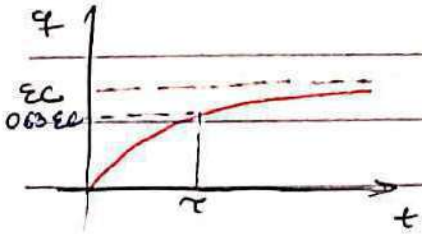
مشتق زمان از رابطه q بدست آمده

اگر $t = 10\, RC$ صبر کنیم تقریباً به بار نهایی رسیده ایم.

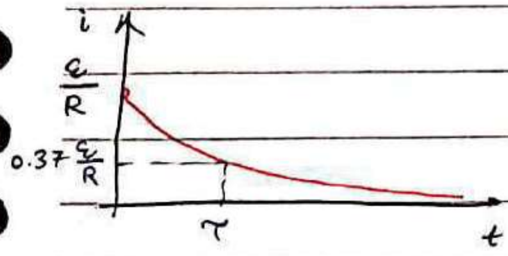
$$i = \frac{dq}{dt} = \varepsilon C \times \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Scanned by CamScanner

جلسه یازدهم استاد محمدآبادی

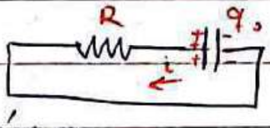


$$\begin{cases} i = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \\ q = \varepsilon C\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \end{cases}$$



حالتی که خازن صفر بوده و بعد از مدتی به بار کامل می‌رسید

حالا اگر خازن به بار نهایی برسد و منبع را برداریم :



$$0 = Ri + \frac{q}{C}$$

$$0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

q از حالت ماکزیمم شروع میکند صفر شود

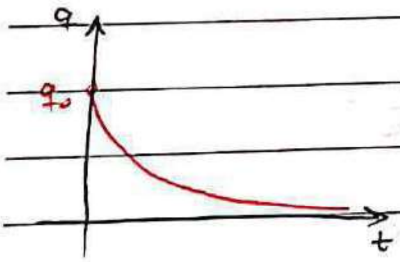
$$\xrightarrow{\text{انتگرال}} \int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{1}{RC}dt \rightarrow (\ln q)\Big|_{q_0}^{q} = -\frac{1}{RC}t$$

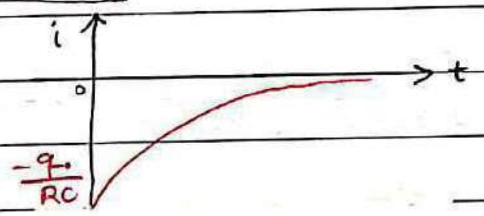
q اولیه

$$\ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{1}{RC}t \rightarrow \boxed{q = q_0 e^{\frac{-t}{RC}}}$$

در $t=0$ ، q همان q_0 است و در $t=\infty$ ، q صفر می‌شود.

$$q = q_0 e^{-t/\tau} \xrightarrow{\text{مشتق}} \boxed{i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC}}$$





$$V_R = Ri = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} \qquad V_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC}$$

$$\underset{\text{انرژی ذخیره شده در خازن}}{U} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{\frac{-2t}{RC}}$$

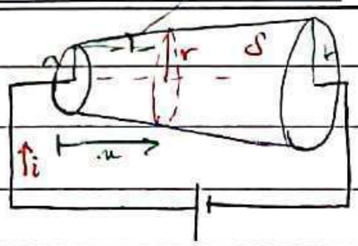
زمانی که انرژی خازن به نصف مقدار اولیه رسیده، چقدر است؟

$$\frac{U_0}{2} = U_0 e^{-2t/\tau} \rightarrow 2 = e^{\frac{2t}{\tau}} \rightarrow \ln 2 = \frac{2t}{\tau}$$

$$\boxed{t = \frac{\tau}{2}\ln 2}$$

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۱۹

جلسه یازدهم استاد بهمن آبادی

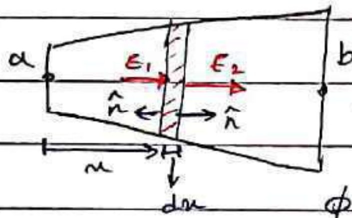


تجمع بار الکتریکی در جسم تک ظرف برابر با تراز انجام می‌گیرد
همچنین که میدان الکتریکی متفاوت باشد
در واقع تجمع بار فقط به خاطر گسستگی در رسانایی است.

$\delta = \frac{1}{\rho} \qquad i =$ ثابت

$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi r^2} = \delta E \rightarrow \boxed{E = \frac{i}{\pi \delta r^2}} \rightarrow$ میدان الکتریکی بستگی به مقطع دارد.

$r = a + x\tan\alpha \rightarrow \tan\alpha = \frac{b-a}{l}$



$\rightarrow$ سطح گاوسی $\frac{\text{قانون}}{\text{گاوس}}$ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\phi_E = -E_1\pi r^2 + E_2\pi(r+\Delta r)^2$

$= -E_1\pi r^2 + E_2\pi(r^2 + 2r\Delta r)$

$= -\frac{i}{\delta} + \frac{i}{\delta} = 0 \longrightarrow Q = 0 \rightarrow$ باری در داخل ندارد.

$R = \frac{V}{i}, \quad V = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int \frac{i}{\pi \delta r^2} dx = -\int \frac{i}{\pi \delta r^2}\left(\frac{dr}{\tan\alpha}\right)$

$r = a + x\tan\alpha$

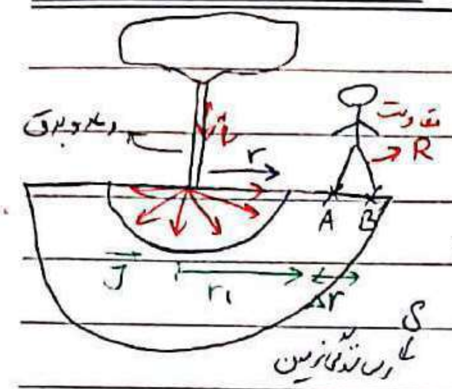
$= \frac{i}{\pi \delta \tan\alpha} \left.\frac{1}{r}\right|_a^b = \frac{i}{\pi \delta \tan\alpha}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$

$R = \frac{|V|}{i} = \frac{1}{\pi \delta \tan\alpha}\left(\frac{b-a}{ab}\right) \qquad \boxed{\tan\alpha = \frac{b-a}{l}}$

بسم تعالی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲۱

جلسه دوازدهم استاد بهمن آبادی



جریان به صورت یکسان در تمام جهت و به صورت یکنواخت روی سطح زمین پخش می‌شود.

$$J = \frac{i}{2\pi r^2}$$

اختلاف پتانسیل بین دو پای شخص چقدر است؟

$$\delta \rightarrow J = \delta \cdot E$$

میدان الکتریکی روی سطح زمین

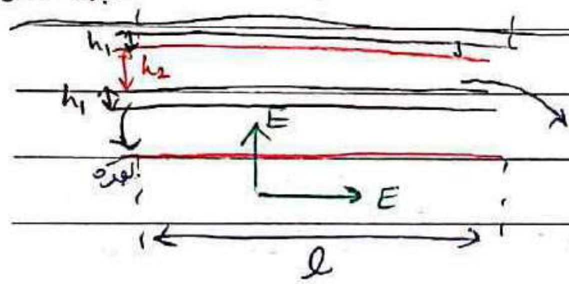
$$E = \frac{J}{\delta} = \frac{i}{2\pi r^2 \delta}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dr} = \frac{-i}{2\pi\delta} \int_A^B \frac{1}{r^2} dr = \frac{i}{2\pi\delta} \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_1+\Delta r}$$

$$= \frac{i}{2\pi\delta} \left(\frac{1}{r_1+\Delta r} - \frac{1}{r_1} \right)$$

جریان عبوری از بدن شخص $I = \frac{\Delta V}{R}$

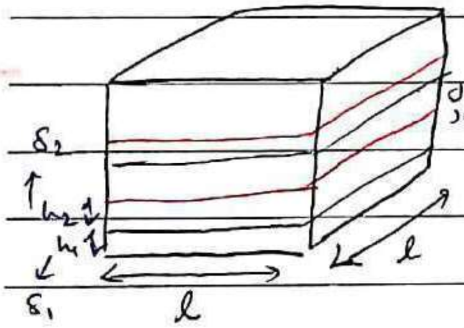
هرچه فاصله بین پاها بیشتر باشد اختلاف پتانسیل بیشتر است و جریان بیشتری می‌شود و کشنده‌تر می‌شود.



h_1 و h_2 در مرتبه نانومتر هستند.

این لایه‌ها را همینطور ادامه می‌دهیم.

می‌خواهیم مقاومت را از راست به چپ یا پایین به بالا بسنجیم.



n تا برای نقره

n تا برای قلع

موازی

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R = \frac{l}{\delta A}$$

رسانایی معادل

$$\frac{\delta_{\parallel} \, N (h_1+h_2) l}{l}$$

سطح مقطع

$$= \frac{\delta_1 N h_1 l}{l} + \frac{\delta_2 N h_2 l}{l}$$

(چپ و راست)

$$\Rightarrow \delta_{\parallel} (h_1+h_2) = \delta_1 (h_1) + \delta_2 (h_2)$$

$$\boxed{\delta_{\parallel} = \frac{\delta_1 h_1 + \delta_2 h_2}{h_1+h_2}}$$

(بالا و پایین) ← مقاومت‌ها سری هستند

$$R = R_1 + R_2 \rightarrow \frac{N(h_1+h_2)}{\delta_{\perp} l^2}$$

$$= \frac{N h_1}{\delta_1 l^2} + \frac{N h_2}{\delta_2 l^2}$$

$$\frac{\delta_{\perp}}{h_1+h_2} = \frac{1}{\frac{h_1}{\delta_1} + \frac{h_2}{\delta_2}} \rightarrow \delta_{\perp} = \frac{(h_1+h_2)\delta_1 \delta_2}{\delta_2 h_1 + \delta_1 h_2}$$

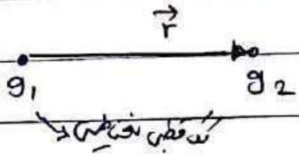
Scanned by CamScanner

بسمه تعالی

جلسه سیزدهم درس جاری الکتریسیته (مغناطیس) (آباد؟)

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۳

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r} = -\vec{F}_1$$

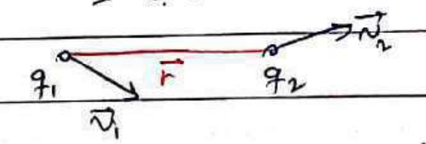


$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{g_1g_2}{r^2}\hat{r}$$

آیا می‌توانیم این گونه بنویسیم؟

آیا ما توانیم تک قطبی مغناطیسی داشته باشیم؟

معنی ندارد.



اگر بار الکتریکی حرکت کند می‌تواند میدان مغناطیسی ایجاد کند.

آثار این میدان می‌تواند کشف شود به شرطی که بار الکتریکی دیگر حرکت کند.

غیر از نیروی الکتریکی یک نیروی مغناطیسی هم به همدیگر وارد می‌کنند.

q_1 متحرک $\rightarrow$ ایجاد میدان مغناطیسی $\rightarrow$ اثر روی q_2 متحرک

نیروی مغناطیسی / نیروی وارد بر ۲

$$\vec{F}_{2m} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{v}_2\left(\vec{v}_1\times\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

بردار یکه r $(\hat{r})$

نیروی وارد بر ۱

$$\vec{F}_{1m} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{v}_1\left(\vec{v}_2\times\hat{r}\right)$$

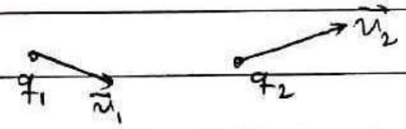
$\rightarrow \vec{F}_{2m} \neq \vec{F}_{1m}$

نیروی مغناطیسی بین این دو بار از قانون سوم نیوتون تبعیت نمی‌کند!

یعنی قانون سوم نقض می‌شود؟؟؟ خیر، اگر ما کل سیستم را در نظر بگیریم میدان مغناطیسی ایجاد شده هم مومنتوم دارد.

در واقع کل تکانه‌های اجزا صفر می‌شود نه فقط دو ذره.

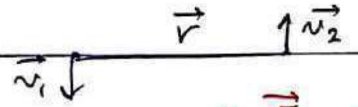
در حال حرکت این دو بار نیروی الکتریکی بین آن‌ها دیگر آن نیروی سابق نیست و به سرعت هم وابسته است.



$$\vec{F}_{2m} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q_2}{r^3}\vec{v}_2\times(\vec{v}_1\times\vec{r})$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q_2}{r^3}\left[(\vec{v}_2\cdot\vec{r})\vec{v}_1 - (\vec{v}_2\cdot\vec{v}_1)\vec{r}\right]$$

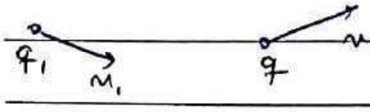
$$\vec{F}_{1m} = \frac{-\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q_2}{r^3}\left[(\vec{v}_1\cdot\vec{r})\vec{v}_2 - (\vec{v}_2\cdot\vec{v}_1)\vec{r}\right]$$



چه زمانی این دو با هم برابر می‌شوند؟ زمانی که v_1 و v_2 بر بردار r عمود باشند.

یعنی بردارهای سرعت یا موازی یا متقارن باشند.

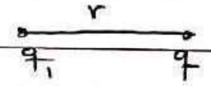
$\Rightarrow \vec{F}_{2m} = -\vec{F}_{1m}$



حال اگر جای q_2 یک بار آزمون فرض کنیم:

$$F_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1q}{r^3}\vec{v}\times(\vec{v}_1\times\vec{r})$$

در نیروی الکتریکی بار آزمون را بیرون می‌آوردیم میدان به دست می‌آمد.



$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q}{r^2}\vec{r} \longrightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{r}$$

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲۳

جلسه سیزدهم الکترودینامیک [illegible] آبادی

در این جا هم اگر دو ویژگی بار الکترون یعنی بار و سرعت را بیرون بیاوریم میدان مغناطیسی به دست می‌آید.

$$F_m = q\vec{v} \times \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1}{r^3} (\vec{v}_1 \times \vec{r}) \right] \to \vec{B}$$

میدان مغناطیسی بار الکتریکی متحرک q_1

$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times B} \rightarrow$$

این B ناشی از بارهای متحرک دیگر موجود در محیط.

این قانون برای اثر تجربی و آزمایشی به دست آمده مثل نیروی الکتریکی

$$\vec{F}_m = \mu_0 \varepsilon_0 \vec{v} \times (\vec{v}_1 \times \vec{F}_e)$$

$$F_m = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times (\vec{v}_1 \times \vec{F}_e) \rightarrow$$

پس دیگر میان دو طرف ربطی است

سرعت نور به توان ۲ در مقدار $\mu_0 \varepsilon_0$ $\rightarrow$ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

در سرعت‌های کم از میدان مغناطیسی در مقابل میدان الکتریکی می‌توان صرف‌نظر کرد. به شرطی که هر دو این‌ها وجود داشته باشند.

$$\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \vec{v}_1 \times \vec{E} \longrightarrow$$

این روابط در سرعت‌های بالا (نسبیت) هم برقرار است

در روابط هم میدان‌ها و نیروها هستند.

بسمه تعالی

جلسه چهاردهم درس الکترومغناطیس

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲۶

معمولاً هم میدان مغناطیسی داریم $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ نیرو در میدان مغناطیسی

هم میدان الکتریکی

مثلاً در این جا چون هم بار مثبت داریم

هم منفی میدان الکتریکی نداریم

چون محیط خنثی است و به خاطر جاری بودن آن میدان مغناطیسی داریم

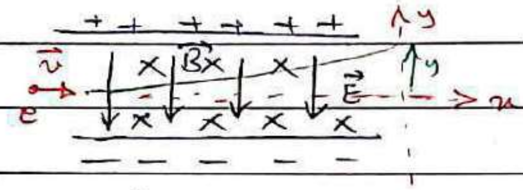
جمع نیروی های مغناطیسی و الکتریکی → نیروی لورنتز → $\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$

مثال

تفنگ الکترونی یک دسته ای از الکترون پرتاب می کند.

طول خازن: L

نیروی خلاف جهت میدان به الکترون وارد می شود.



$\vec{F} = e\vec{E} = eE\hat{j} = ma$

سرعت اولیه $\vec{v}_0 = v\hat{i} + 0\hat{j}$

$$\begin{cases} x = v_0 t \rightarrow t = \frac{L}{v} \\ y = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m} \times \left(\frac{L}{v}\right)^2 \end{cases}$$ → مقدار انحراف

میدان مغناطیسی عمود بر صفحه:

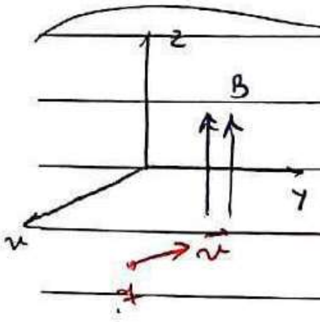
$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$

$\rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$ → اگر این رابطه برقرار باشد نیرویی به ذره

$|E| = |vB|$ وارد نمی شود و انحراف نداریم.

$\rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{LB}{E}\right)^2 \rightarrow B = \sqrt{\frac{2mEy}{eL^2}}$ → در این فرمول y همان y قبل از وجود میدان مغناطیسی است

در واقع با داشتن آن y می خواهیم B ای را پیدا کنیم که در آن صورت بار دیگر منحرف نشود.



$\vec{B} = B\hat{k}$

$v_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} + v_{0z}\hat{k}$

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}$

مشتق سرعت

$q[v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}] \times B\hat{k} = m(\dot{v}_x\hat{i} + \dot{v}_y\hat{j} + \dot{v}_z\hat{k})$

به صورت برابری مولفه ها

$$\begin{cases} qv_y B = m\dot{v}_x \\ -qv_x B = m\dot{v}_y \\ 0 = m\dot{v}_z \rightarrow v_z = \text{ثابت} = v_{0z} \rightarrow \boxed{z = v_{0z}t + z_0} \end{cases}$$

Year: 99 Month: 2 Day: 24

جلسه چهاردهم [illegible]

$$\left.\begin{array}{l} q u_y B = m \dot{v}_x \xrightarrow{\text{مشتق‌گیری}} \frac{qB}{m}\dot{v}_y = \ddot{v}_x \\ -q u_x B = m \dot{v}_y \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \dot{v}_y = -\frac{qB}{m} v_x \end{array}\right\} \rightarrow -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x = \ddot{v}_x$$

در فنر هم قبلاً داشتیم $F=-kx$ به F را ma یا $m\ddot{x}$ برابر قرار دادیم یعنی $m\ddot{x}=kx$

و در این صورت ما یک حرکت نوسانی داشتیم.

$F=-kx=m\ddot{x} \rightarrow x = A\sin(\omega t+\theta)$

$-kA\sin(\omega t+\theta) = m(-A\omega^2\sin(\omega t+\theta))$

$\rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$v_x = v_{x_0}\sin(\omega t+\theta) \quad , \quad \omega = \frac{qB}{m}$

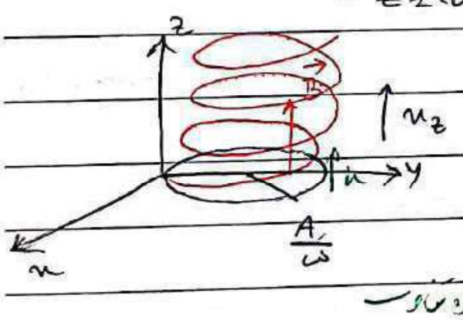
$v_y = \frac{m}{qB}\dot{v}_x = v_{x_0}\cos(\omega t+\theta)$ $\quad \rightarrow A = v_{x_0}$

$x = \int v_x\,dt = \frac{-A}{\omega}\cos(\omega t+\theta) + x_0$

$y = \int v_y\,dt = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t+\theta) + y_0$

$$x_0, y_0, z_0 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega t+\theta) \\ y = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t+\theta) \\ z = v_z t \end{cases} \rightarrow x^2+y^2 = \left(\frac{A}{\omega}\right)^2$$

~~روی این صفحه دایره‌ای~~ شروع به چرخش می‌کند.



به صورت مارپیچ بالا می‌رود. یک دور که می‌زند به اندازه h بالا می‌رود

h: گام مارپیچ

$\theta = \omega T$

$\frac{2\pi}{\omega} = T$ دوره تناوب $\rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$

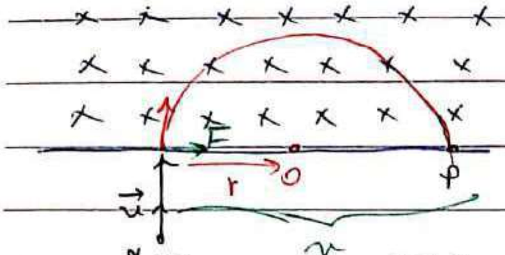
$\boxed{z = v_z t = \frac{2\pi m}{qB} v_{z_0}} = h$

اگر سرعت در راستای B نداشت یک حرکت دایره‌ای می‌شد.

$v_{z_0} = 0$

$qvB = \frac{mv^2}{r} \rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$

m و B ثابتند



بار q وارد میدان B می‌شود.

نیروی F وارد بر آن باعث دوران بار خواهد شد.

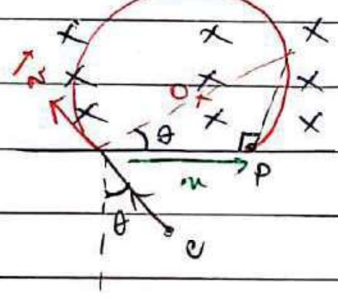
نقطه برخورد P چه هست؟

$$evB = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{eB} \rightarrow x = 2r = \frac{2mv}{eB}$$

اگر ترکیبی از جرم های مختلف اما با بار یکسان داشته باشیم با این روش می‌توانیم جداسازی کنیم چون جرم های سنگین‌تر در فاصله دورتری برخورد می‌کنند.

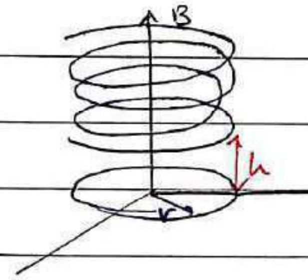
اگر با زاویه برخورد کند دیگر حرکت به آن فرم قبلی نیست.



$$\left.\begin{aligned} x &= 2r\cos\theta \\ evB &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{x = \frac{2mv}{eB}\cos\theta}$$

اگر θ صفر شود همان حالت قبلی را داریم.

۹۹/۲/۲۸ — سه‌شنبه — جلسه پانزدهم (سی و دومین) آنلاین

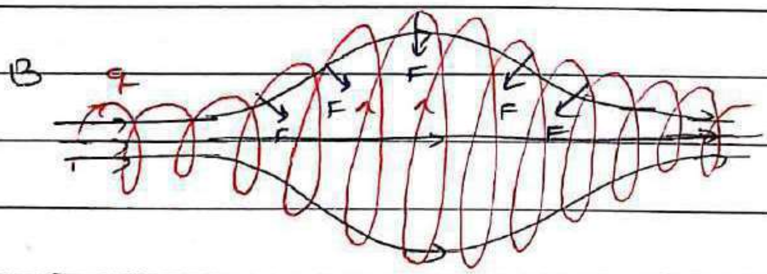


$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

یعنی این گام h به ازای یک چرخش چقدر بالا می‌رود.

آینه مغناطیسی



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

هرگاه فاصله بین خطوط (چگالی) کمتر شد یعنی چگالی بیشتر شد میدان مغناطیسی قوی‌تر می‌شود. (نیرویی دارد بر q عمود بر میدان است)

در قسمت چپ شکل یک شتاب به سمت راست داریم اما در قسمت راست این شتاب منفی است.

یعنی در قسمت راست سرعت در آن راستا صفر می‌شود و برمی‌گردد یعنی ذره در نوسان است. (عقب و جلو می‌رود)

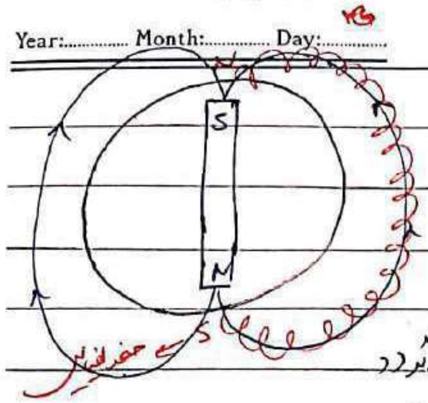
در واقع سرعت در راستای مولفه افقی صفر می‌شود نه کل سرعت بلکه هنوز ذره در دایره حرکت می‌کند.

Scanned by CamScanner

۹۹، ۲، ۲۸
۱۳

Year:............ Month:............ Day:............

جلسه ی سیزدهم استاد دهقان آبادی



قطب N در جنوب جغرافیایی و قطب S در شمال جغرافیایی

در قسمت های بالا و پایین خطوط میدان جمع تر هستند.

پس الکترون می تواند یک حرکت مارپیچ رفت و برگشت داشته باشد.

سرعت حرکتشان خیلی بالا است. (کمربندهای ون آلن)

الکترون ها به جای این که روی این میدان بچرخد و پایین بیاید به سمت زمین بر می گردد

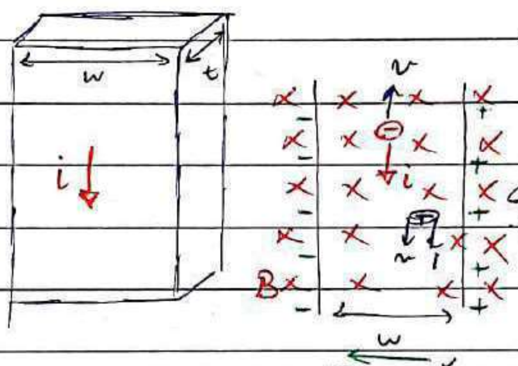
و اتم های جو را برانگیخته می کند و فوتون تولید می شود که موجب شفق قطبی است.

در زمان های خاص الکترون های پر انرژی به جو زمین بر می گردد

Hall effect
اثر هال

* الکترون ها حامل های جریان در سیم هستند نه پروتون ها

یک سیم به شکل مکعب مستطیل.



الکترون به سمت بالا حرکت کند

جریان رو به پایین باشد

اگر بار مثبت باشد در جهت جریان رو به پایین است.

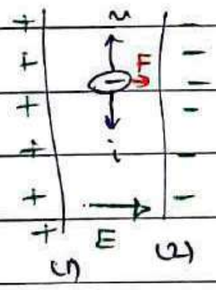
اگر سیم را درون یک میدان عمود به صفحه $\vec{B}$ بگذاریم.

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ این نیرو سبب می شود

(۱) در صورتی که حامل جریان ذرات مثبت باشند

در سمت راست بار مثبت جمع شود و در سمت چپ بار منفی جمع شود.

پس پتانسیل سمت راست بیش تر از سمت چپ خواهد شد.



(۲) در صورتی که حامل جریان ذرات منفی باشند

نیروی مغناطیسی ناشی از میدان باعث می شود سمت راست بار منفی جمع شود

و سمت چپ بار مثبت.

اگر حامل ها بار منفی بودند پتانسیل سمت راست کمتر از سمت چپ است

و اگر 〃 〃 مثبت 〃 〃 〃 بیش تر 〃 〃.

این جا به جایی بارها سبب ایجاد یک میدان الکتریکی می شود. نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در خلاف نیروی مغناطیسی است و این جا به جایی همینطور ادامه پیدا می کند، تا حالت تعادل برسند. این فقط در لحظات اولیه است.

$qE + qv\times B = 0$

سرعت سوق

$E = \frac{V_{21}}{w}$ اختلاف پتانسیل دو صفحه $\rightarrow \vec{E}_H = -\vec{v}\times\vec{B}$

ضخامت سیم.

میدان الکتریکی هال را

E_H و B را داریم → n را پیدا می کنیم

Scanned by CamScanner

جلسه پانزدهم استاد دهکین آبادی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۲۸

و با استفاده از این رابطه هال می‌توانیم جهت حرکت و در نتیجه علامت بار را تعیین کنیم.

پیدا کردن تعداد در واحد حجم هم با رابطه هال امکان‌پذیر است.

سطح مقطع سیم

$$\left.\begin{array}{l} J = nev \\ E_H = vB \end{array}\right\} \rightarrow n = \frac{J}{ve} \rightarrow n = \frac{JB}{eE_H} \rightarrow n = \frac{\frac{i}{wt}B}{e\frac{V_{12}}{w}} = \frac{iB}{etV_{21}}$$

اندازه $E_H = vB$

$E_H = \frac{V_{21}}{w}$

این اختلاف پتانسیل با ولت‌سنج قابل اندازه‌گیری است.

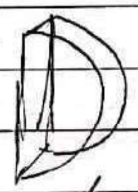
به این ترتیب تعداد ذرات در واحد حجم به دست می‌آید.

یکی از کاربردهای دیگر شتاب‌دهنده‌های ذرات هست.

شتاب‌دهنده:
- سیکلوترون → 50 MeV مثلاً الکترون‌ولت
- سینکروترون → بیشتر از این

شکل سیکلوترون

یک الکترون را درون دو قطعه D شکل قرار می‌دهند. یک میدان مغناطیسی اعمال می‌شود. الکترون می‌چرخد.



صفحه D شکل توری است که الکترون‌ها می‌توانند از آن نفوذ کنند. بعد از چرخش الکترون به محض رسیدن به سطح جهت میدان بر عکس می‌شود. سرعت ذره بیشتر می‌شود. پس شعاع چرخش بیشتر می‌شود و با هر بار رسیدن به سطح پس از چرخش نیم دایره جهت میدان تغییر می‌کند و این روند تکرار می‌شود و شعاع چرخش بزرگ‌تر و بزرگ‌تر می‌شود. بعد در نهایت الکترون با سرعت زیاد خارج می‌شود.

$r = \frac{mv}{qB}$

برای افزایش انرژی باید صفحات بسیار بزرگ بسازیم.

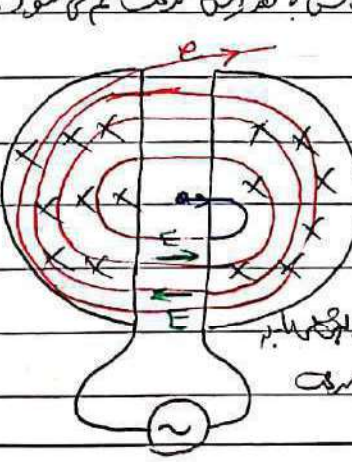
فرکانس مولد باید با فرکانس چرخش‌ها همخوانی داشته باشد.

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$

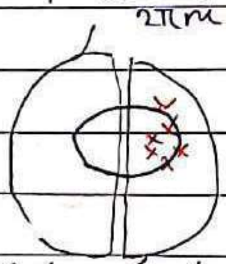
وقتی سرعت خیلی بالا می‌رود باید از نسبیت استفاده کرد، در آن صورت فرکانس با افزایش سرعت کم می‌شود.

$f' = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$ فرکانس چرخش

$f_{\text{منبع}} = f' = \frac{qB}{2\pi m} \rightarrow$ تشدید.



ذره در انتهای قطر بیرونی خارج از سیکلوترون پرتاب می‌شود و استفاده از این صفحات سرعت آن افزایش می‌یابد. در شکل D ها افزایش سرعت نداریم.



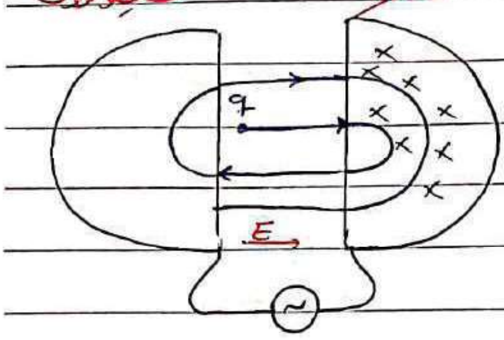
در سنکروترون میدان مغناطیسی در محیط اعمال می‌شود. نقاط در حال چرخش.

سینکروترون

که فقط در یک دایره حرکت می‌کند. سینکروترون فرکانس‌ها

شتاب‌دهنده‌ها

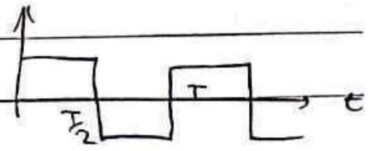
سیکلوترون



$r = \frac{mv}{qB}$ $\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$

$f_{\text{فرکانس دی‌ها}} = f_{\text{منبع}}$



از این نوع شتاب‌دهنده تا انرژی ۱۰۰ مگا الکترون ولت استفاده می‌شود. از این بیشتر اگر شتاب‌دهنده این قدر بزرگ می‌شود که دیگر صرفه اقتصادی ندارد. مثلاً برای ۱۰۰ مگا الکترون ولت R باید در حدود ۱ کیلومتر باشد!!

از این روش در مسائل پزشکی و درمان سرطان استفاده می‌شود. (دوترون و برلیوم)

در سرعت‌های پایین فرکانس به سرعت وابسته نیست

مثال

$V = 50\,kv$ منبع f با فرکانس

$B = 1.5\,T$

ذره $m = 3.3\times10^{-27}\,kg$

$q = 1.6\times10^{-19}\,C$

$E_{max} = 16\,MeV = 2.56\times10^{-12}\,J$

الف) فرکانس نوسان‌ساز چه قدر باشد تا شتاب‌دهنده کار کند؟

$r = \frac{mv}{qB} \rightarrow T = \frac{\pi m}{qB} \rightarrow f = \frac{1}{T} = \boxed{2.27\times10^{7}\,s^{-1}}$

ب) این ذره چند بار باید چرخ بزند تا به انرژی مورد نظر برسد؟

تعداد دور:

انرژی می‌گیرد (در هر بار) $\Delta E = qV \rightarrow E_{max} = nqV \rightarrow \boxed{n = 320 \text{ دور}}$

ج) شعاع صفحات D شکل؟

$R_{max} = \frac{mv_{max}}{qB} = \frac{1}{qB}\sqrt{2mE_{max}} = 0.54\,m = \boxed{54\,cm}$

از این جا می‌فهمیم که شعاع با انرژی متناسب است.

$E_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^{2}$

(سنکروترون) برای انرژی‌های بالاتر

$r = \frac{mv}{qB} = \frac{P}{qB}$ غیرنسبیتی

$r = \frac{P}{qB} = \frac{m\gamma v}{qB}$ نسبیتی $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^{2}}}$, $\beta = \frac{v}{c} \rightarrow$ سرعت نور

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m\gamma}$

در غیرنسبیتی چون v نسبت به سرعت نور خیلی کوچک است پس γ تقریباً 1 می‌شود.

برای سرعت‌های بالاتر γ ها بیشتر می‌شود و ω کم می‌شود.

سرعت بالا $\rightarrow$ γ بزرگ‌تر $\rightarrow$ ω کم‌تر می‌شود

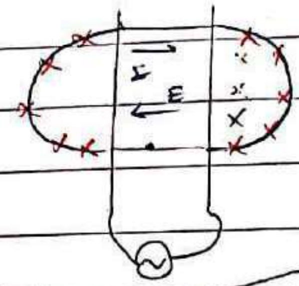
جلسه شانزدهم جلسه است دکتر آبادی

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۳۰

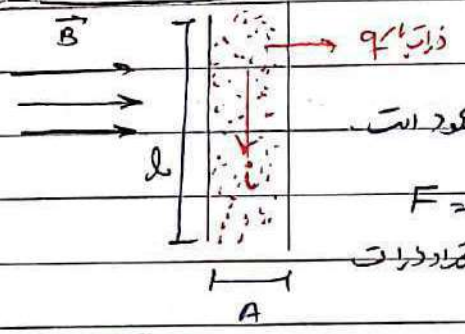
پس یعنی دوره تناوب بیشتر می‌شود و دور زدن ذره طولانی‌تر. پس منبع هم باید تغییر کند و فرکانس آن عوض شود.

در سینکروترون B را هم تغییر می‌دهند تا ذره فقط روی یک دایره بچرخد تا مجبور به افزایش شعاع نشوند.

فقط کافیست میدان مغناطیسی روی مسیر دایره‌ای وارد شود.



و در داخل مسیر دایره‌ای دیگر نیازی نیست.



$\vec{F}_1 = q\vec{v} \times \vec{B}$

عمود است. $F_1 = qvB$ نیروی وارد بر تک ذره

$F = NF_1 = n(Al)\, q v_d B$ ← نیروی کل وارد بر سیم به طول l

تعداد ذرات

تعداد ذرات باردار در واحد حجم

حجم سیم

$\boxed{nqv = j} \Rightarrow F = JAlB = ilB$

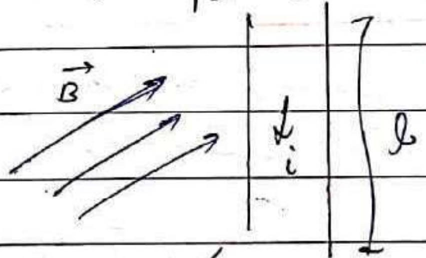
حال اگر میدان مغناطیسی عمود بر سیم نباشد:

برای طول سیم بردار تعریف می‌کنیم. طول بردار همان طول l و جهت آن در جهت i است.

$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$

در واقع فقط مولفه افقی نیرو، نیرو وارد می‌کند.

میدان مغناطیسی در محل.



اگر میدان مغناطیسی متغیر باشد از کوچکترین عنصر دیفرانسیلی می‌گیریم.

$d\vec{F} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$

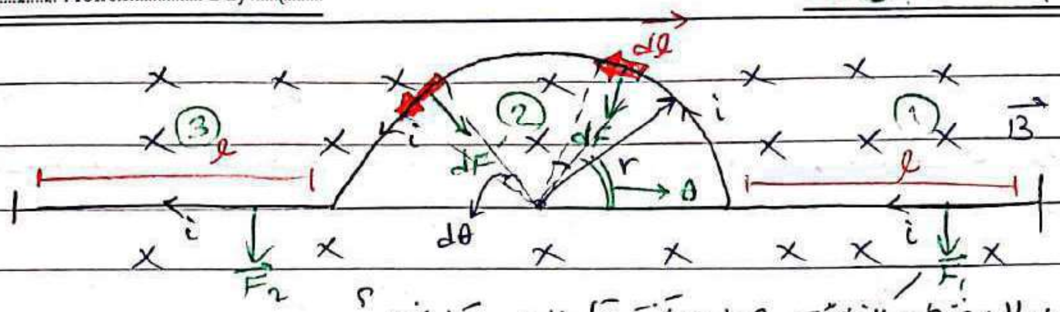
Scanned by CamScanner

Year: ۹۹ Month: ۲ Day: ۳۰

جلسه شانزدهم درس استاد [illegible]

مثال

دو سیم راست و یک سیم نیم دایره



یک سیم درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه قرار دارد. مقدار نیرو؟

سمت مثبت در نظر می گیریم.

$$F_1 = F_2 = ilB$$

$$dF = i\,\underbrace{d\vec{l} \times \vec{B}} \rightarrow |d\vec{F}| = i(r\,d\theta)B = |d\vec{F}'|$$

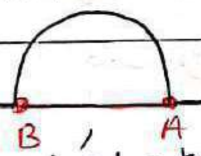
نیرو عمود بر B و dl است
پس در راستای شعاعی است.

اگر بین این المان دیفرانسیلی بگیریم مولفه های افقی همدیگر را خنثی می کنند

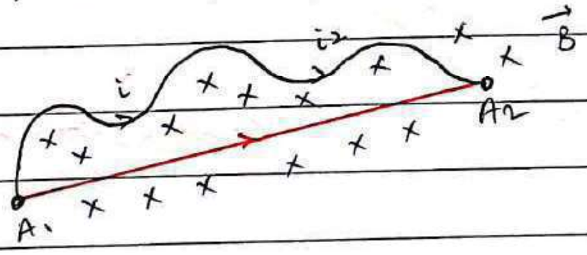
$$dF_y = dF\sin\theta = i(r\,d\theta)B\sin\theta$$

$$F_y = irB\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta = 2irB \rightarrow$$ نیرو به سمت پایین

پس به جای این نیم دایره می توانیم یک سیم مستقیم بین دو انتهای آن بگذاریم. نیروی وارد بر سیم مستقیم همان نیروی وارد بر سیم نیم دایره است.

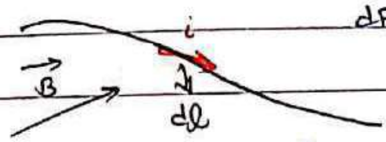


بین دو نقطه A و B هر سیمی با هر شکل دلخواهی داشته باشیم و یک میدان مغناطیسی وارد کنیم
اگر جریان i در سیم برقرار باشد نیروی وارد بر آن با نیروی وارد بر یک سیم مستقیم از A تا B برابر است

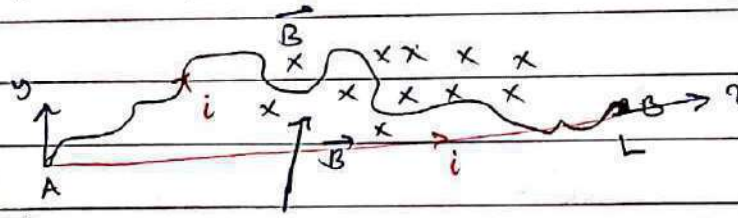


سه‌شنبه

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲ — جلسه هیجدهم درس استاد بهمن‌آبادی



$d\vec{F} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$



نیرویی که به سیم شکل وارد می‌شود همان نیروی وارد بر سیم قرمز است.

$d\vec{l} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} \rightarrow d\vec{F} = i(dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}) \times B$

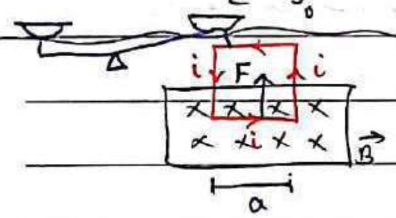
تصویر در راستای x

و $\vec{B} = B(-\hat{k})$

$d\vec{F} = iB\,dx\,\hat{j} - iB\,dy\,\hat{i}$

جریان

$\vec{F} = iB\left[\hat{j}\int_0^L dx - \hat{i}\int_0^0 dy\right] = iBL\,\hat{j}$ ← یک نیروی F رو به بالا



قابی به طول و عرض a و b را در میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. ←

این قاب را از یک ترازو آویزان می‌کنیم. $F = iaB$

نیروی F باعث می‌شود این کفه بالا برود پس باید یک وزنه mg بگذاریم تا

متعادل داشته باشیم پس ← $mg = iaB$

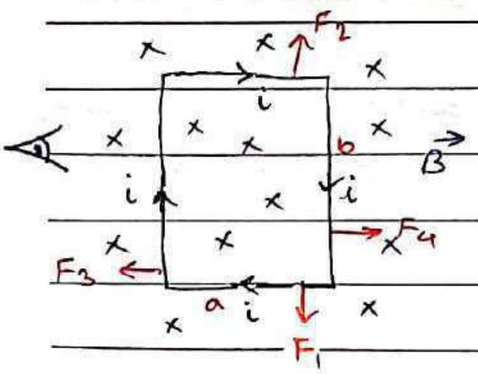
فرض می‌کنیم در قاب N دور سیم داشته باشیم $F = iaBN \rightarrow mg = iaBN$

حال اگر جریان در قاب ← این سمت باشد پس F به پایین وارد می‌شود بنابراین برای تعادل

باید در کفه‌ی سمت چپ وزنه را بگذاریم. $\rightarrow mg + iaBN$ ← وزنه سمت چپ

$Mg = 2iaBN \rightarrow B = \frac{Mg}{2iaN}$

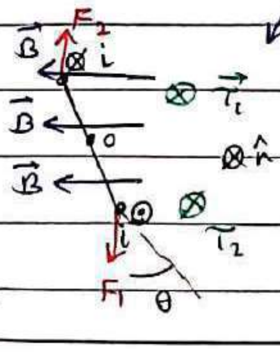
با همان وزنه اول هم می‌توانستیم B را حساب کنیم اما با این وزنه M دقت بیشتر می‌شود.



$F_1 = F_2 = iaB$ — F_1 و F_2 با هم برابرند.

$F_3 = F_4 = ibB$ — F_3 و F_4 با هم برابرند.

حالا اگر از سمت چپ به قاب نگاه کنیم ←



قاب را کمی به سمت داخل دوران می‌دهیم.

نقطه o در وسط

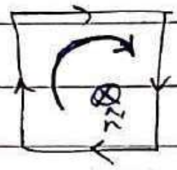
گشتاور ایجاد می‌شود

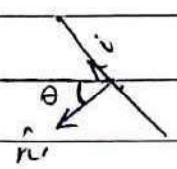
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 = \frac{b}{2} F_1 \sin\theta\, \hat{n}$

گشتاور ← $\tau = bF\sin\theta\,\hat n = iabB\sin\theta\,\hat n$

بردار سطح: بردار عمود بر سطح و با اندازه‌ی مساحت سطح.





$\vec A = ab\,\hat n' \longrightarrow \vec\tau = i\vec A\times\vec B$ — دوقطبی الکتریکی

گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\rightleftarrows$ $\vec\mu = i\vec A$ — $\vec\tau = \vec P\times\vec E$

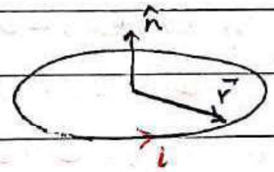
دوقطبی مغناطیسی ← $\tau = \vec\mu\times\vec B$

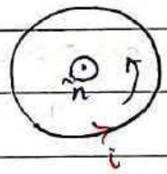
$$\Delta U = -W = -\int_{\theta_0}^{\theta}\vec\tau\cdot d\vec\theta = +\int_{\theta_0}^{\theta}\tau\, d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta}\mu B\sin\theta\, d\theta$$

$$= \mu B(-\cos\theta)\Big|_{\theta_0}^{\theta} = \mu B(\cos\theta_0 - \cos\theta)$$

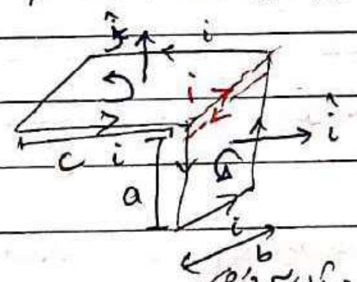
اگر θ_0 را $\pi/2$ بگیریم یعنی حلقه در راستای B باشد ←

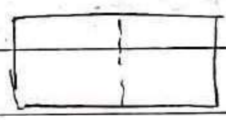
مبدا پتانسیل $\theta_0 = \pi/2 \longrightarrow \Delta U = U - \cancel{U_0} = -\mu B\cos\theta = -\vec\mu\cdot\vec B$





$\mu = i\vec A = i\pi r^2\,\hat n$





مستطیل را خم کنیم به هم

برای محاسبه μ دو قسمت تقسیم می‌کنیم با سیم مجازی $\hat i$

برای حلقه یعنی جریان سیم مجازی برعکس است پس این دو جریان همدیگر را خنثی می‌کنند در آن سیم فرضی

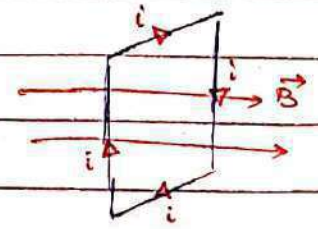
$$\begin{cases}\mu_1 = iab\,\hat i\\ \mu_2 = iac\,\hat j\end{cases} \longrightarrow \vec\mu = \vec\mu_1 + \vec\mu_2$$

پس حلقه‌ای که در یک صفحه نیست باید به قطعاتی
که در یک صفحه هستند تقسیم کنیم.

بسمه تعالی

Year: 99 Month: ۳ Day: ۴

جلسه هجدهم استاد کیهان‌آبادی



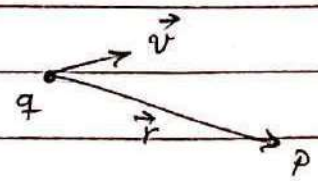
$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ گشتاور

انرژی پتانسیل $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ → از روی کار انجام شده توسط میدان مغناطیسی

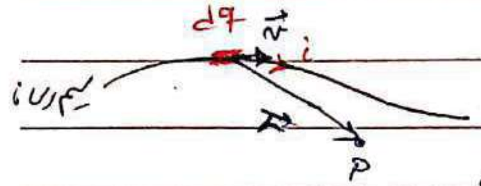
$\oint F \cdot dr = 0 \rightarrow$ پایستار $\vec{F}$

کار کل که توسط میدان خارجی مغناطیسی وارد می‌شود صفر است اما در این چرخش از این کار که باعث چرخش می‌شود را حساب کردیم.

- میدان مغناطیسی را چه چیزی ایجاد می‌کند.



$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$



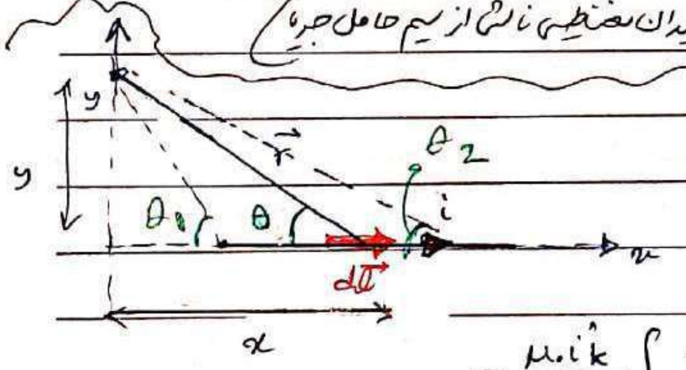
$$dB = \frac{\mu}{4\pi} dq \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

$dq = i\,dt$

$$\frac{dl}{dt} = \vec{v} \rightarrow d\vec{l} = \vec{v}\,dt$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}}$$

قانون بیو - ساوار ← میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان



$\vec{dl} = dx\,\hat{i}$

$\vec{r} = y\hat{j} - x\hat{i}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dx\,\hat{i} \times (y\hat{j} - x\hat{i})}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi} \int \frac{y\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

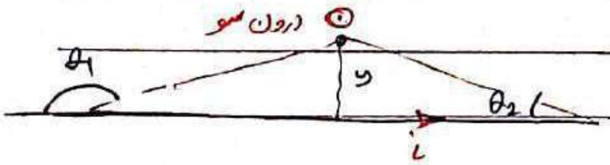
$$\cot\theta = \frac{x}{y} \rightarrow x = y\cot\theta \longrightarrow dx = -y(1+\cot^2\theta)\,d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi y} \int \frac{-(1+\cot^2\theta)\,d\theta}{(1+\cot^2\theta)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi y} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\,d\theta$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi y} (\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

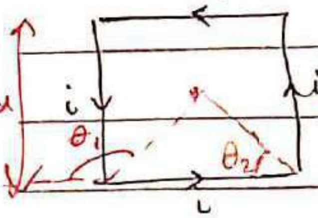
اگر طول سیم زیاد باشد θ_1 به صفر و θ_2 به π میل می‌کند

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi y} \hat{k}}$$



Year: 99 Month: ۳ Day: ۴

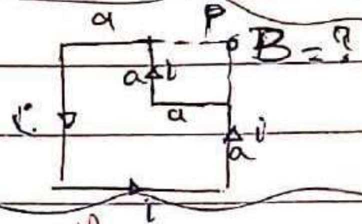
جلسه هجدهم فیزیک ۲ استاد نجف آبادی



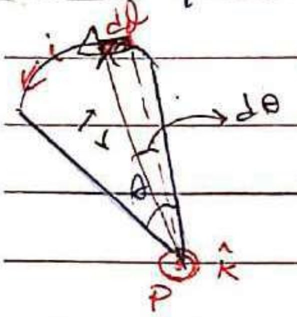
$$\left.\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{3\pi}{4}\\ \theta_2 &= \frac{\pi}{4}\end{aligned}\right\} \rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi y}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\mu_0 i\sqrt{2}}{4\pi y}\hat{k}$$

میدان در مرکز را می خواهیم بنابراین هر کدام از سیم ها را مثل حالت قبل در نظر می گیریم.

$$\vec{B} = 4B_1 = \frac{\mu_0 i\sqrt{2}}{\pi y}\hat{k}$$



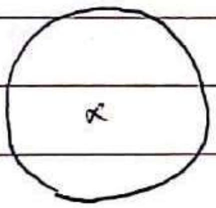
پیدا کردن میدان مغناطیسی در نقطه P



$$dB = \frac{\mu}{4\pi} i \frac{dl \times \vec{r}}{r^3} \rightarrow$$ زاویه بین آن ۹۰ است.

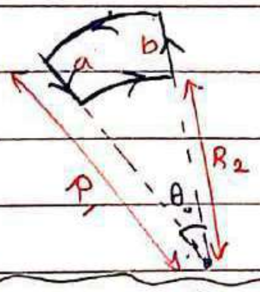
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i\hat{k}}{4\pi}\int \frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi}\int \frac{r\,d\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi r}\int_0^{\theta_0} d\theta \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 i \hat{k}}{4\pi r}\theta_0}$$



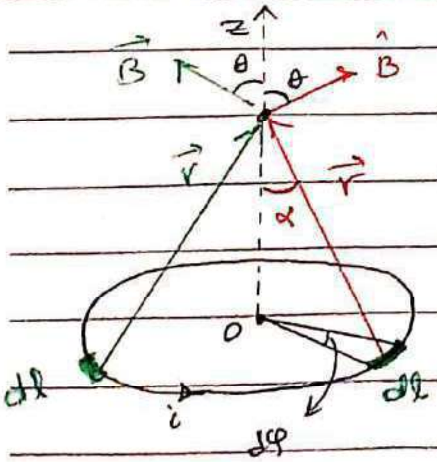
اگر حلقه کامل باشد $\rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2r}\hat{k}$

۱۳۹۹/۳/۹ بسمه تعالی جلسه نوزدهم [illegible]



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i \theta_0}{4\pi R_1}\hat{k} - \frac{\mu_0 i \theta_0}{4\pi R_2}\hat{k} = \frac{\mu_0 i \theta_0 \hat{k}}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

بخش‌های a و b چون dl و $\vec{r}$ در یک راستا هستند میدان صفر است



$$\boxed{dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}}$$

$$\vec{r} \perp d\vec{l} \rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{r^2}\cos\theta \qquad \frac{a}{r}$$

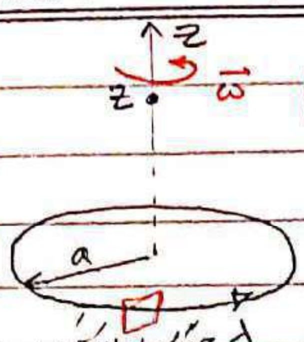
$$dB_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{a^2 d\varphi}{r^3} \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{a^2}{r^3}\int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{2\pi a^2 \mu_0 i}{4\pi (a^2+z^2)^{3/2}}$$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

$$\vec{\mu} = \pi a^2 i \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{\mu}}{2\pi (a^2+z^2)^{3/2}}$$



با سرعت زاویه ای $\vec{\omega}$ این حلقه را می چرخانیم

$q = \lambda 2\pi a$ کل بار

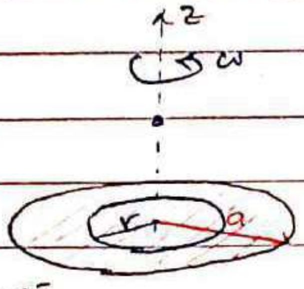
در یک دوره تناوب این کل بار از سطح قرمز عبور می کند.

$$i = \frac{q}{T} = \frac{2\pi\lambda a}{2\pi/\omega} = a\lambda\omega$$

این گونه هم می توانیم میدان مغناطیسی را بدست آوریم

دوره تناوب

λ چگالی بار الکتریکی بر واحد طول



(قرص را می چرخانیم)

$$Q = \pi a^2 \delta$$

مساحت

$$dq = \delta ds = \delta 2\pi r dr = \frac{2Q}{a^2} r dr$$

عنصر جریان — حلقه کوچکی تشکیل می دهد

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\omega}{2\pi}\frac{2Q}{a^2} r dr$$

قرص

$\delta =$ چگالی بار سطحی

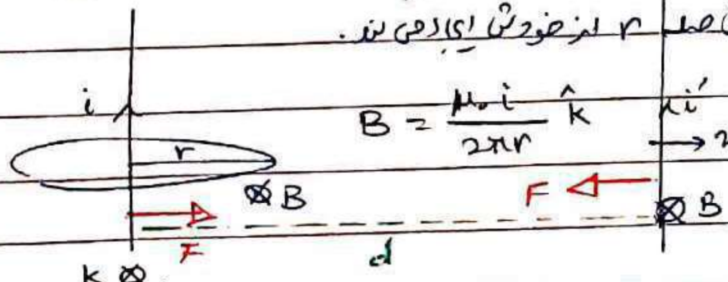
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\pi r^2 \frac{\omega Q}{\pi a^2} r dr\, \hat{k}}{(r^2+z^2)^{3/2}}$$

میدان حلقه اینجا است

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi a^2}\int_0^a \frac{r^3 dr}{(r^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi a^2}\left[\frac{r^2+2z^2}{(r^2+z^2)^{1/2}}\right]_0^a$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi a^2}\left[\frac{a^2+2z^2}{(a^2+z^2)^{1/2}} - 2z\right]$$

میدان مغناطیسی ای که یک سیم حامل جریان در فاصله r از خودش ایجاد می کند.



$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{k}$$

میدان مغناطیسی سیم اول در محل سیم دوم

$$\vec{F} = i' \vec{l'} \times \vec{B}$$

اگر بارها هم جهت باشند دو سیم به هم جذب می شوند و اگر خلاف جهت باشند دو سیم همدیگر را دفع می کنند.

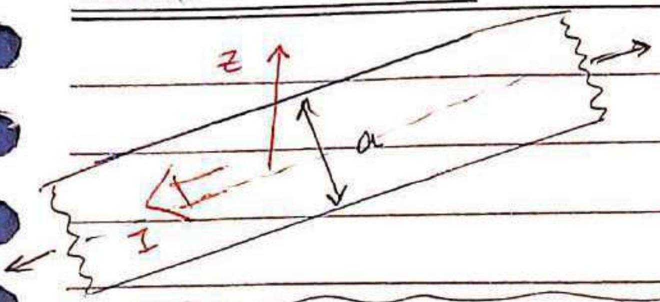
$$F = \frac{\mu_0 i' i}{2\pi d} l' (-\hat{x})$$

$$\boxed{\frac{|\vec{F}|}{l'} = \frac{\mu_0 i i'}{2\pi d}}$$ → نیروی واحد بر طول

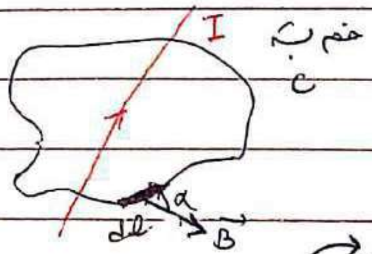
Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۹

جلسه نوزدهم استاد دکتر آبادی

یک نوار مستطیلی طویل داریم میدان در فاصله a چیست؟

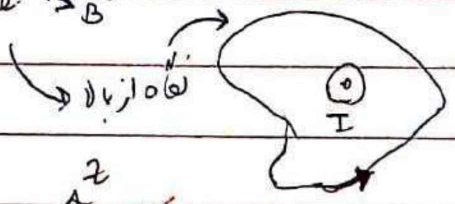


قانون آمپر



$$\oint_C \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I_{\text{خالص}}$$

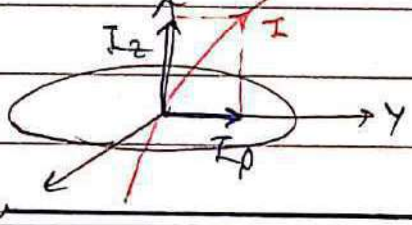
اگر دو جریان عبور کرده بود خلاف جهت هم صفر می‌شود



انگشت شست را به طرف جهت خم می‌گیریم

چهار انگشت دیگر اگر هم جهت جریان بود آن جریان مثبت

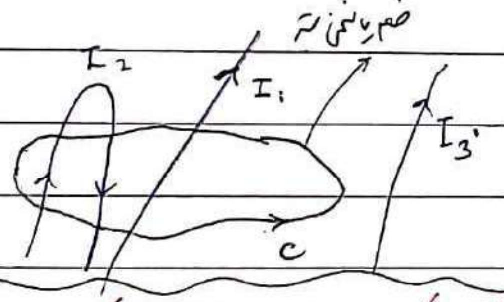
و اگر خلاف جهت بود جریان منفی در نظر می‌گیریم.



در قانون آمپر کل I ظاهر می‌شود نه مولفه‌ای از آن

فقط از نظر مثبت یا منفی بودن باید تصویر عمود بر سطح را نگاه کنیم.

۹۹/۳/۱۱ بسمه تعالی جلسه بیستم الکترومغناطیس ۱



$\oint_C \vec{B}\cdot dl = \mu_0 I_{\text{خالص}} \rightarrow I_2 , I_3$ صفر

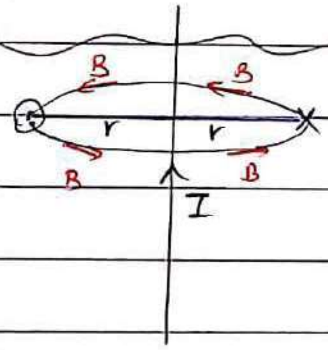
جریان خالص صفر است

اندازه $\vec{B}$ همه یکی است فقط جهت تغییر می‌کند.

یک سیم طویل داریم

با قانون آمپر

میدان را بدست آوردیم



$\oint B dl = \mu_0 I$ محیط دایره

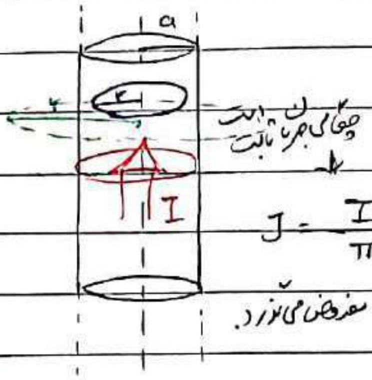
زاویه بین صفر است

$B \oint_C dl = \mu_0 I$

$B\, 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ همان رابطه‌ای که از بیوساوار بدست آمد

قانون آمپر همیشه درست است اما کاربردش محدود است و در جاهایی به کار می‌رود که تقارن داشته باشیم مثل قانون گاوس

جلسه بیستم



حالا سیم را به صورت یک استوانه طویل در نظر می‌گیریم.

درون و بیرون استوانه میدان مغناطیسی چیست؟

در تمام نقاط دایره‌ای که در نظر گرفتیم B ثابت است.

چون اینجا جریان ثابت است

$J = \frac{I}{\pi a^2}$ $\qquad I' = J\pi r^2 = \frac{I}{a^2} r^2$

جریانی که از دایره مقطعی می‌گذرد.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$$

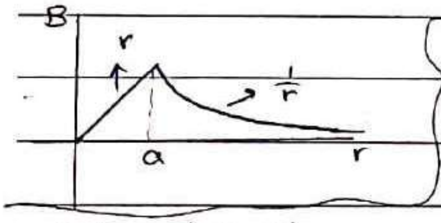
$$B\,2\pi r = \mu_0 \frac{I}{a^2} r^2 \to \boxed{B_{in} = \mu_0 \frac{I}{\pi a^2} r}$$

تابعی از r می‌شود.

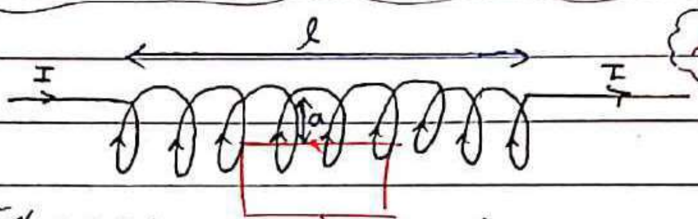
در درون.

در بیرون ← در این جا کل I عبور می‌کند $\qquad \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

$$B\,2\pi r = \mu_0 I \to \boxed{B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}}$$ ← میدان در بیرون

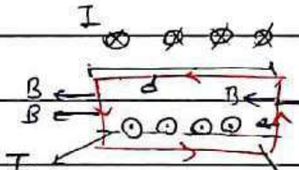


سیملوله



$l \gg a$ میدان در وسط سیملوله به طرف چپ است مطابق با قانون دست راست. و این میدان تقریباً یکنواخت است اگر طول را بی‌نهایت بگیریم. در بیرون هم تقریباً صفر است این میدان.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



در این جا چون B عمود است پس انتگرال صفر می‌شود. و اثری ندارد

این جا هم که خارج از سیم است و میدان صفر است. $\to B_{out} \approx 0$

$$Bd = \mu_0 (nd) I$$

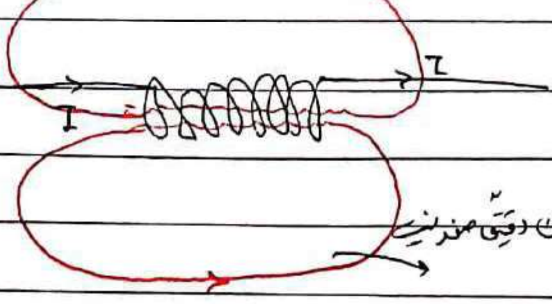
تعداد دورها در واحد طول

تعداد دورهایی که از مقطع عبور می‌کند.

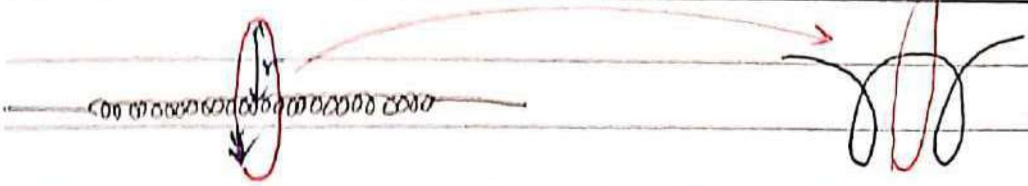
$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$ ← میدان مغناطیسی درون سیملوله

تعداد کل دورها

$$n = \frac{N}{l}$$



پس میدان در بیرون دقیقاً صفر نیست



فقط یک I می‌برد.

با توجه به باریک بودن سیم پیچ میدان روی دایره قرمز ثابت است.

$$\oint \vec{B}_{out} \cdot dl = \mu_0 I$$

$$\boxed{B_{out} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

$$\frac{B_{out}}{B_{in}} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2\pi r}}{\mu_0 n I} = \frac{1}{2\pi r n} = \frac{D}{2\pi r}$$

اگر r را یک سانتی متر و ضخامت را ۱ میلی متر بگیریم:

← یک مقطع سیم

در این فاصله D فقط یک سیم داریم.

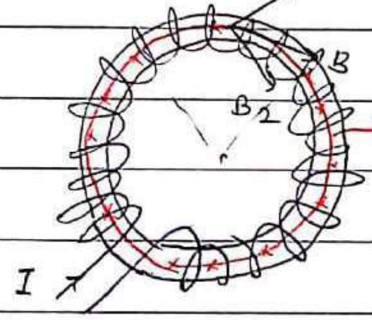
$n = \frac{1}{D}$ ← یک حلقه

D ← قطر سیم

$$= \frac{10^{-3}}{2\pi \times 10^{-2}} \simeq 0.01$$

→ پس میدان مغناطیسی بیرون به مراتب کوچک‌تر از درون و قابل صرف نظر کردن است

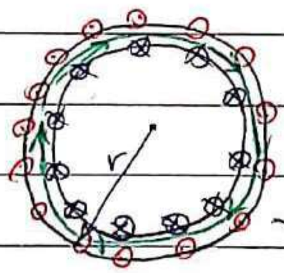
۹۹/۳/۱۴ سیم توپی حل مسئله بیست و یکم از ت دکتر اباذری



چنبره

می خواهیم میدان مغناطیسی درون داخل چنبره را بدانیم.

میدان مغناطیسی در روی نقاط روی دایره ثابت است



در هر دوری که داریم جریان این گونه داخل می رود و بیرون می آید.

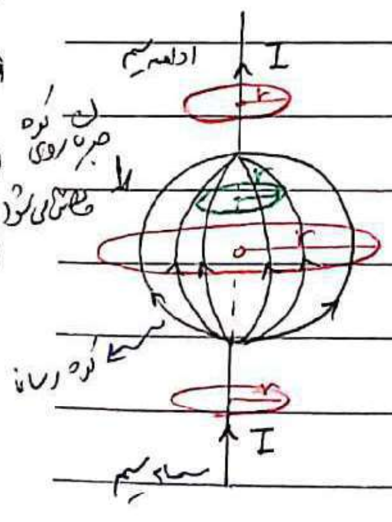
جریانی که از داخل عبور می کند

N هر حلقه $\rightarrow NI$

فقط مولفه مماسی میدان باقی می ماند

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 N I \rightarrow B\,2\pi r = \mu_0 N I \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$

میدان مغناطیسی بیرون و داخل پوسته چقدر است؟ از هر حلقه جریان I عبور می کند

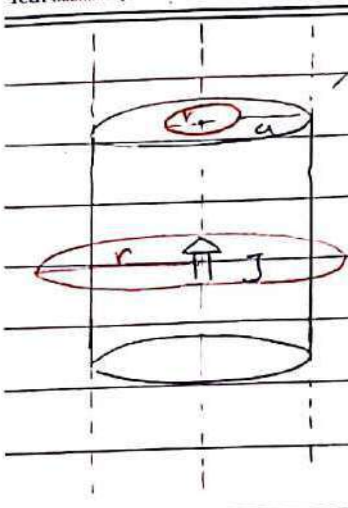


$$B_{out}\,2\pi r = \mu_0 I \rightarrow \boxed{B_{out} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

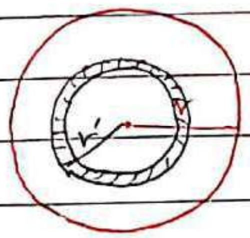
حلقه درونی $\rightarrow B_{in} = 0$ چون جریانی از داخل عبور نمی کند.

حل مسئله سیم

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۱۳



$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



$J = Ar$

$$I = \int \vec{J}\cdot d\vec{a} = \int J\,da$$

$$= \int_0^r Ar'\,2\pi r'\,dr' = 2\pi A\frac{r^3}{3}$$

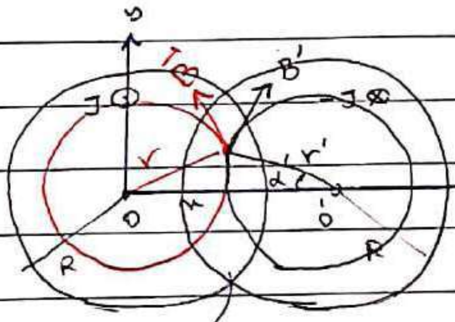
$$B\,2\pi r = \mu_0 2\pi A\frac{r^3}{3}$$ قانون آمپر

$$\boxed{B_{in} = A\frac{r^3}{3}\mu_0}$$

برای میدان در بیرون حلقه بزرگ‌تر را می‌گیریم مشابه بالا انتگرال می‌گیریم فقط حد این جا صفر تا a است چون جریان تا شعاع a برقرار است

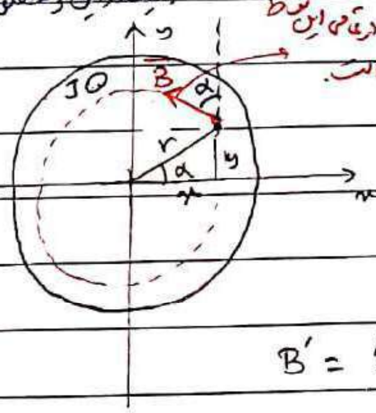
$$B_{out}\,2\pi r = 2\pi A\frac{a^3}{3}\mu_0 \rightsquigarrow \boxed{B_{out} = \mu_0 A\frac{a^3}{3r}}$$

دو استوانه که با هم تقاطع دارند که جریان در آن‌ها برعکس هم است.
میدان مغناطیسی داخل فصل مشترک دو استوانه طولی چیست؟
(نقطه دلخواه)



$OO' = d$

جریان در این وسط صفر است



میدان در تمامی این نقاط یکسان است

$$B\,2\pi r = \mu_0 J\pi r^2$$ چون J ثابت است یعنی نیاز به انتگرال نیست

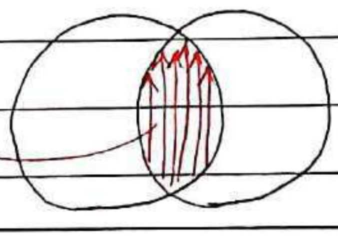
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{2} r} \rightarrow \begin{cases} B_x = -B\sin\alpha = -\frac{\mu_0 J}{2} r\frac{y}{r} = -\frac{\mu_0 J y}{2} \\ B_y = B\cos\alpha = \frac{\mu_0 J}{2} x \end{cases}$$

مشابه همین B' را حساب می‌کنیم

$$B' = \frac{\mu_0 J}{2} r' \rightarrow \begin{cases} B'_x = \frac{\mu_0 J}{2} y \\ B'_y = \frac{\mu_0 J}{2}(d - x) \end{cases}$$

$$\vec{B}_{کل} = \vec{B} + \vec{B'} = \frac{\mu_0 J}{2} d\,\hat{j} \rightsquigarrow$$ مقدارش در هر نقطه‌ای ثابت است.

مولفه‌های x همدیگر را حذف می‌کنند

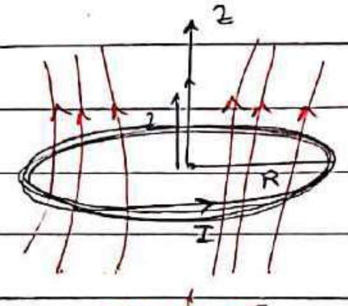


میدان مغناطیسی

رو به بالا

Year: ۹۵ Month: ۳ Day: ۱۴

جلسه بیست و یکم



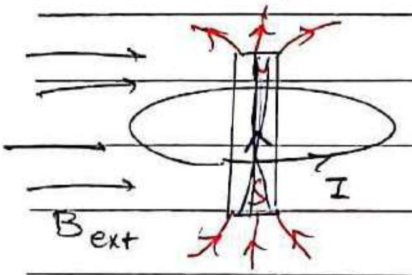
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{\mu}}{2\pi (R^2+z^2)^{3/2}} \quad , \quad \vec{\mu} = i\pi R^2 \hat{k}$$

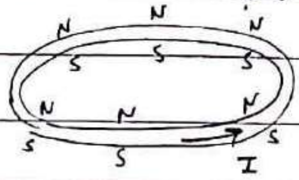
حالا اگر جای یک حلقه N دور حلقه با این سیم I داشتیم. پس جریان NI است.

$$z \gg R \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi z^3} \vec{\mu}$$ گشتاور مغناطیسی دوقطبی

جهت با قانون دست راست

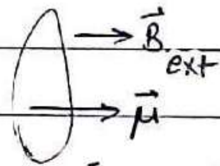
وقتی می گوییم دوقطبی یعنی این حلقه شبیه یک آهن ربا است.

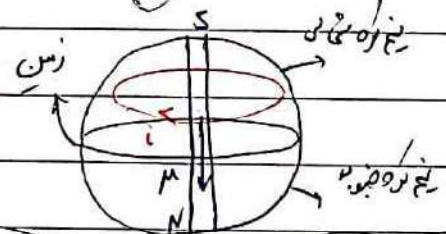


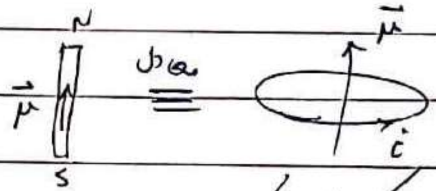


$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}_{out}$$

اگر در جهت یک میدان خارجی قرار بگیرد شروع به چرخش می کند تا این که μ و B هم جهت شوند (حالت پایدار)







اگر جریان معکوس شود آهن ربا را هم برعکس فرض می کنیم.

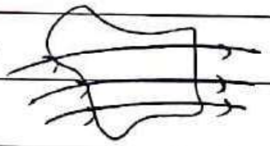
(۱) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ قانون گاوس (اولین قانون ماکسول)

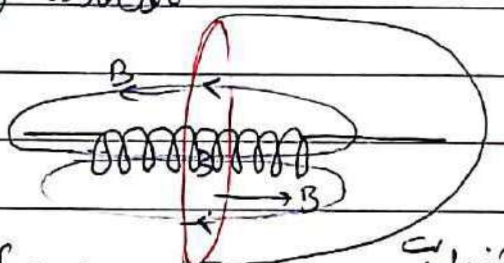
(۲) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ قانون آمپر → ناقص بود و توسط ماکسول تکمیل شد.

(۳) $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$ قانون گاوس در مورد مغناطیس ← چون ما بار مغناطیسی نداریم

(۴) قانون فارادی

شار کلی عبور نمی کند





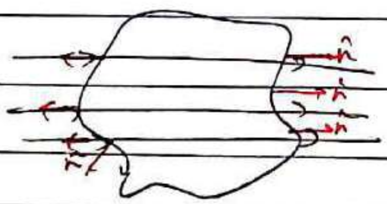
خطوط مغناطیسی همواره دور آن بسته می شوند.

دایره به اندازه کافی بزرگ در نظر می گیریم. پس اگر بزرگ باشد از آن صفر است.

$\int B \cdot da = 0$ سطح بسته هم هست — چون تعداد خطوطی که وارد می شوند و خارج می شوند برابر است.

$r \rightarrow \infty$ حالا اگر یک نیم کره در نظر بگیریم. روی نیم کره هم صفر است پس روی کل هم صفر است

یک طرف مثبت و یک طرف منفی است پس شار کل صفر است.

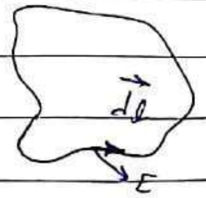


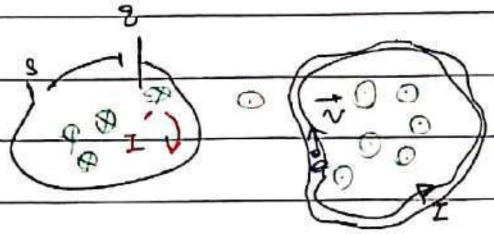
بسمه تعالی

Year: 99 Month: 3 Day: 18

جلسه بیست و دوم الکترودینامیک

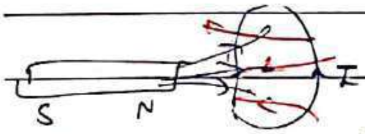
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$ در میدان ساکن





یک میدان باید وجود داشته باشد تا نیرو به الکترون وارد کند تا الکترون حرکت کند.

میدان الکتریکی القائی که به خاطر تغییرات میدان مغناطیسی به وجود می آید.



قانون لنز نوعی از قانون بقای انرژی است.

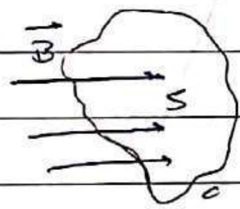
جریان طوری القا می شود که میدانی برپا می کند که با میدان مغناطیسی خارجی مخالفت کند.

میدان الکتریکی کولنی ناشی از بار است اما القائی ناشی از تغییرات میدان مغناطیسی است پس تفاوت ماهیت با هم دارند.

E_c: کولنی　　E_i: القائی

$$\oint \underbrace{\vec{E}_t}_{\text{میدان کل}}\cdot d\vec{l} = \underbrace{\cancel{\oint \vec{E}_c\cdot d\vec{l}}}_{0} + \oint_c \vec{E}_i\cdot d\vec{l} = \mathcal{E}$$ → نیروی محرکه

$F_i = qE_i$ ← میدان القائی شباهت هایی به میدان کولنی دارد، نیرو می دهد



اگر شار ثابت باشد نیروی محرکه ایجاد نمی شود

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{a}$$

$$\mathcal{E} = \oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

فارادی: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$ (قانون لنز)

ثابت $\vec{B} \to \Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A}$

اگر میدان یا مساحت تغییر کند شار تغییر می کند.

← اگر شار افزایش پیدا کند منفی می شود که خلاف آن القا می شود

$$\mathcal{E} = \underbrace{\cancel{\oint E_c\cdot dl}}_{0} + \oint E_i\cdot dl \quad , \quad F = q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$$

← قانون لورنتز

اول میدان در مدار القا به وجود می آید لزوماً آن میدان های محلی را حذف نمی کند بلکه با تغییرات میدان مخالفت می کند

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$i = \frac{1}{R}\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{R}\frac{d}{dt}(B\cdot A)$$

جلسه بیست و دوم

مثال

نیم دایره دوران می کند

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) R^2 \rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{BR^2}{2}\left(-\frac{d\theta}{dt}\right)$$

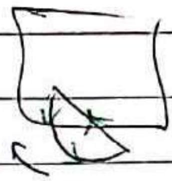
$\theta \rightarrow \omega t$

$\frac{d\theta}{dt}$ که سرعت زاویه ای

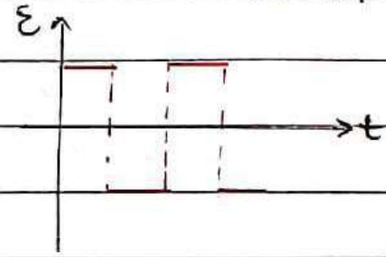
$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = \frac{BR^2}{2}\omega$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{BR^2\omega}{2r}$$

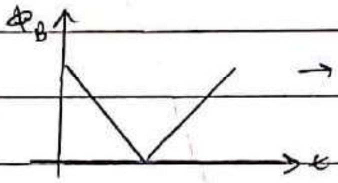
r ← مقاومت سیم حلقه



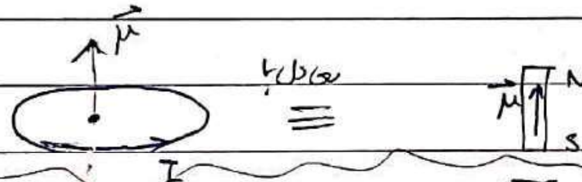
در این حالت چون شار زیاد می شود پس جریان برعکس حالت قبلی است.



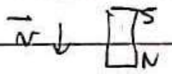
مقدار نیروی محرکه ثابت است فقط در طول زمان با چرخش مثبت و منفی می شود.

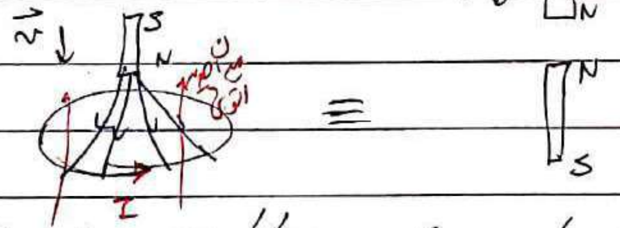


← Φ رابطه خطی با t دارد.



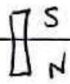
مثل دوقطبی مغناطیسی است





← مخالفت می کند

اگر جریان در حلقه برعکس بود

معادل  می شد و همدیگر را جذب می کند

پس اگر قانون لنز نبود آهن ربا خودبه خود جذب می شد و یک مولد داشتیم بدون انجام کار، و نقض پایستگی انرژی است.

پس در این حالت برای نزدیک کردن آهن ربا باید کار انجام دهیم.

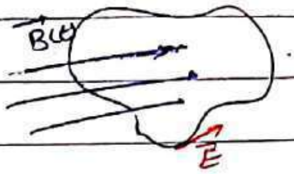
بسمه تعالی

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۰

جلسه بیست و سوم

قانون لنز

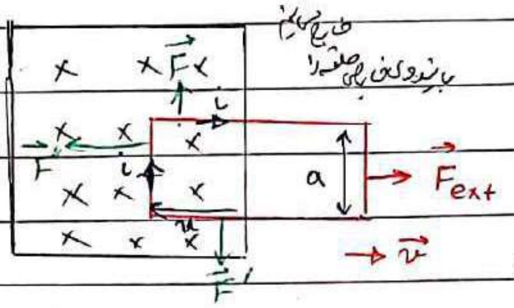
$$\varepsilon_1 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$ قانون فارادی



برای هر دور یک نیروی محرکه داریم.

$$\varepsilon = N\varepsilon_1 = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$ ⟶ هر دور شبیه باتری

(مثال)



خارج می‌کند با نیروی خارجی حلقه را

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = Bax$$

به سمت داخل است نیرو

پس جریان ساعتگرد است.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -Ba\frac{dx}{dt} \rightarrow -v$$

$$\varepsilon = Bav$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bav}{R}$$ ← مقاومت سیم

پس در سیم جریان داریم و میدان، بنابراین نیرو وارد می‌شود.

$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$$

F و F' همدیگر را خنثی می‌کنند

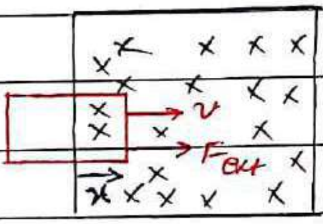
$$\vec{F}'' = iaB = \frac{a^2B^2v}{R}$$

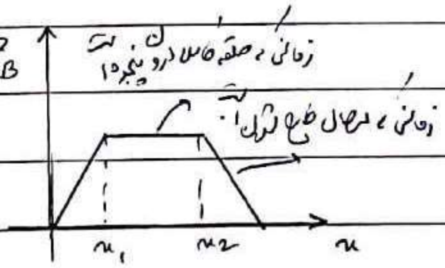
وقتی می‌خواهیم با سرعت ثابت حرکت کند نیروی خارجی برابر با F'' باشد

$$F_{ext} = \frac{a^2B^2v}{R} \qquad \underset{\text{توان مشخص}}{P} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \frac{a^2B^2v^2}{R}$$

$$\underset{\text{مصرفی}}{P} = Ri^2 = \frac{B^2a^2v^2}{R}$$

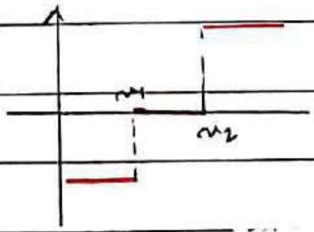
} ← پس توان مشخص در مقاومت در حال هدر رفتن است

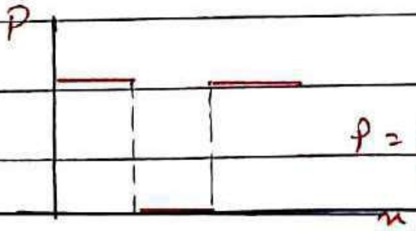




$$\varepsilon = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

$$= \frac{-d\Phi_B}{dx}\frac{dx}{dt}$$

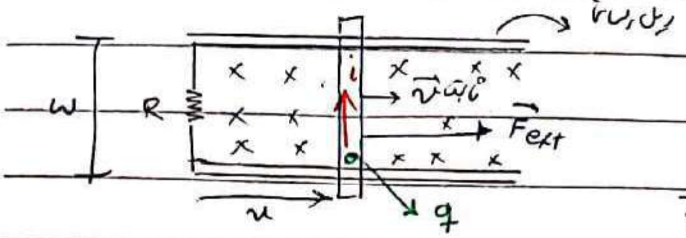




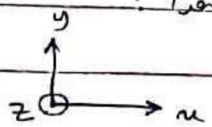
$$P = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۰

جلسه بیست و سوم



چرا کار نیروی مغناطیسی صفر است؟



$$\vec B = B(-\hat k)$$

جریان در سیم باید به سمت بالا باشد تا با تغییرات شار مقابله کند. بنابراین سطح به سمت بیرون است.

$\vec A = A\hat k = wx\hat k$ $\qquad \Phi_B = B\cdot A = -Bwx$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = Bwv$ $\qquad$ (q را مثبت گرفتم)

نیرویی که به q وارد می‌شود: $\vec F_B = q\vec v\times\vec B = q(v\hat i)\times(-B\hat k) = qvB\hat j$

$\mathcal{E} = \int \frac{\vec F_B}{q}\cdot d\vec l = \int (vB\hat j)\cdot(dy\,\hat j)$ $\qquad$ نیروی محرکه‌ای که به این تک بار وارد می‌شود.

پتانسیل الکتریکی

$\longrightarrow \mathcal{E} = vBw$

اما این کامل نیست چون سرعت فقط در راستای x نیست بلکه در راستای y هم سرعت دارد. اما باز هم همین خواهد شد. و هیچ جملی به سبب بالا وارد نمی‌شود:

سرعت در راستای y

$$F_B = q\vec v\times\vec B = q(v\hat i + u\hat j)\times(-B\hat k)$$
$$= qvB\hat j - quB\hat i$$

پس یک نیرو به سمت چپ وارد می‌شود.

و این در حالیست که سرعت ثابت است بنابراین نیروی خارجی باید این نیرو را خنثی کند.

$F_{خارجی} = quB\hat i$ $\qquad$ فرض کنیم بارها سیم را در فاصله زمانی Δt طی می‌کنند.

$w = u\Delta t$

$\Delta x = v\Delta t = v\frac{w}{u}$ $\qquad \Big\} \quad \Delta l = \Delta x\hat i + w\hat j = v\frac{w}{u}\hat i + w\hat j$

طول حرکت

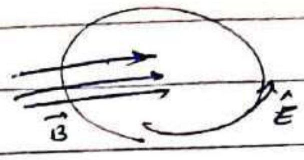
کار نیروی مغناطیسی $= \vec F_B\cdot\Delta\vec l = (qvB\hat j - quB\hat i)\cdot(v\frac{w}{u}\hat i + w\hat j) = 0$

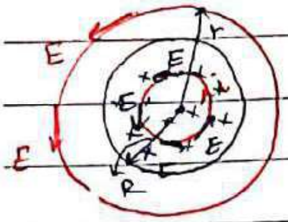
سیم‌پیچ القایی

حدیث وجهوم

Year: 99 Month: ۳ Day: ۱۴

$$\varepsilon = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$





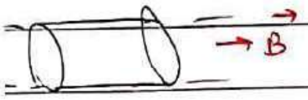
$$\frac{dB}{dt} = \text{ثابت}$$

میدان مغناطیسی با زمان افزایش یابد

میدان در جهت مخالف با افزایش میدان القا می‌شود.

$$\frac{-d\Phi_B}{dt} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow \frac{+d}{dt}(B\pi r^2) = \oint_c E\, dl = (E 2\pi r)$$

$$\rightarrow \pi r^2 \frac{dB}{dt} = 2\pi r E \rightarrow E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$$

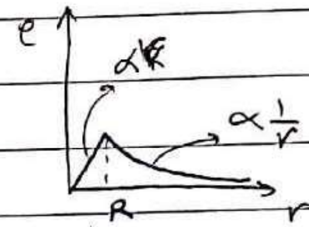


به تدریج به صورت خطی میدان الکتریکی افزایش می‌یابد

برای پیدا کردن میدان الکتریکی در بیرون سولنوئید هم به همین صورت عمل می‌کنیم

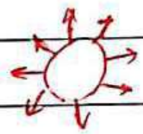
$$\oint E\, dl = -\frac{d\Phi}{dt}(B\pi R^2) \rightarrow E 2\pi r = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r} \frac{dB}{dt}$$



$\oint E \cdot da = \frac{q}{\varepsilon_0}$ میدان الکتریکی مولفه شعاعی ندارد ، اگر شعاعی داشته باشیم

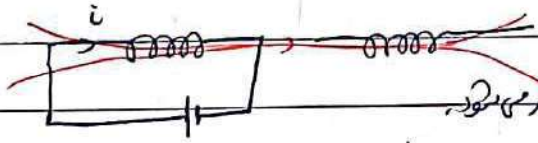
با توجه به فرمول شار طرف چپ مثبت می‌شود درحالی‌که در طرف راست ما q نداریم



و این دو تناقض است پس اگر میدان الکتریکی مولفه شعاعی داشته باشد قانون گاوس نقض می‌شود

بنابراین مولفه شعاعی نداریم.

القاییدگی



جریان متغیر است پس B هم در داخل سیم‌پیچ متغیر می‌شود

$$B = \mu_0 n i \rightarrow \Phi = BA = \mu_0 n A i$$

تعداد دور در واحد طول

پس شار هم تغییر خواهد بود

$$N = nl$$

$$\Phi_t = N\Phi = \mu_0 n^2 l A i$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_t}{dt} = -\mu_0 n^2 l A \frac{di}{dt}$$

سیم‌پیچ به خودی خود این تغییر میدان مغناطیسی را دارد و می‌توانیم ε القایی در آن را حساب کنیم.

خودالقایی

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_t}{dt} = \frac{-d\Phi_t}{di} \times \frac{di}{dt}$$

ثابت L

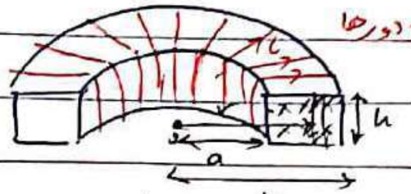
ضریب خودالقا

$$\frac{\text{ثانیه . ولت}}{\text{آمپر}} \rightarrow \text{هانری}$$

جلسه بیست و چهارم

$$\frac{d\Phi_t}{di} = \frac{\Phi_t}{i}$$ چون رابطه خطی است معمولاً

چنبره‌ای با سطح مقطع مربع



$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow B\,2\pi r = \mu_0 N i$$

$$\rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}}$$

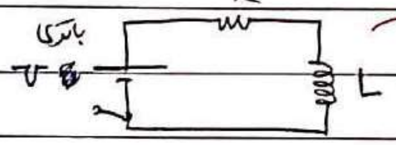
$$\Phi_B = \int_s \vec{B}\cdot da = \int_a^b \mu_0 \frac{N i}{2\pi r}(h\,dr)$$ شار مغناطیسی درون چنبره

شار کل

$$= \frac{\mu_0 N i h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\Phi_t = N\Phi_B = \frac{\mu_0 N^2 i h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow L = \frac{d\Phi_t}{di} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$



→ مدار R − L

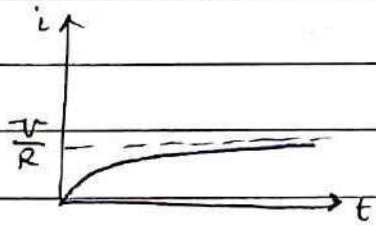
→ سیملوله = سلف

وقتی کلید را می‌بندیم یک جریان ایجاد می‌شود.

$$V - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$ پایستگی انرژی

$$\int_0^i L\left(\frac{di}{V - iR}\right) = \int_0^t dt \rightarrow -\frac{L}{R}\ln(V - iR)\Big|_0^i = t$$

$$-\frac{L}{R}\ln\left(\frac{V - iR}{V}\right) = t \rightarrow i = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$



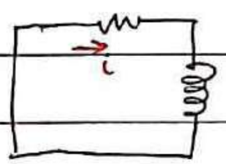
در زمان بی‌نهایت جریان ثابت می‌شود پس $\frac{di}{dt}$ صفر است و $i = \frac{V}{R}$

$$V_R = iR = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$ → پتانسیل مقاومت

$$\boxed{V_L = L\frac{di}{dt} = Ve^{-t/\tau}}$$ → پتانسیل سلف

بعد از پایدار شدن جریان

حالا اگر باتری را از مدار برداریم



$$iR + L\frac{di}{dt} = 0$$

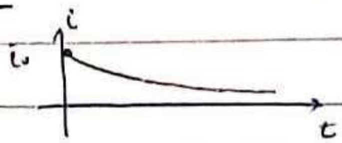
$$\int_{i_0}^{i} \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

i_0 در زمان صفر داریم

Year:........ Month:........ Day:........

$$\rightarrow \ln\left(\frac{i}{i_0}\right) = -\frac{R}{L}t \rightarrow i = i_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

در زمان بی‌نهایت i به سمت صفر می‌رود



$$V_R = iR = i_0 R e^{-t/\tau}$$

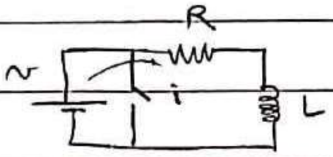
$$V_L = L\frac{di}{dt} = L\left(-\frac{i_0}{\tau}\right) e^{-t/\tau}$$

جلسه بیست و نهم — سه‌شنبه — ۹۹/۳/۲۵

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{di}\frac{di}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

ثابت

$$\frac{d\Phi_B}{di} = \frac{\Phi_B}{i} = L$$ ضریب خودالقا



$$v - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

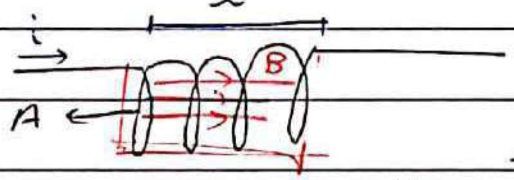
$$vi - i^2R - Li\frac{di}{dt} = 0$$

$$vi = i^2R + Li\frac{di}{dt}$$

$$v\frac{dq}{dt} = \underbrace{P_R}_{\text{اتلافی}} + \frac{dU_B}{dt} \rightarrow dU_B = Li\,di$$

$$\int dU_B = \int Li\,di \rightarrow U_B = \frac{L}{2}I^2$$

شبیه خازن، در خازن در ابتدا جریان هست و به تدریج I صفر می‌شود اما در اینجا جریان (در ابتدا V_0) صفر است و در کجا به مقدار ماکزیمم می‌رسد



$$B = \mu_0 nI \qquad U_B = \frac{1}{2}LI^2$$

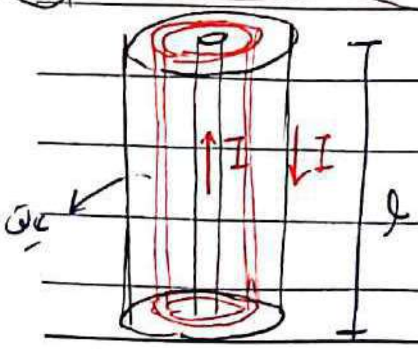
$$u_B = \frac{U_B}{Al} = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{Al}$$ ← چگالی انرژی مغناطیسی

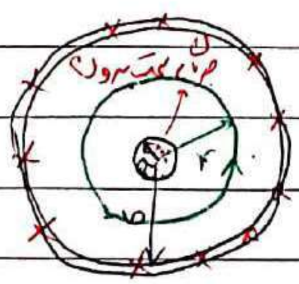
$$I^2 = \frac{B^2}{\mu_0^2 n^2}, \quad L = \mu_0 n^2 l A$$

$$\boxed{u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}}$$

خازن $\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$ ← چگالی انرژی الکتریکی

هر دوی این روابط همه جا کاربرد دارند با اینکه ما آن را در شرایط خاص به دست آوردیم.





کابل هم‌محوری

ضریب خودالقا چقدر است؟

$$U_B = \int u_B\,dV$$

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۵

جلسه بیست و پنجم

قانون آمپر با استفاده از

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B\,2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

میدانی خارج از کابل وجود ندارد چون به اندازه جریان I که بیرون می‌آید در جهت دیگر داخل می‌رود

پس خارج انرژی هم ندارد

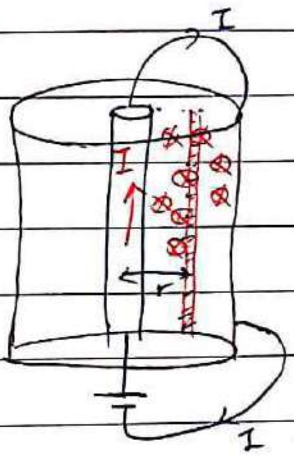
$$u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0\frac{I^2}{4\pi^2 r^2} \rightarrow \text{تابعی از } r \text{ است}$$

اگر یک پوسته استوانه‌ای در نظر بگیریم. به ضخامت dr

$$U_B = \int \underbrace{u_B\, dV}_{\text{حجم}} = \int_a^b \left(\frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}\right)\underbrace{(2\pi r\, dr\, l)}_{\text{حجم پوسته استوانه‌ای}}$$

$$= \frac{\mu_0 l}{4\pi} I^2 \int_a^b \frac{dr}{r} = \boxed{\frac{\mu_0 l}{4\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right) I^2} = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

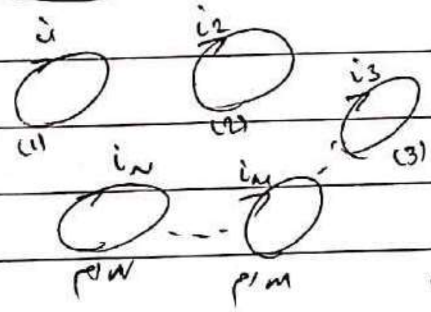


$$\Phi_B = \int B\cdot da = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, l\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

یک سری حلقه داریم. می‌خواهیم شاری را که از حلقه m ام عبور می‌کند را پیدا کنیم.



$$\Phi_m = \Phi_{m1} + \Phi_{m2} + \dots + \Phi_{mm} + \dots + \Phi_{mN}$$

$$\Phi_m = \sum_{j=1}^{N}\Phi_{mj} \rightarrow \varepsilon_m = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N}\Phi_{mj}$$

$$\varepsilon_m = -\sum_{j=1}^{N}\frac{d\Phi_{mj}}{di_j}\,\frac{di_j}{dt}$$

$$,\quad M_{mj} = \frac{d\Phi_{mj}}{di_j}$$

M_{mj} ← ضریب القای متقابل بین حلقه m ام و j ام

M_{m2} ← یعنی حلقه ۲ چه قدر روی حلقه m اثر گذاشته

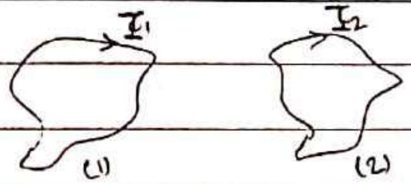
$M_{mm} = L_m$ → ضریب خودالقا

M_{mm} ← خودش روی خودش چه اثری می‌گذارد.

$$\varepsilon_m = -\sum_{j=1}^{N} M_{mj}\,\frac{di_j}{dt}$$

بسمه تعالی

Year: ۹۵ Month: ۳ Day: ۲۷ — جلسه بیست و ششم



$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{21}$$

شار ناشی از مدار اول — شار ناشی از خودش

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$e_i = \frac{d\Phi_i}{dt} = \sum_{j=1}^{2} \frac{d\Phi_{ij}}{dt} = \sum_{j=1}^{2} \left(\frac{d\Phi_{ij}}{dI_j}\right) \frac{dI_j}{dt}$$

$i = 1, 2$

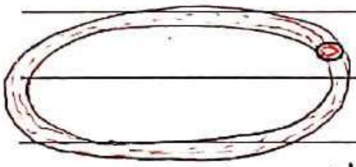
ضریب القای متقابل → M_{ij}

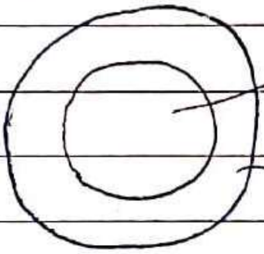
$$M_{ij} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \rightarrow$$ ماتریس متقارن

$$M_{ii} = L_i$$

$$M_{ij} = M_{ji}$$

دو سیم پیچ چنبره روی هم بسته شده اند





طول محیط دو چنبره تقریبا برابر است.

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \quad , \quad \Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22}$$

$$\begin{cases} \Phi_{11} = N_1 B_1 A_1 = \dfrac{\mu_0 N_1^2}{l} I_1 A_1 \\ \Phi_{12} = N_1 B_2 A_1 = N_1 \mu_0 \dfrac{N_2}{l} I_2 A_1 \end{cases}$$

ضرب در N_1 هم داریم چون شار کل را می‌گیریم

میدان دومی اثر گذار است.

$$\begin{cases} \Phi_{22} = N_2 B_2 A_2 = \dfrac{\mu_0 N_2^2}{l} I_2 A_2 \\ \Phi_{21} = N_2 B_1 A_1 = N_2 \mu_0 \dfrac{N_1}{l} I_1 A_1 \end{cases}$$

شار ۲، مساحتش A_1 است

چون در بیرون از A_1 شار نداریم

پس به جای سطح A_1 را در نظر بگیریم نه A_2

$$M = M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \mu_0 \frac{N_2}{l} A_1 N_1$$

$$M = M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \mu_0 \frac{N_2 N_1}{l} A_1$$

→ با هم برابرند

$$L_1 = M_{11} = \frac{\Phi_{11}}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1^2}{l} A_1$$

$$L_2 = M_{22} = \frac{\Phi_{22}}{I_2} = \mu_0 \frac{N_2^2}{l} A_2$$

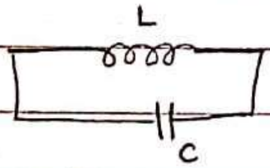
$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$$

ضریب کوپلاژ (جفت شدگی)

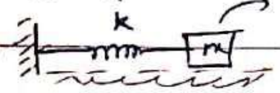
Scanned by CamScanner

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۷

جلسه بیست و ششم



مدار شامل القاگر و خازن ← شبیه یک نوسانگر الکترومغناطیس است.



می‌توان این مدار را معادل‌سازی کرد

چون هندسه سیستم‌های مکانیکی زیاد است

معادل آن را با مدار در می‌آوریم و پاسخ آن مشخص است.

انرژی پتانسیل سلف — انرژی پتانسیل

$$U = U_B + U_E = \text{ثابت} \rightarrow \text{نسبت به زمان}$$

در این جا انرژی بین خازن و سلف مدام مبادله می‌شود

$$= \frac{1}{2} L i^2 + \frac{q^2}{2C}$$

$$\frac{dU}{dt} = 0 \rightarrow L\cancel{i} \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q \cancel{\frac{dq}{dt}} = 0$$

$$L \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{1}{C} q = 0$$

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C} q = 0 \rightarrow \boxed{\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0} \rightarrow q = A\cos(\omega t + \theta)$$

مشتق دوم نسبت به زمان

فنر

$$m\ddot{x} = -kx \rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0} \rightarrow x = A\cos(\omega t + \theta)$$

[illegible]

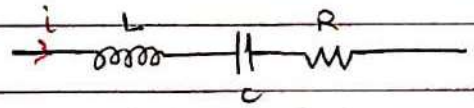
$$\left(\begin{matrix} x \rightarrow q \\ k \rightarrow 1/C \end{matrix} , \; m \rightarrow L \qquad \dot{x} = v \rightarrow \dot{q} = i \right) \leftarrow \text{معادل‌سازی}$$

$$i = \dot{q} = -A\omega \sin(\omega t + \theta)$$

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \theta)$$

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} A^2 \cos^2(\omega t + \theta)$$

$$U_B + U_E = \frac{1}{2C} A^2 \rightarrow$$ علاوه بر A، C جمع مقدار ثابتی است → یک مقدار ثابت است.



$$U_{\text{مدار}} = U_B + U_E = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{q^2}{2C}$$

این جا چون اتلاف داریم دیگر جمع این دو انرژی بالا ثابت نیست.

$$\frac{dU}{dt} = -Ri^2 \rightarrow L i \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} = -Ri^2$$

$$\rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} = 0 \rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q + \frac{R}{L} \dot{q} = 0$$

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۷

جلسه بیست و ششم

در این جا یک معادله دیفرانسیل از مرتبه دوم داریم.

به طور کلی داریم

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$$

بجای p^2 ،

$$ap^2 + bp + c = 0 \longrightarrow p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}$$

$$\longrightarrow a = 1 \quad , b = \frac{R}{L} \quad , c = \frac{1}{Lc}$$

$$p_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{(\frac{R}{L})^2 - \frac{4}{Lc}}}{2}$$

$$p_{1,2} = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{Lc}}$$

$$\rightarrow (\frac{R}{2L})^2 < \frac{1}{Lc}$$ زیر رادیکال منفی می‌شود

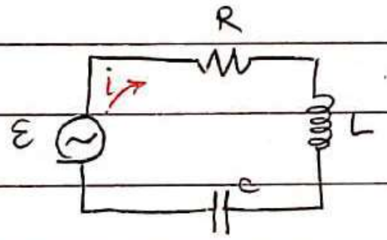
$$\rightarrow p_{1,2} = \frac{-R}{2L} \pm i\sqrt{\frac{1}{Lc} - (\frac{R}{2L})^2}$$

$$= \frac{-R}{2L} \pm i\omega'$$

$$\rightarrow q = e^{-\frac{R}{2L}t}\left[\underbrace{Ae^{i\omega' t} + Be^{-i\omega' t}}_{D\cos(\omega' t + \theta)}\right]$$

$$\boxed{q = De^{\frac{-R}{2L}t}\cos(\omega' t + \theta)}$$

اگر R صفر باشد شبیه حالت قبل است



$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$

دامنه (بیشترین مقدار)

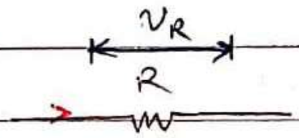
$\varepsilon_m , \omega , R , L , C \rightarrow$ این پنج کمیت مشخص هستند.

$i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

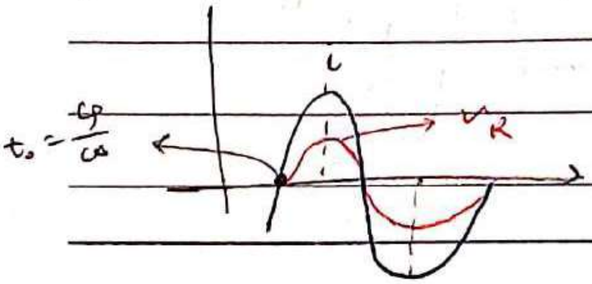
فاز اولیه

هر نوع منبع تغذیه ای داشته باشیم می توانیم با ربط فیزیکی ε آن را حساب کنیم.

می توانیم اختلاف پتانسیل هر یک از عناصر مدار را به دست آوریم.

1) 

$v_R = Ri = R i_m \sin(\omega t - \varphi)$

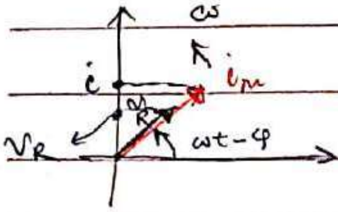


هر دو همزمان به پیک می رسند

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۳۰

جلسه بیست و هفتم

نمودار فازوری



هر کدام از جریان و اختلاف پتانسیل را با یک بردار نشان می دهیم که طول آن ثابت با دامنه هاست. و زاویه ای که با محور x می سازد همان فاز است

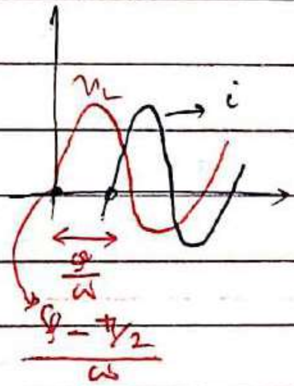
v_R و i با هم هم راستا هستند. تصویر این دو بردار روی محور y خود v_R و i را نشان می دهد بردارها با سرعت زاویه ای ω در حال چرخش است.

(2) i → L, v_L $\qquad i = i_m \sin(\omega t-\varphi)$

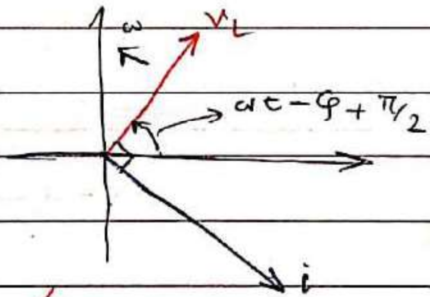
$$v_L = L\frac{di}{dt} = L\omega i_m \cos(\omega t+t)$$

این گونه می نویسیم که تابع v_L سینوسی شود

$$v_L = L\omega i_m \sin(\omega t-\varphi+\pi/2)$$



v_L کمی جلوتر است از i



نمودار فازوری

$X_L = L\omega$ → راکتانس القایی

دیمانسیون $L\omega$ اهم می باشد.

$$v_L = X_L i_m \sin(\omega t-\varphi+\frac{\pi}{2})$$

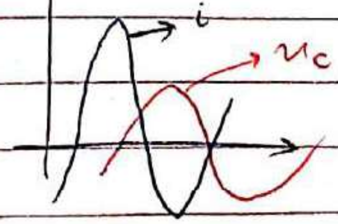
(3) i → C, v_c $\qquad$ عنصر خازنی

$i = i_m \sin(\omega t-\varphi)$

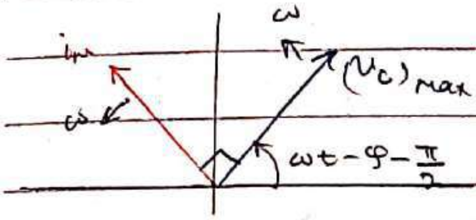
$$i=\frac{dq}{dt} \qquad V_c = \frac{q}{C} = \frac{\int i\,dt}{C} = \frac{-i_m\cos(\omega t-\varphi)}{C\omega}$$

$dq = i\,dt$

$$= \frac{i_m}{C\omega}\sin(\omega t-\varphi-\pi/2)$$



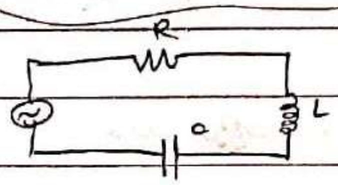
نمودار فازوری



دامنه جریان با ولتاژ خازن تفاوت (اهم باشد)

$\frac{1}{C\omega} = X_C$ ← راکتانس خازنی → واحد آن اهم است.

$$V_C = X_C\, i_m \sin(\omega t - \varphi - \pi/2)$$



$$\begin{cases} \varepsilon = V_R + V_L + V_C \\ \varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t \\ i = i_m \sin(\omega t - \varphi) \end{cases}$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = R i_m \sin(\omega t - \varphi) + X_L i_m \sin(\omega t - \varphi + \pi/2) + X_C i_m \sin(\omega t - \varphi - \pi/2)$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = i_m R\left[\sin(\omega t - \varphi) + \underbrace{\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)}_{\tan\alpha} \cos(\omega t - \varphi)\right]$$

$$\frac{X_L - X_C}{R} = \tan\alpha$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = \frac{i_m R}{\cos\alpha}\left[\cos\alpha \sin(\omega t - \varphi) + \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi)\right]$$

$$\varepsilon_m \sin \omega t = \frac{i_m R}{\cos\alpha} \sin(\omega t - \varphi + \alpha)$$ → برای برابر بودن این دو لزوماً باید φ برابر با α باشد

که برای تمام زمان‌ها $\alpha = \varphi$

$$\varepsilon_m = \frac{R i_m}{\cos\alpha} \rightarrow \boxed{i_m = \frac{\varepsilon_m \cos\alpha}{R}}$$

$$\tan\alpha = \tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

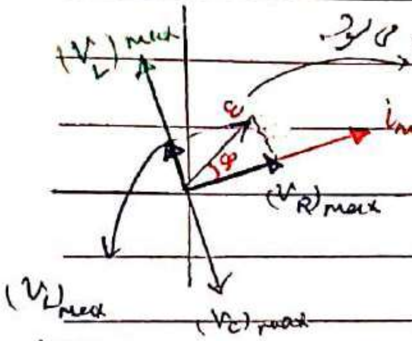
$$\cos\alpha = \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$i_m = \frac{\varepsilon_m}{R} \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\underbrace{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}_{\text{مقاومت ظاهری}}} = \frac{\varepsilon_m}{Z}$$

Z ← امپدانس

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۲۰

جلسه بیست و هفتم



$$\varepsilon_m = \sqrt{v_{R_{max}}^2 + \left[(v_L)_{max} - (v_C)_{max}\right]^2}$$

$$= \sqrt{(R i_m)^2 + (i_m X_L - i_m X_C)^2}$$

هر کدام بزرگتر باشد بردار به طول سمت می‌شود ← $\varepsilon_m = i_m\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$\to i_m = \dfrac{\varepsilon}{Z}$ — با استفاده از نمودار فازوری این فرمول را راحت‌تر بدست آوردیم

$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\omega t$

$i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

$\tan\varphi = \dfrac{(X_L - X_C)\, i_m}{R\, i_m}$

if $X_L = X_C \Rightarrow L\omega = \dfrac{1}{C\omega} \to \omega^2 = \dfrac{1}{LC}$ — در این صورت i_m بیش‌ترین مقدار ممکن خواهد شد

فرکانس منبع

تشدید

$$\begin{cases} X_L > X_C \to \varphi > 0 \\ X_L < X_C \to \varphi < 0 \end{cases}$$

$X_L = X_C \longrightarrow \varphi = 0 \longrightarrow$ هم فاز می‌شوند

$P_R = R i^2 = R i_m^2 \sin^2(\omega t - \varphi)$

$\overline{P_R} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T P_R(t)\,dt = \dfrac{1}{2} R i_m^2 \Rightarrow R\left(\dfrac{i_m}{\sqrt{2}}\right)^2$

توان متوسط

ریشه میانگین مربعی i_{rms} (root, mean, squars) $= \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T i\,dt}$ ← $i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

$= \dfrac{i_m}{\sqrt{2}}$

در برق شهری ۲۲۰ ولت همین root mean square است

$v_m = \sqrt{2}\, v_{rms}$

۲۲۰ ولت

$P_{\text{منبع}} = \varepsilon i = (\varepsilon_m \sin t)(i_m \sin(\omega t - \varphi))$

Year: ۹۹ Month: ۳ Day: ۳۰ جلسه بیست و هفتم

$$P_{منبع} = i_m \mathcal{E}_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi)$$

$$= i_m \mathcal{E}_m \sin \omega t \left[\sin \omega t \cos \varphi - \cos \omega t \sin \varphi\right]$$

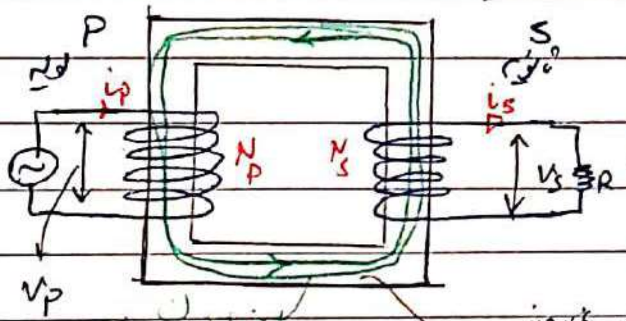
$$\overline{P}_{منبع} = \frac{1}{T}\int_0^T P_{منبع}(t)\,dt = \frac{1}{2} i_m \mathcal{E}_m \cos\varphi = i_{rms}\, \mathcal{E}_{rms} \cos\varphi$$

ضریب توان

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \rightsquigarrow Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ترانسفورماتور (مبدل ٤)

نیروی محرکه در داخل لوپ



$$N_p \mathcal{E}_1 = V_p$$

$$N_s \mathcal{E}_2 = V_s$$

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$$

تقریباً خطوط هدر نمی‌روند پس همه شاری که از P عبور می‌کند از S هم عبور می‌کند. $\rightarrow \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt}$

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{\mathcal{E}_2 N_s}{\mathcal{E}_1 N_p} = \frac{N_s}{N_p} \rightsquigarrow \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$i_p V_p = i_s V_s \rightsquigarrow i_s = \frac{V_s}{R}$$

توان ورودی

مقاومت

$$i_p = i_s \frac{V_s}{V_p} \rightsquigarrow i_p = \frac{N_s^2}{R\, V_p} \frac{\times V_p}{\times V_p}$$

$$i_p = \frac{V_p}{R\left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2} \rightsquigarrow R_{eq} = R\left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2$$

شبیه مقاومت

Scanned by CamScanner